

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب
Université–Ain Temouchent- Belhadj Bouchaib
Faculté des Sciences et de Technologie
Département Génie Mécanique



Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du diplôme de Master en : Génie des Matériaux
Domaine : Sciences et Technologie
Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Génie des Matériaux
Thème

*Approche XFEM-CZM couplée à USDFLD pour la prédiction de
l'endommagement dans les structures renforcées par composite gradués*

Présenté Par :

- 1) Melle. Bousaadi Alla
- 2) Melle. Chenafa Hayet

Devant le jury composé de :

Mr. NEHARI Taieb Pr. UAT.B. B (Ain Temouchent) Président
Mr. HARCHOUCHE Z.M C BUAT.B. B (Ain Temouchent) Examinateur
Mr. CHAMA Mourad M C BUAT.B. B (Ain Temouchent) Encadrant
Mr. HADJADJ M. Dr. UAT.B. B (Ain Temouchent) Co-Encadrante

Année Universitaire 2025/2026

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

REMERCIEMENT :

Je remercie Allah tout puissant qui m'a donné la force et la volonté pour Pouvoir finir ce mémoire de fin d'études.

Nous remercions nos Parents qui nous ont toujours

Encouragés et soutenu durant toutes nos études.

Nos plus grands remerciements vont à notre encadreur

Dr. CHAMA MOURAD. Pour la sollicitude avec laquelle il a

Suivi et guidé ce travail.

Nous remercier également les membres de jury qui me

Feront l'honneur de juger ce modeste travail.

On remercie tous les enseignants du

Pour leurs rôles importants dans notre formation.

Enfin Nous devons un grand merci à tous nos amis pour leur

Soutien moral.

Dédicace

Je dédie ce travail à :

*Mes chers parents, qui m'ont
toujours s encouragé et
soutenu dans mes études
jusqu'à atteindre ce stade de
formation.*

 *Mon frère et Mes sœur.*

 *Toute ma famille.*

 *Mes amis.*

 *Tous les enseignants qui m'ont dirigé
vers la porte de la réussite.*

Dédicace

À l'âme de celui qui fut ma protection, mon pilier et l'essence même de ma vie... À mon cher père (Que Dieu lui fasse miséricorde).

Papa, si j'ai atteint ce succès aujourd'hui, c'est avant tout grâce à Dieu, puis à toi. Tu as été mon soutien inébranlable, me portant matériellement et moralement sans jamais faiblir. Je n'oublierai jamais tes sacrifices, toi qui te privais pour m'offrir le meilleur, avec pour seul objectif de me voir atteindre les plus hauts sommets. Tu étais mon miroir : ma tristesse était la tienne, et ton visage ne s'illuminait que par mon sourire. Ce diplôme est le fruit de tes efforts, de ton amour et de ta générosité infinie. Je t'aime d'un amour éternel, et je te fais la promesse solennelle de ne jamais t'oublier. Tu resteras à jamais mon héros et ma plus grande fierté. Repose en paix, mon cher papa, ton rêve est aujourd'hui accompli.

À ma tendre mère... Source de tendresse inépuisable et mon refuge dans les moments difficiles. C'est toi qui t'es tenue à mes côtés, luttant avec courage après le départ de mon père pour combler ce vide et redonner le sourire à mon visage. Je t'aime infiniment.

À ma chère sœur... Qui a su être à la fois un père et une mère pour moi. À ma « seconde maman » qui a tant sacrifié pour mon confort, me faisant passer avant elle-même. Ce succès est le fruit de tes nobles sacrifices. Que Dieu te protège.

À ma sœur « Salima » et sa petite famille... Merci d'avoir bercé mon enfance avec tant de douceur, d'avoir été présente dans mes jours les plus sombres, et de partager aujourd'hui le bonheur de ma réussite. Que Dieu vous préserve tous de tout mal.

À mes amis de toujours et mes compagnons d'études... Chacun en son nom. À vous qui avez partagé avec moi les rires du chemin et les larmes de la fatigue. Je n'oublierai jamais ce que nous avons vécu ensemble, et je vous souhaite du fond du cœur un succès éclatant qui réalisera tous vos rêves futurs.

Enfin, à tous ceux que le destin a mis sur ma route... À tous ceux qui m'ont soutenue dans l'adversité, qui se sont réjouis de ma joie, ou qui m'ont tendu la main avec sincérité ; merci du fond du cœur.

Résumé

La bi-gradation du patch composite est définie suivant l'épaisseur, à l'échelle des fibres, en s'appuyant sur les formulations des matériaux à gradient fonctionnel (Functionally Graded Materials, FGM). Chaque couche est décrite par une loi de puissance régissant la répartition volumique entre les fibres et la matrice époxy. Trois concepts de bi-gradation sont ainsi proposés et étudiés.

Dans le concept C-1, la région centrale du patch est constituée de fibres CFRP-1, dont la composition évolue progressivement vers des couches en Glass-Epoxy et en CFRP-2 au niveau des surfaces externes. Le concept C-2 est caractérisé par un cœur en CFRP-2, gradué vers le CFRP-1 et le Glass-Epoxy aux extrémités, avec le Glass-Epoxy placé à l'interface adhésive. Enfin, dans le concept C-3, le cœur est constitué de Glass-Epoxy, gradué vers le CFRP-1 et le CFRP-2 aux surfaces externes, le CFRP-2 étant directement en contact avec la couche adhésive.

Ces différentes configurations de bi-gradation ont pour objectif d'optimiser le transfert des charges à travers le joint adhésif, d'améliorer la capacité portante du patch de réparation et d'évaluer l'influence de la gradation des propriétés mécaniques sur les mécanismes d'endommagement, en particulier le décollement adhésif. Les analyses numériques réalisées sous différents niveaux de chargement mettent en évidence une interaction compétitive entre le décollement de l'adhésif et l'amorçage de fissure dans la plaque entaillée. Les résultats confirment ainsi l'efficacité des concepts de patches composites bi-gradués proposés pour améliorer les performances mécaniques de la réparation tout en retardant l'initiation et la propagation des dommages.

Abstract

A bi-graded composite patch is analyzed in this study. The aim of this bi-gradation concept is to enhance the reinforcement of a notched aluminum plate by tailoring the stiffness distribution through gradation parameters. The approach involves grading three different types of fibers, all with the same volume fraction and within the same epoxy matrix. The patch debonding, caused by adhesive failure, as well as the crack initiation and propagation in the plate, are simulated respectively using the Cohesive Zone Model (CZM) and the Extended Finite Element Method (XFEM), both implemented in the ABAQUSVR finite element code. The CZM model accounts for both shear and normal separation modes in the adhesive layer. Using FGM-based functions, the bi-gradation of the composite patch is defined along the thickness at the fiber scale, with each layer formulated through a power-law volume fraction

between the fibers and the matrix. Three concepts are proposed and analyzed. In Concept C-1, the central region of the patch consists of CFRP-1 fibers, which are graded toward Glass-Epoxy and CFRP-2 fibers at the outer surfaces. Concept C-2 features CFRP-2 fibers in the center, graded toward CFRP-1 and Glass-Epoxy at the extremities, with Glass-Epoxy located at the adhesive interface. In Concept C-3, the core is made of Glass-Epoxy fibers, graded toward CFRP-1 and CFRP-2 at the outer surfaces, with CFRP-2 placed at the adhesive interface. These various gradation configurations aim to improve the patch's ability to absorb loads transferred through the adhesive joint and to investigate how the gradation influences damage mechanisms, particularly debonding. The analysis, conducted under various loading conditions, demonstrates a competitive interaction between adhesive debonding and crack initiation in the notched plate, confirming the effectiveness of the proposed bi-graded composite patch designs.

ملخص:

تمت محاكاة انفصال الرقعة الناتج عن فشل الطبقة اللاصقة باستخدام نموذج المنطقة التماسكية (Cohesive Zone Model, CZM)، في حين جرت محاكاة بدء وانتشار الشقوق في الصفيحة بواسطة طريقة العناصر المحددة الموسعة Extended Finite Element Method, XFEM. وقد تم تنفيذ كلا النموذجين ضمن برنامج العناصر المحددة ABAQUS. ويأخذ نموذج المنطقة التماسكية في الاعتبار نمطي الانفصال: النمط العادي (Normal Separation) والنمط القصي (Shear Separation) داخل الطبقة اللاصقة. في المفهوم الأول (C-1)، يتكون الجزء المركزي من الرقعة من ألياف CFRP-1، مع تدرج تدريجي نحو طبقات من Glass-Epoxy و CFRP-2 عند السطحين الخارجيين. أما المفهوم الثاني (C-2)، فيتميز بوجود ألياف CFRP-2 في المنطقة الوسطى، تتدرج نحو CFRP-1 و Glass-Epoxy عند الأطراف، مع وضع طبقة Glass-Epoxy عند واجهة الالتصاق مع المادة اللاصقة. وفي المفهوم الثالث (C-3)، يتكون القلب من Glass-Epoxy، ويتدرج نحو CFRP-1 و CFRP-2 عند السطحين الخارجيين، مع وضع طبقة CFRP-2 عند واجهة الالتصاق. تهدف هذه الترتيبات المختلفة للتدرج المزدوج إلى تحسين قدرة الرقعة على امتصاص ونقل الأحمال عبر الوصلة اللاصقة، ودراسة تأثير التدرج في الخواص الميكانيكية على آليات التلف، ولا سيما انفصال الطبقة اللاصقة. وقد أظهرت التحليلات العددية، المنجزة تحت ظروف تحميل مختلفة، وجود تفاعل تنافسي بين انفصال الطبقة اللاصقة وبداية تشكل الشق في الصفيحة المشقوقة، مما يؤكد فعالية التصميم المقترحة للرقع المركبة متدرجة الخواص ثنائية التدرج في تحسين أداء الإصلاح وزيادة مقاومته للتلف.

Sommaire

RESUME

INTRODUCTION GENERAL

1	Chapitre 01 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	3
1.1	Introduction :	3
1.2	Généralités sur les matériaux composites :	4
1.2.1	Définition des matériaux composites :	4
1.2.2	Les constituants du matériau composite :	5
1.2.3	Architecture des matériaux composites :	8
1.2.4	Propriétés mécaniques :	10
1.2.5	L'interface	11
1.2.6	Domaines d'application :	12
1.3	Matériaux à gradient fonctionnel FGM :	12
1.3.1	Historique :	12
1.3.2	Définition des FGC :	13
1.3.3	Différence entre FGM et composites classiques :	14
1.3.4	Variation progressive des propriétés :	15
1.3.5	Méthodes de fabrication des FGM :	15
1.3.6	Avantages et Inconvénients des FGM :	15
1.3.7	Modélisation des propriétés :	16
1.4	Notion sur endommagement :	17
1.4.1	Définition de l'endommagement :	17
1.4.2	Les mécanismes d'endommagement :	18
1.4.3	Les phases d'évolution d'une fissure :	19
1.4.4	Les modes de rupture :	19
1.5	Méthode des éléments finis :	20
1.5.1	Principe fondamental de la méthode	20
1.5.2	Étapes de la méthode des éléments finis :	21
1.5.3	Limites de la MEF classique et nécessité du remaillage :	22
1.6	Conclusion :	23
2	Chapitre 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION 25	
2.1	Introduction :	25
2.2	Méthode des éléments finis étendue (XFEM) :	26

2.2.1	Définition de la XFEM :	26
2.2.2	Principe de la méthode XFEM :	26
2.2.3	Formulation mathématique de la XFEM :	27
2.2.4	Les avantages de la méthode XFEM :	29
2.2.5	Illustration de la méthode X-FEM :	30
2.3	Modèle de zone cohésive CZM :	31
2.3.1	Définition du modèle CZM :	31
2.3.2	Principe du modèle CZM :	32
2.3.3	Loi traction–séparation :	33
2.3.4	Initiation et évolution de l’endommagement :	34
2.4	Implémentation de la subroutine USDFLD :	35
2.4.1	Définition et rôle de la subroutine USDFLD :	35
2.4.2	Principe d’utilisation de USDFLD :	35
2.4.3	Application d’USDFLD à la modélisation du gradient de fibres :	36
2.5	Conclusion :	36
3	Chapitre 03 :	38
3.1	Introduction.....	38
3.2	Modélisation numérique des assemblages collés et des propriétés des matériaux :	38
3.3	Formulation du modèle de matériaux CFRP Bi-gradué avec du Glass Epoxy :	40
3.4	Technique XFEM et paramètres utilisé :	44
3.5	Modèle d’endommagement utilisé (CZM)	46
3.6	Modèle d’élément finis utilisé dans le maillage	47
3.6.1	Analyse et résultats	49
3.6.2	Influence de la taille du maillage de l’élément cohésif COH3D8 sur les résultats numériques :.....	49
3.6.3	Efficacité du renforcement par patch selon le concept 2 à gradient bidirectionnel (bi-graded) 53	
3.7	Conclusion	58

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

LES REFERENCES

TABLE DES FIGURE

Figure 1-1 Illustration des constituants d'un matériau composite (Matrice et Renfort).....	4
Figure 1-2 Les constituants d'un matériau composite.....	5
Figure 1-3 Fibre de verre.....	7
Figure 1-4 Fibre d'aramide.....	7
Figure 1-5 Couche de composite.....	9
Figure 1-6 Principe de constitution d'un matériau stratifié à partir de plusieurs couches.....	9
Figure 1-7 Structure d'un matériau sandwich	10
Figure 1-8 Représentation schématique d'une interface métal-céramique.....	11
Figure 1-9 Illustration du concept des matériaux à gradient fonctionnel (FGM) montrant la transition progressive entre une céramique et un métal ainsi que la variation des propriétés mécaniques et thermiques	14
Figure 1-10 Représentation schématique des étapes de l'endommagement ductile : (a) matériau sain, (b) germination, (c) croissance et (d) coalescence des microcavités	19
Figure 1-11 Représentation schématique des trois modes fondamentaux de rupture.....	20
Figure 2-1 Illustration des différents types d'éléments et des degrés de liberté supplémentaires dans un maillage XFEM.....	29
Figure 2-2 Illustration de l'enrichissement nodal pour une fissure traversant un maillage XFEM.....	30
Figure 2-3 Représentation de la zone de transition (zone cohésive) en tête de fissure.....	33
Figure 2-4 Allure typique d'une loi de comportement traction-séparation	34
Figure 3-1 Présentation du modèle géométrique.....	39
Figure 3-2 Arrangement des fibres en Aramide prise à 100µm	39
Figure 3-3 Graduation suivant l'épaisseur du a) CFRP-2 au milieu gradué vers l'extrémité CFRP-1 et Glass-Epoxy, b) Glass-Epoxy au milieu gradué vers l'extrémité CFRP-1 et CFRP-2, du c) CFRP-1 au milieu gradué vers les extrémités CFRP-2 et Glass-Epoxy.....	42
Figure 3-4 Graduation du rapport de module $E1/E2$ (z) et $G1/G2$ (z) du a) composite CFRP-2 au milieu vers Glass Epoxy et CFRP-2 aux extrémités, du b) du composite Glass Epoxy au milieu vers CFRP-1 et CFRP-2 aux extrémités, du c) du composite CFRP-1 au milieu vers Glass.....	43
Figure 3-5 Description géométrique des éléments et des nœuds dans l'approche XFEM	44
Figure 3-6 Schéma de la loi d'adoucissement triangulaire en mode pur et mixte.....	46
Figure 3-7 Le patch et la plaque ont été maillés à l'aide d'éléments C3D8.....	48
Figure 3-8 Descriptif du maillage dans la structure collée et de l'interface CZM.....	49
Figure 3-9 (a) Étude de sensibilité et de stabilisation du maillage entre le travail précédent et la présente étude, à partir des courbes typiques charge-déplacement obtenues avec des éléments solides C3D8R de 16 000,.....	50
Figure 3-10 a) Courbe force-déplacement de l'adhésif cohésif AV138 selon le concept 1 du patch composite à gradient bidirectionnel (bi-graded) ; b) Évolution de la longueur de fissure normalisée et de la surface de décollement (débondage) des systèmes assemblés.....	52
Figure 3-11 a) Courbe force-déplacement de l'adhésif cohésif AV138 selon le concept 2 du patch composite à gradient bidirectionnel (bi-graded) ; b) Évolution de la longueur de fissure normalisée et de la surface de décollement des systèmes assemblés.....	54
Figure 3-12 a) Courbe force-déplacement de l'adhésif cohésif AV138 selon le concept 3 du patch composite à gradient bidirectionnel (bi-graded) ; b) Évolution de la longueur de fissure normalisée et de la surface de décollement des systèmes assemblés.....	55

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE :

Les structures métalliques, largement utilisées dans les secteurs industriels tels que l'aéronautique, le transport et l'énergie, sont constamment soumises à des sollicitations mécaniques sévères. Au cours de leur durée de vie, l'apparition de défauts géométriques ou de fissures, souvent inévitables en raison des concentrations de contraintes au niveau des trous, menace directement leur intégrité structurelle. Face à cette problématique, les techniques de renforcement par collage de patchs composites s'imposent comme une solution innovante, performante et économique, offrant un excellent rapport résistance-poids par rapport aux réparations métalliques conventionnelles.

Cependant, l'efficacité de ces réparations par patch composite dépend fortement du comportement de l'interface adhésive, qui constitue la zone la plus vulnérable au délaminage et à la rupture progressive. Récemment, l'introduction des matériaux à gradient fonctionnel (Functionally Graded Materials - FGM) a ouvert de nouvelles perspectives. En faisant varier de manière continue la fraction volumique des fibres au sein de la matrice, il devient possible d'optimiser localement les propriétés mécaniques de la structure réparée et de réduire drastiquement les pics d'échecs à l'interface.

L'objectif principal de ce travail de Master 2 est d'étudier numériquement l'effet de l'utilisation de patchs composites à gradient de fibres sur le comportement à la rupture et la redistribution des contraintes dans les structures métalliques comportant un trou circulaire. Pour ce faire, nous mettons en œuvre une approche numérique tridimensionnelle (3D) avancée couplant la méthode des éléments finis étendus (XFEM) et le modèle de zone cohésive (CZM) sous le code de calcul Abaqus. L'originalité de notre démarche repose sur l'intégration de la subroutine utilisateur USDFLD écrite en Fortran, permettant de programmer la variation spatiale des propriétés mécaniques de l'interface en fonction de la distribution locale des fibres.

Pour mener à bien cette étude, notre manuscrit est structuré en trois chapitres principaux :

- Le premier chapitre est dédié à une revue bibliographique approfondie sur les structures métalliques, les mécanismes de rupture, ainsi que les concepts fondamentaux des matériaux composites classiques et à gradient fonctionnel (FGM).

INTRODUCTIN GENERAL

- Le deuxième chapitre présente l'approche numérique et les outils de modélisation retenus. Il détaille la théorie du modèle de zone cohésive (CZM), les lois de traction-séparation, ainsi que le principe d'implémentation et de fonctionnement de la subroutine USDFLD pour gérer l'hétérogénéité induite par le gradient de fibres.
- Le troisième chapitre est consacré à la présentation, l'analyse et la discussion des résultats issus des simulations numériques. Une comparaison rigoureuse est établie entre les performances des patchs homogènes et des patchs à gradient afin d'évaluer l'apport de cette gradation sur la résistance globale de la structure.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1 Chapitre 01 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Introduction :

Ce premier chapitre constitue une étude bibliographique approfondie et structurée, visant à poser les fondements théoriques et les concepts essentiels nécessaires à la compréhension globale de ce travail de recherche. L'objectif est d'établir un état de l'art rigoureux qui justifie les choix méthodologiques adoptés pour l'étude du comportement des structures hétérogènes.

Dans un premier temps, nous explorerons les généralités sur les matériaux composites. Nous définirons ces matériaux multiphasés en mettant en lumière la synergie entre leurs principaux constituants : les matrices (qu'elles soient organiques, métalliques, carbonées ou céramiques) et les renforts. Une attention particulière sera accordée aux charges et additifs qui permettent d'ajuster les propriétés finales. Nous aborderons également l'architecture des composites, allant des monocouches aux structures sandwiches et stratifiées, tout en soulignant l'importance critique de l'interface — véritable zone de transition dont la fragilité et la problématique sont au cœur de nos préoccupations mécaniques.

Ensuite, le manuscrit se focalisera sur les matériaux à gradient fonctionnel (FGM). Ces matériaux représentent une avancée technologique majeure, car ils permettent de s'affranchir des discontinuités brutales de propriétés rencontrées dans les composites classiques. Nous retracerons leur historique et leurs méthodes de fabrication, tout en analysant comment la variation progressive et continue des propriétés influence leur performance. Cette section est cruciale pour notre étude, car elle pose le cadre de la modélisation des gradients de fibres.

Enfin, pour lier ces concepts physiques à la simulation numérique, ce chapitre traitera des notions fondamentales de l'endommagement et de la mécanique de la rupture. Nous détaillerons les mécanismes d'amorçage, de croissance et de coalescence, ainsi que les modes de rupture. Pour clore cette étude bibliographique, nous introduirons la méthode des éléments finis (MEF). Bien que cette méthode soit l'outil d'analyse par excellence pour prédire le comportement mécanique, nous soulignerons ses limites intrinsèques, notamment face à la nécessité du remaillage lors de la propagation des fissures, ce qui nous ouvrira la voie vers des méthodes numériques plus sophistiquées.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.2 Généralités sur les matériaux composites :

Les matériaux Composites se distinguent par leurs performances mécaniques élevées, ainsi que par la possibilité d'ajuster leurs propriétés en fonction des exigences d'utilisation, grâce à un choix approprié des constituants et de leur architecture. Cette aptitude à concevoir des matériaux « sur mesure » conduit à une approche différente du dimensionnement des structures par rapport aux matériaux classiques [1].

En raison de leurs nombreux avantages, les matériaux composites connaissent un développement important dans plusieurs secteurs industriels, notamment l'aéronautique, l'automobile, le domaine naval et les structures de haute technologie. Leur utilisation croissante nécessite la mise en place d'outils adaptés pour la modélisation de leur comportement mécanique et l'analyse des structures stratifiées et sandwiches [1].

Dans ce cadre, l'étude du comportement mécanique des matériaux composites repose sur des bases théoriques permettant de prédire leur réponse sous différentes sollicitations, telles que la flexion, le flambement et les vibrations.

1.2.1 Définition des matériaux composites :

Un matériau composite est un assemblage hétérogène d'au moins deux éléments distincts. Cette combinaison vise à exploiter les propriétés complémentaires de chaque constituant afin de créer un matériau unique offrant des performances supérieures à celles de ses composants pris individuellement [2].

Généralement, un composite se compose d'une matrice, qui assure la cohésion et la protection, et d'un renfort, qui améliore la résistance mécanique et la rigidité. Cette structure permet d'améliorer les propriétés globales tout en préservant les caractéristiques propres à chaque composant [2].

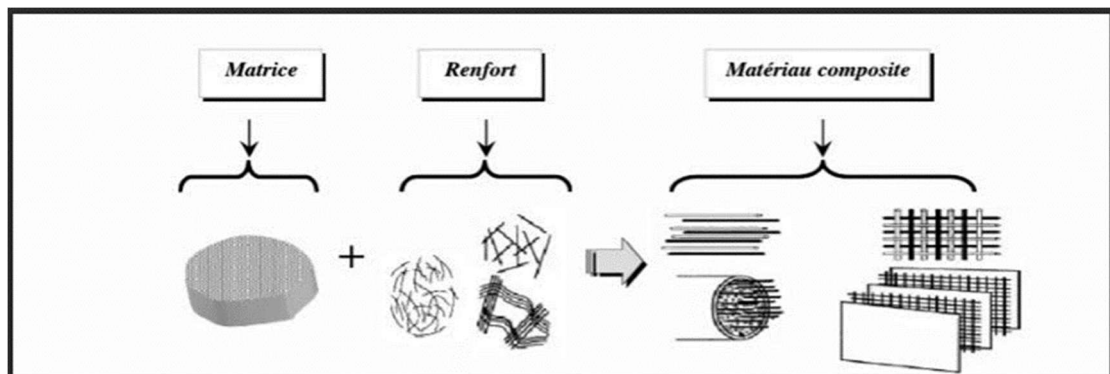


Figure 1-1 Illustration des constituants d'un matériau composite (Matrice et Renfort).

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.2.2 Les constituants du matériau composite :

Un matériau composite est le résultat d'une combinaison de plusieurs constituants distincts. Cette association permet d'obtenir des performances globales supérieures à celles des composants pris séparément.

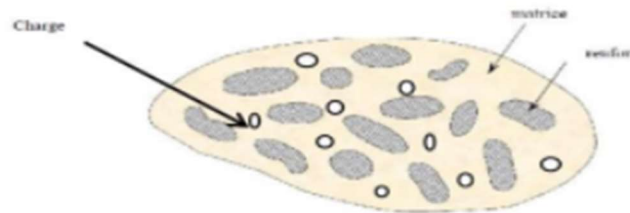


Figure 1-2 Les constituants d'un matériau composite [3]

1.2.2.1 La matrice :

La matrice représente la phase continue qui enveloppe les renforts. Son rôle principal est de maintenir ces derniers dans leur position initiale tout en les protégeant contre les agressions environnementales. Au-delà de cette protection, elle joue un rôle mécanique crucial : elle assure la liaison entre les différents constituants et permet de transmettre les efforts extérieurs vers les renforts. Ce transfert de charge s'effectue principalement par cisaillement au niveau de la zone de contact appelée interface. Ainsi, une bonne matrice doit garantir une distribution homogène des contraintes afin d'éviter toute rupture prématurée de la structure.

1.2.2.1.1 Les différentes natures de matrices :

➤ Les matrices organiques :

Les matrices organiques sont élaborées à partir de polymères, plus couramment appelés résines. Dans une structure composite, la résine joue un rôle essentiel : elle assure la liaison entre les fibres et permet de leur transmettre les efforts mécaniques, tout en les protégeant des influences extérieures (humidité, chocs, etc.). [4]

Pour garantir un transfert de charge efficace, ces matrices doivent posséder une bonne capacité de déformation ainsi qu'une excellente compatibilité avec le renfort. Enfin, l'une des propriétés majeures des résines reste leur faible masse volumique, ce qui permet d'obtenir des matériaux à la fois légers et dotés de hautes performances mécaniques spécifiques. [4]

À titre d'exemple, les résines époxydes, les polyesters ou encore le polypropylène sont parmi les polymères les plus utilisés comme matrices organiques.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Selon leur comportement sous l'effet de la température, les matrices organiques se divisent en deux grandes familles :

a) Les résines thermodurcissables :

Elles acquièrent une structure rigide et permanente après leur durcissement. Une fois formées, elles ne peuvent plus être ramollies ou refondues, ce qui leur confère une excellente stabilité thermique.

b) Les résines thermoplastiques :

Elles possèdent la particularité de pouvoir être fondues et remodelées plusieurs fois. Elles se distinguent par une bonne résistance aux impacts.

➤ Les matrices métalliques :

Les matrices métalliques (souvent à base d'aluminium ou de titane) sont utilisées lorsque les conditions d'exploitation exigent une tenue à haute température (au-delà de 500 °C) et une excellente résistance au fluage. Elles offrent une grande stabilité thermique et une conductivité thermique importante dans des environnements sévères [5].

➤ Les matrices carbonées :

Destinées principalement aux applications aérospatiales et aux systèmes de freinage haute performance, ces matrices sont obtenues par carbonisation de précurseurs organiques. Le composite carbone/carbone (C/C) qui en résulte se distingue par une densité proche du carbone massif et une conservation exceptionnelle des propriétés mécaniques à très haute température [5].

➤ Les matrices céramiques :

Utilisées dans des milieux extrêmement agressifs, les matrices céramiques (telles que le carbure de silicium SiC ou l'alumine Al_2O_3) sont privilégiées pour leur caractère réfractaire et leur grande rigidité. Elles assurent la protection du renfort tout en maintenant une stabilité chimique optimale sous des flux thermiques intenses [5].

1.2.2.2 Le renfort :

Le renfort est l'élément porteur qui confère au matériau composite sa rigidité et sa haute résistance mécanique. Sa mission essentielle est de supporter l'essentiel des contraintes transmises par la matrice, compensant ainsi la faible rigidité de cette dernière. Selon l'application visée, le renfort peut se présenter sous différentes formes, notamment des fibres (verre, carbone, etc.) ou des particules. Il est important de noter que l'efficacité d'un renfort dépend non seulement de sa nature et de son orientation, mais également de la qualité de son

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

adhésion avec la matrice. Un décollement à l'interface peut réduire considérablement la capacité du renfort à reprendre les charges.

1.2.2.2.1 Classification et types des renforts :

On distingue principalement deux catégories de renforts selon leur forme géométrique :

a) Les renforts fibreux (fibres) :

C'est la forme la plus utilisée dans les structures à hautes performances. Les fibres peuvent être courtes (discontinues) ou continues (longues). L'utilisation de fibres continues permet la réalisation de stratifiés ou de patches à renforcement unidirectionnel, ce qui correspond au cas de notre étude sur le comportement de l'interface adhésive par le modèle CZM.

Selon leur nature, les fibres les plus courantes sont :

- Les fibres de verre : pour leur bon rapport performance/coût.



Figure 1-3 Fibre de verre

- Les fibres de carbone : pour leur grande rigidité et leur faible masse volumique.
- Les fibres d'aramide : pour leur excellente résistance aux impacts.



Figure 0-4Fibre d'aramide

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

b) Les renforts particuliers (particules) :

Ce sont des particules de petites dimensions dispersées dans la matrice afin d'améliorer certaines propriétés globales, telles que la dureté ou la stabilité thermique.

1.2.2.3 Les charges et les additifs :

1.2.2.3.1 Les charges :

Les charges représentent des substances solides (d'origine minérale ou végétale) incorporées à la matrice polymère. Leur rôle principal est de moduler les caractéristiques mécaniques, thermiques ou électriques du matériau fini, tout en optimisant l'aspect de surface. Sur le plan économique, elles permettent souvent de réduire le coût global de production.

Contrairement aux thermoplastiques, les matrices thermodurcissables intègrent fréquemment des taux de charges élevés pouvant atteindre environ 60 % en masse ; au-delà de ce seuil, le matériau atteint un point de saturation. Le choix d'une charge spécifique dépend des performances visées, mais elle doit impérativement répondre à certains critères techniques tels que :

- Une bonne compatibilité et une bonne mouillabilité avec la résine
- Une granulométrie uniforme et une faible abrasivité
- Un coût de revient avantageux

1.2.2.3.2 Les additifs :

Les additifs sont des substances introduites en faibles quantités dans la matrice afin de conférer au matériau certaines propriétés spécifiques ou d'améliorer sa mise en œuvre. Leur teneur reste généralement limitée à quelques pourcents. Selon la fonction recherchée, ils peuvent agir comme adjuvants, lubrifiants ou agents de démoulage, pigments et colorants, agents anti-retrait ou encore stabilisants contre les ultraviolets [5].

1.2.3 Architecture des matériaux composites :

Les structures des matériaux composites se divisent en trois types principaux :

Les monocouches

Les stratifiées

Les sandwiches

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.2.3.1 Les monocouches :

Les monocouches (ou plis) sont les éléments de base de toute structure composite. Une monocouche est constituée de renforts (fibres longues, fibres courtes ou particules) emprisonnés dans une matrice [6]. Le comportement mécanique de la monocouche (isotrope ou anisotrope) dépend directement de la nature et de l'orientation de ces renforts. C'est l'assemblage de ces unités élémentaires qui permet de concevoir des structures plus complexes.

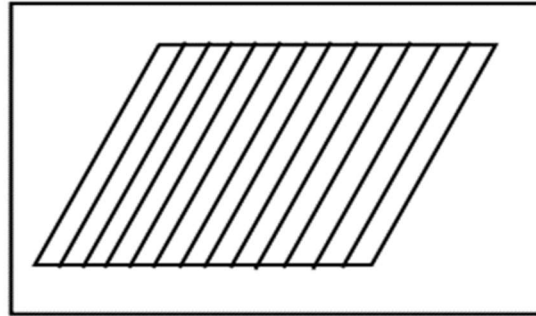


Figure 0-5 Couche de composite

1.2.3.2 Les stratifiés :

Un stratifié est un assemblage de plusieurs monocouches (strates) superposées selon une séquence d'empilement précise. Chaque couche possède une orientation et une épaisseur définies afin d'optimiser la rigidité et la résistance de la structure face aux sollicitations extérieures [7]. Cependant, cette architecture multicouche crée des interfaces qui sont le siège privilégié de l'endommagement par décollement. C'est dans ce contexte que le modèle de zone cohésive (CZM) intervient pour simuler la rupture et la séparation au niveau de l'interface de collage.

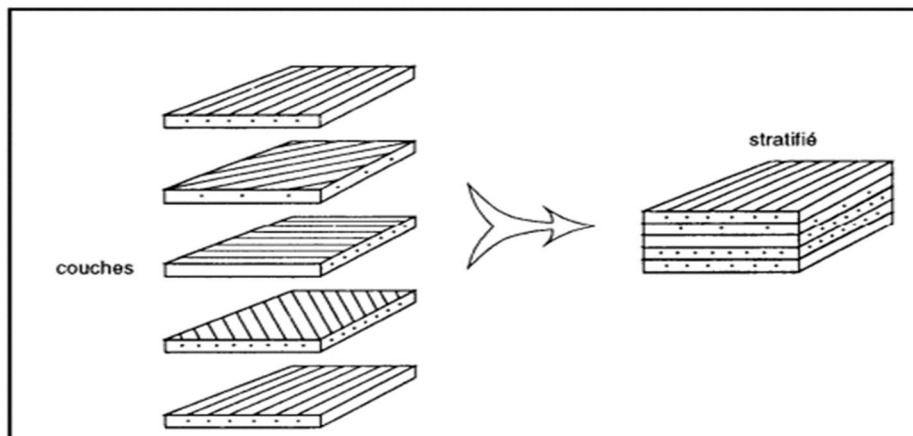


Figure 1-6 Principe de constitution d'un matériau stratifié à partir de plusieurs couches. [2]

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.2.3.3 Les sandwiches :

Une structure sandwich est constituée de deux peaux minces et rigides séparées par un cœur léger et relativement épais. Cette configuration permet d'obtenir une structure présentant une bonne rigidité en flexion tout en conservant une masse réduite. Toutefois, la discontinuité des propriétés mécaniques au niveau de l'interface peau-cœur peut engendrer des phénomènes de décollement. Pour remédier à ce problème, les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) ont été développés afin d'assurer une transition progressive et continue des propriétés, optimisant ainsi la tenue mécanique des jonctions et des pièces de renforcement.

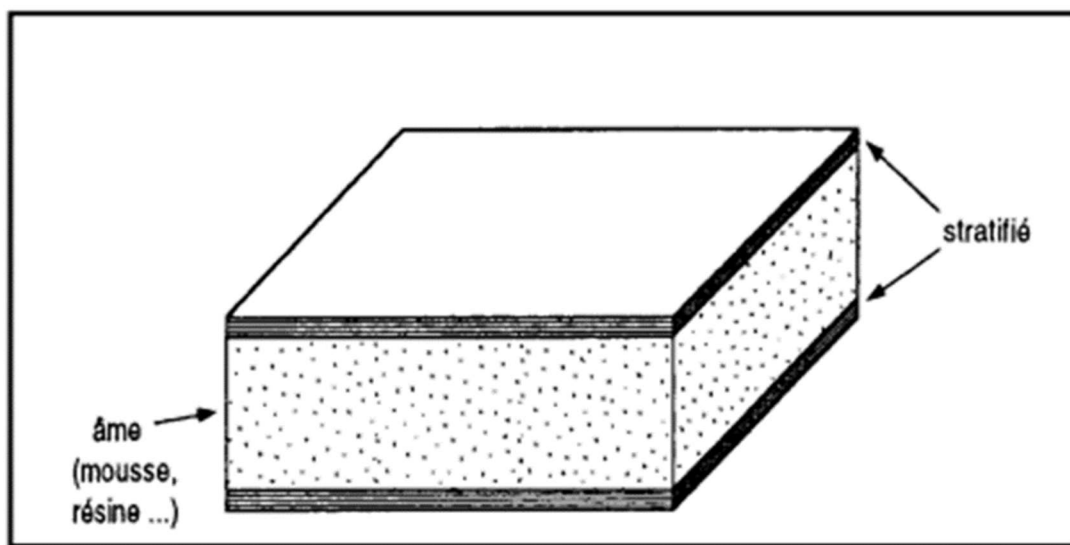


Figure 1-7 Structure d'un matériau sandwich [2]

1.2.4 Propriétés mécaniques :

Les matériaux composites sont caractérisés par leur anisotropie ; cela signifie que leur comportement mécanique varie selon la direction des fibres. On distingue deux configurations fondamentales :

A) Sens longitudinal (parallèle aux fibres) :

Dans cette configuration, les fibres et la matrice agissent ensemble "en parallèle" pour supporter la charge. En raison de l'adhérence parfaite à l'interface, les deux phases sont contraintes de se déplacer de la même manière, ce qui impose une déformation uniforme ($\epsilon_c = \epsilon_r = \epsilon_m$). L'effort se répartit alors en fonction de la rigidité de chaque composant : les fibres, étant beaucoup plus rigides, absorbent la majeure partie de la contrainte, protégeant ainsi la matrice. Les propriétés globales sont alors régies par la loi des mélanges :

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

➤ **Module d 'Young:**

$$E_c = V_r E_r + (1 - V_r) E_m \quad (1)$$

➤ **Coefficient de poisson :**

$$\nu_c = \nu_r V_r + (1 - V_r) \nu_m \quad (2)$$

➤ **Résistance maximale :**

$$R_{mc} = V_r R_{mr} + (1 - V_r) R_{mM} \quad (3)$$

B) Sens transversal (perpendiculaire aux fibres) :

Lorsque la force est appliquée perpendiculairement aux fibres, le système se comporte comme des couches disposées "en série". Dans ce cas, l'effort doit traverser successivement la matrice puis les fibres, ce qui rend la contrainte identique dans chaque phase ($\sigma_c = \sigma_r = \sigma_m$). La phase matricielle, possédant un module d'élasticité nettement plus faible, subit l'essentiel de la déformation, ce qui limite considérablement les performances globales du composite et peut conduire à une rupture prématurée du constituant le plus fragile. [8]

1.2.5 L'interface

1.2.5.1 Définition :

Dans les structures composites, l'interface représente la zone de transition entre les différents constituants ou les différents plis. Traditionnellement, cette zone est perçue comme une surface de discontinuité où les propriétés mécaniques changent brusquement. Cependant, dans une approche à gradient de propriétés, l'interface n'est plus une limite nette, mais devient une zone de continuité où la fraction volumique des fibres ou l'orientation des phases évolue progressivement d'une couche à l'autre.

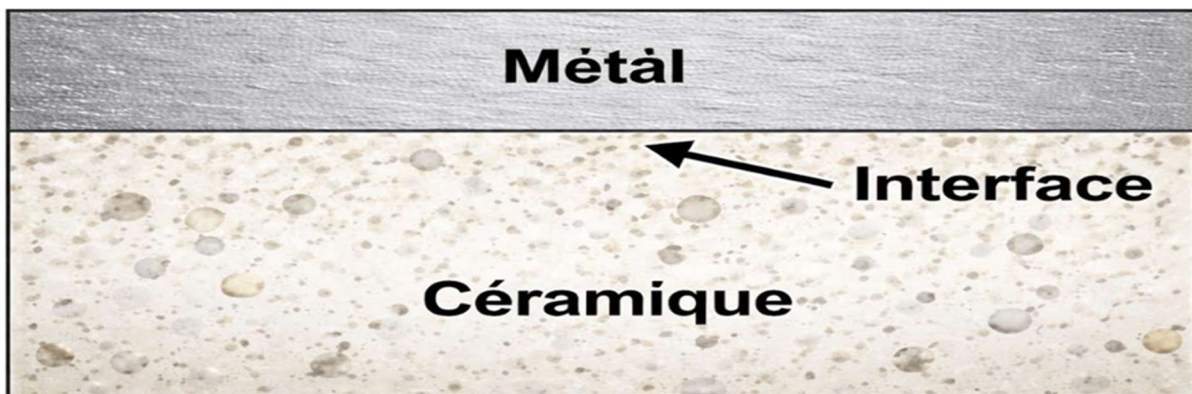


Figure 0-8 Représentation schématique d'une interface métal-céramique.

Rôle de l'interface :

L'interface joue deux rôles majeurs dans la cohésion du matériau :

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

- Continuité physique : elle assure la liaison entre les couches ou les phases successives et évite la formation de vides.
- Transfert de charges : elle permet de transmettre les efforts mécaniques entre les différents constituants pour garantir la tenue de la structure [9].

1.2.5.2 Problématique de l'interface :

Le principal inconvénient de l'interface est la discontinuité brutale des propriétés entre deux plis successifs. Cette zone constitue souvent le point faible de la structure, car c'est là que les contraintes s'accumulent, provoquant des phénomènes de dégradation tels que le décollement interfacial ou le délaminage.

Pour remédier à ce problème, une solution innovante consiste à utiliser les Matériaux à Gradient Fonctionnel (FGM). Cette approche permet de supprimer l'interface nette en créant une transition progressive des propriétés (notamment par un gradient de fibres), ce qui assure une meilleure distribution des contraintes et renforce la tenue globale de la structure.

1.2.6 Domaines d'application :

Les matériaux composites occupent actuellement une place majeure dans diverses applications techniques, notamment :

- Aéronautique et spatial : structures d'avions et applications militaires.
- Transports : domaines routiers, ferroviaire et maritime.
- Bâtiment et travaux publics (BTP).
- Santé : instrumentation médicale et prothèses.
- Sports et loisirs : équipements de haute performance (skis, raquettes, etc.).
- Électricité et électronique. [10]

1.3 Matériaux à gradient fonctionnel FGM :

1.3.1 Historique :

Le concept des « Functionally Graded Materials » (FGM) a été introduit pour la première fois en 1984 par M. Nino et son équipe à Sendai, au Japon [11]. À l'origine, ces chercheurs travaillaient sur le développement de matériaux avancés capables de supporter des températures extrêmes dans des applications aérospatiales.

En 1987, le gouvernement japonais a officialisé cette démarche en lançant un programme national de recherche et de développement. Ce projet ambitieux, intitulé «

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Recherche sur la technologie de base pour le développement des Matériaux à Gradient de Propriétés », visait à concevoir des barrières thermiques destinées aux engins spatiaux. Ces derniers devaient résister à des températures de surface atteignant 1800 °C, avec un gradient thermique interne de 1300 °C, conditions qu'aucun matériau classique ne pouvait supporter à l'époque.

Pour relever ce défi, la conception des FGM repose sur trois objectifs principaux :

- Assurer une haute résistance thermique et à l'oxydation du côté chaud ;
- Maintenir une bonne ténacité mécanique du côté froid ;
- Garantir une relaxation efficace des contraintes thermiques à travers l'épaisseur.

Ainsi, bien que le concept initial ait été développé pour des mélanges métal/céramique, il s'est étendu aux structures composites. Dans ce cas, l'idée consiste à créer un gradient de propriétés en faisant varier progressivement la fraction volumique des fibres au sein d'une même matrice [12].

1.3.2 Définition des FGC :

Les matériaux composites avancés caractérisés par une variation progressive et continue de leurs propriétés mécaniques suivant une direction donnée. Cette variation résulte d'un changement graduel de la microstructure du matériau sans interface nette entre les constituants.

Dans les structures composites, ce concept repose sur la variation contrôlée de la fraction volumique des fibres au sein de la matrice. Cette approche permet d'obtenir une structure unique dont les propriétés évoluent de façon fluide, éliminant ainsi les zones de discontinuité.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

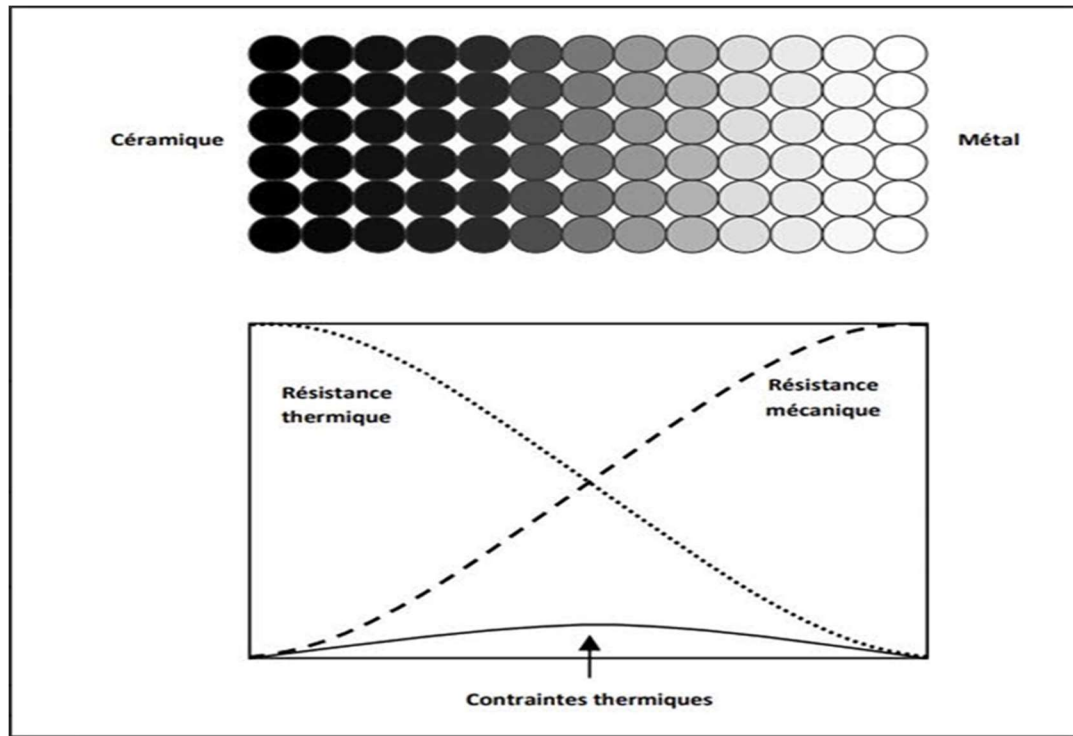


Figure 1-9 : Illustration du concept des matériaux à gradient fonctionnel (FGM) montrant la transition progressive entre une céramique et un métal ainsi que la variation des propriétés mécaniques et thermiques [13].

1.3.3 Différence entre FGM et composites classiques :

Tableau 1-1 Comparaison entre les matériaux composites classiques et les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) [14]

Caractéristiques	Composites conventionnels NON-FGM	Matériaux à Gradient fonctionnel FGM
Microstructure	Discontinue, avec des interfaces nettes.	Nom-homogène avec un changement continu de la distribution.
Composition	Taux de fibres uniforme ou constant par couches distinctes.	Distribution graduée et continue du taux de fibres à travers l'épaisseur
Propriétés	Propriétés constantes par couches (changement brusque aux interfaces)	Propriétés mécanique variables selon le gradient de concentration des fibres
Interfaces	Présence d'interfaces marquées zones de faiblesse	Absence d'interfaces nettes (transition douce.)
Réponse mécanique	Risque élevé de délamination du au saut de rigidité entre les plis	Meilleure résistance à la délamination et optimisation de la distribution des contraintes

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.3.4 Variation progressive des propriétés :

Dans les matériaux à gradient fonctionnel (FGM), les propriétés mécaniques évoluent de façon progressive à travers l'épaisseur. Cette transition est obtenue par la variation graduelle de la fraction volumique des fibres au sein de la matrice.

Contrairement aux composites classiques présentant des interfaces nettes, cette distribution continue permet d'éviter les changements brusques de rigidité. Ainsi, le matériau bénéficie d'une meilleure répartition des contraintes, ce qui réduit considérablement les risques de délaminage.

1.3.5 Méthodes de fabrication des FGM :

La fabrication des matériaux à gradient fonctionnel (FGM) repose sur des techniques permettant un contrôle précis de la distribution des constituants. Pour les composites à gradient de fibres, des procédés tels que le moulage par injection, l'impression 3D ou des techniques de stratification assistée sont souvent utilisés. Ces méthodes visent à assurer une transition fluide des propriétés tout en améliorant l'adhérence entre les zones graduées. Bien que leur mise en œuvre soit plus complexe que celle des composites classiques, elles permettent d'optimiser les performances structurelles, ce qui justifie les nombreux avantages de ces matériaux.

1.3.6 Avantages et Inconvénients des FGM :

Le tableau suivant résume les principaux points forts et les limitations liés à l'utilisation des matériaux à gradient fonctionnel :

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Tableau 1-2 Avantages et inconvénients des matériaux à gradient fonctionnel (FGM) [15].

Avantage des FGM	Inconvénients FGM
Réduction des concentrations de contraintes grâce à la variation progressive des propriétés mécaniques	Procédés de fabrication complexes nécessitant un contrôle précis du dosage des fibres
Absence d'interface nette entre les zones graduées 'ce qui améliore la répartition des charges.	Difficulté de caractérisation expérimentale du gradient de propriétés à travers l'épaisseur
Diminution du risque de délaminage par rapport aux composites stratifiés classiques (élimination du saut de propriétés).	Risque de formation de porosités ou de défauts lors de l'imprégnation des fibres
Optimisation du poids et de la rigidité en plaçant les fibres là où les sollicitations sont les plus élevées.	Coût de production plus élevé par rapport aux méthodes de stratification standards.
Amélioration de la ténacité et de la durabilité structurelle du matériau	Complexité de la modélisation numérique due à la variation continue des paramètres élastiques

1.3.7 Modélisation des propriétés :

Les propriétés des matériaux à gradient fonctionnel (FGM) dépendent directement de la fraction volumique de leurs constituants (fibres et matrice). Comme cette fraction varie progressivement le long de l'épaisseur (z), les propriétés mécaniques deviennent alors une fonction de la position.

La propriété mécanique locale du matériau peut être estimée à l'aide de la loi de mélange, qui permet d'exprimer une propriété effective en fonction de la fraction volumique de chaque phase :

$$P(z) = P_m V_m(z) + P_f V_f(z) \quad (4)$$

Où :

- $P(z)$: propriété effective du matériau à la position z (module d'Young E , coefficient de Poisson ν , etc.).
- P_m : propriété intrinsèque de la matrice.
- P_f : propriété intrinsèque des fibres.
- $V_m(z)$: fraction volumique de la matrice.
- $V_f(z)$: fraction volumique des fibres.

Sachant que la somme des fractions volumiques est égale à l'unité :

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

$$V_m(z) + V_f = 1 \quad (5)$$

Pour décrire la variation spatiale de ces constituants, le modèle le plus couramment utilisé est la loi de puissance (P-FGM). Dans ce cas, la fraction volumique des fibres est définie par :

$$V_f(z) = (z/h + 1/2)^n \quad (6)$$

En remplaçant cette expression dans la loi de mélange, la propriété mécanique $P(z)$ peut s'écrire sous la forme finale suivante :

$$P(z) = (P_f - P_m) (z/h + 1/2)^n + P_m \quad (7)$$

- h : représente l'épaisseur totale de la plaque.
- z : est la coordonnée suivant l'épaisseur ($0 \leq z \leq h$).
- n : est l'indice de gradient (paramètre de puissance) qui contrôle le profil de variation des propriétés à travers l'épaisseur du matériau.

Cette variation des propriétés mécanique influence directement la résistance de la structure

Il est donc important de comprendre comment ce gradient affecte l'endommagement du matériau

1.4 Notion sur endommagement :

1.4.1 Définition de l'endommagement :

L'endommagement peut être défini comme un processus progressif de dégradation d'un matériau soumis à des sollicitations mécaniques. Ce phénomène se traduit par l'apparition et la multiplication de défauts microscopiques à l'intérieur du matériau. Selon DragoslavKrajcinovic [16], l'endommagement correspond à l'augmentation de la taille ou du nombre de microfissures, ce qui entraîne une diminution progressive des caractéristiques mécaniques et peut conduire à la ruine de la structure.

À l'échelle macroscopique, ces mécanismes microscopiques se traduisent par une dégradation progressive des propriétés mécaniques du matériau.

Pour quantifier cet état de dégradation, on introduit généralement une variable scalaire d'endommagement notée D . Cette variable permet de mesurer la perte de résistance du matériau.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Dans le cas d'une sollicitation unidirectionnelle, l'endommagement est défini par la relation suivante :

$$D = \frac{S_D}{S} \quad (8)$$

Où :

- S : représente la section initiale de l'élément non endommagé.
- S_D : représente la surface totale des micro-défauts (vides ou fissures).

La valeur de cette variable évolue entre :

- $D = 0$: matériau sain (état initial sans aucun défaut).
- $0 < D < 1$: matériau endommagé (présence de microfissures).
- $D = 1$: rupture complète de l'élément.

Cette dégradation se manifeste physiquement par une réduction du module d'élasticité. Le module d'Young effectif du matériau endommagé peut alors être exprimé par la relation suivante :

$$\tilde{E} = E (1 - D) \quad (9)$$

Où :

- E : est le module d'Young du matériau vierge (non endommagé).
- $\tilde{E}$: est le module d'Young résiduel après endommagement.

1.4.2 Les mécanismes d'endommagement :

L'endommagement des matériaux à gradient de fibres se manifeste par trois mécanismes principaux :

- 1. Fissuration de la matrice :** C'est le début de la dégradation dans la phase liante.
- 2. Décohésion fibre-matrice :** C'est la perte d'adhérence entre les fibres et la matrice.
- 3. Rupture des fibres :** C'est l'étape finale qui conduit à la rupture de la structure.

L'accumulation de ces micro-défauts conduit à la formation d'une fissure macroscopique, qui évolue de la phase d'initiation vers la phase de propagation.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

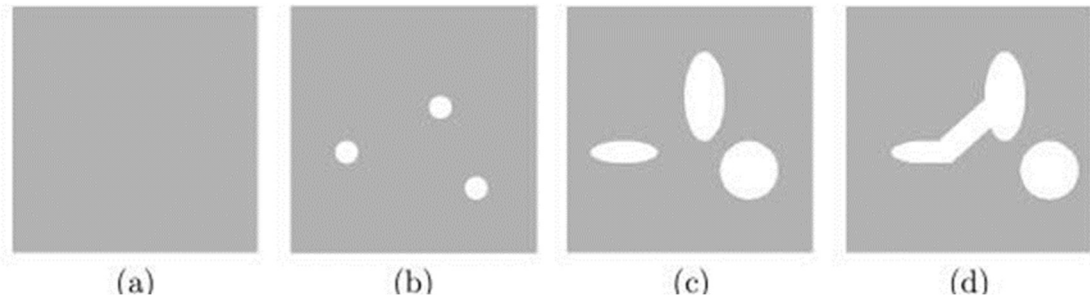


Figure 1-10 Représentation schématique des étapes de l'endommagement ductile : (a) matériau sain, (b) germination, (c) croissance et (d) coalescence des microcavités [17].

1.4.3 Les phases d'évolution d'une fissure :

1.4.3.1 L'initiation :

L'initiation correspond à l'apparition de la première fissure macroscopique. Dans les matériaux à gradient (FGM), elle se produit généralement dans les zones où la concentration des contraintes est maximale. Cette phase marque le passage de l'endommagement diffus à la formation d'une fissure localisée à l'échelle macroscopique.

1.4.3.2 La propagation :

La propagation correspond à l'extension de la fissure à travers le matériau. Dans le cas d'un gradient de fibres, la vitesse et la trajectoire de propagation dépendent directement de la variation des propriétés mécaniques selon l'épaisseur (z). Cette dégradation continue de la rigidité conduit finalement à la rupture totale de la structure.

1.4.4 Les modes de rupture :

La propagation d'une fissure dans un matériau peut se produire selon différents modes de déplacement des surfaces de la fissure. En mécanique de la rupture, on distingue généralement trois modes fondamentaux de propagation. Ces modes peuvent également apparaître sous forme de modes mixtes lorsqu'ils se combinent entre eux.

- **Mode I (mode d'ouverture)**

Dans ce mode, les surfaces de la fissure s'écartent l'une de l'autre selon une direction perpendiculaire au plan de la fissure.

- **Mode II (mode de glissement)**

Les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan suivant une direction perpendiculaire au front de fissure.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

- **Mode III (mode de déchirement)**

Dans ce cas, les surfaces de la fissure glissent l'une par rapport à l'autre suivant une direction parallèle au front de fissure.

Ces trois modes fondamentaux sont généralement représentés schématiquement afin d'illustrer les différents mécanismes de propagation d'une fissure [2].

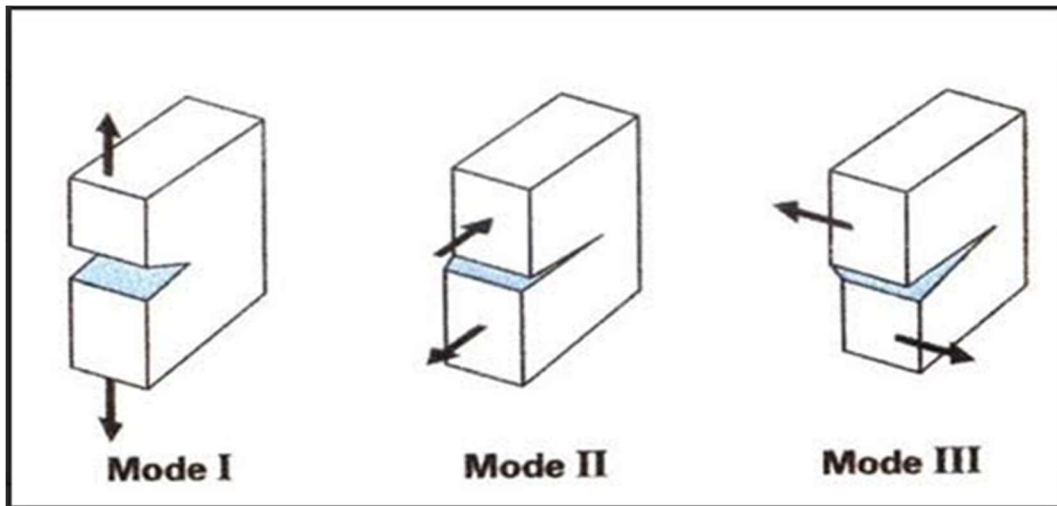


Figure 1-11 Représentation schématique des trois modes fondamentaux de rupture [2].

L'étude de l'endommagement et de la propagation des fissures dans les structures nécessite l'utilisation de méthodes numériques capables de modéliser le comportement mécanique des matériaux. Parmi ces méthodes, la méthode des éléments finis (MEF) constitue un outil largement utilisé pour l'analyse des structures.

1.5 Méthode des éléments finis :

1.5.1 Principe fondamental de la méthode

La Méthode des Éléments Finis (MEF) est une technique numérique d'approximation par sous-domaines. Son principe repose sur la subdivision d'une structure de géométrie complexe en un grand nombre de domaines élémentaires de formes simples, appelés éléments finis, interconnectés entre eux par des points appelés nœuds [18].

L'idée centrale de cette méthode consiste à modéliser le comportement mécanique de chaque élément de manière isolée, puis à les assembler afin de former un système global. En utilisant des approximations locales des variables inconnues (les déplacements), la MEF

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

permet de transformer les équations aux dérivées partielles régissant le milieu continu en un système d'équations algébriques linéaires de la forme :

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (10)$$

Où $[K]$ représente la matrice de rigidité globale, $\{U\}$ le vecteur des déplacements nodaux et $\{F\}$ le vecteur des forces appliquées. Ce système est ensuite résolu numériquement afin d'obtenir les déplacements à chaque nœud, permettant ainsi de déterminer les déformations et les contraintes au sein de la structure [18].

Afin de concrétiser ce principe théorique et de résoudre le système algébrique global pour l'étude des structures à gradient de fibres, la mise en œuvre de la MEF suit une démarche systématique composée de plusieurs étapes clés.

1.5.2 Étapes de la méthode des éléments finis :

1. Création du maillage :

Définir la géométrie de la structure en déterminant les nœuds et les éléments. Dans les structures à gradient de fibres, le maillage doit être suffisamment raffiné pour capturer la variation spatiale des propriétés.

2. Évaluation élémentaire :

Établir pour chaque élément sa matrice de rigidité $[K^e]$ reliant les déplacements nodaux $\{U^e\}$ aux forces appliquées $\{F^e\}$:

$$[K^e]\{U^e\} = \{F^e\} \quad (11)$$

Ici, les propriétés de chaque élément sont calculées selon le taux local de fibres.

3. Assemblage global :

Combiner les matrices et vecteurs élémentaires afin de former le système global :

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (12)$$

Et satisfaire ainsi les conditions d'équilibre aux nœuds.

4. Application des conditions aux limites :

Modifier le système global afin de prendre en compte les conditions de fixation et les chargements appliqués à la structure.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

5. Résolution numérique :

Résoudre le système global afin de déterminer les déplacements $\{U\}$ aux nœuds.

6. Calcul des résultats (post-traitement) :

Déterminer les déformations, les contraintes et les réactions aux nœuds.

Par ailleurs, la MEF est implémentée dans divers logiciels de calcul permettant de traiter des problèmes complexes. Parmi les codes de calcul les plus utilisés, on peut citer ABAQUS et ANSYS [18].

Toutefois, malgré l'efficacité de cette procédure pour l'analyse des structures saines, l'apparition d'une fissure dans un milieu à gradient de fibres impose des contraintes géométriques importantes. Dans ce cas, la MEF classique atteint ses limites techniques, rendant la simulation de la propagation des fissures complexe et coûteuse en raison de la nécessité du remaillage.

1.5.3 Limites de la MEF classique et nécessité du remaillage :

Malgré la puissance de la méthode des éléments finis classique, elle présente des limites importantes lorsqu'il s'agit de modéliser des structures contenant des fissures en propagation. Ses principales contraintes sont les suivantes :

• Dépendance vis-à-vis du maillage :

Dans la MEF classique, la fissure doit obligatoirement coïncider avec les bords des éléments. Le maillage doit donc être suffisamment fin et précis autour de la pointe de fissure afin de capturer correctement les fortes concentrations de contraintes.

• Le remaillage obligatoire (Remeshing) :

Il s'agit de l'inconvénient le plus important. Lorsqu'une fissure se propage, sa géométrie change à chaque incrément de calcul. Pour suivre cette évolution, la méthode impose de supprimer l'ancien maillage et de générer un nouveau maillage adapté à la nouvelle configuration de la fissure.

• Coût de calcul élevé :

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Ce processus de remaillage répétitif augmente considérablement le temps de calcul et la complexité numérique, rendant la simulation de la propagation des fissures plus lente et difficile à automatiser.

Les limites de la méthode des éléments finis classique dans la modélisation des fissures, notamment la nécessité du remaillage lors de leur propagation, ont conduit au développement de méthodes numériques plus avancées. Parmi celles-ci, la méthode des éléments finis étendue (XFEM), associée au modèle de zone cohésive (CZM) et à certaines sous-routines comme USDFLD, permet de mieux représenter l'endommagement et la propagation des fissures. Ces approches seront présentées dans le chapitre suivant.

1.6 Conclusion :

En conclusion, ce vaste tour d'horizon bibliographique nous a permis de consolider les bases théoriques indispensables à l'analyse de notre problématique. Nous avons pu constater que si les matériaux composites classiques offrent des propriétés exceptionnelles, leur performance reste souvent limitée par les faiblesses de l'interface et les risques de déstratification brutale.

L'étude des matériaux à gradient fonctionnel (FGM) a mis en évidence une alternative prometteuse. En remplaçant les interfaces nettes par une transition graduelle des propriétés dans notre cas, un gradient de densité de fibres au sein des couches il est possible d'optimiser la distribution des contraintes et de retarder l'apparition des dommages. Nous avons identifié les lois de modélisation de ces propriétés et les avantages mécaniques qu'elles procurent en termes de durabilité et de résistance.

Par ailleurs, l'analyse des mécanismes d'endommagement (initiation et propagation) nous a rappelé la complexité des phénomènes de rupture dans ces milieux hétérogènes. La revue de la méthode des éléments finis (MEF) classique a confirmé que, malgré sa robustesse pour les problèmes élastiques linéaires, elle peine à traiter efficacement les discontinuités mobiles sans un coût computationnel élevé lié au remaillage permanent de la pointe de fissure.

Ce constat constitue le point de départ de notre démarche de modélisation. Les limites identifiées ici justifient le passage vers des approches numériques avancées. Ainsi, pour simuler avec précision le comportement hétérogène induit par le gradient de fibres et prédire la trajectoire des fissures, il devient nécessaire d'adopter la méthode des éléments finis

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

étendue (XFEM) couplée au modèle de zone cohésive (CZM). L'implémentation de ces outils, assistée par la programmation de sous-routines de type USDFLD, fera l'objet de l'étude détaillée présentée dans le chapitre suivant.

2 Chapitre 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

2.1 Introduction :

Ce deuxième chapitre, intitulé « Méthodes numériques avancées pour la modélisation de la fissuration », constitue le pilier méthodologique de notre étude. Il a pour objectif de détailler les outils de simulation et les approches numériques sophistiquées qui seront déployés pour analyser le comportement complexe des matériaux à gradient fonctionnel (FGM). La modélisation de la rupture dans de tels milieux hétérogènes nécessite de s'affranchir des limitations des méthodes conventionnelles afin de garantir une précision optimale des résultats.

Dans un premier temps, nous porterons une analyse approfondie sur la Méthode des Éléments Finis Étendue (XFEM). Nous explorerons sa définition, son principe fondamental ainsi que sa formulation mathématique basée sur l'enrichissement des fonctions de forme. Cette section mettra en évidence les avantages stratégiques de la XFEM, notamment sa capacité inédite à modéliser des discontinuités — telles que les fissures — sans nécessiter un remaillage fastidieux et coûteux en temps de calcul lors de leur propagation.

Ensuite, nous introduirons le Modèle de Zone Cohésive (CZM) comme outil complémentaire pour l'étude de l'intégrité structurelle. Nous détaillerons son principe de fonctionnement ainsi que la loi de traction-séparation, qui est essentielle pour décrire physiquement l'amorçage et l'évolution de l'endommagement au sein de l'interface. Ce modèle permet de simuler avec finesse la dégradation progressive des propriétés mécaniques avant la séparation totale des surfaces de rupture.

Enfin, ce chapitre traitera de l'aspect programmation à travers l'implémentation de la sous-routine USDFLD (User Defined Field). Nous définirons son rôle crucial dans l'environnement Abaqus, en expliquant son principe d'utilisation pour la définition de variables de champ personnalisées. Cette partie est particulièrement importante pour notre travail, car elle expose comment la sous-routine USDFLD est appliquée aux matériaux FGM pour intégrer numériquement le gradient de propriétés induit par la variation de la densité de

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

fibres. L'ensemble de ces méthodes forme le socle technique indispensable à la mise en œuvre de nos simulations numériques.

2.2 Méthode des éléments finis étendue (XFEM) :

2.2.1 Définition de la XFEM :

La méthode des éléments finis étendue, connue sous l'acronyme XFEM (eXtended Finité Elément Method), est une extension de la méthode des éléments finis classique développée afin d'améliorer la modélisation des discontinuités dans les structures, notamment la présence et la propagation des fissures dans les matériaux.

Dans la méthode des éléments finis classique, la modélisation d'une fissure nécessite généralement un maillage adapté à la géométrie de celle-ci. Lorsque la fissure se propage, il devient alors nécessaire de modifier le maillage pour suivre son évolution, ce qui entraîne des opérations de remaillage répétitives et augmente le coût de calcul.

La méthode XFEM a été introduite pour surmonter cette limitation et permettre la simulation des fissures sans modifier le maillage initial du domaine. Elle repose sur l'utilisation d'un maillage standard dans lequel certains éléments traversés par une fissure sont enrichis par des degrés de liberté supplémentaires afin de représenter un champ de déplacement discontinu de part et d'autre de la fissure [19]. Cette capacité est particulièrement avantageuse pour notre étude sur le gradient de fibres, car elle permet de modéliser la croissance de la fissure tout en conservant une discrétisation fixe qui définit la variation continue des propriétés mécaniques liées au taux de fibres

Grâce à cette approche, la XFEM permet de modéliser plus efficacement les phénomènes de fissuration et constitue aujourd'hui une méthode largement utilisée en mécanique de la rupture pour analyser la propagation des fissures dans différents types de matériaux.

Afin de mieux comprendre le fonctionnement de cette méthode et la manière dont elle permet de modéliser les fissures sans modification du maillage, il est nécessaire de présenter son principe de base.

2.2.2 Principe de la méthode XFEM :

Le principe de la méthode XFEM repose sur l'enrichissement des fonctions d'approximation utilisées dans la méthode des éléments finis classique. Contrairement à la FEM classique, où la fissure

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

doit coïncider avec les bords des éléments du maillage, la XFEM permet de représenter la fissure à l'intérieur même des éléments sans modifier le maillage initial.

Dans cette approche, le domaine étudié est discrétisé à l'aide d'un maillage standard qui reste indépendant de la présence de la fissure. Cette indépendance est cruciale pour la modélisation du gradient de fibres, car elle permet de maintenir la distribution spatiale des propriétés mécaniques définie initialement dans le maillage. Lorsque celle-ci traverse certains éléments, la méthode XFEM introduit des fonctions supplémentaires au niveau des nœuds situés autour de la fissure afin de représenter la discontinuité du champ de déplacement.

On distingue généralement deux types d'enrichissement :

- **Enrichissement par la fonction de saut (fonction de Heaviside)**

Ce type d'enrichissement est utilisé pour les éléments complètement traversés par la fissure. Il permet de représenter la discontinuité du déplacement entre les deux faces de la fissure.

- **Enrichissement au voisinage de la pointe de fissure**

Ce second type concerne les éléments situés autour de la pointe de la fissure. Des fonctions particulières sont utilisées afin de reproduire le comportement singulier du champ de contraintes dans cette zone.

Grâce à ce principe d'enrichissement, la fissure peut être représentée indépendamment du maillage et sa propagation peut être simulée sans opérations de remaillage répétitives. Cette caractéristique constitue l'un des principaux avantages de la méthode XFEM pour la modélisation numérique des phénomènes de rupture.

2.2.3 Formulation mathématique de la XFEM :

La formulation mathématique de la méthode XFEM repose sur l'enrichissement du champ de déplacement de la méthode des éléments finis classique. Cette approche permet d'introduire explicitement les discontinuités liées à la présence d'une fissure sans modifier le maillage initial du domaine. Contrairement à la méthode des éléments finis classique, où la géométrie de la fissure doit coïncider avec les frontières des éléments, la méthode XFEM permet de représenter la fissure indépendamment du maillage en ajoutant des fonctions d'enrichissement appropriées [20].

Dans cette approche, le domaine étudié est discrétisé à l'aide d'un maillage standard et la fissure est introduite de manière indépendante. Les nœuds situés à proximité de la fissure sont enrichis par des fonctions supplémentaires afin de représenter les effets de la

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

discontinuité du champ de déplacement ainsi que le comportement singulier au voisinage de la pointe de fissure. Cette stratégie d'enrichissement repose sur le concept de la partition de l'unité, qui permet d'ajouter localement des fonctions supplémentaires aux fonctions de forme classiques [21]

Ainsi, le champ de déplacement approché dans la méthode XFEM peut être exprimé par l'équation suivante :

$$u(x) = \sum_{i \in I} N_i(x) u_i + \sum_{j \in J} N_j(x) H(x) a_j + \sum_{m \in M} N_m(x) \left(\sum_{k=1}^4 F_k(x) b_m^k \right) \quad (13)$$

Où $N_i(x)$ représente les fonctions de forme classiques de la méthode des éléments finis, u_i les déplacements nodaux standards, tandis que a_j et b_k^i correspondent aux degrés de liberté supplémentaires associés aux fonctions d'enrichissement [19].

La fonction de Heaviside est utilisée pour modéliser la discontinuité du champ de déplacement entre les deux faces de la fissure. Elle permet de représenter mathématiquement la séparation du matériau de part et d'autre du plan de fissure. Cette fonction est généralement définie par l'expression suivante :

$$H(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1 & \text{si } (x - x^*) \cdot n < 0 \end{cases} \quad (14)$$

Où ϕ représente une fonction de niveau permettant de localiser la position de la fissure dans le domaine étudié [21].

En plus de cette discontinuité, la méthode XFEM prend également en compte le comportement singulier des contraintes au voisinage de la pointe de fissure. En mécanique de la rupture, le champ de déplacement autour de la pointe de fissure présente une singularité caractéristique qui peut être représentée à l'aide de fonctions asymptotiques. Ces fonctions d'enrichissement sont généralement exprimées sous la forme suivante :

$$F_j = \left\{ \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right\} \quad (15)$$

Où r et θ sont les coordonnées polaires définies par rapport à la pointe de fissure. Ces fonctions permettent de reproduire correctement le comportement singulier du champ de déplacement et des contraintes dans cette zone critique [21].

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

Grâce à l'introduction de ces fonctions d'enrichissement, la méthode XFEM permet de modéliser la présence et la propagation des fissures sans nécessiter d'opérations de remaillage. Cette caractéristique constitue l'un des principaux avantages de cette méthode par rapport à la méthode des éléments finis classique [20].

Cette approche d'enrichissement est illustrée à la figure (2.1)

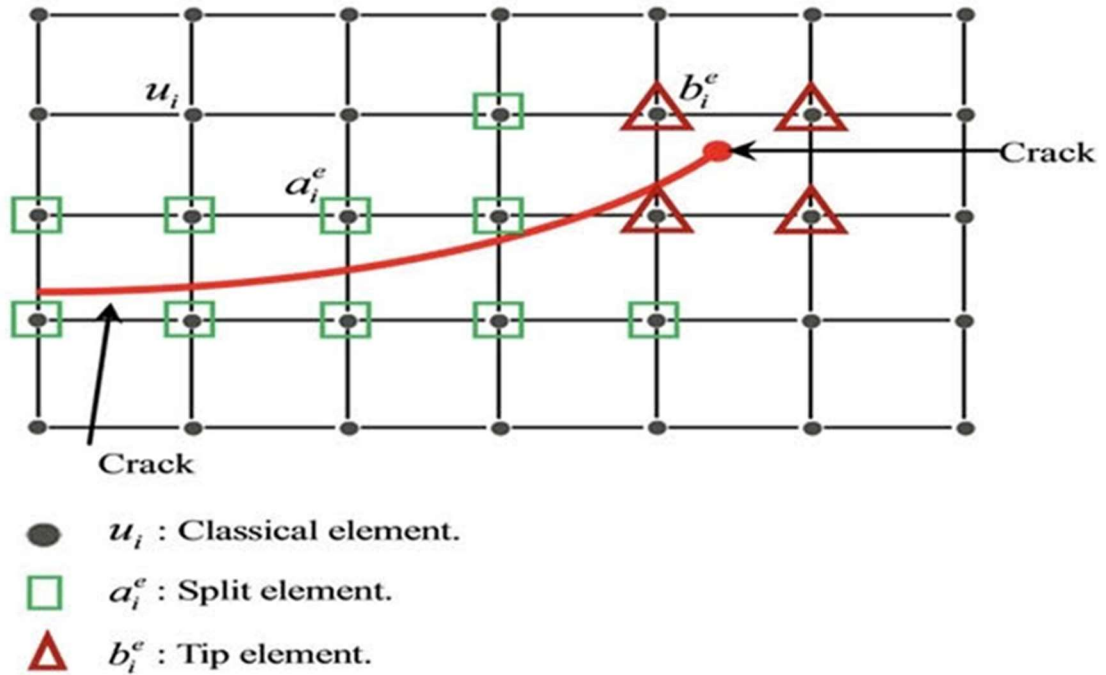


Figure 2-1 Illustration des différents types d'éléments et des degrés de liberté supplémentaires dans un maillage XFEM [22].

Ainsi, la formulation mathématique de la méthode XFEM permet de représenter efficacement les discontinuités ainsi que le comportement singulier au voisinage des fissures. Grâce à ces caractéristiques, cette méthode présente plusieurs avantages par rapport à la méthode des éléments finis classique, notamment dans l'analyse de la propagation des fissures. Ces avantages seront présentés dans la section suivante.

2.2.4 Les avantages de la méthode XFEM :

La méthode des éléments finis étendue présente plusieurs avantages par rapport à la méthode des éléments finis classique, notamment dans l'analyse des problèmes de fissuration et de propagation des fissures dans les structures.

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

Indépendance vis-à-vis du maillage :

La fissure peut être représentée à l'intérieur des éléments sans que le maillage doive coïncider avec sa géométrie, ce qui offre une plus grande flexibilité dans la modélisation. Cette caractéristique est primordiale pour notre étude, car elle permet de conserver la définition du gradient de fibres intacte malgré le passage de la fissure.

• Suppression du remaillage

Contrairement à la méthode des éléments finis classique, la XFEM permet de simuler la propagation des fissures sans modifier le maillage initial du domaine.

• Réduction du coût de calcul

L'absence d'opérations de remaillage répétitives permet de réduire le temps de calcul et d'améliorer l'efficacité des simulations numériques.

• Meilleure représentation des singularités

Les fonctions d'enrichissement introduites au voisinage de la pointe de fissure permettent de reproduire plus correctement le comportement singulier du champ de contraintes dans cette zone.

• Large domaine d'application :

La méthode XFEM peut être appliquée à différents types de matériaux et de structures, notamment les métaux, les composites et les matériaux à gradient de fibres (FGM).

2.2.5 Illustration de la méthode X-FEM :

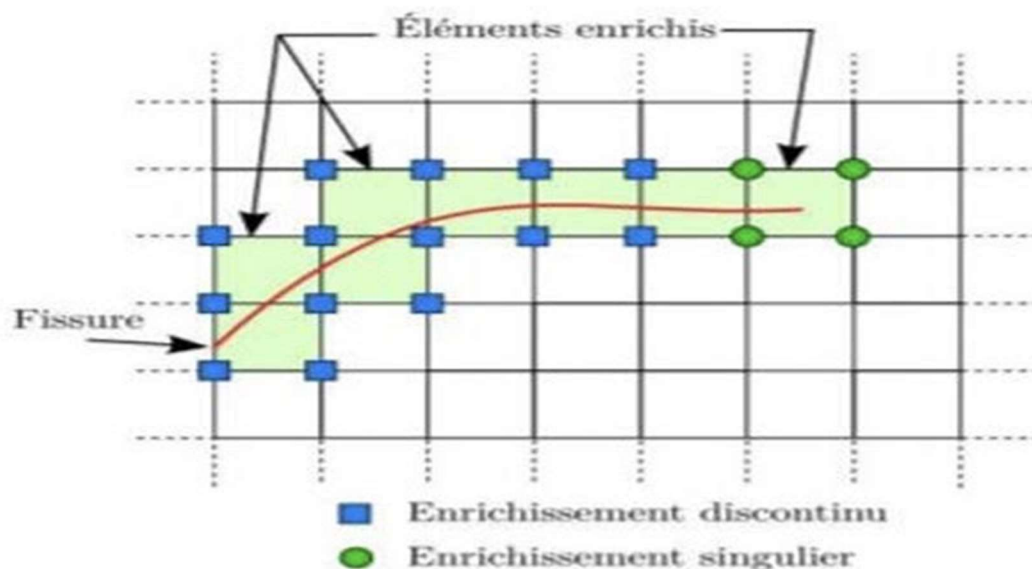


Figure 2-2 Illustration de l'enrichissement nodal pour une fissure traversant un maillage XFEM [19]

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

La méthode XFEM permet de représenter une fissure directement à l'intérieur du maillage sans modifier celui-ci. Contrairement à la méthode des éléments finis classique, où le maillage doit suivre la géométrie de la fissure, ici la fissure peut traverser les éléments librement.

Dans cette approche, le maillage reste inchangé ce qui est indispensable pour maintenir la distribution précise du gradient de fibres et l'effet de la fissure est pris en compte en ajoutant un enrichissement au niveau de certains nœuds. On distingue principalement deux types d'enrichissement : un enrichissement le long de la fissure permettant de représenter le saut de déplacement entre ses deux faces, et un enrichissement au voisinage de la pointe de fissure pour mieux décrire la concentration des contraintes.

La figure suivante illustre que la fissure traverse les éléments sans modifier leur forme. Seuls les nœuds proches de la fissure sont enrichis afin de tenir compte de ce phénomène. Cette méthode permet ainsi de simuler la propagation des fissures sans avoir recours au remaillage, ce qui simplifie l'analyse.

Après avoir présenté la méthode XFEM, qui permet de modéliser la propagation des fissures indépendamment du maillage, il est nécessaire d'introduire une autre approche utilisée en mécanique de la rupture. En effet, la méthode XFEM permet de représenter la fissure, mais ne décrit pas toujours de manière explicite le comportement de l'ouverture de celle-ci.

Dans ce contexte, le modèle de zone cohésive (Cohésive Zone Model – CZM) constitue une approche complémentaire. Il permet de décrire le comportement mécanique au niveau de la zone de fissuration, notamment la relation entre les contraintes et l'ouverture de la fissure.

2.3 Modelé de zone cohésive CZM :

2.3.1 Définition du modèle CZM :

Les modèles de zones cohésives (Cohésive Zone Model – CZM) sont utilisés pour mieux décrire les mécanismes de rupture dans les matériaux, en particulier au voisinage de la pointe de fissure. Ils ont été introduits afin de représenter plus précisément les champs de contraintes et de déformations dans cette zone critique [23] [24].

Contrairement à la théorie classique de la rupture, ces modèles permettent de prendre en compte l'initiation des fissures ainsi que l'existence d'une zone de microfissuration située

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

en amont de la pointe de fissure [24]. Cette zone, appelée zone cohésive ou zone de processus de rupture, joue un rôle important notamment dans les matériaux quasi-fragiles.

Dans ce cadre, la zone de microfissuration est modélisée comme une interface fictive à l'intérieur du matériau. Le long de cette interface, le champ de déplacement peut présenter des discontinuités tout en assurant la transmission des efforts. Ainsi, la zone cohésive représente une transition progressive entre le matériau intact et le matériau complètement rompu [24].

Dans le cadre de notre étude, ce modèle est essentiel pour représenter l'adhésion (l'interface) entre les composants de la structure assemblée. La zone cohésive agit ici comme une couche de liaison dont les propriétés mécaniques (comme la résistance et l'énergie de rupture) varient localement en fonction du gradient de fibres.

2.3.2 Principe du modèle CZM :

Le principe du modèle CZM repose sur la représentation du comportement mécanique au niveau de la zone cohésive à l'aide d'une relation entre la contrainte et l'ouverture de la fissure, appelée loi traction-séparation. Cette approche permet de décrire l'évolution du matériau depuis un état intact jusqu'à la rupture complète [25] [26].

Au début du chargement, le matériau présente un comportement quasi linéaire, où les contraintes et les déformations sont réparties de manière uniforme. Lorsque la contrainte atteint une valeur maximale, des microfissures commencent à apparaître et à se localiser dans une zone bien définie [26].

Ensuite, une phase d'adoucissement se produit, caractérisée par une diminution progressive des contraintes tandis que l'ouverture de la fissure augmente. Durant cette phase, la réponse du matériau n'est plus décrite par une relation contrainte-déformation classique, mais plutôt par une relation entre la contrainte et l'ouverture de la fissure [26].

Cette représentation permet de modéliser de manière plus réaliste le processus de rupture, en tenant compte de l'énergie dissipée dans la zone cohésive et de l'évolution progressive de l'endommagement. Dans notre cas, cette énergie de rupture n'est pas constante ; elle dépend directement de la fraction volumique des fibres le long du gradient.

Le principe de la zone cohésive et la relation traction - séparation sont illustrés à la figure (2.3)

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

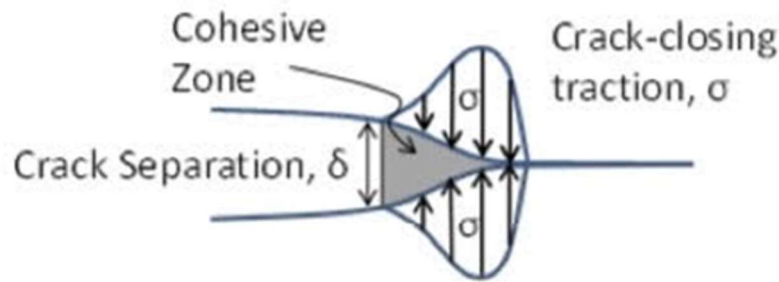


Figure 2-3 Représentation de la zone de transition (zone cohésive) en tête de fissure [22].

À fin de modéliser mathématiquement ce comportement, il est nécessaire d'étudier en détail la formulation de cette loi traction-séparation, qui définit la réponse de l'interface.

2.3.3 Loi traction-séparation :

La loi traction-séparation constitue l'élément central du modèle de zone cohésive (CZM). Elle permet de décrire la relation entre la contrainte transmise à travers l'interface et l'ouverture de la fissure. Contrairement aux approches classiques basées sur la contrainte-déformation, cette loi s'exprime en fonction du déplacement relatif entre les deux faces de la fissure.

Dans sa forme la plus simple, la relation traction-séparation peut être exprimée par :

$$\sigma = K \cdot \delta \quad (16)$$

Où :

σ Représente la contrainte cohésive.

δ L'ouverture de la fissure, et K la rigidité initiale de la zone cohésive. Dans le cas des matériaux à gradient de fibres, ces paramètres mécaniques (K et $\sigma_{\max}$) ne sont pas constants ; ils varient localement en fonction de la fraction volumique des fibres.

L'initiation de l'endommagement commence lorsque la contrainte cohésive atteint une valeur seuil, appelée résistance maximale à la traction ($\sigma_{\max}$). Une fois ce critère atteint, la rigidité du matériau commence à décroître.

Lorsque l'ouverture atteint une valeur critique, l'endommagement apparaît et la contrainte diminue progressivement jusqu'à l'annulation complète. Cette évolution peut être représentée à l'aide d'une variable d'endommagement D :

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

$$\sigma = (1 - D)K\delta \quad (17)$$

Où D varie entre 0 (matériau intact) et 1 (rupture complète).

Cette loi permet ainsi de décrire de manière réaliste le passage d'un état intact à la rupture, en tenant compte de la dégradation progressive de la rigidité. Elle est particulièrement adaptée à l'étude des structures renforcées par un gradient de fibres, où les propriétés mécaniques varient continuellement, ce qui influence directement le comportement de la zone cohésive et le processus de fissuration [22].

Cette évolution est illustrée par la courbe traction-séparation présentée à la figure (2.4).

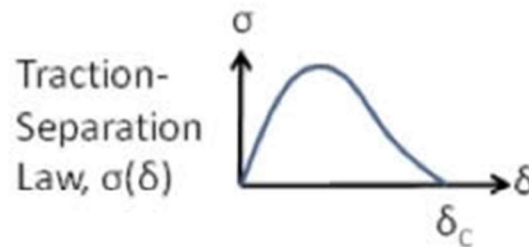


Figure 2-4 Allure typique d'une loi de comportement traction-séparation [22].

Cette transition progressive d'un comportement sain à un état endommagé nécessite de définir rigoureusement les critères mathématiques qui régissent l'initiation et l'évolution de cet endommagement.

2.3.4 Initiation et évolution de l'endommagement :

L'endommagement dans le modèle CZM correspond à la dégradation progressive des propriétés mécaniques au niveau de la zone cohésive. Ce phénomène apparaît lorsque la contrainte atteint une valeur critique, marquant ainsi le début de l'initiation de l'endommagement. Dans le cadre de notre travail, ce seuil d'initiation n'est pas uniforme ; il varie localement en fonction du gradient de fibres, ce qui rend la résistance à la fissuration dépendante de la position dans le matériau.

Au stade initial, le matériau se comporte de manière quasi élastique et la relation traction-séparation reste linéaire. Lorsque la contrainte maximale est atteinte,

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

l'endommagement s'amorce et les premières microfissures apparaissent au niveau de l'interface (au niveau de l'interface de la structure).

Par la suite, une phase d'évolution de l'endommagement se développe, caractérisée par une diminution progressive de la contrainte avec l'augmentation de l'ouverture de la fissure. Cette phase traduit une perte de rigidité du matériau jusqu'à atteindre un état de rupture complète. L'énergie nécessaire pour cette évolution est directement liée à la fraction volumique locale des fibres illustrant ainsi l'effet de renforcement variable produit par le gradient.

2.4 Implémentation de la subroutine USDFLD :

2.4.1 Définition et rôle de la subroutine USDFLD :

La subroutine USDFLD (User Subroutine to Define Field Variables) est une interface de programmation intégrée dans le code de calcul par éléments finis Abaqus/Standard. Elle permet à l'utilisateur de définir des variables de champ (Field Variables) personnalisées qui peuvent varier en fonction de la position spatiale, du temps ou de tout autre paramètre calculé.

Dans le cadre de ce travail, le rôle principal de la subroutine USDFLD est de modéliser l'hétérogénéité du matériau. Elle sert de pont numérique pour introduire le gradient de fibres directement au sein du modèle numérique. Son exécution permet d'ajuster les propriétés mécaniques de manière locale et dynamique durant le processus de calcul, ce qui est indispensable pour simuler fidèlement le comportement des matériaux à gradient fonctionnel.

2.4.2 Principe d'utilisation de USDFLD :

Le principe de fonctionnement de la subroutine USDFLD repose sur un appel systématique à chaque point d'intégration (Intégration Point) de tous les éléments du modèle à chaque incrément de calcul. Le processus se déroule selon les étapes suivantes :

1. Récupération des coordonnées : Le programme identifie la position spatiale (X, Y, Z) du point d'intégration actuel.

2. Définition de la Variable de Champ (FV) : À l'aide d'un code écrit en Fortran, l'utilisateur définit une variable (Field Variable 1) qui dépend directement de ces coordonnées. Dans notre cas, elle représente la distribution locale des fibres.

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

3. Actualisation des propriétés : Une fois la valeur de FV calculée, Abaqus l'utilise pour ajuster automatiquement les propriétés mécaniques (définies au préalable dans le module Property avec l'option Dependencies).

Ce mécanisme permet de transformer un modèle initialement homogène en un modèle hétérogène où les caractéristiques de l'interface (CZM) varient point par point en suivant la loi de distribution imposée.

2.4.3 Application d'USDFLD à la modélisation du gradient de fibres :

L'application de la subroutine USDFLD permet de simuler le comportement hétérogène des matériaux à gradient de fibres. Cette implémentation repose sur deux équations fondamentales :

1. Calcul de la fraction volumique locale (Vf) :

$$V_f(y) = V_{fmin} + (V_{fmax} - V_{fmin}) * [(y - y_{min}) / (y_{max} - y_{min})] \quad (18)$$

2. Actualisation des paramètres de la zone cohésive (CZM) :

$$K(y) = K_0 \cdot V_{f(y)} \sigma_{max}(y) = \sigma_0 \cdot V_f \quad (19)$$

L'utilisation de ces relations permet de coupler la variation de la densité de fibres avec les propriétés de rupture de l'interface, ce qui permet de prédire l'amorçage et la progression de la fissure en fonction de l'hétérogénéité du matériau.

2.5 Conclusion :

En conclusion, ce deuxième chapitre nous a permis d'approfondir les concepts méthodologiques et les outils numériques de pointe qui forment le cœur de notre approche de modélisation. À travers l'étude détaillée de la méthode XFEM et du modèle CZM, nous avons établi un cadre théorique et numérique robuste, capable de simuler l'amorçage et la propagation des fissures tout en s'affranchissant des contraintes liées au remaillage de la pointe de fissure, inhérentes à la méthode des éléments finis classique.

L'intégration de la subroutine USDFLD s'est révélée être une étape déterminante de ce dispositif. Elle offre la flexibilité nécessaire pour traduire mathématiquement et numériquement l'hétérogénéité spatiale du matériau, permettant ainsi de représenter fidèlement le gradient de fibres au sein des couches. Cette synergie entre la XFEM, le modèle

CHAPITRE 2 : METHODES NUMERIQUES AVANCEES POUR LA MODELISATION DE LA FISSURATION

cohésif et la programmation utilisateur permet de capturer les phénomènes physiques complexes liés à la rupture dans les structures à gradient de propriétés.

La maîtrise et la compréhension de ces outils numériques nous permettent désormais de passer de la phase de conception méthodologique à la phase d'application pratique. Nous disposons maintenant de tous les leviers nécessaires pour construire un modèle numérique capable de prédire avec fiabilité la réponse mécanique de nos structures.

Par conséquent, le chapitre suivant sera dédié à la mise en œuvre concrète de ces approches. Il présentera en détail le modèle numérique retenu, les caractéristiques géométriques et matérielles, ainsi que les conditions de simulation imposées. Enfin, nous procéderons à une analyse rigoureuse et une discussion approfondie des résultats obtenus afin de valider nos hypothèses de travail.

3 Chapitre 03 :

3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la modélisation numérique et à l'analyse du comportement d'une plaque en aluminium AL2024-T3 renforcée par un patch composite à gradient fonctionnel (FGM). La modélisation est réalisée sous ABAQUS en combinant la méthode des éléments finis étendus (XFEM) pour la simulation de l'amorçage et de la propagation des fissures, ainsi que le modèle de zone cohésive (CZM) pour la prédiction du décollement de l'interface adhésive. Trois concepts de bi-gradation du patch composite sont proposés et étudiés afin d'évaluer l'influence de la distribution des propriétés mécaniques suivant l'épaisseur sur les performances du renforcement. Après la présentation de la géométrie, des propriétés des matériaux, des modèles numériques et de la stratégie de maillage, les résultats obtenus sont analysés à travers les courbes force-déplacement, l'évolution du décollement, la propagation des fissures, les contours PHILSM issus de la technique XFEM ainsi que la distribution des contraintes de Von Mises, dans le but d'identifier la conception offrant les meilleures performances mécaniques.

3.2 Modélisation numérique des assemblages collés et des propriétés des matériaux :

La structure est en plaque entaillée renforcée par un patch en composite (figure 3-1), la plaque est en aluminium de AL2024-T3, d'un comportement élastique-plastique [36], d'une dimension de 150mm, 50 mm et de 2mm respectivement de longueur, largeur et épaisseur, ces dimensions ont été choisies dans le but de provoquer l'endommagement simultanément de l'adhésif en décollement et de la plaque en fissuration, au niveau central de la plaque, un entaille de forme circulaire et d'une dimension fixe de $r=10\text{mm}$, est choisie dans le but de provoquer et localiser l'endommagement par amorçage et propagation de fissure, les conditions de chargement sont appliquées sur les sections transversales aux extrémités de la plaque, avec d'une côté sous forme d'un déplacement imposé de 2mm, est fixée de l'autre cote en trois direction $U_x=U_y=U_z=0$.

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

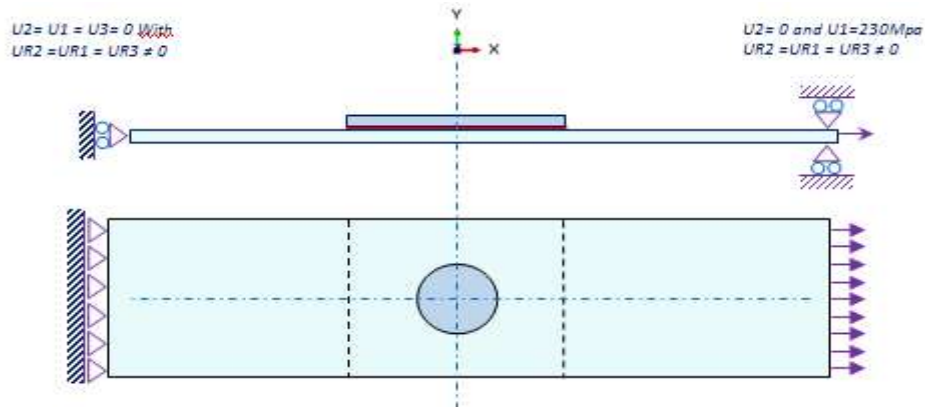


Figure 3-1 Présentation du modèle géométrique (Abaqus)

Le patch en composite présente dans cette analyse un effet par sa conception sur l'évaluation de la réponse de la structure au chargement jusqu'à son endommagement, trois différents concepts de graduation du renfort en composite sont gradués suivant l'épaisseur par une fonction de FGM, par même densité de fibres dans la matrice le concept de graduation se fait seulement entre la qualité des fibres, qui se fait à l'aide d'un rapprochement numérique par image et à l'échelle des fibre, un possible arrangement ordonné des fibres est présenté dans la figure 3-2, Les deux qualités de fibres graduées dans chaque couche du patch sont numériquement formulées par une rangée d'éléments finis d'une épaisseur qui dépasse le 0.2mm.

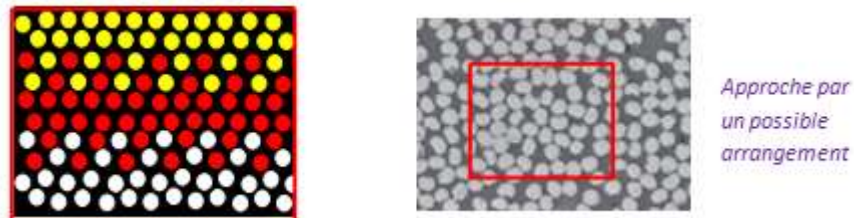


Figure 3-2 Arrangement des fibres en Aramide prise à 100µm[61]

le joint d'adhésif est de qualité de cohésive AV138, avec un comportement jusqu'à son endommagement en purement élastique, formulé numériquement par le modèle CZM (cohésive zone modeling) d'une interface géométriquement nulle avec une épaisseur de 0.2mm, introduite dans la propriété de la rigidité de l'interface, cette interface de dimension de 50mmx50mm présente la surface de recouvrement du patch, le choix de ce modèle avec ces dimensions est dans le but d'avoir une comparaison avec les résultats numérique obtenu dans le travail précédant [36], le patch qui représente le renfort en composite est à fibre unidirectionnelles définis par un système de coordonnées locale (x,y,z) orienté suivant le longitudinale du système renforcé, le décollement du patch en composite est donné par l'endommagement de l'adhésif, en mode mixte celui de cisaillement et de décollement normale, les propriétés de rigidité de chaque qualité de composite sont présentés dans le tableau 3-1.

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUTION

Les deux sections transversales dans les extrémités de la plaque sont libres en rotations dans le but d'assurer à la plaque un mouvement de flexion causé par le renforcement du patch en composite, La sollicitation de plaque sous un déplacement uni axiale de 2mm d'une vitesse de 0.00001Mpa/incrément de temps de calcule, est trop lent pour qu'on puisse le considérer en quasi-statique, Le patch en composite absorbe les charges de la plaque jusqu'à la capacité de l'adhésive à résister, des simplifications ont été utilisé tel que l'endommagement entre fibre-matrice ou inter-plies n'est pas formuler dans cette analyse, la précision de graduation est à la taille des éléments finis, Les composites utiliser dans notre travaille sont nommés IM7/8552 CFRP en Carbone-époxyde et le composite Glass Epoxy, ces propriétés sont listées dans le tableau 3-1.

Tableau 3-1 : Propriétés mécaniques des matériaux composites CFRP-1 [62], CFRP-2 [63] et verre/époxy [64] utilisés.

	E (MPa)	N	G(Mpa)
CFRP-1	E1 = 162000MPa E2 = 8960MPa E3 = 8960MPa	v12 = 0.316 v13 = 0.316 v23 = 0.316	G12 = 4690Mpa G13 = 4690MPa G23 = 3973Mpa
CFRP-2	E1 = 171400MPa E2 = 9080MPa E3 = 9080MPa	v12 = 0.32 v13 = 0.32 v23 = 0.5	G12 = 5290Mpa G13 = 5290MPa G23 = 2800Mpa
Glass-Epoxy	E1 = 23600MPa E2 = 23600MPa E3 = 23600MPa	v12 = 0.11 v13 = 0.11 v23 = 0.11	G12 = 4000Mpa G13 = 4000MPa G23 = 4000Mpa

3.3 Formulation du modèle de matériaux CFRP Bi-gradué avec du Glass Epoxy :

Trois différentes qualités de fibres, ont été utilisées et graduées suivant l'épaisseur avec une seule qualité de fibre en commun et au milieu entre les deux autres qualités, à condition que la matrice soit toujours de même qualité (époxy) avec aussi la même fraction volumique des fibres dans la matrice, Par un maillage qui donne la possibilité de graduer suivant la loi des mélanges [65]les rangées d'éléments finis, données par l'équation généralisée suivante :

$$P1(x, y, z) = (P_{CFRP-1} - P_{CFRP-2}) \cdot V_{CFRP-1} + P_{CFRP-2} \quad (20)$$

$$P2(x, y, z) = (P_{CFRP-2} - P_{Glass}) \cdot V_{CFRP-2} + P_{Glass} \quad (21)$$

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUTION

$P_j(x, y, z)$: Représente toutes les propriétés à chaque rangée d'élément finis, pour $j=1$ c'est la moitié de la partie supérieure et pour $j=2$ c'est la moitié de la partie inférieure, et V_{CFRP-1} est la fraction volumique du composite nommé CFRP-1 dans le composite nommé CFRP-2, et V_{CFRP-2} est la fraction volumique du composite nommé CFRP-2 dans le composite nommé Glass-Epoxy, dans cet exemple des l'équations (22) et (23), c'est le concepts C-1 ou le CFRP-2 se trouve en commun au milieu.

Suivi $\frac{1}{2}$ épaisseur supérieure (z) :

$$V_{CFRP} = \left(\frac{z-h_{in}}{h_{ex}-h_{in}} \right)^\beta \text{ avec } V_{CFRP-1} = 1 - V_{CFRP-2} \quad (22)$$

Suivi $\frac{1}{2}$ épaisseur inférieure (z) :

$$V_{CFRP-2} = \left(\frac{z-h_{in}}{h_{ex}-h_{in}} \right)^\beta \text{ avec } V_{CFRP-} = 1 - V_{Glass} \quad (23)$$

Où β : indice de fraction volumique non négatif, les indices CFRP-1 et CFRP-2 et Glass représentent respectivement le volume gradué des fibres du composite CFRP-1 et le composite CFRP-2 et celui de Glass-Epoxy, ou h_{in} : la coordonnée verticale de la face inférieure, h_{ex} : la coordonnée verticale de la face supérieure (figure 3-2) de chaque demi plaque.

Même démarche est utilisée pour les trois conceptions proposées, par rangée d'éléments maillée dite couche, présentée ci-après comme suit :

$$h_i = \Delta h_k(i-1) + h_{in} \text{ and } \Delta h_k = h/n_{k-1} \quad (24)$$

Avec h_i : est l'épaisseur de chaque couche, h est l'épaisseur de la plaque. Où l'indice i : $1 \leq i \leq k-1$, n_{k-1} : La somme des couches et k : est le nombre des couches. Donc L'équation (5) et (6) devient :

$$P1_i^k(h_i) = (P_{CFRP-} - P_{CFRP-2}) \left(\frac{2h_i+h}{2h} \right)^\beta + P_{CFRP-2} \quad (25)$$

$$P2_j^k(h_i) = (P_{CFRP-} - P_{Glass}) \left(\frac{2h_i+h}{2h} \right)^\beta + P_{Glass} \quad (26)$$

En concept C-1, Pour $j=1$; présent demi moitié supérieur de CFRP-1 graduer avec le Glass-Epoxy, et Pour $j=2$; présent la demi moitié inférieure de Glass-Epoxy graduer avec le CFRP-2.

$$P1_i^k(h_i) = (P_{CFRP} - P_{Glass}) \left(\frac{2h_i+h}{2h} \right)^\beta + P_{Glass} \quad (27)$$

$$P2_j^k(h_i) = (P_{Glass} - P_{CFR}) \left(\frac{2h_i+h}{2h} \right)^\beta + P_{CFRP} \quad (28)$$

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

En concept C-2, Pour $j=1$; présent demi moitié supérieur de Glass-Epoxy graduer avec le CFRP-1, et Pour $j=2$; présent la demi moitié inferieur de CFRP-1 graduer avec le CFRP-2.

$$P1_i^k(hi) = (P_{Glass} - P_{CFRP-}) \left(\frac{2h_i+h}{2h} \right)^\beta + P_{CFRP-} \quad (29)$$

$$P2_j^k(hi) = (P_{CFRP-1} - P_{CFRP-}) \left(\frac{2h_i+h}{2h} \right)^\beta + P_{CFRP-2} \quad (30)$$

En concept C-3, Pour $j=1$; présent demi moitié supérieur de CFRP-1 graduer avec le CFRP-2, et Pour $j=2$; présent la demi moitié inferieur de CFRP-2 graduer avec le Glass-Epoxy.

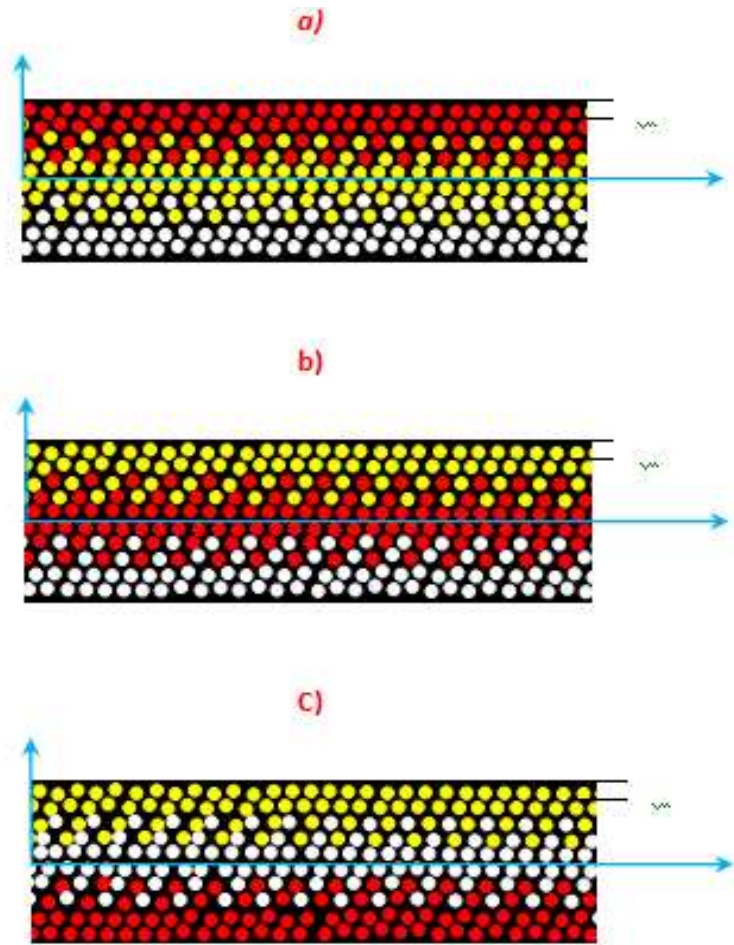


Figure 3-3 Graduation suivant l'épaisseur du a) CFRP-2 au milieu gradué vers l'extrémité CFRP-1 et Glass-Epoxy, b) Glass-Epoxy au milieu gradué vers l'extrémité CFRP-1 et CFRP-2, du c) CFRP-1 au milieu gradué vers les extrémités CFRP-2 et Glass-Epoxy

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

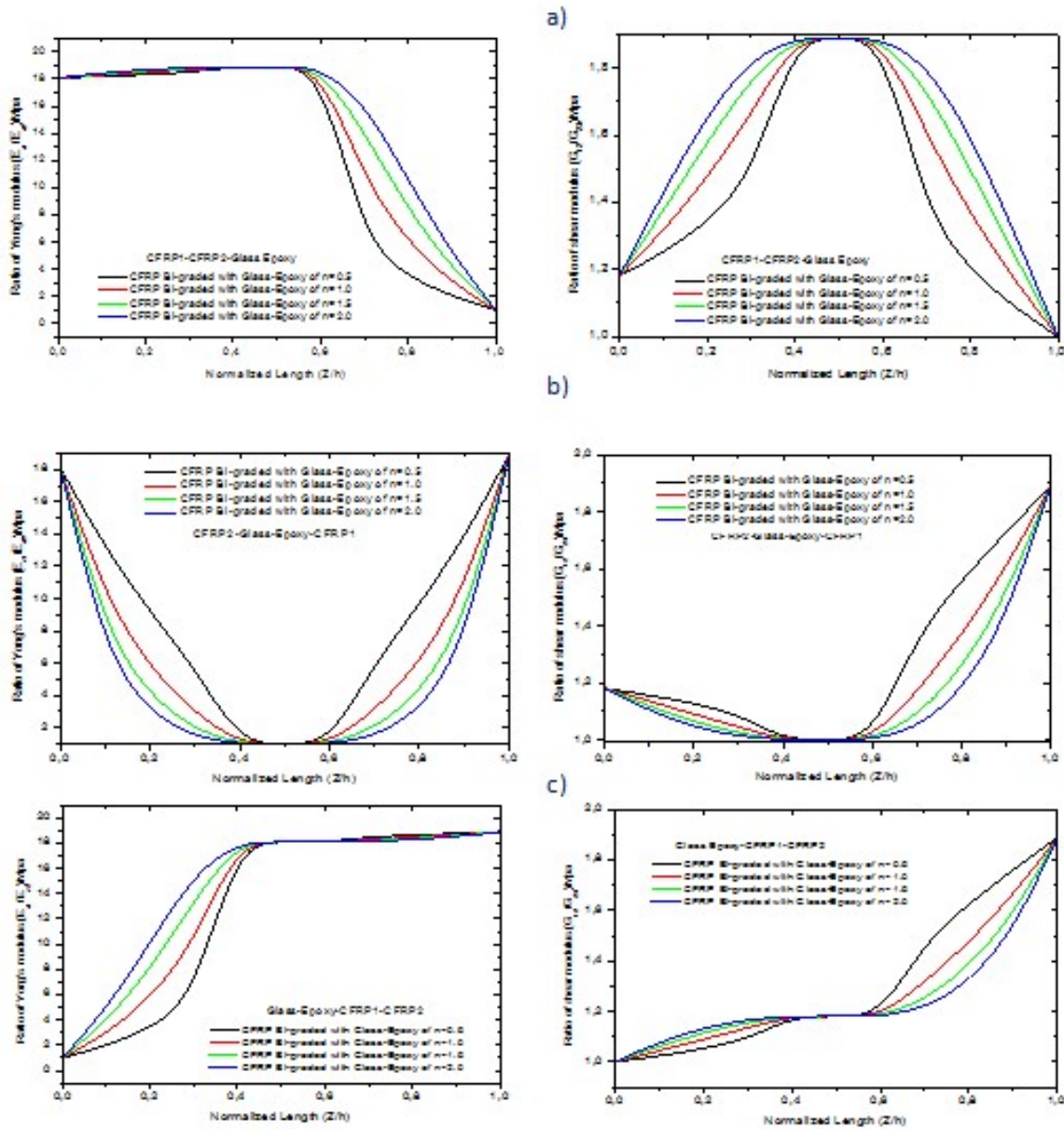


Figure 3-4 Graduation du rapport de module $E_1/E_2(z)$ et $G_{12}/G_{23}(z)$ du a) composite CFRP-2 au milieu vers Glass Epoxy et CFRP-2 aux extrémités, du b) du composite Glass Epoxy au milieu vers CFRP-1 et CFRP-2 aux extrémités, du c) du composite CFRP-1 au milieu vers Glass

Cette figure 3-4 montre la graduation par les trois différents concepts, qui explique que, pour le concept C-1 figure (4-a) qu'au milieu de l'épaisseur le composite CFRP-2 est graduer vers les extrémités de l'épaisseur en purement composite CFRP-1 et en purement Glass-Epoxy, en concept C-2 (figure 3-4-b) au milieu de l'épaisseur le composite Glass-Epoxy est graduer vers les extrémités de l'épaisseur en purement composite CFRP-1 et en purement CFRP-2, en concept C-3 (figure 3-4-c) au milieu de l'épaisseur le composite CFRP-1 est graduer vers les extrémités de l'épaisseur en purement composite CFRP-2 et en purement Glass-Epoxy, Les ratio du module de Young et de cisaillement longitudinale et transversale respectivement $E_1(z)/E_2(z)$ et $G_{12}(z)/G_{23}(z)$ ont pour objectif de montrer la graduation anistrophe de la rigidité, avec un nombre de 10 couches qui

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

conditionne la taille d'élément afin d'avoir une bonne continuité dans la graduation, on constate que pour les divers concepts de graduation le composite bi-graduée est moins rigide dans le côté où se trouve le Glass-Epoxy.

3.4 Technique XFEM et paramètres utilisés :

Après avoir le décollement du patch le système renforcer est endommagé seulement par la rupture de la plaque en aluminium, la technique de XFEM (méthode des éléments finis étendus) est utilisée dans ce travail pour simuler l'endommagement de la plaque par amorçage et propagation de fissure, l'endommagement par cette technique est formulé dans le maillage que dans le comportement du matériau [66,68], plusieurs critères de traction-séparation sont utilisés par cette technique de XFEM, parmi eux le critère de MAXPS utilisé dans cette analyse vu les conditions de chargement uni-axial et vu l'isotropie du matériau, numériquement lorsque la plaque en aluminium atteint la contrainte ultime de résistance, la fissure ainsi que le décollement du patch sont supposés s'amorcer lorsque la contrainte principale maximale atteint la contrainte ultime déterminée à partir de la courbe contrainte-déformation. Cette contrainte ultime est utilisée comme paramètre d'initiation de l'endommagement dans le critère MAXPS (Maximum Principal Stress). Une fois la fissure amorcée, une ouverture critique de celle-ci est définie comme second paramètre caractérisant l'évolution de l'endommagement, exprimée sous la forme d'une propagation de fissure. Sous l'effet de l'augmentation progressive du chargement appliqué, le même mécanisme se reproduit, permettant ainsi de simuler la propagation de la fissure et l'évolution du décollement du patch.

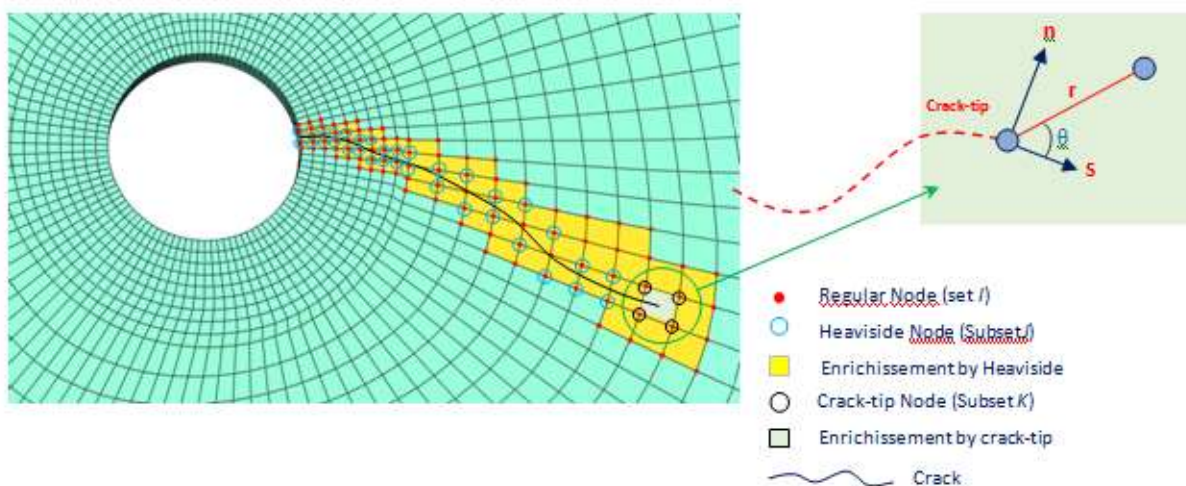


Figure 3-5 Description géométrique des éléments et des nœuds dans l'approche XFEM [69,71].

L'endommagement par la technique de XFEM est assuré par la fonction de l'équation 10 qui donne l'enrichissement de maillage dans la plaque en aluminium, l'enrichissement de ce maillage

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUTION

consiste à donner plus de degrés de liberté aux nœuds des éléments actifs, comme dans le présent cas c'est au niveau et autour de l'entaille ,zone de la propagation de fissure.

$$U_{XFEM}(X) = \sum_{i \in I} Ni(X)ui + \sum_{i \in J} Ni(X)H(X)ai + \sum_{i \in K} Ni(X) \left(\sum_{j=1}^4 Fa(X)bij \right) \quad (31)$$

Cette fonction est définie à partir de plusieurs sous-ensembles. Le premier, noté **I**, correspond à la zone éloignée de la fissure où le champ de déplacement est décrit de manière classique. Les deux autres sous-ensembles, notés **J** et **K**, permettent l'enrichissement du champ de déplacement au voisinage de la fissure. Les éléments traversés par la fissure sont enrichis par la fonction discontinue **H(X)**, tandis que les éléments situés au front de fissure sont enrichis par les fonctions asymptotiques **Fj(X)**. Cette dernière est par ces cordonnées polaire (θ, r) dans $\theta=0^\circ$ et $\theta=90^\circ$ représentent respectivement la direction tangentielle et la direction normale à la fissure en propagation, les coefficients ai , bij sont les degrés de liberté (DOF) associés aux fonctions d'enrichissement correspondantes.

$$H(x) = \begin{cases} -1, & x > 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases} \quad (32)$$

$$Fa(X) = [\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2}] \quad (33)$$

Suivant le comportement élastique-plastique, les deux fonctions d'enrichissement $H(X)$ et $Fj(X)$, augmentent la précision aux éléments dans et autour de la fissure propagé, la technique de XFEM visualise d'avantage la propagation de fissure et donnée comme résultats deux fonctions Φ et Ψ (PHILSM-PSILSM), avec Φ qui exprime les valeurs nodale de la distance entre les nœuds de la surface de fissure, qui seront positive d'une côté de la surface de fissure et négative dans l'autre côté, ψ exprime les valeurs des distances signées des nœuds par rapport à une surface quasi orthogonale passant par le front de fissure, dans le code de calcul ABAQUS et par l'utilisation de la technique de XFEM l'activation avec les paramètres introduite sont présenté comme suite [72] :

*Enrichment, name=Crack-1, type=PROPAGATION CRACK, activate= ON

*Damage Initiation, criterion=MAXPS

*Damage Evolution, type=DISPLACEMENT

*Damage Stabilisation $1e^{-5}$

Les paramètres de l'endommagement utilisé pour simuler l'amorçage et la propagation de fissure de la plaque en aluminium sont tiré directement de la courbe expérimentaux [36], d'un teste d'éprouvettes sollicités jusqu'à leur endommagement sous le chargement uni axiale, la contraintes ultime utilisé pour simuler l'initiation à la fissure est donnée d'après la courbe à 452MPa, Le critère

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUTION

d'initiation de l'endommagement dans la loi de traction-séparation est défini selon le critère de la contrainte principale maximale (MAXPS).

3.5 Modèle d'endommagement utilisé (CZM)

le décollement entre le renfort par patch en composite et la plaque en aluminium est donnée numériquement par l'endommagement des éléments CZM à l'interface, une fois que les contraintes sont accumuler dans l'adhésive jusqu'à un niveau critique des paramètres introduite, l'endommagement s'est produite, ces paramètre critique qui sont déterminer par chaque expérimentale, celui de DCB (Double Cantilever Beam) pour le mode purs I et le ENF (End-Notched Flexure) pour le mode pur II, sont introduite comme condition en mode mixte dans le code de calcule ABAQUS® [76,77]. Qui simule par ces éléments finis CZM géométriquement nuls le comportement élastique en mode mixte d'un modèle en forme de triangle de contraintes croissante figure3-6.

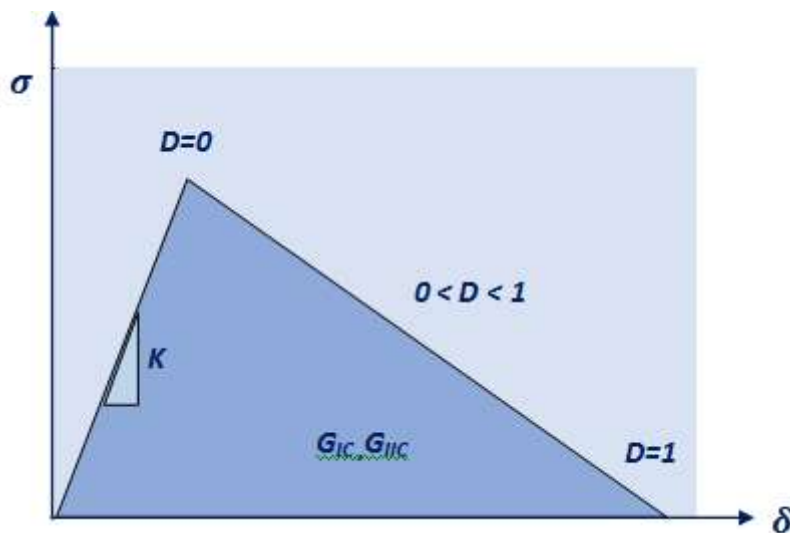


Figure 3-6 Schéma de la loi d'adoucissement triangulaire en mode pur et mixte

L'élasticité de l'adhésif simulé par le modèle de CZM présent par l'équation (36) est la première partie du comportement mixte (normale et tangentielle), cette élasticité est jusqu'à la contrainte ultime σ_i qui exprime l'initiation à l'endommagement de l'adhésive présenté dans l'équation (37) :

$$\sigma_i = E\delta_i \quad (36)$$

$$\sigma_i = (1 - D)E\delta_i \quad (37)$$

Ou E représente la matrice diagonale contenant les rigidités interfaciales associées aux modes I et II. Ces rigidités sont définies comme des rapports basés sur le module de Young (pour le mode I) et le module de cisaillement (pour le mode II).

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUTION

Le point d'inflexion δ_m est déterminé en mode mixte par la condition donnée en équations (37) de forme quadratique de contraintes, la contrainte σ de la couche CZM en mode mixte est donnée par l'équation (38) :

$$\left(\frac{\sigma_I}{\sigma_{u,I}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{II}}{\sigma_{u,II}}\right)^2 = 1 \quad (38)$$

L'évolution de l'endommagement total est donné par le critère de l'énergie présenté par l'équation (39), avec G_i exprime la surface du triangle pour chaque mode.

$$\frac{G_I}{G_{IC}} + \frac{G_{II}}{G_{IIC}} = 1 \quad (39)$$

Le mécanisme de décollement par l'utilisation du modèle de CZM est donné numériquement par une séparation des nœuds qui se trouve dans l'interface, chacun de ces nœuds se séparent en deux, une fois la charge atteint les paramètres critiques de l'endommagement, même scénario se répète quand les autres nœuds reçoivent le même niveau de chargement.

Tableau 3-2: Paramètres d'endommagement de la loi cohésive utilisés pour les modes I et II [10].

	$K_{II} [10^5 \times \text{GN/m}^3]$	$\sigma_{u,I} [\text{GPa}]$	$G_{IC} [\text{N/mm}]$
Cohésive 1	2.45	39.45	0.2
Cohésive 2	7.8	30.2	0.38

D'après les paramètres critiques de l'endommagement tirés de l'expérimental des deux essais celui de DCB et le ENF, du modèle de CZM sont introduites dans le code de calcul ABAQUS, qui se trouve dans la loi de traction-séparation six différents critères d'initiation à l'endommagement tels que : le MAXPS, MAXPE, MAXS, MAXE, QUADS et QUADE, deux choix possibles sont pour l'évolution de l'endommagement qui présentent le deuxième paramètre à introduire, soit l'utilisation de déplacement critique à la rupture, ou bien l'utilisation comme dans notre cas de l'énergie critique à la rupture.

3.6 Modèle d'élément finis utilisé dans le maillage

Le maillage choisi dans toute la structure tel que la plaque d'aluminium et le patch en composite sont effectués par type d'éléments finis en 3D-solide de catégorie de C3D8, ce type d'élément finis donne une architecture de maillage avec un arrangement en trois dimensions des éléments dans la géométrie du patch et de la plaque, facilitant ainsi que leurs fonctions d'interpolation N_i d'interpolent les grandeurs physiques cherchées sous des couches d'éléments finis identiques suivant l'épaisseur en particulier la structure graduée du patch, par le fait que les éléments

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUTION

de la couche de cohésif se trouve à l'interface plaque-patches ont identique dans la taille mais différents par type, le champ de déplacement u_p d'un point quelconque p , s'écrit sous la forme suivante :

$$u_p = \sum_i N_i u_i \text{ et } u_i = [u_i, v_i, w_i]^T \quad (40)$$

Comme présenté dans la figure 3-5 les fonctions d'interpolation N_i sont définis dans le système du repère local de chaque élément :

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) (1 + \zeta_i \zeta) \quad (41)$$

Where: $i=1$ à 8 and $-1 \leq \xi \leq 1$, $-1 \leq \eta \leq 1$ et $-1 \leq \zeta \leq 1$

Les fonctions dites iso-paramétrique de l'interpolation $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ sont pour la géométrie de patch et de la plaque identique, dans la géométrie de la plaque ou du patch, le point quelconque (q) qui se trouve dans quelconque élément de catégorie de C3D8 est donné en fonction des points nœuds comme suite :

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, z = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \quad (42)$$

x, y, z : Sont les coordonnées du point q , et x_i, y_i, z_i : Sont les coordonnées des nœuds i , avec $i = 8$.

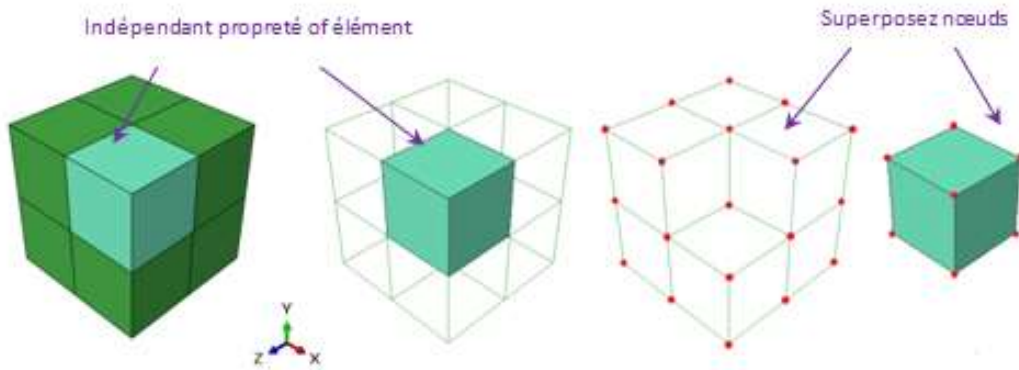


Figure 3-7 Le patch et la plaque ont été maillés à l'aide d'éléments C3D8[78].

La stratégie de maillage suivie dans ce travail dans toute la structure, est la suivante : le patch en composite avec la plaque en aluminium est donné respectivement par 19500 et 4870 d'éléments finis de catégorie de C3D8R, mais ce qui est particulier c'est les rangées d'éléments finis du patch en composite qui sont indépendante entre couche donnant ainsi l'avantage d'introduire les propriétés graduée suivant l'épaisseur par la fraction volumique, les interfaces de ces couches partagent les mêmes nœuds, pour but d'avoir la continuité de graduation entre couches. Figure (17),

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

l'interface de recouvrement qui se trouve entre le patch et la plaque est de 1630 d'éléments finis de COH3D8,

cohésive CZM qui sont typiques en coque dite COH3D8, la densité de ces éléments qui se trouve à l'interface de recouvrement doivent être adéquate afin de débloquent les problèmes de convergence dans le calcul, soit de 1630 d'éléments finis de COH3D8, par effet de rigidité entre la plaque le composite, l'interface composée éléments de CZM se comporte dans l'ensemble de la structure en mode mixte (le normale et le tangentielle), lorsque la couche adhésif reçoive des charges critique, les nœuds de l'interface se séparent donnant ainsi à une dégradation dans la rigidité, la particularité est présenté dans le modèle géométrique d'un seule bloque avec aucun assemblage n'est effectuer seulement que l'adhésive par ces paramètres donne la séparation après le chargement

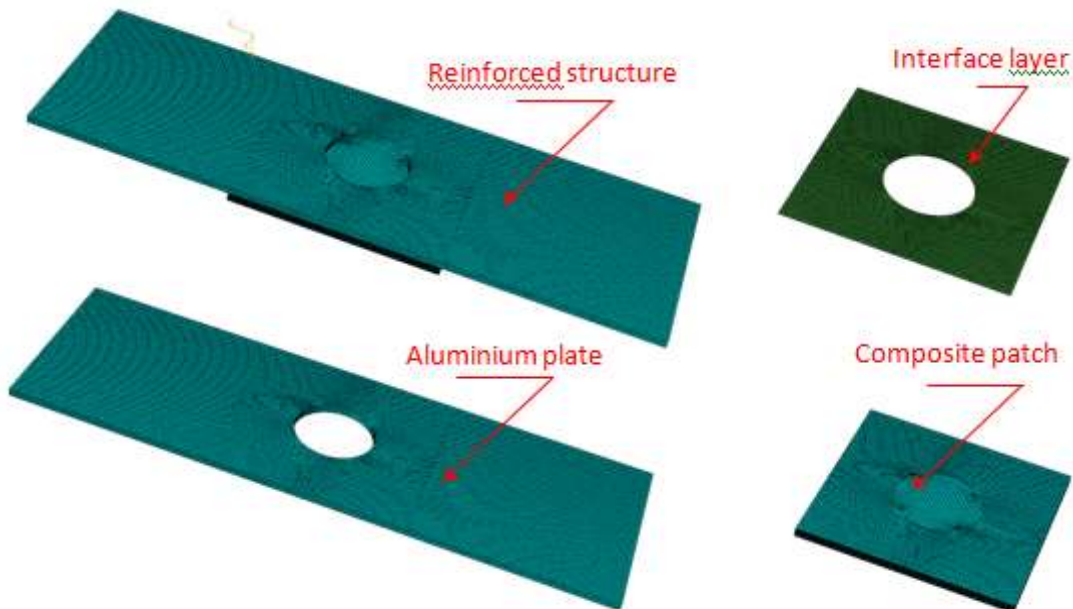


Figure 3-8 Descriptif du maillage dans la structure collée et de l'interface CZM.

3.6.1 Analyse et résultats

3.6.2 Influence de la taille du maillage de l'élément cohésif COH3D8 sur les résultats numériques :

Mettant en référence pour comparaison avec le travail précédant [36], par l'utilisation de même adhésive AV138, de même système assemblé ainsi que ses dimensions tel que la plaque entaillée en aluminium renforcer par patch en composite de carbone époxyde, le composite est le même avec une fraction volumique de fibre dans la matrice de $V_f = 0.46$, à préciser qu'il y'avait contrairement au travail précédant, un test de convergence de maillage par plusieurs lancement de calcul par

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

plusieurs maillages dans la densité comme dans le type d'élément finis, il est recommander numériquement un maillage raffinée au niveau de l'entaille puisque c'est la zone de décollement et de la fissuration de la plaque, les différentes situations de maillage en densité d'élément sont présentées par les nombres d'élément finis soit à 16000, 19000 et 26000 éléments finis.

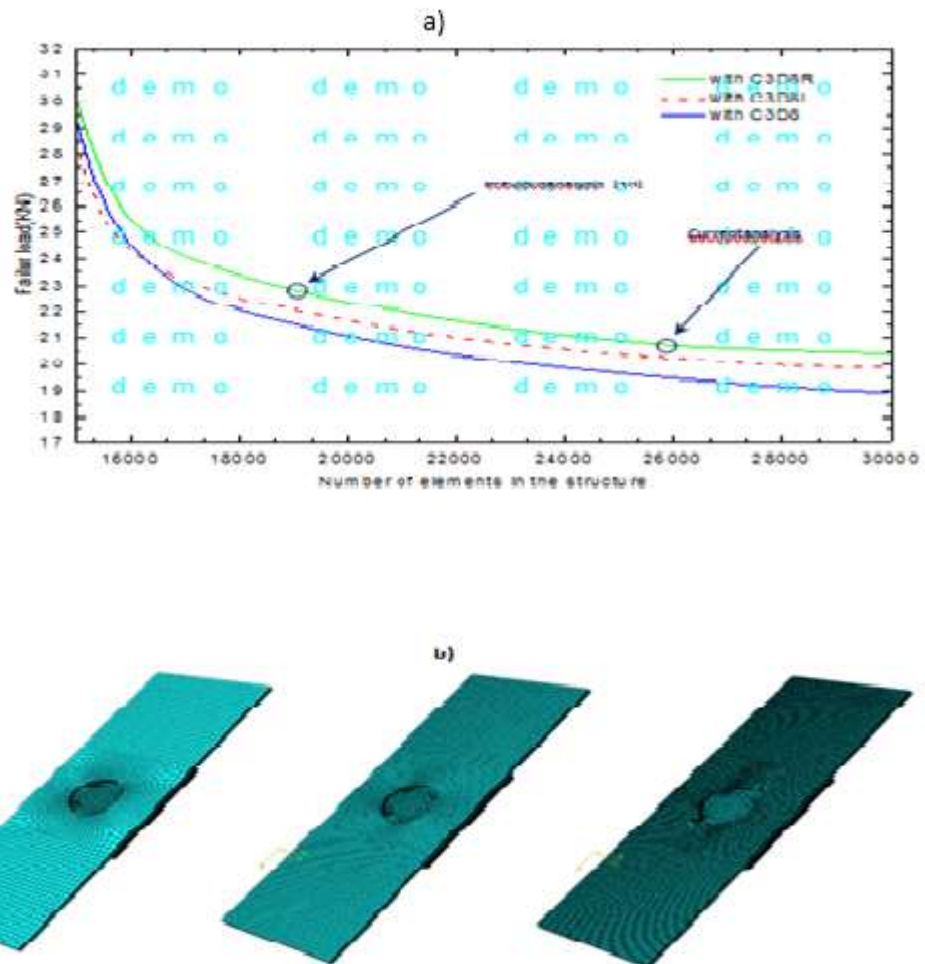


Figure 3-9 (a) Étude de sensibilité et de stabilisation du maillage entre le travail précédent [36] et la présente étude, à partir des courbes typiques charge-déplacement obtenues avec des éléments solides C3D8R de 16 000,

Dans les prédictions numériques tridimensionnelles, plusieurs types d'éléments finis hexaédriques à huit nœuds ont été évalués pour la modélisation du patch et de la plaque, notamment les éléments C3D8R, C3D8H et C3D8I. Le choix de ces éléments dépend du comportement mécanique des matériaux ainsi que des conditions de chargement appliquées. Parmi eux, l'élément incompatible C3D8I est particulièrement adapté à la modélisation des structures soumises à des sollicitations de flexion [79]. L'élément hybride C3D8H est, quant à lui, recommandé pour les matériaux quasi incompressibles ou incompressibles. Enfin, l'élément à intégration réduite C3D8R demeure le plus largement utilisé en raison de sa robustesse et de sa polyvalence dans diverses configurations de calcul.

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

Afin d'assurer la fiabilité des résultats numériques, une étude de sensibilité du maillage a été réalisée en s'appuyant sur les travaux antérieurs de référence [36]. Cette étape est essentielle pour déterminer une densité de maillage optimale garantissant à la fois la convergence des calculs et la stabilité des résultats face aux différents paramètres étudiés.

La Figure 3-9 présente l'influence de la densité du maillage et du type d'élément fini sur la charge de rupture du système assemblé. Les simulations ont été effectuées avec des maillages comportant respectivement 16 000, 19 000 et 26 000 éléments, en utilisant les trois formulations C3D8R, C3D8H et C3D8I. Les résultats montrent que la charge de rupture peut varier jusqu'à 11 kN en fonction de la densité du maillage et d'environ 1,5 kN selon le type d'élément considéré. Il apparaît également que l'élément C3D8R associé à une densité de maillage de 26 000 éléments pour l'ensemble du modèle permet d'obtenir une stabilisation des résultats numériques, traduisant ainsi l'atteinte d'un niveau satisfaisant de convergence et d'indépendance vis-à-vis du maillage.

3.6.3 **Efficacité du renforcement par patch bi-gradué basé sur le concept 1.**

Dans cette partie d'analyse, le renfort du patch en composite est examiné sous le concept de bi-gradation C-1, ce concept est présenté avec le Glass Epoxy est au milieu graduer vers les deux extrémités en CFRP-1 et CFRP-2, l'analyse du renforcement en patch de composite est pour but de comprendre leurs comportement et sa capacité de d'absorbé les charges venant de l'adhésive sous l'effet aussi de l'indice de fraction volumique, ce dernier est identique de part et d'autre du patch en composite graduée en Glass Epoxy avec le CFRP-1 d'une côté et graduée avec le CFRP-2 de l'autre côté, il est aussi important de préciser que ces divers concepts graduée sont suivant l'épaisseur ce qui donnent d'avantage par conception et indice de fraction volumique d'absorbé différemment les charges, un moment de flexion s'apparaisse juste avant le décollement dans le système assemblé expliquant la rigidité suivant le concept de graduation du patch en composite.

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

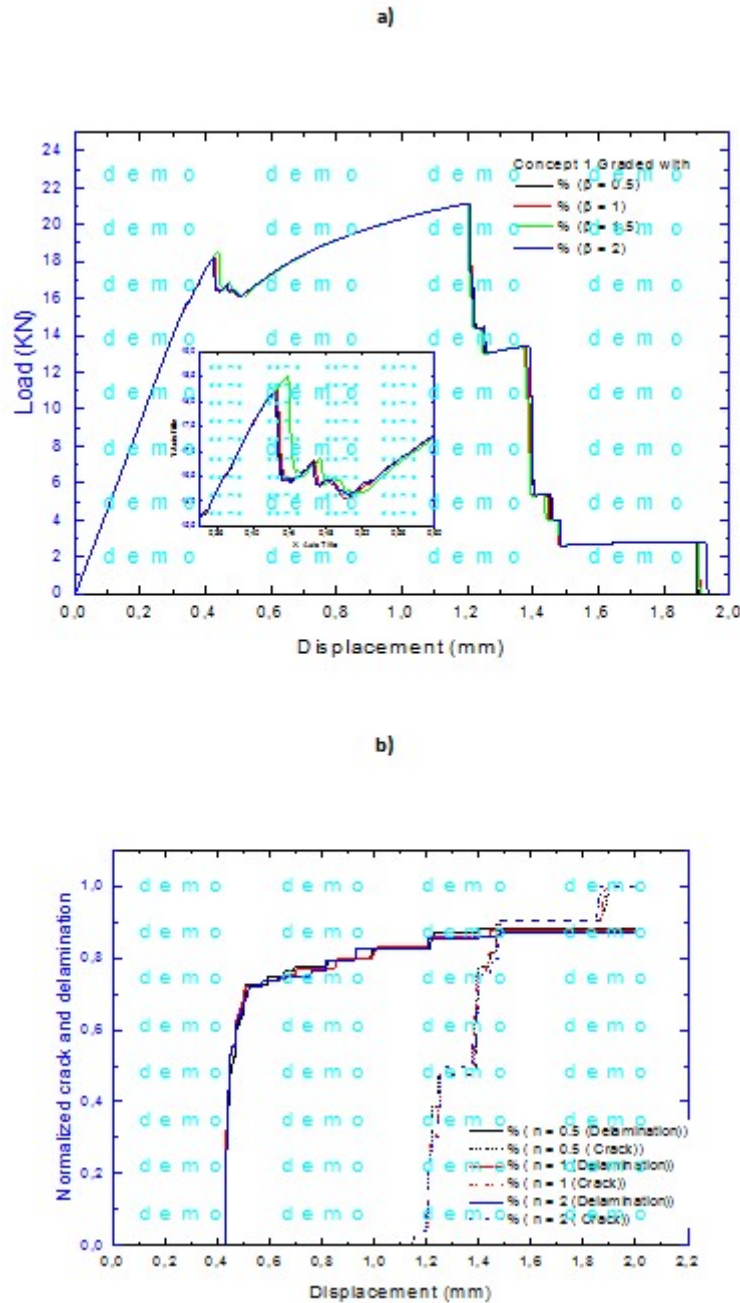


Figure 3-10a) Courbe force–déplacement de l'adhésif cohésif AV138 selon le concept 1 du patch composite à gradient bidirectionnel (bi-graded) ; b) Évolution de la longueur de fissure normalisée et de la surface de décollement (débondage) des systèmes assemblés.

Cette figure 3-10, présente en a) la courbe de force déplacement de la réponse de la structure au chargement, qui pousse par le décollement du patch en composite jusqu'à l'endommagement totale de la plaque en aluminium, cette réponse est évaluée sous le concept 1 de bi-gradation, par ses indices de fraction volumique, qui présente aussi en b) la capacité de renforcement du patch en composite bi-graduée en concept 1 par le décollement et la propagation de fissure, en constate que le système de la plaque entaillée renforcée par patch répond d'une façon identique au chargement appliqué jusqu'à l'endommagement totale de la plaque, sauf qu'ils se différencient dans un détail au niveau de décollement suivant l'indice de fraction volumique de la bi-gradation en concept 1 du

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

patch en composite, Ce concept 1 qui donne que le Glass-époxy le moins rigide moins résistant se trouve à l'interface de l'adhésif, qui permet de d'absorbée par sa rigidité moins de charge transmise par l'adhésif. La surcapacité de ce concept de bi-gradation est amplifiée par l'indice de fraction volumique jusqu'à 0.5KN en lui permettant aussi plus de possibilité de se déformer et de déplacer, dans ces divers cas analysés, la plaque entaillée est amorcée par une fissure environ à 80% de la surface décollée du patch, la deuxième chute dans ces courbes présente la longueur critique d'une propagation de fissure de la plaque.

3.6.3 Efficacité du renforcement par patch selon le concept 2 à gradient bidirectionnel (bi-graded)

Cette suivante partie d'analyse examine et compare par rapport au précédent cas de conception la ou le Glass-Epoxy au milieu, cette nouvelle conception C-2 qui donne que le CFRP-1 est aux milieux gradués vers deux extrémités avec le CFRP-2 d'un côté de l'épaisseur et en Glass-Epoxy de l'autre côté, avec le CFRP-2 est à l'interface de la plaque en aluminure, à noter que ces divers concepts qui sont pas symétrique suivant l'épaisseur ont pour un objectif d'absorbé plus de charge pour une capacité assez importante de renforcement, ce cas de figure à étudier sous l'effet de l'indice de fraction volumique pour voir l'emplacement de la couche la moins rigide sur la capacité du renfort du composite bi-graduée, par effet de concept de bi-gradation C-2 et de l'effet de l'indice de fraction volumique, la réponse de la structure au chargement et leurs endommagements ont été illustrés dans les figures en force-déplacement avec l'amorçage et la propagation de la longueur de fissure.

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

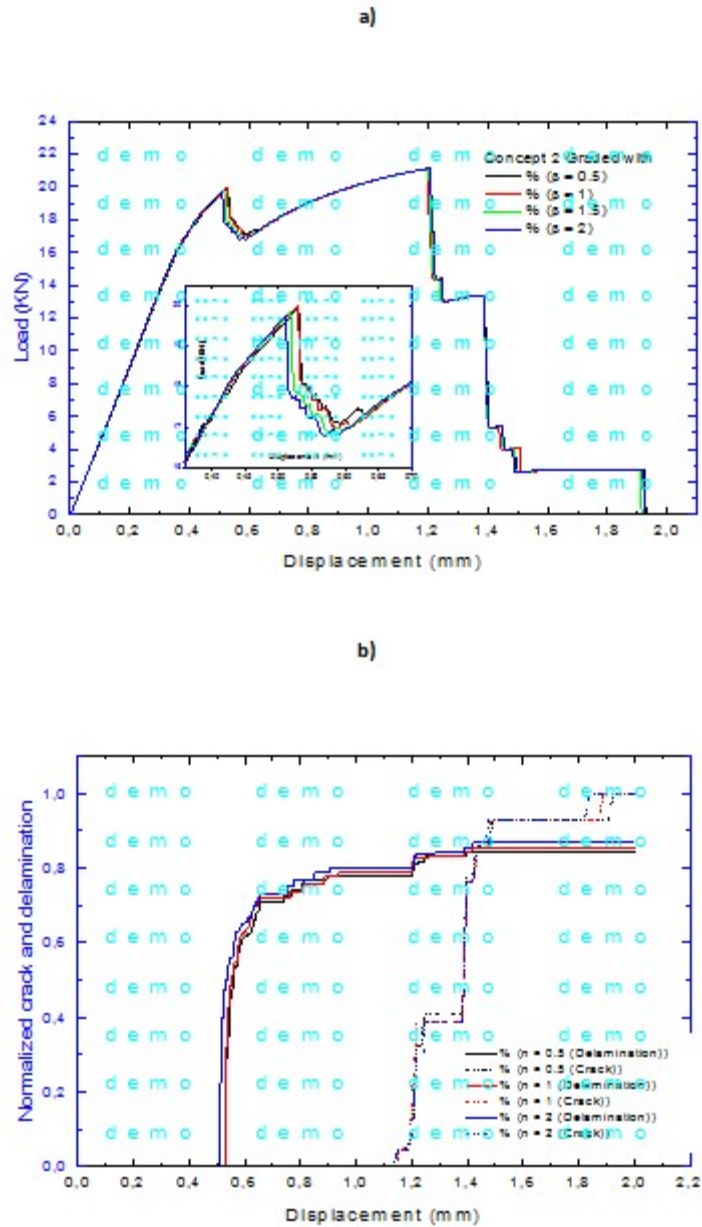


Figure 3-11 a) Courbe force-déplacement de l'adhésif cohésif AV138 selon le concept 2 du patch composite à gradient bidirectionnel (bi-graded) ; b) Évolution de la longueur de fissure normalisée et de la surface de décollement des systèmes assemblés

Dans cette suivante figure 3-11, qui présente en a) la courbe en force déplacement de la réponse au chargement de la structure assemblée, et par le décollement du patch en composite jusqu'à l'endommagement totale de la plaque entaillée, mais dans ce cas, la réponse est évaluée sous le deuxième concept de bi-gradation concept 2, par ses indices de fraction volumique, et qui montre aussi en b) par la propagation de décollement et la fissure la capacité de renforcement de ce patch en composite bi-graduée en concept 2, Comparant ce concept 2 avec celui du concept 1, une augmentation dans la capacité du patch en composite de renforcer encore plus la plaque entaillée avant son endommagement, soit une différence entre les deux concepts de 1.5KN aux faveurs du concept 2, De même, le système de la plaque entaillée renforcer par patch répond d'une façon

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

identique au chargement appliqué jusqu'à l'endommagement total de la plaque, mais au niveau de décollement, l'indice de fraction volumique de la bi-gradation en concept 2 du patch en composite montre son effet à plus de 0.5KN sur le renforcement de la plaque entaillée, Ce concept 2 qui donne que le CFRP le plus rigide plus résistant se trouve à l'interface de l'adhésif, ce qui permet de d'absorbée par sa rigidité plus de charge transmise par l'adhésif, Suivant ces diverses situations analysées, la plaque entaillée reste amorcée par une fissure à 80% de la surface décollée du patch, l'endommagement total de plaque est présenté par la deuxième chute dans ces courbes avec une longueur dite critique d'une propagation de fissure.

3.6.4 Efficacité du renforcement par patch selon le concept 3 à gradient bidirectionnel (bi-graded)

Dans cette section, qui examine l'effet de la troisième concept C-3 de la bi-gradation du patch en composite, donne que le CFRP-2 est au milieu de l'épaisseur graduée vers les deux extrémités en CFRP-1 et en Glass-Epoxy, c'est examiné sous l'effet de l'indice de fraction volumique pour évaluer la réponse au chargement jusqu'à l'endommagement par décollement et fissuration de la plaque d'aluminium, C'est illustré dans cette section d'analyse comme celles précédente par une courbe en force-déplacement avec aussi la propagation de fissure en fonction de chargement appliqué, par effet de ce concept bi-graduée, le moment de flexion reste provoqué sous la charge uni-axiale appliquée.

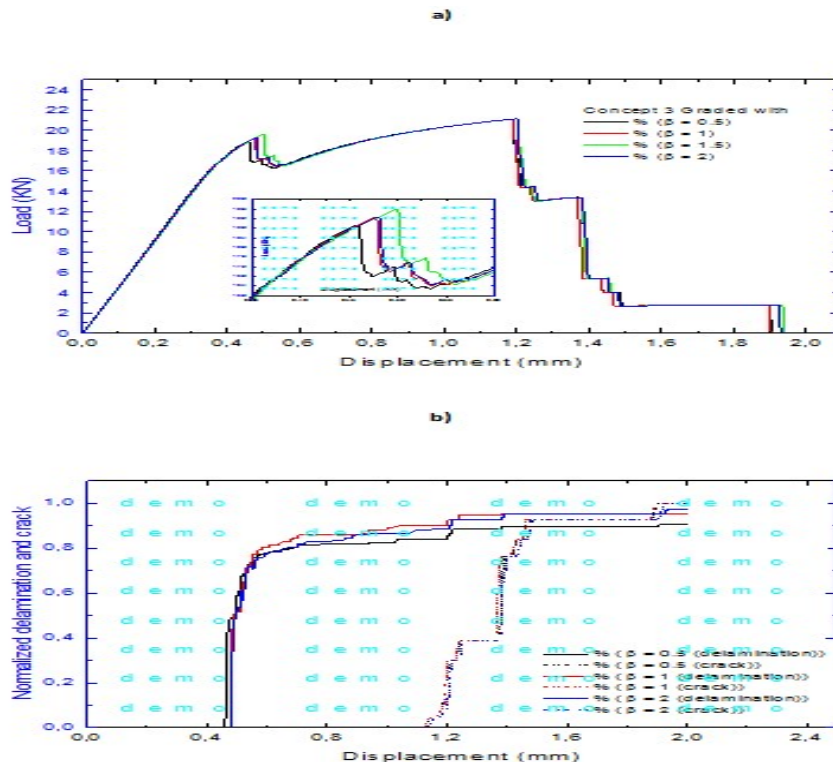


Figure 3-12 a) Courbe force-déplacement de l'adhésif cohésif AV138 selon le concept 3 du patch composite à gradient bidirectionnel (bi-graded) ; b) Évolution de la longueur de fissure normalisée et de la surface de décollement des systèmes assemblés

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUTION

La suite figure 3-12, comme les précédente en concep-1 et concept-2, présente en a) la courbe en force déplacement de la réponse au chargement avec aussi le décollement du patch jusqu'à l'endommagement totale de la plaque entaillée, mais cette réponse dans cette partie d'analyse, est évalué par ses indices de fraction volumique sous le troisième concept de bi-gradation concept-3, montre aussi en b) sous l'effet de l'indice de fraction volumique, la propagation de décollement et de la fissure entre le patch en composite bi-graduée en concept 3 et la plaque entaillée, Comparant ce concept-3 de bi-gradation avec celui du concept-2, presque la même capacité du patch en composite à renforcer la plaque entaillée avant son endommagement, en outre, la même répond au chargement appliquer est constaté jusqu'à l'endommagement totale de la plaque, sauf qu'au niveau de décollement, l'indice de fraction volumique de la bi-gradation montre un effet de même niveau soit de 0.5KN sur le renforcement de la plaque entaillée, Ce concept-3 qui donne que le CFRP le plus rigide le plus résistant se trouve à l'interface de l'adhésif, ce qui permet de d'absorbée par sa rigidité plus de charge transmise par l'adhésif, c'est aussi constaté que la plaque entaillée est amorcée sous ce concept de bi-gradation par une fissure à plus de 80% de la surface décollée du patch, toujours, l'endommagement totale de la plaque est présentée par la deuxième chute par une longueur dite critique d'une propagation de fissure.

Dans la suite figure 3-13, on présente sous le même type de l'adhésif AV138 les divers concepts de Bi-gradation du renfort en composite celui du concept-1, le concept-2 et le concept-3 sous l'indice de fraction volumique de $n=0.5$, $n=1$ et $n=2$, le champ du contour de PHILSM de la fissure dans la plaque entaillée, cette technique de l'endommagement XFEM utilisée dans ce travail donne l'avantage de présenter le champ du contour PHILSM qui montre par effet de concept et indice de fraction volumique l'emplacement et l'ouverture de la fissure ainsi que sa longueur propagée, les valeurs affichées de ce champ du contour PHILIPS expliquent la distance entre nœuds dans les faces de fissure.

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

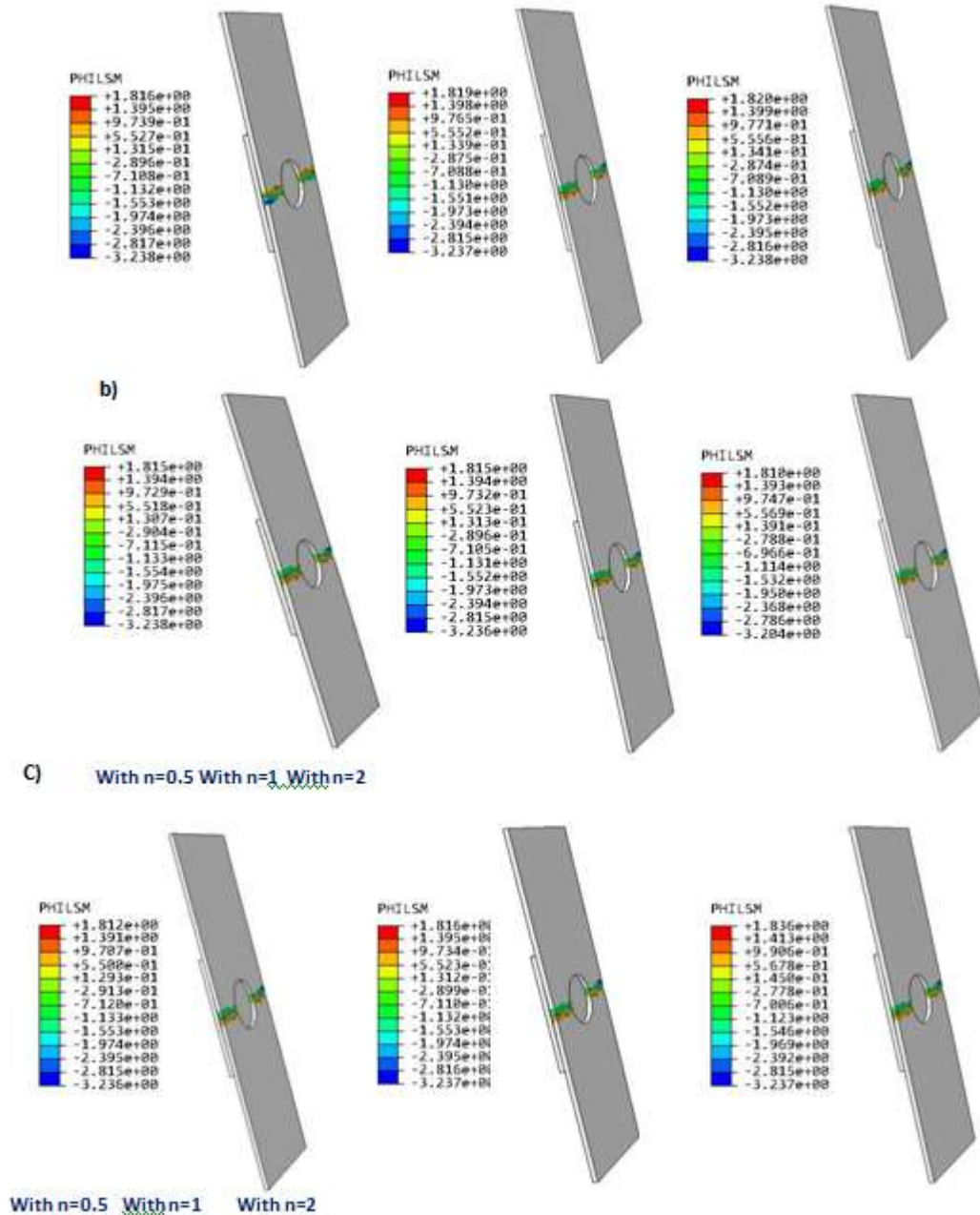


Figure 3-13 Contours du PHILSM obtenus par la technique XFEM dans la plaque en aluminium : a) patch composite FGM gradé selon le concept 1, b) patch composite FGM gradé selon le concept 2 et c) patch composite FGM gradé selon le concept 3.

Suivant ces captures présenté dans cette figure, et d'après que la capacité du renforcement du patch en composite est limité seulement avant leur décollement, montrent que l'effet des divers concept de graduation n'intervient pas sur l'emplacement et la propagation de la fissure dans la plaque entaillée, en effet, après le décollement du patch, l'endommagement de la plaque est toujours par un amorçage d'une fissure au niveau de l'entaille, qui se propage dans ces deux cotées ou dans une seule côté jusqu'à qu'elles dépassent une longueur dite critique qui donne la chute de

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

résistance de la plaque, cette modalité de fissuration montre la présence de l'entaille en elle-même est beaucoup plus influent sur l'effet des concept du patch en composite.

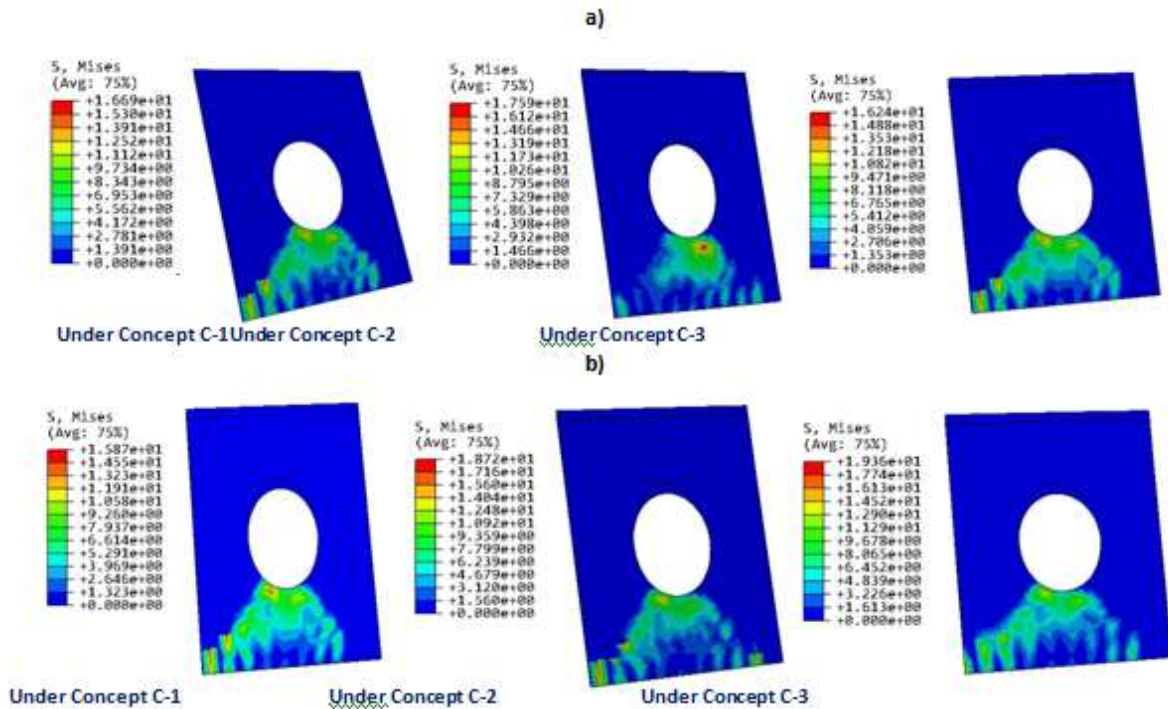


Figure 3-14 Contraintes maximales de von Mises dans l'élément adhésif selon les différents concepts de gradation bidirectionnelle (bi-graded) du patch composite : a) pour un indice de fraction volumique $n=0,5$; b) pour un indice de fraction volumique $n=0,5n=0,5$

Cette figure 3-14, présentent les contraintes équivalentes de Von Misses dans le joint de l'adhésif AV138 sous les concept de bi-gradation et de l'indice de fraction volumique, cette distributions des contrainte dans l'adhésif c'est juste après le décollement du patch en composite, qui nous montre que le décollement qui correspond à un niveau du contrainte nulle commence par une seule côté, en particulier aux niveaux de l'entaille et aux extrémités de recouvrement du patch en composite, montre aussi que le décollement est conditionnée par la quantité des charges absorbée suivant la rigidité en gradation du patch en composite.

3.7 Conclusion

Les résultats numériques obtenus ont permis d'évaluer l'efficacité des trois concepts de bi-gradation du patch composite FGM dans le renforcement de la plaque en aluminium. L'association des modèles XFEM et CZM a permis de représenter avec précision les mécanismes d'amorçage et de propagation des fissures ainsi que le décollement de l'interface adhésive. L'étude comparative montre que la distribution des propriétés mécaniques du patch influence directement la capacité de renforcement, la réponse force-déplacement ainsi que le comportement du décollement. En revanche, après le décollement du patch, l'évolution de la fissuration reste principalement

Chapitre 3 : RESULTATS ET DISCUSSION

gouvernée par la présence de l'entaille dans la plaque, comme l'ont confirmé les contours PHILSM. Les distributions des contraintes de Von Mises mettent également en évidence l'effet de la gradation sur la répartition des contraintes au niveau de l'adhésif. L'ensemble de ces résultats confirme l'intérêt de l'utilisation des matériaux à gradient fonctionnel pour améliorer les performances des assemblages collés et optimiser la résistance des structures renforcées.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES :

Ce travail de recherche a fait l'objet d'une investigation numérique approfondie visant à évaluer l'efficacité du renforcement des structures métalliques comportant un trou et renforcées par des patchs composites à gradient fonctionnel de fibres (FGM). En nous appuyant sur une modélisation avancée tridimensionnelle (3D) couplant l'XFEM et le modèle de zone cohésive (CZM), et en exploitant les capacités de programmation de la sous-routine USDFLD sous Abaqus, nous avons pu simuler avec précision la dégradation progressive et le processus de fissuration à l'interface réparée.

Les principaux résultats et conclusions tirés de cette étude numérique peuvent être résumés comme suit :

1. Validation de l'approche numérique : L'implémentation réussie de la sous-routine USDFLD a démontré son efficacité comme pont numérique pour introduire une variation continue des propriétés de l'interface (K et $\sigma_{\max}$) régie par la loi de mélange en fonction de la fraction volumique locale des fibres.
2. Supériorité des patchs à gradient (FGM) : L'analyse comparative a révélé que les patchs présentant une gradation continue des fibres offrent une meilleure redistribution des contraintes le long de l'interface par rapport aux patchs homogènes conventionnels. Cela permet de lisser les concentrations de contraintes au voisinage direct du trou.
3. Retardement de l'endommagement : L'optimisation spatiale des propriétés mécaniques permise par le gradient de fibres influence positivement la loi traction-séparation. Elle retarde efficacement l'amorçage des premières microfissures et ralentit la phase d'adoucissement (évolution de l'endommagement), augmentant ainsi la capacité de charge globale de la structure métallique réparée.

En somme, cette étude confirme que l'ingénierie des matériaux à gradient fonctionnel constitue une voie hautement prometteuse pour concevoir des réparations par patchs composites plus fiables, plus durables et adaptées aux exigences des structures fortement sollicitées.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Perspectives

Bien que ce modèle numérique apporte des réponses claires, il ouvre également la voie à sévère perspectives futures afin d'approfondir ce travail :

- Étendre cette modélisation numérique à des scénarios de chargement dynamique ou cyclique (fatigue) pour évaluer la durabilité à long terme de l'interface à gradient.
- Explorer d'autres profils de distribution des fibres (lois exponentielles, sigmoïdales) afin d'identifier la configuration optimale du gradient pour différents types de trous.
- Envisager une validation expérimentale en caractérisant des éprouvettes réelles renforcées par des patches composites fabriqués par impression 3D ou par des procédés avancés permettant le contrôle de la gradation des fibres.

LES REFERENCES :

- [1] BERTHELOT, J.-M. (2012). Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures. 5ème édition, Lavoisier, Paris. ISBN : 978-2-7430-1450-7.
- [2] Djebbloun Youcef, Etude de la rupture en MODE I d'ouverture des matériaux composites, Université de Biskra (2004).
- [3] BERTHELOT, J.-M. (2012). Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures. 5ème édition, Lavoisier, Paris. ISBN : 978-2-7430-1450-7
- [4] G. CHRÉTIEN, "Matériaux composites à matrice organique", Éditions Eyrolles, 1986.
Cité par : S. TADJEDIT, "Optimisation par un algorithme génétique de l'endommagement de l'interface fibre/matrice d'un nano composite graphite-époxy", Mémoire de Magister, Université d'Oran (USTO-MB), 2014.
- [5] BAÏLON, J.-P. et DORLOT, J.-M. (2000). Des matériaux, 3ème édition. Montréal : Presses Internationales Polytechnique.
- [6] L. Berreur, B. d. Maillard, and S. Nösperger, "L'industrie française des matériaux.
- [7] JoelCugnoni, « Identification par recalage modal et fréquentiel des propriétés constitutives de coques en matériaux composites », Thèse, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, 2005.
- [8] Dequatremare, M., Devers, T., Matériaux – Parcours IUT, Dunod, Paris, 2012.
- [9] Maurice REYNE. Technologie des composites, Éditions Hermès, Paris, 1990
- [10] Daniel Gay, Matériaux Composites 4ème Edition, Hermès 2009.
- [11] MAHAMOOD, Rasheed atModupe; AKINLABI, Esther Titilayo. Functionally Graded Materials. New York : Springer, 2017.
- [12] Meriem LOUNIS, Sabine HADDAD ; « Elaboration, caractérisation et simulation des propriétés effectives d'un FGM à base d'A-U4G et Al2O3 » ; Mémoire de magister, 2019
- [13] AmichiMalha ; Simulation numérique du comportement thermomécanique d'une structure sandwich multicouche à base de matériaux à gradient fonctionnel' ; Mémoire de master de l'universiuté de Tizou Ouzou, 2020
- [14] M.Messoussa, Généralités sur les matériaux composites avancés, Université Ibn Khaldoun de Tiaret, 2019.
- [15] FERHAT, Soraya.
Modélisation et simulation numérique du comportement des poutres à base de matériaux à gradient fonctionnel chargées en flexion.

Mémoire de Master en Génie Civil, Option Structure, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Faculté de Génie de la Construction, 2022–2023.

[16] D. KRAJCINOVIC: Damage mechanics: accomplishments, trends and needs.

International journal of solids and structures, 37 :267-277, 2000

[17] V. CARMONA : Étude de l'endommagement de matériaux composites par tomographie X et émission acoustique. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2009.

[18] BOURADA, F. (2020). Cours : Méthode des Éléments Finis. Institut des Sciences et de la Technologie, Département des Sciences et de la Technologie, Centre Universitaire Ahmed Ben Yahia El-Wancharissi de Tissemsilt, Algérie.

[19] BENMERABET, S. (2020). Analyse numérique par éléments finis étendus (X-FEM) de structures fissurées. Mémoire de Master, Université Ibn Khaldoun - Tiaret.

[20] VENTURA, G. (2006). On elimination of quadrature subells for discontinuousfunctions in the extendedfiniteelementmethod. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 66, pp. 761-795.

[21] BELYTCHKO, T. et BLACK, T. (1999). Elastic crack growth in finite element with minimal remeshing. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 45, no 5, pp. 601-620.

[22] RAHMANI, M. Y. (2016). Analyse Numérique de la propagation de fissures par la méthode des Eléments finis étendus (XFEM). Mémoire de Master, Université Badji Mokhtar - Annaba, Algérie.

[23] A.A. Griffith: "The phenomena of rupture and flow in solids". Philosophical Transactions of the Royal Society of London A221, 163-198, 1921.

[24] G. I. Barenblatt: "The formation of equilibrium cracks during brittle fracture: General ideas and hypothesis, axially symmetric cracks". Applied Mathematics and Mechanics, 23:622–636, 1959.

[25] A. Hillerborg, M. Modéer et P. -E. Petersson: "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements". Cement and concrete research, vol. 6, p. 773-782, 1976.

[26] A. Hillerborg: "Analysis of a single crack, Fracture Mechanics of concrete", éd. F. H. Wittman, Elsevier Pubs, p. 223-249, 1983.

[27] Abdallah Benzaama, Mohamed Mokhtari, Nour-El-Imene Ahmed-Bouziane, Elamine Abdelouahed, Benzaama Habib, Ilias-Mohammed-Amine Ghermaoui& Ikhlas Aliane (2023): Using a UMM-XFEM technics to predict the damage in CFRP bi-graded with glass-epoxy

materials of notched plate under quasi-static loading, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2023.2244958

[28] Djezouli Moulai-Khatir, Mohamed Mokhtari, Amir Slamene, Elamine Abdelouahed, Habib Benzaama&Loubna Nadji (15 Oct 2023): Using XFEM technique to predict the crack growth in the notched plate under high loading cyclic conditions, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2023.2269650

[29] Sadek Gouasmi, Mohamed Mokhtari, Amir Slamene, Billel Hamza, Habib Benzaama, Elamine Abdelouahed &Loubna Nadji (15 Oct 2023): Sensitivity analysis of GTN damage parameters: Application to notched plate ductile fracture simulation, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2023.2267290

[30] Benzaama, A., Mokhtari, M., Benzaama, H., Gouasmi, S., & Tamine, T. (2018). Using xfem technique to predict the damage of unidirectional cfrp composite notched under tensile load. *Advances in Aircraft and Spacecraft Science*, 5(1), 129

[31] Amina Smaïne, Mohamed Mokhtari, Fatna Telli, Mohamed EL Amine Khiari, MostefaBouchetara&Benzaama Habib (04 Mar 2024): Using FGM concept in fiber-matrix coupling laws to predict the damage in Carbon-Epoxy graded composite application in notched plate under thermo-mechanical loading, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2024.2320813

[32] I. M. A. Ghermaoui, M. Mokhtari, H. Benzaama& A. Elamine (2023): Using FGM concept and combined of XFEM-CZM technics to predict the damage in carbon/ carbon-epoxy graded composites, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2023.2245830

[33] Fouzia Larbi Chaht, Mohamed Mokhtari, and Habib Benzaama, using a Hashin criteria to predict the damage of composite notched, plate under traction and torsion behavior, *Fratt. IntegritaStrut.*, vol. 13, no. 50, pp. 331–341, 2019. DOI: 10. 3221/IGF-ESIS.50.28

[34] Fatima Zohra Messabih, Mohamed Mokhtari, Mohamed Bentoumi, Amir Slamene, Elamine Abdelouahed, Benzaama Habib, AchwakGHomari& Youcef Merasli (12 Oct 2023): Nonlinear CZM-based predictive analysis of damage in single-lap composite joints: An exploration of the FGM concept in Fiber–Matrix coupling, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2023.2263974

[35] Fatna Telli, Mohamed Mokhtari, Mohamed EL Amine Khiari, Benzaama Habib, Amir Slamene&Elamine Abdelouahed (2023): Damage analysis of hybrid carbon/Glass Epoxy pipe elbows under bending and pressure loading, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2023.2226953

- [36] mohammed amine bellali, mohamedmokhtari, habibbenzaama, Fekirinihamida, boualemserier and kouidermadani, usingczm and xfem to predict the damage to Aluminumnotched plates reinforcedwith a composite patch, journal of mechanics of materials and structures, Vol. 15, no. 2, 2020Dx.doi.org/10.2140/jomms.2020.15.185
- [37] Mohammed Amine BELLALI, Boualem SERIER, Mohamed MOKHTARI, Raul D. S. G. CAMPILHO, Frederic LEBON, Hamida FEKIRINI, XFEM and CZM modeling to predict the repair damage by composite patch of aircraft structures: debondingparameters, Composite Structures, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.113805>
- [38] S.L.S. Nunes, R.D.S.G. Campilho, F.J.G. da Silva, C.C.R.G. de Sousa, T.A.B. Fernandes, M.D. Banea, et al., Comparative Failure Assessment of Single and Double Lap Joints with Varying Adhesive Systems, *The Journal of Adhesion*, 92 (2016) 610-34.
- [39] T.C. Silva, L.C.S. Nunes, A new experimental approach for the estimation of bending moments in adhesively bonded single lap joints, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 54 (2014) 13-20.
- [40] O. Sayman, Elasto-plastic stress analysis in an adhesively bonded single-lap joint, *Composites Part B: Engineering*, 43 (2012) 204-9.
- [41]. M. S. Kafkalidis and M. D. Thouless, *Int. J. Solids Struct.* 39, 4367–4383 (2002).
- [42]. J. P. M. Gonçalves, M. F. S. F. de Moura, A. G. Magalhães and P. M. S. T. de Castro, *FatigueFract. Eng. Mater. Struct.* 26, 479–486 (2003).
- [43] Chen, J., *J. Thermoplast. Compos.* 15, 429–441 (2002).
- [44]. Q. D. Yang, M. D. Thouless and S. M. Ward, *J. Mech. Phys. Solids* 47, 1337–1353 (1999).
- [45] Campilho, R. D. S. G., de Moura, M. F. S. F., and Domingues, J. J. M. S., *J. Adhes. Sci. Technol.* 21, 855–870 (2007).
- [46]. Q. D. Yang, M. D. Thouless and S. M. Ward, *Int. J. Solids Struct.* 38, 3251–3262 (2001).
- [47]. S. Li, M. D. Thouless, A. M. Waas, J. A. Schroeder and P. D. Zavattieri, *Eng. Fracture Mech.* 73, 64–78 (2006).
- [48] Campilho, R. D. S. G., de Moura, M. F. S. F., Pinto, A. M. G., Morais, J. J. L., and Domingues, J. J. M. S., *Compos. Part B – Eng.* 41, 149–157 (2009).
- [49] Yang, Q. D., Thouless, M. D., and Ward, S. M., *Int. J. Solids Struct.* 38, 3251–3262 (2001).
- [50] Campilho, R. D. S. G., de Moura, M. F. S. F., and Domingues, J. J. M. S., *Int. J. Solids Struct.* 45, 1497–1512 (2008).

- [51] P. B. Gning, M. Tarfaoui, F. Collombet, L. Riou, P. Davies, “Damage Development in Thick Composite Tubes Under Impact Loading and Influence on Implosion Pressure: Experimental Observations,” *Composites Part B: Engineering*, vol. 36, pp. 306-318, 2005.
- [52] Abdelouahed, E., Benzaama, H., Mokhtari, M., & Aour, B. (2019). Pipeline repair by composite patch under temperature and pressure loading. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 13(49), 690–697
- [53] Thouless, M. D., Waas, A. M., Schroeder, J. A., and Zavattieri, P. D., *Eng. Fract. Mech.* 73, 64–78 (2006).
- [54] Bogdanovich, A. E. and Kizhakkethara, I., *Compos. Part B – Eng.* 30, 537–551 (1999).
- [55] J. R. Tarpani, M. T. Milan, D. Spinelli, W.W. Bose, “Mechanical Performance of Carbon-Epoxy Laminates Part I: Quasi-Static and Impact Bending Properties,” *Materials Research*, vol. 9, no. 2, pp. 115-120, 2005.
- [56] E. Abdelouahed, M. Mokhtari, H. Benzaama, Finite Element Analysis of the thermo-Mechanical Behavior of composite Pipe Elbows under Bending and Pressure loading, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 49 (2019) 698-713; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.49.63
- [57] Elamine Abdelouahed, Mohamed Mokhtari, Benzaama Habib, Ilias Mohammed-Amine Ghermaoui, Mohammed-Chams-Eddine Ezzine, Achwak Ghomari & Youcef Merasli (2023): Using a non-linear mixed model behavior of CZM to predict the damage in single lap bonded joint with Bi-composite graded materials, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2023.2243604
- [58] Shabana YM, Noda N. Thermo-elasto-plastic stresses in functionally graded materials subjected to thermal loading taking residual stresses of the fabrication process into consideration. *Composites Part B: Engineering* 2001;32(2):111-121.
- [59] Ozturk A, Gulgec M. Elastic–plastic stress analysis in a long functionally graded solid cylinder with fixed ends subjected to uniform heat generation. *International Journal of Engineering Science* 2011;49(10): 1047-1061.
- [60]. Kim, J.H.; Paulino, G.H. Isoparametric graded finite elements for nonhomogeneous isotropic and orthotropic materials. *J. Appl. Mech.* 2002, 69, 502–514. [CrossRef]
- [61] Marlett K. Hexcel 8552 IM7 Unidirectional Prepreg 190 gsm & 35% RC Qualification Material Property Data Report. 2011.
- [62] Marlett K. Hexcel 8552 IM7 Unidirectional Prepreg 190 gsm & 35% RC Qualification Material Property Data Report. 2011.

- [63] Camanho, P.P., P. Maimi, C.G. Davila. 2007. “Prediction of Size Effects in Notched Laminates Using Continuum Damage Mechanics,” *Composites Science and Technology*, (67)13:2715-2727.
- [64] Kim, J.K., Kim, D.S., Takeda, N., “Notched Strength and Fracture Criterion in Fabric Composite Plates Containing a Circular Hole.” *Journal Composite Materials*, Vol. 29, part 7 pp. 982-998, 1995
- [65] Marur P.R. (1999). *Fracture Behaviour of Functionally Graded Materials*, PhD Thesis, Auburn University, Alabama.
- [66] F. Telli, M. Mokhtari, E. Abdelouahed, H. Benzaama, and K. Khedim, Using functionally graduated materials concept to predict the damage of heat-treated elbows under bending and pressure loading, *J Pressure Vessel Technol.*, vol. 145, no. 4, May 2023j. DOI: 10.1115/1.4062336
- [67] Ahmed-Bensoltane, A., Mokhtari, M., Benzaama, H., Samet, K., Benrouba, H., and Abdelouahed, E., 2023, “Using XFEM Technique to Predict the Effect of Default on the Damage of Steel Pipe Reduced-Connection
- [68] Mohamed El Amine Khiari, Mohamed Mokhtari, Fatna Telli, Habib Benzaama& Oussama Naimi (2023): Damage investigation of a pressurized elbow pipe using the XFEM technique under severe cyclic loading, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2023.2250535
- [69] A.Y. Elruby, S. Nakhla, and A. Hussein, Automating XFEM modeling process for optimal failure predictions, *Math. Prob. Eng.*, vol. 2018, pp. 1–14, Aug. 2018. DOI: 10.1155/2018/1654751.
- [70] Interaction: Dassault Systemes, *Auto Tech Rev.*, vol. 3, pp. 8–9, Dec. 2014.
- [71] Guessab, A., Slamene, A., Hamza, B., & Mokhtari, M. (2024). Localized heat treatment and XFEM-based investigation of damage mechanisms in reinforced notched plates under uniaxial tensile stress. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 1–15. <https://doi.org/10.1080/15376494.2024.2356073>
- [72] Dassault Systemes, D., 2014, *Abaqus Documentation*, Dassault Systemes, Providence, RI.
- [73] J. Jing, F. Gao, J. Johnson, F.Z. Liang, R.L. Williams, and J. Qu, Simulation of dynamic fracture along solder–pad interfaces using a cohesive zone model, *Eng. Fail. Anal.*, vol. 16, no. 5, pp. 1579– 1586, Jul. 2009. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2008.10.019.

- [74] E.S. Firoozabad, B.-G. Jeon, H.-S. Choi, and N.-S. Kim, Failure criterion for steel pipe elbows under cyclic loading, *Eng. Fail. Anal.*, vol. 66, pp. 515–525, 2016. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2016.05.012.
- [75] Hillerborg, A., Modeer, M., and Petersson, P.-E., 1976, ' "Analysis of Crack formation and crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements," *Cem. Concr. Res.*, 6(6), pp. 773–781.
- [76] R. D. S. G. Campilho, M. F. S. F. de Moura and J. J. M. S. Domingues, *Int. J. Solids Struct.* 45, 1497–1512 (2008).
- [77] Taylor, R.L, Beresford, P.J. and Wilson, E.L., A non-conforming element for stress analysis. *Int. J. Num. Meth. Engng.* 10, 1211-1219 (1976).
- [78] Amir SLAMENE, Mohamed MOKHTARI, Billel HAMZA, Sadek GOUASMI, Fatna TELLI, and Abderraouf OUSIDHOUM. Damage analysis of functionally graded materials: A finite element investigation utilizing the gurson-tvergaard-needleman (gtn) model for notched plates. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, May 2024. ISSN 1539-7742. . URL <http://dx.doi.org/10.1080/15397734.2024.2353896>.
- [79] S.Suresh, A. Mortensen. *Fundamentals of Functionally Graded Materials: Processing and Thermomechanical Behavior of Graded Metals and Metal-Ceramic Composites*. London: IOM Communications Ltd; 1998.