

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب
Université –Ain Témouchent- Belhadj Bouchaib
Faculté des Sciences et de Technologie
Département de Génie Mécanique



Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du diplôme de Master en : Construction Mécanique
Domaine : Sciences et Technologie
Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Construction Mécanique
Thème

Comportement élastique d'une fissure réparée sous chargement de traction biaxial pour une plaque aéronautique fissurée.

Présenté Par :

1) DAHO Zouaouia

Devant le jury composé de :

Pr. DJEBBAR Nouredine	UAT.B.B (Ain Témouchent)	Président
Dr. BAHRAM Kaddour	UAT.B.B (Ain Témouchent)	Examineur
Dr. BELHAMIANI Mohamed	UAT.B.B (Ain Témouchent)	Encadrant
Dr. BOUZITOUNA Wahiba Nesrine	UAT.B.B (Ain Témouchent)	Co-Encadrante

Année Universitaire 2024/2025

Remerciements

Au terme de ce travail, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce mémoire.

Je remercie tout d'abord mon encadreur, **Monsieur BELHAMIANI Mohamed**, pour sa confiance, ses conseils avisés, sa patience et sa disponibilité tout au long de ce travail. Son accompagnement a été d'une grande richesse aussi bien sur le plan scientifique qu'humain.

Mes remerciements les plus sincères à **Madame BOUZITOUNA Wahiba Nesrine**, ma co-encadreuse, pour son implication, ses orientations pertinentes et son soutien constant. Son aide précieuse a grandement facilité l'avancement de ce projet.

Je remercie également **Monsieur OUDAD Wahid** pour ses suggestions judicieuses, sa générosité intellectuelle et sa présence bienveillante.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à **Monsieur DJEBBAR Nouredine**, Président du jury, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail, ainsi que pour ses remarques pertinentes et enrichissantes.

Mes remerciements vont également à **Monsieur BAHRAM Kaddour**, examinateur, pour avoir accepté d'évaluer ce mémoire et pour la qualité de ses observations.

Leur présence et leurs échanges ont grandement contribué à valoriser ce travail.

Je tiens à adresser mes remerciements à **Monsieur MOHAMEDI Walid Mohamed**, Chef du Département de Génie Mécanique, pour son encadrement rigoureux et son engagement envers les étudiants.

Une pensée toute particulière à ma famille, en particulier mes parents et ma sœur Khadidja, pour leur amour, leur soutien inconditionnel et leur présence réconfortante durant toutes les étapes de mon parcours.

Enfin, je remercie chaleureusement tous mes collègues, amis et camarades de promotion, pour les échanges enrichissants, les moments partagés, et l'ambiance conviviale qui ont rendu ce parcours plus agréable.

Dédicace

« وَقُلِ اعْمَلُوا فَسَيَرَى اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنُونَ »

(Sourate At-Tawbah, verset 105)

Avec une profonde gratitude envers Allah, Le Tout-Puissant, pour m'avoir accordé la patience, la force et la lumière durant tout mon parcours.

Je dédie ce modeste travail :

À mes chers parents, pour leur amour infini, leurs sacrifices quotidiens et leur présence rassurante. Vous êtes les piliers de ma réussite et de ma vie. Mille mercis.

À ma sœur bien-aimée Khadidja, pour son affection, sa patience et ses encouragements constants. Ton soutien m'a toujours donné la force d'avancer.

À tous ceux et celles qui, de près ou de loin, ont participé à la réussite de ce projet, recevez ma sincère gratitude.

Résumé

Dans ce mémoire, nous étudions le comportement élastique d'une plaque en alliage d'aluminium 2024-T3 présentant une fissure latérale, soumise à différents types de chargement (uniaxial et biaxial), dans le but d'analyser et d'améliorer sa résistance mécanique à l'aide de solutions de réparation. La méthode des éléments finis, mise en œuvre via le logiciel Abaqus, a permis de simuler le comportement de la fissure et d'évaluer les facteurs d'intensité de contrainte (K_I , K_{II} , K_{III}) ainsi que la contrainte T . Deux approches de réparation ont été considérées : d'une part, un patch en composite Boron/époxy collé à la plaque via un adhésif FM73 ; d'autre part, un patch en matériau à gradient de propriétés (FGM) à base de Ni- Al_2O_3 avec cinq lois de distribution du module de Young. Les résultats numériques montrent que la présence d'un chargement biaxial accentue significativement la fissuration mixte et la concentration des contraintes. En comparaison, les patches FGM offrent une meilleure atténuation des contraintes et une répartition plus homogène, surpassant celles du patch composite classique. Ce travail ouvre la voie à l'utilisation de patches fonctionnels dans la réparation des structures aéronautiques soumises à des sollicitations multiaxiales.

Mots-clés : Mécanique de la rupture, Fissure, Réparation, Patch composite, FGM, Abaqus, Biaxialité, Aluminium 2024-T3.

Abstract

This thesis investigates the elastic behavior of a cracked aluminum plate (2024-T3 alloy) subjected to different types of loading (uniaxial and biaxial), with the objective of analyzing and enhancing its mechanical performance through repair solutions. The finite element method, implemented using Abaqus software, was used to simulate the fracture behavior and evaluate the stress intensity factors (K_I , K_{II} , K_{III}) along with the T -stress. Two repair strategies were studied: the first involved a Boron/Epoxy composite patch bonded to the plate with FM73 adhesive; the second used a functionally graded material (FGM) patch made of Ni- Al_2O_3 , with five different Young's modulus distribution profiles. Numerical results showed that biaxial loading significantly increases mixed-mode crack propagation and stress concentrations. Compared to the conventional composite patch, FGM-based patches provided a better reduction of stress intensity factors and a more uniform distribution of stresses along the crack front. This study demonstrates the potential of FGM patches to improve the durability and reliability of repaired aerospace structures subjected to multiaxial stresses, and provides a numerical framework for further developments in smart repair technologies.

Keywords: Fracture mechanics, Crack, Repair, Composite patch, FGM, Abaqus, Biaxial loading, 2024-T3 aluminum.

تهدف هذه المذكرة إلى دراسة السلوك المرن لصفحة مشقوقة مصنوعة من سبيكة الألمنيوم 2024-T3، تحت تأثير أحمال شد مختلفة (أحادية وثنائية المحور)، مع التركيز على تقييم فعالية تقنيات إصلاح الشقوق باستعمال طرائق رقمية. تم الاعتماد على طريقة العناصر المحددة باستخدام برنامج **Abaqus** لمحاكاة تطور الشق وتحليل عوامل شدة الإجهاد (K_I , K_{II} , K_{III}) وكذلك إجهاد **T**. تمت دراسة طريقتين للإصلاح: الأولى باستعمال لصاقة مركبة من نوع **Boron/Epoxy** ملصقة باستخدام غراء **FM73**، والثانية تعتمد على لصاقة مصنوعة من مواد ذات تدرج وظيفي (FGM) من نوع **Ni-Al₂O₃**، مع خمس توزيعات مختلفة لمعامل يونغ. أظهرت النتائج العددية أن التحميل الثنائي المحور يزيد من تعقيد الشق وتفعيل الأنماط المختلطة، كما أن لصاقات **FGM** تُظهر أداءً أفضل في تخفيف التركيزات الإجهادية وتوزيعها بشكل أكثر تجانساً مقارنة باللصاقات التقليدية. تُظهر هذه الدراسة إمكانيات واعدة لاستخدام المواد الذكية (FGM) في إصلاح البنى الجوية المتشققة والخاضعة لأحمال متعددة المحاور.

الكلمات المفتاحية: ميكانيكا الانكسار، الشق، الإصلاح، اللصاقة المركبة، المواد ذات التدرج الوظيفي، **Abaqus**، التحميل ثنائي المحور، الألمنيوم 2024-T3.

Sommaire

Remerciements.....	i
Dédicace.....	ii
Résumé.....	iii
Sommaire.....	v
Liste des figures.....	viii
Liste des tableaux.....	x
Introduction générale.....	1
Chapitre I : Fondements théoriques de la mécanique de la rupture.....	3
Introduction.....	3
1. Définition et importance dans les structures aéronautiques.....	3
2. Comportement élastique des matériaux fissurés.....	4
2.1. Hypothèses d'élasticité linéaire.....	4
2.2. Concentration des contraintes autour d'une fissure.....	4
3. Facteur d'intensité de contrainte (FIC).....	5
3.1. Définition et formule générale.....	5
3.2. Calcul du facteur d'intensité.....	6
3.3. Utilisation du facteur d'intensité de contrainte.....	6
3.4. Contrainte T (T-stress) et son rôle dans la rupture.....	7
4. Essai de traction et ses types.....	8
5. Différences entre traction uniaxiale et biaxiale.....	9
6. Traction biaxiale et son impact sur la mécanique de la rupture.....	10
6.1. Effet du chargement biaxial sur la fissuration.....	10
6.2. Cas des structures aéronautiques soumises à des contraintes biaxiales.....	10
Conclusion.....	11

Sommaire

Chapitre II : Réparation des structures fissurées	12
Introduction	12
1. Panorama des techniques de réparation des structures fissurées.....	13
1.1. Soudage (pour les métaux)	13
1.2. Perçage (stop-drilling)	14
1.3. Rechargement (ajout de matière).....	14
1.4. Réparation mécanique (rivets, renforts métalliques).....	14
1.5. Réparation par collage	15
2. Réparation par patch collé.....	16
2.1. Principe de la réparation par patch collé.....	16
2.2. Types de patches : métallique vs composite.....	16
2.3. Utilisation des matériaux composites pour les patches	16
2.4. Illustration d'une réparation par patch collé.....	17
2.5. Réparation par patch en matériau à gradient de propriétés (FGM)	18
3. Utilisation des matériaux composites pour les patches.....	19
3.1. Avantages des composites dans la réparation aéronautique	19
3.2. Types de matériaux composites utilisés	20
3.3. Paramètres influençant l'efficacité du patch composite.....	21
Conclusion.....	22
Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des résultats.....	23
Introduction	23
1. Présentation du logiciel Abaqus.....	23
1.1. Capacités pour la simulation des fissures	23
1.2. Modèles de comportement disponibles.....	24
2. Modélisation numérique sous Abaqus	25
2.1. Géométrie de la plaque	25

Sommaire

2.2.	Conditions aux limites	27
2.3.	Maillage	28
2.4.	Évaluation des FIC (Modes I, II, III) et du T-stress.....	30
3.	Résultats et interprétation.....	31
	Partie I: Chargement uniaxial ($\delta yy = 65 MPa$).....	31
	Partie II: chargement biaxiale ($\delta yy = 65 MPa$ et δxx varie en % $f(\delta yy)$).....	34
	Partie III: chargement biaxiale ($\delta yy = 175 MPa$ et $\delta xx = 65MPa$).....	37
	Partie IV: chargement uniaxial avec une réparation par un patch en composite.....	44
	Partie V: Chargement biaxial avec une réparation par un patch en composite	50
	Conclusion.....	56
	Conclusion générale.....	58
	Bibliographie	60

Liste des figures

Figure 1: Représentation des modes de chargement I, II et III.	4
Figure 2 : Zones au voisinage d'une pointe de fissure.	5
Figure 3 : Champ de contrainte autour d'une fissure rectiligne avec T-contrainte.	8
Figure 4 : Champ de contrainte autour d'une fissure rectiligne avec T-stress.	8
Figure 5 : L'éprouvette de traction sous chargement dans trois directions.	9
Figure 6 : L'éprouvette de traction biais est chargée dans deux directions (verticalement et horizontalement).	10
Figure 7 : Illustration d'une réparation par patch collé	18
Figure 8 : Exemple de patch FGM appliqué sur une structure fissurée (Variation spatiale du module E).	18
Figure 9 : Géométrie de la plaque réparée (a) vue de face (b) vue de côté (c) vue en 3D [21].	26
Figure 10 : Module de Young E pour le matériau en FGM Ni–Al ₂ O ₃	27
Figure 11 : Chargement de la plaque fissurée. a) uniaxial b) biaxial.	28
Figure 12 : Maillage de la plaque.	28
Figure 13 : Vérification de convergence du K _I en fonction de la taille d'élément de maillage.	29
Figure 14 : Chargement uniaxial pour une plaque fissurée.	31
Figure 15 : Variation des FIC a) K _I b) K _{II} c) K _{III} le long du front de fissure pour différentes longueurs.	32
Figure 16 : Distribution de la contrainte T en fonction de la longueur de fissure.	33
Figure 17 : Distribution contrainte de Von Mises pour plusieurs longueurs de fissure.	34
Figure 18 : Chargement biaxial pour une plaque fissurée.	35
Figure 19 : Variation de FIC a) K _I b) K _{II} c) K _{III} le long du front de fissure normalisé en fonction du chargement biaxiale ($\delta yy = 65 \text{ MPa}$ et δxx varie en % $f(\delta yy)$)	36
Figure 20 : Contrainte T en fonction du chargement biaxiale pour différentes longueurs de fissures. ...	37
Figure 21 : Variation de FIC K _I le long du front de fissure en fonction du chargement.	39
Figure 22: Variation de FIC K _{II} le long du front de fissure en fonction du chargement.	40
Figure 23 : Variation de FIC K _{III} le long du front de fissure en fonction du chargement.	41
Figure 24 : Variation de la contrainte T en en fonction du chargement.	43
Figure 25: Distribution du Module de Young E pour Ni–Al ₂ O ₃ suivant les couches du composite.	45

Liste des figures

Figure 26: Géométrie des modèles de simulation réparée avec les conditions aux limites avec un chargement uniaxial.	46
Figure 27 : Distribution du FIC K_I le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation (a = 15 mm).....	46
Figure 28 : Distribution du FIC K_{II} le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation (a = 15 mm).....	47
Figure 29: Distribution du FIC K_{III} le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation (a = 15 mm).....	49
Figure 30 : Distribution de la contrainte T pour différentes configurations.....	50
Figure 31 : Conditions aux limites du chargement Biaxial avec une réparation par un patch en composite.	51
Figure 32: Distribution du FIC K_I le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation (a = 15 mm).....	51
Figure 33 : Distribution du FIC K_{II} le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation (a = 15 mm).....	52
Figure 34 : Distribution du FIC K_{III} le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation (a = 15 mm).....	53
Figure 35 : Distribution de la contrainte T pour différentes configurations.....	54

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Tableau 1 : propriétés des matériaux : alliage d'aluminium 2024-T3 et de l'adhésive FM 73	26
Tableau 2 : propriétés des matériaux du patch composite Boron/epoxy	26
Tableau 3 : l'écart (en %) pour une convergence de maillage.	30

Introduction générale

Les structures aéronautiques sont soumises à des sollicitations mécaniques complexes au cours de leur service, telles que des chargements cycliques, des variations thermiques ou encore des impacts. Ces sollicitations peuvent engendrer l'apparition de fissures, susceptibles de compromettre l'intégrité de la structure si elles ne sont pas traitées à temps. La mécanique de la rupture permet d'évaluer la propagation de ces fissures et d'anticiper les défaillances, en s'appuyant notamment sur le facteur d'intensité de contrainte (FIC) et la contrainte T, deux grandeurs essentielles pour la caractérisation du comportement des matériaux fissurés [1].

Dans les secteurs critiques comme l'aéronautique, le recours à des méthodes de réparation efficaces et légères est primordial. Parmi les techniques modernes, la réparation par patch collé, notamment à l'aide de composites haute performance comme le Boron/époxy, s'est imposée comme une alternative prometteuse. Cette solution permet de restaurer la capacité portante d'une structure fissurée sans ajouter de masse significative, tout en évitant l'usage de fixations mécaniques susceptibles d'endommager la structure hôte[2], [3]. Toutefois, ces patches restent faits de matériaux homogènes, ce qui entraîne souvent des concentrations de contraintes au niveau des interfaces, réduisant ainsi leur efficacité à long terme.

C'est dans ce contexte que les matériaux à gradient de propriétés (FGM) ont vu le jour. Ces matériaux, dont les propriétés mécaniques varient de façon continue dans l'espace, permettent d'adoucir la transition entre la structure et le patch, réduisant significativement les discontinuités mécaniques[4]. Leur intégration dans les dispositifs de réparation constitue une piste innovante et encore peu explorée dans les applications aéronautiques, notamment en situation de chargement biaxial, typique des enveloppes de fuselage ou des ailes[5].

Ce mémoire s'inscrit dans cette thématique et a pour objectif principal d'étudier le comportement élastique d'une plaque en alliage d'aluminium fissurée, soumise à différents types de chargement (uniaxial et biaxial), avec ou sans réparation. Deux solutions de réparation sont analysées et comparées: un patch en composite Boron/époxy, et un patch en matériau FGM à base de Ni-Al₂O₃. La modélisation est réalisée à l'aide du logiciel Abaqus, en tenant compte de différents profils de distribution du module d'élasticité dans le patch FGM. Les résultats obtenus permettent d'évaluer l'efficacité de chaque méthode en termes de réduction des FIC et du T-stress, et d'ouvrir des perspectives vers des solutions de réparation plus performantes et plus durables dans le domaine aéronautique.

Introduction générale

Dans le but de répondre aux objectifs définis, ce mémoire est structuré en trois chapitres principaux :

- Le **premier chapitre** est consacré aux fondements théoriques de la mécanique de la rupture. Il introduit les notions essentielles permettant de comprendre le comportement des matériaux fissurés, notamment les hypothèses d'élasticité linéaire, les phénomènes de concentration de contraintes, les facteurs d'intensité de contrainte (K_I , K_{II} , K_{III}) ainsi que la contrainte T . Une attention particulière est portée aux effets spécifiques du chargement biaxial, très présent dans le contexte des structures aéronautiques.
- Le **deuxième chapitre** présente un état de l'art des techniques de réparation des structures fissurées, avec un focus sur la réparation par patch collé, technique privilégiée pour sa légèreté et son efficacité. Les matériaux composites utilisés dans ce type de réparation sont analysés, notamment le Boron/époxy, ainsi que leurs limites. Ce chapitre introduit également le concept de matériau à gradient de propriétés (FGM), en tant qu'approche innovante permettant d'améliorer la performance des réparations.
- Le **troisième chapitre** est dédié à la modélisation numérique et à l'analyse des résultats. La géométrie de la plaque fissurée est définie, les conditions de chargement (uniaxial et biaxial) sont appliquées, et les simulations sont effectuées à l'aide du logiciel Abaqus. Les cas sans réparation, avec patch Boron/époxy, et avec patch FGM (selon cinq profils de distribution du module d'élasticité) sont étudiés. Une analyse comparative des résultats obtenus en termes de K_I , K_{II} , K_{III} et contrainte T est menée, suivie d'une discussion sur l'efficacité des solutions proposées.

Chapitre I : Fondements théoriques de la mécanique de la rupture

Introduction

Dans le domaine aéronautique, les structures subissent des sollicitations mécaniques complexes qui peuvent entraîner l'apparition de fissures compromettant leur intégrité. La réparation de ces fissures, notamment par des techniques de patchage, constitue une solution efficace pour prolonger la durée de vie des composants endommagés. Ce chapitre présente les notions fondamentales liées au comportement élastique des matériaux fissurés, en particulier sous un chargement biaxial. Une attention particulière est portée aux mécanismes d'endommagement, aux approches de modélisation des fissures, ainsi qu'aux méthodes de réparation utilisées dans le secteur aéronautique.

1. Définition et importance dans les structures aéronautiques

La mécanique de la rupture étudie la résistance des matériaux face à la formation et à la propagation des fissures, phénomène critique pour la sécurité et la durabilité des structures aéronautiques. Elle permet de comprendre pourquoi des matériaux se rompent à des contraintes bien inférieures à la résistance théorique des liaisons atomiques, en tenant compte des défauts microscopiques préexistants dans les matériaux.

Cette discipline est essentielle dans l'aéronautique pour prévenir les défaillances catastrophiques dues à la propagation rapide des fissures dans les composants soumis à des contraintes importantes.

1.1. Types de fissures et modes de rupture (Mode I, II, III)

Trois modes principaux de rupture sont définis :

- Mode I (ouverture) : les surfaces de la fissure s'écartent sous traction normale à la fissure, c'est le mode le plus courant.
- Mode II (glissement) : déplacement relatif des surfaces de la fissure en cisaillement dans le plan de la fissure.

- Mode III (déchirement) : cisaillement hors plan, avec déplacement parallèle au front de fissure[6].

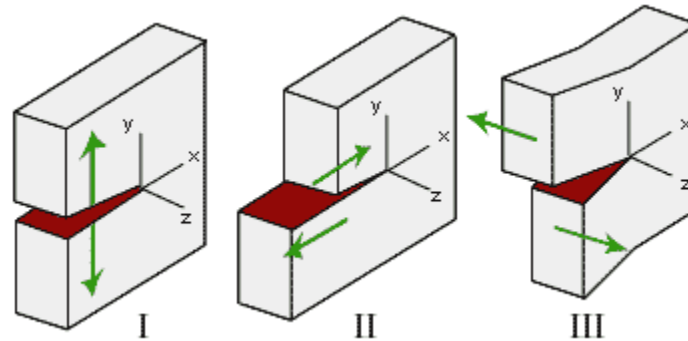


Figure 1: Représentation des modes de chargement I, II et III.

2. Comportement élastique des matériaux fissurés

Cette section traite du comportement élastique des matériaux contenant des fissures, en s'appuyant sur les hypothèses de l'élasticité linéaire, et en analysant le phénomène de concentration des contraintes généré autour du front de fissure.

2.1. Hypothèses d'élasticité linéaire

La mécanique de la rupture classique repose sur l'hypothèse que le matériau est homogène, isotrope, et se comporte de manière élastique linéaire jusqu'à la pointe de la fissure, où des singularités de contrainte apparaissent[6].

2.2. Concentration des contraintes autour d'une fissure

La présence d'une fissure engendre une forte concentration des contraintes à sa pointe, ce qui peut être modélisé par des champs de contraintes singuliers. Cette concentration est à l'origine de la rupture fragile lorsque la contrainte locale dépasse une valeur critique[7].

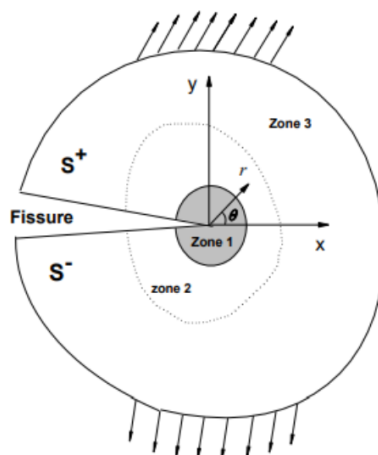


Figure 2 : Zones au voisinage d'une pointe de fissure.

3. Facteur d'intensité de contrainte (FIC)

Le facteur d'intensité des contraintes (noté K) quantifie l'intensité du champ de contraintes à la pointe d'une fissure. Il dépend de la géométrie du matériau, de la taille et de la position de la fissure, ainsi que du niveau de chargement appliqué[6].

Le FIC est un paramètre clé pour prédire la propagation des fissures : la fissure se propage lorsque K atteint une valeur critique spécifique au matériau.

Des formules analytiques existent pour calculer K selon les modes I, II, et III, et selon les conditions de chargement (uniaxial, biaxial, ponctuel, uniforme). Par exemple, pour une fissure dans une plaque infinie soumise à une contrainte uniaxiale uniforme, K s'exprime en fonction de la contrainte appliquée et de la racine carrée de la longueur de fissure[6].

3.1. Définition et formule générale

Le facteur d'intensité de contrainte k est défini par la formule :

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad \text{Éq 1}$$

Où :

- σ est la contrainte appliquée sur le matériau (en pascals, Pa).
- a est la demi-longueur de la fissure (en mètres, m).

3.2. Calcul du facteur d'intensité

Pour des géométries et des chargements simples, le calcul de k peut être relativement direct. Cependant, pour des géométries plus complexes, des facteurs correctifs géométriques sont souvent nécessaires. Par exemple des différents cas :

1. Fissure dans une plaque infinie sous tension uniforme :

$$KI = \sigma\sqrt{\pi a} \quad \text{Éq 2}$$

2. Fissure en bordure d'une plaque sous tension uniforme

$$KI = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{2W}\right)} \quad \text{Éq 3}$$

Où W est largeur de la plaque.

3. Fissure en forme de cercle ou de trou sous tension biaxiale :

$$KI = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot f(a/W) \quad \text{Éq 4}$$

Où $f(a/W)$ est une fonction de la géométrie relative de la fissure et de la plaque.

3.3. Utilisation du facteur d'intensité de contrainte

Le facteur d'intensité de contrainte est utilisé pour prédire la croissance de la fissure à l'aide de la loi de la mécanique de la rupture élastique linéaire (LEFM). La fissure commencera à se propager de manière instable lorsque K atteint une valeur critique, appelée ténacité de la rupture (K_{IC}). La condition de rupture est donc :

$$K \geq K_{IC}$$

Où K_{IC} est une propriété du matériau qui mesure sa résistance à la propagation des fissures.

En résumé, le facteur d'intensité de contrainte K est une mesure cruciale en mécanique de la rupture pour évaluer l'état de contrainte autour d'une fissure et prédire la propagation de celle-ci sous diverses conditions de chargement[8].

3.4. Contrainte T (T-stress) et son rôle dans la rupture

En complément du facteur d'intensité de contrainte (FIC), la contrainte T , ou T-stress, constitue une composante non singulière du champ de contraintes dans le voisinage de l'extrémité d'une fissure. Elle intervient dans le développement asymptotique du champ de contraintes élastiques proposé par Williams, en particulier dans les matériaux linéaires élastiques.

Alors que le FIC représente la composante dominante à courte distance de la fissure, la T-stress agit comme une pression uniforme parallèle au plan de fissuration. Son influence devient significative dans les cas où la géométrie de la structure, les conditions aux limites ou les modes de chargement induisent une contrainte normale constante en plus de la concentration singulière.

D'un point de vue mécanique, la contrainte T joue un rôle essentiel dans la stabilité de la propagation de fissures. Une T-stress positive tend à favoriser l'ouverture de la fissure (mode I) et peut accélérer la rupture, tandis qu'une T-stress négative agit de manière stabilisante en réduisant la concentration locale. Ce paramètre est donc crucial pour compléter les prédictions fournies par le seul FIC, en particulier dans les cas de chargements biaxiaux, géométries complexes, ou réparations de structures fissurées.

Par conséquent, l'introduction de la contrainte T dans l'analyse de la mécanique de la rupture permet une compréhension plus complète du comportement des fissures, notamment dans les applications aéronautiques où les conditions de chargement sont souvent multidirectionnelles.

Formule du champ de contrainte avec T-stress (Développement de Williams)

Autour de l'extrémité d'une fissure dans un matériau élastique linéaire, le champ de contrainte peut être exprimé, en coordonnées polaires (r, θ), par le développement asymptotique suivant :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) + T \cdot \delta_{ix} \delta_{jx} + \text{termes d'ordre supérieur} \quad \text{Éq 5}$$

Où:

- K_I : facteur d'intensité de contrainte en mode I,
- $f_{ij}^{(I)}(\theta)$: fonctions angulaires caractéristiques du mode I (ou II/III selon le cas),
- T : contrainte constante parallèle au plan de la fissure (T-stress),
- $\delta_{ix} \delta_{jx}$: produit des symboles de Kronecker qui assure que T-stress agit uniquement selon σ_{xx} ,

Chapitre I : Fondements théoriques de la mécanique de la rupture

- r : distance à la pointe de fissure,
- θ : angle autour de la pointe de la fissure.

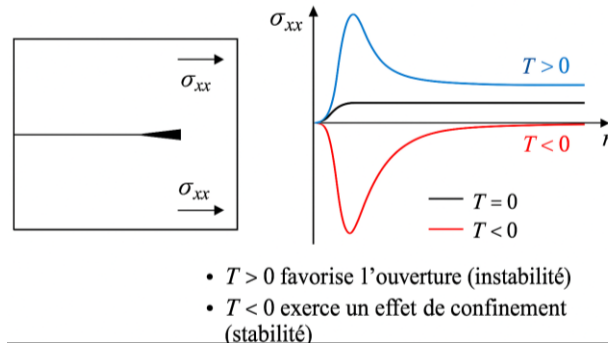


Figure 3 : Champ de contrainte autour d'une fissure rectiligne avec T-contrainte.

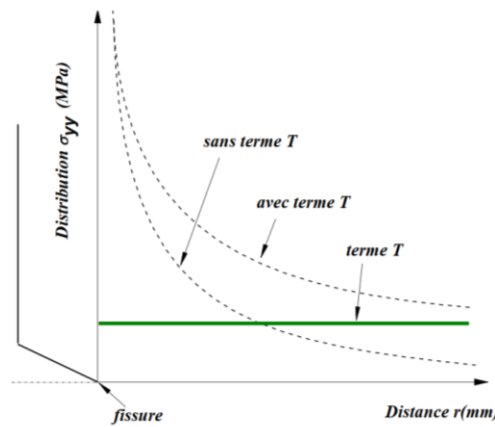


Figure 4 : Champ de contrainte autour d'une fissure rectiligne avec T-stress

- Le pic singulier associé au K_I (en $1/\sqrt{r}$),
- Une ligne horizontale constante représentant la contribution de T ,
- Une légende expliquant que :
 - $T > 0$: favorise l'ouverture (instabilité),
 - $T < 0$: exerce un effet de confinement (stabilité).

4. Essai de traction et ses types

L'essai de traction est une méthode expérimentale essentielle pour caractériser le comportement mécanique des matériaux. Il peut être réalisé selon deux configurations principales : uniaxiale et biaxiale. Le principe de l'essai uniaxial consiste à appliquer une charge selon une seule direction, permettant d'obtenir des courbes contrainte-déformation simples. En revanche, l'essai biaxial implique des

Chapitre I : Fondements théoriques de la mécanique de la rupture

sollicitations simultanées dans deux directions perpendiculaires, reproduisant plus fidèlement les conditions de service réelles de certaines structures. La répartition des contraintes dans ces deux types d'essais diffère considérablement, influençant les modes de déformation et les critères de rupture. L'essai biaxial est particulièrement utilisé dans les domaines où les composants subissent des chargements complexes, comme en aéronautique ou en biomécanique.

4.1.Principe de l'essai de traction uniaxial et biaxial

L'essai de traction consiste à appliquer une force de traction sur un échantillon pour étudier son comportement mécanique.

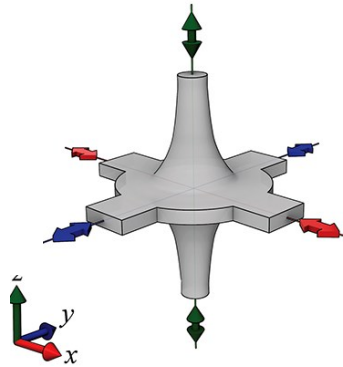


Figure 5 : L'éprouvette de traction sous chargement dans trois directions.

Traction uniaxiale : la force est appliquée dans une seule direction, ce qui génère un état de contrainte simple.

Traction biaxiale : la force est appliquée dans deux directions perpendiculaires, induisant un état de contrainte plus complexe et plus représentatif des sollicitations réelles dans certaines structures[9].

5. Différences entre traction uniaxiale et biaxiale

La traction biaxiale engendre une répartition des contraintes plus complexe, avec des interactions entre les directions de chargement. Cela influence la formation et la propagation des fissures différemment par rapport à la traction uniaxiale.

Les essais biaxiaux sont particulièrement pertinents pour les matériaux et structures soumis à des contraintes multiaxiales, comme c'est souvent le cas dans l'aéronautique[9].

6. Traction biaxiale et son impact sur la mécanique de la rupture

La traction biaxiale joue un rôle important dans la mécanique de la rupture, car elle modifie significativement l'évolution des fissures par rapport à un chargement uniaxial. En effet, l'application de contraintes dans deux directions perpendiculaires peut intensifier la concentration des contraintes au voisinage du front de fissure, influençant à la fois sa propagation et son orientation. Dans les structures aéronautiques, les composants subissent fréquemment des chargements biaxiaux dus à des combinaisons de pressions internes, de forces aérodynamiques et de variations thermiques. Comprendre l'effet de ce type de sollicitation est donc crucial pour évaluer la durabilité des réparations et assurer la sécurité des structures en service.

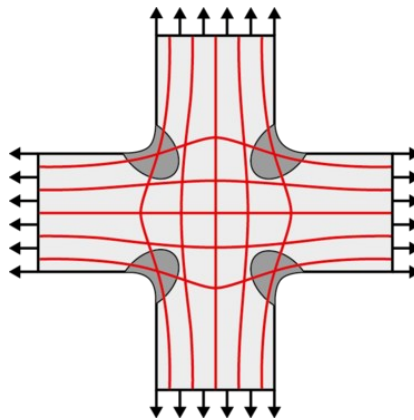


Figure 6 : L'éprouvette de traction biax est chargée dans deux directions (verticalement et horizontalement).

6.1. Effet du chargement biaxial sur la fissuration

Le chargement biaxial modifie le champ de contraintes autour des fissures, ce qui peut accélérer ou retarder leur propagation selon l'orientation et la nature des contraintes appliquées. Les facteurs d'intensité des contraintes doivent être calculés en tenant compte de ces contraintes biaxiales pour une prédiction précise de la rupture[6].

6.2. Cas des structures aéronautiques soumises à des contraintes biaxiales

Dans les structures aéronautiques, les pièces sont souvent soumises à des sollicitations biaxiales dues aux pressions internes, aux efforts mécaniques et aux variations thermiques. La mécanique de la rupture sous contraintes biaxiales permet de mieux évaluer la durabilité et la sécurité des composants, en intégrant les effets combinés des contraintes dans plusieurs directions[10].

Conclusion

Ce chapitre pose ainsi les bases théoriques indispensables pour comprendre la mécanique de la rupture dans un contexte aéronautique, en insistant sur les notions clés du comportement des matériaux fissurés, du facteur d'intensité des contraintes et des essais de traction uniaxiale et biaxiale.

Chapitre II : Réparation des structures fissurées

Introduction

Dans le domaine de l'aéronautique, la fiabilité et la sécurité des structures sont des impératifs absolus. Les structures d'un aéronef — ailes, fuselage, empennage, etc. — sont soumises à des conditions d'exploitation extrêmes : cycles répétés de pressurisation et dépressurisation, fortes sollicitations mécaniques, vibrations, variations thermiques importantes, ainsi qu'à des phénomènes de fatigue et de corrosion. Ces contraintes peuvent, au fil du temps, engendrer l'apparition de fissures ou d'autres formes de dégradations structurelles, compromettant potentiellement l'intégrité de l'aéronef [11], [12].

La réparation des structures fissurées représente donc une activité cruciale pour maintenir la navigabilité, prolonger la durée de vie des aéronefs, garantir la sécurité des vols et optimiser les coûts d'exploitation. Contrairement au remplacement systématique de composants, la réparation permet une intervention ciblée, souvent plus rapide et économique, tout en respectant les normes strictes imposées par les autorités aéronautiques (FAA, EASA, etc.) [13], [14].

Ce chapitre a pour objectif de :

1. Présenter les différentes techniques de réparation utilisées en aéronautique pour traiter les structures fissurées, en distinguant notamment :
 - Les réparations métalliques classiques (rivets, boulons, plaques rapportées en métal),
 - Les réparations par soudage (peu utilisées en aéronautique civile en raison des contraintes thermiques),
 - Les réparations par patch composite, qui connaissent une adoption croissante dans l'industrie.
2. Expliquer les critères de choix d'une méthode de réparation : nature du matériau de la structure (alliage d'aluminium, composite), emplacement de la fissure, taille, accessibilité, durée de réparation, certification, etc.
3. Justifier le choix de la réparation par patch composite, qui constitue la solution centrale de ce travail de fin d'études, en mettant en avant ses nombreux avantages :

- Légèreté du matériau, ce qui est crucial dans l'aviation,
- Excellente résistance mécanique et à la fatigue,
- Facilité d'adaptation à des géométries complexes,
- Compatibilité avec les structures composites modernes de nouvelle génération,
- Réduction de l'impact aérodynamique grâce à un profil affleurant.

Ce chapitre pose ainsi les bases techniques et méthodologiques nécessaires à la compréhension des choix réalisés dans ce projet. Il permettra de montrer en quoi la réparation par patch composite représente aujourd'hui une alternative efficace, innovante et durable pour la remise en état des structures aéronautiques fissurées.

1. Panorama des techniques de réparation des structures fissurées

Les fissures dans les structures aéronautiques peuvent compromettre l'intégrité mécanique d'un aéronef, d'où la nécessité de mettre en œuvre des techniques de réparation adaptées à chaque cas. Ces méthodes varient selon le matériau de la structure, la localisation de la fissure, sa taille, son évolution, et les exigences de certification. Ce panorama présente les principales approches utilisées dans l'industrie aéronautique [10].

1.1. Soudage (pour les métaux)

Le soudage consiste à assembler deux pièces métalliques en les fusionnant à l'aide d'une source de chaleur, avec ou sans ajout de métal d'apport. Dans le contexte de réparation, il est utilisé pour refermer une fissure ou remplacer un élément fissuré par un cordon soudé.

- **Avantages et limites :**
 - **Avantages :** méthode rapide, continuité du matériau, restauration partielle de la résistance.
 - **Limites :** risque de déformation thermique, apparition de zones affectées thermiquement (ZAT), altération des propriétés mécaniques, risque de re-fissuration.

- **Inadaptation aux structures aéronautiques sensibles :**

Dans l'aéronautique, la soudure est rarement utilisée pour les structures primaires ou sensibles. En effet, les alliages d'aluminium aéronautiques sont souvent mal adaptés au soudage du fait de leur composition et de leur sensibilité aux fissures thermiques. De plus, la soudure altère la microstructure, réduit la résistance à la fatigue et compromet la certification. Elle est davantage utilisée dans les structures secondaires ou au sol.

1.2. Perçage (stop-drilling)

Le perçage d'arrêt consiste à percer un trou à l'extrémité d'une fissure de fatigue afin de diminuer la concentration de contraintes locales. Cela ralentit la propagation de la fissure en réduisant le gradient de contraintes en bout de fissure.

- **Efficacité temporaire sur les fissures de fatigue**

Bien que simple et rapide, cette méthode est temporaire : elle ne répare pas la fissure mais en retarde l'évolution. Elle est souvent utilisée dans des situations d'urgence ou en attente d'une réparation plus durable. Son efficacité dépend de la précision du perçage, de l'absence de bavures et de la surveillance postérieure.

1.3. Rechargement (ajout de matière)

Le rechargement consiste à ajouter de la matière (métal ou polymère) sur une zone endommagée pour combler une fissure ou renforcer une surface fragilisée. Il peut être réalisé par soudage, brasage, projection thermique, ou dépôt de résine.

- **Risques de concentration de contraintes :**

Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle peut introduire des discontinuités géométriques ou des zones de surépaisseur qui créent de nouvelles concentrations de contraintes, susceptibles de générer des fissures secondaires. De plus, si l'ajout de matière n'est pas parfaitement adhérent ou homogène, cela peut induire un délaminage ou une perte d'efficacité mécanique.

1.4. Réparation mécanique (rivets, renforts métalliques)

Cette méthode consiste à fixer un renfort métallique (souvent une plaque en aluminium ou en titane) sur la zone fissurée à l'aide de rivets ou de boulons. Elle permet de reprendre les efforts structurels, de limiter la propagation de la fissure, et de restaurer localement la rigidité.

- **Limitations en termes de masse et d'aérodynamisme :**
 - **Inconvénients :**
 - Ajout de masse non négligeable.
 - Perçage nécessaire, ce qui peut introduire de nouveaux points de faiblesse.
 - Impact aérodynamique si la surface réparée dépasse le profil initial.
 - Risques de corrosion galvanique si les matériaux ne sont pas compatibles.

Bien que robustes et faciles à inspecter, ces réparations sont aujourd'hui souvent remplacées par des alternatives composites plus légères et plus discrètes.

1.5. Réparation par collage

La réparation par collage consiste à fixer un patch (en métal ou en composite) sur une structure fissurée à l'aide d'un adhésif structural. C'est une méthode sans perçage, donc non invasive, qui permet de répartir les contraintes de manière homogène sur la zone endommagée [11].

- **Colles structurelles, contraintes liées à la surface et à la durabilité :**
 - **Types d'adhésifs :** principalement les colles époxy, sous forme de films ou de pâtes, qui offrent une excellente résistance mécanique, thermique et chimique.
 - **Préparation de surface :** essentielle pour garantir une bonne adhérence (dégraissage, ponçage, activation chimique, contrôle de l'humidité).
 - **Durabilité :** la performance de la réparation dépend fortement des conditions d'environnement (humidité, température, cycles thermiques), ce qui impose des protocoles rigoureux de mise en œuvre et de validation.

Le collage, lorsqu'il est bien maîtrisé, permet de réaliser des réparations à masse réduite, profil affleurant, et sans affaiblir la structure existante par des perçages. C'est cette technique qui est à la base des réparations par patch composite, qui seront étudiées en détail dans le titre suivant.

2. Réparation par patch collé

La réparation par patch collé est une méthode moderne et efficace pour restaurer la capacité portante d'une structure fissurée, en particulier dans l'industrie aéronautique où la masse, l'intégrité structurale et les performances aérodynamiques sont des critères essentiels. Cette technique consiste à appliquer un renfort (patch), souvent en matériau composite, sur une surface fissurée en utilisant un adhésif structural, sans avoir à percer ou riveter la zone à réparer.

2.1. Principe de la réparation par patch collé

La réparation par patch collé consiste à appliquer un renfort, généralement en matériau composite, sur une zone endommagée d'une structure métallique ou composite. Cette méthode repose sur deux principes fondamentaux[17], [18] :

- **Répartition des contraintes autour de la fissure** : Le patch agit comme un distributeur de charges, réduisant les concentrations de contraintes à l'origine de la propagation des fissures.
- **Réduction du facteur d'intensité de contrainte** : En augmentant la surface de contact et en optimisant la géométrie du patch, on diminue le stress concentré au niveau de la fissure, retardant ainsi sa propagation.

2.2. Types de patches : métallique vs composite

Type de patch	Avantages	Inconvénients
Métallique	Haute résistance mécanique	Poid élevé
Composite	Facilité d'application	Risque de corrosion

2.3. Utilisation des matériaux composites pour les patches

2.3.1. Avantages des composites dans la réparation aéronautique

- **Rapport résistance/masse** : Les composites offrent une résistance mécanique élevée pour une masse réduite, ce qui est essentiel dans le domaine aéronautique [16].

- **Résistance à la corrosion et à la fatigue** : Ils présentent une excellente résistance aux environnements corrosifs et aux cycles de fatigue, prolongeant ainsi la durée de vie des structures réparées.

2.3.2. Types de matériaux composites utilisés

- **Matrices** : Les résines époxy sont couramment utilisées en raison de leur bonne adhérence et de leurs propriétés mécaniques.
- **Renforts** : Les fibres de carbone, de verre et d'aramide sont choisies en fonction des exigences spécifiques de la réparation.
- **Configurations** : Les stratifiés peuvent être unidirectionnels ou multidirectionnels, selon les contraintes auxquelles la structure réparée sera soumise.

2.3.3. Paramètres influençant l'efficacité du patch composite

- **Forme et dimensions du patch** : Une géométrie adaptée permet une meilleure répartition des contraintes.
- **Positionnement par rapport à la fissure** : Le patch doit être positionné de manière à maximiser son efficacité.
- **Épaisseur et nature du matériau** : Ces paramètres influencent la performance mécanique et la durabilité de la réparation.
- **Propriétés adhésives et comportement de l'interface collage/structure** : Une bonne adhésion est cruciale pour la réussite de la réparation.

2.4. Illustration d'une réparation par patch collé

Pour illustrer ces concepts, voici une image représentant une réparation typique par patch collé dans le domaine aéronautique :

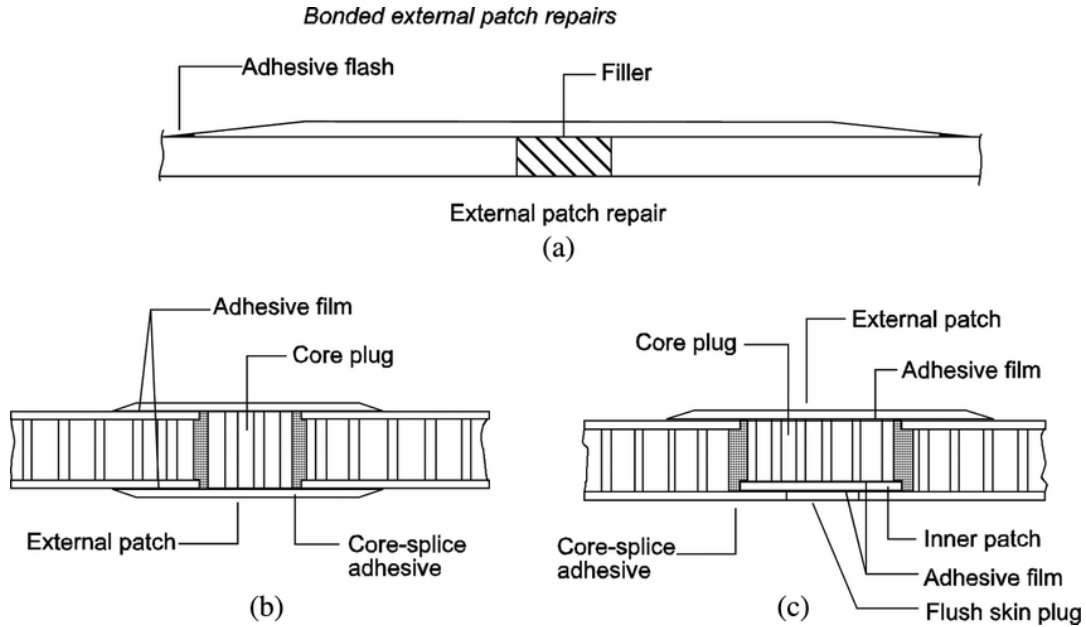


Figure 7 : Illustration d'une réparation par patch collé

2.5. Réparation par patch en matériau à gradient de propriétés (FGM)

Les matériaux à gradient de propriétés, ou Functionally Graded Materials (FGM), sont des matériaux composites dont les propriétés mécaniques varient de manière continue dans une ou plusieurs directions. Cette variation peut concerner le module d'élasticité, la densité, la conductivité thermique, ou d'autres caractéristiques physiques, en fonction de la composition locale du matériau. Dans le contexte de la réparation des structures fissurées, l'utilisation des FGM permet de réduire les discontinuités mécaniques aux interfaces et d'améliorer la répartition des contraintes[4], [5].

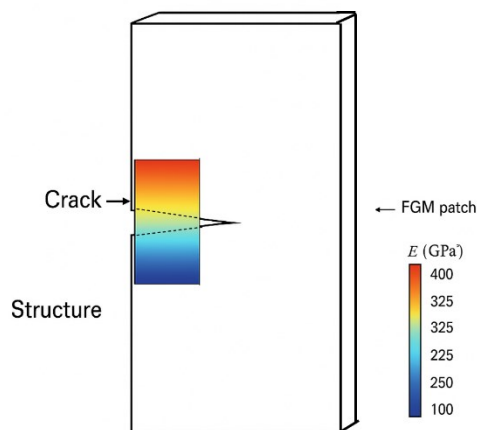


Figure 8 : Exemple de patch FGM appliqué sur une structure fissurée (Variation spatiale du module E).

2.5.1. Avantages des FGM pour la réparation des structures fissurées

L'intégration des FGM comme matériaux de patch présente plusieurs avantages notables :

- **Réduction progressive des contraintes aux interfaces** : contrairement aux matériaux homogènes, les FGM permettent une transition douce des propriétés, ce qui limite les concentrations de contraintes à la jonction entre le patch et la structure hôte.
- **Amélioration de la tenue mécanique et de la durabilité** : le gradient de propriétés optimise la transmission des charges, réduisant les risques de délaminage ou de rupture prématurée.
- **Adaptabilité fonctionnelle** : selon les profils de distribution (linéaire, quadratique, exponentielle, etc.), les FGM peuvent être conçus sur mesure pour répondre à des conditions de service spécifiques.

2.5.2. Limites et perspectives

L'utilisation des FGM dans la réparation structurelle reste encore peu répandue industriellement en raison des contraintes liées à la fabrication, au coût et à la complexité de mise en œuvre. Cependant, les avancées en fabrication additive (comme le 3D printing multi-matériaux) rendent désormais possible la production de patches FGM sur mesure. Les recherches en simulation numérique, comme celles présentées au chapitre 3, confirment leur potentiel pour optimiser les performances de réparation, notamment dans l'aéronautique et l'ingénierie avancée[19].

3. Utilisation des matériaux composites pour les patches

La technologie des matériaux composites est aujourd'hui au cœur des innovations dans l'industrie aéronautique, notamment en matière de réparation structurelle. Leur intégration dans les méthodes de réparation, notamment par patch collé, permet d'atteindre des performances mécaniques élevées tout en réduisant la masse. Ce chapitre présente les avantages, les types de matériaux utilisés et les paramètres critiques influençant l'efficacité des patches composites.

3.1. Avantages des composites dans la réparation aéronautique

- **Rapport résistance/masse**

L'un des principaux atouts des composites est leur excellent rapport résistance/masse. Les renforts à base de fibres de carbone, en particulier, offrent une résistance mécanique équivalente, voire supérieure, à

celle des métaux, pour une masse bien inférieure. Ce critère est fondamental en aéronautique, où chaque gramme compte pour des raisons de performance et de consommation énergétique.

Par exemple, un patch en fibre de carbone peut être jusqu'à 5 fois plus léger qu'un équivalent en aluminium, tout en supportant des contraintes similaires.

- **Résistance à la corrosion et à la fatigue**

Contrairement aux métaux, les composites ne subissent pas de corrosion électrochimique, ce qui améliore la durabilité des réparations dans des environnements agressifs (humidité, sel, température). De plus, leur comportement face à la fatigue est excellent, car les microfissures ont plus de mal à se propager à travers les matrices polymères et les réseaux de fibres.

3.2. Types de matériaux composites utilisés

- **Matrices (époxy, résines thermodurcissables)**

La **matrice** est le liant qui enrobe les fibres et assure la cohésion du matériau. Les matrices les plus utilisées dans les réparations aéronautiques sont :

- **Résines époxy** : excellente adhérence, bonne résistance thermique et chimique.
- **Résines polyester ou phénoliques** (plus rares en aéronautique) : utilisées pour des applications spécifiques.

La matrice contribue aux **propriétés globales** du patch, notamment en compression et en cisaillement.

- **Renforts (fibres de carbone, verre, aramide)**

Les **renforts** déterminent les propriétés mécaniques principales :

- **Fibre de carbone** : haute rigidité, excellente résistance mécanique, faible masse.
- **Fibre de verre** : bon compromis coût/performance, plus souple, mais moins résistante que le carbone.
- **Fibre d'aramide (Kevlar)** : très bonne résistance à l'impact et à la fatigue, mais plus difficile à usiner et coller.

- **Configurations unidirectionnelles et multidirectionnelles**

Les **tissus de fibres** peuvent être :

- **Unidirectionnels (UD)** : optimisés pour supporter des efforts dans une seule direction → très efficaces si l'orientation des efforts est connue.
- **Multidirectionnels (tissés, croisés à $0^\circ/90^\circ$, $\pm 45^\circ$)** : meilleure répartition des efforts et plus grande robustesse dans des conditions complexes.

Le **type de stratification** (nombre de couches, angles) est un paramètre critique dans la conception du patch.

3.3. Paramètres influençant l'efficacité du patch composite

- **Forme et dimensions du patch**

La **forme** du patch doit permettre une **répartition progressive des contraintes**. Les formes elliptiques ou trapézoïdales sont préférées aux formes carrées ou rectangulaires pour éviter les concentrations de contraintes aux angles.

La **taille** doit couvrir une zone suffisamment large autour de la fissure pour **réduire le facteur d'intensité de contrainte (K)**.

- **Positionnement par rapport à la fissure**

Le **centrage du patch** sur la fissure est crucial : un désalignement peut entraîner un décollement prématuré ou une propagation latérale de la fissure.

- **Épaisseur et nature du matériau**

L'**épaisseur** du patch influence la rigidité locale. Un patch trop épais peut introduire une discontinuité mécanique, alors qu'un patch trop fin ne reprend pas les efforts.

La **nature du composite** (type de fibre, type de matrice) conditionne la **compatibilité avec la structure d'origine**, en termes de dilatation thermique et de rigidité.

- **Propriétés adhésives et comportement de l'interface collage/structure**

La **qualité du collage** est un facteur déterminant :

- **Préparation de surface** : nettoyage, ponçage, traitement chimique.
- **Type d'adhésif** : film ou pâte, époxy haute performance, durcissement à chaud ou à froid.

- **Conditions de polymérisation** : température, pression, humidité.

Conclusion

Les techniques de réparation de fissures par patch composite représentent une solution moderne, performante et allégée, particulièrement adaptée aux exigences des structures aéronautiques. Les matériaux composites, notamment les systèmes carbone/époxy, se distinguent par des avantages significatifs par rapport aux patches métalliques, tels qu'une excellente résistance spécifique, une durabilité accrue, une résistance à la corrosion et une grande adaptabilité aux formes complexes. Cependant, l'efficacité globale de la réparation ne dépend pas uniquement des propriétés des matériaux utilisés, mais également de la géométrie du patch, des conditions de mise en œuvre, ainsi que du contrôle rigoureux de la qualité du collage.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des résultats.

Introduction

Ce chapitre est consacré à la démarche méthodologique adoptée pour l'étude numérique du comportement élastique d'une fissure réparée dans une plaque soumise à un chargement de traction biaxiale. Il commence par présenter les raisons ayant motivé l'utilisation du logiciel Abaqus, reconnu pour ses capacités avancées en modélisation de fissures. La modélisation géométrique, le choix du maillage, les conditions aux limites ainsi que le chargement appliqué sont ensuite détaillés. Enfin, le paramétrage des simulations et les critères de vérification de la convergence sont décrits afin de garantir la fiabilité des résultats obtenus.

1. Présentation du logiciel Abaqus

Abaqus est un logiciel de simulation par éléments finis reconnu pour sa robustesse et sa polyvalence dans la modélisation de phénomènes complexes en ingénierie. Il est particulièrement apprécié pour sa capacité à traiter des modèles volumineux et des problèmes non linéaires, ce qui le rend adapté aux simulations réalistes de structures soumises à des conditions extrêmes. Abaqus offre une large bibliothèque de modèles de matériaux, permettant de simuler des comportements variés tels que l'élasticité, la plastification, l'hyperélasticité des élastomères, ainsi que la rupture des métaux, ce qui est essentiel pour étudier la propagation des fissures dans les matériaux. Le travail de [20] a validé l'usage d'Abaqus dans des cas tests complexes, mettant en avant sa fiabilité dans le traitement de la fissuration et des non-linéarités géométriques.

1.1. Capacités pour la simulation des fissures

Le logiciel Abaqus offre des outils puissants pour la simulation des fissures, permettant de modéliser leur initiation, leur propagation et d'évaluer les paramètres critiques liés à la rupture. Parmi les techniques intégrées, la méthode XFEM (Extended Finite Element Method) permet de représenter la propagation de fissures sans nécessiter de remaillage, grâce à l'utilisation de fonctions de niveau set. Abaqus propose également des modèles cohésifs, qui reproduisent les mécanismes de fissuration à travers des lois d'endommagement progressif au sein d'interfaces prédéfinies. Enfin, pour une évaluation précise de

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

l'intensité des contraintes autour du front de fissure, le logiciel intègre des méthodes éprouvées telles que les intégrales J et M, essentielles dans le calcul des Facteurs d'Intensité de Contrainte (FIC).

- **XFEM (Extended FEM)** : Modélise la propagation de fissure sans remaillage grâce aux fonctions de niveau set.
- **Modèles cohésifs** : Simule l'initiation et la croissance des fissures via des lois d'endommagement
- **Calcul du FIC** : Intègre des méthodes J-integral et M-integral pour une évaluation précise des facteurs d'intensité de contraintes

1.2. Modèles de comportement disponibles

Dans le cadre de la simulation numérique du comportement des matériaux, le choix du modèle de comportement est une étape essentielle pour assurer la fidélité des résultats. Le logiciel Abaqus met à disposition une large gamme de lois de comportement permettant de modéliser des réponses mécaniques variées selon la nature du matériau et le type de sollicitation.

Pour les matériaux ductiles comme les alliages métalliques, des modèles élasto-plastiques sont disponibles, notamment le critère de Von Mises pour la plasticité isotrope, ainsi que le modèle de Drucker-Prager, particulièrement adapté aux matériaux présentant une sensibilité à la pression (comme les sols ou certains composites).

Concernant la rupture, plusieurs critères peuvent être intégrés pour anticiper la défaillance des structures. Parmi eux, on distingue le critère de Rankine basé sur la contrainte maximale, le critère de Mohr-Coulomb adapté aux milieux granulaires, et le critère de Hoek-Brown, généralement utilisé pour les matériaux rocheux.

Dans les cas de sollicitation cyclique, la modélisation de la fatigue est également possible grâce à des lois de propagation des fissures, telles que la loi de Paris-Erdogan, qui relie la vitesse de croissance des fissures à l'intensité du chargement.

Modélisation élastique linéaire et critères de rupture

Dans cette étude, le matériau étudié est supposé purement élastique, conformément à l'hypothèse de la mécanique de la rupture linéaire élastique (MRLE). Le comportement de l'alliage d'aluminium 2024-T3 est ainsi modélisé à l'aide d'un modèle élastique isotrope linéaire, défini par son module d'Young et son

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

coefficient de Poisson. Ce choix permet de simplifier l'analyse tout en conservant une bonne capacité de prédiction des singularités de contrainte au voisinage des fissures.

Pour évaluer le risque de rupture, on utilise des critères de rupture linéaire élastique, tels que le facteur d'intensité de contrainte (FIC) pour les modes I, II et III, ainsi que le T-stress qui renseigne sur le champ de contrainte non singulier au voisinage du front de fissure.

Ces grandeurs, extraites à partir des outils proposés par Abaqus, permettent une analyse fine du comportement de la structure fissurée, que ce soit dans l'état non réparé ou réparé, sous un chargement biaxial.

2. Modélisation numérique sous Abaqus

La modélisation numérique de la plaque entaillée et fissurée a été réalisée à l'aide du logiciel Abaqus, reconnu pour sa capacité à traiter des phénomènes complexes en mécanique de la rupture. La géométrie modélisée correspond à une plaque rectangulaire comportant une entaille centrale avec une fissure initiale. Cette configuration permet de simuler la concentration des contraintes au voisinage de la pointe de fissure, essentielle pour l'étude de la propagation de fissures sous chargement. La plaque est modélisée en deux dimensions sous l'hypothèse d'état de contraintes planes, ce qui simplifie le modèle tout en conservant la précision nécessaire à l'analyse.

2.1. Géométrie de la plaque

Le modèle géométrique considéré dans cette étude est une plaque rectangulaire en alliage d'aluminium 2024-T3, présentant une fissure débouchante située latéralement. Cette fissure est caractérisée par sa longueur longitudinale, notée (a). Les dimensions de la plaque ainsi que celles de la fissure sont illustrées à la Figure 9, avec des unités exprimées en millimètres[21].

Dans un premier temps, l'analyse porte sur le comportement élastique de la plaque fissurée soumise à deux types de chargement : uniaxial et biaxial, sans intervention de réparation. Dans un second temps, une solution de réparation est introduite à l'aide d'un patch en composite Boron/époxy, fixé à la plaque par un film adhésif FM73, afin d'évaluer son efficacité en termes de réduction des concentrations de contraintes autour de la fissure. Par la suite, une seconde approche de réparation est étudiée en utilisant un matériau à gradient de propriétés (FGM), en l'occurrence le composite Ni-Al₂O₃. Le module d'élasticité de ce patch varie spatialement selon cinq lois de distribution : linéaire décroissante (FGM1), linéaire croissante (FGM2), quadratique 1 (FGM3), quadratique 2 (FGM4) et exponentielle (FGM5). Cette approche vise à optimiser la répartition des contraintes au voisinage de la fissure. Les propriétés

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

mécaniques des matériaux utilisés (plaque, patch composite et adhésif) sont présentées dans les tableaux 1 et 2, tandis que les distributions du module de Young pour les cinq configurations FGM sont illustrées sur le graphique correspondant (Figure 10)

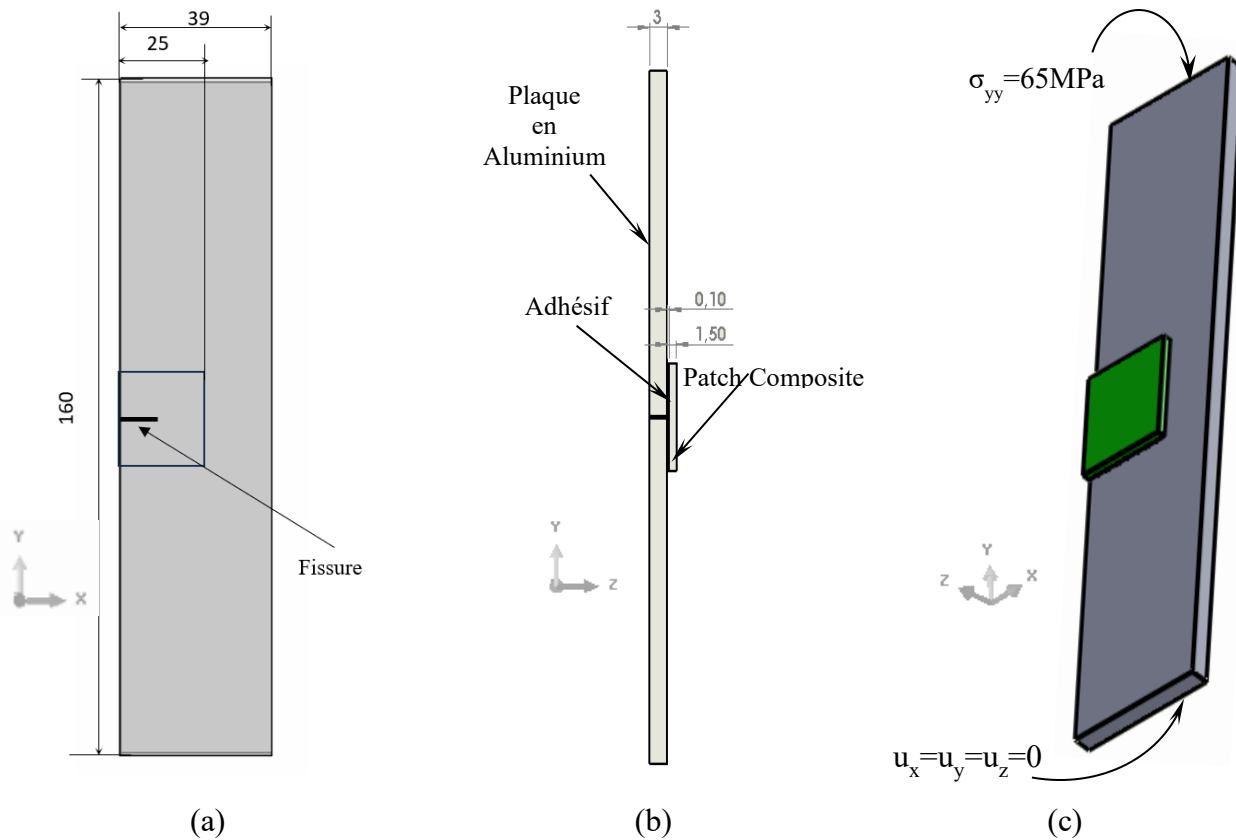


Figure 9 : Géométrie de la plaque réparée (a) vue de face (b) vue de côté (c) vue en 3D [21].

Tableau 1 : propriétés des matériaux : alliage d'aluminium 2024-T3 et de l'adhésive FM 73

Paramètres	Alliage aluminium 2024-T3	Adhésive FM 73
E(MPa)	72000	2210
ν	0.3	0.43

Tableau 2 : propriétés des matériaux du patch composite Boron/epoxy

Module d'élasticité (MPa)		Module de cisaillement (MPa)		Coefficient de Poisson	
E_{11}	200000	G_{12}	7200	ν_{12}	0.21
E_{22}	25000	G_{13}	5500	ν_{13}	0.21
E_{33}	25000	G_{23}	5500	ν_{23}	0.21

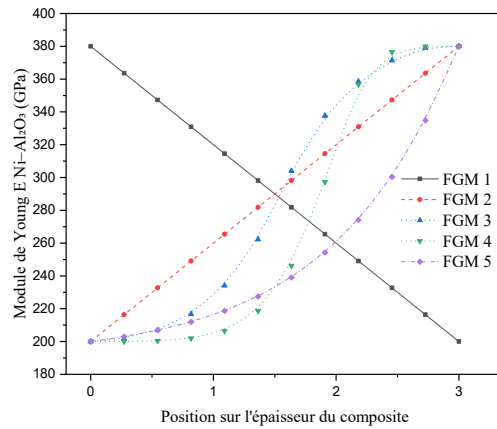


Figure 10 : Module de Young E pour le matériau en FGM Ni–Al₂O₃.

2.2. Conditions aux limites

Dans cette modélisation, la plaque est soumise à un chargement uniaxiale et biaxial afin de reproduire les conditions réelles rencontrées dans les structures aéronautiques. Le chargement uniaxial appliqué comprend une contrainte constante dans la direction verticale, notée σ_{yy} , fixée à 65 MPa. Le chargement biaxiale appliqué comprend une contrainte constante dans la direction verticale, notée σ_{yy} , fixée à 175 MPa. Parallèlement, une contrainte variable σ_{xx} est appliquée dans la direction horizontale afin d'étudier l'effet du rapport de biaxialité sur le comportement de la fissure. Pour garantir la stabilité du modèle, la face inférieure de la plaque est complètement bloquée selon les trois directions de l'espace (x, y et z) pour un chargement uniaxial et bloquée de plus la face inférieure, la face latérale gauche pour un chargement biaxiale, empêchant ainsi tout déplacement ou rotation (Figure 11).

Ces conditions aux limites permettent de simuler de manière réaliste l'état de sollicitation plane subi par la plaque.

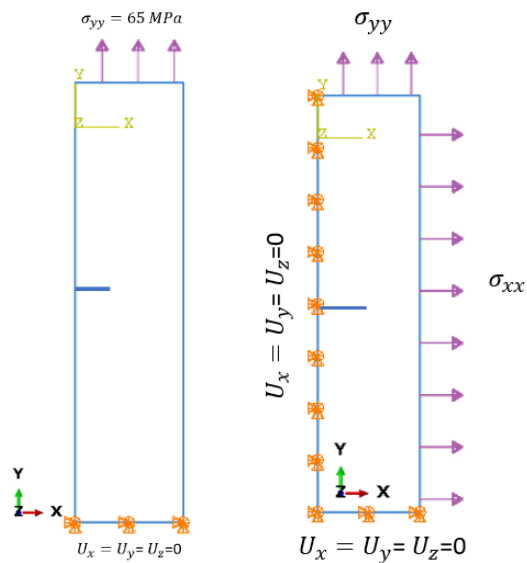


Figure 11 : Chargement de la plaque fissurée. a) uniaxial b) biaxial

2.3. Maillage

Le modèle a été discrétisé à l'aide de la méthode des éléments finis en 3D, en utilisant des éléments volumiques de type brique quadratique à 20 nœuds (C3D20R), adaptés pour les analyses de type statique non linéaire avec réduction de l'intégration. Le pas de calcul sélectionné pour cette modélisation est de type Static, General. Afin d'assurer la précision des résultats tout en optimisant les temps de calcul, une étude de convergence du maillage a été réalisée (Figure 12). Celle-ci a permis de déterminer une taille optimale d'éléments dans les zones critiques.

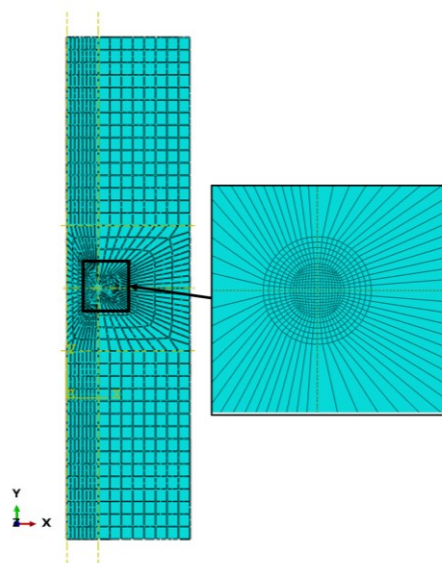


Figure 12 : Maillage de la plaque.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

Un raffinement local du maillage a été appliqué autour de la fissure, où les gradients de contrainte sont les plus élevés, avec une taille d'élément réduite à 0,1 mm (Figure 13). Cette stratégie est motivée par le fait que la précision des résultats dépend fortement de la finesse du maillage dans les zones à forte variation de contraintes, comme la pointe de fissure. En revanche, un maillage plus grossier peut être toléré dans les zones éloignées de l'entaille, où les champs mécaniques varient de manière plus uniforme. Ainsi, le compromis entre précision numérique et coût de calcul a guidé la distribution du maillage sur l'ensemble du modèle.

Vérification de convergence

Il est essentiel de valider la convergence du maillage afin de garantir la fiabilité des valeurs extraites, notamment du facteur d'intensité de contrainte K_I . Pour ce faire, une étude de sensibilité a été réalisée en faisant varier la taille des éléments autour de la fissure. Quatre tailles de maillage ont été testées : 0,5 mm, 0,3 mm, 0,1 mm et 0,09 mm (Figure 13).

La figure ci-dessous montre l'évolution du facteur K_I en fonction de la taille du maillage. On observe que la valeur de K_I tend à se stabiliser à partir d'une taille d'élément de 0,1 mm. Cette stabilité est confirmée par le tableau 3 présentant les écarts relatifs en pourcentage, qui deviennent négligeables (< 0,2 %) entre les maillages de 0,1 mm et 0,09 mm.

Ces résultats indiquent que le maillage avec une taille d'élément de 0,1 mm constitue un bon compromis entre précision et coût de calcul, et sera donc retenu pour les simulations présentées dans la suite de cette étude.

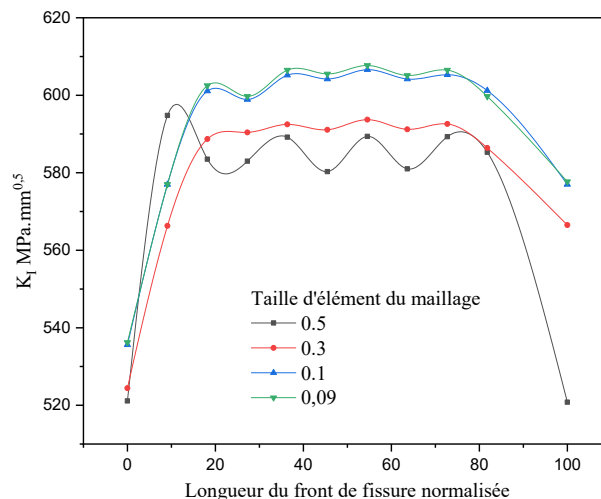


Figure 13 : Vérification de convergence du K_I en fonction de la taille d'élément de maillage.

Tableau 3 : l'écart (en %) pour une convergence de maillage.

Taille maillage (mm)	K_I (MPa $\sqrt{\text{mm}}$)	Écart (%)
0.5	521,1	2.81
0.3	524,4	2.20
0.1	535,6	0.11
0.09	536,2	0

2.4. Évaluation des FIC (Modes I, II, III) et du T-stress

Pour l'évaluation du facteur d'intensité de contrainte (FIC), les modules intégrés d'Abaqus ont été utilisés, en particulier la méthode du contour-J, qui permet une estimation précise de l'énergie de déformation localisée autour de la pointe de fissure. Cette approche a permis de calculer les composantes du FIC selon les trois modes de fissuration (I, II et III), fournissant ainsi une vision complète de l'état de contrainte dans la zone critique.

Il est important de noter que, même en régime purement élastique, Abaqus utilise la méthode du contour-J pour extraire les FIC (K_I , K_{II} et K_{III}). Il s'agit d'une méthode numérique stable, largement adoptée en mécanique de la rupture.

En complément, le T-stress, représentant la contrainte tangentielle constante en bord de fissure, a également été extrait pour enrichir l'analyse. Amara[22] a montré que l'extraction des facteurs d'intensité de contraintes et du T-stress constitue une méthode fiable pour prédire la rupture.

Tous ces résultats ont été récupérés à partir des fichiers de sortie au format .DAT, générés par Abaqus à l'issue des simulations. Ces données sont essentielles pour évaluer la résistance à la rupture de la plaque et l'effet du chargement biaxial sur la propagation des fissures.

3. Résultats et interprétation

Cette section présente et analyse les résultats obtenus à partir des différentes simulations numériques réalisées sous Abaqus. L'objectif principal est d'évaluer l'évolution des facteurs d'intensité de contrainte (FIC) et des contraintes locales en fonction des paramètres géométriques et des conditions de chargement appliquées à la plaque fissurée, avec et sans réparation. Les résultats sont comparés pour différents scénarios, notamment en présence ou non de réparation par patch composite, ainsi qu'en intégrant une configuration avec matériau à gradient de propriétés (FGM). L'interprétation de ces résultats permet d'apprécier l'efficacité des solutions de réparation envisagées.

Partie I: Chargement uniaxial ($\delta_{yy} = 65 \text{ MPa}$)

Dans cette première partie, nous nous intéressons au comportement mécanique de la plaque fissurée soumise à un chargement de traction uniaxiale uniforme selon l'axe vertical (direction y), avec une contrainte appliquée de $\delta_{yy} = 65 \text{ MPa}$ (Figure 14). L'objectif est de caractériser la réponse de la fissure en termes de facteurs d'intensité de contrainte (modes I, II et III) ainsi que de la contrainte tangentielle T , qui joue un rôle crucial dans l'initiation et la propagation des fissures. Les résultats obtenus permettront d'établir une base de comparaison avec les scénarios de réparation étudiés dans les parties suivantes.



Figure 14 : Chargement uniaxial pour une plaque fissurée.

L'évolution des facteurs d'intensité de contrainte (K_I , K_{II} , K_{III}) ainsi que la contrainte tangentielle T , en fonction de la longueur de la fissure a . L'analyse s'appuie sur une série de simulations où la taille de la fissure est progressivement augmentée, tout en maintenant les conditions de chargement constantes.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

L'objectif est d'identifier la sensibilité des paramètres de rupture à l'allongement de la fissure, afin de mieux comprendre les mécanismes de propagation et d'évaluer la criticité de certaines configurations géométriques. Ces résultats serviront également de référence pour mesurer l'efficacité des techniques de réparation introduites ultérieurement.

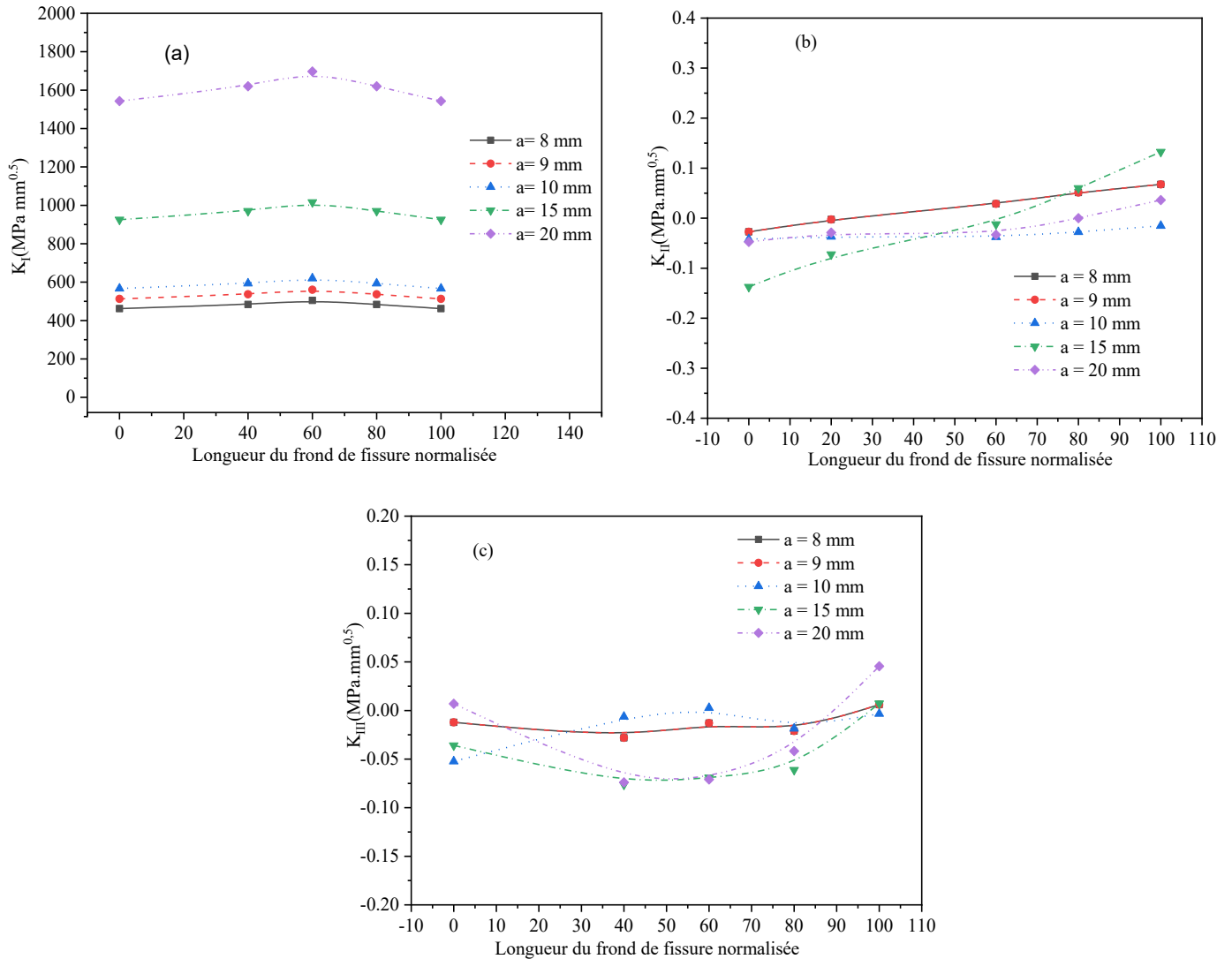


Figure 15 : Variation des FIC a) K_I b) K_{II} c) K_{III} le long du front de fissure pour différentes longueurs.

La géométrie de la fissure joue un rôle important dans le mécanisme de rupture des plaques, dans cette partie de l'étude on a visé les modes de rupture des fissures par rapport au cas étudié. La figure 15 présente la distribution des facteurs d'intensité de contrainte le long du front de fissures pour différentes longueurs de fissure. On remarque que le comportement du FIC K_I est non linéaire. Présente une zone maximale ($49.6 \text{ MPa m}^{0.5}$) au centre de la plaque et un minimum sur les bords de la fissure, alors que les

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

FICs K_{II} et K_{III} sont insignifiantes avec des valeurs pratiquement nulles ce qui indique la présence du mode II et le mode III de rupture sont négligeables et que seule le mode I est dominant.

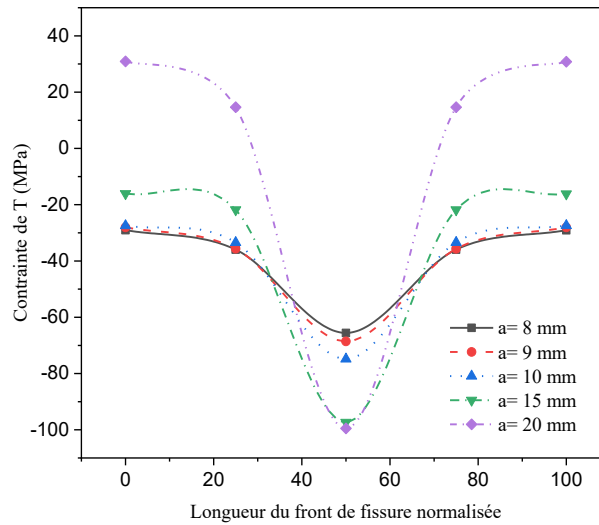


Figure 16 : Distribution de la contrainte T en fonction de la longueur de fissure.

Les courbes représentant le T-stress le long du front de fissure (figure 16) présentent une forme symétrique en “V” : elles débutent par une phase décroissante, atteignent un minimum local, puis remontent. Cette configuration suggère l’existence d’un point critique de concentration de contraintes, généralement situé au centre du front de fissure. Pour toutes les longueurs de fissure analysées (a), on observe une variation cohérente du T-stress : il diminue puis augmente, traduisant une zone de contraintes minimales au centre. Bien que le profil en “V” se maintienne pour chaque courbe, sa profondeur varie selon la longueur de la fissure. Le minimum, souvent localisé autour d’une longueur normalisée de 50, revêt une importance particulière, car il signale une instabilité potentielle accrue. À l’inverse, les extrémités des courbes révèlent des valeurs maximales de T-stress, suggérant des zones soumises à des efforts plus intenses.

La comparaison entre les différentes courbes montre que plus la fissure est longue (a élevé), moins le minimum est profond (valeurs de T moins négatives), traduisant une instabilité locale moindre. Par ailleurs, les profils deviennent plus plats avec l’augmentation de a, indiquant une répartition plus homogène des contraintes. Enfin, la nature du T-stress varie en fonction de la position sur le front : aux extrémités, un T-stress positif peut favoriser une ouverture locale, alors qu’au centre, un T-stress négatif (compressif) pourrait soit stabiliser la propagation, soit induire un écrasement localisé.

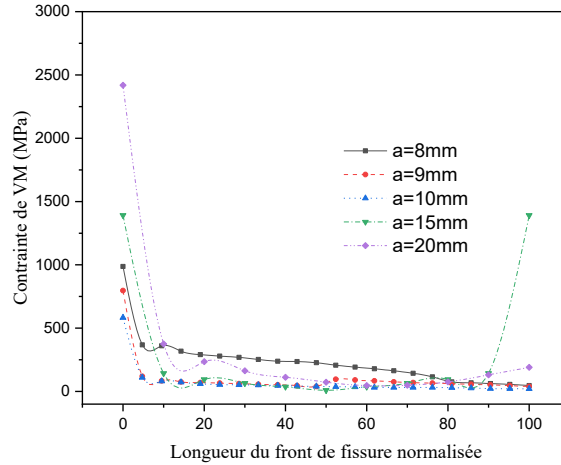


Figure 17 : Distribution contrainte de Von Mises pour plusieurs longueurs de fissure.

Dans cette section, l'objectif est de suivre l'évolution de la contrainte maximale équivalente de von Mises localisée au fond de la fissure, en fonction de l'allongement progressif de celle-ci (Figure 17). Les résultats sont extraits à partir de zones précises situées à proximité immédiate du fond de fissure, tout en tenant compte de la présence d'une zone de singularité typique des pointes de fissure. Il est donc important de préciser que certaines valeurs très élevées observées dans les simulations sont influencées par cette singularité numérique et ne reflètent pas nécessairement le comportement réel du matériau. Ces valeurs sont néanmoins présentées pour mettre en évidence les tendances globales et l'influence géométrique sur la distribution des contraintes.

L'ensemble des courbes présente la même allure, une forte concentration de contraintes au voisinage de la singularité de la pointe de fissure et une relaxation de ces contraintes loin de cette zone vers le bord libre de l'éprouvette ce qui est traduit par les valeurs élevées du FIC K_I .

Partie II: chargement biaxiale ($\delta_{yy} = 65 \text{ MPa}$ et δ_{xx} varie en % $f(\delta_{yy})$)

Cette sous-section explore l'influence du chargement biaxial sur l'évolution des facteurs d'intensité de contrainte (K_I , K_{II} , K_{III}) et de la contrainte tangentielle T en fonction de la longueur de fissure. La contrainte principale δ_{yy} est maintenue à 65 MPa tandis que δ_{xx} varie proportionnellement, en pourcentages croissants de δ_{yy} (Figure 18).

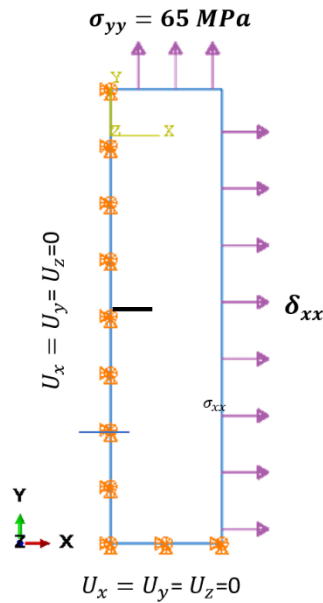


Figure 18 : Chargement biaxial pour une plaque fissurée.

Cette configuration permet de simuler une large gamme de conditions de service réelles. L'étude a pour objectif de mettre en évidence l'effet de la contrainte transversale sur les mécanismes d'ouverture, de glissement et de délaminage au niveau de la fissure.

Les variations des facteurs d'intensité de contrainte (FIC) en fonction de différentes longueurs de fissures et de niveaux de chargement biaxiale, illustrées dans la figure 19, mettent en évidence l'influence notable de la charge latérale δ_{xx} . On observe que le FIC de mode II (K_{II}) atteint des valeurs considérablement plus élevées - jusqu'à 20 fois supérieures pour $\delta_{xx} = 100\%\sigma_{yy}$, $a = 8\text{mm}$) et une longueur de fissure de 8 mm - comparé à une sollicitation uniaxiale. Un comportement similaire est observé pour le FIC de mode III (K_{III}). Il est également constaté que K_{II} et K_{III} croissent proportionnellement avec la longueur de fissure entre 5 mm et 20 mm. Au-delà de cette plage, leurs valeurs tendent à se stabiliser et deviennent pratiquement invariantes.

Quant au FIC de mode I (K_I), il conserve une proportionnalité directe avec la longueur de fissure, indépendamment du niveau de charge latérale δ_{xx} . Toutefois, pour ($\delta_{xx} = 100\%\sigma_{yy}$, $a = 8\text{mm}$), on note une réduction significative de son amplitude, environ 6,66 fois inférieure, phénomène attribué à l'activation conjointe des modes II et III dans cette configuration de chargement mixte.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

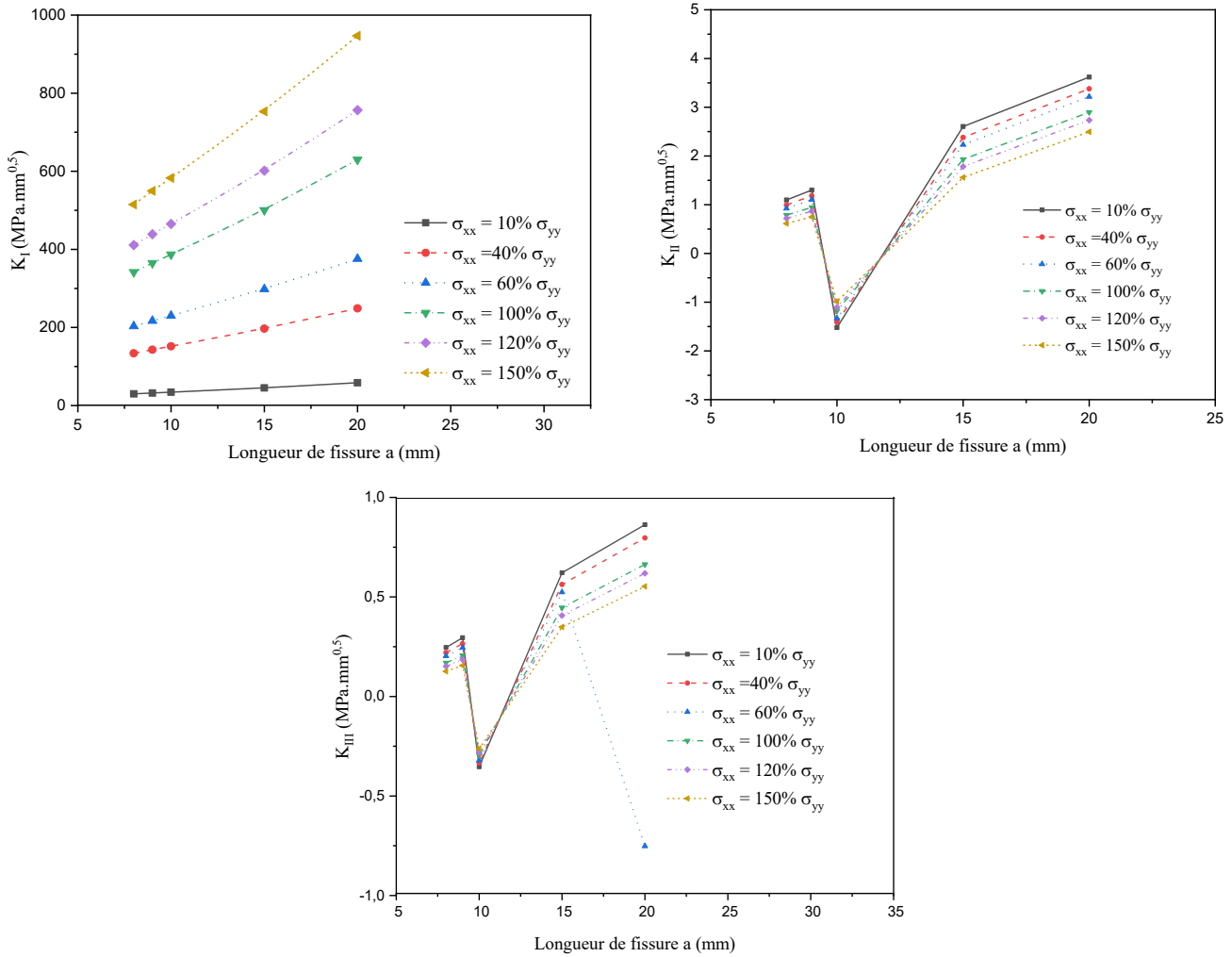


Figure 19 : Variation de FIC a) K_I b) K_{II} c) K_{III} le long du front de fissure normalisé en fonction du chargement biaxiale ($\delta_{yy} = 65 \text{ MPa}$ et δ_{xx} varie en % $f(\delta_{yy})$).

Les courbes de la figure 20 représentant le T-stress en fonction de la longueur de fissure sous différents niveaux de chargement latéral δ_{xx} mettent clairement en évidence l'influence croissante de la fissure sur l'état de contrainte en pointe. On observe une évolution linéaire décroissante du T-stress avec la longueur, avec des pentes plus marquées pour les cas fortement chargés latéralement.

Pour les petits chargements latéral δ_{xx} (jusqu'à environ 10%), le T-stress reste relativement modéré, souvent proche de zéro voire légèrement négatif, traduisant une stabilité mécanique relative. En revanche, à partir de 40% à 150% δ_{yy} , et notamment pour ($\delta_{xx} = 100\% \sigma_{yy}$, $a = 8 \text{ mm}$), les courbes révèlent une augmentation prononcée du T-stress, franchissant le seuil nul pour atteindre des valeurs nettement positives. Cette transition souligne un changement de régime dans la réponse mécanique, susceptible de favoriser l'ouverture du front de fissure.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

Enfin, la comparaison des courbes selon les niveaux de δ_{xx}/σ_{yy} révèle une corrélation directe entre contrainte latérale et intensité du T-stress : plus δ_{xx}/σ_{yy} augmente, plus le T-stress est élevé à fissure constante (figure 20 b). Les faibles valeurs de δ_{xx} (< 40%) semblent avoir un effet stabilisant (T-stress négatif), tandis que les valeurs élevées (> 60%) traduisent un potentiel accru d'instabilité et de propagation brutale.

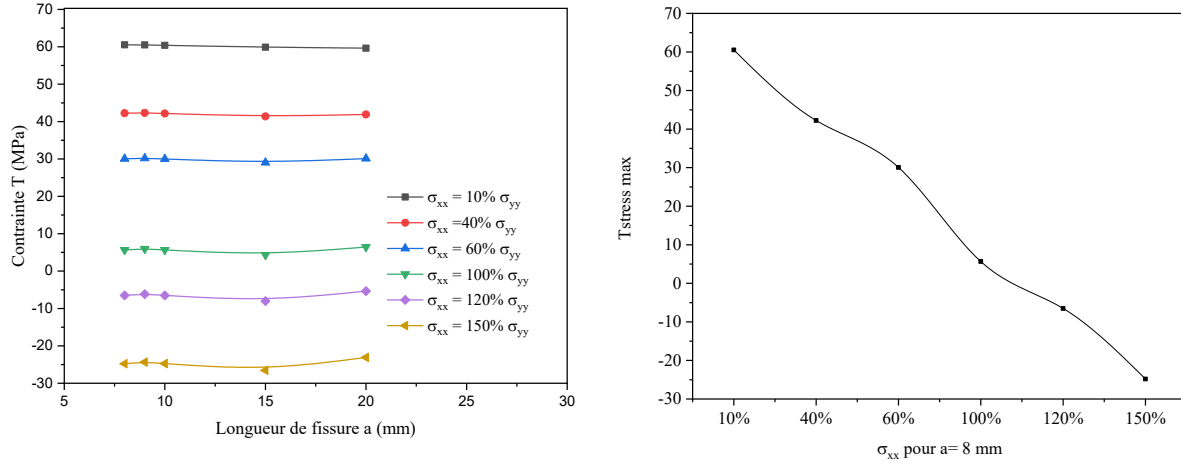


Figure 20 : Contrainte T en fonction du chargement biaxiale pour différentes longueurs de fissures.

Partie III: chargement biaxiale ($\delta_{yy} = 175 \text{ MPa}$ et $\delta_{xx} = 65 \text{ MPa}$)

Dans cette configuration, la plaque est soumise à un chargement biaxial avec des niveaux de contrainte plus élevés, correspondant à $\delta_{yy} = 175 \text{ MPa}$ et $\delta_{xx} = 65 \text{ MPa}$ MPa. Cette combinaison est choisie pour simuler des sollicitations critiques, notamment dans le cas de surcharges en service. L'accent est mis sur l'effet de l'augmentation du niveau de chargement principal sur la concentration des contraintes autour de la fissure ($a=15 \text{ mm}$). Les facteurs K_I , K_{II} , K_{III} ainsi que la contrainte T sont extraits pour différentes longueurs de fissure afin de mieux comprendre l'évolution des champs de contrainte dans ce régime sévère.

Dans cette partie une comparaison entre une plaque chargée uniaxialement et en biaxial :

- Une plaque soumise à un chargement uniaxial avec $\sigma_{yy} = 65 \text{ MPa}$
- Une plaque soumise à un chargement biaxial (Biaxial 1) pour $\sigma_{yy} = 65 \text{ MPa}$
et $\delta_{xx} = 65 \text{ MPa}$, $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 1$
- Une plaque soumise à un chargement biaxial (Biaxial 2) pour $\sigma_{yy} = 175$
et $\delta_{xx} = 65 \text{ MPa}$, $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 2.7$

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

De la figure 21 on peut constater que la distribution du facteur d'intensité de contrainte K_I le long du front de fissure varie de manière significative en fonction du type de chargement appliqué. Lorsque la structure est soumise à un chargement uniaxial, la courbe de K_I présente un profil caractéristique en arche, avec une valeur maximale atteinte au centre du front de fissure. Cette configuration traduit une forte concentration des contraintes au centre, favorisant potentiellement l'initiation de la fissure à cet endroit précis.

En revanche, lorsque le chargement devient biaxial, notamment pour des rapports $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}}$ de 1 et 2,7, la forme des courbes s'aplatit nettement. On observe alors une distribution quasi uniforme du facteur K_I sur l'ensemble du front, signe d'un effet de concentration atténué. La contrainte latérale agit ici comme un agent stabilisant, répartissant l'intensité de manière plus homogène et réduisant les pics locaux de contrainte. Ce changement de forme a un impact direct sur les valeurs de K_I enregistrées. En l'absence de contrainte latérale, celles-ci sont nettement plus élevées, traduisant une plus grande énergie disponible localement pour amorcer la propagation. En contexte biaxial, l'intensité du facteur diminue et se stabilise, ce qui suggère que la fissure pourrait évoluer de façon plus diffuse, sans point d'initiation unique et dominant. L'analyse énergétique corrobore cette lecture mécanique. L'aire sous la courbe, qui représente l'énergie potentielle de fracture, est nettement plus importante en cas de chargement uniaxial. Elle décroît significativement lorsque la biaxialité augmente, réduisant la quantité d'énergie disponible pour alimenter la croissance de la fissure. Cette diminution traduit une tendance à limiter la propagation, ou à la rendre moins agressive.

Enfin, une corrélation claire se dégage entre le niveau de contrainte latérale et l'intensité de K_I : plus le rapport $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}}$ augmente, plus le facteur K_I tend à diminuer et à se stabiliser le long du front. Ce comportement met en évidence le rôle modérateur de la contrainte latérale dans le mécanisme de propagation. Il en résulte un mode de fissuration moins localisé, avec une possibilité accrue de propagation diffuse ou multi-locale, surtout en configuration biaxiale.

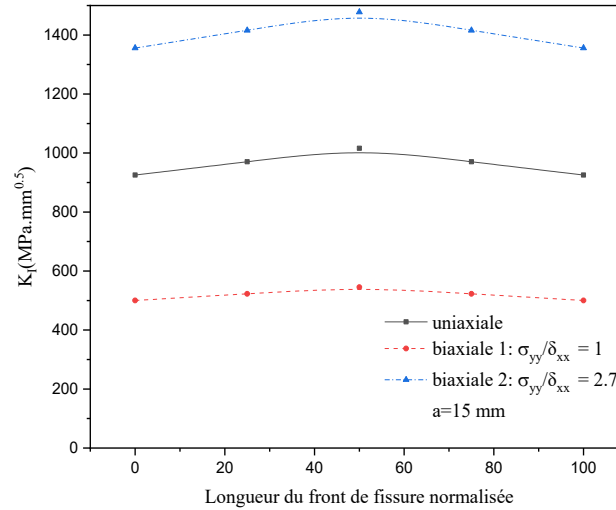


Figure 21 : Variation de FIC K_I le long du front de fissure en fonction du chargement.

La figure 22 représente l'évolution du facteur d'intensité de contrainte de mode II (K_{II}) le long du front de fissure normalisé, pour différents régimes de chargement pour une fissure ($a=15$ mm).

La courbe met en lumière l'effet marqué du type de chargement sur la distribution du K_{II} . Sous chargement uniaxial, la courbe reste quasiment nulle et plate sur l'ensemble du front, ce qui traduit l'absence ou la très faible contribution du mode II de rupture dans cette configuration. Cela est cohérent avec un mode de sollicitation qui ne génère pas de cisaillement tangentiel significatif.

En revanche, dès que le chargement devient biaxial, avec un rapport $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 1$, on observe une augmentation spectaculaire du facteur K_{II} , atteignant une valeur 20 fois supérieure à celle mesurée en uniaxial. Cette tendance s'intensifie encore avec un rapport $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 2.7$, où K_{II} augmente d'environ 85 fois, soulignant une activation massive du mode de rupture II induite par la présence de fortes contraintes transverses.

Du point de vue de la forme, les courbes en biaxialité affichent une légère ondulation sur le front de fissure, bien que globalement plus élevées et nettement plus dynamiques que la courbe uniaxiale. Elles traduisent une répartition du cisaillement plus importante et moins uniforme, surtout dans le cas du rapport $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 2.7$, où l'effet devient très accentué. On constate aussi une corrélation directe entre le niveau de biaxialité et l'intensité de K_{II} : plus le chargement latéral augmente, plus le facteur K_{II} croît, indiquant que les sollicitations transverses favorisent fortement l'activation du cisaillement au front de fissure, caractéristique du mode II.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

L'aire sous les courbes biaxiales, bien plus grande que celle du cas uniaxial, révèle une énergie disponible bien plus importante pour la propagation en mode II. Cela suggère non seulement une plus grande probabilité d'initiation de fissure par cisaillement, mais aussi un risque accru de propagation instable, notamment dans des matériaux sensibles au glissement interfacial.

En résumé, cette analyse confirme que l'introduction de biaxialité dans le chargement transforme radicalement le mode de fissuration dominant. Le mode I cède en partie la place au mode II, avec des niveaux de K_{II} qui deviennent prépondérants, surtout pour des valeurs élevées de $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}}$. La fissure ne se contente plus de s'ouvrir : elle tend à glisser, complexifiant ainsi les mécanismes de propagation.

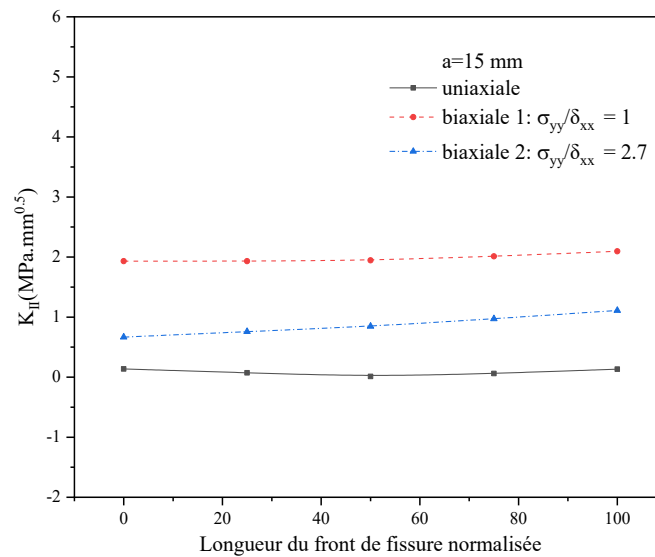


Figure 22: Variation de FIC K_{II} le long du front de fissure en fonction du chargement.

La courbe 23 représentant l'évolution du facteur d'intensité de contrainte de mode III (K_{III}) le long du front de fissure normalisé illustre clairement l'impact significatif du type de chargement sur l'apparition du mode de rupture par cisaillement en antiplan (Mode III).

Sous chargement uniaxial, la courbe du FIC K_{III} reste quasiment constante et très proche de zéro, sur l'ensemble du front de fissure. Cela indique que le Mode III est quasi inexistant dans ce cas, ce qui est attendu dans l'absence de sollicitations générant des efforts de cisaillement hors du plan.

En revanche, lorsque le chargement devient biaxial, l'activation du mode III devient manifeste. Pour un rapport de contrainte $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 1$, la valeur de K_{III} augmente d'environ 5 fois par rapport au cas uniaxial. L'effet est encore plus marqué pour un rapport de 2,7, où K_{III} augmente jusqu'à 20 fois, traduisant un effet de cisaillement important induit par les sollicitations transversales. Cette croissance significative

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

confirme l'apparition du mode de rupture III, auparavant négligeable. On constate aussi que les courbes biaxiales suivent une forme parabolique ascendante avec le front de fissure : la valeur du FIC K_{III} augmente progressivement, passant d'environ zéro à un maximum atteint vers la fin du front (position normalisée ≈ 100). Cela traduit une répartition non uniforme du cisaillement, avec un effet plus marqué en fin de front. Le chargement biaxial ne fait donc pas qu'activer le mode III — il le structure spatialement le long du front.

L'aire sous les courbes fournit une lecture énergétique directe : plus elle est élevée, plus l'énergie de cisaillement disponible pour alimenter une propagation en mode III est importante. Ainsi, les courbes en configuration biaxiale présentent des aires nettement plus grandes que la configuration uniaxiale, traduisant une propension croissante à la rupture en antiplan. Sur le plan des comparaisons, il se dessine une corrélation directe entre l'intensité du chargement latéral et la valeur du FIC K_{III} : plus le rapport $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}}$ est grand, plus le K_{III} augmente, de manière systématique. Cela démontre que le chargement transversal favorise l'émergence du mode de rupture III, généralement plus complexe à détecter mais redoutable en propagation.

En somme, la courbe illustre un changement de régime fondamental dans le comportement de la fissure : la biaxialité ne modifie pas seulement les niveaux de contrainte, elle introduit de nouveaux mécanismes de rupture, ici par cisaillement hors plan, qui étaient absents en uniaxial. C'est un indicateur crucial pour la prédiction de la croissance de fissures dans des structures soumises à des sollicitations multidirectionnelles.

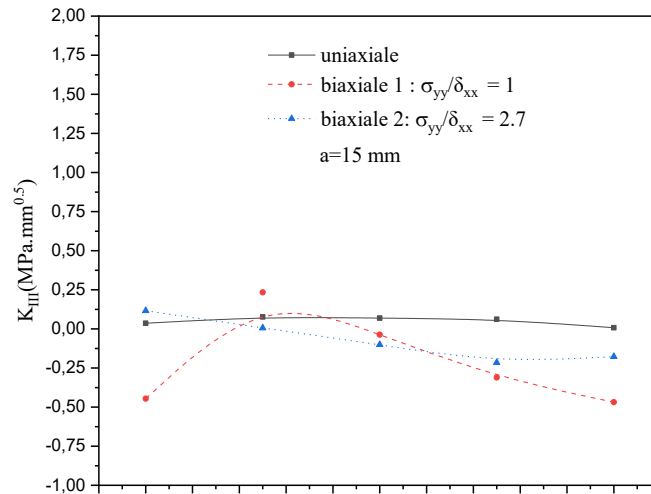


Figure 23 : Variation de FIC K_{III} le long du front de fissure en fonction du chargement.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

En résumé dans le cadre d'une fissure de 15 mm, les profils des trois facteurs d'intensité de contrainte le long du front révèlent l'effet profond du type de chargement (uniaxial ou biaxial) sur la nature et la complexité du mécanisme de propagation.

Le K_I , associé au mode d'ouverture (mode I), domine en situation de chargement uniaxial. Il présente une forme arquée caractéristique, avec un pic central marqué, indiquant une concentration de contrainte importante au cœur du front de fissure. Ce pic central suggère une initiation préférentielle à cette position. En revanche, sous chargement biaxial, la courbe de K_I devient quasiment plate, et son amplitude diminue significativement. Cela indique une répartition plus uniforme des contraintes et une diminution de la tendance à l'ouverture localisée. L'aire sous la courbe, représentant l'énergie de fracture disponible, est maximale en uniaxial et diminue en biaxial, confirmant la réduction d'énergie libérable dans ce mode.

En ce qui concerne le K_{II} , lié au mode II (cisaillement dans le plan), il est quasi nul en uniaxial, indiquant l'inexistence de sollicitations tangentielles significatives. Toutefois, en présence de chargements biaxiaux, K_{II} augmente considérablement : de 20 fois pour un rapport $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 1$ et jusqu'à 85 fois pour un rapport de 2,7. Cette progression fulgurante révèle une activation nette du mode de rupture II, avec une courbe plus dynamique et une aire significativement plus élevée, synonyme d'une énergie de cisaillement disponible accrue. Cette transformation indique que la biaxialité induit un glissement tangentiel contribuant à la propagation.

Quant au K_{III} , lié au mode III (cisaillement hors plan, dit antiplan), il est également négligeable en uniaxial, mais augmente dès qu'une contrainte latérale est introduite. Pour $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 1$, K_{III} est multiplié par 5, et pour un rapport de 2,7, il est 20 fois plus élevé qu'en uniaxial. La courbe de K_{III} suit une forme croissante le long du front de fissure, avec un maximum en fin de front, témoignant d'un effet de cisaillement localisé plus important dans cette zone. Cette évolution marque l'apparition du mode de rupture III, qui s'ajoute aux deux premiers, rendant la fissuration encore plus complexe.

Globalement, on constate que l'introduction de biaxialité transforme profondément le mode de propagation :

- Le mode I devient moins dominant,
- Tandis que les modes II et III émergent puissamment,
- Avec des valeurs de K_{II} et K_{III} qui s'amplifient avec le rapport $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}}$,
- et une distribution plus diffuse mais énergétiquement significative.

Cette coexistence des trois modes reflète un comportement de fissuration mixte, plus représentatif des conditions réelles en structures industrielles.

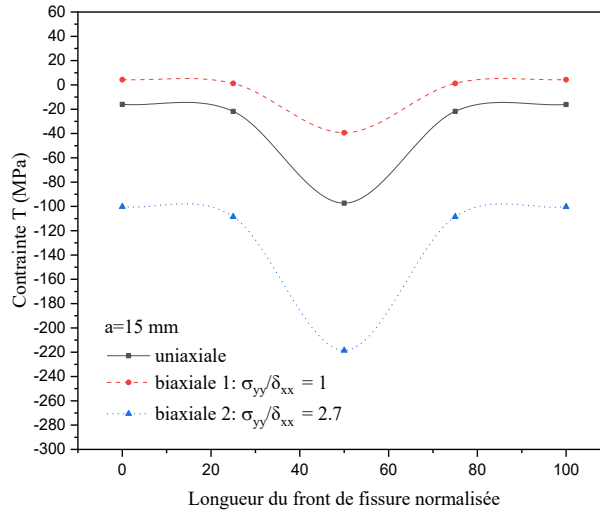


Figure 24 : Variation de la contrainte T en en fonction du chargement.

La distribution de la contrainte T (en MPa) en fonction de la position normalisée sur le front de fissure pour différents types de chargement (uniaxial, biaxial 1 avec $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 1$, et biaxial 2 avec $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 2.7$) est exposée sur la figure 24. Cette figure révèle des comportements mécaniques très contrastés qui ont des implications importantes sur la stabilité et la propagation des fissures.

Dans le cas d'un chargement uniaxial, la courbe du T-stress adopte une configuration en "V" inversé, avec une valeur minimale fortement négative située au centre du front de fissure, avoisinant les 100 MPa, et une remontée progressive des valeurs vers les extrémités. Ce profil reflète une concentration compressive locale susceptible de stabiliser la fissure en son milieu.

Lorsqu'on applique un chargement biaxial, la morphologie des courbes évolue de façon marquée. Elles deviennent quasiment linéaires et horizontales, témoignant d'une répartition régulière du T-stress sur toute la longueur du front. Pour un rapport $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 1$, le T-stress s'élève à environ 20 MPa ; pour $\frac{\sigma_{yy}}{\delta_{xx}} = 2.7$, il atteint environ 40 MPa. Cette transition vers une contrainte positive uniforme reflète un état propice à l'ouverture du front de fissure, rendant la structure potentiellement plus vulnérable à l'instabilité. En s'intéressant à l'aire sous la courbe, on peut y voir une indication de l'apport énergétique cumulé du T-stress selon le type de sollicitation. Dans le cas uniaxial, cette aire est négative, soulignant l'effet compressif stabilisateur. En biaxialité, elle devient positive, révélant un effet contraire : la traction latérale tend à favoriser la déstabilisation.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

Cette transformation du T-stress, passant d'un régime compressif localisé à un état de traction uniforme, marque une évolution significative du comportement mécanique de la fissure. Elle met en lumière une transition vers un mode de propagation plus homogène et potentiellement plus agressif. On observe ainsi une corrélation directe entre l'intensité du chargement transversal et l'augmentation moyenne du T-stress le long du front, relation qui joue un rôle clé dans l'évolution de la fissuration.

En résumé, cette figure 24 met en évidence que le T-stress agit comme un marqueur de stabilité du front de fissure : négatif et localisé sous chargement uniaxial, il devient positif et réparti en configuration biaxiale, ce qui suggère une évolution d'un comportement de fissuration centré et maîtrisé vers un mode plus diffus et potentiellement instable.

Partie IV: chargement uniaxial avec une réparation par un patch en composite

La réparation par collage d'un patch composite est aujourd'hui employée pour la résolution des problèmes industriels liés aux pipelines et aux réservoirs de stockages. Cette technique de réparation nous semble la plus prometteuse pour résoudre rapidement et à moindre coût les dommages de canalisation.

Les systèmes de réparation en matériaux composites sont, en moyenne moins coûteux que les réparations soudées et que le remplacement complet de la section endommagée de la structure fissurée, les systèmes de réparation en matériaux composites ralentissent également la croissance externe de corrosion en limitant les dommages de l'environnement tandis que la structure reste en service.

Cette partie introduit l'effet d'une réparation par patch composite sur le comportement mécanique de la plaque fissurée, soumise à un chargement uniaxial de $\sigma_{yy} = 65 \text{ MPa}$. Le patch est collé à l'aide d'un film adhésif FM 73 sur un seul côté de la plaque. L'analyse porte sur l'influence de cette réparation sur la distribution des contraintes en fond de fissure. Les valeurs des FIC (K_I , K_{II} , K_{III}) ainsi que la contrainte T sont comparées à celles obtenues sans réparation, afin de quantifier l'efficacité du renfort composite dans la réduction de la sévérité de la fissure.

Dans cette section, l'étude se concentre sur l'utilisation de deux types de composite. Un matériau composite unidirectionnel Born/époxy dont les propriétés sont regroupées dans le tableau.2 et un matériau à gradient de propriétés (FGM) pour la réparation de la plaque fissurée qui est le Ni-Al₂O₃. Le module d'élasticité varie spatialement sur 12 couches de l'épaisseur du composite (1.5 mm) selon différentes lois de distribution dans le patch : linéaire décroissante (FGM1), linéaire croissante (FGM2), quadratiques (FGM3 et FGM4), et exponentielle (FGM5) représenté dans la figure 25. La fissure est

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

fixée à une longueur de 15 mm pour permettre une comparaison équitable entre les différentes configurations.

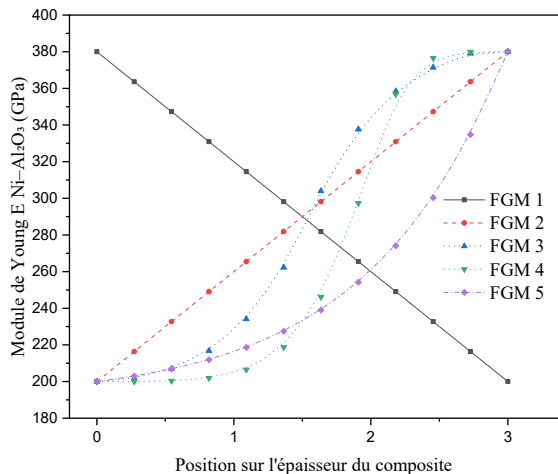


Figure 25: Distribution du Module de Young E pour Ni-Al₂O₃ suivant les couches du composite.

Cette dernière sous-section propose une synthèse comparative entre trois approches : la plaque sans réparation, la plaque réparée avec un patch Boron/Epoxy, et les cinq configurations de composite en FGM pour un chargement uniaxial figure 26. L'objectif est de dégager la solution offrant les meilleures performances mécaniques en termes de réduction des FIC et d'atténuation des contraintes localisées. Cette comparaison permet également de formuler des recommandations sur le choix du matériau de réparation et son profil d'optimisation.

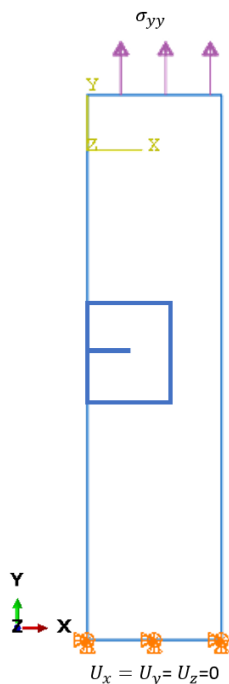


Figure 26: Géométrie des modèles de simulation réparée avec les conditions aux limites avec un chargement uniaxial.

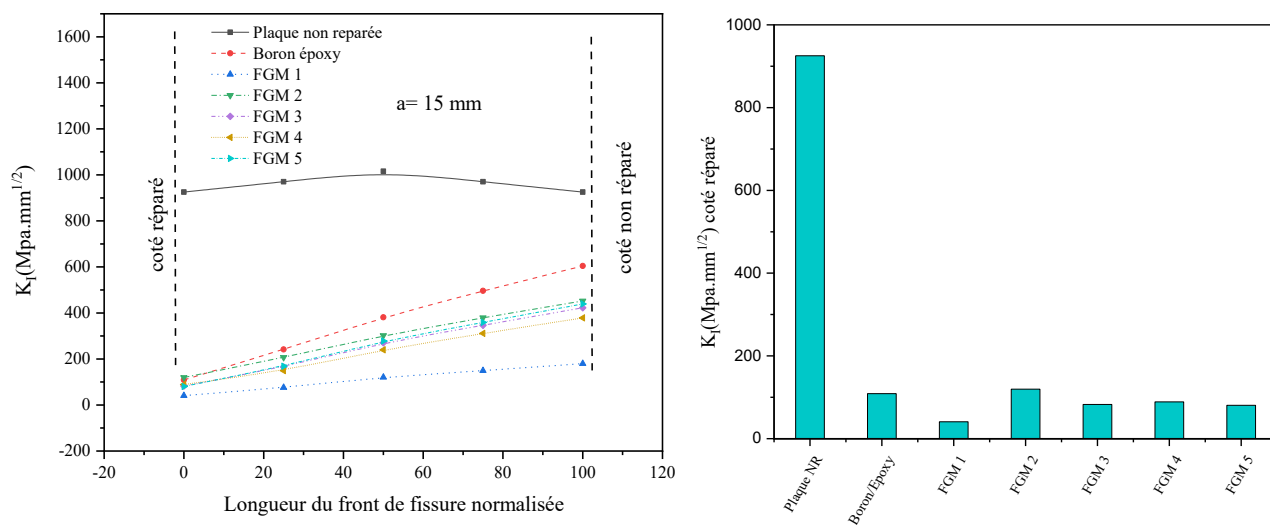


Figure 27 : Distribution du FIC K_I le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation ($a = 15 \text{ mm}$)

La Figure 27 illustre l'évolution du facteur d'intensité de contrainte en mode I (K_I) en fonction de la position normalisée sur le front de fissure pour différentes configurations de réparation. Elle met en évidence l'influence déterminante du type de composite utilisé sur le comportement mécanique de la structure réparée. La plaque non réparée se distingue par une valeur de K_I élevée et relativement constante

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

($\sim 1200 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{0.5}$) le long du front de fissure, ce qui traduit une propagation rapide et uniforme de la fissure en absence de renforcement. Ce niveau de contrainte élevé témoigne d'un risque accru de défaillance.

Par contraste, les composites FGM1 à FGM5, qui représentent différents types de matériaux à gradient de fonction (Functionally Graded Materials), présentent tous des courbes croissantes où les valeurs de K_{II} augmentent modérément selon l'avancement sur le front. Cette évolution progressive traduit un ralentissement de la propagation de fissure induit par la variation continue des propriétés mécaniques dans l'épaisseur du patch (module de Young). Plus le gradient est optimisé, plus la courbe reste basse, ce qui indique une meilleure absorption et redistribution des contraintes. Parmi ces configurations, certains FGM (notamment FGM1 et FGM5) offrent une atténuation remarquable du facteur K_{II} , démontrant leur efficacité accrue en réparation. Le patch en boron/époxy unidirectionnel, bien qu'il permette de réduire K_{II} par rapport à l'état non réparé, reste nettement moins performant que les composites FGM. Sa courbe, plus élevée que celles des FGM, indique une capacité limitée à freiner la propagation, sans bénéficier de l'effet graduel adaptatif offert par les FGM.

Aux finale, cette analyse comparative démontre clairement que les composites à gradient de fonction (FGM1–FGM5) offrent un avantage significatif sur le plan mécanique par rapport au patch boron/époxy unidirectionnel. Grâce à leur capacité à moduler progressivement la rigidité et la dissipation de contrainte, ils constituent une solution plus efficace et plus durable pour la réparation de structures fissurées soumises à des sollicitations sévères.

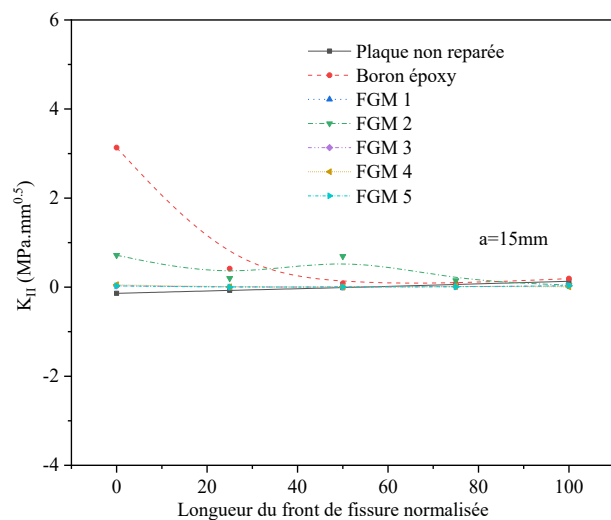


Figure 28 : Distribution du FIC K_{II} le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation ($a = 15 \text{ mm}$).

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

La variation de K_{II} le long du front de fissure met en évidence l'effet décisif de la nature du patch composite sur l'activation du mode de rupture en cisaillement (mode II) Figure 28. Pour la plaque non réparée, le FIC K_{II} reste proche de zéro sur toute la longueur du front, signe de l'absence de cisaillement induit en configuration libre. Ce comportement traduit une propagation exclusivement gouvernée par l'ouverture, sans contrainte tangentielle significative. Le patch boron/époxy unidirectionnel entraîne une légère élévation de K_{II} , notamment vers les extrémités du front. Cependant, l'intensité reste modeste, témoignant d'une activation limitée du mode II. Ce comportement suggère que bien que le renfort améliore partiellement la répartition des contraintes, il n'introduit pas un effet significatif de cisaillement stabilisant ou dissipatif. En revanche, les composites FGM1 à FGM5 présentent une tout autre dynamique. Leur réponse mécanique se traduit par une augmentation progressive et structurée de K_{II} le long du front de fissure. Les courbes affichent une ascension plus marquée vers les extrémités, ce qui indique une participation croissante du cisaillement dans ces zones. Cette distribution n'est pas uniforme, mais elle est progressive et maîtrisée, reflet de l'effet différentiel des gradients de propriétés des FGM. Plus le matériau est optimisé (cas FGM4 et FGM5), plus l'amplitude de K_{II} reste contenue, traduisant un contrôle plus efficace de la propagation tangentielle. L'analyse comparative révèle que les patches FGM génèrent une activation contrôlée du mode II, sans excès de contrainte localisée, contrairement à un composite unidirectionnel dont la rigidité constante peut induire des pics perturbateurs. Cela confirme que la variation progressive des propriétés mécaniques des FGM permet une meilleure absorption des efforts tangentiels, assurant une réparation plus homogène et moins vulnérable au glissement interfacial.

Ainsi, cette courbe démontre que les composites à gradient de fonction surpassent nettement le boron/époxy unidirectionnel dans la maîtrise du comportement en cisaillement, ce qui est crucial pour la résilience des structures réparées soumises à des charges multiaxiales.

La figure 29 représente l'évolution du facteur d'intensité de contrainte en mode III (K_{III}) en fonction de la longueur normalisée du front de fissure, pour différents types de matériaux composites. Cette figure met en évidence l'effet du matériau de réparation sur la réponse en cisaillement antiplan (mode III).

Pour la plaque non réparée, les valeurs de K_{III} sont très faibles et restent quasi constantes, ce qui traduit l'absence d'activation du mode III dans une configuration non renforcée. Ce comportement illustre une propagation purement plane, sans déformation en torsion. Le patch boron/époxy unidirectionnel engendre une faible élévation de K_{III} sur le front, mais avec un profil quasi horizontal et peu dynamique. Bien que le matériau modifie légèrement la réponse en cisaillement, sa rigidité unidirectionnelle ne permet pas de contrôler efficacement les sollicitations hors plan. En revanche, les composites à gradient

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

de fonction (FGM3 à FGM5) présentent une montée progressive et structurée des valeurs de K_{III} le long du front de fissure. Cette progression est plus marquée dans les zones distales du front, reflétant une distribution plus souple et mieux adaptée des contraintes de cisaillement. Les profils deviennent plus différenciés avec les FGM plus performants (notamment FGM1 et FGM2), dont les amplitudes sont modérées et bien encadrées. Ce comportement traduit la capacité des FGM à absorber et redistribuer efficacement les efforts en torsion, minimisant les pics localisés de cisaillement. Contrairement au boron/époxy, les FGM n'induisent pas d'accumulations critiques mais favorisent un glissement progressif maîtrisé. Cette analyse comparative montre donc que les matériaux FGM sont plus efficaces pour contrôler l'apparition et la propagation du mode III, grâce à leur structure interne variable qui permet une adaptation continue aux gradients mécaniques. Ce résultat confirme leur supériorité sur les composites classiques, notamment dans des configurations où des efforts antiplans peuvent compromettre la fiabilité de la réparation.

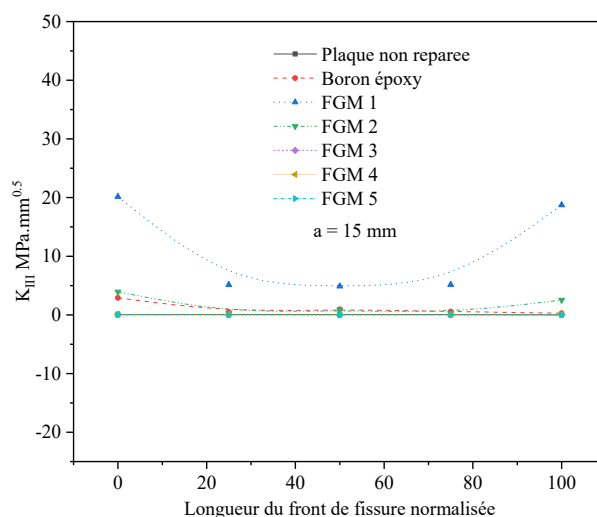


Figure 29: Distribution du FIC K_{III} le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation ($a = 15$ mm).

L'analyse du T-stress suivant la position normalisée sur le front de fissure (Figure 30) met en évidence des comportements contrastés selon le type de matériau de réparation employé. La plaque non réparée génère un T-stress négatif et relativement homogène sur tout le front, traduisant une contrainte compressive stabilisante, généralement défavorable à la propagation de la fissure. Le boron/époxy unidirectionnel, ainsi que le composite FGM2, présentent une zone localisée de T-stress positif, limitée à environ 25 % du front de fissure, indiquant une tendance partielle à l'instabilité. Toutefois, sur le reste du front, le T-stress demeure faible ou neutre, ce qui suggère un effet modéré sur l'équilibre mécanique global. En revanche, le matériau FGM1 affiche un comportement distinct : le T-stress devient globalement positif sur l'ensemble du front, signe d'une propension accrue à l'ouverture instable de la

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

fissure. Cette distribution quasi uniforme de traction latérale induit une perte du caractère stabilisant normalement apporté par une contrainte compressive, ce qui peut favoriser une propagation rapide et moins contrôlée. L'observation comparative montre ainsi que, parmi les solutions analysées, FGM1 est le seul à générer un T-stress majoritairement positif, ce qui soulève une attention particulière quant à sa capacité de maîtrise de la fissuration. Les autres matériaux, bien qu'imparfaits, maintiennent des profils plus contenus, avec des contributions latérales limitées.

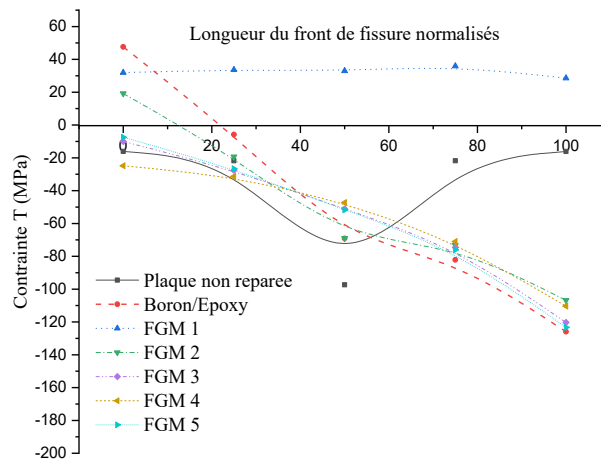


Figure 30 : Distribution de la contrainte T pour différentes configurations.

Partie V: Chargement biaxial avec une réparation par un patch en composite

Dans cette configuration (Figure 31), on étudie la performance de la réparation par patch composite lorsque la plaque est soumise à un chargement biaxial. Ce scénario vise à évaluer si la solution de renforcement reste efficace sous des conditions de sollicitation combinée plus intense. Les facteurs d'intensité de contrainte et la contrainte tangentielle au fond de fissure sont analysés pour une fissure de longueur $a = 150\text{mm}$ et comparés aux cas non réparés pour en évaluer l'apport mécanique.

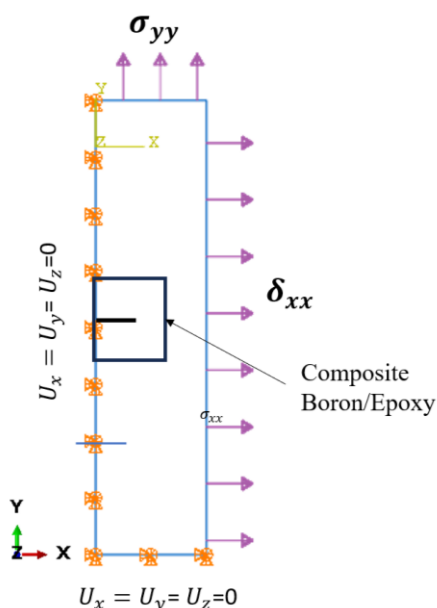


Figure 31 : Conditions aux limites du chargement Biaxial avec une réparation par un patch en composite.

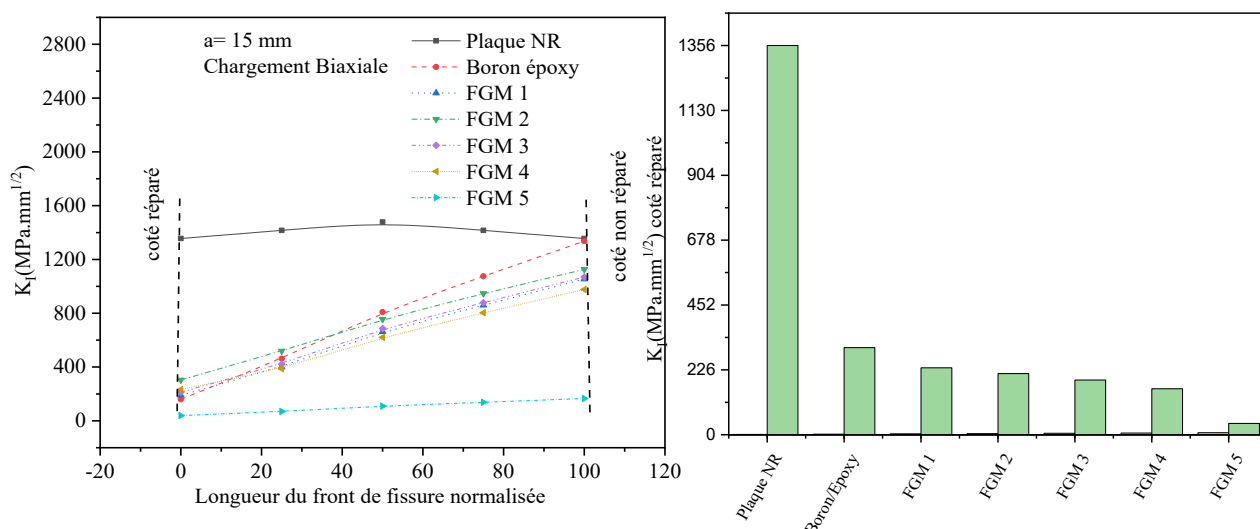


Figure 32: Distribution du FIC K_I le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation ($a = 15$ mm)

Dans la figure 32 on présente la distribution du facteur d'intensité de contrainte en mode I (K_I) en fonction du front de fissure normalisé, sous chargement biaxial, mettons en évidence l'influence du type de matériau de réparation sur la distribution des contraintes à l'extrémité de la fissure. En effet la plaque non réparée présente une courbe haute et relativement constante ($\sim 170 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{mm}}$), signalant un niveau élevé de contraintes d'ouverture et un risque important de propagation rapide sous chargement combiné.

Le boron/époxy unidirectionnel réduit partiellement cette intensité, mais la courbe reste globalement supérieure à celles des composites à gradient de fonction. Elle traduit un certain effet de renforcement, bien que limité, avec une diminution partielle de K_I mais peu de contrôle sur sa distribution le long du

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

front. Les matériaux FGM1 à FGM5, conçus avec un gradient de propriétés mécaniques, modifient sensiblement la réponse structurelle. Leurs courbes présentent des niveaux de K_I significativement plus faibles que la plaque non réparée, et inférieurs à ceux du boron/époxy, ce qui confirme une réduction effective des contraintes de fissuration en mode I. La forme générale des courbes est décroissante, indiquant une chute progressive de K_I vers l'extrémité non réparée du front. Parmi les FGM, certains comme FGM4 et FGM1 se démarquent par les courbes les plus basses sur l'ensemble du front, démontrant une performance optimale. Cette atténuation traduit non seulement une meilleure capacité à absorber les charges biaxiales, mais également un effet de diffusion des contraintes qui limite les pics localisés, réduisant ainsi le risque d'initiation de fissures secondaires.

L'histogramme fournit une lecture comparative claire de l'efficacité des différents types de composites de réparation en termes de réduction du facteur d'intensité de contrainte en mode I (K_I) sous un chargement biaxial. La plaque non réparée affiche sans surprise la valeur la plus élevée de K_I , témoignant d'un risque maximal de propagation de la fissure en mode ouverture. Ce niveau de contrainte élevé indique une structure vulnérable sans mécanisme de dissipation. Le patch en boron/époxy unidirectionnel permet une réduction modérée de K_I , mais la valeur reste relativement importante, signalant une atténuation partielle mais insuffisante de la contrainte d'ouverture. En revanche, les composites FGM1 à FGM5 montrent une baisse progressive et marquée des valeurs de K_I . Cette tendance descendante reflète une efficacité croissante des matériaux à gradient de fonction (FGM) à moduler la réponse mécanique de la fissure. En particulier, FGM1 et FGM5 enregistrent les valeurs les plus basses, illustrant leur performance optimale pour réduire le risque de rupture dans des conditions de sollicitation biaxiale.

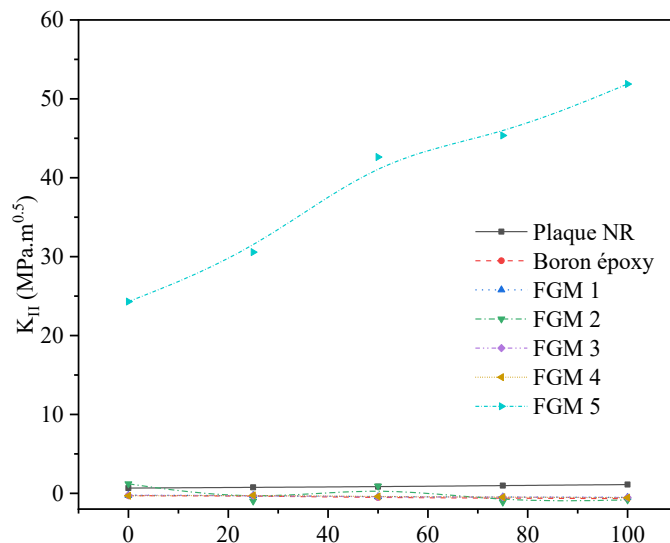


Figure 33 : Distribution du FIC K_{II} le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation ($a = 15$ mm).

Une représentation de l'évolution du facteur d'intensité de contrainte en mode II (K_{II}) le long du front de fissure normalisé est afficher sur la figure 33, comparant différents types de matériaux de réparation dans un contexte de chargement biaxial. Ainsi la plaque non réparée (NR) présente une courbe presque horizontale, avec un niveau stable de K_2 autour de $80 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{mm}}$, ce qui reflète une activation importante du cisaillement in-plane en l'absence de tout renfort. Ce comportement traduit une propagation dominée en partie par le mode II, sans dissipation de contrainte tangentielle. Le patch boron/époxy réduit légèrement K_{II} par rapport à la plaque non réparée, en maintenant une courbe relativement plate mais globalement haute, ce qui suggère une efficacité limitée dans la gestion du cisaillement longitudinal alors que les composites FGM1 à FGM5 montrent une évolution notable : leurs courbes présentent une montée progressive de K_{II} le long du front, avec des valeurs initiales faibles et une croissance modérée, surtout vers l'extrémité distale. Cette dynamique indique que les matériaux à gradient de fonction absorbent et répartissent plus efficacement les contraintes de cisaillement. Parmi eux :

- FGM3, FGM4 et FGM5 affichent les valeurs les plus basses de K_{II} , traduisant une maîtrise renforcée de la composante tangentielle.
- FGM2 conserve un niveau de K_{II} plus élevé, ce qui signale une efficacité inférieure à celle des FGM optimisés.

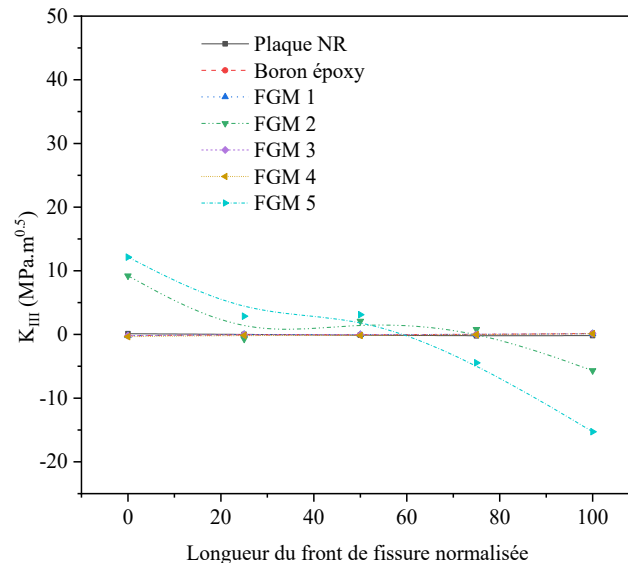


Figure 34 : Distribution du FIC K_{III} le long du front de fissure pour différentes configurations de réparation ($a = 15 \text{ mm}$).

L'évolution du facteur d'intensité de contrainte en mode III (K_{III}) le long du front de fissure pour différents matériaux de réparation soumis à un chargement biaxial et exposée sur la figure 34. On peut

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

clairement voir que la plaque non réparée affiche les valeurs de K_{III} les plus élevées, indiquant une forte sollicitation hors plan non compensée. La réparation par le boron/époxy réduit légèrement cette intensité, mais reste globalement inefficace pour contrôler le cisaillement antiplan.

En revanche, les composites FGM1 à FGM5 présentent une réduction progressive de K_3 , en particulier pour FGM1 et FGM2, qui affichent les valeurs les plus faibles. Cela traduit leur capacité à dissiper efficacement les contraintes de torsion, réduisant les risques de propagation instable par cisaillement hors plan.

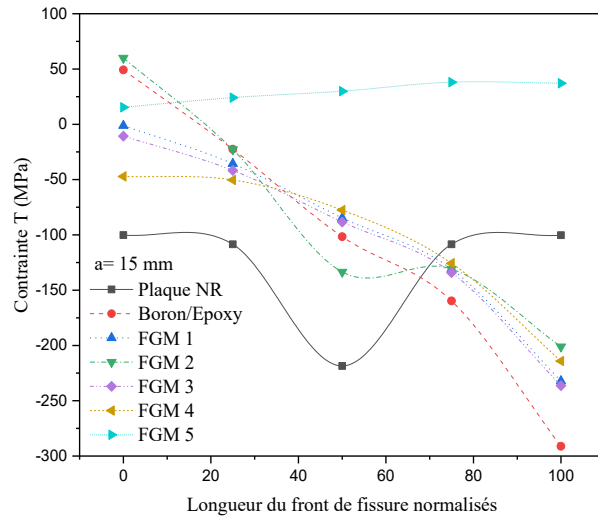


Figure 35 : Distribution de la contrainte T pour différentes configurations.

L'évolution du T-stress le long du front de fissure, comparant différents matériaux de réparation soumis à un chargement biaxial met en lumière la manière dont chaque composite influence la contrainte parallèle au plan de fissure, un paramètre clé pour évaluer la stabilité de propagation (figure 35). On constate que la plaque non réparée (NR) présente une courbe marquée par un creux prononcé au centre du front, avec des valeurs inférieures par rapport du bord de la plaque, indiquant une tendance partielle à l'instabilité.

Le boron/époxy unidirectionnel ainsi que FGM2 montrent une évolution partielle, avec des valeurs de T-stress positives sur environ 25 % du front de fissure. Cette positivité localisée signale une zone de relâchement mécanique qui pourrait favoriser une initiation de fissure dans cette région, bien que l'ensemble reste relativement très positif.

Le cas de FGM4 est plus singulier : le T-stress est la plus faible valeur et y est positif sur tout le front, traduisant une propension plus élevée à l'instabilité. Cette configuration indique une ouverture facilitée le long de l'ensemble du front, ce qui nécessite une vigilance particulière dans son utilisation.

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

En revanche, FGM3, FGM2 et FGM5 affichent des courbes de T-stress plus stables de 14 MPa à 40 MPa. Ces profils reflètent une gestion plus homogène de la contrainte latérale, limitant les pics de traction ou de compression et assurant une meilleure stabilité frontale.

Une comparaison synthétique des réponses mécaniques observées sous chargement uniaxial et biaxial pour différents types de réparations (plaque non réparée, patch boron/époxy, FGM1 à FGM5), en s'appuyant sur les facteurs d'intensité de contrainte (K_I , K_{II} , K_{III}) et le T-stress peut se présenter comme suit:

Pour le chargement uniaxial :

- Le Fic K_I : domine clairement la rupture. Les FGM (surtout FGM4 et FGM5) permettent de réduire significativement K_I , tandis que le boron/époxy reste peu performant.
- Les fics K_{II} et K_{III} : quasi inexistantes pour tous les matériaux, la propagation reste purement en mode I.
- T-stress : principalement négatif (compressif), surtout pour les FGM optimisés, contribuant à stabiliser la fissure. Seul FGM1 présente une moyenne supérieure à zéro, avec une légère tendance à l'instabilité.

Pour le chargement biaxial :

- Le Fic K_I : toujours présent mais moins dominant, les FGM conservent leur efficacité et affichent les valeurs les plus faibles.
- Les fics K_{II} et K_{III} : fortement activés, surtout pour les matériaux non réparés et mal adaptés (comme le boron/époxy). Les FGM absorbent mieux ces cisaillements, avec une maîtrise progressive des modes II et III.
- T-stress : la distribution se complexifie :
 - NR : reste positif donc forte propension à la propagation instable.
 - Boron/époxy et FGM2 : zones localisées de T-stress positif → instabilités partielles.
 - FGM1 : positif sur tout le front → forte propension à la propagation instable.
 - FGM4-FGM5 : T-stress équilibré → comportement optimal.

Conclusion

Les résultats obtenus numériquement par la méthode des éléments finis tridimensionnelle nous permettent de tirer les conclusions suivantes :

1. L'étude conjointe des facteurs d'intensité de contrainte (K_I , K_{II} , K_{III}) et du T-stress en fonction du type de chargement révèle l'impact significatif des contraintes biaxiales sur le mécanisme de fissuration.
 - En chargement uniaxial, le front de fissure est dominé par le mode I (K_I) avec un pic central prononcé, traduisant une concentration d'ouverture nette et localisée. Le T-stress est alors fortement négatif, avec un minimum centré, jouant un rôle stabilisant contre l'initiation. En revanche, les modes II (K_{II}) et III (K_{III}) y sont pratiquement absents, traduisant une propagation exclusivement par ouverture.
 - L'introduction d'une biaxialité modérée ($\sigma_{yy}/\delta_{xx} = 1$) modifie ce scénario :
 - a. Le K_I s'aplatit et perd en amplitude,
 - b. Le K_{II} s'intensifie fortement ($\times 20$), signalant l'apparition marquée du cisaillement in-plane,
 - c. Le K_{III} s'élève également ($\times 5$), traduisant l'émergence du cisaillement antiplan,
 - d. Le T-stress devient positif et uniforme, ce qui fragilise la stabilité du front.
 - Avec une biaxialité plus élevée ($\sigma_{yy}/\delta_{xx} = 2,7$), ces phénomènes sont amplifiés :
 - Le K_{II} augmente jusqu'à 85,
 - Le K_{III} est multiplié par 20,
 - Le T-stress atteint des niveaux encore plus élevés (≈ 40 MPa), uniformément répartis.
 - Cette évolution traduit une transition progressive d'un mode I pur vers une fissuration mixte (I + II + III). L'effet stabilisant de la contrainte compressive uniaxiale est progressivement remplacé par une sollicitation multiaxiale favorisant l'ouverture diffuse, le glissement et la torsion.
2. Sous chargement uniaxial, la réparation par différents types de composites influence de manière contrastée les réponses mécaniques en termes de K_I , K_{II} , K_{III} et de T-stress.
 - Les composites à gradient de fonction (FGM1 à FGM5) permettent une réduction significative du K_I , avec des profils plus progressifs et stabilisés le long du front de fissure. En revanche, le boron/époxy unidirectionnel, bien qu'il atténue partiellement K_I , reste moins performant, avec des valeurs plus élevées et une répartition moins homogène.
 - Les modes II (K_{II}) et III (K_{III}) sont globalement peu activés dans toutes les configurations réparées sous chargement uniaxial, ce qui confirme une prédominance du mode I. Toutefois, certains FGM

Chapitre III: Simulation numérique et Analyse des Résultats

peuvent induire une faible contribution tangentielle, mieux répartie que dans le cas du boron/époxy, montrant une capacité à absorber localement le cisaillement.

- Quant au T-stress, il reste globalement négatif pour la plupart des composites, agissant comme un stabilisateur mécanique. Seul FGM1 montre une remontée vers des valeurs proches de zéro voire légèrement positives, indiquant une tendance plus ouverte mais restant modérée comparée au cas biaxial.
3. Sous chargement biaxial, la réparation des structures fissurées met en évidence la supériorité des composites à gradient de fonction (FGM) face au boron/époxy.
- Les FGM les plus performants (FGM1, FGM4) permettent une réduction nette de K_I , une maîtrise progressive de K_{II} et K_{III} , et une distribution stabilisée du T-stress.
 - Le boron/époxy, en revanche, n'atténue que partiellement K_I , induit des valeurs modérées de K_{II} et K_{III} , et présente un T-stress légèrement positif sur une portion du front, signe d'une stabilité latérale plus fragile.
 - Les FGM offrent une réponse mécanique plus homogène et efficace face aux sollicitations multiaxiales, assurant une réparation fiable et mieux adaptée aux environnements complexes.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés au comportement élastique d'une plaque aéronautique fissurée soumise à différents types de chargement, en particulier la traction biaxiale, et à l'efficacité de solutions de réparation par patch collé, notamment à base de composite Boron/époxy et de matériaux à gradient de propriétés (FGM).

Dans une première phase, une analyse théorique approfondie a permis de comprendre les mécanismes fondamentaux de la mécanique de la rupture, ainsi que l'influence des sollicitations uniaxiales et biaxiales sur la propagation des fissures. Cette partie a aussi mis en évidence l'intérêt croissant pour les techniques de réparation non intrusives dans le domaine aéronautique, en particulier les patches composites.

La seconde phase du travail a porté sur la modélisation numérique tridimensionnelle de la plaque fissurée à l'aide du logiciel Abaqus. Plusieurs configurations de chargement ont été simulées, allant du cas uniaxial simple jusqu'à un chargement biaxial complexe, en passant par différentes géométries et matériaux de patches. L'étude a mis en évidence l'influence marquée de la biaxialité sur la distribution des facteurs d'intensité de contrainte (K_I , K_{II} , K_{III}) et du T-stress, révélant une transition du mode I vers une fissuration mixte sous contrainte multiaxiale.

Dans la phase finale, deux types de réparations ont été comparés :

- Le patch Boron/époxy, matériau composite classique utilisé en aéronautique ;
- Et les composites FGM à base de Ni-Al₂O₃, avec cinq profils de variation du module de Young.

Les résultats ont montré que les composites à gradient fonctionnel surpassent largement les composites homogènes en termes d'atténuation des contraintes, de répartition des efforts et de stabilité mécanique, particulièrement sous chargement biaxial. Ils offrent une réponse plus homogène, avec une réduction marquée du K_I et une maîtrise des composantes K_{II} , K_{III} et T-stress, ce qui en fait une solution de réparation prometteuse pour les structures soumises à des sollicitations complexes.

Toutefois, ce travail reste limité à une analyse en élasticité linéaire, sans prise en compte des effets plastiques, thermiques ou de vieillissement des matériaux. Il serait donc pertinent, dans la suite de cette étude, de mener des essais mécaniques réels sur éprouvettes fissurées réparées par FGM, d'envisager une

Conclusion générale

prise en compte du comportement non linéaire des matériaux, ainsi que d'évaluer la tenue en fatigue sous chargements cycliques.

Ce mémoire apporte ainsi une contribution théorique et numérique originale à la problématique de la réparation des fissures en environnement complexe, et ouvre la voie à des solutions hybrides combinant légèreté, performance et durabilité dans le domaine de l'ingénierie aéronautique.

Bibliographie

- [1] T. L. Anderson et T. L. Anderson, *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. CRC press, 2005.
- [2] A. A. Baker, L. F. Rose, et R. Jones, *Advances in the bonded composite repair of metallic aircraft structure*. Elsevier, 2003.
- [3] P. Chang, J. Wang, M. Heller, et X. Yu, « Hybrid repair of primary metallic structures by combining a stress optimised cut-out and bonded patches », *Int. J. Adhes. Adhes.*, vol. 139, p. 103962, mai 2025, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2025.103962.
- [4] M. Koizumi, « FGM activities in Japan », *Use Compos. Multi-Phased Funct. Graded Mater.*, vol. 28, n° 1, p. 1-4, janv. 1997, doi: 10.1016/S1359-8368(96)00016-9.
- [5] F. Erdogan, « Fracture mechanics of functionally graded materials », *Use Compos. Multi-Phased Funct. Graded Mater.*, vol. 5, n° 7, p. 753-770, janv. 1995, doi: 10.1016/0961-9526(95)00029-M.
- [6] D. Cerniglia, V. Nigrelli, et A. Pasta, « Experimental and numerical determination of stress intensity factor in composite materials », janv. 1999.
- [7] L. Hattali, « M2104 –Mise en œuvre et comportement des matériaux ». [En ligne]. Disponible sur: http://www.fast.u-psud.fr/~hattali/Cours/LaH_Amphi-8_Rupture.pdf
- [8] J. R. Rice, « A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks », 1968.
- [9] S. J. Haward *et al.*, « Extensional rheometry of mobile fluids. Part I: OUBER, an optimized uniaxial and biaxial extensional rheometer », *J. Rheol.*, vol. 67, n° 5, p. 995-1009, juill. 2023, doi: 10.1122/8.0000659.
- [10] D. L. Jones et J. Eftis, « Fracture and fatigue characterization of aircraft structural materials under biaxial loading[Final Scientific Report, 1 Oct. 1976- 30 May 1980] », 1981.
- [11] D. L. Barrera, *Aircraft Maintenance Programs*. Springer, 2022.
- [12] A. V. Reddy, *Investigation of aeronautical and engineering component failures*. CRC Press, 2004.
- [13] A. V. Goncharenko, « Aeronautical and aerospace material and structural damages to failures: theoretical concepts », *Int. J. Aerosp. Eng.*, vol. 2018, n° 1, p. 4126085, 2018.
- [14] R. Wojnar, « Damage Tolerance and Fatigue Evaluation of Structure », *Advis. Circ.*, n° 25.571-1C, 1998.
- [15] Z. Peng, S. Yang, Z. Wang, et Z. Gao, « Fatigue Property and Small Crack Propagation Mechanism of MIG Welding Joint of 6005A-T6 Aluminum Alloy », *Materials*, vol. 15, n° 13, 2022, doi: 10.3390/ma15134698.
- [16] S. Mohammadi, M. Yousefi, et M. Khazaei, « A review on composite patch repairs and the most important parameters affecting its efficiency and durability », *J. Reinf. Plast. Compos.*, vol. 40, n° 1-2, p. 3-15, 2021.
- [17] S. Budhe, M. Banea, et S. de Barros, « Bonded repair of composite structures in aerospace application: a review on environmental issues », *Appl. Adhes. Sci.*, vol. 6, p. 1-27, 2018.
- [18] K. B. Katnam, L. Da Silva, et T. Young, « Bonded repair of composite aircraft structures: A review of scientific challenges and opportunities », *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 61, p. 26-42, 2013.
- [19] J. Reddy, « Analysis of functionally graded plates », *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 47, n° 1-3, p. 663-684, 2000.
- [20] M. E. H. Lakehal, « ETUDE PAR ELEMENTS FINIS DE LA PROPAGATION DE LA FISSURE D'UNE PLAQUE ».
- [21] W. N. BOUZITOUNA, « Modélisation et analyse de la réparation hybrides (perçage/patch) des fissures dans les structures aéronautiques. », Université de Ain Témouchent Belhadj Bouchaib.

Bibliographie

- [22] A. AMARA ZENATI, « Étude du comportement des aciers API 5L X60 sollicités par contraintes mécaniques et milieu de sol Algérien Simulé », Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen UABT, 2014. [En ligne]. Disponible sur: <http://dspace.univ-tlemcen.dz/handle/112/6065>