

N° d'ordre :

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de L'enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique

جامعة عين تموشنت - بلحاج بوشعيب

Université Ain Témouchent- Belhadj Bouchaib



Faculté des sciences et de Technologie  
Département de Genie mécanique Laboratoire des Structures  
Intelligentes



**THESE**

Présentée pour l'obtention du **diplôme de DOCTORAT 3<sup>ème</sup> Cycle**

**Domaine :** Sciences et Technologie

**Filière :** Génie mécanique

**Spécialité :** Energétique

Par : **BOUHADJELA Fatiha**

**Intitulé de la thèse**

**Étude numérique et expérimentale de la résistance thermique de contact aux interfaces  
LAITON-SAPHIR**

Soutenue publiquement, le 15/10/2025 , devant le jury composé de :

Nom & Prénom(s)	Grade	Qualité	Etablissement de rattachement
Mr. Benzenine.H	Pr	Président	Université Belhadj BOUCHAÏB – Ain Témouchent
Mm. Bensaad.B	Pr	Directeur	Université Belhadj BOUCHAÏB – Ain Témouchent
Mr. Belhenini.S	Pr	Co- Directeur	Université Belhadj BOUCHAÏB – Ain Témouchent
Mr. Djebbar.N	Pr	Examineur	Université Belhadj BOUCHAÏB – Ain Témouchent
Mr. Benamara.N	Pr	Examineur	Université Djilali liabès – Sidi Bel Abbès
Mr. Sari Hassoun. Z	Pr	Examineur	Université Aboubacar Belkaid – Tlemcen

Année Universitaire : 2024/ 2025

## Remerciement

Je tiens à remercier ma directrice de thèse Madame BENSAAD.B, qui m'a encadré tout au long de cette thèse et qui m'a fait partager ses brillantes intuitions. Qu'il soit aussi remercié pour sa gentillesse, sa disponibilité permanente et pour les nombreux encouragements qu'il m'a prodigués.

Je souhaite m'a remercié Monsieur BELHARIZI.M, qui m'a conseillé et guidé pendant toutes ces années de recherche. Sa disponibilité et ses observations avisées m'ont été précieuses dans la réalisation du présent travail.

Je remercie mon co-directrice de thèse Mr BELHANINI.S, de m'avoir accompagné tout au long de cette étude. Son expérience, ses connaissances pour le domaine ont très fortement contribué à la réussite de ma thèse.

J'adresse tous mes remerciements à Monsieur ZIADI.A, directeur de l'Université Belhadj bouchaib Aïn Témouchent.

Je remercie Monsieur AISSA MAMOUNE.M, directeur du Laboratoire des Structures Intelligentes (SSL).

Je remercie également les membres de jury Mr DJEBBAR.N, Mr BENAMARA.N, Mr SARI HASSOUN.Z, et le président Mr BENZENINE.H .

Je tiens aussi à remercier Monsieur JAVIER BELZUNCE VARELA.F, Professeur à Université Oviedo (Espagne), qui m'a accueilli pendant un mois au sein de leurs laboratoire de science des matériaux et génie métallurgique. C'est grâce à eux que j'ai pu concilier avec bonheur une recherche appliquée pendant cette thèse. Enfin, je tiens à remercier tous les membres de Laboratoire des structures intelligentes (SSL), professeurs et doctorants, qui ont répondu avec calme et patience aux questions quotidiennes dont je les accablais, et qui m'ont offert un environnement de recherche intellectuel riche et motivant.

Pour terminer, je remercie Tous qui m'ont accompagné, soutenu et supporté tout au long de ce périple, et cela, malgré les difficultés. Vos encouragements, votre confiance et votre soutien moral ont permis la réussite de cette thèse.

## Résumé

Le sujet de thèse relève du thème de la mécanique et de la thermique des interfaces de contact solide-solide. Il porte sur l'analyse des phénomènes mécaniques intervenant aux interfaces métalliques et leurs effets sur les transferts de chaleur à travers la couche hétérogène très mince dite 'couche de transition' qui s'étend de part et d'autre du plan théorique de contact. Depuis fort longtemps, ce thème suscite de l'intérêt et on recense de nombreux articles dédiés à la caractérisation des interfaces comme à la modélisation de la résistance thermique de contact. On note aussi que dans tous les secteurs industriels, notamment l'automobile, l'aéronautique et l'industrie de la mise en forme des matériaux, les exigences sur la connaissance et la maîtrise des phénomènes mécaniques et thermiques aux interfaces métalliques deviennent de plus en plus importantes. En pratique l'analyse des phénomènes de transfert de chaleur à ce niveau fait appel à la notion de la résistance thermique de contact. Cette résistance est liée à la pression réelle de contact et aux paramètres géométriques caractérisant les surfaces des solides à l'interface. Ainsi la déformation mécanique des surfaces participant au contact et l'évolution de leurs propriétés mécaniques au cours du chargement ont un effet déterminant sur les transferts de chaleur dans cette zone. Cette étude vient en complément de l'étude menée dans le cadre de la thèse de B. Bensaad sur la résistance thermique de contact de type saphir-laiton avec une approche expérimentale. L'objectif de l'étude est de développer une approche mixte (numérique/semi-empirique) qui consiste à employer des modèles semi-empiriques utilisant comme variables d'entrée des grandeurs déterminées par des simulations numériques par éléments finis qui permettant de calcul la résistance thermique de contact avec prise en compte des phénomènes intervenant dans le contact : rugosité des surfaces de contact, pression, températures, etc. Les modèles numériques sont validés via des comparaisons avec les résultats obtenus dans l'étude menée par B. Bensaad.

**Mots clé :** la dureté ; résistance thermique de contact; modélisation tridimensionnelle par éléments finis, rugosité; déformation plastique ; déformation élastique.

## ملخص

يتعلق موضوع الأطروحة بميدان الميكانيك والحرارة بين أسطح التلامس الصلبة. (صلب/ صلب). يركز على تحليل الظواهر الميكانيكية التي تحدث في أسطح المعدنية وتأثيرها على انتقال الحرارة من خلال طبقة رقيقة الخارجية غير متجانسة تسمى "الطبقة سطحية لانتقال الحرارة" والتي تمتد على جانبي مستوى التلامس النظري. لفترة طويلة جدًا ، أثار هذا الموضوع الاهتمام كبير وهناك العديد من المقالات المخصصة لوصف اسطح التلامس وكذلك لنمذجة مقاومة التلامس الحراري. كما نلاحظ ذلك في جميع المجالات الصناعية ، ولا سيما صناعة السيارات والطيران وتشكيل المواد ، أصبحت متطلبات معرفة وإتقان الظواهر الميكانيكية والحرارية في اسطح تلامس المعدنية مهمة كثيرًا. في الممارسة العملية ، يستخدم تحليل ظاهرة انتقال الحرارة في هذا المستوى مفهوم مقاومة الحرارة للتلامس ترتبط هذه المقاومة بضغط الحقيقي للتلامس والشكل الهندسي التي تتميز به أسطح الصلبة للمعدن. وبالتالي فإن التشوه الميكانيكي للأسطح المشتركة في التلامس وتطور خواصها الميكانيكية أثناء تطبيق القوى له تأثير على عمليات نقل الحرارة في هذه المنطقة. تأتي هذه الدراسة بالإضافة إلى الدراسة التي أجريت في أطروحة ب. بن سعاد حول المقاومة الحرارية للتلامس من نوع (صلب/ صلب) بأسلوب محكات بطريقة العناصر المنتهية. الهدف من الدراسة هو اكتشاف طريقة (محاكات / علاقات رياضية) والذي يكون باستخدام نتائج نماذج محاكات باستخدامها كمتغيرات دخول في حساب RTC بواسطة العلاقات رياضية مع الأخذ بعين الاعتبار الظواهر المتضمنة في التلامس: خشونة سطح التلامس ، الضغط ، درجات الحرارة ، إلخ. اين سيتم التحقق من صحة النتائج بمقارنة النتائج التي تم الحصول عليها في الدراسة التي أجريت في أطروحة ب. بن سعاد

**كلمات مفتاحية:** الصلابة ؛ ضغط الاتصال، تشوه البلاستيك، تشوه مرن، النمذجة ثلاثية الأبعاد

## Abstract

The thesis topic relied to the theme of mechanics and thermal interaction of solid-solid contact. It focuses on the analysis of the mechanical phenomena involved in metal interfaces and their effect on heat transfers through the very thin heterogeneous layer known as the transition layer which extends on both sides of the theoretical plane of contact. For a long time, this theme raised an interest and there are numerous articles dedicated to the characterization of interfaces as well as to the modeling of thermal resistance of contact. It should also be noted that in all industrial sectors, including the automobile, aeronautics and the material shaping industry, the knowledge requirements and the mastery of mechanical and thermal phenomena at metal interactions are becoming increasingly important. In practice, the analysis of heat transfer phenomena at this level uses the concept of thermal contact resistance (TCR). This resistance is related to the actual contact pressure and geometric parameters characterizing the surfaces of the solids at the interface. Thus the mechanical deformation of the surfaces involved in contact and the evolution of their mechanical properties during loading have a decisive effect on the heat transfers in this area. This work completes the study of B. Bensaad's thesis on sapphire-brass thermal contact resistance with an experimental approach. The objective of the study is to develop a mixed approach (numerical/semi-empirical) which consists of using semi-empirical model sempirical using as input variables quantities determined by numerical simulations by finite elements which allow the TCR to be calculated taking into account the phenomena involved in the contact: roughness of the contact surfaces, pressure, temperatures, etc. The numerical model will be validated using the results obtained by B. Bensaad study.

**Keywords:** vickers hardness, contact pressure, plastic deformation, elastic deformation, three-dimensional modeling

## Dédicace

**À** ma famille.

## Table des matières

Remerciement.....	i
Résumé .....	ii
Dédicace .....	v
Table des matières.....	vi
Nomenclature.....	ix
Liste des figures .....	xi
Liste tableaux.....	xiii
Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I : Les transferts de chaleurs aux interfaces.....</b>	<b>4</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>4</b>
<b>1. Généralités sur les transferts de chaleur .....</b>	<b>5</b>
<b>1.2. Définitions .....</b>	<b>5</b>
<b>1.2.1 Champ de température.....</b>	<b>5</b>
<b>1.2.2. Gradient de température .....</b>	<b>5</b>
<b>1.2.3. Flux de chaleur .....</b>	<b>6</b>
<b>1.3. Le phénomène de transfert de chaleur .....</b>	<b>6</b>
<b>1.3.1. La conduction .....</b>	<b>7</b>
<b>1.3.2. La convection .....</b>	<b>8</b>
<b>1.3.3. Le rayonnement.....</b>	<b>10</b>
<b>2. Le transfert de chaleur aux interfaces solide/solide .....</b>	<b>11</b>
<b>2.1. Les interfaces de contact solide-solide .....</b>	<b>11</b>
<b>2.1.1. Contact Hertzien .....</b>	<b>11</b>
<b>2.1.2. Le contact non hertzien.....</b>	<b>13</b>
<b>2.2. Le transfert de chaleur au niveau du contact : phénomène de constriction .....</b>	<b>13</b>
<b>3. La description statistique et géométrique des surfaces en contact .....</b>	<b>16</b>
<b>3.1. Les descripteurs statistiques et géométriques d'une surface.....</b>	<b>16</b>
<b>3.2. Les fonctions statistiques .....</b>	<b>17</b>
<b>3.3. La modélisation de la géométrie d'une surface .....</b>	<b>17</b>
<b>4. Déformation mécanique des interfaces de contact solide-solide .....</b>	<b>21</b>

4.1. Les modèles élastiques .....	22
4.1.1. Modèle élastique de base : modèle d'Hertz.....	22
4.1.2. Modèles de déformation de plusieurs aspérités .....	23
4.2. Les modèles plastiques .....	30
4.2.1. Modèle plastique de base « Abbott et Firestone » .....	30
4.2.2. Les modèles plastiques à plusieurs aspérités .....	32
4.3. Les modèles élasto-plastique .....	38
Conclusion.....	44
<b>Chapitre II : La résistance thermique de contact.</b> .....	46
<b>Introduction</b> .....	46
<b>1. La notion de la résistance thermique de contact (RTC)</b> .....	47
1.1. Schématisation du transfert de chaleur à l'interface .....	47
1.2. Les composantes de la résistance thermique de contact $R_s$ et $R_f$ .....	49
1.2.1. La résistance de constriction $R_s$ .....	49
1.2.2. La résistance du film fluide $R_f$ .....	51
1.3. Domaine de valeurs de la RTC.....	51
<b>2. L'influence des conditions de la mise en contact sur la RTC</b> .....	52
<b>3. Les études de validation des modèles mécaniques de la RTC</b> .....	56
3.1. Modèles élastiques de la RTC .....	57
3.2. Modèles plastiques de la RTC .....	60
3.3. Modèles élasto-plastiques de la RTC .....	64
Conclusion.....	66
<b>Chapitre III : Simulation numérique</b> .....	67
<b>Introduction</b> .....	67
<b>1. Description des contacts étudiés</b> .....	69
1.1. Propriétés des matériaux .....	69
1.2. Les modèles géométriques .....	70
1.3. Le maillage.....	75
1.4. Les éléments utilisés .....	75
<b>2. Mise en œuvre de la technique de calcul de la RTC</b> .....	77
Conclusion.....	78
<b>Chapitre VI : Analyse des résultats</b> .....	79

<b>Introduction</b> .....	79
<b>1. Méthodologie</b> .....	80
<b>2. Résultats et discussions</b> .....	81
<b>2.1. Premier modèle : essai de dureté Vickers</b> .....	81
<b>2.2. Deuxième modèle</b> .....	83
<b>2.3. Troisième modèle : validation par l'expérience</b> .....	85
<b>2.3.1. Mode mécanique</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>2.4. Détermination de la RTC par l'approche mixte numérique/semi empirique</b> .....	88
<b>Conclusion</b> .....	90
<b>Conclusion générale</b> .....	91
<b>Références</b> .....	92
<b>Annexe</b> .....	95
<b>1. Répartition de la pression réelle de contact <math>P_c</math> pour le 1<sup>er</sup> modèle</b> .....	95
<b>2. Répartition de la pression réelle de contact <math>P_c</math> pour le 2<sup>eme</sup> modèle</b> .....	99
<b>3. Répartition de la pression réelle de contact <math>P_c</math> pour le 3<sup>eme</sup> modèle</b> .....	103

---

## Nomenclature

$a$	Le rayon moyen de la surface de contact ( $\mu\text{m}$ ) ;
$Aa$	La surface apparente de contact ;
$Ar$	La surface réelle de contact ;
$b$	Le rayon moyen du tube de flux thermique ( $\mu\text{m}$ ) ;
$d$	La distance de séparation des plans moyens des surfaces en contact ( $\mu\text{m}$ ) ;
$E$	Le module de Young ;
$D_p$	La densité linéique des pics ;
$D_s$	La distance surfacique des pics ;
$dv$	La diagonale de l'empreinte de l'essai Vickers ( $\mu\text{m}$ ) ;
$F$	La fonction de constriction ; La charge appliquée à l'interface (N) ;
$H_B$	La dureté Brinell ;
$H_v$	La dureté Vickers ;
$K$	La courbure ;
$m$	La pente du sommet de l'aspérité ; Le moment centré ;
$N$	Le nombre de point de contact ;
$P$	La Pression ;
$R$	Le rayon de la sphère ;
$Ra$	La rugosité moyenne arithmétique ;
$Rq$	La rugosité moyenne quadratique ;
$Rs$	La résistance par voie solide-solide
$Rt$	La rugosité totale ;
$Rz$	La hauteur moyenne de rugosité ;
$S$	La surface ;
$S^*$	Le taux réel de contact
$T$	La température ;

$z$	La coordonnée par rapport au plan de référence de la surface;
$Z$	La coordonnée par rapport au plan moyen de la surface ;
$\alpha$	La diffusivité, le demi-angle du sommet de l'aspérité conique ou pyramidale ;
$\beta$	Le rayon de courbure du sommet de l'aspérité ;
$\delta$	La déformation
$\varepsilon$	a/b
$\lambda$	La conductivité thermique ;
$\rho$	La fonction d'auto-corrélation ;
$\sigma$	L'écart type de la fonction de distribution
$\tau^*$	La distance d'auto-corrélation ;

## Liste des figures

Figure 1 : Isotherme et gradient thermique [2].....	5
Figure 2: Exemple regroupant conduction, convection et rayonnement. ....	7
Figure 3: Transfert de chaleur par conduction. ....	8
Figure 4: Transfert de chaleur par convection.....	10
Figure 5: Représentation schématique d'un échange thermique par rayonnement.....	10
Figure 6: Contact Hertzien entre deux sphère. ....	11
Figure 7: Contact ponctuel entre une sphère et un plan. ....	12
Figure 8: Contact linéaire entre un cylindre et un plan. ....	12
Figure 9: Contact linéaire entre deux cylindres.....	12
Figure 10 : Solides en contact cylindrique. ....	13
Figure 11 : Solides en contact plan. ....	13
Figure 12: Contact non Hertzien. ....	14
Figure 13 : Schématisation du transfert de chaleur au niveau du contact [7].....	15
Figure 14 : Phénomène de constriction des lignes de flux [8]. ....	16
Figure 15: Exemple du profil d'une surface rugueuse. ....	16
Figure 16: Exemple du profil et de fonctions de distribution et de courbe de portance d'une surface rugueuse [6].....	17
Figure 17: Modélisation des sommets d'aspérités selon Greenwood et Williamson[9]. ....	18
Figure 18: La dureté Vickers, Brinell et Rockwell en fonction de la profondeur de pénétration [6]. ...	36
Figure 19: Modèle de conservation de volume [31].....	39
Figure 20: Les niveaux de la dureté en fonction charge appliquée. ....	44
Figure 21 : Représentation schématique du contact thermique.....	47
Figure 22: Illustration schématique d'un contact thermique entre deux solides. ....	48
Figure 23: Schéma électrique équivalent .....	49
Figure 24: Schéma d'une zone de contact avec les lignes de courant thermique[39], [41]. ....	50
Figure 25 : évolution de la RTC lors de Chargement et déchargement lents : (A) courbe d'adaptation et (B) courbe définitive [6].....	53
Figure 26 : Courbes de chargement et déchargement rapides[6]. ....	53
Figure 27 : Effet de chargement- déchargement sur la RTC [6]. ....	54
Figure 28: $RTC=f(P_{gaz})$ [59].....	56
Figure 29: Représentation adimensionnée de la conductance ( $1/RTC$ ) en fonction de la pression apparente de contact [63]. ....	59
Figure 30: Courbe comportement élasto-plastique du laiton. ....	70
Figure 31: Géométrie du premier modèle. ....	71
Figure 32: Géométrie du deuxième modèle. ....	71
Figure 33: Géométrie de l'aspérité pyramidale P1.....	72
Figure 34: Géométrie de l'aspérité pyramidale P2.....	72
Figure 35: Géométrie de l'aspérité pyramidale P3.....	73
Figure 36 : Conditions aux limites de premier modèle. ....	73
Figure 37 : Conditions aux limites du deuxième modèle. ....	74
Figure 38 : Conditions aux limites du troisième modèle (mécanique).....	74
Figure 39: Maillage du premier modèle.....	76
Figure 40 : le maillage du deuxième modèle. ....	76

Figure 41: Maillage du troisième modèle.....	77
Figure 42: Maillage du troisième modèle. ....	77
Figure 43 : Présentation des étapes de la démarche développée.....	81
Figure 44: L'évolution de la pression réelle $P_c$ de contact et de la dureté Vickers $H_v$ en fonction du déplacement imposé $e$ . ....	82
Figure 45 : Répartition de la pression réelle de contact $PC$ (1er modèle, chargement 2.5 $\mu$ m). ....	83
Figure 46 : L'évolution de la pression réelle de contact $P_c$ et de la mesure de la dureté Vickers $H_v$ en fonction du déplacement imposé $e$ . ....	84
Figure 47: Comparaison de la pression réelle de contact $P_c$ calculée dans le premier et le deuxième modèles avec la dureté Vickers $H_v$ . ....	84
Figure 48 : Répartition de la pression réelle de contact $P_c$ pour un , chargement de 10,8 $\mu$ m. ....	85
Figure 49 : L'évolution de la pression réelle de contact $P_c$ et la dureté Vickers $H_v$ en fonction de déplacement imposé $e$ , pyramide $P1$ . ....	85
Figure 50 : L'évolution de la pression réelle de contact $P_c$ et la dureté Vickers $H_v$ en fonction du déplacement imposé $e$ , pyramide $P2$ . ....	86
Figure 51 : L'évolution de la pression réelle de contact $P_c$ et la dureté Vickers $H_v$ en fonction du déplacement imposé $e$ , pyramide $P3$ . ....	86
Figure 52: Comparaison de la pression réelle de contact $P_c$ avec la dureté $H_v$ pour les trois tailles de pyramide (mode mécanique). ....	87
Figure 53: Répartition de la pression réelle de contact $P_c$ pour un chargement de 2 $\mu$ m en mode mécanique. ....	87
Figure 54: Comparaison des valeurs de la $RTC$ expérimentale avec les valeurs de la $RTC$ obtenues par l'approche mixte, pyramide $P1$ ....	88
Figure 55 : Comparaison des valeurs de la $RTC$ EXP avec les valeurs de la $RTC$ obtenues par l'approche mixte, pyramide $P2$ ....	89
Figure 56: Comparaison des valeurs de la $RTC$ EXP avec les valeurs de la $RTC$ obtenues par l'approche mixte, pyramide $P3$ . ....	89

**Liste tableaux**

Le Tableau 1 les propriétés thermophysiques du saphir et du Laiton[6]. ..... 69  
Tableau 2 les valeurs de la charge pour le premier et le deuxième modèle. .... 74  
Tableau 3 les valeurs de la charge pour le troisième modèle. .... 75

### Introduction générale

La résistance thermique de contact a été largement étudiée en termes de théorie et d'expérience. Les mesures expérimentales de la résistance thermique de contact nécessitent des moyens spécifiques et un temps de travail important (préparation des échantillons, mesures, analyse des résultats...). Des modèles semi empiriques d'estimation de la résistance thermique de contact existent dans la littérature. Dans la présente étude, nous avons employé le modèle de Cooper et al. Ce modèle nécessite la connaissance d'un certain nombre de paramètres notamment la dureté des matériaux en contact (la valeur de la pression réelle, le taux réel de contact, la densité de point de contact.....)

Le processus de conception de plusieurs systèmes d'ingénierie doit prendre en compte les phénomènes physiques qui se produisent au niveau de la couche de contact. En fait, lorsque deux solides sont en contact, la surface de contact est généralement petite par rapport à la surface apparente en raison de la rugosité de la surface.

Dans la première partie de cette recherche dans un contexte plus général et de proposer tous les outils théoriques nécessaires à son développement. Qui sont les différents modes de transfert thermique seront brièvement introduits, puis le contact mécanique et thermique entre les milieux solides sera introduit. Et l'introduction des principaux modèles classiques et leur efficacité en régime permanent et transitoire pour révéler le concept de la résistance thermique de contact. Ensuite, nous présenterons l'influence des conditions de contact sur la résistance de thermique contact.

Le contact entre deux solides est toujours imparfait ; la surface de contact réelle est toujours inférieure à la surface de contact apparente. Ceci est la conséquence de l'état de surface imparfait de ces solides. Au niveau microscopique les surfaces solides sont une succession de creux et de pics. En raison de cette irrégularité géométrique des surfaces et quelle que soit la force d'appui, la surface réelle de contact entre deux solides représente une faible fraction de la surface apparente. Les irrégularités des surfaces en contact créent des espaces interstitiels occupés par un fluide, généralement un mauvais conducteur de chaleur, qui forme une barrière thermique et perturbent les mécanismes d'échange à l'interface. La chaleur transmise entre les deux solides converge vers les zones de contact pour lesquelles les passages sont plus faciles. Ce phénomène résulte d'un allongement des lignes de flux et une striction des tubes de flux qui sont responsables de la résistance thermique de contact. Ce

paramètre physique a fait l'objet de nombreux travaux classés selon la nature du régime thermique et du contact.

Nous présentons dans cette recherche notre approche mixte, numérique/semi-empirique, visant à déterminer la résistance thermique de contact entre deux solides, le Laiton et le Saphir. Pour notre étude l'approche numérique consiste à développer des modèles numériques par éléments finis « ANSYS ». Le contact étudié est du type solide/solide composé d'un plan dur en contact avec surface rugueuse et ductile. Les aspérités sont de forme pyramidale. Nous avons considéré des surfaces régulières afin de contrôler la densité des points de contact. Ainsi les résultats numériques permettent de calculer les valeurs du taux réel, dont le but est de déterminer la pression réelle de contact et le taux réel de contact. Ces paramètres seront par la suite utilisés dans les modèles semi-empiriques d'estimation de la RTC.

Dans cette démarche on s'intéresse à la validation de l'hypothèse d'Abbott et Firestone. Cette hypothèse stipule que la pression réelle au niveau du contact, appelée  $P_c$ , est considérée égale à la dureté du matériau le plus ductile. La forme de l'indenteur correspond à la forme des aspérités des surfaces rugueuses considérées pour notre étude. La mesure expérimentale est comparée au résultat de la simulation numérique. Si cette comparaison donne satisfaction donc on pourra utiliser le logiciel pour la simulation du contact plan dur/ aspérité pyramidale ductile.

Les valeurs numériques de la pression réelle et calculée du taux de contact devront être comparées aux valeurs expérimentales. Comme il n'existe pas de moyens de mesure directe de la pression réelle de contact rugueux, nous avons opté à une démarche scientifique permettant de juger la performance et la crédibilité du logiciel numérique utilisé.

Cette démarche consiste en la simulation d'un contact dont on peut mesurer expérimentalement la pression réelle de contact parfait, c'est le contact pyramide dure/plan ductile de l'essai Vickers.

Une fois que l'hypothèse d'Abbot et Firestone est vérifiée, on procède à la simulation du contact ayant la même géométrie que le contact de l'essai Vickers mais l'indenteur est considéré comme étant ductile et la surface plane est considérée comme étant dure. Les mêmes conditions de mises en contact sont considérées. Ceci permettra de vérifier si la pression de contact est indépendante du fait que l'indenteur soit le corps le plus dur ou le plus

ductile. Ainsi on assure une transition entre le modèle numérique de l'essai vickers et le modèle numérique des contacts étudiés.

Dès que la fiabilité du simulateur et la validité du modèle numérique sont prouvées, un troisième modèle numérique est développé (mécanique et thermomécanique). Ce modèle reproduit fidèlement la même configuration du contact étudié expérimentalement par Bensaad ; la surface déformable à aspérités pyramidales en laiton est en contact avec un plan dur en saphir. Les résultats de la simulation numérique sont injectés dans le modèle de la RTC de Cooper et al. Les valeurs estimées de la RTC sont comparées par la suite avec les valeurs expérimentales.

Notre approche mixte a été validée en comparant les valeurs de la *RTC* issues de l'approche mixte avec celles mesurées.

## Chapitre I : Les transferts de chaleurs aux interfaces

1. Introduction
2. Généralités sur les transferts de chaleur.
3. Le transfert de chaleur aux interfaces solide/solide.
4. La description statistique et géométrique des surfaces en contact.
5. Déformation mécanique des interfaces de contact solide-solide.
6. Revue sur la notion de la dureté et les phénomènes mécaniques aux interfaces solide/solide.
7. Conclusion

### Introduction

Le processus de conception de plusieurs systèmes d'ingénierie doit prendre en compte les phénomènes physiques qui se produisent au niveau de la couche de contact. En fait, lorsque deux solides sont en contact, la surface de contact est généralement petite par rapport à la surface apparente en raison de la rugosité de la surface.

Ce premier chapitre donne un aperçu général de la théorie de transfert de chaleur. Une attention particulière est donnée à la description des phénomènes de transfert de chaleur au niveau des interfaces solide-solide. Ainsi, ce chapitre s'articule autour des points suivants :

- Un rappel des différents modes de transfert thermique.
- Une présentation des mécanismes de transfert de chaleur au niveau des contacts mécaniques.
- Les descripteurs et les modèles géométriques des surfaces en contact.
- Les modèles de déformation mécanique des interfaces.

## 1. Généralités sur les transferts de chaleur

Tant qu'il y a un gradient de température, l'énergie thermique sera transférée d'un point à un autre au sein du même objet. Ce phénomène est également efficace lorsque deux systèmes avec des températures différentes sont en contact [1]

### 1.2. Définitions

#### 1.2.1 Champ de température

Le transfert d'énergie thermique dépend des changements temporels et spatiaux de température:  $T = f(x, y, z, t)$ . La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire, appelé champ de température. Il existe deux situations [2]:

- Le champ de température est indépendant du temps: l'état est permanent ou fixe.
- Changement du champ de température avec le temps: L'état est dit variable ou transitoire.

#### 1.2.2. Gradient de température

Si nous combinons tous les points avec la même température dans l'espace, nous obtiendrons une surface appelée surface isotherme. Le long de la normale de la surface isotherme, (Figure 1), le changement de température par unité de longueur est le plus important. Ce changement est caractérisé par le gradient de température [2].

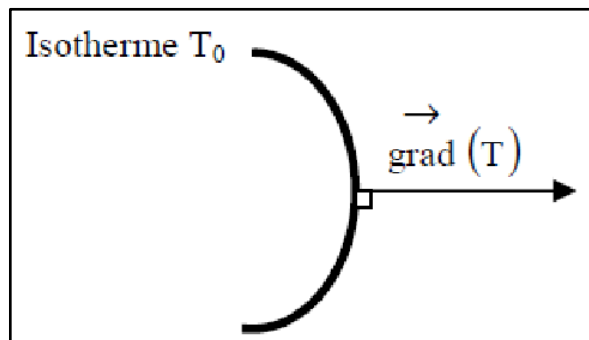


Figure 1 : Isotherme et gradient thermique [2].

$$\overrightarrow{\text{grad}(T)} = \vec{n} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1)$$

Avec :

$\vec{n}$  Vecteur unitaire de la normale

$\frac{\partial T}{\partial n}$  Dérivée de la température le long de la normale.

### 1.2.3. Flux de chaleur

La chaleur circule sous l'influence d'un gradient de température de haute température à basse température. La chaleur transférée par unité de temps et par unité de surface d'une surface isotherme est appelée densité de flux thermique, exprimée en: [w / m<sup>2</sup>]

$$\phi = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \quad 10)$$

Où S est l'aire de la surface (m<sup>2</sup>).

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps, elle est exprimée en [w]:

$$\Phi = \frac{d\phi}{ds} \quad 10)$$

### 1.3. Le phénomène de transfert de chaleur

Le transfert de chaleur est l'un moyen d'échange d'énergie entre deux systèmes. Puisqu'il peut y avoir un gradient de température entre deux points ou deux milieux (fluide / solide), le procédé d'échange de l'énergie. Il existe trois types de transfert de chaleur :

- Conduction
- Convection
- Rayonnement.

Le meilleur exemple de ces trois méthodes de transfert de chaleur est le chauffage d'un pot rempli d'eau, comme le montre la (Figure 2) :

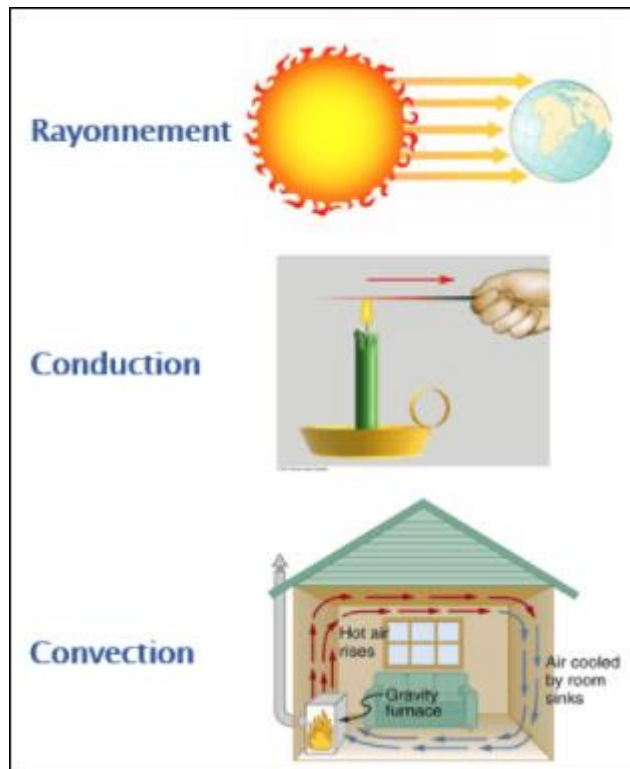


Figure 2: Exemple regroupant conduction, convection et rayonnement<sup>1</sup>.

Conduction entre la poignée (métal) et la main; convection dans le liquide bouillant (mais aussi due à la convection de la flamme en direction de la main); et rayonnement provoqué par la flamme.

### 1.3.1. La conduction

La conduction est un mode de transfert de chaleur qui est causé par la différence de température entre deux zones du même milieu ou entre deux milieux en contact, et lorsqu'elle se produit, il n'y aura pas de déplacement global du matériau. L'énergie se diffuse dans le milieu et la température monte progressivement. Dans un gaz ou un liquide, l'énergie est transmise par contact direct entre molécules sans déplacement significatif. Dans un solide, les vibrations des atomes autour de leurs positions se transmettent progressivement. Le transfert de chaleur par conduction est régi par la loi de Fourier.

Le flux thermique à travers une couche plane, d'aire  $S$  est donc :

$$\delta Q = -KS \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Image internet libre accès.

Le coefficient de proportionnalité  $K$  est la conductivité thermique du matériau. Elle dépend du matériau et de sa température.

$K$  s'exprime en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  dans le système international ou en  $\text{kcal}\cdot\text{h}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Une méthode de détermination du taux de transfert de chaleur entre une surface et un fluide en mouvement adjacent est basée sur la loi de Newton. Isaac Newton (Isaac Newton) a proposé que le flux de convection de surface soit proportionnel à la différence de température entre la surface et le fluide:

$$\frac{\delta Q}{dt} = h(T_s - T_\infty)ds \quad (2)$$

Avec :

$\frac{\delta Q}{dt}$ : Puissance transmise en (W)

$h$  : Coefficient d'échange ( $\text{W} / \text{m}^2 \text{K}$ )

$(T_s - T_\infty)$ : Différence de température entre le corps et le fluide en (K)

$ds$  : Surface d'échange en ( $\text{m}^2$ ).

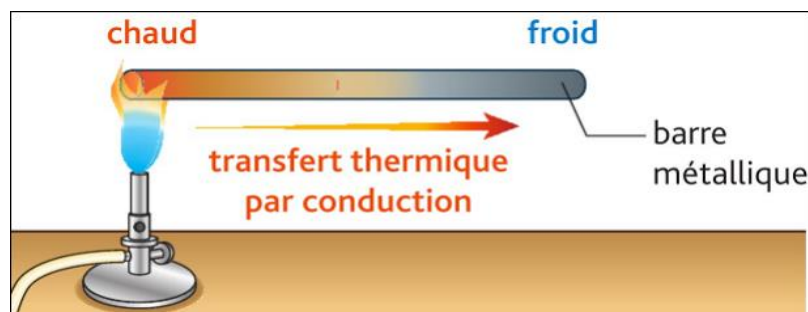


Figure 3: Transfert de chaleur par conduction<sup>2</sup>.

### 1.3.2. La convection

La convection est un moyen de transférer de la chaleur à travers au moins un fluide. Le transfert de chaleur par convection traite l'interaction thermique entre la surface autour de laquelle le fluide circule et la surface à différentes températures. On peut prendre un exemple à titre d'exemple, l'écoulement de fluide au-dessus d'un cylindre, dans un tube ou entre des plaques parallèles. Les problèmes de convection sont liés à la détermination du taux de transfert de chaleur et / ou de la température de surface. Une fois que la distribution de température dans le fluide en mouvement est déterminée, ces facteurs techniques importants

<sup>2</sup> Image internet/ libre accès.

sont établis. L'objectif du transfert de chaleur par convection est de déterminer la distribution de température dans le fluide en mouvement. L'étude du transfert de chaleur par convection dépend de caractéristiques importantes telles que la densité, la pression, la conductivité thermique et la chaleur spécifique.

Ces propriétés familières que nous pouvons évaluer et mesurer quantitativement sont en fait la manifestation des propriétés moléculaires et de l'activité du matériau. Toute matière est composée de molécules en mouvement continu et de collisions aléatoires. Dans le modèle de continuité, nous ignorons les caractéristiques des molécules individuelles, mais traitons leurs effets moyens ou macroscopiques. Par conséquent, on suppose que le matériau continu est continu. Cependant, dans certains cas, l'hypothèse de continuité s'effondrera. Tant qu'il y a un nombre suffisant de molécules dans un volume donné pour faire la moyenne statistique de son activité significative, il est efficace. L'équilibre thermodynamique dépend de la fréquence à laquelle les molécules entrent en collision avec les surfaces adjacentes. En équilibre thermodynamique, le fluide et la surface adjacente ont la même vitesse et la même température.

L'étude du transfert thermique par convection permet de déterminer le flux à la température  $T_{\infty}$  de la structure environnante à la température uniforme  $T_S$  de la surface  $S$ . L'expression du flux thermique en convection est la suivante:

$$\delta Q = h(T_s - T_{\infty})ds. dt \quad (3)$$

Où  $h$  est le coefficient de transfert thermique. Cette loi est une loi empirique. Elle dépendra donc beaucoup de la situation physique : en particulier  $(T_s - T_{\infty})$  peut se trouver dans certains cas, être à une puissance plus grande que l'unité. Le flux de chaleur transmis est donné par la relation dite loi de Newton.

Dans ce cas, les phénomènes thermiques seront compliqués par le déplacement de matière, et le transfert de chaleur se superposera au transfert de masse. Le transfert de chaleur par convection se produit entre deux phases, dont l'une est généralement dans un état statique, et l'autre phase est en mouvement en présence d'un gradient de température. En raison du transfert de chaleur d'une phase à une autre, il existe des fractions fluides (ou agrégats) avec des températures différentes dans la phase mobile. Le mouvement du fluide peut être dû à des différences de température (puis convection libre ou convection naturelle) ou à des moyens purement mécaniques (puis convection forcée) provoquées par des différences de densité[4].

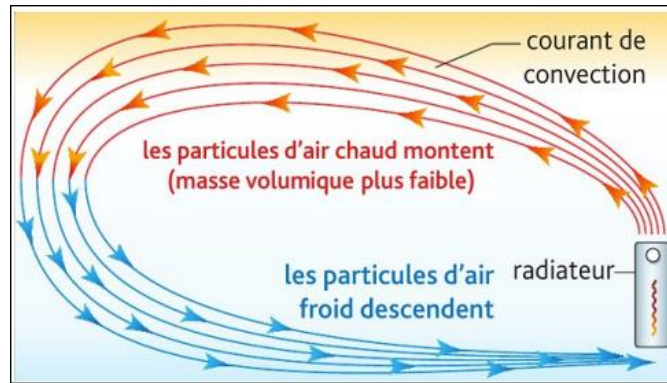


Figure 4: Transfert de chaleur par convection<sup>3</sup>.

Il y a deux types de convection qui peuvent être catégorisés comme suit :

- Convection naturelle ou libre
- Convection forcée

### 1.3.3. Le rayonnement

Le rayonnement thermique est le mode de transfert par lequel la chaleur passe d'un corps à haute température à un autre plus froid. Dans ce mode de transfert, l'énergie est portée par des ondes électromagnétiques (par exemple : infrarouge) ou par une désintégration (par exemple : radioactivité  $\alpha$ ). Ce mode de transfert ne nécessite aucun support matériel et ne fait intervenir ni déplacement de la matière, ni contact entre les objets ou les milieux échangeant de l'énergie. Le transfert de chaleur par rayonnement est régi par la loi de Stefan-Boltzmann[4].

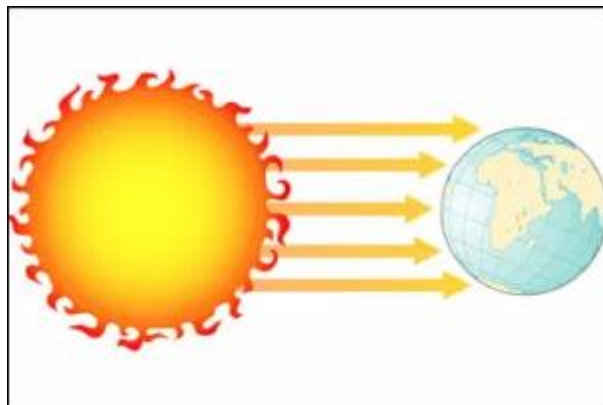


Figure 5: Représentation schématique d'un échange thermique par rayonnement<sup>4</sup>.

Cette loi fournit l'émittance totale du rayonnement du corps noir dans le vide en fonction de sa température absolue.

<sup>3</sup> Image internet libre accès.

<sup>4</sup> Image internet libre accès.

$$M_0 = \sigma T^4 \quad (4)$$

Avec :

$\sigma$  : est la constante de STEFAN-BOLTZMANN, ( $W/m^2K^{-2}$ )

T : température (K).

## 2. Le transfert de chaleur aux interfaces solide/solide

### 2.1. Les interfaces de contact solide-solide

Selon la forme des surfaces en contact, on distingue les deux types de contact suivants :

#### 2.1.1. Contact Hertzien

On considère hertzien tout contact :

- Ponctuel ; exemple : entre deux sphères (**Figure 6**), entre une sphère et un plan (**Figure 7**).
- Linéaire ; exemple : entre un cylindre et un plan (**Figure 8**) ou entre deux cylindres dont les axes sont parallèles (**Figure 9**) [5].

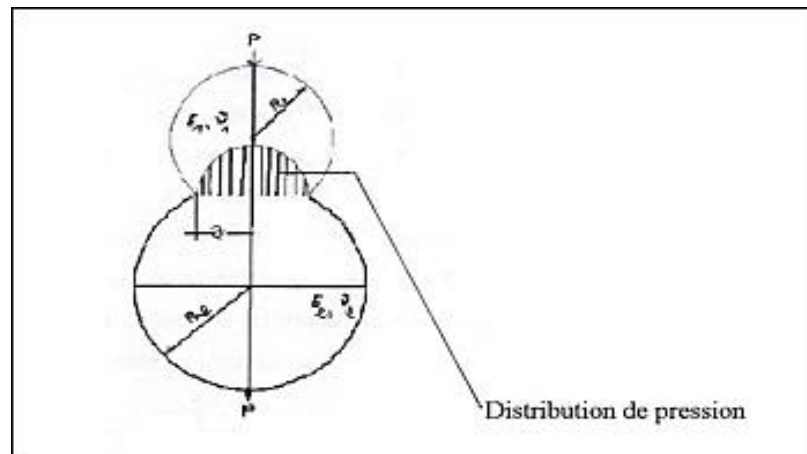


Figure 6: Contact Hertzien entre deux sphère<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> Image internet libre accès.

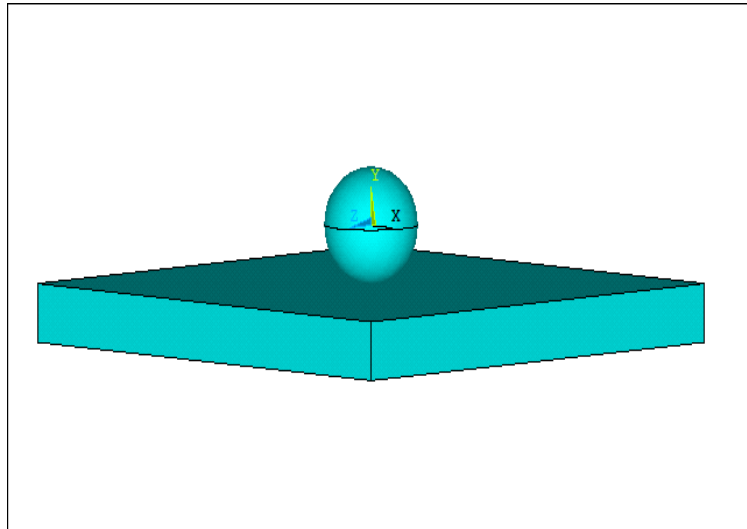


Figure 7: Contact ponctuel entre une sphère et un plan.

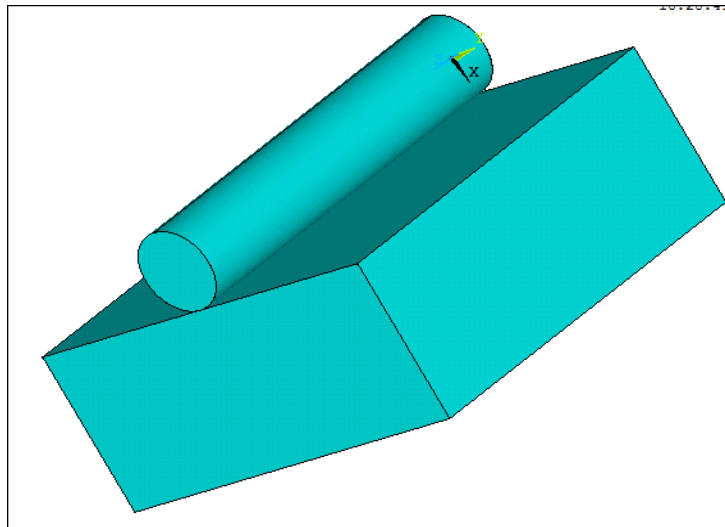


Figure 8: Contact linéaire entre un cylindre et un plan.

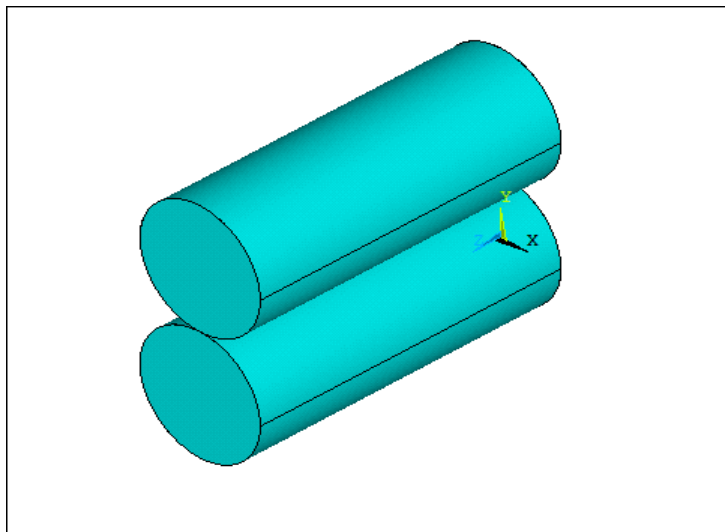


Figure 9: Contact linéaire entre deux cylindres.

### 2.1.2. Le contact non hertzien

Selon la forme géométrique des solides en contact on distingue :

- Le contact cylindrique : C'est le cas d'un arbre/alésage où le contact est une surface complètement cylindrique (Figure 10).

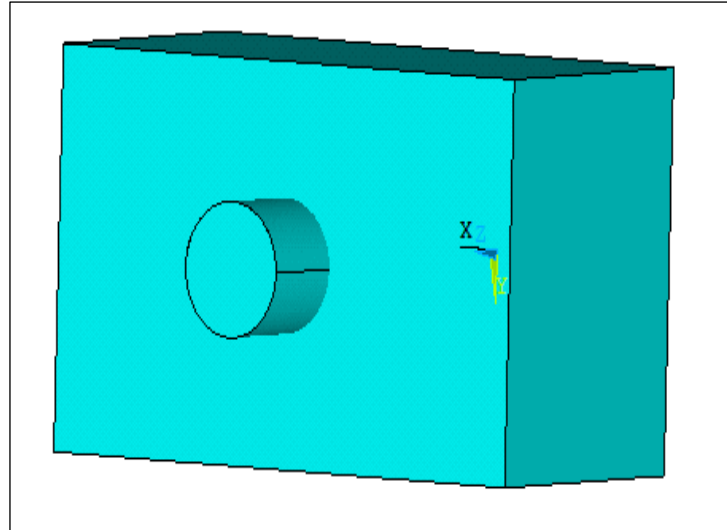


Figure 10 : Solides en contact cylindrique.

- Le contact plan : On trouve ce contact entre deux surfaces planes (Figure 11).

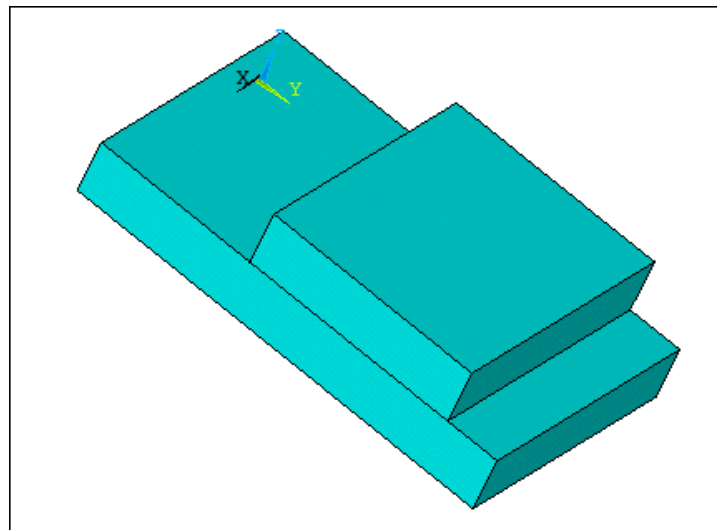


Figure 11 : Solides en contact plan.

### 2.2. Le transfert de chaleur au niveau du contact : phénomène de constriction

Suite à la présence de la rugosité, la surface d'un corps solide n'est jamais parfaite. En appliquant une charge normale  $P$  sur un solide en contact avec un deuxième solide encastré, le

contact apparent s'établi sur une surface  $S$  tandis que le contact réel ne se fait que d'une manière partielle au niveau des sommets des aspérités comme le montre la figure 10.

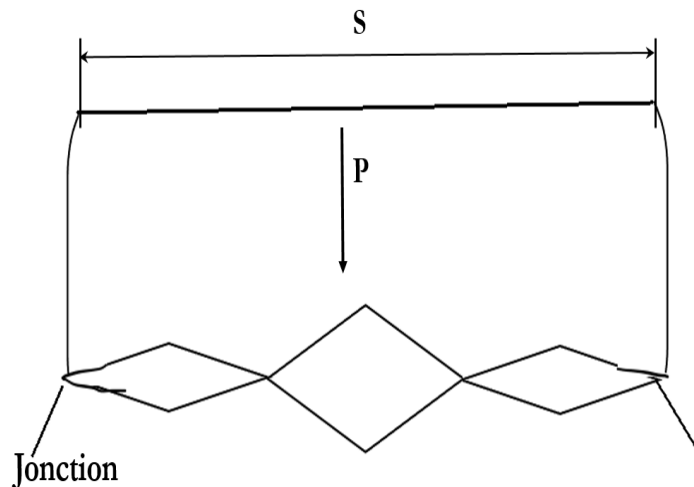


Figure 12: Contact non Hertzien.

Lorsque les deux solides en contact sont exposés à des températures différentes, un échange de chaleur se produit au niveau de l'interface. Idéalement, le contact est considéré comme parfait, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de discontinuités dans la zone de contact (**Figure 13**). En effet, la rugosité qui existe à la surface du corps métallique modifie la zone d'échange en la réduisant. Ensuite, la zone de contact réelle devient le lieu préféré pour le transfert de chaleur (si le milieu interstitiel n'est pas très conducteur). Par conséquent, la réduction de la partie de contact force le flux de chaleur à travers la zone de contact réelle, ce qui entraîne un rétrécissement de la ligne de courant (courbure), c'est le phénomène de constriction des lignes de flux (**Figure 14**). Cette condition de contact non idéale est à l'origine de la résistance de contact thermique RTC.

Le modèle mécanique général caractérisant les transferts thermiques au niveau des interfaces solide- solide, exprime la RTC en fonction de :

- le taux réel de contact : le rapport de la surface réelle par la surface apparente du contact. La surface réelle est la somme des surfaces des spots de contact. Elle est fortement liée à la pression de contact et micro-dureté du matériau le plus mou ;
- la densité de points de contact : le nombre de points de contact par unité de surface,
- la nature des matériaux en contact (caractéristiques thermiques), et des caractéristiques du fluide interstitiel [6].

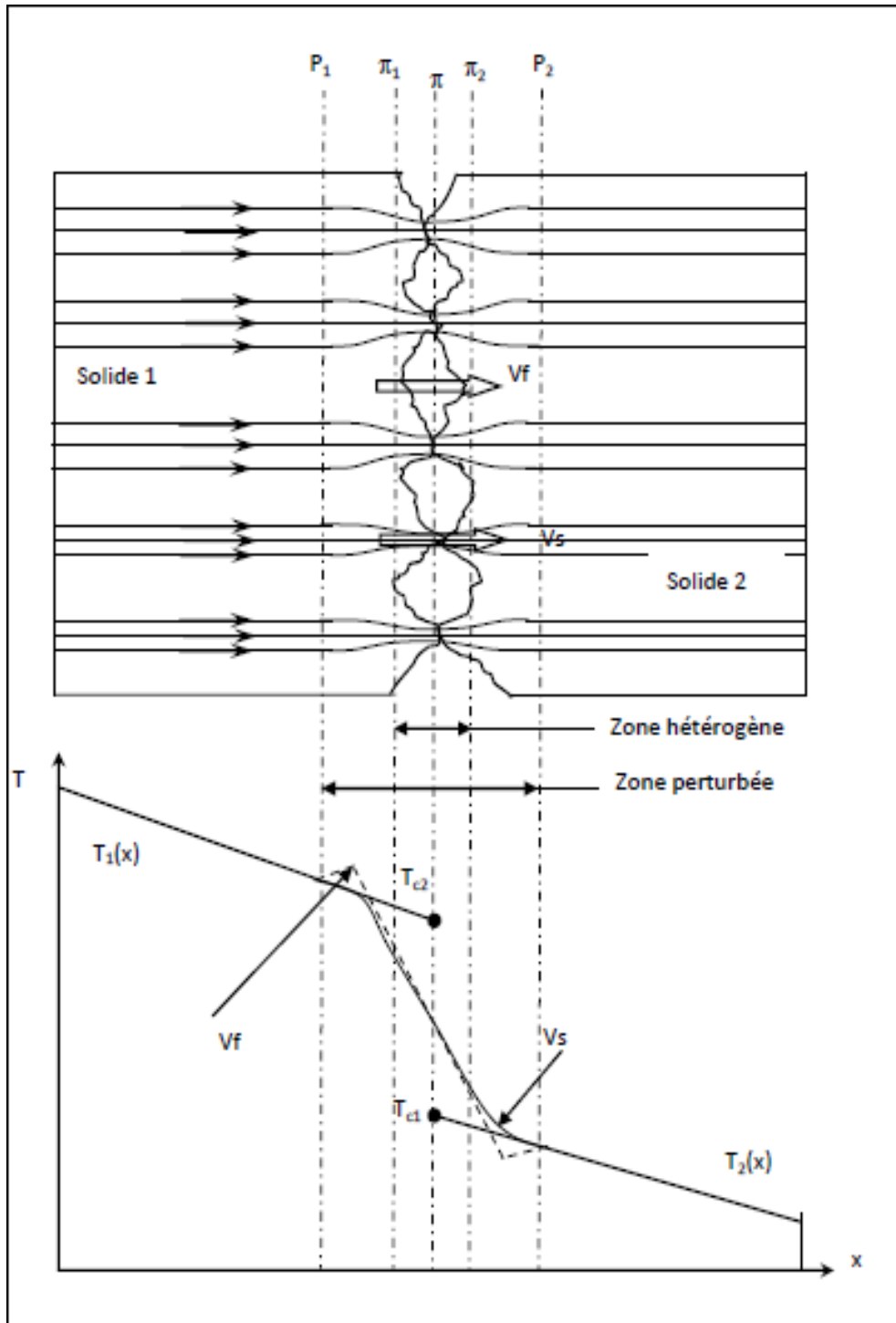


Figure 13 : Schématisation du transfert de chaleur au niveau du contact [7].

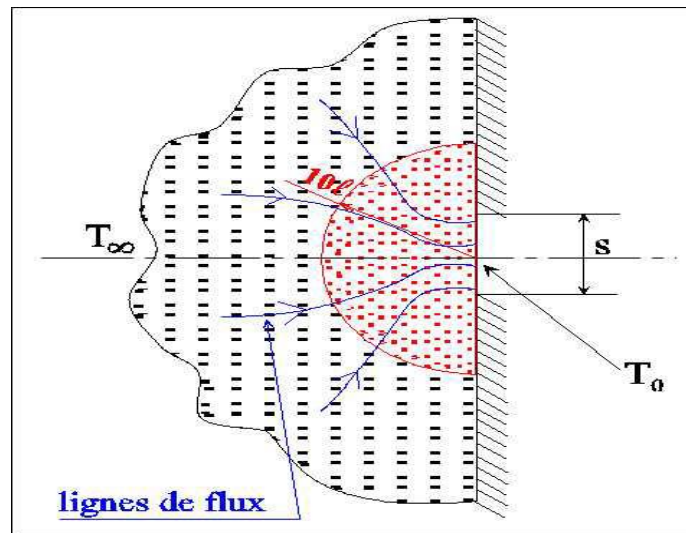


Figure 14 : Phénomène de constriction des lignes de flux [8].

### 3. La description statistique et géométrique des surfaces en contact

#### 3.1. Les descripteurs statistiques et géométriques d'une surface

Il se trouve qu'il s'agit essentiellement de la rugosité moyenne quadratique  $Rq$ , de la rugosité moyenne arithmétique  $Ra$  et de la rugosité totale  $Rt$

Ces descripteurs donnent diverses informations relatives à la taille de la rugosité. Ils sont définis par rapport au plan moyen de la surface d'étude. La plupart de ces paramètres sont fournis par des équipements de mesure. (Figure 15)

En fait, la surface est également caractérisée par une courbe de portance appelée «courbe d'Abbott» [6].

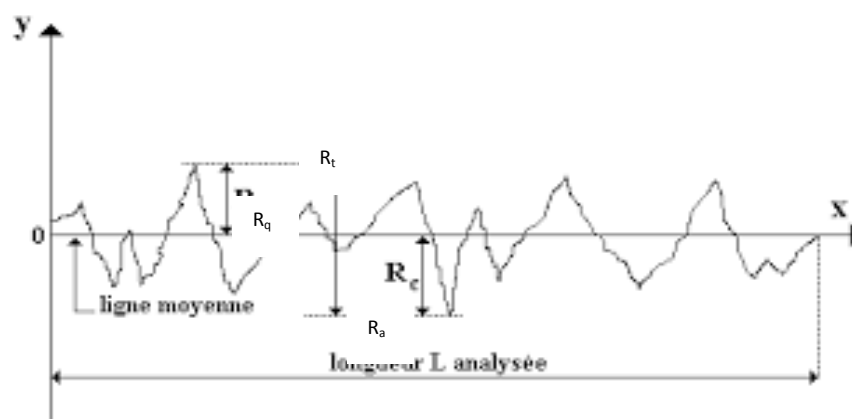


Figure 15: Exemple du profil d'une surface rugueuse<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Image internet libre accès.

### 3.2. Les fonctions statistiques

La connaissance des descripteurs, statistiques ou géométriques, n'est pas suffisante pour donner une meilleure caractérisation des surfaces rugueuses car ils ne fournissent aucune information sur la forme ou la distribution des aspérités et des sommets. Cela a incité certains auteurs à développer des lois de distribution statistique des hauteurs. Ces lois de distribution décrivent le changement de hauteur de chaque point de la surface par rapport à un plan de référence et la distribution des aspérités et de leurs sommets le long de la surface étudiée. Ils prouvent l'irrégularité du profil de surface par la présence de groupes de rugosité de formes et de distributions connues. Essentiellement, la loi de distribution des hauteurs peut être fonction de la densité de probabilité. La fonction gaussienne est généralement utilisée pour simuler la distribution inégale et / ou les pics inégaux de la surface [6].

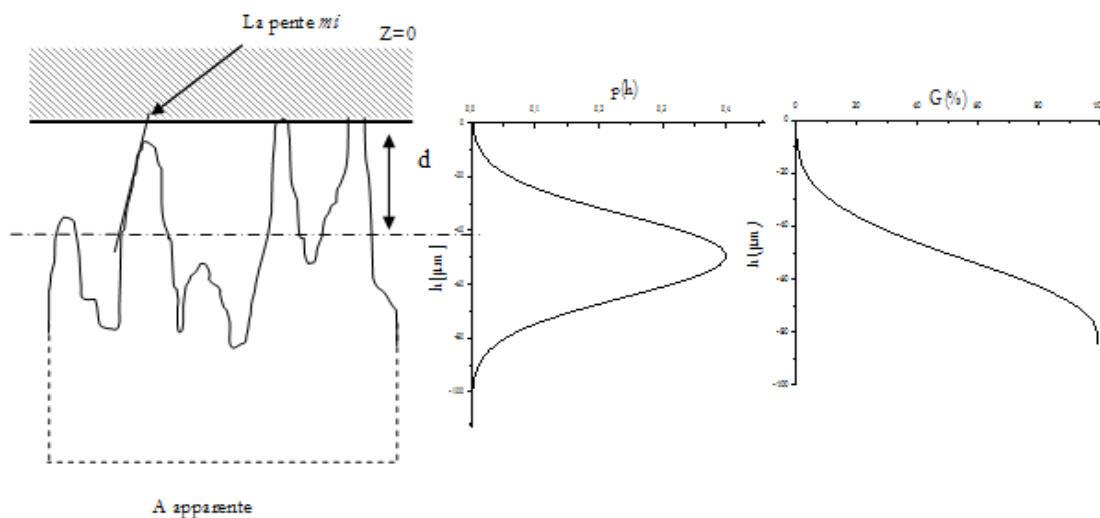


Figure 16: Exemple du profil et de fonctions de distribution et de courbe de portance d'une surface rugueuse [6].

### 3.3. La modélisation de la géométrie d'une surface

En raison de la complexité de la surface réelle à analyser et à décrire, la recherche fondamentale de la thermique du contact vise principalement la description statistique. Plusieurs techniques de caractérisation géométrique sont fournies dans la littérature pour déterminer les paramètres requis pour l'élaboration d'un modèle aléatoire de géométrie de surface.

En général, les modèles géométriques de surface remplacent la rugosité par des formes géométriques plus simples (parabole conique, sphérique et parabole elliptique). Le modèle de

surface géométrique le plus utilisé dans la recherche en mécanique des contacts est celui de Greenwood et Williamson[9].

**Modèle de Greenwood et Williamson**

Basant sur des observations expérimentales de contact rugueux (solide-solide), Greenwood et Williamson [9] ont remplacé la forme des aspérités par des aspérités paraboliques (Figure 17). Ils ont proposé un modèle de géométrie de surface basé sur les hypothèses suivantes:

- La surface rugueuse est isotrope;
- Les concavités et convexités sphériques sont équidistantes et ont le même rayon de courbure  $\beta$ .
- une distribution gaussienne des sommets des aspérités avec une déviation standard  $\sigma_s$ .

$$p(z) = \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2\sigma_s^2} \quad (5)$$

- Le plan de référence est le plan moyen des hauteurs des sommets. Il est confondu avec le plan moyen du profil de surface, donc :  $\bar{z}_s = 0, \sigma_s = R_Q$

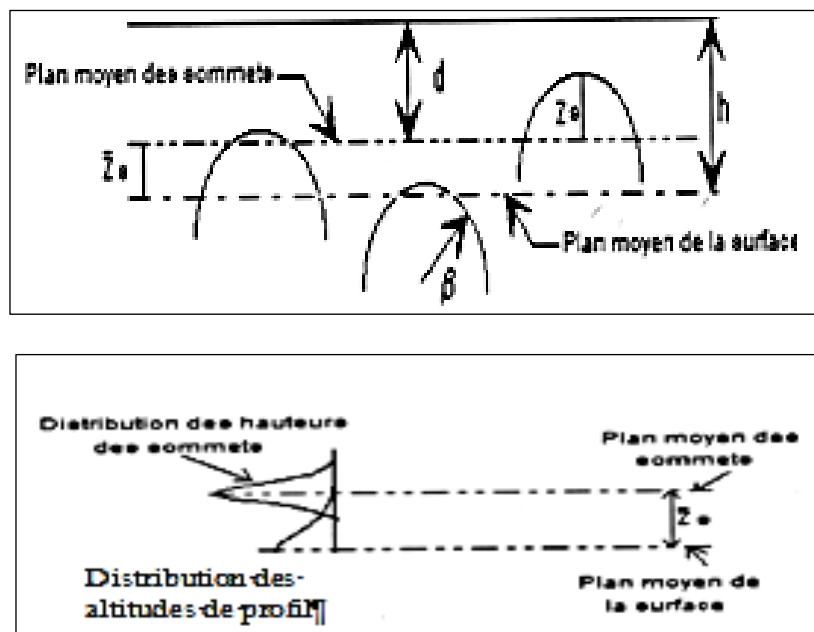


Figure 17: Modélisation des sommets d'aspérités selon Greenwood et Williamson[9].

Les auteurs [9] décrivent essentiellement la surface rugueuse par trois paramètres: le rayon de courbure  $\beta$  de la surface rugueuse, l'écart type  $\sigma_s$  de la distribution gaussienne du sommet

de la surface rugueuse, et la densité  $D_s$  (le nombre d'aspérités par unité de surface). Ils définissent la probabilité de contact de deux surfaces avec une distance de séparation  $d$  à une rugosité  $z$  donnée (fonction de distribution cumule)

$$P(Z > d) = \int_d^{\infty} p(z) dz \quad (6)$$

Cette fonction permet de déduire l'aire réelle de contact  $a_r$ , la densité de points de contact  $N$  et la pression nominale de contact.

**Modèle de Whitehouse et Archard :**

Whitehouse et Archard [10], l'expérience menée par les auteurs a montré que le sommet à la hauteur moyenne du contour était plus net que le sommet le plus bas. Ils ont proposé un modèle géométrique qui reflète ce fait. Le modèle considère que la fonction de distribution de l'élévation de la surface est une distribution gaussienne et que le profil de la surface a une fonction d'autocorrélation exponentielle. La rugosité est considérée comme un hémisphère avec une position, une hauteur et un rayon de courbure aléatoires. Le plan de référence est le plan moyen de la surface. La fonction d'autocorrélation du fichier de configuration s'écrit:

$$\mathfrak{R}(\tau) = e^{-\tau/\tau^*} \sigma^2 \quad (7)$$

$\tau^*$  Distance d'auto-corrélation,

$\sigma = R_p$  Est l'écart type

Ils ont pris un pas d'échantillonnage égale à  $2.3\tau^*$ .

$$\mathfrak{R}(2.3\tau^*) = 0.1\mathfrak{R}(0) \quad (8)$$

La densité de probabilité, pour qu'un point du profil soit situé à la hauteur  $z^*$  est :

$$p(z^*) = \frac{3}{4\sqrt{2\pi}} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{z^*}{\sqrt{2}} \right) \right]^2 e^{-z^{*2}/2} \quad (9)$$

$p(z)$  étant la fonction de densité de probabilité des hauteurs d'aspérité supposée gaussienne.

Où la fonction d'erreur est :

$$\operatorname{erf}\left(\frac{z^*}{\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right) \int_0^{z^*/\sqrt{2}} e^{-y^2} dy \quad (10)$$

La densité de probabilité, pour qu'un point d'ordonnée quelconque appartienne à un pic de courbure  $C$  et soit situé à une hauteur  $z^*$ , est :

$$p(z^*, C) = \frac{3e^{-z^{*2}/2}}{2\pi\sqrt{2}} e^{-(z^*-C/2)^2} \operatorname{erf}\left(\frac{C}{2}\right) \quad (11)$$

Avec  $z^* = Z/\sigma$  est la hauteur adimensionnelle du pic et  $C$  est la courbure adimensionnelle du pic:

$$C = \frac{l^2}{\beta \sigma} \quad (12)$$

La densité surfacique des pics :

$$D_s = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{2.3\tau^*} \right) \quad (13)$$

$\tau^*$  La distance d'auto-corrélation

### **Modèle de Nayak :**

Un modèle statistique plus complexe est proposé par Nayak et al [11]. Ce modèle caractérise les surfaces rugueuses par ses moments spectraux ( $m_0$ ,  $m_2$  et  $m_4$ ). Ce modèle est une application des travaux de Longuet-Higgins [12]. Sa théorie n'est valable que lorsque la distribution de la hauteur, de la courbure et de la pente est gaussienne. Ceci est garanti par un résultat important de la théorie des processus stochastiques, qui dit que la combinaison de plusieurs processus gaussiens ne peut être qu'un seul processus gaussien. Par conséquent, puisque la pente est essentiellement la différence entre deux hauteurs et que la distribution des hauteurs est une distribution gaussienne, la pente a une distribution gaussienne. De même, pour la dérivée seconde, ils doivent avoir une distribution gaussienne.

Nayak constate que les statistiques du profil sont différentes de celles de surface, alors que certains auteurs avant ne faisaient pas la distinction. Le plan moyen des sommets est situé à

$\bar{z}_s = \sqrt{\frac{16m_0}{\pi\alpha}}$  du plan moyen de la surface. Il trouve que :

- La densité linéique des pics  $D_p$  et la densité surfacique des sommets  $D_s$  sont respectivement

$$D_p = \frac{(m_4/m_2)}{6\pi\sqrt{3}} \text{ et } D_s = \frac{(m_4/m_2)^{1/2}}{2\pi} \approx 1.2(D_p)^2 \quad (14)$$

- Le rayon de courbure moyen des sommets :

$$\beta = \frac{1}{K_M} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{m_4}{\pi}} \quad (15)$$

$$\alpha \rightarrow 1.5: \begin{cases} f(z^*) = \sqrt{\frac{6}{\pi}} e^{(-z^{*2}/2)} (z^* - 1 + e^{-z^{*2}}) \text{ à } z^* \geq 0 \\ f(z^*) = 0 \text{ à } z^* \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

Fonction Gaussienne

$$\alpha \rightarrow \infty: f(z^*) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} e^{(-z^{*2}/2)} \quad (17)$$

$\alpha$  : La diffusivité, le demi-angle du sommet de l'aspérité conique ou pyramidale.

$\beta$  : Le rayon de courbure du sommet de l'aspérité.

$m$ : La pente du sommet de l'aspérité ; Le moment centré.

$D_p$  : La densité linéique des pics ( $m^{-2}$ )

$D_s$  : La densité surfacique des pics

#### 4. Déformation mécanique des interfaces de contact solide-solide

Quand deux surfaces solides en contact sont soumises à un chargement mécanique, les sommets des aspérités se déforment, s'aplatissent ; la surface réelle de contact et la densité de points de contact augmentent. La détermination des paramètres décrivant le contact réel nécessite la connaissance des lois de comportement des solides en contact ainsi qu'une bonne modélisation de la géométrie des surfaces en contact. Dans la littérature, on trouve trois types de modèles mécaniques de déformation au niveau des interfaces: élastique, plastique et élastoplastique.

### 4.1. Les modèles élastiques

#### 4.1.1. Modèle élastique de base : modèle d'Hertz

Hertz [6] a proposé une théorie permettant de déterminer les paramètres décrivant le contact entre deux billes identiques. Cette théorie s'applique également au contact entre une bille déformable et un plan rigide lisse. Dans les deux cas, l'écrasement de la sphère est caractérisé par deux paramètres: le taux de contraction élastique  $\delta$  et le rayon de contact  $a$ .

Contact sphère-plan :

$$\frac{a^3}{R} = \frac{F}{K}, \delta = \frac{a^2}{R} \quad (18)$$

Contact sphère-sphère :

$$a = F^{1/3} \left( \frac{R}{K} \right)^{1/3}, \delta = F^{2/3} \left( \frac{1}{K^2 R} \right)^{1/3} \quad (19)$$

Où

$$K = \frac{4}{3} \frac{E}{(1 - \nu^2)} \quad (20)$$

$K$  : La courbure.

$F$  : La fonction de constriction ; La charge appliquée à l'interface (N).

$E$  : Le module de Young.

$R$  : Le rayon de la sphère.

$a$  : Le rayon moyen de la surface de contact ( $\mu\text{m}$ ).

$\nu$  : coefficient de poisson

La distribution de pression est semi-elliptique, la pression maximale  $P_H$  de contact au centre de la surface de contact est égale à 3/2 de la pression moyenne de contact et s'écrit :

pour un contact sphère – plan

$$P_H = F^{1/3} \left( \frac{K}{\pi^{3/2} R} \right)^{2/3} \quad (21)$$

Pour un contact sphère- sphère

$$P_H = F^{1/3} \left( \frac{27K^2}{2\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (22)$$

Dans le cas d'un contact entre deux cylindres à axes parallèles, la distribution de pression est aussi semi-elliptique, la pression maximale  $P_H$  ( $4/\pi$  fois la pression moyenne) ainsi que la demi largeur de la bande de contact  $a$  sont :

$$a = \left( \frac{4P'R}{\pi E^*} \right)^{1/2} \quad (23)$$

$$P_H = \left( \frac{P'E^*}{\pi R} \right)^{1/2} \quad (24)$$

$R$  : le rayon de la sphère

$P'$  Est la charge linéique (N/m). A cause du chargement bidimensionnel le retrait élastique  $\delta$  ne peut pas être déterminé[15].

### 4.1.2. Modèles de déformation de plusieurs aspérités

#### Modèle de Greenwood et Williamson

Le modèle de Greenwood et Williamson[9] décrit le contact entre des surfaces rugueuses et des plans lisses et rigides. Sous de nombreuses hypothèses, les auteurs utilisent trois paramètres pour caractériser la surface rugueuse: le rayon de courbure  $\beta$  de la surface

rugueuse, l'écart type de la distribution gaussienne du sommet de la surface rugueuse  $\sigma_s$  et la densité de sommets  $D_s$ . Ils étudient la déformation élastique de la surface sous charge :

- la déformation élastique obéit à la loi de Hertz ;
- les aspérités se déforment indépendamment les unes des autres et les trous ne sont pas concernés par les déformations.

Les relations de Hertz peuvent être réécrite en exprimant le rayon de contact  $a$ , la surface  $a_r$  ainsi que la charge  $F'$  appliquée sur une aspérité en fonction de la profondeur d'écrasement  $\delta = z_s - d$ :

$$\begin{aligned} a_r &= \pi\beta(z_s - d) = \pi a^2 \\ F' &= \frac{4}{3} E^* \beta^{1/2} (z_s - d)^{3/2} \end{aligned} \quad (25)$$

Pour une aspérité, la pression de contact maximale d'Hertz  $P_H$  est appliquée au centre du cercle de contact, elle vaut (3/2) de la pression moyenne de contact  $P_m$  :

$$P_H = \frac{3F'}{2a_r} = \frac{2E^*}{\pi\beta^{1/2}} (z_s - d)^{1/2} \quad (26)$$

L'aire moyenne de contact d'une aspérité se déduit comme suit

$$a_{rm} = \int_d^\infty \pi\beta(z_s - d) f(z_s) dz_s = \pi\beta\sigma_s F_1(d/\sigma_s) \quad (27)$$

L'application du modèle de Greenwood et Williamson pour un ensemble d'aspérités permet d'estimer l'aire réelle de contact  $A_r$  et le nombre de points de contact :

$$\begin{cases} A_r = \pi\sigma_s A_a \beta D_s F_1(d/\sigma_s) \\ n = D_s A_a F_0(d/\sigma_s) \end{cases} \quad (28)$$

La pression de contact nominale supportée par les surfaces en contact :

$$P = \frac{F}{A_a} = \frac{4}{3} E^* \beta^{1/2} \sigma_s^{3/2} D_s F_{3/2}(d/\sigma_s) \quad (29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_0(\mathbf{d}/\sigma_s) = \int_{\mathbf{d}/\sigma_s}^{\infty} \mathbf{p}(\mathbf{z}^*) \mathbf{d}\mathbf{z}^* \\ \mathbf{F}_1(\mathbf{d}/\sigma_s) = \int_{\mathbf{d}/\sigma_s}^{\infty} (\mathbf{z}^* - \mathbf{d}/\sigma_s) \mathbf{p}(\mathbf{z}^*) \mathbf{d}\mathbf{z}^* \\ \mathbf{F}_{3/2}(\mathbf{d}/\sigma_s) = \int_{\mathbf{d}/\sigma_s}^{\infty} (\mathbf{z}^* - \mathbf{d}/\sigma_s)^{3/2} \mathbf{p}(\mathbf{z}^*) \mathbf{d}\mathbf{z}^* \end{array} \right. \quad (30)$$

$$\mathbf{z}^* = \mathbf{z}_s / \sigma_s \quad (31)$$

McCool [13] donne une relation entre  $F_1$  et  $F_{3/2}$ :

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{d}/\sigma_s) = 0.0989 \left( \mathbf{F}_{3/2}(\mathbf{d}/\sigma_s) \right)^{0.95} \quad (32)$$

Alors l'aire réelle de contact s'exprime comme suit :

$$A_r = KF^n \text{ avec } n = \frac{2}{3} \quad \text{et } K \text{ est une constante.}$$

Afin de tester la validité de l'hypothèse du modèle Greenwood et Williamson; McCool [13] a appliqué la méthode des processus aléatoires développée par Longuet-Higgins [12], tout en conservant la distribution gaussienne de hauteur approximative. La distribution des sommets d'aspérités n'est plus gaussienne, ce qui signifie que le plan moyen des sommets d'aspérités ( $z = \bar{z}_s$ ) est différent du plan moyen de hauteur d'aspérités ( $z = 0$ ). Ici nous avons  $\sigma_s \neq R_q$ . McCool a remplacé la valeur moyenne des paramètres approximatifs de Greenwood et Williamson par des expressions statistiques, telles que le moment de puissance spectrale et le paramètre de largeur de bande  $\alpha$ , défini par Nayak [16]. Il a écrit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{D}_s = \frac{1}{6\pi\sqrt{3}} \frac{\mathbf{m}_4}{\mathbf{m}_2} \\ \mathbf{K}_m = \frac{1}{\beta} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathbf{m}_4} \quad (\mathbf{K}_m \text{ c'est la courbure}) \\ \alpha = \frac{\mathbf{m}_0 \mathbf{m}_4}{\mathbf{m}_2} \end{array} \right. \quad (33)$$

La variance des hauteurs des sommets est exprimée en fonction de ( $m_0 = R_q$ ) et  $\alpha$  (Bush et al [17]):

$$\sigma_s = \left(1 - \frac{0.8968}{\alpha}\right) m_0 \quad (34)$$

La distance entre le plan moyen de la surface et le plan moyen des sommets des aspérités s'écrit [17]:

$$\bar{z}_s = \sqrt{\frac{16m_0}{\pi\alpha}} \quad (35)$$

En remplaçant ces expressions dans le modèle original de Greenwood et Williamson[9] on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{\sigma_s} = F_{3/2}^{-1} \left( \frac{30.034 F m_2}{A_a E^* (1 - 0.8986/\alpha)^{3/4} m_4^{3/4} m_1^{3/4}} \right) \\ n = \frac{1}{6\pi\sqrt{3}} \frac{m_4}{m_2} A_a F_0(d/\sigma_s) \\ A_r = \frac{1}{16} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{1/2} (\alpha - 0.8968)^{1/2} A_a F_1(d/\sigma_s) \\ a = \left(\frac{3}{8}\right)^{1/2} \left(\frac{\pi m_0}{m_4}\right)^{1/4} \left(1 - \frac{0.8968}{\alpha}\right)^{1/4} \frac{F_{1/2}(d/\sigma_s)}{F_0(d/\sigma_s)} \end{array} \right. \quad (36)$$

On note que la distribution de la hauteur des sommets n'est pas gaussienne car elle est fonction de la bande passante, qui varie de 1,5 à l'infini. En fait, pour une surface avec  $\alpha > 50$ , la distribution des sommets des aspérités est similaire à la distribution gaussienne, mais ce n'est plus le cas pour  $\alpha < 10$ . Ainsi, McWaid et al[14]. ont apporté une seconde modification au modèle de Greenwood et Williamson. Ils montrent que la distance de séparation  $d_{GW}$  définie dans le modèle de Greenwood et Williamson peut être reliée au modèle de Bush et al [17]  $d_B$  :

$$d_B = d_{GW} + 4 \left(\frac{m_0}{\pi\alpha}\right)^{1/2} \quad (37)$$

En 1992, McWaid et al [14] ont de nouveau étudié le modèle Greenwood et Williamson avec une distribution de hauteurs de sommets non gaussienne. Ils utilisent la densité de probabilités des sommets donnée par Nayak[16] pour  $\alpha < 1,5$ :

$$P(z^*) = \sqrt{\frac{6}{\pi}} e^{-z^{*2}/2} (z^{*2} - 1 + e^{-z^{*2}}) \text{ et } z^* \geq 0 \quad (38)$$

$$z^* = \frac{z}{\sqrt{m_0}} \quad (39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z^* = B_{3/2}^{-1} \left( \frac{3(\pi/6)^{1/2} F}{4A_a E^* D_s \beta^{1/2} m_0^{3/4}} \right) \\ n = \left( \frac{6}{\pi} \right)^{1/2} D_s A_a B_0(z^*) \\ A_r = \left( \frac{6m_0}{\pi} \right)^{1/2} \pi A_a \beta D_s B_1(z^*) \\ a = \left( \frac{6\beta}{\pi} \right)^{1/2} (m_0)^{1/4} \frac{B_{1/2}(d/\sigma_s)}{B_0(d/\sigma_s)} \end{array} \right. \quad (40)$$

$$B_n(z^*) = \int_{z^*}^{\infty} (x - z^*)^n (x^2 - 1 + e^{-x^2}) e^{-x^2/2} dx \quad (41)$$

### Modèle de Whitehouse, Archard et Onions :

Whitehouse et Archard [10] décrivent la surface rugueuse d'un point de vue statistique en caractérisant la surface rugueuse selon la fonction de distribution de la hauteur du point de profil et la fonction d'autocorrélation. L'aspérité est considérée comme un hémisphère avec une position, une hauteur et un rayon de courbure aléatoires. Le plan de référence est le plan moyen de la surface (ou la ligne moyenne du profil). En supposant que la fonction d'autocorrélation est une fonction exponentielle.

$$R(\tau) = e^{-\tau/\tau^* \sigma^2} \quad (42)$$

Avec  $\tau^*$  la distance d'auto-corrélation.

Ils expriment par la suite le rayon de courbure  $\beta$  ainsi que la densité surfacique des pics  $D_s$  en fonction de la distance  $\tau^*$ .

Sur la base de ce modèle géométrique et de l'étude du profil de surface, Onions et Archard [18] ont développé leur théorie de la mécanique des contacts. Ils supposent que ces formes de bosses sont sphériques et que l'étude statistique du contour est la même que l'étude statistique de la surface (comme Greenwood et Williamson). Au lieu de la loi de distribution de la hauteur du pic des profils, l'auteur utilise la distribution de la hauteur du point des profils et la distribution de la courbure du pic des profils. La surface de contact réelle  $A_r$ , la force totale appliquée  $F$  et le nombre de points de contact  $n$  sont des fonctions de l'écart type et de la distance d'autocorrélation  $\tau^*$

$$A_r = D_s \pi (2.3\tau^*)^2 A_a \int_{d^*}^{\infty} (z^* - d^*) \int_0^{\infty} \frac{f(z^*, C)}{NC} dC dz^* \quad (43)$$

Avec:  $d^* = d/\sigma$  et  $N$  est le rapport entre le nombre de pics et le nombre de points total du profil.

$$F = \frac{4}{3} D_s A_a E^* \sigma (2.3\tau^*) \int_{d^*}^{\infty} (z^* - d^*)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{f(z^*, C)}{N\sqrt{C}} dC dz^* \quad (44)$$

Avec:  $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$   $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ , sont les écarts types des deux surfaces en contact.

$$n = D_s A_a \int_{d^*}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{f(z^*, C)}{N} dC dz^* \quad (45)$$

On déduit l'enfoncement plastique  $\delta_p$  et la part de la surface réelle due à l'écoulement plastique:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_p^* = \frac{\delta_p}{\sigma} = \frac{\beta \left( \frac{H_B}{E^*} \right)^2}{\sigma} = \left( 2.3\tau^*/\sigma \right)^2 \left( \frac{H_B}{E^*} \right)^2 \frac{1}{C} \\ A_p = D_s \pi (2.3\tau^*)^2 A_a \int_{d^*+\delta_p}^{\infty} (z^* - d^*) \int_0^{\infty} \frac{f(z^*, C)}{NC} dC dz^* \end{array} \right. \quad (46)$$

Les auteurs proposent aussi un indice de plasticité différent de celui de Greenwood et Williamson

$$\phi^* = \frac{E^*}{H_B} \left( \frac{\sigma}{\tau^*} \right) :$$

- Pour  $\phi^* < 0.6$  le mode de déformation est essentiellement élastique.
- Pour  $\phi^* > 0.6$  le mode de déformation est essentiellement plastique.
- Pour  $0.6 < \phi^* < 1$ : le contact est élasto-plastique ; les déformations élastiques et plastiques sont du même ordre de grandeur et leur importance relative dépend de la charge.

#### **Modèle de Nayak, Bush, Gibson, Thomas et Keogh :**

Un modèle statistique proposé par Nayak [11] caractérise une surface rugueuse par ses moments spectraux ( $m_0$ ,  $m_2$  et  $m_4$ ). Ce modèle est une application des travaux de Longuet-Higgins. Nayak [11] trouve que les statistiques du profil sont différentes de celles de surface.

Le plan moyen des sommets est situé à  $\bar{z}_s = \sqrt{\frac{16m_0}{\pi\alpha}}$  du plan moyen de la surface.

La surface réelle de contact, la charge appliquée ainsi que le rayon moyen de contact sont donnés en fonction de la distance séparation adimensionnée  $d^* = \frac{d}{\sqrt{m_0}}$  (d la séparation

entre les plans moyens de contact) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A_r}{A_a} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{\exp\left(-d^{*2}/2\right)}{d^*} \\ N = \frac{n}{A_a} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{m_2}{m_0} \exp\left(-d^{*2}/2\right) \\ a = \sqrt{\frac{\sqrt{2\pi} m_0}{d^* m_2}} \end{array} \right. \quad (47)$$

La distance de séparation adimensionnée peut être calculée en fonction de la pression de contact apparente :

$$d^* = f^{-1}\left(2\sqrt{2\pi}P/E'\sqrt{m_2}\right) \quad (48)$$

$$f(d^*) = \frac{\exp\left(-d^{*2}/2\right)}{d^*} \quad (49)$$

À partir des deux expressions de  $\frac{A_r}{A_a}$  et de  $d^*$ , on trouve :

$$A_r = \frac{2F}{E'} \sqrt{\frac{\pi}{m_2}} \quad (50)$$

## 4.2. Les modèles plastiques

### 4.2.1. Modèle plastique de base « Abbott et Firestone »

Il se trouve que la pression nominale n'est plus uniforme au niveau du spot de contact, on a plutôt une distribution de contrainte normale de contact. Ainsi, on considère souvent une pression moyenne de contact dans les modèles mécaniques. Pour un contact sphère- plan, Hertz suppose que l'aire réelle de contact  $A_r$  est proportionnelle à  $P_m^{2/3}$  avec  $P_m$  la pression moyenne de contact. En 1944, Ishlinky [19] a obtenu une solution analytique montrant que la valeur de la pression au centre de spot de contact est bien supérieure à  $P_m$ . Or, la solution d'Hertz n'est valable que dans le domaine élastique. Pour le cas où l'écoulement de la matière

devient purement plastique, Meyer (1908) [20] a proposé d'autres formules pour décrire la déformation mécanique résultant d'un contact sphère- plan. Il a trouvé une proportionnalité entre l'aire réelle de contact  $A_r$  et la surface nominale de contact  $A_a$ . En pratique, le modèle de base de contact plastique, entre une surface rugueuse et un plan lisse et rigide, descend du modèle profilométrique d'Abbott et Firestone (1933) [5] connu aussi sous le nom de « Modèle micro-géométrique de surface ». Selon ce modèle, la déformation de la surface rugueuse est équivalente à sa troncature au niveau de son intersection avec le plan rigide. L'aire réelle de contact est définie par l'intersection géométrique de la surface plane avec le profil original de la surface rugueuse, le volume de l'indentation n'est pas conservé. La pression au niveau de la surface réelle de contact est égale à la dureté de l'indentation (aspérité), ainsi la charge totale est proportionnelle à l'aire réelle de contact. Des observations expérimentales ont permis à Bowden et Tabor, en 1951[21] [22], de développer un modèle plus sophistiqué basé sur deux hypothèses :

- Fractionnement de l'aire réelle de contact  $A_r$  en  $n$  microcontacts du fait de la rugosité des deux corps. D'où :

$$A_r = \sum_{i=1}^N A_i \quad (51)$$

- Déformation plastique du corps le plus ductile sous des contraintes moyennes indépendantes du microcontact.

La charge appliquée  $F$  est donnée comme suit :

$$F = A_r P = A_a P_a \quad (52)$$

Avec  $A_r$  et  $P$  sont l'aire réelle et la pression de contact ;  $A_a$  et  $P_a$  sont l'aire et la pression apparente de contact.

On déduit le taux réel de contact :

$$S^* = \frac{A_r}{A_a} = \frac{P_a}{P} \quad (53)$$

La pression au niveau du contact P est prise égale à la dureté du matériau le plus ductile. C'est un paramètre obtenu par des tests mécaniques.

#### 4.2.2. Les modèles plastiques à plusieurs aspérités

##### Modèle de Greenwood et Williamson

En 1954, Bowden et Tabor [22] ont effectué un essai de dureté en mettant en contact un pénétrateur (balle) avec une surface plane. Ils ont constaté que lorsque la pression maximale (PH) du Hertz est égale à 0.6 H<sub>B</sub>, l'écoulement plastique est atteint et H<sub>B</sub> est la dureté Brinell des matériaux plus tendres.

Sur la base de ces résultats, Greenwood et Williamson [9] ont introduit un modèle de déformation élastique (même hypothèse) en utilisant la dureté Brinell H<sub>B</sub> et, et ont introduit le déplacement plastique δ<sub>p</sub> et pour définir la surface réelle et le nombre de points de contact. Le déplacement plastique s'exprime comme suit:

$$\delta_p = \beta \left( \frac{H_B}{E^*} \right)^2 \quad (54)$$

$$\begin{cases} A_p = \pi \beta \sigma_s A_a D_s F_1 \left( \frac{d + \delta_p}{\sigma_s} \right) \\ n_p = D_s A_a F_0 \left( \frac{d + \delta_p}{\sigma_s} \right) \end{cases} \quad (55)$$

Ils introduisent aussi un indice de plasticité exprimé en fonction de la géométrie des aspérités (β, σ<sub>s</sub>) et des caractéristiques des matériaux

$$(E^*, H_B): \phi = \frac{E^*}{H_B} \sqrt{\sigma_s / \beta} \quad (56)$$

Ainsi :

Si φ < 0.6: le mode de déformation des aspérités est principalement élastique même pour des charges très importantes ;

Si  $\phi > 1$ : les aspérités se déforment surtout plastiquement même pour de faibles charges. Les déformations plastiques apparaissent sous les premières charges. Il n'est plus raisonnable d'utiliser la théorie élastique de contact.

Pour  $0.6 < \phi < 1$ : le contact est élasto-plastique ; les déformations élastiques et plastiques sont du même ordre de grandeur et leur importance relative dépend de la charge.

En 1994, Sridhar et Yovanovich [23] ont montré que la surface du contact plastique réelle est égale à deux fois la surface réelle du contact du modèle élastique Greenwood et Williamson. Le nombre de points de contact, la surface réelle et la pression de contact sont exprimés comme suit:

$$\begin{cases} A_r = 2\pi\beta\sigma A_a D_s F_1\left(\frac{d}{\sigma}\right) \\ n = \frac{1}{2} D_s A_a \operatorname{erfc}\left(\frac{d}{\sigma\sqrt{2}}\right) \\ P = 3.9\sqrt{\pi} D_s Y \beta \sigma F_1\left(\frac{d}{\sigma}\right) \end{cases} \quad (57)$$

Y est la limite élastique du matériau le plus ductile.

Les auteurs ont conclu que tant que  $A_r$  plastique reste inférieure à  $A_r$  élastique, il est possible d'utiliser la théorie de Hertz pour déterminer  $A_r$  plastique. Mikic[24] a observé que lorsque  $\phi$  passe de 0,9 à 1,3, le pourcentage de la surface de contact élastique réelle chute de 90% à 50%. Lorsque  $\phi$  est égal à 2,5, seulement 0,1% de la surface de contact est encore élastique. En général, l'indice de plasticité de la plupart des surfaces est supérieur à 1 et les surfaces rugueuses se déforment plastiquement.

#### Modèle de Hisakado et Tsukizoe:

Hisakado et Tsukizoe [25] considèrent une troncature des sommets des aspérités. Ils ne prennent pas en compte la remontée des creux (non conservation de volume) et l'effet des aspérités voisines. La surface réelle de contact est :

$$A_r = \frac{A_a}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{d}{\sigma\sqrt{2}}\right) = \frac{A_a}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{d}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right] \quad (58)$$

d est la distance de séparation et  $\sigma$  est l'écart type de la fonction de distribution.

Les auteurs constatent qu'à partir d'une certaine charge, la surface réelle de contact n'évolue plus ; la pression moyenne de contact maximum ou limite  $P_0$  est égale à la dureté Brinell  $H_B$ . La force  $F$  appliquée aux aspérités s'exprime en fonction de  $P_0$ :

$$F = \frac{A_a}{2} P_0 \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{d}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right] = A_r P_0 \quad (10)$$

Hisakado et Tsukizoe [25] définit une force adimensionnée égale au rapport de la surface réelle par la surface nominale de contact :

$$F^* = \frac{F}{A_a P_0} \Rightarrow F^* = \frac{A_r}{A_a} = S^* \quad (59)$$

### Modèle de Pullen et Williamson

Pour un contact entre une surface rugueuse en aluminium et un plan rigide, Pullen et Williamson [26] ont trouvé que, pour des grandes charges, le volume de rugosité peut être conservé lors de la déformation plastique. Cette conservation de volume est obtenue en augmentant la zone qui n'est pas impliquée dans le contact. Dans le cas de charge moyenne, une grande partie de la déformation est considérée comme élastique. Les auteurs ont conclu que :

- La distribution des hauteurs du profil est gaussienne.
- Lors de la déformation plastique, le volume total de la rugosité reste inchangé.
- Le volume écrasé est équivalent au volume remonté.

Les auteurs donnent une nouvelle expression de la force adimensionnée  $F^*$  dans la formule de la conservation du volume de matière lors de la déformation. Cette expression s'écrit comme suit :

$$F^* = \frac{S^*}{1 - S^*} \quad (60)$$

Avec

$$S^* = \frac{A_r}{A_a} = \frac{P}{P + H_B} \quad (61)$$

$S^*$  : Le taux réel de contact

$A_a$  : La surface apparente de contact

$A_r$  : La surface réelle de contact

$P$  : La Pression

$HB$  : La dureté Brinell

Ils montrent que l'égalité de  $F^*$ , Reste efficace pour des faibles charges :

$$F^* = S^* = \frac{P}{H_B} \quad (62)$$

#### Modèle de Cooper, Mikic et Yovanovich:

Cooper, Mikic et Yovanovich [3] proposent un modèle de déformation plastique plus complexe.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A_r}{A_a} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{d^*}{\sqrt{2}}\right) \\ n = \frac{1}{16} \left(\frac{m}{\sigma}\right)^2 \frac{\exp(-d^{*2})}{\operatorname{erfc}\left(d^*/\sqrt{2}\right)} \\ a = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left(\frac{\sigma}{m}\right) \exp\left(\frac{d^{*2}}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{d^*}{\sqrt{2}}\right) \\ \frac{A_r}{A_a} = \frac{P}{H_c} \end{array} \right. \quad (63)$$

Avec :  $d^* = \frac{d}{\sigma}$

Les auteurs étudient le contact des surfaces rugueuses isotropes. Le modèle s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- Les surfaces sont isotropes.
- Les distributions des pentes et des hauteurs des aspérités sont gaussiennes,

- Les aspérités sont aléatoirement distribuées sur la surface,
- Le matériau le plus mou se déforme plastiquement,

La contrainte d'écoulement,  $P_0$ , est une constante égale à trois fois la limite élastique.

Yovanovich et Hegazy[27] ont réalisé des mesures de dureté, (**Figure 18**), montrant que la dureté décroît avec l'augmentation de la pression de contact ; à partir d'une certaine pression, la dureté devient constante et égale à la dureté Brinell. Les auteurs ont ensuite tenté de déterminer l'expression de ce qu'ils ont appelé *la dureté effective  $H_c$* .

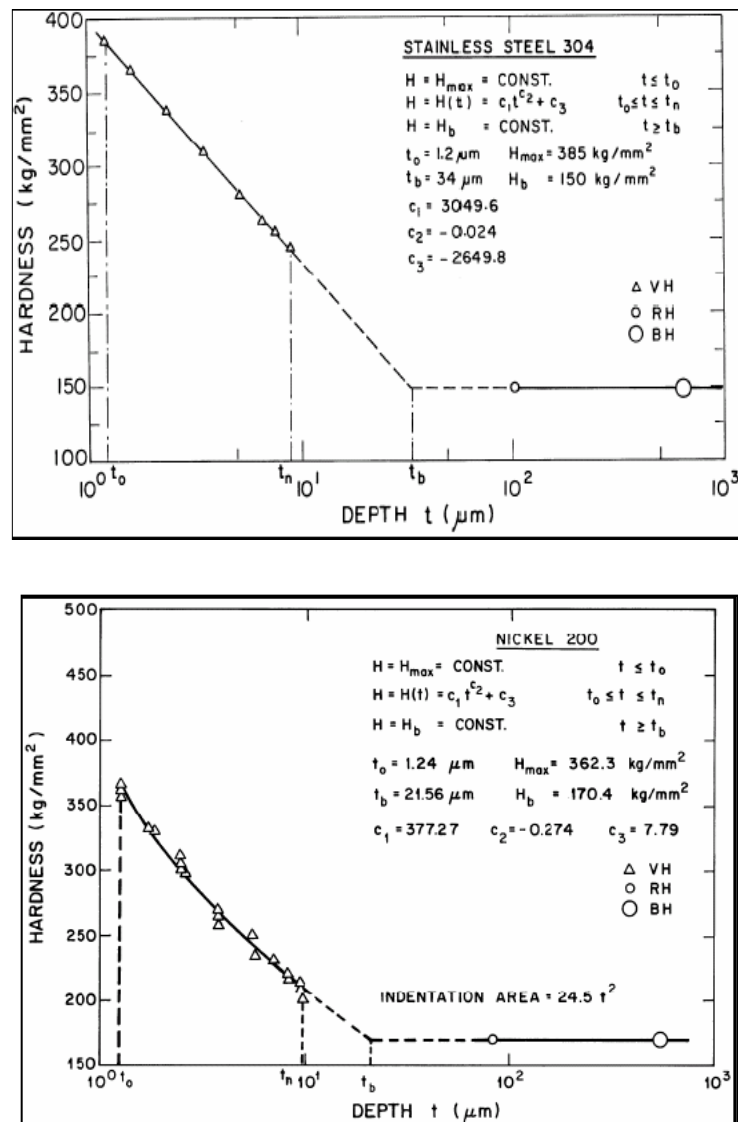


Figure 18: La dureté Vickers, Brinell et Rockwell en fonction de la profondeur de pénétration [6].

Yovanovich[28] propose le modèle suivant pour déterminer  $H_c$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{d}^* = \sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1} \left( \frac{2\mathbf{P}}{\mathbf{H}_c} \right) \\ \mathbf{a} = \left( \frac{\sigma}{\mathbf{m}} \right) \sqrt{\frac{8}{\pi}} \exp \left( \frac{\mathbf{d}^{*2}}{2} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{\mathbf{d}^{*2}}{\sqrt{2}} \right) \\ \mathbf{d}_v = \sqrt{2\pi} \mathbf{a} \\ \mathbf{H}_c = \mathbf{c}_1 \left( \frac{\mathbf{d}_v}{\mathbf{d}_0} \right)^{c_2} \end{array} \right. \quad (64)$$

$d_0=1\mu\text{m}$  et  $c_1$  et  $c_2$  sont les coefficients de corrélation.

$d_v$  : La diagonale de l'empreinte de l'essai Vickers ( $\mu\text{m}$ )

On peut prendre  $H_c = H_v$  si on considère que ces équations sont basées sur l'aire réelle de contact équivalente à la projection de l'indenteur Vickers:

$$\mathbf{A}_r = \frac{\mathbf{d}_v^2}{2} = \mathbf{A}_c = \pi \mathbf{a}^2 \quad (65)$$

Song et Yovanovich [29] ont analysé ce modèle et ont constaté qu'il pouvait être remplacé par une expression plus simple:

$$\frac{\mathbf{P}}{\mathbf{H}_c} = \left[ \frac{\mathbf{P}}{1.62 \mathbf{c}_1 (\sigma/\sigma_{0m})^{c_2}} \right]^{1/(1+0.07c_2)} \quad (66)$$

$$\sigma_0 = 1\mu\text{m}$$

Song et Yovanovich [29], Milanez et al [30] ont développé, une nouvelle corrélation pour  $\mathbf{P}/\mathbf{H}_c$ :

$$\frac{\mathbf{P}}{\mathbf{H}_c} = \left[ \left( \mathbf{P}/\mathbf{H}_c \Big|_{\text{Gaussien}} \right)^{-p} + \left( \mathbf{P}/\mathbf{H}_c \Big|_{\text{GT}} \right)^{-p} \right]^{-1/p} \quad (67)$$

$$p = 3.9 + 52 \exp(10c_2)$$

$\mathbf{P}/\mathbf{H}_c$  : est utilisé pour déterminer la RTC (modèle thermique tronqué).

### 4.3. Les modèles élasto-plastique

De nombreux chercheurs considèrent que l'écrasement d'une aspérité implique la présence des deux modes de déformation : élastique et plastique. Ils disent que c'est la valeur de l'indice de plasticité  $\phi$  qui permet de négliger l'un des deux modes et de conserver l'autre. Cela donnera lieu à des comportements mécaniques purement élastique ( $\phi < 0.6$ ) ou purement plastique ( $\phi > 1$ ). Dans le cas intermédiaire ( $0.6 < \phi < 1$ ), les deux modes sont de même amplitude et on considère que la déformation est élasto-plastique. En utilisant simultanément les deux approches principales de déformation : élastique et plastique, plusieurs auteurs ont proposé des modèles théoriques de contact mécanique et thermique dont le mode de déformation est appelé élasto-plastique [6].

#### Modèle de Chang Estion et Bogy

Le modèle élastoplastique de base proposé par Chang, Estion et Bogy [31] est basé sur la conservation du volume de l'aspérité lors de la déformation. L'aire réelle de contact d'une aspérité sous charge est donnée comme suit :

$$A_r = \pi\beta\delta \left( 2 - \frac{\delta_e}{\delta} \right) \quad (68)$$

La force appliquée sur cette aspérité est :

$$F' = A_r K H \quad (69)$$

$\delta$  est le déplacement total, (Figure 18), qui représente la somme du déplacement élastique  $\delta_e$  et du déplacement plastique  $\delta_p$  du sommet de l'aspérité.  $K=0.6$ , c'est un facteur lié à la pression maximale de contact d'Hertz.  $H$  est la dureté de l'aspérité.

Si le contact est purement élastique  $\delta = \delta_e$  alors  $A_r = \pi\beta\delta$ ; cela rejoint la théorie de Hertz.

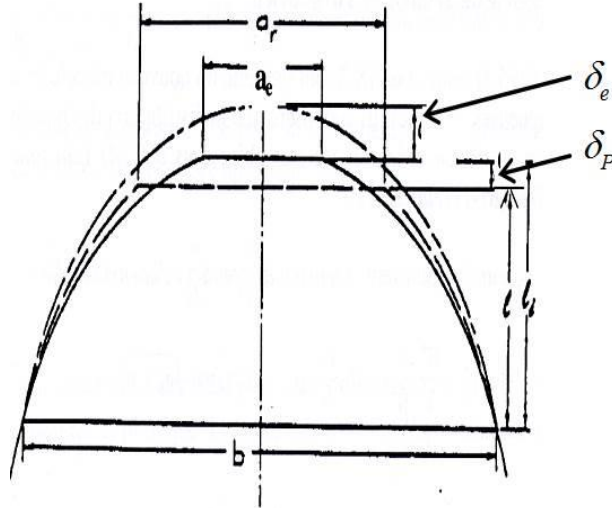


Figure 19: Modèle de conservation de volume [31].

Si le contact est purement plastique  $\delta = \delta_p, \delta_e = 0$ , alors  $A_r = 2\pi\beta\delta$ . La surface de contact réelle lors de la déformation plastique est le double de celle donnée par Hertz.

La forme du modèle de Chang et al [31] pour une seule aspérité est :

$$\begin{cases} A_e = A_a \pi \beta \int_d^{d+\delta_e} (z_s - d) f(z_s) dz_s \\ A_p = A_a \pi \beta \int_{d+\delta_e}^{\infty} [2(z_s - d) - \delta_e] f(z_s) dz_s \end{cases} \quad (70)$$

$$A_r = A_e + A_p \quad (71)$$

$A_r$  et  $A_p$  sont respectivement les surfaces de contact élastique et plastique.

En utilisant les mêmes hypothèses que Greenwood et Williamson, le modèle de base d'une seule aspérité peut être généralisé pour développer un modèle multi-aspérités.

$$P = \frac{F'}{A_a} = \left[ \frac{4}{3} E \beta^{1/2} \int_d^{d+\delta_e} (z_s - d)^{2/3} f(z_s) dz_s + \pi \beta K H \int_{d+\delta_e}^{\infty} [2(z_s - d) - \delta_e] f(z_s) dz_s \right] \quad (72)$$

**Modèle de Sridhar et Yovanovich:**

Sridhar et Yovanovitch [3] ont proposé un nouveau modèle élastoplastique pour les surfaces isotropes rugueuses. Ils supposent que la distribution en hauteurs et en pentes du profil est gaussienne.

$$\epsilon_c^* = \frac{E^* a}{Y \beta} = 1.67 \frac{E^*}{Y} m \quad (10)$$

$$m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}, E^* = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (73)$$

Les auteurs proposent une fonction élasto-plastique, qui est fonction de la tension de contact adimensionnelle  $\epsilon_c^*$ . Cette fonction peut déterminer le taux réel de contact :

$$f_{ep}(\epsilon_c^*) = \frac{\left[ 1 + \left( 6.5 / \epsilon_c^* \right)^2 \right]^{1/2}}{\left[ 1 + \left( 13 / \epsilon_c^* \right)^{1.2} \right]^{1/1.2}} \quad (74)$$

$\epsilon_c^*$  varie de  $0 \rightarrow \infty$ , la fonction  $f_{ep}$  varie de  $0.5 \rightarrow 1$ .

Le taux réel de contact et la densité de points de contact sont donnés comme suit :

$$\frac{A_r}{A_a} = \frac{f_{ep}(\epsilon_c^*)}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{d^*}{\sqrt{2}} \right) \quad (75)$$

$$N = \frac{1}{16} \left( \frac{m}{\sigma} \right)^2 \frac{e^{-d^{*2}}}{\operatorname{erfc} \left( \frac{d^*}{\sqrt{2}} \right)}$$

$$d^* = d / \sigma \quad (76)$$

Les auteurs expriment également le taux réel de contact  $\frac{A_r}{A_a}$  comme le rapport de la pression de contact sur la dureté.

$$\frac{A_r}{A_a} = \frac{P}{H} \quad (77)$$

Dans le modèle plastique de Cooper, Mikic et Yovanovich, la dureté  $H$  est prise égale à la dureté Vickers  $H_v$ , qui est la micro-dureté des matériaux les plus ductiles. Selon le modèle de déformation élastique de Mikic,  $H$  prendra la forme de dureté élastique  $H_e$  :

$$H_e = E^* m / \sqrt{2} \quad (78)$$

Les auteurs ont développé une nouvelle expression de la micro-dureté dans le cas d'une déformation élasto-plastique. On note  $H_{ep}$  la dureté élasto-plastique :

$$H_{ep} = \frac{2.76P_0}{\left[1 + \left(6.5/\varepsilon_c^*\right)^2\right]^{1/2}} \quad (79)$$

$H_{ep}$  peut être exprimé en fonction de la micro-dureté Vickers :

$$H_{ep} = \frac{H_v}{0.9272} \quad (80)$$

### Modèle de Zahouani et Sidroff:

En 2001, **Zahouani et Sidroff** [32] ont analysé le contact entre la surface rugueuse et la surface lisse. Ils pensent que les aspérités sont sphériques de même rayon et que l'interaction élastique entre les corps rugueux est négligeable. On suppose que la distribution en hauteur des points de contour est gaussienne.

On note  $z_i$  la hauteur du sommet d'une aspérité et  $d$  la distance de séparation entre la surface lisse et le plan moyen de la surface rugueuse. La déformation de l'aspérité sera donc :

$$\delta_i = z_i - d \quad (81)$$

La force élastique  $F_e$ , le rayon de contact ainsi que la pression de contact sont exprimés en utilisant le module de Young réduit  $E^*$  et la théorie de Hertz.

Le comportement de la matière devient plastique quand :

$$P = 0.39H \text{ et } \delta_1 = \left(0.92 \frac{H}{E^*}\right)^2 R \quad (10)$$

A la limite plastique, la pression réelle de contact atteint la valeur de la dureté Vickers. Ainsi l'augmentation de la force plastique  $F_p$  est due à l'accroissement de l'aire réelle de contact  $A_p$ . On écrit alors :

$$A_p = \pi a^2 = 2\pi\delta R \text{ ET } F_p = 2\pi\delta R H \quad (82)$$

Un état asymptotique est défini entre le début et la fin de l'écoulement plastique, au cours duquel la force de contact est multipliée par 400. Ainsi la relation entre la déformation au début de la plastification  $\delta_1$  et celle à la fin  $\delta_2$  s'écrit :  $\delta_2 = 54\delta_1$

Ce régime asymptotique présente une transition élasto-plastique dont la pression  $P_{ep}$  est exprimée comme une fonction logarithmique de la déformation  $\delta$  :

$$P_{ep} = k_1 + k_2 \ln\left(\frac{\delta}{a}\right) \quad (83)$$

$$A_{ep} = \pi\alpha\delta R, \quad 1 < \alpha < 2 \quad (84)$$

$k_1$  et  $k_2$  sont déterminés par la résolution de l'équation en tenant en compte les deux cas extrêmes ( $P_{ep} = P(\delta_1)$  en régime élastique et  $P_{ep}(\delta_1) = H$  en régime plastique).

$$F_{ep} = P_{ep} A_{ep} \quad (85)$$

### Modèle de Jackson et Green

En 2005, Jackson et Green [33] ont développé un modèle statistique décrivant le contact élasto-plastique entre deux surfaces rugueuses. Ils définissent un retrait critique de la matière obtenu tout au début de la déformation de l'aspérité :

$$\delta_e = \left(\frac{\pi C Y}{2E}\right)^2 R \quad (86)$$

$$C = 1.295 \exp(0.736\nu)$$

$\nu$  est le coefficient de Poisson,  $Y$  est la limite d'écoulement.

Les auteurs Jackson et al [33] montrent que, pour  $0 \leq \frac{\delta}{\delta_c} \leq 1.9$ , leur modèle coïncide avec la solution d'Hertz. Au-delà de cet intervalle,  $\delta \geq 1.9\delta_c$ , le modèle élasto-plastique d'une seule aspérité s'écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_r = \pi \mathbf{R} \delta \left( \frac{\delta}{1.9\delta_e} \right)^B & (1) \\ \mathbf{P} = \mathbf{f} \left( \mathbf{P}_{er}, \delta/\delta_{er}, \mathbf{C}, \mathbf{H}_G/\mathbf{Y} \right) & (2) \\ \frac{\mathbf{H}_G}{\mathbf{Y}} = \mathbf{f} \left( \delta/\mathbf{R}, \delta/\delta_e \right) & (3) \end{cases} \quad (87)$$

$$\mathbf{B} = 0.14 \exp(23e_y) \text{ et } e_y = \mathbf{Y}/\mathbf{E} \quad (88)$$

De l'équation on donne le rayon du spot de contact:

$$\mathbf{a} = \sqrt{\mathbf{D}\delta\mathbf{R}} \quad (89)$$

Pour  $0 \leq \frac{\delta}{\delta_c} \leq 1.9$  on a  $D = 1$  et pour  $\delta \geq 1.9\delta_c$  on trouve que

$$\mathbf{D} = \left( \frac{\delta}{1.9\delta_c} \right)^B \quad (90)$$

On définit une dureté géométrique HG [34] de l'aspérité différente de la dureté habituelle [22]. L'équation (84) exprime la variation de HG au niveau de la zone aplatie d'une aspérité hémisphérique.

La majorité des modèles présentés dans cette partie utilisent le taux réel de contact et/ou la dureté dans les expressions visant à estimer la RTC. La dureté est une propriété de grand intérêt pour l'étude de la déformation mécanique des interfaces solide/solide. Elle peut être définie comme la résistance à la déformation plastique locale. La méthode de mesure de la dureté consiste à enfoncer un indenteur de géométrie et de taille définies dans le matériau que l'on veut tester. La valeur de la dureté est déterminée en mesurant la taille de l'empreinte de

l'indenteur sous une charge et un taux d'application contrôlés.

En pratique, nous pouvons constater que la dureté mesurée varie en fonction de la charge appliquée. On distingue généralement quatre niveaux de mesure de dureté : nano dureté, micro-dureté, dureté sous charge réduite et macro dureté (Figure 20 ). Les limites de ces niveaux sont déterminées suivant l'allure de la courbe de dureté en fonction de la charge de l'indentation.

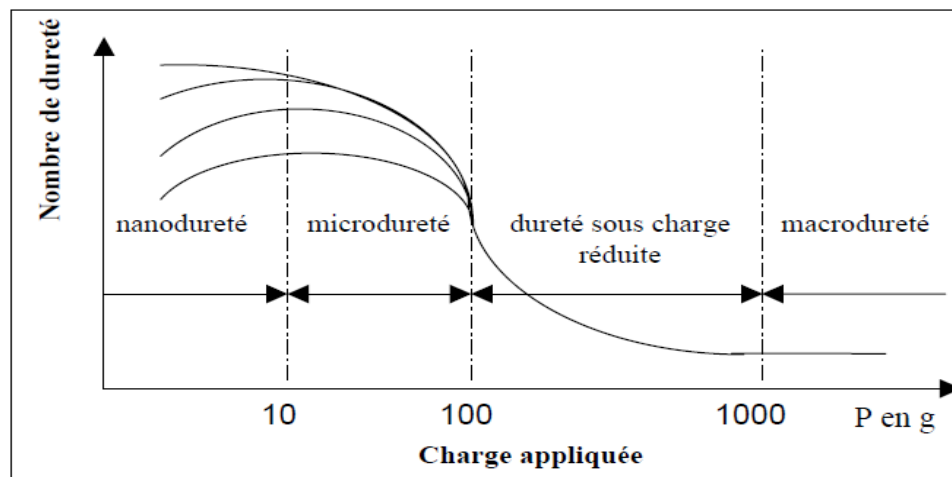


Figure 20: Les niveaux de la dureté en fonction charge appliquée.

Dans la présente étude, la dureté est utilisée comme variable d'entrée dans les équations visant à prédire la résistance thermique de contact.

### Conclusion

La première partie de ce chapitre, après avoir rappelé les différents modes de transfert thermique, on a analysé les phénomènes d'échange de chaleur au niveau des interfaces solide/solide.

La modélisation de ce phénomène nécessite une bonne connaissance de l'état de surface des matériaux en contact et des mécanismes la déformation mécanique des aspérités lors des chargement mécaniques. Alors on a consacré la deuxième partie de ce chapitre à la présentation des principes de base de la modélisation de la géométrie et de la déformation des surfaces ; les trois modes de déformation mécanique sont pris en considération. La recherche bibliographique a mis en évidence l'état de nombreux modèles mécaniques. Ces modèles se concentrent principalement sur les taux de contact réels. Le modèle le plus souvent cité est le modèle de Greenwood et Williamson. Ce modèle supposait au début que le contact est élastique. Plus tard, les auteurs ont proposé un modèle qui introduit l'indice de plasticité qui

permet d'estimer la surface de contact réelle lorsque la déformation devient élastoplastique ou plastique.

Le modèle de base de contact plastique, entre une surface rugueuse et un plan lisse et rigide, descend du modèle profilométrique d'Abbott et Firestone connu aussi sous le nom de « Modèle micro-géométrique de surface ». Selon ce modèle, la déformation de la surface rugueuse est équivalente à sa troncature au niveau de son intersection avec le plan rigide. L'aire réelle de contact est définie par l'intersection géométrique de la surface plane avec le profil original de la surface rugueuse, le volume de l'indentation n'est pas conservé. La pression au niveau de la surface réelle de contact est égale à la dureté de l'indentation (aspérité), ainsi la charge totale est proportionnelle à l'aire réelle de contact. Des observations expérimentales ont permis à Bowden et Tabor de développer un modèle plus sophistiqué basé sur deux hypothèses :

- Fractionnement de l'aire réelle de contact  $A_r$  en  $n$  microcontacts du fait de la rugosité des deux corps.
- Déformation plastique du corps le plus ductile sous des contraintes moyennes indépendantes du microcontact.

La pression au niveau du contact  $P$  est prise égale à la dureté du matériau le plus ductile. C'est un paramètre obtenu par des tests mécaniques.

Cooper, Mikic et Yovanovich ont montré que la dureté décroît avec l'augmentation de la pression de contact ; à partir d'une certaine pression, la dureté devient constante et égale à la dureté Brinell. Les auteurs ont ensuite mis en place la notion de *la dureté effective  $H_c$* . C'est un paramètre qui joue un rôle déterminant dans l'estimation des paramètres qui caractérisent la géométrie microscopique de l'interface.

### **Chapitre II : La résistance thermique de contact.**

1. Introduction
2. La notion de la résistance thermique de contact (RTC).
3. L'influence des conditions de la mise en contact sur la RTC.
4. Les études de validation des modèles mécaniques de la RTC.
5. Conclusion

#### **Introduction**

Le contact entre deux solides est toujours imparfait ; la surface de contact réelle est toujours inférieure à la surface de contact apparente. Ceci est la conséquence de l'état de surface rugueux de ces solides. Au niveau microscopique, les surfaces solides sont une succession de creux et de pics. En raison de cette irrégularité géométrique des surfaces, et quelle que soit la force d'appui, la surface réelle de contact entre deux solides représente une faible fraction de la surface apparente. Les irrégularités des surfaces en contact créent des espaces interstitiels occupés par un fluide, généralement un mauvais conducteur de chaleur, qui forme une barrière thermique et perturbent les mécanismes d'échange de la chaleur à l'interface. La chaleur transmise entre les deux solides converge vers les zones de contact pour lesquelles les passages sont plus faciles. Ce phénomène résulte d'un allongement des lignes de flux et une striction des tubes de flux qui sont responsables de la résistance thermique de contact (RTC). Ce paramètre physique a fait l'objet de nombreux travaux [35], [36] classés selon la nature du régime thermique et du contact [37].

Dans le présent chapitre on présente un état de l'art sur la résistance thermique de contact en donnant un intérêt particulier aux modèles développés en condition mécanique statique.

### 1. La notion de la résistance thermique de contact (RTC)

#### 1.1. Schématisation du transfert de chaleur à l'interface

Du fait que la géométrie de la surface est irrégulière, la zone de contact réelle entre les deux solides n'est qu'une petite partie de la zone apparente. Bardon[35], [38] a montré que lorsque deux métaux sont en contact, le contact réel est d'environ 1% à 2% du contact apparent. Les irrégularités de la surface de contact, présentées sur (Figure 21), créent des espaces interstitiels occupés par des fluides, généralement de mauvais conducteurs de chaleur, formant ainsi une barrière thermique et détruisant le mécanisme d'échange à l'interface. Deux voies de passage sont possibles :

- la voie directe (solide/solide).
- la voie indirecte (solide/fluide /solide)[39], [40].

Cette situation non idéale de contact est à l'origine de la Résistance Thermique de Contact (RTC).

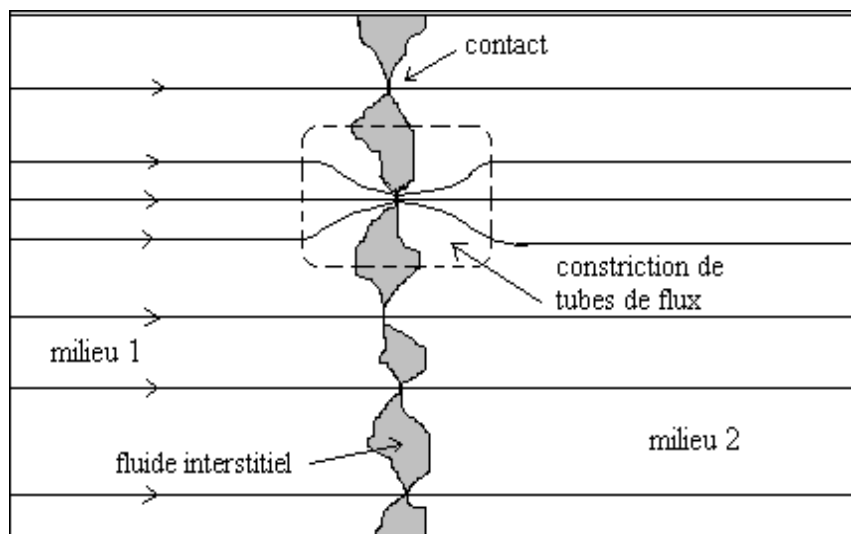


Figure 21 : Représentation schématique du contact thermique.

Dans la littérature, la résistance thermique s'exprime comme le rapport de la température sur la densité de flux  $\phi$  qui la traverse :

$$R_c = \frac{\theta_1^0 - \theta_2^0}{\phi} \quad (1)$$

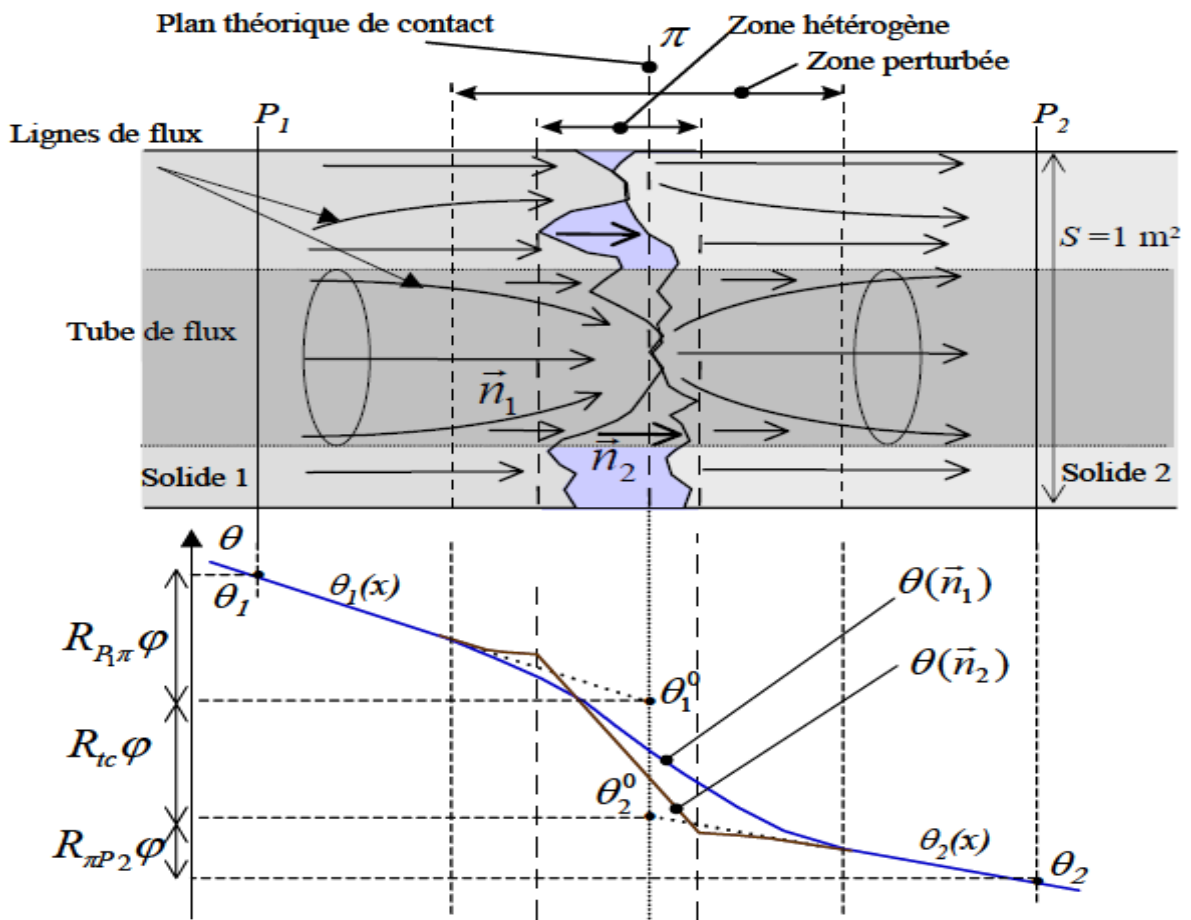


Figure 22: Illustration schématique d'un contact thermique entre deux solides.

$\theta_1^0$  et  $\theta_2^0$  sont les températures extrapolées au point théorique de contact, (Figure 22).

Dans le cas d'un contact solide-solide, la RTC ne dépend que des paramètres suivants :

- Densité des points de contact,
- La nature du fluide interstitiel,
- La pression de contact,
- L'état de surface. (la rugosité).
- Le modèle simplifié qui représente la RTC est constitué de deux composantes :
  - une composante caractérisant la résistance de la voie « solide/solide »  $R_s$ ,
  - une composante « solide/ fluide/ solide »  $R_f$ .

Ces deux résistances  $R_s$  et  $R_f$  sont considérées disposées en parallèle comme le montre (Figure 23).

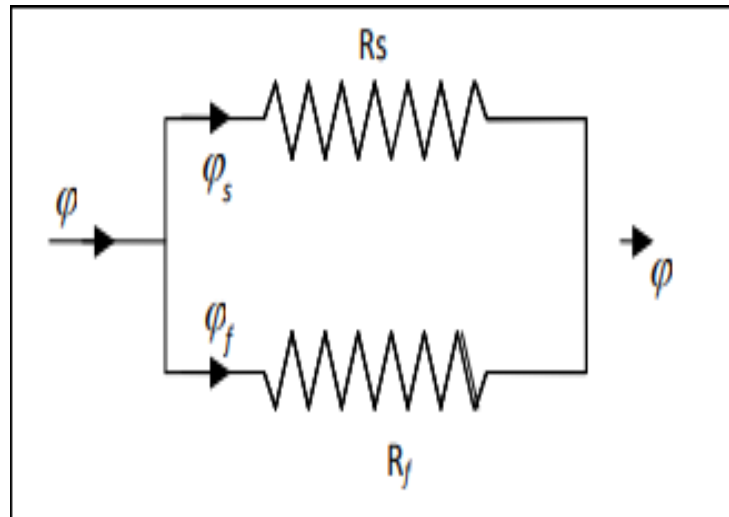


Figure 23: Schéma électrique équivalent

$$\frac{1}{R_{TC}} = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_f} \quad (2)$$

$r_s$  : représente la perturbation due au resserrement des lignes de flux, elle tient compte de l'effet de constriction et de la résistance propre de l'aspérité.

$r_f$  : représente la perturbation due au changement de conductivité de  $\lambda_s$  à  $\lambda_f$  dans l'anneau fluide, et à la dilatation du tube annulaire dans la partie solide.

## 1.2. Les composantes de la résistance thermique de contact $R_s$ et $R_f$

### 1.2.1. La résistance de constriction $R_s$

Pour un contact parfait, idéal, l'aire réelle de contact est égale à l'aire apparente de contact ; les lignes de flux restent bien droites et parallèles entre elles. Le contact ne présente aucune résistance au passage du flux de chaleur. Le phénomène de constriction est à la base de la notion de résistance de contact. Afin de bien comprendre le phénomène de la résistance de contact thermique, on présente le diagramme du tube d'écoulement sous contact réel (a) et contact idéal (b) sur (Figure 24). Comme le contact réel ne se fait que sur une petite partie, notée, de l'aire apparente de contact, noté  $\sigma$ , le resserrement des lignes de flux engendre une perturbation due au la rugosité de surface de contact, elle tient compte de l'effet de constriction et de la résistance propre de l'aspérité. Cette perturbation engendre une résistance de contact au passage de flux de chaleur qu'on appelle résistance de constriction.

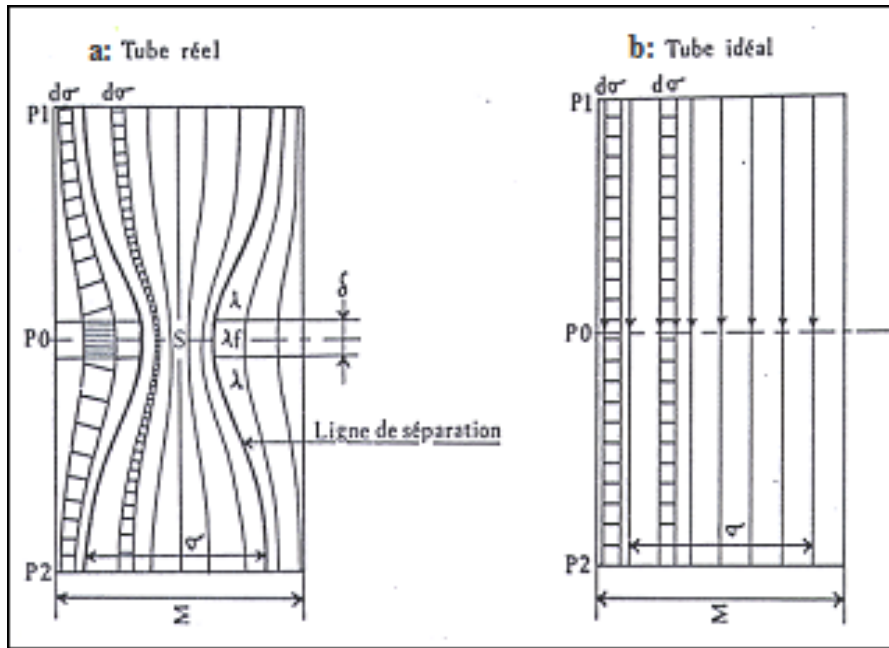


Figure 24: Schéma d'une zone de contact avec les lignes de courant thermique[39], [41].

La résistance à la constriction est calculée en considérant  $\lambda_f = 0$ .

$$R_s = \frac{\sqrt{\pi}}{2\lambda_{eq}\sqrt{ns^*}} (1 - 1.41\sqrt{s^*}) + \frac{2\delta_{eq}}{\lambda_{eq}s^*} (1 - s^*) \quad (3)$$

Avec :

$$\delta_{eq} = \frac{\lambda_1\delta_2 + \lambda_2\delta_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (4)$$

$$\lambda_{eq} = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (5)$$

$\lambda_1$  et  $\lambda_2$  Représentent les conductivités des milieux 1 et 2

$s^*$  est le Taux de surface réelle de contact par unité de surface

$$s^* = \frac{s}{S} = \frac{a^2}{b^2} = n\pi a^2 \quad (n\pi b = 1) \quad (6)$$

La rugosité représentée par le deuxième terme de l'équation  $R_s$  est généralement beaucoup plus faible (de 10% à 15%) que la contribution de striction pure représentée par le premier terme lorsqu'il est ingéré.

$$R_s = \frac{\sqrt{\pi}}{2\lambda_{eq}\sqrt{ns^*}} \quad (7)$$

### 1.2.2. La résistance du film fluide $R_f$

Sous une faible pression de contact, l'influence du gaz interstitiel est la plus évidente. La RTC est très importante car la conduction se fait principalement par le gaz[2]. Selon la nature de ce dernier, c'est très différent. La résistance du milieu interstitiel s'exprime comme suit :

$$R_f = \frac{d}{\lambda_f} \quad (8)$$

$d$  : La distance de séparation des plans moyens des surfaces en contact.

### 1.3. Domaine de valeurs de la RTC

Dans le cas d'un contact statique, trois types de résistance sont observés :

- Le premier type : les solides se serrent les uns les autres, en raison de la surface irrégulière, un mauvais milieu d'intervalle conducteur (vide, gaz) reste entre les zones de contact. Dans ce type la plage de résistance de contact est de  $10^{-5} \text{ KW}^{-1} \text{ m}^2$  à  $10^{-4} \text{ KW}^{-1} \text{ m}^2$  est utilisée pour des surfaces rugueuses. Pour des surfaces présentant une bonne planéité.

La valeur de la RTC varie entre  $10^{-4} \text{ KW}^{-1} \text{ m}^2$  et  $10^{-3} \text{ KW}^{-1} \text{ m}^2$ ; pour des surfaces rugueuses présentant des ondulations de grande longueur d'onde.

- Le deuxième type : Les solides à surfaces irrégulières, le milieu interstitiel a une conductivité plus élevée. La résistance thermique du contact est comprise entre  $10^{-5} \text{ KW}^{-1} \text{ m}^2$  et  $10^{-4} \text{ KW}^{-1} \text{ m}^2$ .
- Le troisième type : le contact entre les solides est beaucoup plus serré, ce qui se fait en déposant un solide sur un autre solide ou en faisant fondre les deux milieux. Les défauts se situent au niveau du grain ou des frontières de grain. La plage de résistance de contact est inférieure, environ  $10^{-7} \text{ KW}^{-1} \text{ m}^2$ [42].

### 2. L'influence des conditions de la mise en contact sur la RTC

Nous venons de voir que RTC est le résultat de deux résistances,  $R_s$  et  $R_f$ . Cependant, cette dernière dépend des paramètres de contact " $S^*$ ,  $N$ ,  $d$ " et de la nature du milieu interstitiel. Les recherches sur la mécanique du contact montrent que pour un couplage donné d'un état de surface donné, l'évolution de ces paramètres de contact est étroitement liée aux conditions de travail, c'est-à-dire la température moyenne et la pression d'interface.

#### 2.1. La pression de contact

L'augmentation de la pression de contact a un effet très évident sur le transfert de chaleur entre les solides. L'effet de pression s'explique par la déformation à l'interface, qui conduit à une augmentation du nombre de points de contact et à un passage du mode de déformation élastique du corps rugueux au mode plastique [43].

La littérature montre qu'une basse pression n'a pas d'effet significatif sur la taille du spot. Le plus touché est le nombre de points de contact [44]. Sous haute pression, étant donné que la majeure partie de la rugosité est entrée dans le contact, le nombre de points de contact augmentera de manière significative.

Pour explorer l'effet du régime du chargement sur l'évolution de la résistance thermique de contact. Plusieurs chercheurs [45] [46] [47] ont mesuré la RTC pendant des cycles de chargement-déchargement « lent et rapide ». Ils ont également montré l'importance du nombre de cycles de charge.

#### – Chargements lents

Après un chargement lent (24h), la RTC atteint une valeur stable indépendante du temps. Cordier et al [46] ont observé lors de l'écrasement d'une surface vierge à une vitesse de chargement et de déchargement lente, qu'on obtient les deux courbes présentées sur (Figure 25). Pendant le processus de chargement, la structure de la surface est modifiée de façon permanente. Ceci peut s'expliquer par le fait que pendant la période "d'adaptation" (courbe A), la déformation irréversible est beaucoup plus importante que la déformation réversible. Dans ce cas, la RTC est considérablement réduite ; à la pression maximale, elle atteint la valeur minimale  $R_{min}$ . Quand on revient à zéro pression, on ne retrouve plus la valeur initiale de RTC. Lors de ce processus (déchargement), la RTC change très peu et ne correspond qu'à la forme réversible du relief de surface. Ainsi, la valeur de la RTC dépend de la charge  $P$ , mais aussi de la pression maximale  $P_{max}$  subie lors du premier chargement.

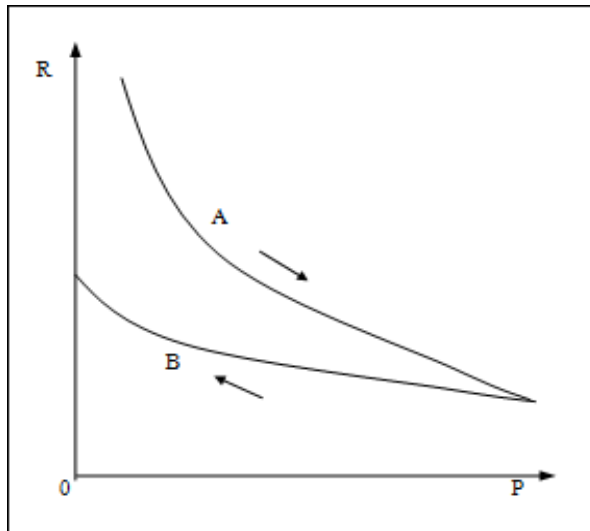


Figure 25 : évolution de la RTC lors de Chargement et déchargement lents : (A) courbe d'adaptation et (B) courbe définitive [6].

– **Chargement rapide**

L'expérience rapide se caractérise par un temps de chargement ou de déchargement relativement court, (jusqu'à 1 heure). La RTC n'a pas le temps d'atteindre sa limite de stabilité. Pour certains solides et certaines surfaces, on peut observer après adaptation à la pression  $P_{max}$ , pour une même pression, la RTC prend deux valeurs différentes, selon que celle-ci est obtenue en augmentant ou en diminuant la valeur de la pression (Figure 26). Il s'agit d'un phénomène d'hystérésis observé par certains auteurs [48], [49]. Ce phénomène correspond à une déformation très lente mais réversible (type élastique) car elle tend à disparaître à un rythme de plus en plus lent [47], [50].

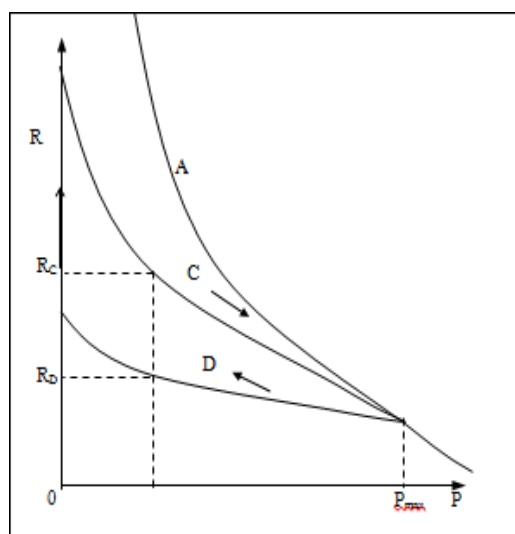


Figure 26 : Courbes de chargement et déchargement rapides[6].

– Cycle de chargement- déchargement

Bardon [51] est l'un des premiers à étudier l'évolution du RTC dans de multiples cycles de chargement-déchargement. il a constaté qu'après plusieurs cycles de chargement-déchargement, seule la déformation élastique de la surface se produit. Certains auteurs ont confirmé ces observations, notamment Syed et al [52] dans leurs expériences. Ils ont observé l'évolution de la RTC des échantillons d'acier AISI 304 ( $R_q=7,55 \mu\text{m}$  et  $0,36 \mu\text{m}$ ) au cours de plusieurs cycles de chargement et déchargement rapides ( $P_{\text{min}}=0,865\text{MPa}$ ,  $P_{\text{max}}=6,4 \text{MPa}$ ). Ils ont constaté que dans un cycle de chargement-déchargement, pour la même valeur de pression, la RTC mesurée pendant le processus de déchargement est inférieure à la RTC obtenue pendant le processus de chargement. Il y a évidemment un phénomène d'hystérésis (Figure 27). Les auteurs ont montré qu'après 25 cycles de chargements la conductance thermique de l'interface a augmenté de 4.4% [6](Figure 27).

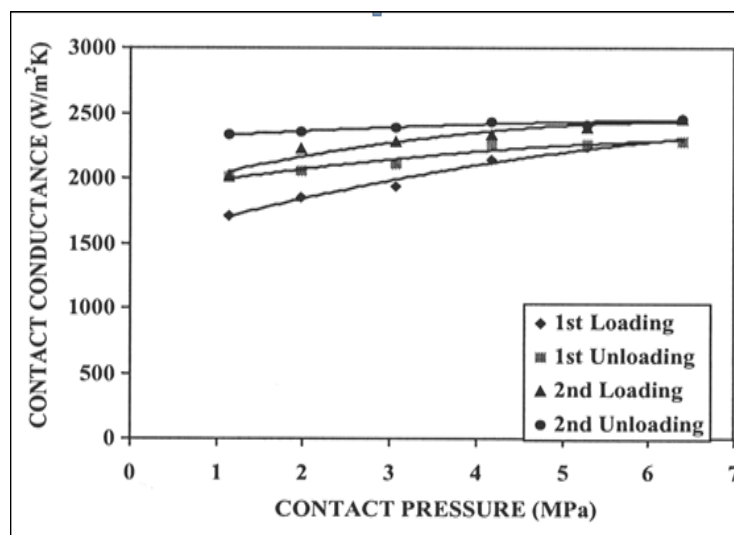


Figure 27 : Effet de chargement- déchargement sur la RTC [6].

– Corrélation empirique

Puisque la chaleur circule à travers deux chemins différents, RTC est la résultante de deux résistances  $R_s$  et  $R_f$ . Les auteurs [47], [48] ont constaté que l'application d'une pression de contact élargit la partie de contact solide-solide, mais son effet sur l'épaisseur du fluide interstitiel est encore faible. Ils ont conclu qu'en raison du rétrécissement de la ligne de courant, la pression de contact n'agit presque que sur la composante  $R_s$ . La variation de la résistance  $R_s$  en fonction de la pression est représentée par la forme de loi de puissance suivante [2]:

$$R_s = A * P^{-m} \quad (9)$$

$m$  : La pente du sommet de l'aspérité.

Pour une déformation plastique,  $m > 0,5$  Dans le cas de la déformation élastique,  $m$  est inférieur à 0,5.

### 2.2. La température moyenne de l'interface :

Pour les hautes températures, les changements de température entraîneront des changements dans les propriétés des matériaux. Par conséquent, pour la plupart des matériaux, une augmentation de la température provoquera une agitation thermique des atomes, ce qui à son tour entraînera une diminution de la dureté du métal. H.Y. Wong [43] a analysé divers paramètres affectant le flux de chaleur qui traverse une interface de contact solide-solide dont l'effet de l'augmentation de la température moyenne de l'interface. Il montre que l'augmentation de la température entraîne une diminution de la RTC. Cetinkale et Fishenden [48] ont proposé une expression qui prend en compte les changements de dureté ; cette expression s'écrit:

$$H = H_0 \left[ 1 - \omega \left( \frac{T'}{T} \log_e \tau' + 35 \frac{T'}{T} - 29.8 \right) \right] \quad (10)$$

Où  $H$  est la dureté Meyer à la température  $T'$ (°C) pour la durée de  $\tau'$  heures de la charge appliquée.  $H_0$  est la dureté Meyer pour un temps d'application de 1/180 heure à la température  $T$ (°C). A cette température, la constante  $\omega$  sera déterminée.

L'influence de la basse température sur la RTC a été soulignée dans plusieurs travaux [2], [53]. On a montré que la RTC est inversement proportionnelle à la température absolue, quel que soit le matériau considéré. Ceci confirme que le transfert de chaleur à l'interface dépend essentiellement des propriétés thermiques du matériau, qui sont significativement différentes des propriétés thermiques rencontrées à très basses températures. Ces résultats ont été confirmés par :

- Jacobs et Starr [54] qui ont mesuré la résistance thermique des plaques de cuivre, d'argent et d'or à température ambiante et à température de l'air liquide (-140 ° C).
- Laurent [55] qui a étudié l'augmentation et la diminution de la résistance thermique de la plaque de cuivre avec les variations de température .

- Berman et Mate [56] qui ont mené des expériences à des températures proches de l'hélium liquide.

D'un autre côté, le fluide interstitiel peut passer d'un état gazeux à un état liquide, ce qui réduira considérablement la résistance du fluide. Si ce dernier est à l'état gazeux, selon la loi de Kennard [57], sa conductivité thermique diminuera avec la température.

### 2.3. Le milieu interstitiel

Le transfert de chaleur dans les fluides peut se produire par conduction, convection et rayonnement. Lorsque la taille d'interstice est de l'ordre de quelques microns, elle exclut la convection et le rayonnement [58] [59].

Dans la littérature, certaines études rapportent la dépendance de la RTC aux propriétés et à la pression du fluide interstitiel. La Figure 8 montre la variation de la RTC avec la pression du gaz interstitiel ; trois gaz sont considérés : air, argon et vide [59]. On peut voir que le fluide interstitiel a une grande influence sur le contact thermique entre les matériaux. Sous une faible pression de contact, l'influence du gaz interstitiel est la plus évidente. La RTC est très important car la conduction se fait principalement par le gaz[60]. Selon la nature de ce dernier.

En augmentant la pression de contact la couche du milieu interstitiel est réduite, donc les passe de chaleur est fait essentiellement par la voie solide (**Figure 28**).

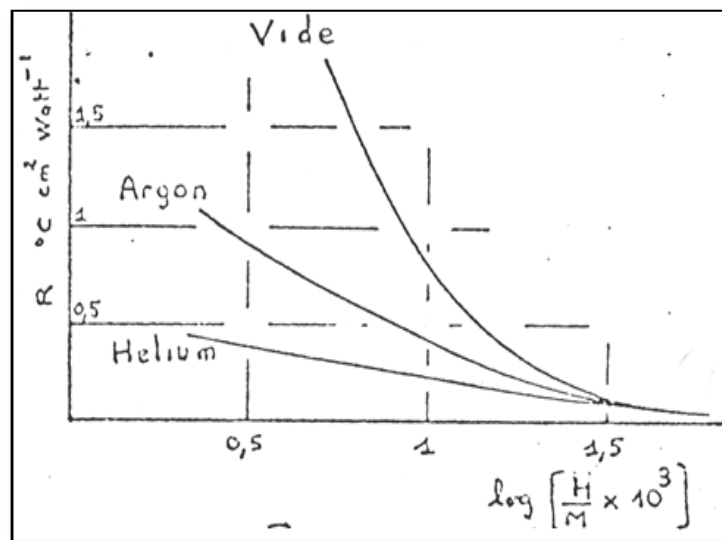


Figure 28:  $RTC=f(P_{\text{gaz}})$ [59].

### 3. Les études de validation des modèles mécaniques de la RTC

De nombreux auteurs [3], [13], [23], [24] ont introduit les expressions de  $a$  et  $A_r/A_a$  dans la relation:

$$R = \frac{1}{2a\lambda_s N} \left(1 - \sqrt{A_r/A_a}\right)^{1.5} \quad (11)$$

Avec :

$a$  : Le rayon moyen des surfaces des zones de contact ( $\mu\text{m}$ ).

$\lambda_s$  : La conductivité thermique de solide ( $\text{W/m}\cdot^\circ\text{K}$ ).

$N$  : La densité de point de contact ( $\text{m}^{-2}$ ).

$A_r$  : La surface réelle de contact.

$A_a$  : La surface apparente de contact.

La détermination De la RTC dépend du modèle mécanique décrivant l'évolution des paramètres géométriques de contact et du mode de déformation mécanique des aspérités. Pour valider leurs modèles, les auteurs comparent les valeurs de la RTC estimées par les modèles avec les valeurs obtenues par la mesure thermique.

Dans les modèles mécaniques de la RTC, selon le mode de déformation mécanique des aspérités, on distingue trois types de contact:

- Contact élastique.
- Contact plastique.
- Contact élasto-plastique.

### 3.1. Modèles élastiques de la RTC

#### – Le Modèle de Greenwood et Williamson modifié

Selon le modèle de Greenwood et Williamson [9] modifié par McCool [13], la RTC s'écrit:

$$RTC = \frac{\left(1 - \sqrt{A_r/A_a}\right)^{1.5}}{2D_s\lambda_s\sqrt{\beta\sigma_s}F_{1/2}\left(d/\sigma_s\right)} \quad (12)$$

$F$  : La charge appliquée à l'interface (N)

$\lambda_s$ : La conductivité thermique de solide(W/m.°K).

$D_s$  : La distance surfacique des pics .

$A_r$ : La surface réelle de contact.

$A_a$ : La surface apparente de contact.

$\sigma_s$  : L'écart type de la fonction de distribution

$\beta$  : Le rayon de courbure du sommet de l'aspérité

McWaid et al. [14]ont procédé à une comparaison entre le modèle et les résultats des mesures expérimentales ; cette comparaison a donné de bons résultats. Cependant, Parmenter et al.[61] ont montré que le modèle modifié par Greenwood et Williamson sur estimait la RTC sans spécifier l'erreur quadratique moyenne entre l'expérience et le modèle.

– **Le Modèle de Mikic**

En se basant sur les travaux de Cooper et al, Mikic [24] a proposé un modèle élastique de la RTC entre deux surfaces rugueuses.. L'auteur suppose qu'en déformation élastique, la surface de contact réelle est exactement la moitié de ce que nous avons en déformation plastique. La RTC est donné par l'expression suivante :

$$RTC = \frac{4\sqrt{\pi}\sigma}{m\lambda_s} \frac{\left[1 - \sqrt{(1/4)\operatorname{erfc}\left(d/\sqrt{2}\sigma\right)}\right]^{1.5}}{e^{-(d/\sqrt{2}\sigma)}} \quad (13)$$

$$\frac{d}{\sigma} = \sqrt{2}\operatorname{erfc}^{-1}\left(\frac{4\sqrt{2}P}{E^*m}\right) \quad (14)$$

L'auteur propose une nouvelle expression pour l'approximation de la RTC:

$$RTC = \frac{\sigma}{1.55\lambda_s m} \left(\frac{E^*m}{\sqrt{2}P}\right)^{0.94} \quad (15)$$

Avec

$\operatorname{erfc}$ : La fonction d'erreur complémentaire.

$d$  : la distance de séparation.

$E^*$  : le module d'élasticité équivalent.

$m$  : la pente moyenne de l'aspérité.

$P$  : la pression de contact nominal.

$\lambda_s$ : La conductivité thermique de solide(W/m.°K).

$\sigma$  : L'écart type de la fonction de distribution

Des études de validation expérimentale montrent que, pour une faible rugosité ( $6 < \sigma/m < 21 \mu\text{m}$ ), l'erreur quadratique moyenne d'estimation de la RTC par rapport à la valeur expérimentale est comprise entre 10% et 53% [23].

Les résultats de leurs mesures expérimentales étant incompatibles avec le modèle Mikic, Sridhar et al. [62] ont remplacé le module élastique équivalent  $E^*$  par un « module d'interface équivalent » égal à 1,5 fois  $E^*$ . La cohérence des valeurs de la RTC entre le modèle élastique et la valeur mesurée est meilleure. L'erreur quadratique moyenne est de 14,7%.

Après comparaison, de (Figure 29), sridhar et al ont trouvé que le modèle de mikic, celui Greenwood et Williamson et celui de Whitehouse et Archard donnent des résultats très proches. les résultats du modèle de Bush, Gibson et Thomas sont bien différents des résultats des autres modèles[63]

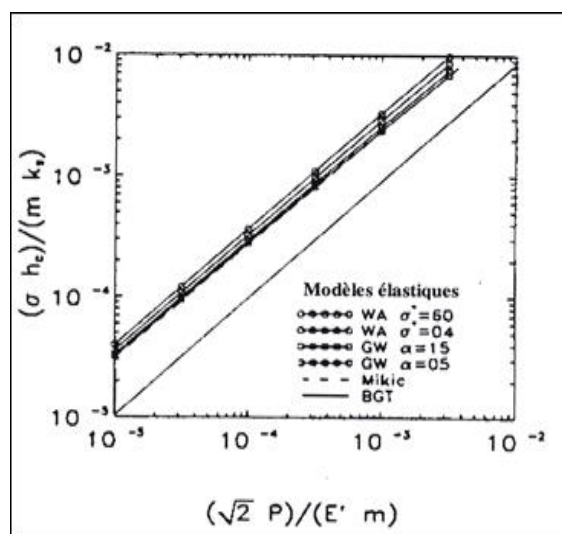


Figure 29: Représentation adimensionnée de la conductance (1/RTC) en fonction de la pression apparente de contact [63].

### 3.2. Modèles plastiques de la RTC

Ce type de modèle suppose que la déformation des corps rugueux suit la loi de Bowden et Tabor [21]. Les auteurs expriment la RTC sous la forme suivante:

$$\text{RTC} = \frac{1}{C} \frac{\sigma}{m \lambda_s} \left( \frac{H_v}{P} \right)^n \quad (16)$$

Dans la littérature, les valeurs de  $n$  et  $C$  varient en fonction de l'auteur du modèle.

$\sigma$  : L'écart type de la fonction de distribution.

$m$  : La pente du sommet de l'aspérité.

$\lambda_s$  : La conductivité thermique de solide.

$H_v$  : La dureté Vickers.

$P$  : La Pression.

#### – Modèle de CMY

Dans la recherche du contact de surface isotrope rugueux, cooper, mikic et yovanovich [3] ont proposé leur modèle de déformation plastique, en supposant que la déformation rugueuse obéit à la loi de Bowden et Taber. A partir de ce modèle, ils ont donné une expression pour la résistance thermique de contact[21].

Paramètres de contact sont introduits dans l'expression générale RTC

$$\text{RTC} = \frac{(1 - \sqrt{S^*})^{1.5}}{2Na\lambda_s} \quad (17)$$

Les auteurs[3] expriment la RTC comme suit :

$$\text{RTC} = \frac{4\sqrt{\pi}\sigma}{m\lambda_s\sqrt{2}} \frac{\left[ 1 - \sqrt{\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{d}{\sigma\sqrt{2}}\right)} \right]^{1.5}}{e^{-\left(\frac{d}{\sigma\sqrt{2}}\right)}} \quad (18)$$

$$\frac{d}{\sigma} = \sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1} \left( \frac{2P}{H_v} \right) \quad (19)$$

$\sigma$  : L'écart type de la fonction de distribution

$m$  : La pente du sommet de l'aspérité

$\lambda_s$  : La conductivité thermique de solide

$H_v$  : La dureté Vickers

$P$  : La Pression

$d$  : La distance de séparation des plans moyens des surfaces en contact ( $\mu\text{m}$ )

La comparaison entre les résultats du modèle et les valeurs expérimentales de la RTC [62] montre qu'il existe un bon accord entre le modèle et l'expérience. Deux types de matériaux ont été étudiés :

- des échantillons de nickel (rugosité  $8.2\mu\text{m} < \sigma/m < 59.8\mu\text{m}$ , Hegazy et Antonetti)
- et des échantillons d'acier (rugosité  $\sigma/m \geq 23.4\mu\text{m}$  Hegazy et McWaid).

Dans ce cas, l'erreur quadratique moyenne est de 5,4% à 13,5%.

Une autre étude de validation expérimentale [23] a montré que le modèle est en mauvais accord avec les mesures expérimentales. Cette expérience a porté sur des échantillons d'aluminium. Dans ce cas, l'erreur quadratique moyenne entre l'expérience et le modèle varie entre 50% et 70%.

#### – Modèle de Mikic

Une expression très proche du modèle de CMY est proposée par Mikic [24]. Pour une faible charge, l'auteur donne l'expression de la RTC sous la forme suivante:

$$\text{RTC} = \frac{1}{1.13} \frac{\sigma}{m \lambda_s} \left( \frac{H_v}{p} \right)^{0.94} \quad (20)$$

$\sigma$  : L'écart type de la fonction de distribution

$m$  : La pente du sommet de l'aspérité

$\lambda_s$  : La conductivité thermique de solide

$H_v$  : La dureté Vickers

$P$  : La Pression

Compte tenu de la conservation du volume sous une charge élevée, cette relation s'écrit :

$$\text{RTC} = \frac{1}{1.13} \frac{\sigma}{m\lambda_s} \left( \frac{P + H_v}{P} \right)^{0.94} \quad (21)$$

$\sigma$  : L'écart type de la fonction de distribution

$m$  : La pente du sommet de l'aspérité

$\lambda_s$  : La conductivité thermique de solide

$H_v$  : La dureté Vickers

$P$  : La Pression.

### – Modèle de Yovanovich et al

Yovanovich [3] a proposé une expression de la RTC proche du modèle de Mikic.

$$R = \frac{1}{1.25} \frac{\sigma}{m\lambda_s} \left( \frac{H_v}{p} \right)^{0.95} \quad (22)$$

Ce modèle a été réécrit par Yovanovitch et al.[64] en remplaçant  $m$  et  $\sigma$  par leurs expressions:

$$m = \sqrt{2m_2/\pi} ; \sigma = \sqrt{m_0} \quad (23)$$

$$R = \frac{1}{1.25\lambda_s} \sqrt{\frac{\pi m_0}{2m_2}} \left(\frac{H_v}{P}\right)^{0.95} \quad (24)$$

$\sigma$  : L'écart type de la fonction de distribution

$m$  : La pente du sommet de l'aspérité

$\lambda_s$  : La conductivité thermique de solide

$H_v$  : La dureté Vickers

$P$  : La Pression

$m_0$  : Le moment centré

### – Modèle d'Antonetti

Antonetti et al.[65] ont proposé une approximation de la relation de Yovanovitch et l'ont exprimée en fonction des paramètres de surface ( $R_q$  et  $R_a$ ):

$$R = \frac{1}{1.25\lambda_s} \frac{R_a}{R_q} \left(\frac{H_v}{P}\right)^{0.95} \quad (25)$$

$R_a$  : La rugosité moyenne arithmétique

$R_q$  : La rugosité moyenne quadratique

$\lambda_s$  : La conductivité thermique de solide

$H_v$  : La dureté Vickers

$P$  : La Pression

### – Modèle de Bardon

Dans le cas de l'hypothèse d'une uniformité de tous les points de contact, le taux réel de contact :

$$S^* = A_r/A_a \quad (26)$$

Pour des aspérités cylindriques équidistantes la résistance  $R_s$  peut prendre la forme simple suivante :

$$R_s = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{NS^*}} (1 - 1.41S^*) + \frac{2d}{\lambda_f S^*} (1 - S^*) \quad (27)$$

$\lambda_s$  est la moyenne thermique harmonique :

$$\frac{2}{\lambda_s} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \quad (28)$$

$\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont les conductivités thermiques des deux milieux solides en contact ;  $N$  est la densité des aires de contact.

L'expression de la résistance de la voie fluide est :

$$R_f = \frac{d}{\lambda_f^e} \quad (29)$$

$\lambda_f^e$  est la conductivité thermique effective du milieu interstitiel.

Les équations 22 et 23 montrent que  $R_s$  et  $R_f$  dépendent fortement de  $N$ ,  $s^*$  et de  $d$ . La détermination de ces trois paramètres nécessite une bonne caractérisation des surfaces en contact et l'utilisation de modèles représentant correctement la réalité de la déformation.

### 3.3. Modèles élasto-plastiques de la RTC

La Comparaison des mesures de la RTC effectuées par Sridhar et al. [63] avec les valeurs estimées en utilisant le modèle élastique de Mikic et le modèle plastique de Cooper, a montré que certains points de mesure sont inclus entre les deux modèles. Sridhar et al. ont conclu alors que la déformation du solide est élasto-plastique.

Sridhar et Yovanovich [66] ont proposé un modèle élastoplastique développé à partir du modèle élastique de Mikic et du modèle plastique de CMY. Ce modèle s'écrit comme suit :

$$RTC = \frac{2\sigma\sqrt{2\pi}}{m\lambda_s} \frac{\left[1 - \sqrt{\frac{f_{ep}}{2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{d}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right]^{1.5}}{[f_{ep}(\varepsilon_c^*)]^{0.5} e^{-(d/\sigma\sqrt{2})}} \quad (30)$$

$\sigma$  : L'écart type de la fonction de distribution

$m$  : La pente du sommet de l'aspérité

$\lambda_s$  : La conductivité thermique de solide

$d$  : La distance de séparation des plans moyens des surfaces en contact ( $\mu\text{m}$ )

Quand:

- $\varepsilon_c^* = 0$ , le modèle élasto-plastique est réduit au modèle élastique de Mikic,
- $\varepsilon_c^* = 15$  et  $60$ , le modèle élastique de Mikic conduit à une évolution parallèle à celle du modèle élasto-plastique.
- $\varepsilon_c^* \rightarrow \infty$ , le modèle élasto-plastique rejoint le modèle plastique de Cooper, Mikic et Yovanovich (CMY)

Il s'avère que  $\varepsilon_c^*$  dépend fortement de la valeur de la pente  $m$  de la surface. Celle-ci est difficile à mesurer sans erreur.

La comparaison du modèle élastique ( $\varepsilon_c^* = 0$ ) et du modèle plastique ( $\varepsilon_c^* \rightarrow \infty$ .) avec les mesures expérimentales de Antonitti (1983), Hegazy (1985), McWaid (1990) et Maddren (1994) montre une bonne concordance entre l'expérience et le modèle [66] sans donner aucune information sur la valeur de l'erreur quadratique moyenne.

### **Conclusion**

La littérature met en évidence une forte dépendance de la RTC à la géométrie des surfaces en contact et au comportement mécanique de l'interface. Ainsi, la détermination De la RTC dépend du modèle mécanique décrivant l'évolution des paramètres géométriques de contact et du mode de déformation mécanique des aspérités. Pour valider leurs modèles, les auteurs comparent les valeurs de la RTC estimées par les modèles avec les valeurs obtenues par la mesure thermique.

Dans les modèles mécaniques de la RTC, selon le mode de déformation mécanique des aspérités, on distingue trois types de contact :

- Contact élastique.
- Contact plastique.
- Contact élasto-plastique.

## Chapitre III : Simulation numérique

1. Introduction
2. Description des contacts étudiés.
  - 2.1. Les modèles géométriques.
  - 2.2. Conditions aux limites.
  - 2.3. Propriétés des matériaux.
  - 2.4. Le maillage.
  - 2.5. Les éléments utilisés.
3. Mise en œuvre de la technique de calcul la RTC.
4. Conclusion

### Introduction

Nous présentons dans ce chapitre notre approche mixte, numérique/semi-empirique, visant à déterminer la résistance thermique de contact (RTC) entre deux solides, le Laiton et le Saphir. Pour notre étude l'approche numérique consiste à développer des modèles numériques par éléments finis dont le but est de déterminer la pression de contact. Ce paramètre sera par la suite utilisé dans les modèles semi-empiriques d'estimation de la RTC. Nous nous focalisons donc ici à la présentation de nos modèles numériques développés en utilisant le code de calcul « ANSYS ».

Nous rappelons que le but principal de notre étude est de déterminer numériquement la pression réelle de contact. Le contact étudié est du type solide/solide composé d'un plan dur en contact avec surface rugueuse et ductile. Les aspérités sont de forme pyramidale. Nous avons considéré des surfaces régulières afin de contrôler la densité des points de contact. Ainsi les résultats numériques permettent de calculer les valeurs du taux réel de contact qui seront injectées dans le modèle semi-empirique d'estimation de la RTC.

Les valeurs numériques de la pression réelle de contact et celles calculées du taux de contact devront être comparées aux valeurs expérimentales. Il est à noter que la mesure directe de la pression réelle de contact rugueux est difficile voire impossible. Alors nous avons opté pour une démarche scientifique permettant d'éprouver la pertinence de la détermination de ce paramètre par la simulation numérique sur ANSYS.

Cette démarche consiste en la simulation d'un contact dont on peut mesurer expérimentalement la pression réelle de contact parfait, c'est le contact pyramide dure/plan ductile de l'essai Vickers. La forme de l'indenteur correspond à la forme des aspérités des surfaces rugueuses considérées pour notre étude. Dans ce cas, la pression réelle de contact n'est que la dureté mesurée. Cette mesure expérimentale est comparée au résultat de la simulation numérique. Si cette comparaison donne satisfaction donc on pourra utiliser le logiciel pour la simulation du contact plan dur/ aspérité pyramidale ductile.

Ce chapitre a pour objectif principal la validation expérimentale du modèle numérique de l'essai de dureté Vickers qui permettra de juger par la suite sur la performance de l'outil de calcul.

Dans un premier temps on s'intéresse à la validation de l'hypothèse de Abbott et Firestone[5]. Cette hypothèse stipule que la pression réelle au niveau du contact, appelée  $P_c$ , est considérée égale à la dureté du matériau le plus ductile.

Dans un second temps, une fois que l'hypothèse de Abbot et Firestone est vérifiée, on procède à la simulation du contact ayant la même géométrie que le contact de l'essai Vickers mais l'indenteur est considéré comme étant ductile et la surface plane est considérée comme étant dure. Les mêmes conditions de mises en contact sont considérées. Ceci permettra de vérifier si la pression de contact est indépendante du fait que l'indenteur soit le corps le plus dur ou le plus ductile. Ainsi on assure une transition entre le modèle numérique de l'essai Vickers vers le modèle numérique des contacts étudiés.

Dès que la fiabilité du simulateur et la validité du modèle numérique sont prouvées, un troisième modèle numérique est développé (mécanique et thermomécanique). Ce modèle reproduit fidèlement la même configuration du contact étudié expérimentalement par Bensaad[6] ; la surface déformable à aspérités pyramidales en laiton est en contact avec un plan dur en saphir. Les résultats de la simulation numérique sont injectés dans le modèle de la RTC de Yovanovich[64](eq 19 Chap.II). Les valeurs estimées de la RTC sont comparées par

la suite avec les valeurs expérimentales [6]. Le chapitre 4 est consacré à la présentation et la comparaison des résultats.

## 1. Description des contacts étudiés

### 1.1. Propriétés des matériaux

- **Les propriétés thermophysiques**

Sur **Le Tableau 1** on présente les propriétés thermophysiques du laiton et du saphir.

Le Tableau 1 les propriétés thermophysiques du saphir et du Laiton[6].

	Densité (kg/m <sup>3</sup> )	Conductivité (W/K.m)	Chaleur spécifique (J/kg.K)	Diffusivité (m <sup>2</sup> /sec)	Module de Young (GPa)	Micro- dureté (GPa)	Coef de Poisson
Saphir	3970	40	750	1.34*10 <sup>-5</sup>	440	20	0.3
Laiton	8400	115	380	3.6*10 <sup>-5</sup>	97	1.26	0.3

- **La courbe contrainte/déformation**

Connaissant la limite élastique et la limite à la rupture du laiton ainsi que les déformations correspondantes[6], nous avons proposé deux approximations de la courbe contrainte/déformation:

- ✓ Une approximation forte qui considère le comportement élastoplastique de notre matériau comme bilinéaire.
- ✓ Une deuxième approximation caractérisant une allure multilinéaire de la courbe contrainte /déformation.

Les deux approximations caractérisant les propriétés élastoplastique du laiton sont représentées sur (**Figure 30**).

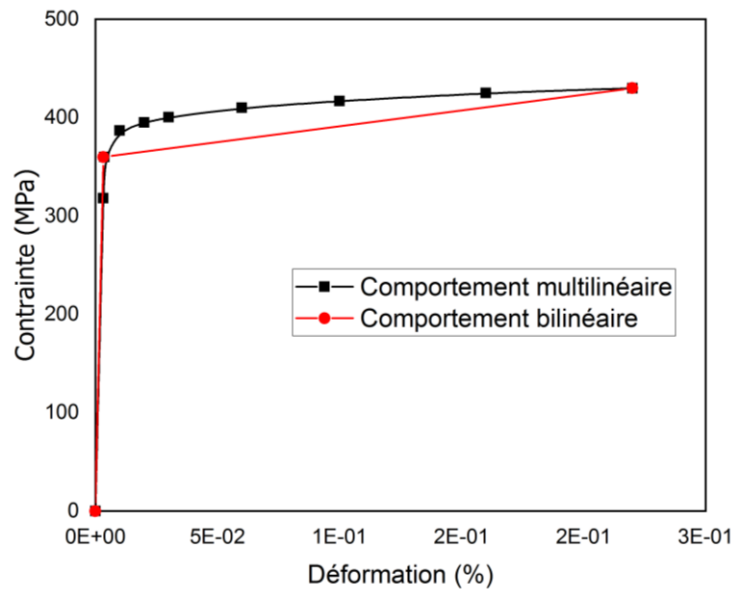


Figure 30: Courbe comportement élasto-plastique du laiton.

## 1.2. Les modèles géométriques

Afin de mieux contrôler la densité de point de contact, des surfaces régulières à aspérités pyramidales ont été choisies. Comme les aspérités sont identiques, il est plus judicieux de limiter la simulation sur une zone de contact comportant une seule pyramide donc un seul tube de flux. Pour des raisons de symétrie, la géométrie pyramidale étudiée dans les trois modèles est réduite au quart de la pyramide. Pour mieux reproduire les conditions expérimentales, des chargements en déplacement imposé ont été considérés dans tous les modèles mécaniques et thermomécaniques étudiés. En respectant la démarche scientifique détaillée ci-dessus, pour les longueurs sont en micromètres, nous avons élaboré les trois modèles géométriques suivants :

- **Le premier modèle numérique** correspond au contact Vickers. On considère un contact entre deux matériaux à savoir le laiton et le saphir. L'indenteur en saphir a les mêmes dimensions de la pyramide Vickers, c'est le matériau le plus dur. Cet indenteur vient pénétrer une surface lisse, plane et ductile en laiton. La base de la pièce en laiton est encastrée et on vient imposer un déplacement sur l'indenteur pyramidal. On rappelle que le but de ce modèle est de valider l'hypothèse d'Abbott et Firstone considérant que la pression réelle de contact est égale à la dureté Vickers on représente le modèle géométrique (Figure 31).

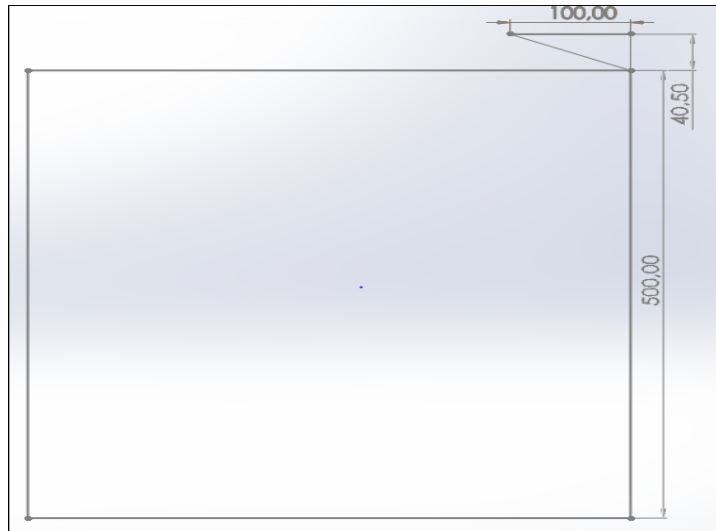


Figure 31: Géométrie du premier modèle les longueurs sont en micromètres.

- **Le deuxième modèle numérique :** représente une configuration inverse du premier modèle imitant l'essai Vickers. Dans ce cas l'indenteur en laiton est ductile et la surface plane en saphir est dure. La pyramide a les mêmes dimensions de l'indenteur Vickers. La base de la pyramide est encastrée et on applique un déplacement sur le plan dur. Sur (**Figure 32**) on représente le modèle géométrique décrit dans ce paragraphe.

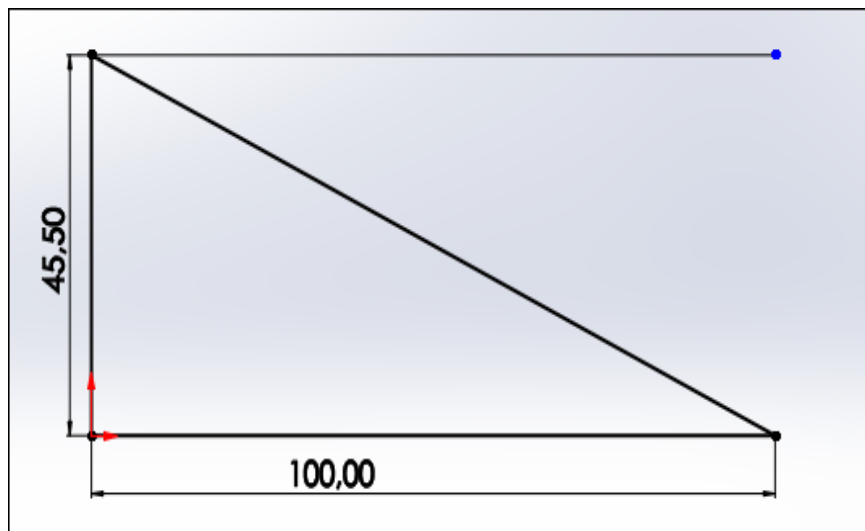


Figure 32: Géométrie du deuxième modèle les longueurs sont en micromètres.

- **Le troisième modèle numérique**

Ce modèle représente le contact sujet de notre étude. L'aspérité pyramidale ductile en Laiton ayant une base carrée vient d'être s'écraser contre un plan dur et lisse en Saphir. La base carrée de la pyramide est encastrée et on vient imposer un déplacement au plan dur. On

considère trois tailles de l'aspérité pyramidale notées P1, P2, P3. Notons que ces dimensions des pyramides sont identiques à celles de l'expérimentation menée par Bensaad [6]. Ce choix a été fait pour pouvoir faire des comparaisons fiables entre le numérique et l'expérimentale. Sur les Figures (**Figure 33**, **Figure 34** et **Figure 35**) on représente le modèle géométrique décrit dans ce paragraphe.

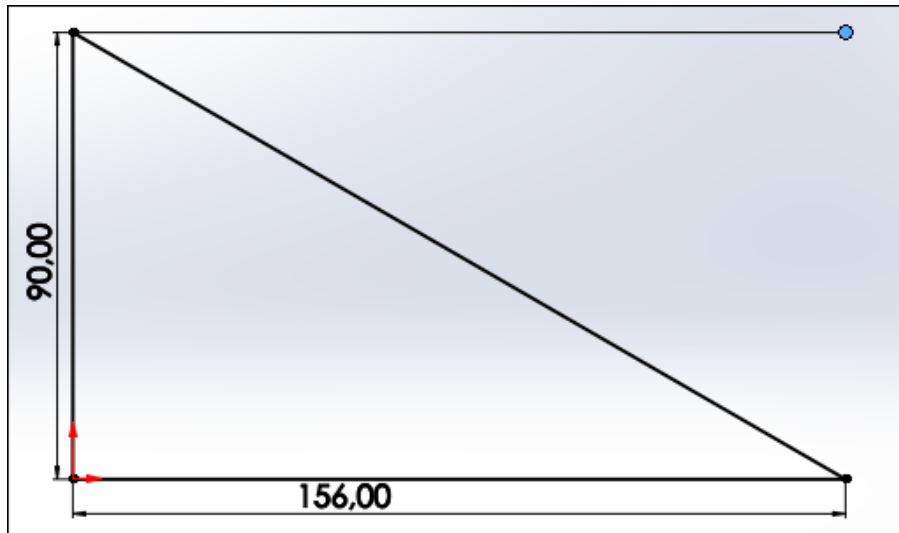


Figure 33: Géométrie de l'aspérité pyramidale P1 les longueurs sont en micromètres.

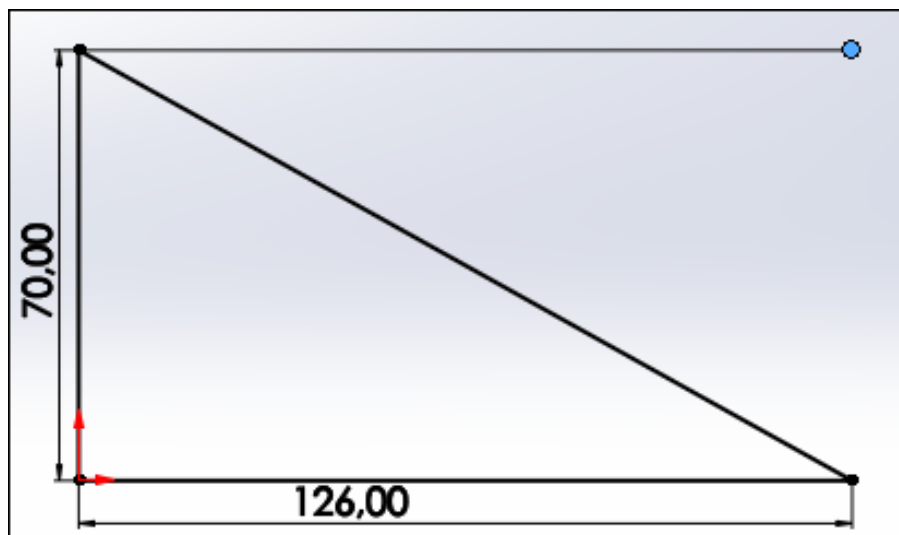


Figure 34: Géométrie de l'aspérité pyramidale P2 les longueurs sont en micromètres.

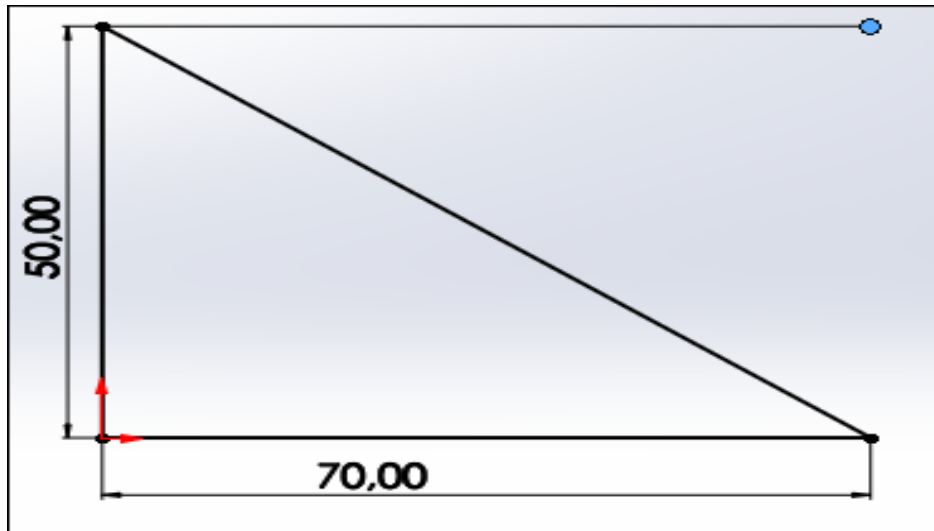


Figure 35: Géométrie de l'aspérité pyramidale P3 les longueurs sont en micromètres.

On considère trois tailles de l'aspérité pyramidale notées P1, P2, P3. Sur (Figure 33, Figure 34 et Figure 35) on représente le modèle géométrique décrit dans ce paragraphe.

#### *Conditions aux limites*

Il est à préciser que dans notre étude nous avons considéré des chargements sous forme de déplacements ; qui représente le mieux la réalité. Ainsi le chargement est imposé à la base de la pyramide représentant l'indenteur tandis que l'échantillon à tester est encastré comme le montre la **Figure 36**.

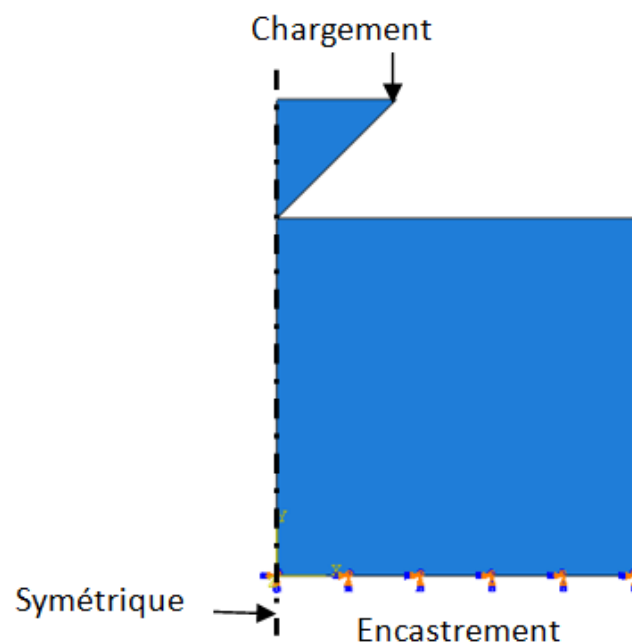


Figure 36 : Conditions aux limites de premier modèle.

Dans le deuxième modèle représentant la configuration inverse du premier modèle, le déplacement est imposé à la surface rigide alors que l'indenteur en laiton est encastré comme le montre la **Figure 37**.

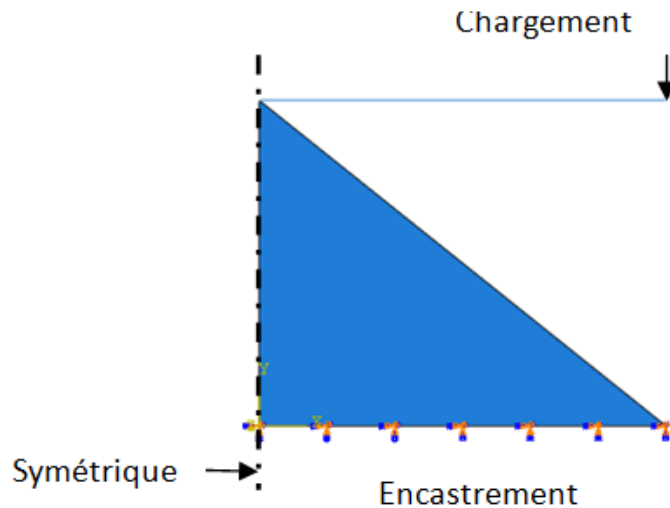


Figure 37 : Conditions aux limites du deuxième modèle.

Pour le troisième modèle, un déplacement est imposé à la plaque représentant le corps dur tandis que l'échantillon à tester est encastré comme le montre la **Figure 38**.

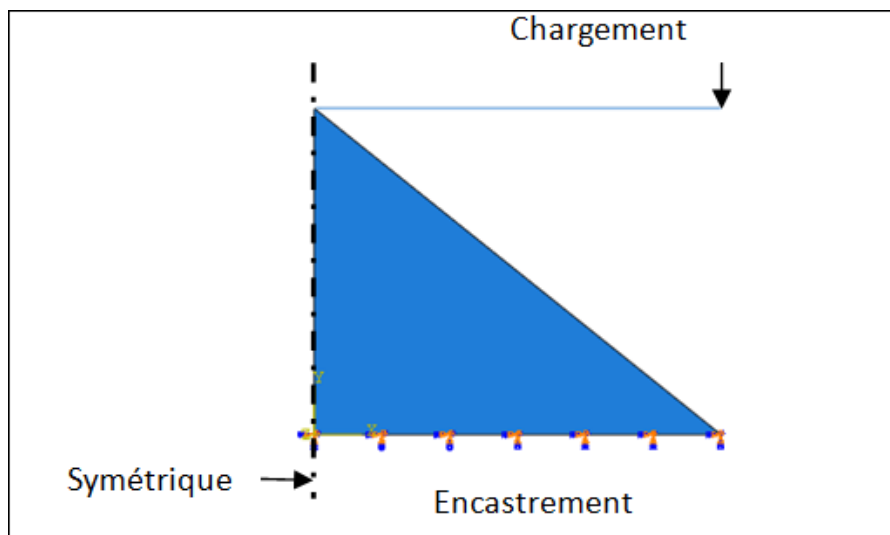


Figure 38 : Conditions aux limites du troisième modèle (mécanique).

Dans l'objectif de mettre en évidence l'effet de la variation de la charge mécanique appliquée à l'interface de contact, on considère cinq valeurs du chargement. Ces valeurs sont données sur le Tableau 2 et sur le Tableau 3.

Tableau 2 les valeurs de la charge pour le premier et le deuxième modèle.

	Le chargement						
Déplacement e (µm)	1.5	2.5	3.8	5.5	7.9	9.7	17.5
Force F (N)	0.1	0.25	0.5	1	2	3	10

Tableau 3 les valeurs de la charge pour le troisième modèle.

	Déplacement e (µm)						
P1	1	2.5	3.8	4.2	5.5	7.9	9.5
P2	1.5	2.9	3.7	4.5	5.5	8.3	10.8
P3	1	2.5	3	5.5	8.3	9.1	

### 1.3. Le maillage

- **Dans le premier modèle**, nous avons choisi un élément de type quadratique. Pour un résultat fiable, nous avons réalisé une étude de sensibilisé au maillage qui a conduit à un raffinement au niveau du contact présenté sur (**Figure 39**).
- **Dans le deuxième modèle**, nous avons choisi un élément de type triangulaire avec un raffinement au niveau du contact présenté sur (**Figure 40**).
- **Dans le troisième modèle**,
  - nous avons choisi un élément de type triangulaire avec un raffinement au niveau du contact présenté sur (Figure 41).

### 1.4. Les éléments utilisés

- ✓ **Pour les modèles en 3D**, le maillage éléments finis a été réalisé en utilisant l'élément PLANE186 pour modéliser la partie déformable de la structure représentée par le laiton.

Le contact entre la partie rigide et la partie déformable (laiton) a été effectué en utilisant les éléments de contact rigide-flexible (170-174).

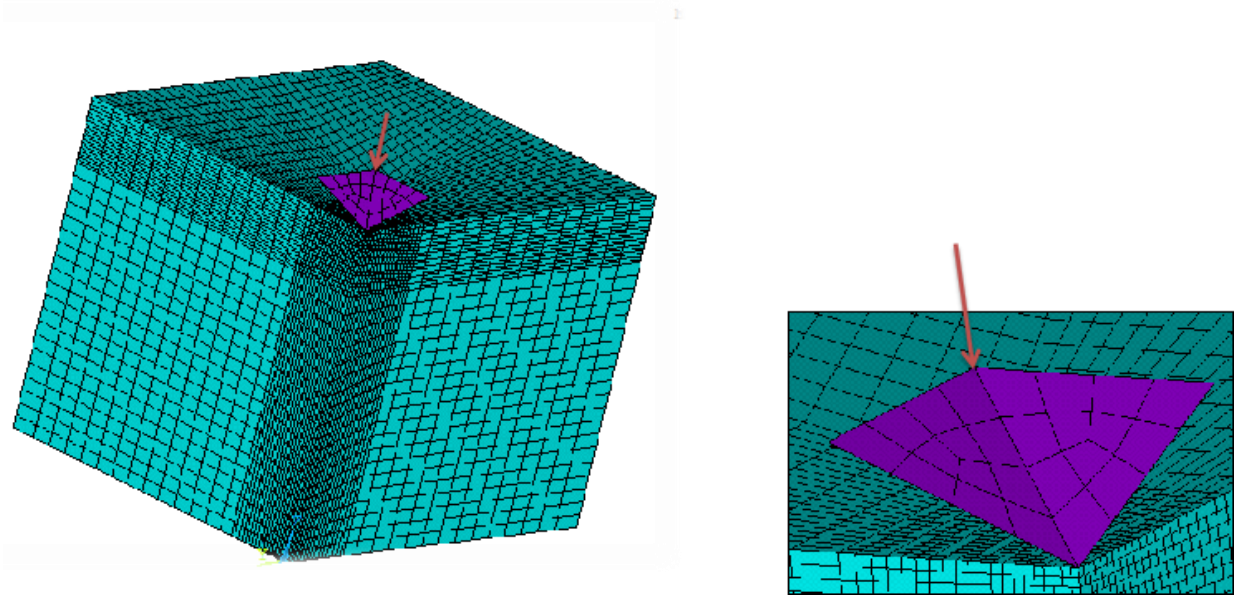


Figure 39: Maillage du premier modèle.

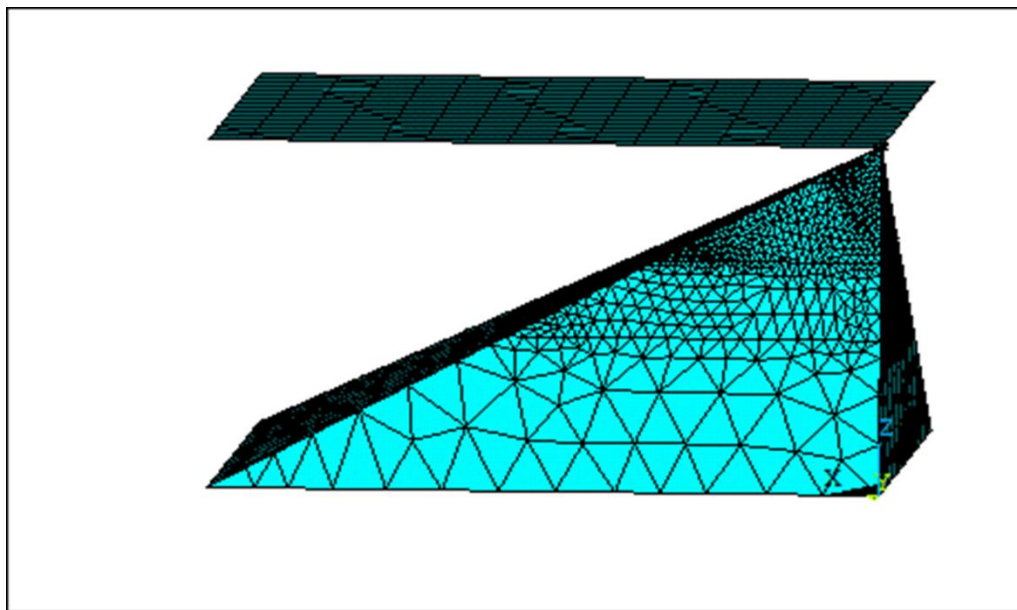


Figure 40 : le maillage du deuxième modèle.

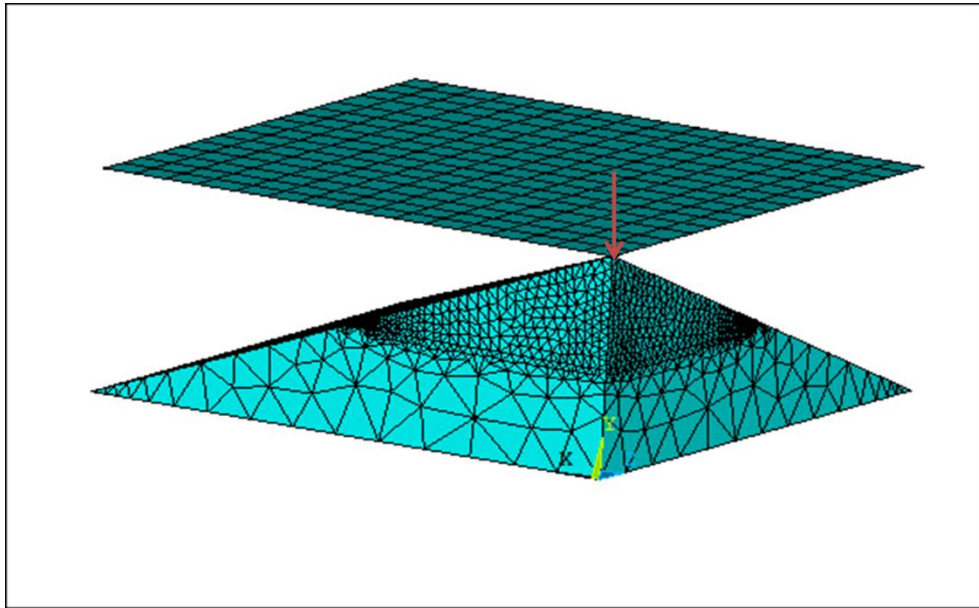


Figure 41: Maillage du troisième modèle.

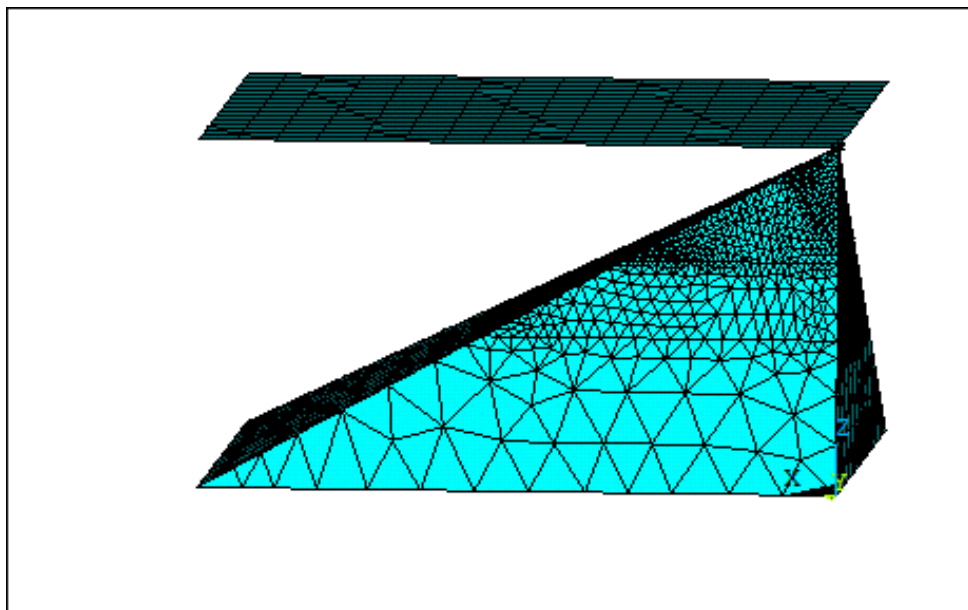


Figure42: Maillage du troisième modèle.

Les modèles numériques sont calculés sous mode statique soumis à une source de chaleur (modèle thermomécanique). La station de calcul utilisée fonctionne sous un système de d'exploitation de 64 bits avec une mémoire de 8 Go de la RAM.

## 2. Mise en œuvre de la technique de calcul de la RTC

La mise en œuvre de la technique de calculer la RTC par notre approche mixte nécessite de bien choisir un mode opératoire cohérent qui permet d'optimiser au mieux le temps et les moyens qui nous imposent par l'expérience et qui tend à faciliter d'estimer la RTC. Notre

approche consiste à calculer la résistance thermique de contact au moyen du modèle semi-empirique de Cooper, Mikic et Yovanovich[3]. Ce modèle utilise la pression réelle de contact et le taux réel de contact déterminés par le modèle de Bowden et Tabor[64]. Les valeurs calculées de la pression réelle de contact pour les pyramides P1, P2 et P3 sont introduites dans les formules semi-empiriques pour calculer les valeurs de la RTC.

### **Conclusion**

Nous rappelons que le but de notre travail est d'estimer la résistance thermique de contact RTC qui évolue essentiellement en fonction du taux réel de contact. Pour atteindre ce but nous avons utilisé le modèle de Bowden et Tabor qui détermine le taux réel de contact en utilisant les valeurs de la pression réelle de contact considérée égale la micro-dureté.

Dans un premier temps on s'intéresse à la validation de l'hypothèse de Abbott et Firestone[5]. Cette hypothèse stipule que la pression réelle au niveau du contact est considérée égale à la dureté du matériau le plus ductile.

Une fois que l'hypothèse d'Abbot et Firestone est vérifiée, on procède à la simulation du contact ayant la même géométrie que le contact de l'essai Vickers mais l'indenteur est considéré comme étant ductile et la surface plane est considérée comme étant dure. Ceci permettra de vérifier si la pression de contact est indépendante du fait que l'indenteur soit le corps le plus dur ou le plus ductile. C'est ce qui nous donne le droit pour le travail sur les modèles numériques des contacts étudiés.

## Chapitre VI : Analyse des résultats

1. Introduction
2. Méthodologie.
3. Résultats et discussions.
  - 3.1. Premier modèle : essai de dureté Vickers.
  - 3.2. Deuxième modèle.
  - 3.3. Troisième modèle : validation par l'expérience.
4. Détermination de la RTC par l'approche mixte numérique/semi empirique.
5. Conclusion

### Introduction

La résistance thermique de contact *RTC* a été largement étudiée en termes de théorie et d'expérience. Les mesures expérimentales de la *RTC* nécessitent des moyens spécifiques et un temps de travail important (préparation des échantillons, mesures, analyse des résultats...). Des modèles semi empiriques d'estimation de la *RTC* existent dans la littérature [67] [2] [3], [4]. Dans la présente étude, nous avons employé le modèle de Cooper et al, [3], [4] ainsi que le modèle de Bardou [3], [4]. Ces modèles nécessitent la connaissance d'un certain nombre de paramètres notamment la dureté des matériaux en contact. Il est à noter que selon l'étude d'Abbott et Firstone [5], la valeur de la pression réelle de contact tend vers la dureté du matériau le plus ductile. Afin de s'en passer de l'expérimentation, nous avons développé une approche mixte (numérique/semi-empirique) visant à estimer la *RTC* entre deux solides (laiton/saphir).

Dans un premier temps, nous avons développé des modèles numériques par la méthode des éléments finis pour estimer la pression réelle de contact. Les pressions réelles de contact obtenues numériquement sont comparées à la dureté des matériaux de l'étude.

Dans un second temps, nous avons injecté les valeurs numériques de la pression réelle de contact dans les modèles semi-empiriques à la place de la dureté dans l'objectif d'estimer la *RTC*.

Notre approche mixte a été validée en comparant les valeurs de la *RTC* issues de l'approche mixte avec celles mesurées[6].

## 1. Méthodologie

Il est à rappeler que l'objectif principal de notre travail est d'estimer la résistance thermique de contact *RTC* qui évolue essentiellement en fonction du taux réel de contact, de la densité de points de contact et de la pression réelle de contact. La densité de points de contact est supposée constante car les surfaces étudiées sont considérées ayant une forme et une distribution régulières des aspérités. Le taux réel de contact est déterminé numériquement en fonction de la pression réelle de contact (eq 26 Chap.II).

Au départ, on s'intéresse à la vérification de l'hypothèse qui stipule que la pression réelle au niveau du contact est considérée égale à la dureté du matériau le plus ductile en procédant à la simulation de l'essai de dureté Vickers (premier modèle).

Une fois cette hypothèse est vérifiée, on procède à la simulation du contact ayant la même géométrie que le contact de l'essai Vickers mais l'indenteur est considéré ductile et la surface plane est considérée dure (deuxième modèle). Ceci permettra de vérifier si la pression de contact est indépendante du fait que l'indenteur soit le corps le plus dur ou le plus ductile.

Dans un second temps, on se projeté dans l'estimation de la résistance thermique d'un contact entre le laiton et le saphir.

L'organigramme présenté par la Figure 43 résume la méthodologie utilisée dans la présente étude.

	Etudier les échanges de chaleur dans des structures comportant des solides en contact. (mesures, contrôles, simulations, calculs...).
Besoin	En plus des propriétés mécaniques des matériaux composant la structure, il faut connaître la résistance thermique au niveau des surfaces solides en contact <i>RTC</i> .
Remarque	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Les propriétés mécaniques des matériaux sont fournies par les fournisseurs ou, à défaut, mesurables sans difficulté majeure.</li> <li>– La <i>RTC</i> n'est pas une propriété d'un matériau mais une caractéristique d'un contact entre deux matériaux.</li> </ul>
Objectif de la thèse	Déterminer la <i>RTC</i> au niveau d'un contact solide/solide (Laiton/Saphir).
Action possible	Mener des expérimentations pour mesurer la <i>RTC</i> des surfaces en contact

Contrainte !	La mesure expérimentale de la <i>RTC</i> est très onéreuse car elle nécessite la préparation des échantillons et l'utilisation d'un équipement spécifique.
Action possible	Estimer la <i>RTC</i>
Comment ?	En utilisant des modèles semi-empiriques développés et approuvés par des chercheurs (Copper, Mikic et Yovanovich).
Contrainte !	Les modèles semi-empiriques nécessitent l'utilisation de la dureté Vickers comme variable d'entrée.
Action possible	Mener des expérimentations pour mesurer la dureté.
Contrainte !	Solution onéreuse qui nécessite la préparation des échantillons et l'utilisation d'un équipement spécifique.
Solution	Remplacer la dureté dans les modèles semi-empiriques par la pression réelle de contact <i>PC</i> car d'après Abbot et Firestone[6] $Hv=Pc$ .
Contrainte !	Comment obtenir la pression réelle de contact <i>PC</i>
Solution	Utiliser la simulation numérique par éléments finis comme moyen pour estimer la <i>PC</i> .
Démarche	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Estimer numériquement la <i>PC</i> pour plusieurs géométries et la comparer avec les duretés mesurées expérimentalement par [6]</li> <li>- Introduire les <i>Pc</i> obtenues numériquement dans le modèle semi-empiriques.</li> <li>- Estimer la <i>RTC</i></li> <li>- Mener des comparaisons entre les <i>RTC</i> estimées par notre approche mixte et les mesures expérimentales.</li> <li>- Validation de notre approche mixte.</li> </ul>
Perspectives	Etendre cette approche mixte pour d'autres matériaux en contact.

Figure 43 : Présentation des étapes de la démarche développée.

## 2. Résultats et discussions

### 2.1. Premier modèle : essai de dureté Vickers

Ce premier modèle consiste à simuler numériquement par la méthode des éléments finis l'essai de dureté Vickers sur le laiton. Sur la **Figure 44**, on a tracé l'évolution de la pression réelle de contact et la mesure expérimentale de la dureté Vickers du laiton en fonction du déplacement imposé. Deux comportements, bilinéaire et multilinéaire, sont employés pour décrire l'évolution plastique du Laiton.

On remarque que la pression réelle de contact diminue avec l'augmentation du chargement appliqué. A partir du troisième de chargement, on constate que la valeur de la pression réelle de contact devient peu sensible au chargement. Les évolutions de la pression réelle de contact obtenues par le comportement plastique bilinéaire et celui multilinéaire présentent des valeurs proches (avec un écart allant de 2% à 6%). De cette constatation, on peut conclure de la nature du comportement plastique considérée dans la présente étude ne présente pas d'effets significatifs sur les résultats des simulations. On remarque également que les résultats numériques obtenus en prenant en considération un comportement multilinéaire sont proches de la mesure. De ce fait, et pour le reste de l'étude, seul le comportement multilinéaire est employé. On constate également que les évolutions de la pression réelle de contact obtenues numériquement présentent les mêmes allures que celles de la mesure expérimentale de la dureté Vickers. L'écart moyen entre l'estimation numérique et la mesure expérimentale varie entre 6% et 14% selon le chargement appliqué.

Il est à rappeler que la mesure de la dureté Vickers retient la valeur correspondante au palis de la courbe de l'évolution de la dureté en fonction du chargement. Pour la présente étude, la dureté Vickers mesurée du Laiton est estimée à 1,26GPa. L'approche numérique donne une estimation de la pression réelle de contact de 1,38GPa. Ainsi la différence entre les deux valeurs avoisine les 10%. Cette différence, relativement faible, permet de vérifier l'hypothèse simplificatrice consistant à considérer la pression réelle de contact égale à la dureté Vickers.

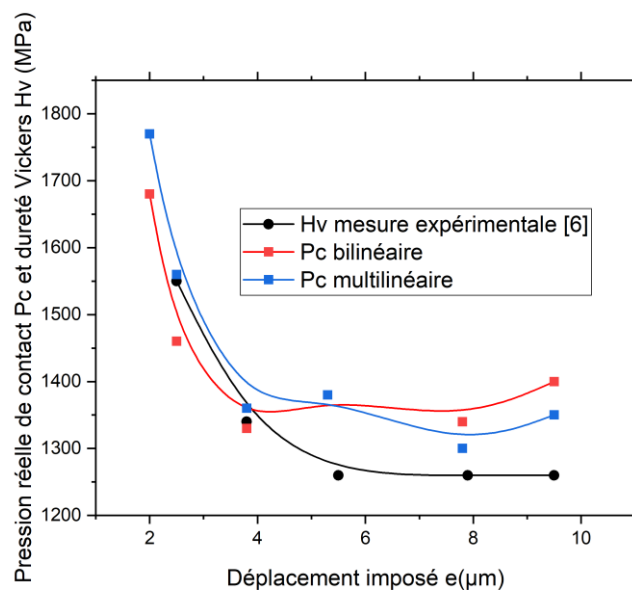


Figure 44: L'évolution de la pression réelle  $P_c$  de contact et de la dureté Vickers  $H_v$  en fonction du déplacement imposé  $e$ .

La **Figure 45** illustre, à titre indicatif, la répartition de la pression réelle de contact sur le laiton pour un chargement en déplacement de 2,5  $\mu\text{m}$ . On constate que la valeur maximale de la pression réelle de contact est enregistrée au niveau du point de contact réel représenté par l’empreinte de l’indenteur pyramidal. Cette constatation demeure inchangée quel que soit le chargement imposé.

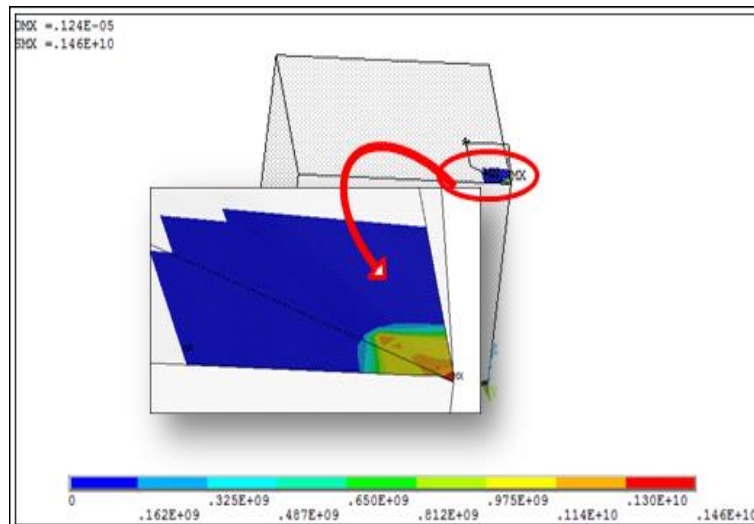


Figure 45 : Répartition de la pression réelle de contact  $PC$  (1er modèle, chargement 2.5 $\mu\text{m}$ ).

## 2.2. Deuxième modèle

Dans ce cas la configuration de l’essai Vickers a été inversée en gardant les mêmes conditions de mise en charge. Un indenteur en Laiton vient s’écraser contre un plan dur et lisse. Les évolutions de la pression réelle de contact et de la mesure de la dureté Vickers en fonction du déplacement imposé sont présentées sur la Figure 46.

Les valeurs obtenues numériquement de la pression réelle de contact  $Pc$  sont ainsi comparées aux valeurs mesurées de la dureté Vickers  $Hv$ . On trouve un écart de 5 à 8 % par rapport aux valeurs mesurées de la dureté.

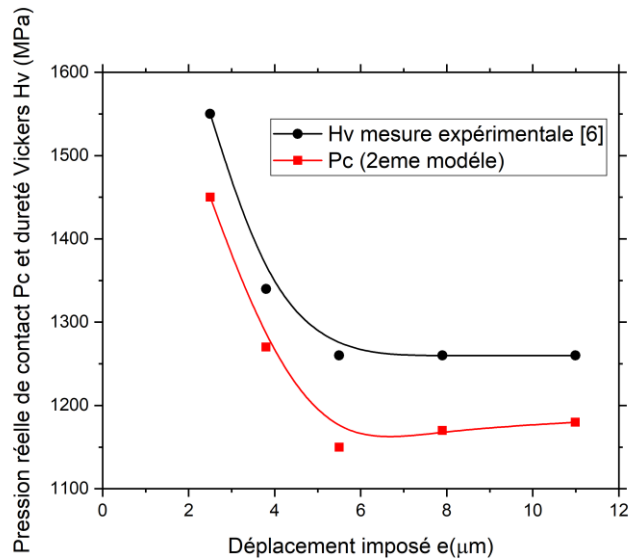


Figure 46 : L'évolution de la pression réelle de contact  $P_c$  et de la mesure de la dureté Vickers  $H_v$  en fonction du déplacement imposé  $e$ .

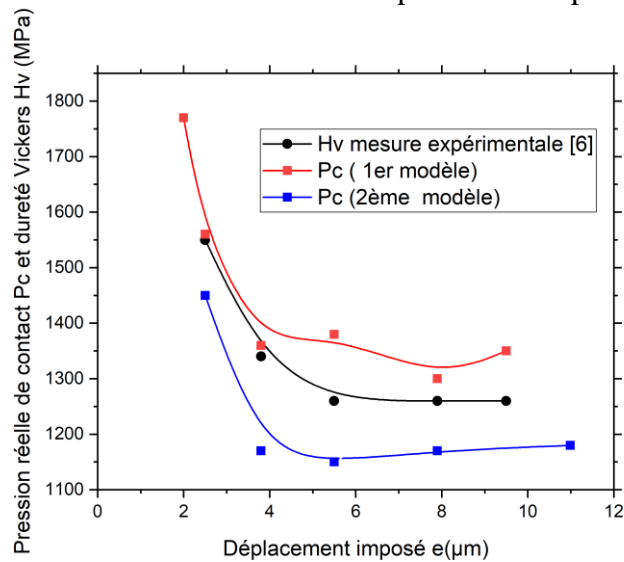


Figure 47: Comparaison de la pression réelle de contact  $P_c$  calculée dans le premier et le deuxième modèles avec la dureté Vickers  $H_v$ .

La Figure 48 illustre la répartition de la pression de contact sur la pyramide ductile en laiton pour un chargement en déplacement de  $10.8 \mu\text{m}$ . On constate une forte concentration de la pression de contact au niveau du sommet de la pyramide ductile.

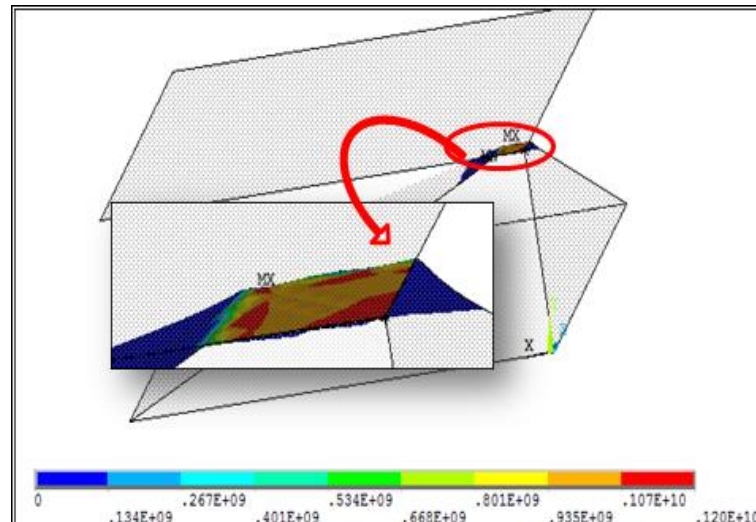


Figure 48 : Répartition de la pression réelle de contact  $P_c$  pour un , chargement de  $10,8 \mu\text{m}$ .

### 2.3. Troisième modèle : validation par l'expérience

Ce modèle représente le contact sujet de notre étude. On rappelle que l'aspérité pyramidale ductile en Laiton ayant une base carrée vient s'écraser contre un plan dur et lisse en Saphir. Dans l'objectif de reproduire fidèlement les conditions expérimentales, seul un déplacement est imposé sur le plan rigide en contact avec le sommet de la pyramide.

Les résultats du calcul de la pression réelle de contact en fonction du déplacement imposée sont représentés sur les ,Figure 50 et Figure 51 .

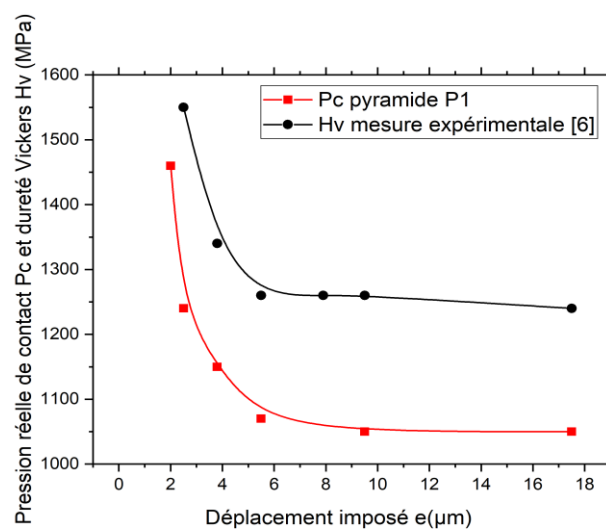


Figure 49 : L'évolution de la pression réelle de contact  $P_c$  et la dureté Vickers  $H_v$  en fonction de déplacement imposé  $e$ , pyramide  $P1$

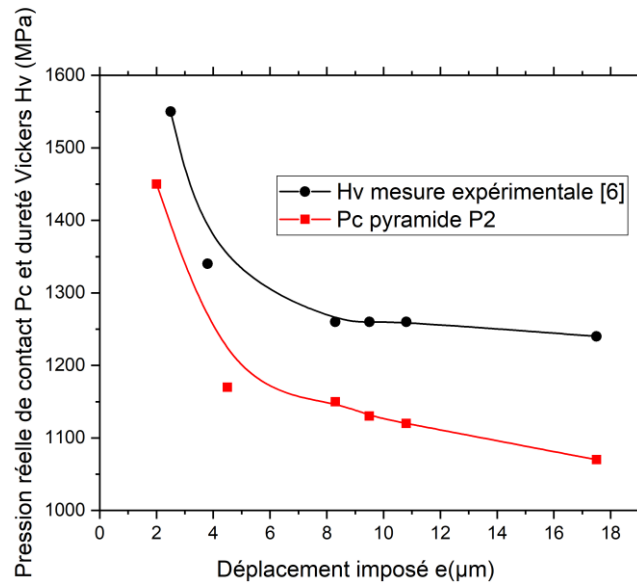


Figure 50 : L'évolution de la pression réelle de contact  $P_c$  et la dureté Vickers  $H_v$  en fonction du déplacement imposé  $e$ , pyramide P2.

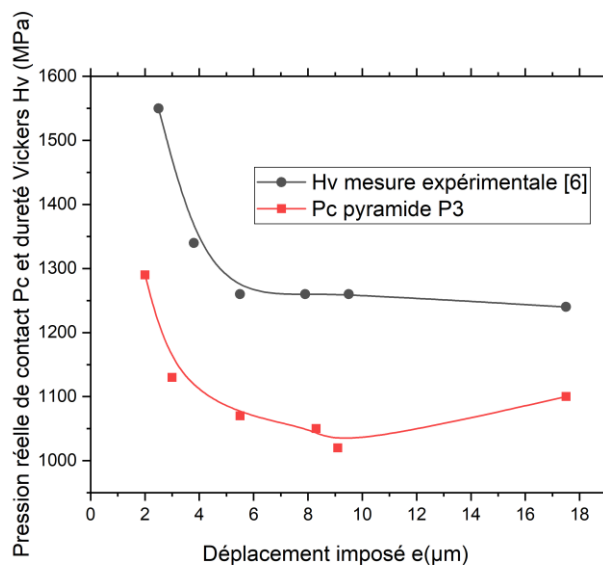


Figure 51 : L'évolution de la pression réelle de contact  $P_c$  et la dureté Vickers  $H_v$  en fonction du déplacement imposé  $e$ , pyramide P3.

On rappelle que la dureté d'un matériau est relevée sur le palier stabilisé de la courbe de mesure. De ce fait, on procède à la comparaison de la valeur de la dureté Vickers avec les pressions réelles de contact obtenues au niveau du palier de chaque courbe calculée pour les trois pyramides P1, P2 et P3 **Figure 52**. On relève une valeur de 12% pour l'écart relatif de la pression réelle de contact calculée par rapport à la dureté mesurée pour la pyramide P1. Une valeur de 9% est relevée pour la pyramide P2 et une valeur de 15% est relevée pour la pyramide P3.

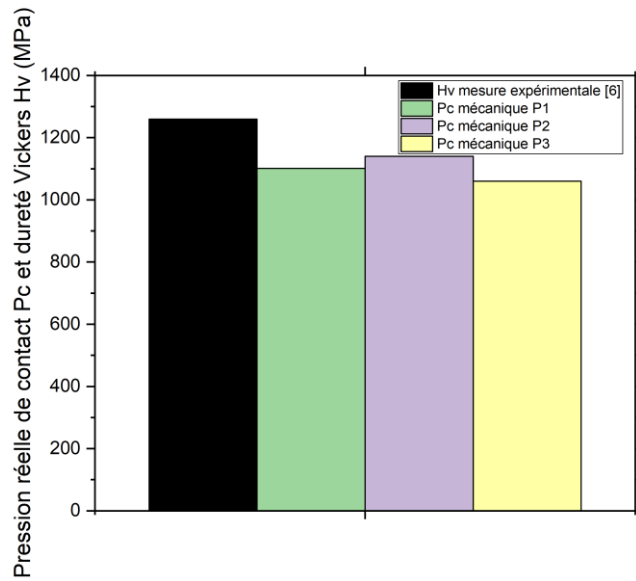


Figure 52: Comparaison de la pression réelle de contact  $P_c$  avec la dureté Hv pour les trois tailles de pyramide (mode mécanique).

La Figure 53, donne à titre indicatif, la répartition de pression réelle de contact pour la pyramide P3. On note que le zone de forte concentration de contraintes demeure inchangée et se localise sur le sommet de la pyramide.

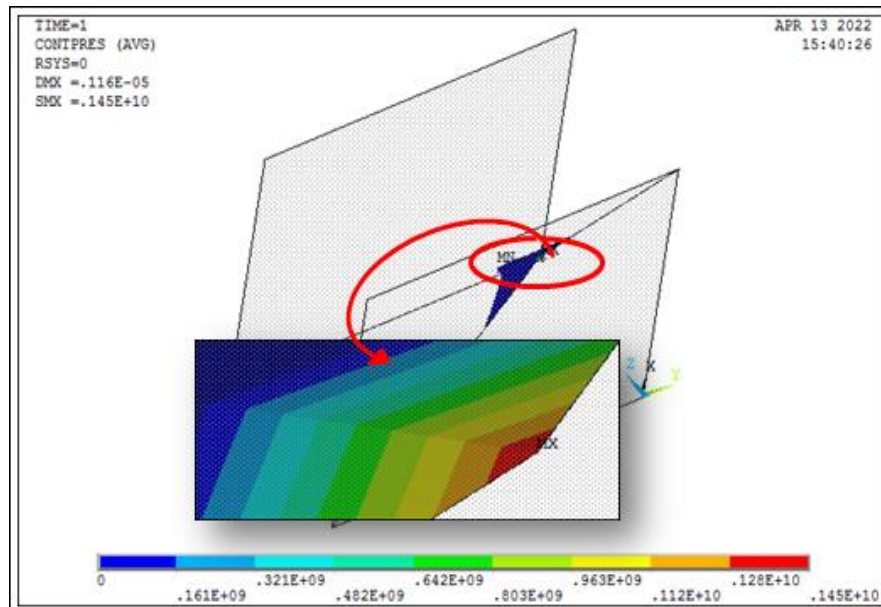


Figure 53: Répartition de la pression réelle de contact  $P_c$  pour un chargement de  $2\mu\text{m}$  en mode mécanique.

## 2.4. Détermination de la RTC par l'approche mixte numérique/semi empirique

Notre approche consiste à calculer la résistance thermique de contact au moyen du modèle semi-empirique de Cooper, Mikic et Yovanovich[3]. Ce modèle utilise la pression réelle de contact et le taux réel de contact déterminés par le modèle de Bowden et Tabor[21]. Les valeurs calculées de la pression réelle de contact pour les pyramides  $P1$ ,  $P2$  et  $P3$  sont introduites dans les formules semi-empiriques pour calculer les valeurs de la RTC.

Les Figure 54 Figure 55 et Figure 56 présentent une comparaison de la RTC mesurée expérimentalement avec la RTC calculée par l'approche mixte. Les résultats du calcul sont représentés de deux façons différentes :

- La courbe notée «  $RTC$  pyramide  $P1$  (ou  $P2$  ou  $P3$ ) palier » qui représente les valeurs de  $RTC$  calculées en fonction de la pression réelle de contact moyenne du palier,
- La courbe notée «  $RTC$  pyramide  $P1$  (ou  $P2$  ou  $P3$ ) » qui représente les valeurs de la  $RTC$  calculées pour chaque valeur de la pression réelle de contact.

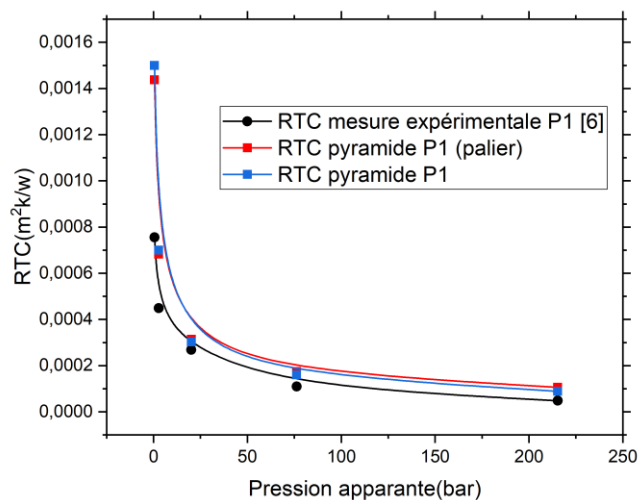


Figure 57: Comparaison des valeurs de la  $RTC$  expérimentale avec les valeurs de la  $RTC$  obtenues par l'approche mixte, pyramide  $P1$

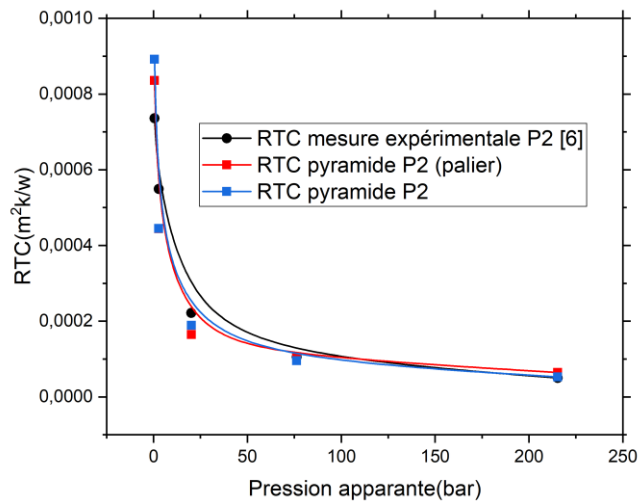


Figure 58 : Comparaison des valeurs de la *RTC* EXP avec les valeurs de la *RTC* obtenues par l'approche mixte, pyramide *P2*

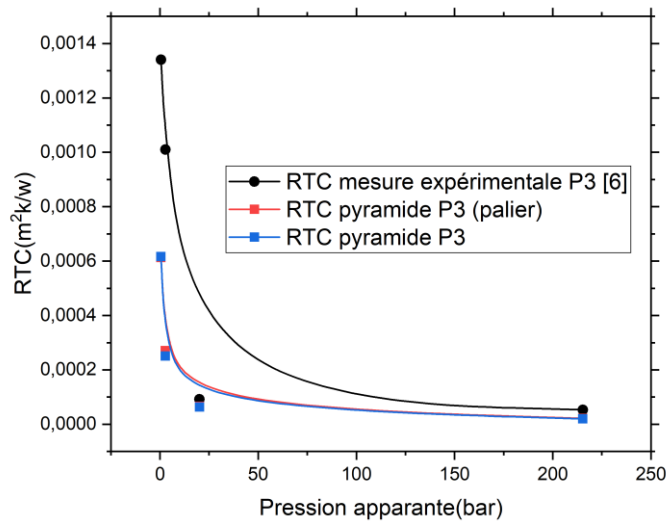


Figure 59: Comparaison des valeurs de la *RTC* EXP avec les valeurs de la *RTC* obtenues par l'approche mixte, pyramide *P3*.

La comparaison des courbes de la *RTC* calculée permet de relever les points suivants :

- les courbes, expérimentale et celles obtenues par l'approche mixte, présentent la même allure.
- Les valeurs estimées de la *RTC* sont du même ordre de grandeur que la *RTC* mesurée expérimentalement.

- La superposition des courbes de la RTC calculées en fonction de  $P_c$  et celles calculées en fonction de  $P_c$  moyenne (palier) présente un écart très faible. Cet écart est de l'ordre de 4% pour les faibles charges et de l'ordre de 1,5% pour les fortes charges.

### **Conclusion**

Dans l'objectif d'estimer la résistance thermique de contact solide-solide, nous avons développé une approche mixte (numérique/semi-empirique) qui consiste à employer des modèles semi-empiriques utilisant comme variables d'entrée des grandeurs déterminées par des simulations numériques par éléments finis.

Nous avons présenté une étude portant sur l'évolution de la *RTC* et les paramètres majeurs caractérisant le contact solide-solide. La *RTC* évolue essentiellement en fonction du taux réel de contact en prenant comme hypothèse que la densité de points de contact est constante.

Dans un premier temps, l'hypothèse d'Abbott et Firstone a été vérifiée. Il a été démontré que la pression réelle de contact tend vers la dureté du matériau le plus ductile.

Dans un second temps, l'estimation de la *RTC* par l'approche mixte développée a été menée. Les résultats ainsi obtenus sont proches des résultats de l'expérimentation ce qui renforce et valide notre approche.

## Conclusion générale

Nous avons présenté une étude portant sur l'évolution de la *RTC* et les paramètres majeurs caractérisant le contact solide-solide. Nous considérons que la *RTC* évolue essentiellement en fonction du taux réel de contact en prenant comme hypothèse que la densité de points de contact est constante.

Le but de notre travail est d'estimer la résistance thermique de contact *RTC* qui évolue essentiellement en fonction du taux réel de contact. Pour atteindre ce but, nous avons développé une approche mixte (numérique/semi-empirique) qui consiste à employer des modèles semi-empiriques utilisant comme variables d'entrée des grandeurs déterminées par des simulations numériques par éléments finis. Nous avons utilisé principalement le modèle de Bowden et Tabor qui détermine le taux réel de contact en utilisant les valeurs de la pression réelle de contact considérée égale la micro-dureté.

Dans un premier temps on s'est intéressé à la validation de l'hypothèse de Abbott et Firestone. Cette hypothèse stipule que la pression réelle au niveau du contact est considérée égale à la dureté du matériau le plus ductile.

Une fois que l'hypothèse d'Abbot et Firestone est vérifiée, on a procédé à la simulation du contact ayant la même géométrie que le contact de l'essai Vickers mais l'indenteur est considéré comme étant ductile et la surface plane est considérée comme étant dure. Ceci a permis de vérifier si la pression de contact est indépendante du fait que l'indenteur soit le corps le plus dur ou le plus ductile. Nous avons pu, par la suite, de développer les modèles numériques des contacts considérés pour notre étude.

Ainsi nous avons pu procéder à l'estimation de la *RTC* par l'approche mixte développée a été menée. Les résultats ainsi obtenus sont proches des résultats de l'expérimentation ce qui renforce et valide notre approche.

## Références

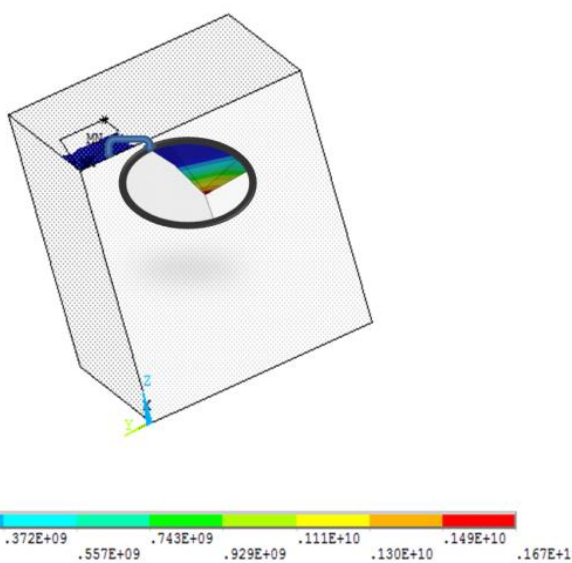
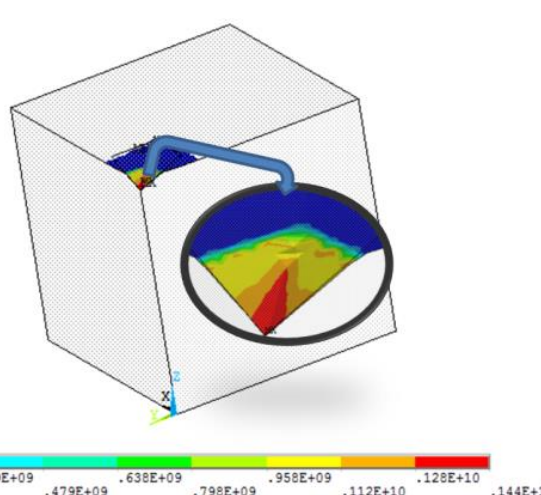
- [1] J. Bardon, « Contribution à l'étude des résistances thermiques de contact », Thèse de doctorat es-sciences, Université de Poitiers, 1965.
- [2] J. Bardon, B. Cassagne, B. Fourcher, et C. Saint-Blanquet, « Bilan des principales recherches sur les résistances thermiques de contact », *rapport DETB*, 1971.
- [3] M. Cooper, B. Mikic, et M. Yovanovich, « Thermal contact conductance », *International Journal of heat and mass transfer*, p. 279-300, 1969.
- [4] J. Bardon, « Introduction à l'étude des résistances thermiques de contact », *Revue générale de Thermique*, p. 429-447, 1972.
- [5] E. Abbott, « Specifying surface quality », *Mech Eng*, vol. 55, p. 569-572, 1933.
- [6] B. Bensaad, « Étude expérimentale de l'évolution et de l'établissement de l'état de surface d'un matériau métallique en contact avec un plan de saphir : application à la modélisation des résistances thermiques de contact », Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2008.
- [7] J. P. Bardon, « Heat transfer at solid-solid interface: basic phenomenon, recent works », in *Proceedings Eurotherms, volume, n° 4*, p. 40-74, 1988.
- [8] A. Benfoughal et A. Bouchoucha, « Analyse tribologique et thermique d'un matériau composite carbone-carbone dans un contact électrique », Université MENTOURI Constantine, 2010.
- [9] J. A. Greenwood et J. P. Williamson, « Contact of nominally flat surfaces », *Proceedings of the royal society of London. Series A. Mathematical and physical sciences*, p. 300-319, 1966.
- [10] D. J. Whitehouse et J. Archard, « The properties of random surfaces of significance in their contact », *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, p. 97-121, 1970.
- [11] P. R. Nayak, « Random process model of rough surfaces », 1971.
- [12] M. S. Longuet-Higgins, « Statistical properties of an isotropic random surface », *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, p. 157-174, 1957.
- [13] J. I. McCool, « Comparison of models for the contact of rough surfaces », *Wear*, p. 37-60, 1986.
- [14] T. McWaid et E. Marschall, « Application of the modified Greenwood and Williamson contact model for the prediction of thermal contact resistance », *Wear*, p. 263-277, 1992.
- [15] K. L. Johnson, « Contact mechanics cambridge univ », *Press, Cambridge*, p. 365, 1985.
- [16] P. R. Nayak, « Some aspects of surface roughness measurement », *Wear*, p. 165-174, 1973.
- [17] A. Bush, R. Gibson, et T. Thomas, « The elastic contact of a rough surface », *Wear*, p. 87-111, 1975.
- [18] R. Onions et J. Archard, « The contact of surfaces having a random structure », *Journal of Physics D: Applied Physics*, p. 289, 1973.
- [19] A. Ishlinski, « Axisymmetric Problem of the Theory of Plasticity and the Brinell Test », *Prikl. Math. Mekh*, p. 201, 1944.
- [20] E. Meyer, « Ziets d », *Vereines Deustscher Ingenieure*, p. 645, 1908.
- [21] F. Bowden, « Tabor D.: The friction and lubrication of solids—Part II », 1964.
- [22] D. Tabor, « The Hardness of Materials. 1951 ».
- [23] M. Sridhar et M. Yovanovich, « Review of elastic and plastic contact conductance models-Comparison with experiment », *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, p. 633-640, 1994.
- [24] B. Mikić, « Thermal contact conductance; theoretical considerations », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, p. 205-214, 1974.
- [25] T. Hisakado et T. Tsukizoe, « Effects of distribution of surface slopes and flow pressures of contact asperities on contact between solid surfaces », *Wear*, p. 213-227, 1974.
- [26] J. Pullen et J. Williamson, « On the plastic contact of rough surfaces », *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, p. 159-173, 1972.

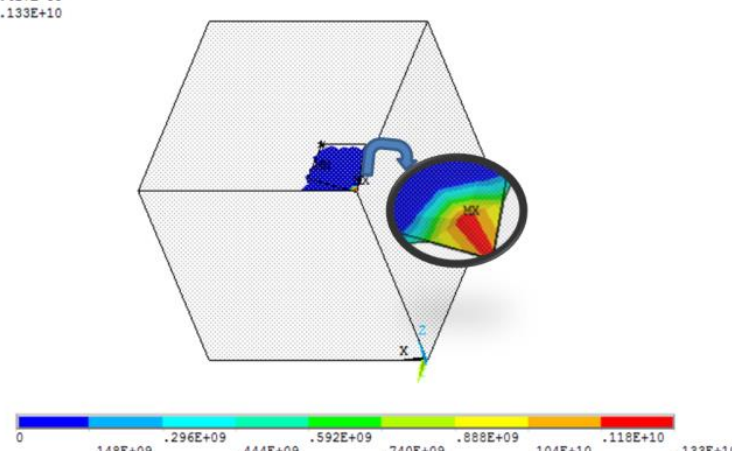
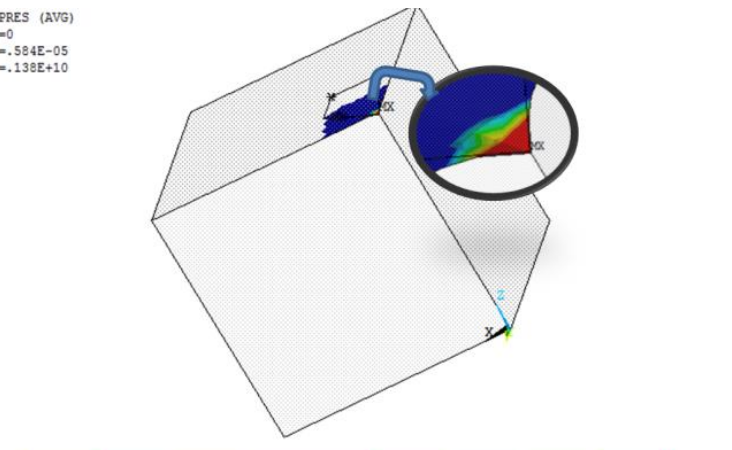
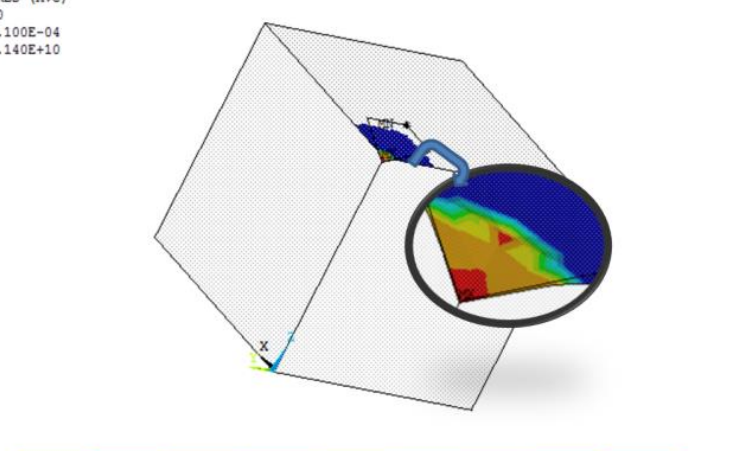
- [27] M. Yovanovich, A. Hegazy, et V. Antonetti, « Experimental verification of contact conductance models based upon distributed surface micro-hardness », présenté à 21st Aerospace Sciences Meeting, 1983, p. 532.
- [28] M. YOVANOVICH, A. Hegazy, et J. DeVaal, « Surface hardness distribution effects upon contact, gap and joint conductances », présenté à 3rd Joint Thermophysics, Fluids, Plasma and Heat Transfer Conference, 1982, p. 887.
- [29] S. Song et M. Yovanovich, « Relative contact pressure-Dependence on surface roughness and Vickers microhardness », *Journal of thermophysics and heat transfer*, p. 43-47, 1988.
- [30] F. H. Milanez, M. M. Yovanovich, et M. B. Mantelli, « Thermal contact conductance at low contact pressures », *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, p. 37-44, 2004.
- [31] W. Chang, I. Etsion, et D. B. Bogy, « An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces », 1987.
- [32] H. Zahouani et F. Sidoroff, « Rough surfaces and elasto-plastic contacts », *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IV-Physics*, p. 709-715, 2001.
- [33] R. L. Jackson et I. Green, « A statistical model of elasto-plastic asperity contact between rough surfaces », *Tribology International*, p. 906-914, 2006.
- [34] R. L. Jackson et I. Green, « A finite element study of elasto-plastic hemispherical contact against a rigid flat », *J. Trib.*, p. 343-354, 2005.
- [35] J. Bardon, « Heat transfer at solid-solid interface: basic phenomenon, recent works », in *Proceedings Eurotherms, volume*, p. 40-74, 1988.
- [36] K. Negus, M. Yovanovich, et J. Beck, « On the nondimensionalization of constriction resistance for semi-infinite heat flux tubes », *Journal of Heat Transfer (Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers), Series C);(United States)*, 1989.
- [37] N. Aderghal, « Répartition des flux de chaleur générés par frottement mécanique et modélisation des températures à l'interface des contacts dynamiques Cuivre-Acier et Cuivre-Graphite », 2012.
- [38] J. Bardon, « Bases physiques des conditions de contact thermique imparfait entre milieux en glissement relatif », *Revue générale de thermique*, 1994.
- [39] S. C. Somé, « Comportement thermomécanique des enrobés tièdes et de l'interface bitume-granulat », 2012.
- [40] É. Guillot, « Étude expérimentale des transferts de chaleur à une interface pièce-outil de coupe », Nantes, 2009.
- [41] J. P. Bardon, « Introduction à l'étude des résistances thermiques de contact », *Revue générale de Thermique*, vol. 125, p. 429-447, 1972.
- [42] S.-E. AZZOUZ, « Etude théorique et méthodologie expérimentale du contact thermique intermittent: Influence de la fréquence et du coefficient de partage de la période sur le transfert thermique a l'interface. », 2008.
- [43] H. Wong, « A survey of the thermal conductance of metallic contacts », 1968.
- [44] F. Boeschoten et E. Van der Held, « The thermal conductance of contacts between aluminium and other metals », *Physica*, Elsevier, p. 37-44, 1957.
- [45] H. Fenech et W. M. Rohsenow, *Thermal conductance of metallic surfaces in contact*, vol. 2136. Heat Transfer Laboratory, Massachusetts Institute Of Technology, 1959.
- [46] H. Cordier, « Étude expérimentale des résistances thermiques de contact », présenté à Annales de Physique, 1961, p. 5-20.
- [47] R. Maimi, « Contribution a l'etude de l'influence de la pression sur les resistance du contact », 1962.
- [48] T. Cetinkale et M. Fischenden, « International Conference of Heat Transfer », 1951.
- [49] N. Weills, « Thermal resistance measurements of joints formed between stationary metal surfaces », *Trans, ASME*, p. 259, 1949.
- [50] G. Roiron, « Contribution à l'étude expérimentale et théorique des résistances thermiques de contact... », 1964.

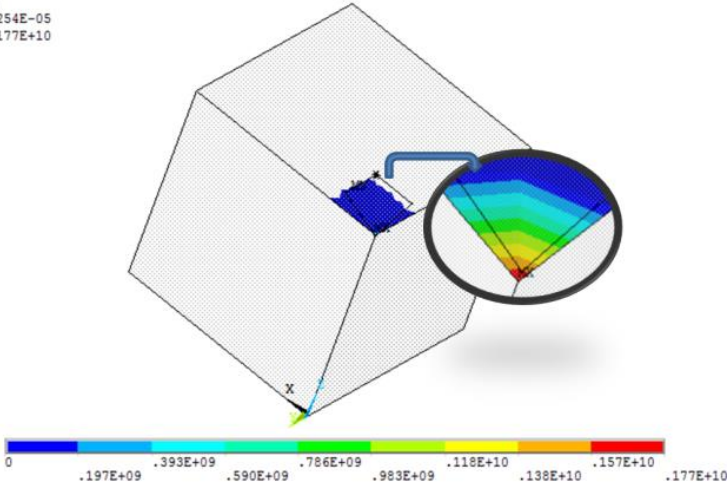
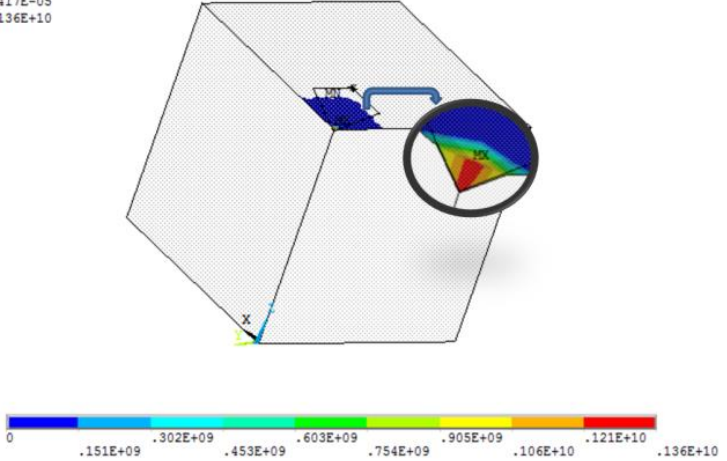
- 
- [51] J. P. Bardon, *Contribution à l'étude du transfert de chaleur au contact de deux matériaux*. École nationale supérieure de mécanique & d'aérotechnique, 1965.
  - [52] S. M. Wahid et C. Madhusudana, « Thermal contact conductance: effect of overloading and load cycling », *International Journal of heat and mass transfer*, Elsevier, p. 4139-4143, 2003.
  - [53] H. Wong, « A Survey of the Thermal Conductance of Metallic Contacts », 1968.
  - [54] R. Jacobs et C. Starr, « Thermal conductance of metallic contacts », *Review of Scientific Instruments*, p. 140-141, 1939.
  - [55] M. Laurent, « Contribution à l'étude des échanges de chaleur au contact de deux matériaux », 1969.
  - [56] R. Berman et C. Mate, « Thermal contact at low temperatures », *Nature*, p. 1661-1663, 1958.
  - [57] E. H. Kennard, « Kinetic theory of gases, with an introduction to statistical mechanics », 1938.
  - [58] R. HOLM, « Electric Contacts, Almquist et Wiksells, Uppsala.[6] HOLM R », *J. Appl. Phys*, p. 715, 1949.
  - [59] P. Sanderson, « Heat transfer from the uranium fuel to the magnox can in a gas-cooled reactor », présenté à 1961 International Heat Transfer Conference, 1961.
  - [60] P. Halliday, R. Parker, R. Piggott, A. Smith, et D. Steer, « Estimation of the thermal contact resistance between potato granules and steel », *Journal of food engineering*, p. 261-270, 1996.
  - [61] K. Parmenter et E. Marschall, « Influence of surface preparation on thermal contact conductance of stainless steel and aluminum », *EXPERIMENTAL HEAT TRANSFER An International Journal*, Taylor & Francis, p. 195-208, 1995.
  - [62] M. Sridhar et M. Yovanovich, « Thermal contact conductance of tool steel and comparison with model », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, p. 831-839, 1996.
  - [63] M. Sridhar et M. Yovanovich, « Review of elastic and plastic contact conductance models- Comparison with experiment », *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, p. 633-640, 1994.
  - [64] M. Yovanovich, J. DeVaal, et A. Hegazy, « A statistical model to predict thermal gap conductance between conforming rough surfaces », présenté à 3rd Joint Thermophysics, Fluids, Plasma and Heat Transfer Conference, 1982, p. 888.
  - [65] V. Antonetti, T. Whittle, et R. Simons, « An approximate thermal contact conductance correlation », 1993.
  - [66] M. Sridhar et M. Yovanovich, « Thermal contact conductance of tool steel and comparison with model », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, p. 831-839, 1996.
  - [67] J. P. Bardon, *Contribution à l'étude du transfert de chaleur au contact de deux matériaux*. École nationale supérieure de mécanique & d'aérotechnique, 1965.

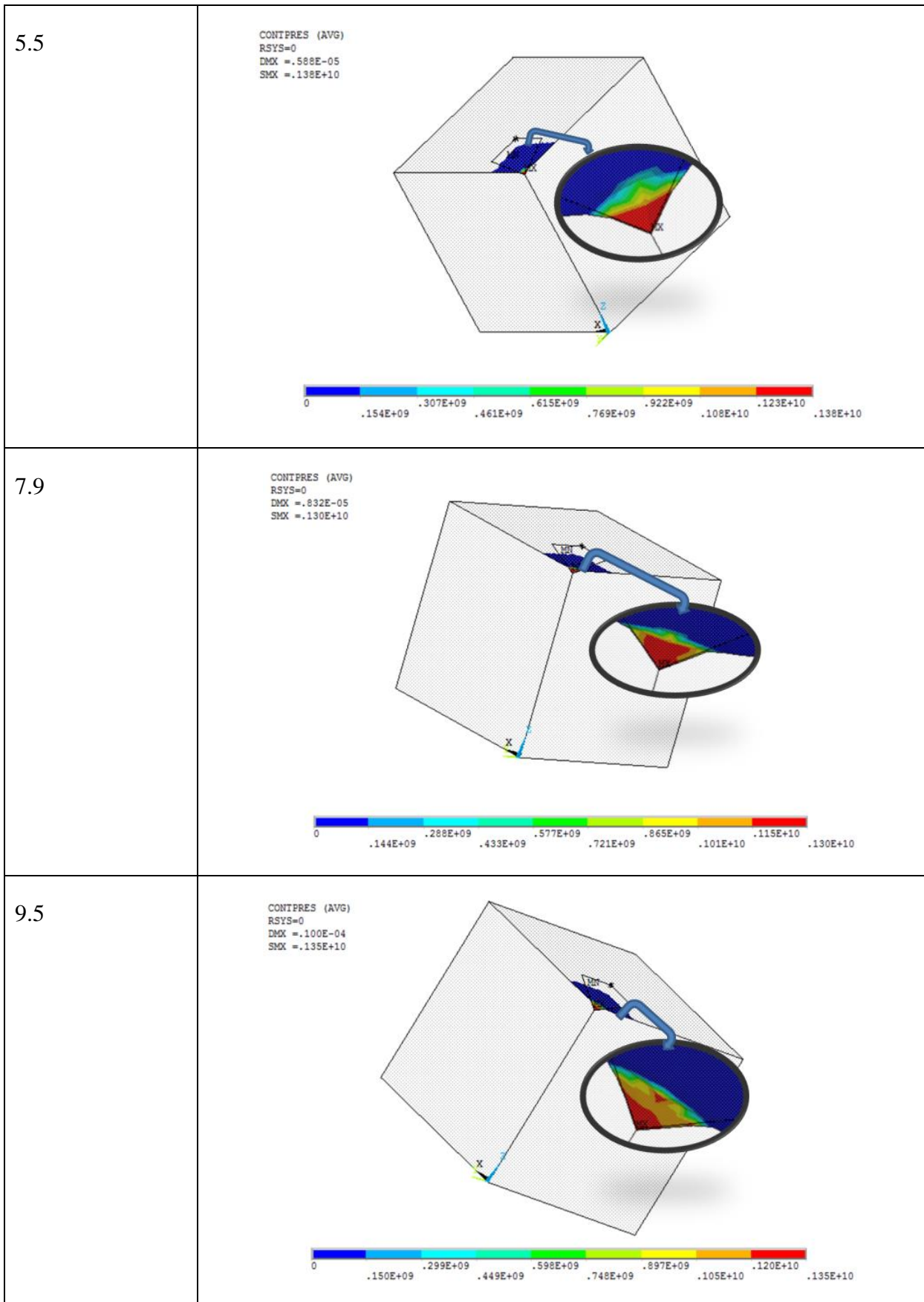
## Annexe I

1. Répartition de la pression réelle de contact  $P_c$  pour le 1<sup>er</sup> modèle

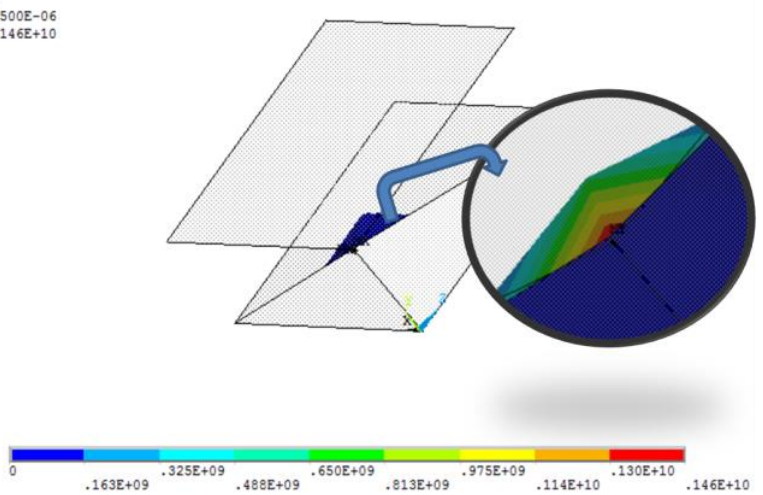
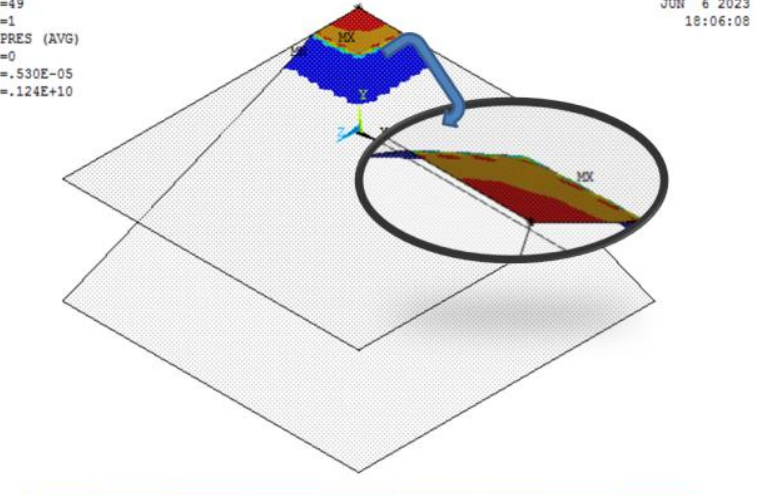
Comportement bilinéaire	
La charge $e(\mu\text{m})$	Répartition $P_c$
2.5	<p>CONTPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.169E-05 SMX =.167E+10</p>  <p>0 .186E+09 .372E+09 .557E+09 .743E+09 .929E+09 .111E+10 .130E+10 .149E+10 .167E+10</p>
3.8	<p>CONTPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.180E-04 SMX =.144E+10</p>  <p>0 .160E+09 .319E+09 .479E+09 .638E+09 .798E+09 .958E+09 .112E+10 .128E+10 .144E+10</p>

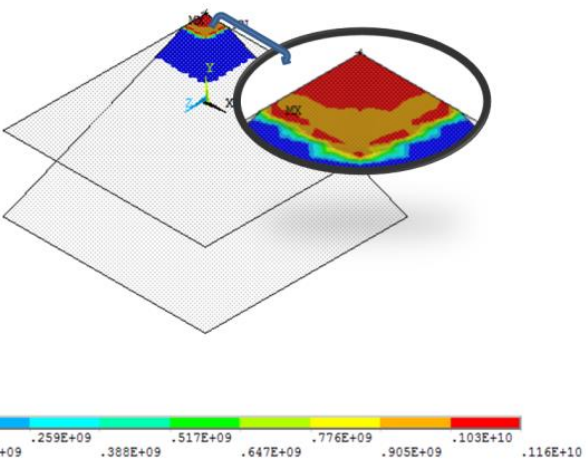
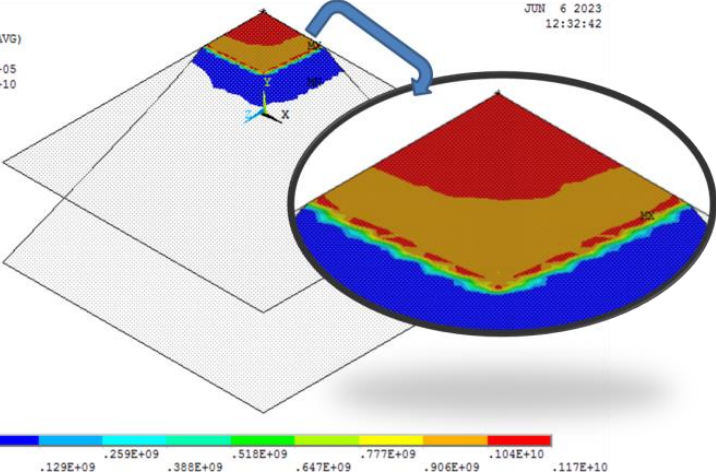
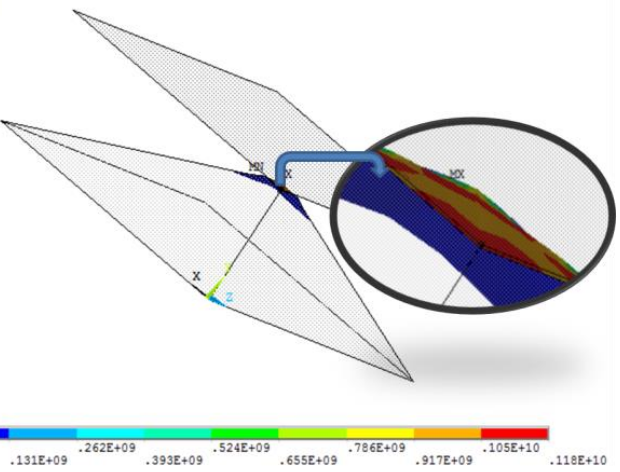
<p>5.5</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.417E-05 SMX =.133E+10</p>  <p>0 .148E+09 .296E+09 .444E+09 .592E+09 .740E+09 .888E+09 .104E+10 .118E+10 .133E+10</p>
<p>7.9</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.584E-05 SMX =.138E+10</p>  <p>0 .153E+09 .306E+09 .459E+09 .612E+09 .764E+09 .917E+09 .107E+10 .122E+10 .138E+10</p>
<p>9.5</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.100E-04 SMX =.140E+10</p>  <p>0 .156E+09 .311E+09 .467E+09 .623E+09 .778E+09 .934E+09 .109E+10 .125E+10 .140E+10</p>

Comportement multilinéaire	
La charge $e(\mu\text{m})$	Répartition $P_c$
2.5	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX = .254E-05 SMX = .177E+10</p>  <p>A 3D perspective view of a cube with a color-coded stress distribution on its top surface. A circular magnified view shows a detailed view of the stress concentration at the center of the top surface. A color scale bar at the bottom ranges from 0 (blue) to 1.77E+10 (red), with intermediate values: .197E+09, .393E+09, .590E+09, .786E+09, .983E+09, .118E+10, .138E+10, and .157E+10.</p>
3.8	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX = .417E-05 SMX = .136E+10</p>  <p>A 3D perspective view of a cube with a color-coded stress distribution on its top surface. A circular magnified view shows a detailed view of the stress concentration at the center of the top surface. A color scale bar at the bottom ranges from 0 (blue) to 1.36E+10 (red), with intermediate values: .151E+09, .302E+09, .453E+09, .603E+09, .754E+09, .905E+09, .106E+10, and .121E+10.</p>

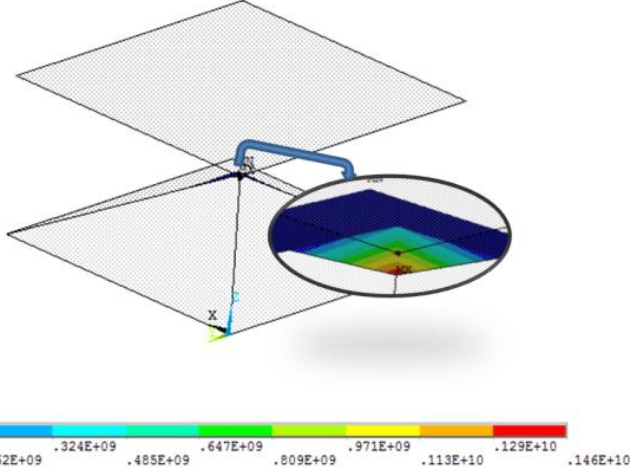
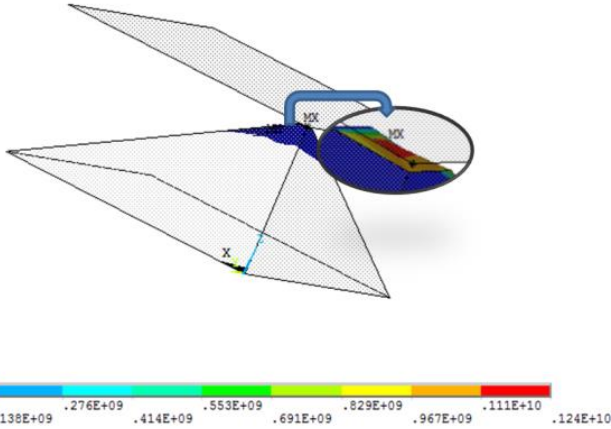
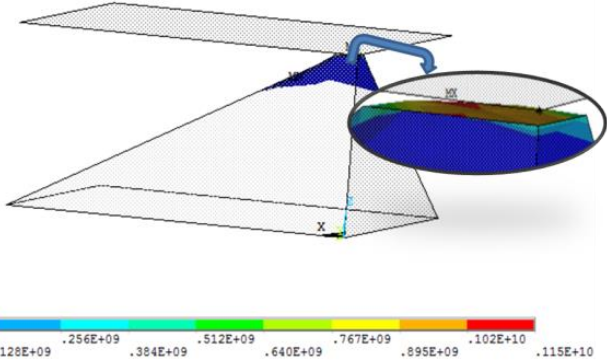


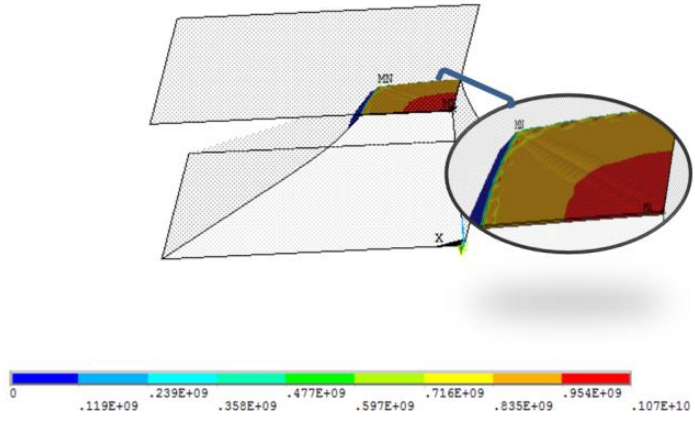
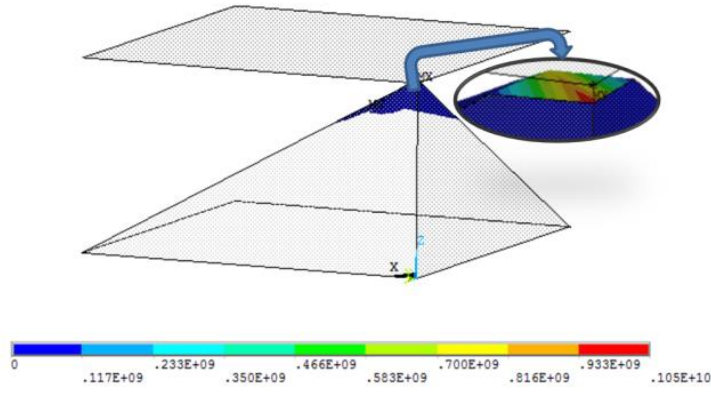
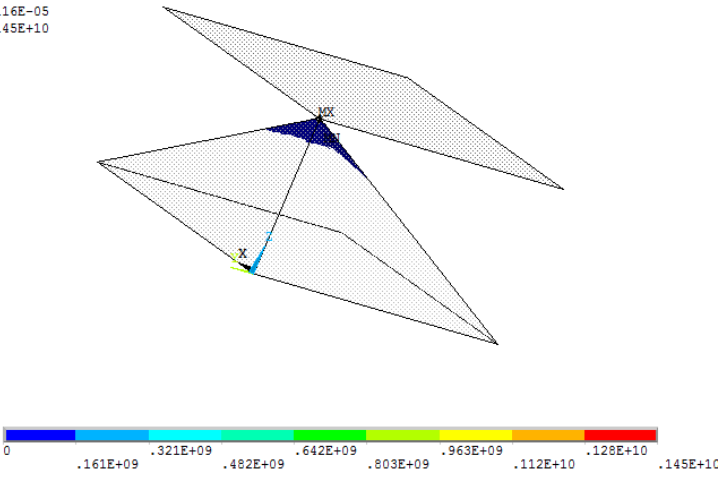
2. Répartition de la pression réelle de contact  $P_c$  pour le 2<sup>ème</sup> modèle

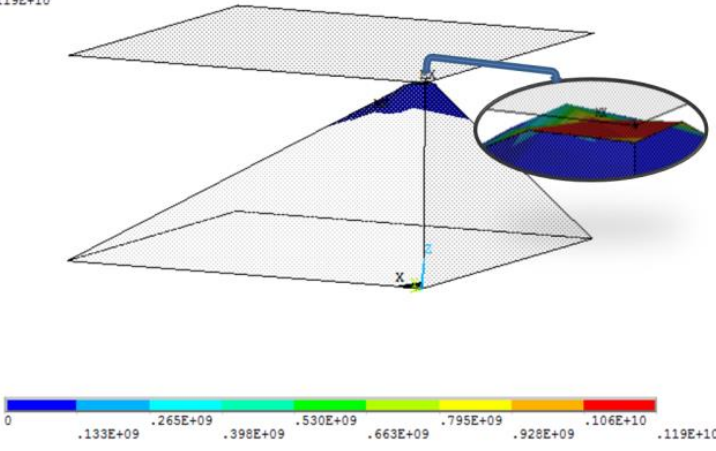
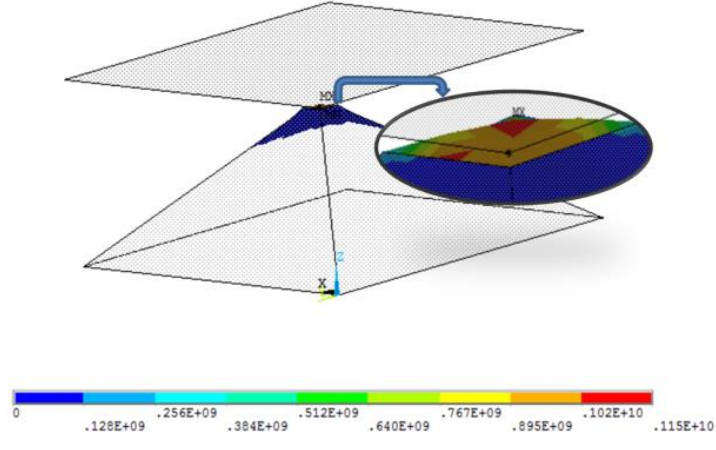
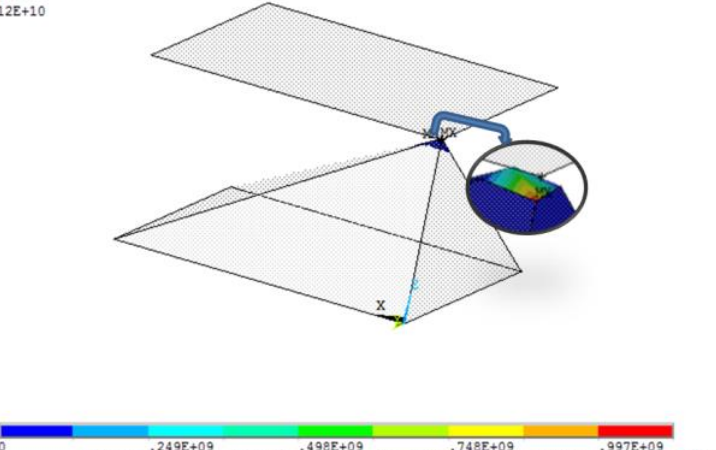
La charge $e(\mu\text{m})$	Répartition $P_c$
2.5	<p>CONTPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.500E-06 SMX =.146E+10</p>  <p>0 .163E+09 .325E+09 .488E+09 .650E+09 .813E+09 .975E+09 .114E+10 .130E+10 .146E+10</p>
3.8	<p>SUB =49 TIME=1 CONTPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.530E-05 SMX =.124E+10</p> <p>JUN 6 2023 18:06:08</p>  <p>0 .138E+09 .276E+09 .414E+09 .552E+09 .690E+09 .828E+09 .966E+09 .110E+10 .124E+10</p>

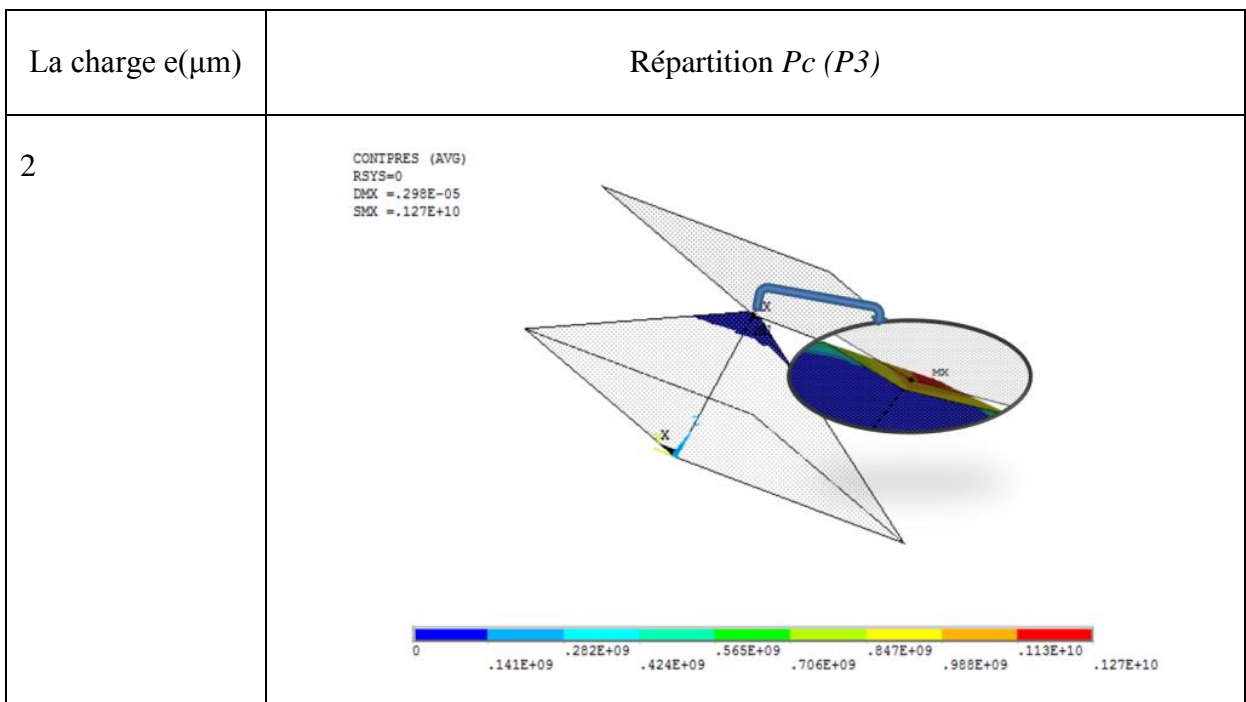
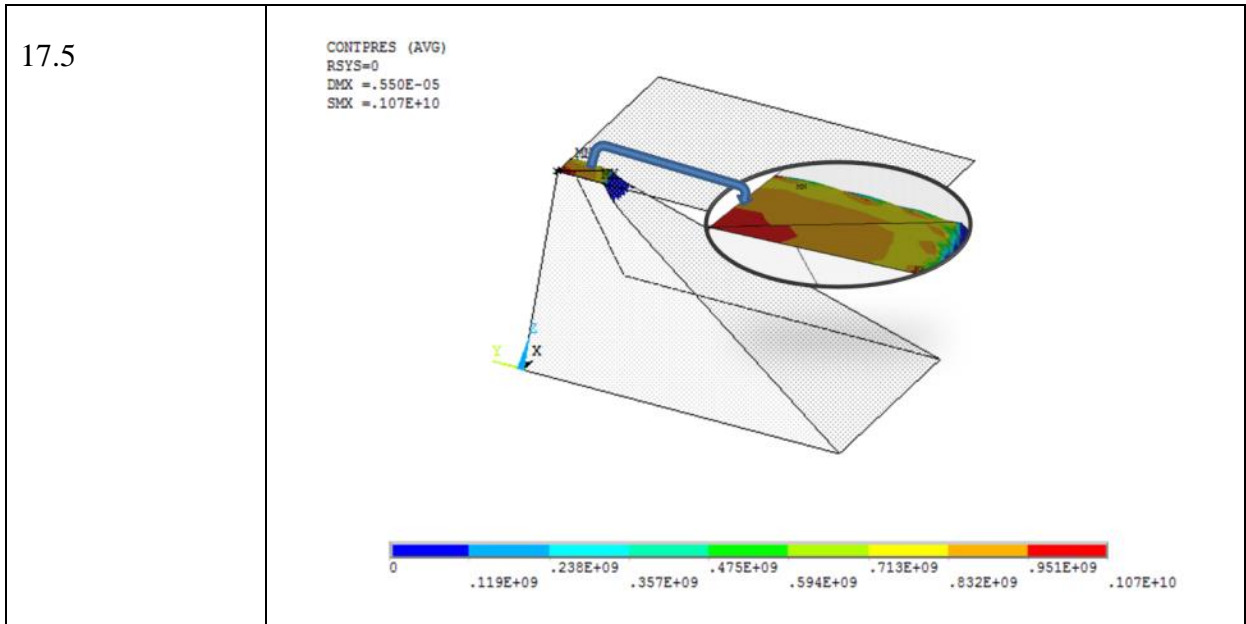
<p>5.5</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX = .400E-05 SMX = .116E+10</p> 
<p>7.9</p>	<p>SUB =54 TIME=1 CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX = .771E-05 SMX = .117E+10</p> <p>JUN 6 2023 12:32:42</p> 
<p>10.9</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX = .262E-05 SMX = .118E+10</p> 

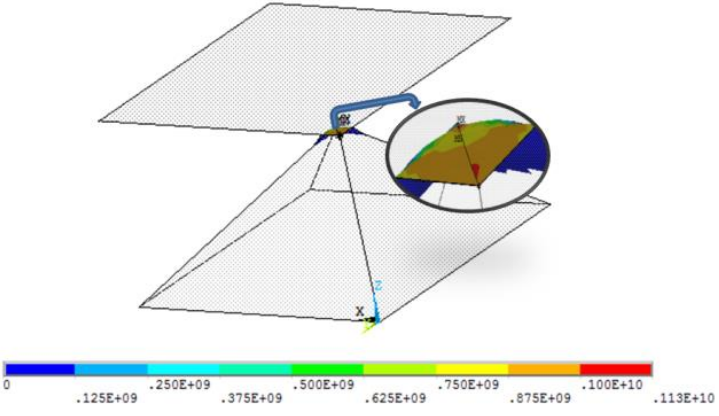
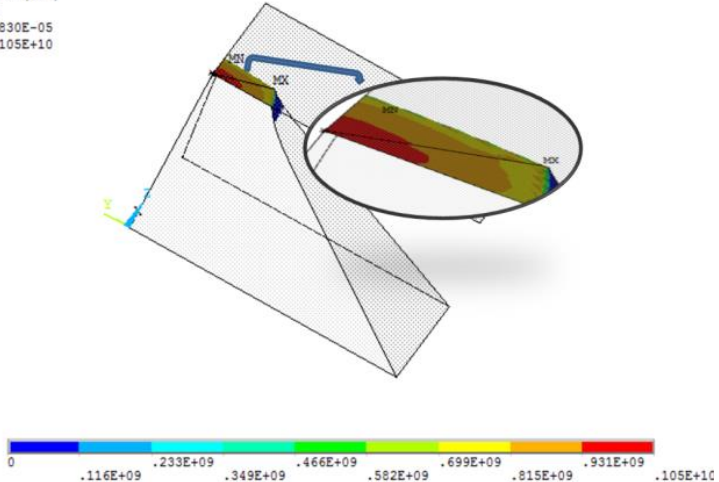
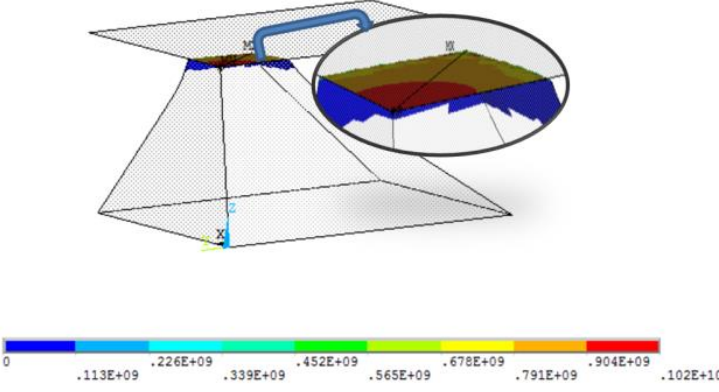
### 3. Répartition de la pression réelle de contact $P_c$ pour le 3<sup>ème</sup> modèle

La charge $e(\mu\text{m})$	Répartition $P_c$ ( $PI$ )
2.5	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX = .207E-05 SMX = .146E+10</p> 
3.8	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX = .309E-05 SMX = .124E+10</p> 
5.5	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX = .490E-05 SMX = .115E+10</p> 

<p>7.9</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.179E-04 SMX =.107E+10</p> 
<p>17.5</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.236E-05 SMX =.105E+10</p> 
<p>La charge e(<math>\mu\text{m}</math>)</p>	<p>Répartition <math>P_c</math> (<math>P_2</math>)</p>
<p>2.5</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.116E-05 SMX =.145E+10</p> 

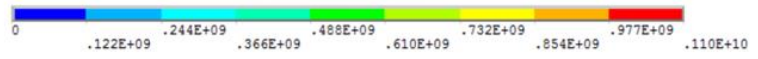
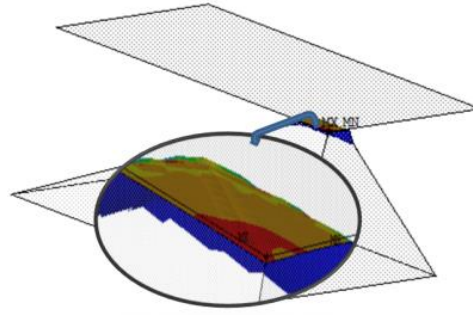
<p>3.8</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.362E-05 SMX =.119E+10</p> 
<p>5.5</p>	<p>CONTIPRES (AVG) <span style="float: right;">16:08:28</span> RSYS=0 DMX =.490E-05 SMX =.115E+10</p> 
<p>7.9</p>	<p>CONTIPRES (AVG) RSYS=0 DMX =.126E-05 SMX =.112E+10</p> 



<p>3</p>	<p>CONTPRES (AVG)  RSYS=0  DMX =.300E-05  SMX =.113E+10</p> 
<p>5.5</p>	<p>CONTPRES (AVG)  RSYS=0  DMX =.830E-05  SMX =.105E+10</p> 
<p>9.1</p>	<p>CONTPRES (AVG)  RSYS=0  DMX =.910E-05  SMX =.102E+10</p> 

17.5

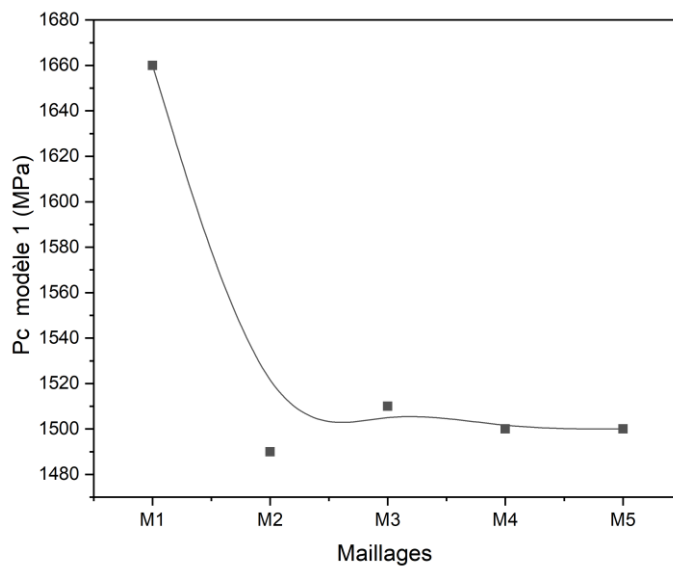
CONTIPRES (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.829E-05  
SMX =.110E+10



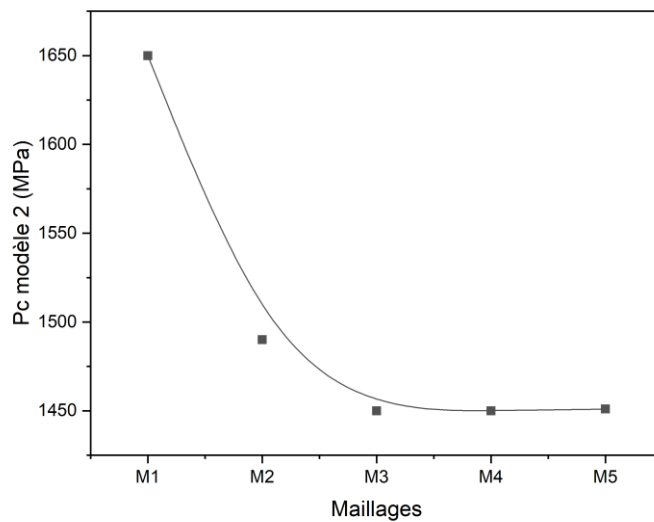
## Annexe II

### L'étude de sensibilité de maillage

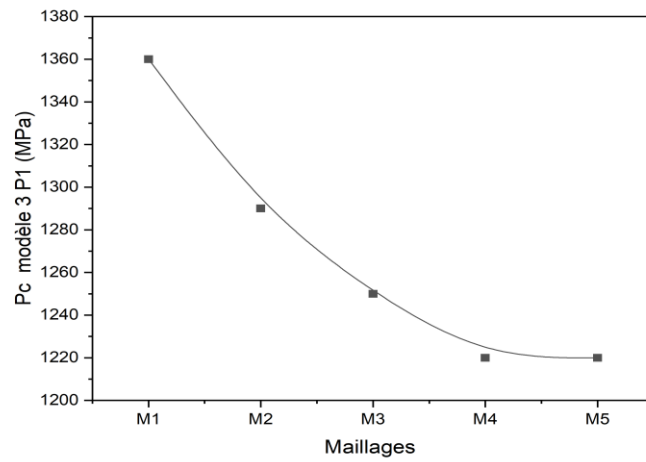
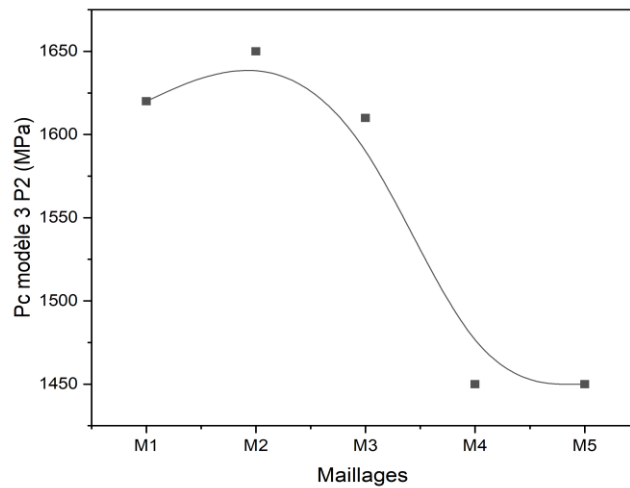
#### ➤ Premier modèle : essai de dureté Vickers



#### ➤ Deuxième modèle: cas inverse de l'essai de dureté Vickers



#### ➤ Troisième modèle :

**Pyramide P1****Pyramide P2****Pyramide P3**