

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de L'enseignement Supérieur et de La Recherche Scientifique

جامعة عين تموشنت - بلحاج بوشعيب



Université Ain Témouchent– Belhadj Bouchaib

Faculté des sciences et de Technologie

Département de Génie mécanique

Filière : Génie mécanique



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour L'obtention Du Diplôme De **Master En Génie Mécanique**

Spécialité : Construction mécanique

Thème :

Application de la méthode d'homogénéisation numérique pour la prédiction du comportement élastique d'un empilement de couches minces

Elaboré par :

- ❖ OUAGUEF Ghizlane
- ❖ BENMEDJAHED Khadidja

Sous la direction de :

- ❖ Pr Soufyane BELHENINI

Devant le jury composé de :

- **Président : Pr Bourassia BENSAAD**
- **Examineur : Pr Nouredine DJEBBAR**

Année Universitaire :2025/2026

Remerciements

« الْحَمْدُ لِلَّهِ الَّذِي بِنِعْمَتِهِ تَتِمُّ الصَّالِحَاتُ، وَبِفَضْلِهِ تَنْزَلُ الْخَيْرَاتُ وَالْبَرَكَاتُ، الْحَمْدُ لِلَّهِ الَّذِي أَنَارَ بِالْعِلْمِ بَصَائِرَنَا، وَمَنَّ عَلَيْنَا بِالْعَزِيمَةِ وَالصَّبْرِ لِإِتِمَامِ هَذَا الْعَمَلِ الْمُتَوَاضِعِ. نَحْمَدُهُ سُبْحَانَهُ حَمْدَ الشَّاكِرِينَ الدَّاكِرِينَ، وَنُسْتَعِينُهُ اسْتِعَانَةَ الْعَابِدِينَ «الْمُتَوَكِّلِينَ»، وَنُصَلِّي وَنُسَلِّمُ عَلَى الْمَبْعُوثِ رَحْمَةً لِّلْعَالَمِينَ، سَيِّدِنَا مُحَمَّدٍ وَعَلَى آلِهِ وَصَحْبِهِ أَجْمَعِينَ

وبعد، امتثالاً لقول النبي ﷺ: "مَنْ لَمْ يَشْكُرِ النَّاسَ لَمْ يَشْكُرِ اللَّهَ"، وفاءً بالاعتراف بالفضل لأهله، نتقدم بأسمى عبارات الشكر وأعرق مشاعر الامتنان إلى

Nous tenons à exprimer notre gratitude la plus profonde et nos remerciements les plus chaleureux à notre éminent encadrant, le Professeur BELHENINI Soufyane. Les mots s'avèrent bien impuissants pour traduire notre reconnaissance face à l'immensité de son dévouement. Sa rigueur scientifique, sa disponibilité sans faille et sa bienveillance constante ont été le phare qui a éclairé notre chemin tout au long de cette recherche. Qu'il trouve ici l'expression de notre très haute considération pour la confiance qu'il nous a accordée et pour le savoir inestimable qu'il nous a transmis.

Nos vifs remerciements s'adressent également aux honorables membres du jury, Pr BENSAD Bourassia et Pr DJEBBAR Noureddine qui ont accepté d'évaluer ce travail et de l'enrichir par leurs précieuses remarques. Nous saluons aussi l'ensemble des enseignants du département de Génie Mécanique pour la noblesse de leur mission et la qualité de l'enseignement qu'ils nous ont dispensé.

وفي هذه اللحظة المميزة من مسيرتنا، تفيض القلوب بالامتنان لمن كانوا لنا سنداً ودعامة لا تميل، ونخص بشكر عائلاتنا الكريمة:

من قبل الطالبة خديجة :

إلى جنتي في الأرض، والدتي الغالية: يا من جعل الله الجنة تحت قدميك، ونبع الحنان الذي روى مسيرتي؛ إلى من حفنتي بدعواتها في جوف الليل، وضممتي برعايتها في ساعات التعب وكانت دافعي الدائم للنجاح؛ أرفع أكف الضراعة إلى المولى عز وجل أن يجزيك عني خير ما جزى والدته عن ولدها، وأن يشملك بعفوه ورضوانه، ويديمك تاجاً من الصحة والعافية، ويجمعني بك في الفردوس الأعلى من الجنة إلى أخواتي العزيزات، شقائق روحي وسندي: يا من جعلكم الله لي أنساً وعوناً في هذه الدنيا؛ شكراً لكنّ على نصحتك الصادق، وكلماتك التي كانت بلسماً لقلبي في لحظات المشقة؛ أسأل الله العلي القدير أن يحفظك بحفظه المتين، وأن يبارك في أعماركن وبيوتكن، وأن يديم بيننا حب المودة والرحمة ويسعدكن في الدارين إلى روح أبي الغالي "رحمه الله وغفر له": يا من غبت عن عيني وما غاب ذكرك عن قلبي ودعائي؛ إلى من تمنيت لو كان يرقب جني ثمار غرسه ويقاسمني بهجة هذا المقام؛ اللهم إن أبي قد أحسن إليّ منذ ولادتي حتى وفاته، فاللهم أكرم نزله، ووسع مدخله، واجعل قبره روضة من رياض الجنة تنزل عليه فيه شأبيب رحمتك ورضوانك. اللهم تقبل هذا العمل العلمي واجعله في ميزان حسناته، وصدقة جارية تنير مرقدته إلى يوم يبعثون

من قبل الطالبة غزلان :

أولا أتوجه بالشكر إلى نفسي، على ما بذلته من جهد ومثابرة طوال سنوات الدراسة، وعلى إصراري على مواصلة الطريق رغم الصعوبات والتحديات، فقد كان هذا الإنجاز ثمرة العمل المتواصل والإيمان بقدرتي على تحقيق أهدافي.

إلى والديّ العزيزين، اللذين كانا النور الذي أضاء طريقي، والسند الذي منحي القوة للاستمرار. شكراً لكما على حبكما، وصبركما، وتضحياتكما التي لا تُقدّر بثمن، وعلى دعواتكما التي رافقتني في كل خطوة. هذا الإنجاز هو ثمرة عطائكما وثقتكما بي، فحفظكم الله وأدامكما تاجاً فوق رأسي.

وإلى إخوتي ، أشكركم على تشجيعكم الدائم ومساندتكُم المعنوية، وعلى كل كلمة دعم منحتني الأمل والثقة لمواصلة هذا المشوار.

وأتوجه كذلك بجزيل الشكر إلى جميع أساتذتي في الجامعة، الذين ساهموا في تكويني العلمي والمعرفي، وغرسوا فينا حب العلم والبحث والاجتهاد.

وفي الختام، أتقدم بالشكر إلى كل من ساندني ورافقني خلال هذه الرحلة العلمية، سواء بكلمة طيبة أو نصيحة صادقة أو دعم معنوي.

Enfin, à tous ceux qui, de près ou de loin, par un mot d'encouragement, une prière sincère ou un geste de soutien, ont contribué à la réalisation de ce projet, nous vous disons :
Merci du fond du cœur.

المخلص

يتناول هذا العمل دراسة رقمية تهدف إلى تطبيق طريقة التجانس الرقمي للتنبؤ بالسلوك المرن لقصاصات الطبقات الرقيقة (المعدنية والعازلة) المستخدمة في الأنظمة الإلكترونية الدقيقة والكهروميكانيكية (MEMS)، وذلك كبديل فعال للنمذجة غير المتجانسة الكاملة التي تستهلك وقتاً وتكلفة حوسبية باهظة. اعتمدت المنهجية المتبعة على نمذجة حجم عنصر ممثل (VER) يتكون من 5 طبقات متعاقبة تجمع بين مواد موصلة (AlCu) أو البلاتين (Pt) وطبقة عازلة (USG)، مع إجراء دراسة لتغيير سمك الطبقات. تم تنفيذ المحاكاة بواسطة برنامج Abaqus و EasyPBC لتطبيق الشروط الحدودية الدورية، واستخراج الثوابت المرنة المكافئة عبر اختبارات الشد والقص الافتراضية. وللتحقق من صلاحية النموذج المتجانس، أجريت مقارنة كمية مع النموذج غير المتجانس المرجعي تحت تأثير حمل الانحناء ثلاثي ورباعي النقاط. أظهرت النتائج تطابقاً ممتازاً بين النموذجين على المستوى الماكروسكوبي (الكلي) من حيث التنبؤ بالانحناء والصلابة الإجمالية، كما بينت أن زيادة سمك الطبقات المعدنية ترفع من صلابة البنية لكنها تزيد من الإجهادات البينية. ورغم الكفاءة العالية لطريقة التجانس في تقليص زمن الحساب، إلا أن الدراسة كشفت عن حدودها المتمثلة في صقل وتنعيم الإجهادات مما يخفي التركيزات الموضعية الحادة عند الواجهات الفاصلة بين المواد. وتفتح هذه الدراسة أفقاً مستقبلياً لتطوير النموذج من خلال إدراج سلوك اللدونة للمعادن، ونمذجة التلف البيني (CZM)، واحتساب الإجهادات الحرارية المتبقية الناتجة عن التصنيع.

الكلمات المفتاحية: طريقة التجانس الرقمي، الطبقات الرقيقة، الأنظمة الإلكترونية الدقيقة والكهروميكانيكية، الثوابت المرنة المكافئة.

Abstract

This work presents a numerical study dedicated to the application of the numerical homogenization method to predict the elastic behavior of a thin-film stack (metallic and dielectric) used in microelectronic and micro-electro-mechanical systems (MEMS), providing an efficient alternative to full heterogeneous modeling which is computationally expensive and time-consuming. The methodology is based on modeling a 5-layer Representative Volume Element (RVE) alternating between conductive materials (AlCu or Platinum Pt) and a dielectric insulator (USG), while including a parametric study on layer thickness variations. Simulations were performed using Abaqus software coupled with the EasyPBC plugin to apply periodic boundary conditions and identify effective elastic constants via virtual tensile and shear tests. To validate the homogenized model, a quantitative comparison was conducted against the reference heterogeneous model under 3-point and 4-point bending loads. The results demonstrate an excellent macroscopic agreement between both models regarding global deflection and stiffness predictions, while showing that increasing the metallic layer thickness enhances structural rigidity but amplifies interfacial stresses. However, despite the drastic computational efficiency of the homogenization method, the study highlights its limitations related to the stress-smoothing effect, which masks local stress concentrations at the material interfaces. Finally, this research opens future perspectives regarding the incorporation of elastoplastic laws for metals, cohesive zone modeling (CZM) for interfacial damage, and the consideration of manufacturing-induced residual thermal stresses.

Keyword: Numerical homogenization, MEMS (micro-electro-mechanical systems), thin-film stack, periodic boundary conditions, effective elastic constants.

Résumé

Ce travail présente une étude numérique dédiée à l'application de la méthode d'homogénéisation numérique pour prédire le comportement élastique d'un empilement de couches minces (métalliques et diélectriques) utilisées dans les systèmes microélectroniques et micro-électromécaniques (MEMS), offrant ainsi une alternative efficace à la modélisation hétérogène complète qui s'avère prohibitive en temps et en coût de calcul. La méthodologie repose sur la modélisation d'un volume élémentaire représentatif (VER) à 5 couches alternant des matériaux conducteurs (AlCu ou Platine Pt) et un isolant diélectrique (USG), tout en intégrant une étude paramétrique sur la variation de l'épaisseur des couches. Les simulations ont été exécutées via le code Abaqus couplé au plugin EasyPBC pour imposer des conditions aux limites périodiques et identifier les constants élastiques équivalents à travers des tests virtuels de traction et de cisaillement. Afin de valider le modèle homogénéisé, une comparaison quantitative a été menée avec le modèle hétérogène de référence sous des sollicitations de flexion à 3 et 4 points. Les résultats révèlent une excellente concordance macroscopique entre les deux modèles concernant la prédiction des flèches et de la rigidité globale, tout en montrant que l'augmentation de l'épaisseur des couches métalliques accroît la rigidité structurale mais amplifie les contraintes interfaciales. Cependant, malgré l'efficacité computationnelle drastique de l'homogénéisation, l'étude souligne ses limites liées à l'effet de lissage qui occulte les concentrations locales de contraintes aux interfaces. Enfin, ce travail ouvre des perspectives quant à l'introduction des lois élastoplastiques pour les métaux, la modélisation de l'endommagement interfacial (CZM) et la prise en compte des contraintes thermiques résiduelles de fabrication.

Mots clés : couches minces, homogénéisation, abaqus, éléments finis, flexion.

SOMMAIRE

المخلص	4
Abstract	4
SOMMAIRE	6
Liste de figures.....	9
Liste de Tableaux	11
INTRODUCTION GÉNÉRALE	13
Chapitre 1 : Recherches bibliographiques et problématique	14
I. Introduction	14
II. Définition et concepts des couches minces	14
II.1. Définition des couches minces	14
II.2. Propriétés mécaniques.....	15
III.1. Définition d'un empilement typique	16
III.2. Analyse des contraintes et déformations globales	18
III.3. Limites des méthodes classiques pour un empilement complet	20
IV. Problématique	21
IV.1. Besoin de modélisation précise pour l'ensemble de l'empilement.....	22
IV.2. Coût computationnel élevé pour un modèle complet.....	22
IV.3. Proposition de solution : (homogénéisation numérique)	22
V. Synthèse bibliographique	25
V.1. Applications de l'homogénéisation aux empilements	25
V.2. Lacunes identifiées et justification de l'approche numérique	25
VI. Conclusion	26
Chapitre 2 : Méthodes d'homogénéisation	27
I. Introduction	27
II.1.1. Le modèle de Voigt (Isodéformation)	27
II.1.2. Le modèle de Reuss (Isocontrainte).....	28
II.1.3. Modèle de Stoney (Système Bicouche)	28
II.1.4. Extension aux systèmes à N couches (Modèles de Hsueh et Zhang.....	29
III. Homogénéisation expérimentale.....	30
III.1. Méthodes expérimentales pour déterminer les propriétés équivalentes	31

III.2.	Cas d'étude et résultats de la littérature	31
III.3.	Limites : coût, temps, imprécision pour systèmes complexes	31
	IV. Homogénéisation numérique	32
V.2.	Tableau récapitulatif : analytique, expérimentale, numérique.....	34
Chapitre 3 : Approche Numérique		36
I.	Introduction	36
II.	Objectifs de la modélisation.....	36
III.	Modélisation géométrique	38
III.1.	Description du modèle complet (empilement réel).....	38
III.2.	Description du modèle complet équivalent (empilement homogénéisé).....	38
IV.	Maillage.....	39
V.	Conditions aux limites appliquées	40
V.1.	Traction uniaxiale	40
V.2.	Cisaillement.....	42
VI.	Hypothèses de modélisation	43
VII.	Etude paramétrique, influence de l'épaisseur des couches et des matériaux	44
VIII.	Propriétés déterminées	44
IX.	Conclusion	46
Chapitre 4 : Résultats et Discussion.....		47
I.	Introduction	47
II.	Justification du choix du chargement en flexion.....	47
	□ Contexte pratique : sollicitation fréquente des empilements en flexion dans les composants électroniques	47
	□ Raisons du choix : simuler des contraintes réalistes et valider l'homogénéisation	48
	□ Objectif de l'étude en flexion : comportement élastique global, influence des matériaux et des épaisseurs.....	48
	□ Comparaison empilement complet vs homogénéisé.....	48
III.	Chargement en flexion 3 points : Résultats et analyse	49
III.1.	1 ^{er} Cas AlCu / USG.....	49
III.1.1	Comparaison qualitative	51
III.1.2	Comparaison quantitative	53
III.2.	2 ^{ème} Cas Platine / USG.....	55
III.2.1.	Comparaison qualitative	55

III.2.2. Comparaison Quantitative	57
IV. Chargement en flexion 4 points : Résultats et analyse	59
IV.1.2 Comparaison quantitative.....	62
IV.2. Cas Platine / USG.....	64
IV.2.1. Comparaison Qualitative.....	64
IV.2.2. Comparaison Quantitative.....	66
V. Synthèse globale et discussion approfondie	68
V.1. Avantages et limites de l'approche d'homogénéisation	68
V.2. Implications pratiques pour la conception industrielle.....	68
V.3. Suggestions pour des améliorations futures (Perspectives).....	69
Conclusion Générale	70
ANNEXES	71
ANNEXE A : Géométries et maillages détaillés.....	71
A.1 Géométrie du modèle hétérogènes :.....	71
A.2 Géométrie du modèle homogène	71
A.3 Maillage des modèles hétérogène et homogène.....	72
ANNEXE B : Paramètres numériques et scripts ABAQUS	73
Liste des références bibliographiques citées.....	76

Liste de figures

Figure (1) :Micrographie MEB d'une coupe transversale montrant l'interface film mince/substrat [4].	14
Figure (2) Synthèse des propriétés élastique et des méthodes de caractérisation mécanique des couches minces.	15
Figure (3) Résumé visuel de l'Anisotropie des couches minces de structure colonnaire	15
Figure (4) Capteur MEMS à couches minces [7].	16
Figure (5) Exemples géométriques des structures à couches multiples (3,4,5 couches et plus)	17
Figure (6) Exemple d'empilement de couches minces (Platine , AlCu , SiO ²)	17
Figure (7) Représentation Schématique des deux configurations d'empilements à 5couches (Pt/USG et AlCu/USG)	18
Figure (8) Schéma de l'Effet de taille (Size effect) aux Echelles Subi-micrométriques [10].	21
Figure (9) Représentation schématique du principe d'homogénéisation numérique : de la cellule représentative (VER) hétérogène au milieu orthotrope équivalent	24
Figure (10) Caractérisation expérimentale des propriétés élastiques par Nano-indentation. (A) Représentation schématique du principe de pénétration d'un indenteur Berkovich dans une structure bicouche. (B) Courbe typique Charge-Profondeur (P-h)[20].	31
Figure (11) Cas de chargement élémentaires imposés au modèle VER pour l'identification des propriétés élastiques homogénéisées[27].	33
Figure (12) Cartographies numériques des champs de contraintes locales ($\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$) et de déplacements (u_1, u_2, u_3) obtenus par simulation éléments finis (Abaqus) pour évaluer les constantes élastiques homogénéisées d'un VER [27].	34
Figure (13) Approche globale adoptée pour l'identification des propriétés élastiques effectives par homogénéisation numérique d'un VER multicouche sous Abaqus.	37
Figure (14) Schéma de principe de homogénéisation numérique pour un empilement de 5 couche mince.	37
Figure (15) Modélisation géométrique de l'empilement de l'étude.	38
Figure (16) Modélisation géométrique du modèle géométrique équivalent.	39
Figure (17) Comparaison schématique de la discrétisation spatiale d'un VER multicouche : Éléments solides 3D (C3D8R) versus Éléments de coque (S4R) avec définition de l'épaisseur	39
Figure (18) Capture d'écran montrant l'activation du plugin EasyPBC V.1.4 dans Abaqus/CAE pour la mise en œuvre des conditions aux limites périodiques.	40
Figure (19) Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de traction dans la direction X	41
Figure (20) Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de cisaillement dans le plan xy.	43
Figure (21) : Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de flexion 3 point du modèle hétérogène (AlCu/USG)	50
Figure (22) : Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de flexion 3 point du modèle homogène (AlCu/USG).	50
Figure (23) :Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points	51
Figure (24) : Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points	52
Figure (25) : Distribution des déformations E22 du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points.	53
Figure (26) : Distribution des déformations E22 du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points.	53
Figure (27) Evolution de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de l'épaisseur pour un empilement AlCu/USG : Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 3 points	54
Figure (28) Evolution de la déformation E22 en fonction de l'épaisseur pour un empilement AlCu/USG : Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 3 points	55
Figure (29) : Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points	56

Figure (30) :Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points -----	56
Figure (31) : Distribution des déformations E22 du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points-----	57
Figure (32) : Distribution des déformations E22 du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points-----	57
Figure (33) Evolution de la contrainte de Von Mises en fonction de l'épaisseur pour un empilement Platine/USG: Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 3 points -----	58
Figure (34) Evolution de la déformation en fonction de l'épaisseur pour un empilement Platine/USG: Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 3 points -----	59
Figure (35) Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de flexion 4 point du modèle hétérogène (AlCu/USG) -----	60
Figure (36) Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de flexion 4 point du modèle homogène (AlCu/USG).-----	60
Figure (37) Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points -----	61
Figure (38) Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points -----	61
Figure (39) Distribution des déformations E22 du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points-----	62
Figure (40) Distribution des déformations E22 du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points-----	62
Figure (41) Evolution de la contrainte de Von Mises en fonction de l'épaisseur pour un empilement AlCu/USG : Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 4 points -----	63
Figure (42) Evolution de la déformation E22 en fonction de l'épaisseur pour un empilement AlCu/USG : Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 4 points -----	64
Figure (43) Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points -----	65
Figure (44) Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points -----	65
Figure (45) Distribution des déformations E22 du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points-----	66
Figure (46) Distribution des déformations E22 du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points-----	66
Figure (47) Evolution de la contrainte de Von Mises en fonction de l'épaisseur pour un empilement Platine/USG: Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 4 points -----	67
Figure (48) Evolution de la déformation E22 en fonction de l'épaisseur pour un empilement Platine/USG: Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 4 points -----	68
Figure (49) Géométrie du modèle hétérogène-----	71
Figure (50) Géométrie du modèle homogène sous ABAQUS-----	72
Figure (51) Maillage du modèle hétérogène-----	72
Figure (52) Maillage du modèle homogène -----	73
Figure (53) Conditions aux limites et chargement appliqués de l'essai de flexion 3 points-----	74
Figure (54) Conditions aux limites et chargement appliqués de l'essai de flexion 4 points-----	74
Figure (55) Interface de l'outil EasyPBC-----	75

Liste de Tableaux

Tableau 1 Comparaison des trois méthodes d'homogénéisation.....	35
Tableau 2 Synthèse des propriétés élastiques équivalentes pour le 1er Cas (AlCu +USG).....	45
Tableau 3 Synthèse des propriétés élastiques équivalentes pour le 2èm Cas (Platine +USG)	45
Tableau 4 Propriétés mécaniques et élastiques des matériaux constituant l'empilement hétérogène.....	49

Analyse Synthétique des Concepts

Concept Scientifique

Systèmes Micro-électro-mécanique
MEMS

Homogénéisation numérique

Anisotropie

Orthotropie transverse

Tenseur de rigidité

Coût computationnel

Modèle hétérogène de référence

Cohesive Zone Modeling

Undoped Silicate Glass USG

Aluminium Cuivre AlCu

Nano-indentation

Tenseur des déformations

Tenseur des contraintes

Conditions aux limites

Conditions aux limites périodiques

Convergence de maillage

Élastostatique

Loi de comportement

Explication Synthétique

Technologies combinant des composants mécaniques et électroniques à l'échelle micrométrique pour la fabrication de capteurs

Méthode de calcul basée sur la simulation pour remplacer un milieu complexe et hétérogène par un milieu continu et homogène.

Caractéristique d'un matériau dont les propriétés mécaniques (comme la rigidité) varient selon la direction de la mesure.

Cas particulier d'anisotropie où les propriétés sont identiques dans un plan et différentes dans la direction perpendiculaire.

Matrice mathématique qui relie de manière globale les contraintes appliquées aux déformations résultantes dans le matériau.

Quantité de temps, de mémoire et de puissance de calcul requise par un ordinateur pour résoudre un modèle numérique.

Modèle numérique complet et détaillé où chaque couche et interface est simulée fidèlement pour servir de point de comparaison

Technique de simulation utilisée en éléments finis pour prédire l'amorce et la propagation du délaminage entre les couches.

Matériau isolant (diélectrique) à base de dioxyde de silicium, utilisé comme couche protectrice en microélectronique.

Alliage métallique conducteur utilisé pour la fabrication des lignes d'interconnexion dans les puces électroniques

Méthode expérimentale mesurant les propriétés mécaniques locales (dureté, module d'Young) par la pénétration d'une pointe à l'échelle nano.

Représentation mathématique traduisant le taux d'allongement et de distorsion subis par le matériau dans toutes les directions.

Entité mathématique représentant les forces internes exercées par unité de surface à l'intérieur du matériau sous l'effet des charges.

Contraintes et restrictions imposées sur les frontières du modèle numérique (comme les fixations ou les charges) pour imiter le cas réel.

Contraintes et restrictions imposées sur les frontières du modèle numérique (comme les fixations ou les charges) pour imiter le cas réel.

Test numérique visant à vérifier que les résultats de la simulation se stabilisent et ne dépendent plus de la taille des éléments finis. Branche de la mécanique des milieux continus qui étudie l'équilibre des solides élastiques soumis à des charges constantes dans le temps.

Relation mathématique définissant la réponse d'un matériau (comme la loi d'Hooke) en reliant directement les contraintes aux déformations

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les mutations technologiques contemporaines qui sous-tendent l'essor de la microélectronique, des systèmes micro-électromécaniques (MEMS) et des nanotechnologies reposent intrinsèquement sur l'intégration de structures multicouches et de films minces. Ces architectures miniaturisées, bien que performantes, subissent en configuration opérationnelle des sollicitations thermomécaniques sévères qui menacent leur durabilité. Dans ce contexte, la prédiction rigoureuse du comportement mécanique de ces assemblages hétérogènes constitue un jalon scientifique critique. L'évaluation de leur intégrité se heurte aux limites des investigations expérimentales directes à ces échelles, érigeant la simulation numérique en un outil prédictif indispensable pour anticiper les modes de déformation et prévenir la défaillance des dispositifs.[1], [2]

La problématique nodale de ce travail de recherche s'articule autour de la complexité structurelle des empilements de couches multiples. La coexistence de constituants aux propriétés élastiques contrastées engendre une forte variabilité phénoménologique et des discontinuités de contraintes aux interfaces. Si la modélisation hétérogène exhaustive qui intègre explicitement la géométrie de chaque film garantit une fidélité physique indéniable, sa mise en œuvre numérique est assujettie à un coût computationnel prohibitif. L'exigence de maillages hautement raffinés induit une saturation des ressources mémoires et des temps de calcul incompatibles avec les impératifs d'optimisation industrielle. Dès lors, le recours à une stratégie de rechange s'avère impératif ; l'homogénéisation numérique émerge ici comme un paradigme d'ingénierie performant, permettant de substituer à l'empilement initial un milieu continu équivalent homogène, propre à concilier précision macroscopique et efficacité algorithmique.[3]

S'inscrivant dans cette perspective, la présente étude se propose de formaliser et d'appliquer une méthodologie d'homogénéisation numérique dédiée à un empilement représentatif de films minces métalliques et diélectriques. L'objectif cardinal consiste à mener une analyse comparative systématique entre les réponses issues du modèle hétérogène de référence et celles fournies par l'approche homogénéisée équivalente. Cette confrontation quantitative, opérée sous diverses configurations de flexion multi-points, vise à statuer formellement sur le domaine de validité, la précision prédictive ainsi que les limites intrinsèques de la méthode d'homogénéisation retenue.

Afin de déployer cette démarche de manière intelligible, le manuscrit s'organise autour de quatre chapitres distincts et complémentaires, complétés par des annexes techniques. Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art, synthétisant la mécanique des structures membranaires et les fondements théoriques de la transition d'échelles. Le deuxième chapitre formalise le cadre mathématique et algorithmique de la procédure d'homogénéisation numérique. Le troisième chapitre expose la mise en œuvre des modèles par éléments finis ainsi que le paramétrage des scénarios de chargement. Enfin, le quatrième chapitre est dédié à la présentation des résultats, à leur discussion critique et à la confrontation des modèles, ouvrant ainsi la voie aux conclusions générales et aux perspectives de cette contribution.

Chapitre 1 : Recherches bibliographiques et problématique

I. Introduction

Le développement technologique de ces dernières décennies, porté par la miniaturisation et la performance des composants, repose en grande partie sur l'ingénierie des surfaces. Au cœur de cette évolution, les couches minces et leurs empilements multicouches occupent une place prépondérante, devenant des constituants essentiels dans des domaines aussi variés que la microélectronique, les systèmes micro-électromécaniques (MEMS) et l'optique de précision.

L'objectif de ce chapitre est de poser les bases théoriques et scientifiques nécessaires à la compréhension du comportement mécanique de ces structures. Dans un premier temps, nous définirons les spécificités des couches minces, dont les propriétés physico-chimiques divergent radicalement de celles des matériaux massifs en raison d'un rapport surface/volume élevé et de microstructures souvent anisotropes.

Nous aborderons ensuite la complexité mécanique inhérente aux empilements stratifiés. Si la superposition de couches permet de combiner des fonctionnalités (conduction, isolation, protection), elle génère des interactions d'interface et des gradients de contraintes difficiles à appréhender par les théories classiques.

II. Définition et concepts des couches minces

II.1. Définition des couches minces

Une couche mince est un dépôt de matériau dont l'épaisseur varie de quelques fractions de nanomètre (couche atomique) à plusieurs micromètres. Contrairement aux matériaux massifs (bulk), le rapport surface/volume y est extrêmement élevé, ce qui modifie radicalement le comportement physico-chimique du matériau.

On considère généralement qu'un matériau est une "couche mince" lorsque ses propriétés physiques dépendent directement de son épaisseur ou de la nature de l'interface avec son substrat. La structure morphologique d'un tel dépôt, mettant en évidence la faible épaisseur du film par rapport au substrat massif, est illustrée par la Figure(1)[4].

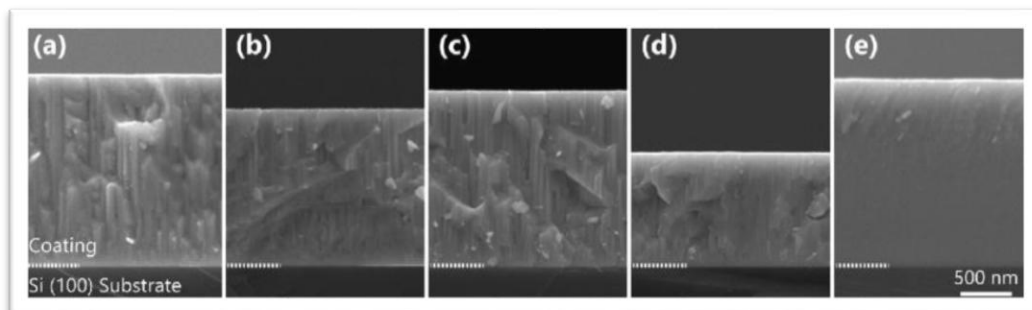


Figure (1) :Micrographie MEB d'une coupe transversale montrant l'interface film mince/substrat [4].

II.2. Propriétés mécaniques

Les films minces possèdent généralement une structure différente de celle des matériaux massifs. Cette particularité provient des conditions de dépôt et de la microstructure développée au cours de leur élaboration. Ces caractéristiques influencent leurs propriétés mécaniques et conduisent souvent à des comportements plus complexes. Pour caractériser ces comportements, il convient d'analyser deux aspects essentiels :

- **Module d'Young et Élasticité** : La réponse élastique des couches minces est conditionnée par leur microstructure et la porosité du dépôt. En raison de la faible épaisseur, la mesure s'effectue souvent par nano-indentation ou par la propagation d'ondes acoustiques de surface SAW[5]. Les mécanismes de cette réponse élastique ainsi que les techniques de mesure associées sont illustrés de manière détaillée dans la Figure (2) ci-dessous :

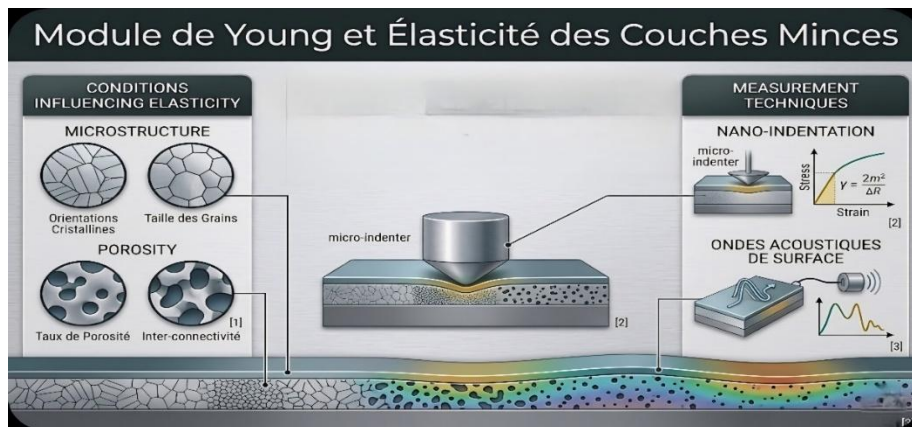


Figure (2) Synthèse des propriétés élastique et des méthodes de caractérisation mécanique des couches minces.

- **Anisotropie** : La croissance souvent colonnaire des couches minces préférentiellement perpendiculaire au substrat, engendre une anisotropie mécanique marquée. Cette hétérogénéité directionnelle induit une divergence des propriétés entre le plan du film et son axe de croissance[4], imposant ainsi une formalisation rigoureuse via les tenseurs de rigidité pour décrire fidèlement le comportement du matériau[6]. Les disparités de comportement mécanique et thermique induites par cette organisation structurale sont synthétisées graphiquement dans la Figure (3), qui met en exergue l'anisotropie marquée entre le plan du dépôt et l'axe de croissance colonnaire.

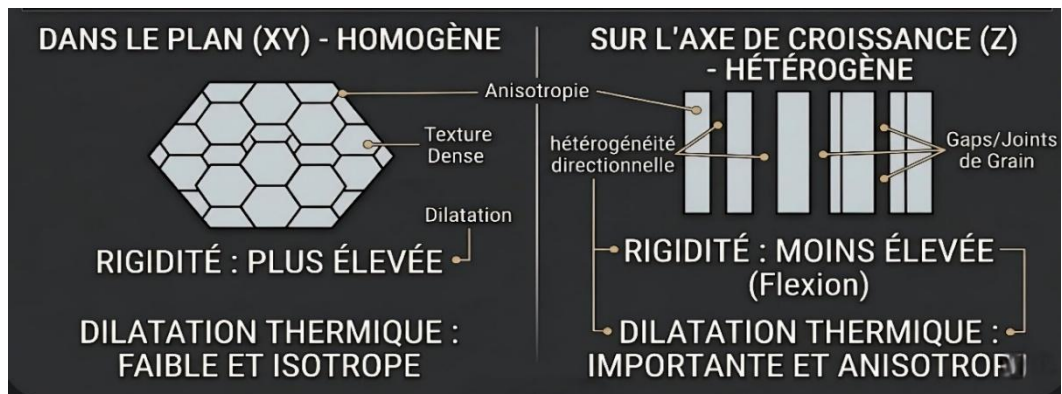


Figure (3) Résumé visuel de l'Anisotropie des couches minces de structure colonnaire

II.3. Applications pratiques (utilisation des couches minces)

L'emploi des revêtements de faible épaisseur constitue aujourd'hui un pilier fondamental des innovations technologiques majeures, agissant comme le socle technique indispensable au développement de systèmes intelligents et performants. Cette polyvalence fonctionnelle permet aux couches minces d'investir des domaines de pointe variés, où leurs propriétés spécifiques répondent à des exigences techniques distinctes, notamment [4] :

- **Microélectronique** : Dans ce secteur, les couches minces jouent un rôle crucial en assurant la transition fonctionnelle entre les phases d'isolation diélectrique et de conduction ohmique, notamment au sein des structures de transistors miniaturisés à haute intégration.

- **MEMS (Systèmes micro-électromécaniques)** : Les films minces y sont exploités comme éléments actifs, agissant alternativement comme capteurs ou actionneurs. Leur grande souplesse et leur sensibilité mécanique permettent de concevoir des micro-dispositifs de précision, tels que les micro-poutres (cantilevers) Figure (4).

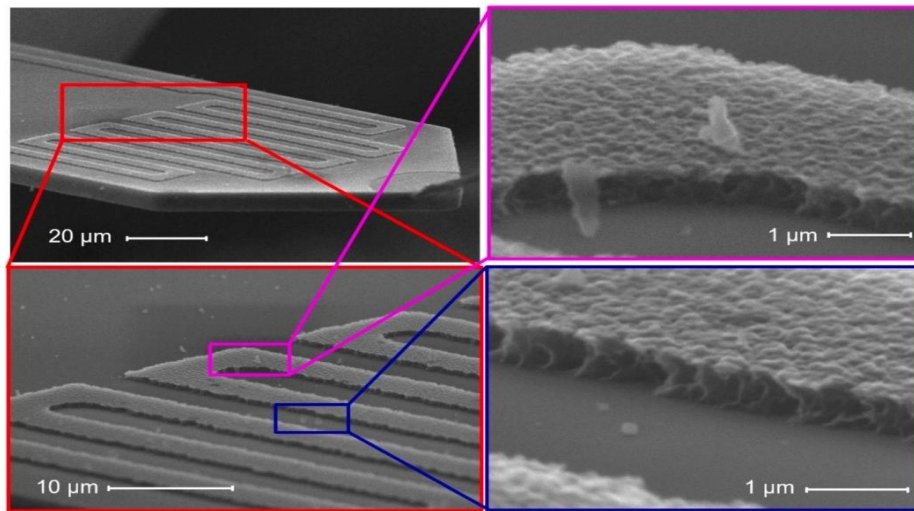


Figure (4) Capteur MEMS à couches minces [7].

- **Dispositifs optiques** : Par l'alternance de matériaux aux indices de réfraction variés, ces empilements permettent un contrôle rigoureux de la lumière. Cette technologie est indispensable à la fabrication de miroirs de haute réflectivité, de filtres interférentiels et de revêtements antireflets pour la photonique moderne[4] .

III. Comportement mécanique des empilements

L'étude du comportement mécanique des structures multicouches nécessite une approche multi-échelle permettant de relier les propriétés intrinsèques de chaque pli à la réponse macroscopique de l'assemblage complet. Cette section définit les paramètres constitutifs de ces systèmes et analyse les fondements de leur modélisation[8].

III.1. Définition d'un empilement typique

Un empilement désigne une structure multicouche obtenue par la superposition ordonnée de plusieurs matériaux, formant un système global aux propriétés fonctionnelles améliorées.[2]

- **Nombre de couches** : Le nombre de couches peut varier de deux (cas des bilames) à plusieurs dizaines dans les structures avancées telles que les matériaux utilisés en microélectronique. Afin d'illustrer cette variabilité, différents exemples de configurations géométriques, mettant en évidence des structures allant de trois à cinq couches et plus, sont représentés schématiquement sur la figure (5) :

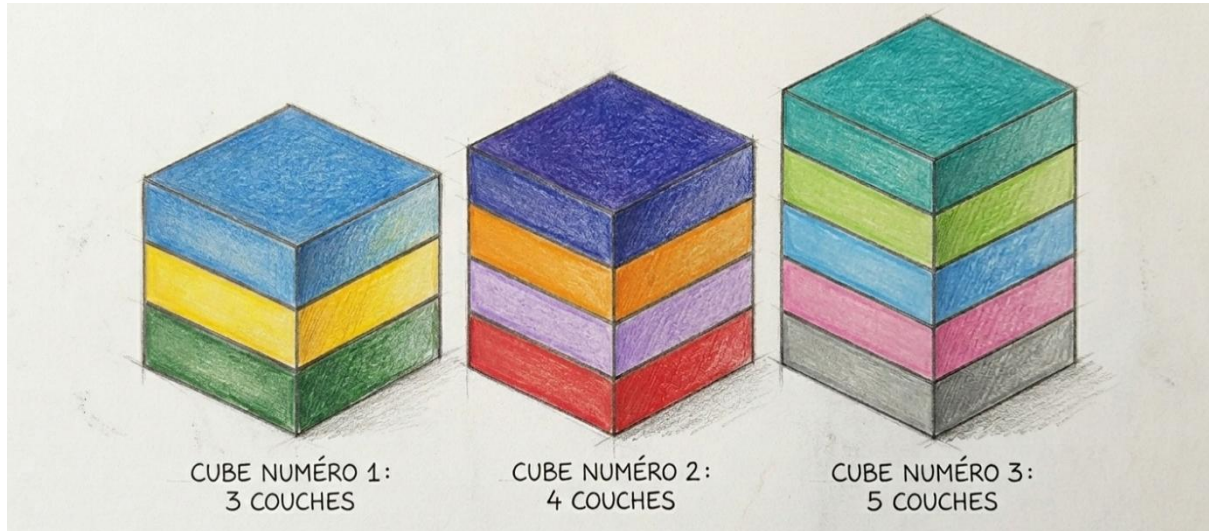


Figure (5) Exemples géométriques des structures à couches multiples (3,4,5 couches et plus)

- **Matériaux (Hétérogénéité matérielle)**: Les empilements peuvent associer différents types de matériaux, notamment des métaux, des polymères, des céramiques ou des composites renforcés. Chaque couche assure une fonction spécifique ce qui engendre une hétérogénéité des propriétés à travers l'épaisseur. Un exemple concret de cette hétérogénéité matérielle est exposé graphiquement sur la figure (6), illustrant la distribution et l'alternance de composants distincts au sein d'un même empilement.

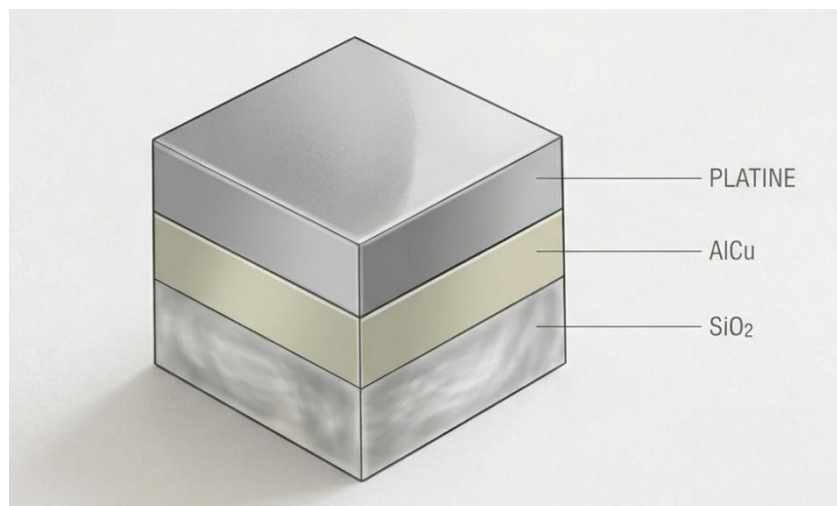


Figure (6) Exemple d'empilement de couches minces (Platine , AlCu , SiO₂)

- **Épaisseur (Nanomètres et Micromètres)** : Dans le cas des couches minces, l'épaisseur de chaque couche varie généralement du nanomètre au micromètre. L'épaisseur totale de l'empilement joue un rôle déterminant dans le comportement

mécanique global, en influençant notamment l'inertie de la structure et sa réponse aux sollicitations de flexion[2].

Dans le cadre de cette étude, et afin d'analyser l'influence des paramètres géométriques et du comportement mécanique sur les systèmes multicouches, nous avons opté pour une configuration spécifique constituée de cinq couches. Les matériaux sélectionnés pour former cet empilement sont Pt/USG et AlCu/USG :

- **USG** (Undoped Silicate Glass) Verre de silicate non dopé (couche isolante).
- **AlCu** alliage aluminium-cuivre pour les interconnexions (couche conductrice).
- **Pt** alliage de platine pour les interconnexions (couche conductrice).

Une étude paramétrique a été menée en faisant varier l'épaisseur des couches selon les valeurs suivantes : 0,0015 mm, 0,002 mm, 0,0025 mm et 0,003 mm, permettant d'évaluer l'impact de l'échelle dimensionnelle sur la réponse globale de la structure, comme illustré sur le schéma ci-dessous:

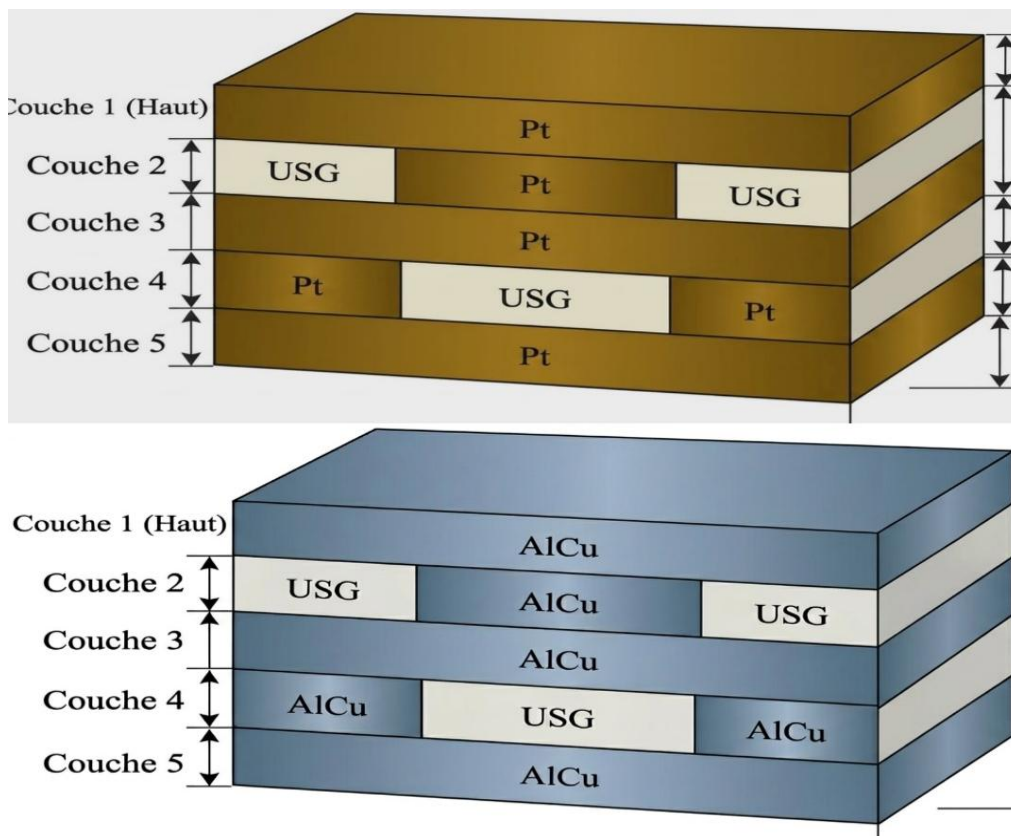


Figure (7) Représentation Schématique des deux configurations d'empilements à 5couches (Pt/USG et AlCu/USG)

III.2. Analyse des contraintes et déformations globales

L'analyse de la réponse mécanique globale d'un empilement repose traditionnellement sur la Théorie Classique des Stratifiés (TCS). Ce cadre théorique permet de prédire avec précision l'état de sollicitation et la déformation de l'assemblage multicouche lorsqu'il est soumis à des chargements externes. La mise en œuvre de cette approche repose sur trois piliers

fondamentaux décrivant l'interaction entre les couches et la réponse structurelle de l'ensemble [9] :

- **Cinématique des déformations** : Ce principe repose sur l'hypothèse d'une liaison parfaite aux interfaces, excluant tout glissement inter laminaire (Hypothèse de Kirchhoff-Love). Cela se traduit mathématiquement par la continuité des déplacements à travers toute l'épaisseur de l'empilement, où la déformation varie linéairement en fonction de la coordonnée d'épaisseur z :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z \cdot k_x \quad (1)$$

ε_x : La déformation totale d'une couche à une hauteur z (mm/mm).

ε_x^0 : Représente la déformation purement membranaire(traction/compression) mesurée au niveau de la surface moyenne ($z=0$).

k_x : Désigne la courbure de cette même surface sous l'effet des moments de flexion (mm^{-1}).

z : Caractérise la coordonnée cartésienne suivant l'épaisseur de l'empilement mm.

- **Discontinuité et Distribution des contraintes** : Alors que les déformations varient de manière continue, les contraintes présentent des sauts brusques au passage des interfaces. Ce phénomène est la conséquence directe de la variation des propriétés élastiques (modules) entre deux couches successives.
- **Couplages élastiques** : Dans le cas d'une configuration géométrique ou matérielle asymétrique, des interactions complexes apparaissent, telles que le couplage traction-flexion, où un effort axial induit une courbure de la structure[9] .

Mathématiquement, ce comportement global est gouverné par la relation constitutive de la TCS, qui relie les efforts généralisés (flux d'efforts N et de moments M) aux déformations de la surface moyenne ε^0 et aux courbures k via la matrice de rigidité globale $[ABD]$:

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{pmatrix} \quad (2)$$

Avec :

N : Flux d'efforts membranaires - Traction/Compression (N/mm). C'est une force rapportée à la largeur de la plaque.

M : Flux de moments de flexion N

$[A]$: Rigidité de membrane, se mesure en N/m (ou N/mm).

$[B]$: Rigidité de couplage, se mesure en Newton (N)

$[D]$: Rigidité de flexion ; se mesure en Newton-mètre (N.m) (ou N.mm)

Néanmoins, bien que la TCS offre un cadre analytique rigoureux, elle présente des limites strictes, notamment son incapacité à modéliser fidèlement les effets de cisaillement transverse dans les empilements hétérogènes à couches minces nanométriques. C'est pourquoi

le recours à une approche d'homogénéisation numérique s'avère indispensable pour prédire avec précision la réponse mécanique réelle de la structure.

III.3. Limites des méthodes classiques pour un empilement complet

Bien que largement employées, les théories analytiques conventionnelles (type CLT) présentent des verrous théoriques limitant leur précision dans l'étude des empilements complexes :

- **Effet de bord** : Les méthodes classiques négligent les contraintes normales transversales σ_{zz} localisées aux extrémités libres. Mathématiquement, ces contraintes découlent des équations d'équilibre local en l'absence de forces volumiques :

$$\frac{d\sigma_{xx}}{dx} + \frac{d\tau_{xz}}{dz} = 0 \quad (3)$$

$\frac{d\sigma_{xx}}{dx}$: La variation de la contrainte σ_{xx} le long de l'axe x .

$\frac{d\tau_{xz}}{dz}$: La variation de la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur z.

Aux extrémités libres, les gradients de contraintes deviennent singuliers. Cette omission empêche une évaluation correcte des risques de décohésion interlaminaire ou de délaminage.

- **Effet Cisaillement transverse** : Pour des empilements hétérogènes, l'hypothèse de maintien des sections planes est souvent mise en défaut. Contrairement aux approximations de la CLT où les déformations de cisaillement hors-plan sont considérées comme nulles

($\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$) , les structures réelles présentent une distribution parabolique de ces distorsions à travers l'épaisseur. L'absence de prise en compte de l'énergie de cisaillement conduit généralement à une sous-estimation notable de la flèche de la structure.

- **Limites de la résolution numérique** : La modélisation explicite de chaque interface via des outils de calcul devient prohibitive en termes de ressources mémoire et de temps de calcul dès lors que le nombre de couches augmente.
- **Échelles de longueur (Niveaux sub-micrométriques)**: Aux échelles sub-micrométriques, les théories classiques ne capturent pas la prédominance des effets de surface et d'interface qui régissent alors le comportement global au détriment des propriétés volumiques
- **Effet de taille (Size effect)** : Pour des épaisseurs $\leq 1\mu\text{m}$, le rapport surface/volume augmente drastiquement. Les lois classiques (ex. loi de Hooke) échouent car elles ignorent l'énergie de surface, ce qui conduit à une sous-estimation de la rigidité effective E_{eff} .

- **Approches non-locales** : Une modélisation rigoureuse impose l'usage de théories d'ordre supérieur (Strain-Gradient) introduisant une longueur caractéristique interne l pour intégrer les effets d'échelle et le raidissement des interfaces[10] .

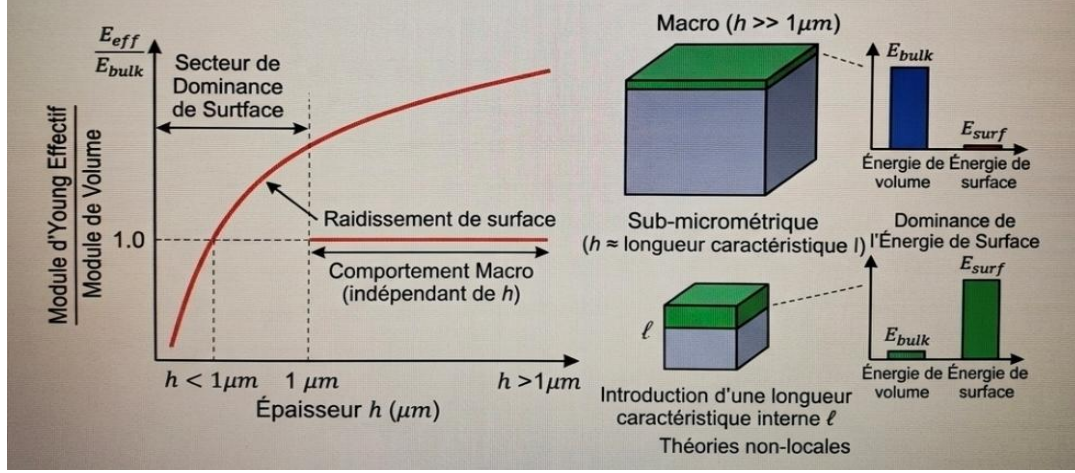


Figure (8) Schéma de l'Effet de taille (Size effect) aux Echelles Subi-micrométriques [10].

E_{bulk} : Module d'Young Macroscopique (const) en GPa.

E_{eff} : Module d'Young Effectif de la couche mince (variable selon l'épaisseur h) en GPa.

E_{surf} : Énergie ou tension de surface de l'interface N/m ou J/m².

h et l : Épaisseur et Longueur caractéristique interne en μm ou ηm

$\frac{E_{eff}}{E_{bulk}}$: Grandeur adimensionnelle (sans unité), il sert d'indicateur pour mesurer l'intensité de l'effet de taille :

Si $\frac{E_{eff}}{E_{bulk}} = 1$: Le comportement est purement macroscopique et classique (conforme à la théorie CLT). Les effets de surface sont négligeables devant le volume.

Si $\frac{E_{eff}}{E_{bulk}} > 1$: Echelle Subi-micrométrique (effet de taille). Le matériau se raidit car l'énergie de surface E_{surf} domine le volume.

Ce diagramme illustre la transition énergétique où, pour des épaisseurs $h \leq 1 \mu m$, l'énergie de surface E_{surf} devient prédominante face à l'énergie volumique E_{bulk} . Cette dominance induit un raidissement de surface (Surface stiffening) caractérisé par une augmentation exponentielle du module d'Young effectif E_{eff} , justifiant ainsi l'insuffisance des théories macroscopiques classiques et la nécessité d'introduire des approches non-locales via une longueur caractéristique interne (l).

IV. Problématique

L'intégration croissante des empilements de couches minces dans des dispositifs critiques (microprocesseurs, capteurs MEMS, optique de précision) impose une maîtrise rigoureuse de leur intégrité mécanique. Cependant, le passage de la couche isolée à l'assemblage complexe soulève des défis théoriques et numériques majeurs.

IV.1. Besoin de modélisation précise pour l'ensemble de l'empilement

La durabilité des systèmes multicouches repose impérativement sur une évaluation rigoureuse des champs de contraintes à l'échelle locale. Contrairement aux structures massives, les assemblages de couches minces sont sujets à des phénomènes critiques de concentration de contraintes, localisés principalement aux interfaces et aux bords libres. Ces singularités peuvent déclencher des modes de rupture spécifiques, tels que le délaminage ou la fissuration transverse. Ainsi, une modélisation simplifiée, qui négligerait ces hétérogénéités interfaciales ou l'anisotropie élastique propre à chaque pli, ne saurait garantir une prédiction fiable de l'intégrité du composant sous sollicitations thermomécaniques[2] .

IV.2. Coût computationnel élevé pour un modèle complet

Sur le plan numérique, la simulation d'un empilement intégral par la Méthode des Éléments Finis (MEF) se heurte à une problématique majeure d'échelle. La capture précise des gradients de contraintes aux interfaces exige une discrétisation spatiale extrêmement fine dans l'épaisseur des couches (souvent nanométriques), alors que les dimensions globales du dispositif restent à l'échelle millimétrique. Cette disparité géométrique engendre des modèles comportant des millions de degrés de liberté, rendant le coût de calcul et les ressources mémoire requis prohibitifs pour des processus de conception itératifs ou des analyses d'optimisation structurelle[10] .

IV.3. Proposition de solution : (homogénéisation numérique)

Pour pallier les limites des approches conventionnelles, l'homogénéisation numérique s'impose comme une stratégie de modélisation performante. Cette méthode consiste à remplacer l'empilement hétérogène complexe par un milieu homogène équivalent, dont les propriétés mécaniques effectives sont déterminées à partir d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER). En s'appuyant sur les théories des milieux hétérogènes, cette approche permet de simplifier considérablement l'architecture numérique globale tout en préservant, via des schémas de transition d'échelles, la précision du comportement macroscopique. L'objectif principal réside dans l'identification d'un tenseur de rigidité homogénéisé, apte à modéliser l'anisotropie structurelle de l'assemblage sans requérir une discrétisation coûteuse de chaque interface[10].

Le principe général de cette démarche de transition d'échelle est illustré sur la Figure (10). Ce processus s'articule autour de l'isolement d'une cellule réparatrice représentative (VER) définie par les épaisseurs (t_i), les propriétés élastiques E_i, ν_i de chaque couche. En y appliquant des conditions aux limites périodiques et un champ de déformation macroscopique imposé $\mathcal{E}^{-0}$, la résolution numérique par Éléments Finis permet de calculer la contrainte moyenne par intégration volumique :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{(x)} dV \quad (4)$$

$\bar{\sigma}$: le tenseur des contraintes macroscopiques moyennes appliquées à l'élément de volume homogénéisé (Pa ou MPa) ;

V : représente le volume total de la cellule élémentaire représentative (VER) m^3 .

$\sigma_{(x)}$: caractérise le champ des contraintes locales et hétérogènes dépendant de la position spatiale x au sein des différentes couches (Pa ou MPa);

x : position spatiale (coordonnées) m ou mm

dV : correspond à l'élément de volume différentiel, matérialisant l'intégration volumique continue de l'état de contrainte sur l'ensemble du domaine de la cellule mm^3 .

Par identification de la loi de comportement macroscopique ($\bar{\sigma} = C^{hom} : \bar{\varepsilon}^0$), on en déduit les propriétés effectives du tenseur de rigidité homogénéisé $C^{hom} = [C_{ij}^{hom}]$, caractérisé par une orthotropie transverse.

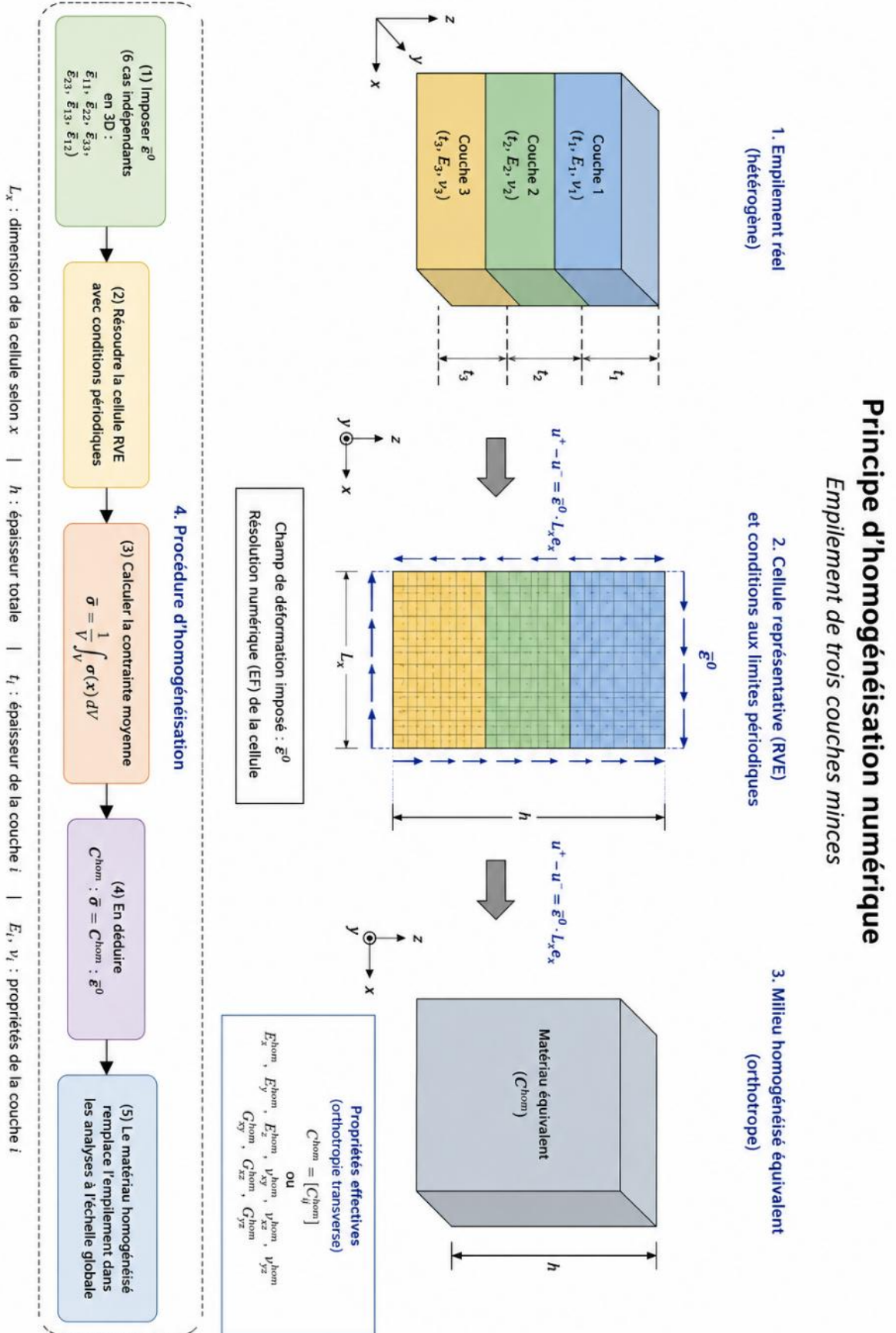


Figure (9) Représentation schématique du principe d'homogénéisation numérique : de la cellule représentative (VER) hétérogène au milieu orthotrope équivalent

V. Synthèse bibliographique

Cette synthèse examine l'évolution des outils de caractérisation et de modélisation des structures multicouches, en mettant en exergue le passage des solutions analytiques classiques vers des approches numériques multi-échelles plus robustes et en présentant également les approches expérimentales.

La caractérisation mécanique des couches minces repose historiquement sur des protocoles expérimentaux de haute précision. La technique de la nano-indentation s'est imposée comme le standard pour extraire le module d'Young et la dureté à l'échelle locale, en s'appuyant sur l'analyse des courbes de charge-déchargement. En complément des approches mécaniques conventionnelles, les méthodes acoustiques basées sur la propagation des ondes de surface constituent une alternative non destructive pour l'identification des constants élastiques. Ces techniques reposent sur la sensibilité des ondes de surface aux propriétés mécaniques et microstructurales des matériaux, en particulier dans le cas des dépôts minces et des structures multicouches. Elles permettent ainsi de relier la vitesse de propagation et la dispersion des ondes aux paramètres élastiques effectifs du matériau. De plus, ces méthodes présentent une forte sensibilité aux variations microstructurales, ce qui les rend particulièrement adaptées à l'analyse des matériaux anisotropes ou hétérogènes[2].

Sur le plan théorique, la modélisation des empilements a longtemps été régie par la Théorie Classique des Stratifiés (CLT). Cette approche permet de décrire le comportement global de l'assemblage sous l'hypothèse de segments plans restant normaux à la surface moyenne après déformation. Toutefois, cette théorie montre ses limites dès lors que les effets de cisaillement transverse deviennent prédominants, ce qui a conduit au développement de modèles de plaques plus complexes intégrant ces déformations[2].

V.1. Applications de l'homogénéisation aux empilements

L'homogénéisation est une discipline de la mécanique des milieux hétérogènes visant à définir un matériau équivalent dont les propriétés macroscopiques reflètent le comportement de la microstructure. Cette démarche repose sur le concept de Volume Élémentaire Représentatif (VER), qui doit être statistiquement significatif pour représenter l'hétérogénéité du milieu [11].

Dans le domaine des empilements, l'homogénéisation permet de condenser les propriétés de couches alternées en un tenseur de rigidité effectif. Cette méthode a été largement validée pour les composites à matrice polymère ou céramique, en utilisant des bornes variationnelles pour encadrer les propriétés élastiques globales [12]. Appliquée aux films minces, elle permet de prédire avec précision les couplages élastiques (traction-flexion) inhérents aux structures asymétriques [13].

V.2. Lacunes identifiées et justification de l'approche numérique

Malgré la maturité des modèles analytiques, plusieurs "verrous" scientifiques subsistent. Les méthodes classiques peinent à modéliser les effets de bord et les concentrations de contraintes tridimensionnelles aux interfaces, qui sont pourtant les précurseurs du délaminage. De plus, les modèles analytiques supposent souvent des interfaces parfaites,

négligeant la porosité et les contraintes résiduelles de croissance propres aux procédés de dépôt[10].

L'approche par homogénéisation numérique se justifie alors comme la solution la plus apte à :

1. Modéliser explicitement les complexités géométriques et anisotropes de chaque interface.
2. Dépasser les limites de calcul des modèles "full-mesh" (maillage complet) qui deviennent prohibitifs en termes de temps et de mémoire RAM pour des empilements complexes.
3. Offrir une flexibilité permettant d'intégrer des comportements non-linéaires ou évolutifs difficiles à stabiliser par voie analytique .[10]

VI. Conclusion

Ce chapitre de synthèse a permis d'établir le cadre théorique et les enjeux mécaniques fondamentaux liés à l'utilisation des couches minces au sein de structures multi-matériaux. L'examen des propriétés intrinsèques de ces dépôts a mis en évidence une singularité de comportement physique, dictée par un rapport surface/volume élevé et une microstructure souvent anisotrope, qui distingue radicalement la couche mince du matériau massif.

L'étude approfondie de la littérature souligne toutefois la complexité technologique des empilements modernes et les outils de modélisation actuellement disponibles. Bien que la Théorie Classique des Stratifiés (CLT) et les méthodes expérimentales de nano-indentation fournissent des données globales précieuses, elles atteignent leurs limites opérationnelles dès lors qu'il s'agit de prédire les phénomènes locaux de dégradation. Les concentrations de contraintes aux interfaces, les effets de bord et les singularités élastiques constituent des verrous scientifiques majeurs, précurseurs de modes de ruine critiques tels que le délaminage ou la fissuration transverse.

Par ailleurs, l'homogénéisation numérique s'est imposée, au travers de cette revue, comme une solution prometteuse et robuste. En substituant l'hétérogénéité complexe par un milieu homogène équivalent, cette méthode offre un compromis optimal entre fidélité physique et efficacité de calcul.

En conclusion, les lacunes identifiées dans les modèles analytiques et le coût prohibitif des simulations classiques justifient pleinement la démarche adoptée dans ce manuscrit. Ce constat dresse la transition naturelle vers le chapitre suivant, lequel sera consacré à la mise en œuvre méthodologique de l'homogénéisation, afin de définir un tenseur de rigidité effectif capable de rendre compte de l'intégrité structurale de l'empilement dans son ensemble.

Chapitre 2 : Méthodes d'homogénéisation

I. Introduction

L'étude du comportement mécanique des matériaux hétérogènes repose sur la transition d'échelle entre les constituants microscopiques et le comportement global de la structure. L'objectif de ce deuxième chapitre est d'exposer les fondements théoriques et méthodologiques de l'homogénéisation, processus essentiel permettant de substituer un milieu hétérogène complexe par un milieu homogène équivalent (MHE) aux propriétés effectives.

Nous aborderons dans un premier temps les approches analytiques, basées sur des formulations mathématiques simplifiées telles que la règle des mélanges, afin d'établir des bornes théoriques aux propriétés élastiques. Par la suite, nous examinerons les méthodes expérimentales, qui demeurent la référence pour la validation des modèles malgré leurs contraintes matérielles. Enfin, une attention particulière sera portée à l'homogénéisation numérique par éléments finis. Cette approche moderne offre un compromis optimal entre précision architecturale et coût de calcul, justifiant ainsi son adoption comme pivot méthodologique pour la suite de nos travaux de simulation.

II. Homogénéisation analytique

L'homogénéisation analytique est une approche théorique permettant d'estimer les propriétés mécaniques globales d'un matériau hétérogène à partir des propriétés de ses constituants élémentaires et de leur répartition géométrique. Cette méthode remplace un milieu complexe composé de plusieurs phases par un matériau homogène équivalent possédant le même comportement macroscopique. Elle est largement utilisée dans l'étude des matériaux composites stratifiés, des structures multicouches et des matériaux à microstructure périodique[14].

II.1. Principe et formules classiques (Règle des mélanges, lamelles)

Le principe de l'homogénéisation analytique repose sur la substitution d'un milieu hétérogène par un milieu fictif homogène possédant les mêmes propriétés macroscopiques. Pour les structures stratifiées, la Règle des Mélanges (Rule of Mixtures) est la formulation la plus fondamentale. Elle se décline selon deux bornes principales dépendant de l'orientation de la sollicitation par rapport au plan des couches [14] :

II.1.1. Le modèle de Voigt (Isodéformation)

Pour une sollicitation parallèle aux interfaces, on suppose que toutes les couches subissent la même déformation. Le module d'Young effectif E_{eff} est alors la moyenne pondérée par les fractions volumiques V_i :

$$E_{eff} = \sum_{i=1}^n V_i E_i \quad (5)$$

Avec:

n : Le nombre totale de couches / phases.

i : L'indice de la couche

V_i : La fraction Volumique de la couche i , vérifiant la condition: $\sum_{i=1}^n V_i = 1$ (sans unité)

E_{eff} : Le module de Young Effectif ou macroscopique en MPa

E_i : Le module de Young de la couche i en MPa

II.1.2. Le modèle de Reuss (Isocontrainte)

Pour une sollicitation perpendiculaire aux couches, on suppose une continuité de la contrainte. Le module est alors défini par une moyenne harmonique :

$$\frac{1}{E_{eff}} = \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{E_i} \quad (6)$$

Bien que ces relations classiques (Voigt et Reuss) fournissent des bornes élastiques globales pour l'empilement, elles s'avèrent insuffisantes pour évaluer les champs de contraintes complexes et le gauchissement induit lors des procédés de fabrication. C'est pourquoi le recours à des modèles analytiques avancés devient indispensable.

II.1.3. Modèle de Stoney (Système Bicouche)

Le modèle de Stoney est la formulation pionnière permettant d'estimer la contrainte biaxiale isotrope moyenne σ_{res} dans un film mince à partir de la mesure du rayon de courbure (R) d'un système bicouche, sous l'hypothèse d'une épaisseur de film t_f très inférieure à celle du substrat t_s . La formule classique s'écrit :

$$\sigma_{res} = \left(\frac{E_s}{1 - \nu_s} \right) \frac{t_s^2}{6t_f} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0} \right) \quad (7)$$

E_s : Module de Young du substrat en GPa

σ_{res} : Contrainte biaxiale résiduelle moyenne dans le film mince en MPa

t_f : Epaisseur du film mince en mm ou μm selon l'échelle

t_s : Epaisseur du substrat en mm

R_1 : Rayon de courbure final de la plaquette (après dépôt) en mm

R_0 : Rayon de courbure initial de la plaquette (avant dépôt) en mm

Le gauchissement de la plaquette δ est ensuite directement lié au rayon de courbure par la relation géométrique (où r est le rayon de la plaque) :

$$\delta = R_1 \left[1 - \cos \left(\frac{r}{R_1} \right) \right] \quad (8)$$

δ : Gauchissement (flèche de déflexion) au centre de la plaquette en mm

r : Rayon radial de la plaquette (distance depuis le centre) en mm.[15]

II.1.4. Extension aux systèmes à N couches (Modèles de Hsueh et Zhang)

Lorsque le système comporte N couches, les hypothèses de Stoney ne suffisent plus. En se basant sur la théorie des plaques de Kirchhoff (segment plan restant normal à la surface moyenne), le comportement d'une couche K quelconque est régi par la distribution des déformations totales (membranaires ε^0 et de flexion κ) :

$$\{\sigma\}_K = [C]_K(\{\varepsilon^0\} + (z - s)\{\kappa\}) \quad (9)$$

$[C]_K$: Matrice de rigidité élastique de la couche K en MPa

ε^0 : Déformation membranaires (au feuillet moyen) sans unité

z : Coordonnée suivant l'épaisseur de l'empilement en mm

s : Position de l'axe neutre (ou la contrainte axiale de flexion s'annule) en mm

κ : Composantes du vecteur courbure de la plaque (flexion et torsion) en mm^{-1}

$\{\sigma\}_K$: Vecteur des contraintes dans la couche K en MPa[2].

- a) **Modèle d'Hsueh** : Ce modèle résout analytiquement l'équilibre thermomécanique global (somme des forces et des moments nulle) induit par une variation de température ΔT . Il permet d'extraire la courbure κ et la déformation uniforme ε_0 en combinant les modules biaxiaux $E^* = \frac{E}{(1-\nu)}$ et les coefficients de dilatation thermique α_K .

α_K : Coefficient de dilatation thermique CDT de la couche K en ($^\circ C$) ou (K)

E^* : Module élastique biaxial en MPa[16].

- b) **Modèle de Zhang** : Représente une amélioration directe du modèle d'Hsueh en intégrant explicitement les déformations intrinsèques liées au dépôt (ε_{int_k}), souvent ignorées par les approches purement thermiques, permettant ainsi une identification plus rigoureuse des contraintes réelles induites lors des procédés de fabrication.

ε_{int_k} : Déformation intrinsèque générée lors du processus de croissance/dépôt du film K (sans unité) [17].

II.2. Applications aux empilements simples

L'application des modèles d'homogénéisation aux empilements de couches minces permet de caractériser avec précision le comportement mécanique des systèmes multicouches, tels que les revêtements protecteurs et les barrières thermiques. Dans le cas d'un empilement présentant une symétrie par rapport au plan moyen, l'annulation des couplages membrane-flexion conduit à une simplification du tenseur de rigidité vers une configuration orthotrope. En complément des approches classiques, l'intégration des bornes de Hashin et Shtrikman permet d'affiner l'estimation des propriétés élastiques effectives en réduisant l'incertitude inhérente aux approximations de Voigt et Reuss pour les mélanges de phases isotropes[12].

L'homogénéisation analytique présente des avantages et des limites.

Avantages:

- Simplifie l'étude des matériaux hétérogènes en les remplaçant par un matériau homogène équivalent.
- Permet une estimation rapide des propriétés mécaniques équivalentes.
- Réduit le coût et le temps de calcul par rapport aux méthodes numériques.
- Facilite l'étude de l'influence des fractions volumiques et des propriétés des constituants.
- Méthode simple à mettre en œuvre pour les structures stratifiées simples.
- Utile dans les phases préliminaires de conception[14].

Limites:

- Repose sur des hypothèses simplificatrices (adhérence parfaite, comportement linéaire, géométrie régulière).
- Moins précise pour les structures complexes ou fortement anisotropes.
- Ne représente pas correctement les concentrations locales de contraintes.
- Difficulté à prendre en compte les défauts d'interface et l'endommagement.
- Validité limitée pour les comportements non linéaires ou plastiques.
- Incapacité à prédire le gauchissement (déflexion) global des plaques multicouches.
- Inaptitude à intégrer les contraintes résiduelles thermiques ou intrinsèques liées aux procédés de dépôt.
- Nécessite souvent une validation par des méthodes numériques et/ou expérimentales [18].

III. Homogénéisation expérimentale

L'homogénéisation expérimentale consiste à déterminer les propriétés mécaniques équivalentes d'un matériau hétérogène à partir d'essais mécaniques sur un échantillon représentatif (VER). Le matériau est soumis à différents chargements (traction, compression, cisaillement) afin de mesurer sa réponse globale en contraintes et déformations, puis d'en déduire les constants élastiques effectifs.

Cette méthode est utilisée surtout lorsque la microstructure est complexe et difficile à modéliser analytiquement, notamment pour les matériaux composites et poreux. Elle permet aussi de valider les résultats des approches théoriques et numériques[19].

III.1. Méthodes expérimentales pour déterminer les propriétés équivalentes

La détermination des propriétés élastiques équivalentes d'un empilement repose sur des techniques de caractérisation à différentes échelles. La nano-indentation est l'une des méthodes les plus utilisées pour extraire le module d'Young effectif des matériaux multicouches, en analysant la courbe de décharge obtenue lors de la pénétration d'une pointe diamantée dans la surface [5] (figure (10)).

Afin de séparer les propriétés de l'empilement de celles du substrat, des modèles de correction du contact, notamment la méthode classique d'Oliver et Pharr, sont généralement appliqués [19].

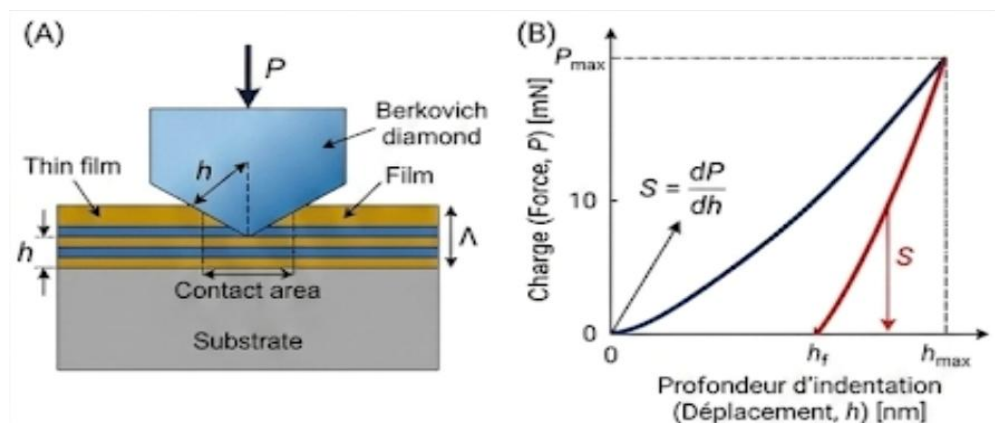


Figure (10) Caractérisation expérimentale des propriétés élastiques par Nano-indentation. (A) Représentation schématisée du principe de pénétration d'un indenteur Berkovich dans une structure bicouche. (B) Courbe typique Charge-Profondeur (P - h) [20].

III.2. Cas d'étude et résultats de la littérature

La littérature scientifique présente de nombreux cas où l'homogénéisation expérimentale a permis de quantifier l'influence de l'architecture des couches sur la rigidité globale. Par exemple, des études sur les multicouches métalliques de type Cu/Nb ont révélé que le module d'élasticité peut s'écarter de la règle des mélanges classique en raison de la densité élevée d'interfaces et des déformations cohérentes entre les plans atomiques [21].

De même, pour les barrières thermiques céramiques (TBC), les mesures expérimentales ont mis en évidence une réduction significative du module d'Young effectif par rapport au matériau massif, attribuée à la porosité et à la structure colonnaire induite par le dépôt physique en phase vapeur [22].

III.3. Limites : coût, temps, imprécision pour systèmes complexes

Malgré sa fiabilité, l'homogénéisation expérimentale fait face à des verrous logistiques et techniques majeurs:

- ✓ **Contraintes logistiques et économiques**

Le coût et le temps nécessaires à la préparation d'échantillons multicouches spécifiques (souvent par pulvérisation cathodique ou évaporation) limitent drastiquement le nombre de configurations testables [23].

✓ **Complexité d'interprétation à l'échelle locale**

Sur le plan de la précision, l'interprétation des résultats devient périlleuse pour des systèmes complexes comportant des dizaines d'interfaces, où les effets de rugosité et les contraintes résiduelles masquent la réponse élastique pure des matériaux [2].

✓ **Limitation face à l'anisotropie tridimensionnelle**

Enfin, l'extraction du tenseur de rigidité complet reste une opération complexe, car la plupart des tests expérimentaux ne sollicitent le matériau que dans une seule direction, rendant difficile la caractérisation de l'anisotropie tridimensionnelle [24].

IV. Homogénéisation numérique

IV.1. Concept et principes de base

L'homogénéisation numérique repose sur la détermination des propriétés macroscopiques d'un milieu hétérogène à partir de la simulation numérique d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER)[25]. Contrairement aux approches analytiques, cette méthode ne nécessite pas d'hypothèses simplificatrices sur la distribution des champs de contraintes. Le passage d'échelle repose sur la définition des grandeurs macroscopiques (homogénéisées) comme étant les moyennes volumiques des champs locaux de contraintes $\sigma_{(x)}$ et de déformations $\varepsilon_{(x)}$ définis au sein du VER :

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{V_{VER}} \int_{VER} \sigma_{(x)} dV \quad \text{et} \quad \langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{V_{VER}} \int_{VER} \varepsilon_{(x)} dV \quad (10)$$

V_{VER} : volume du domaine exprimé en mm^3

Le principe fondamental est de résoudre un problème de conditions aux limites sur le VER afin d'extraire un tenseur de rigidité effectif.[26] Cette approche s'appuie sur le lemme de Hill-Mandel, qui garantit l'équivalence énergétique entre l'échelle microscopique (les couches individuelles) et l'échelle macroscopique (l'empilement homogénéisé).[11]:

$$\langle \sigma : \varepsilon \rangle = \langle \sigma \rangle : \langle \varepsilon \rangle \quad (11)$$

IV.2. Approche multi-échelle par éléments finis

La mise en œuvre pratique de l'homogénéisation numérique s'effectue généralement via la Méthode des Éléments Finis (MEF), souvent désignée lorsqu'elle est couplée à deux échelles [3], cette approche consiste à discrétiser finement la microstructure (les différentes couches minces et leurs interfaces) au sein du VER.

Pour assurer la continuité des déplacements et des tractions entre VER adjacents, des conditions aux limites périodiques sont imposées sur les frontières géométriques. Le champ de déplacement u sur deux faces opposées (+ et -) est ainsi lié par la relation:

$$u^+ - u^- = \langle \varepsilon \rangle \cdot (x^+ - x^-) \quad (12)$$

u : Vecteur de déplacement local en μm ou ηm

x : Vecteur position spatiale au sein du VER en μm ou ηm

Cette stratégie permet de capturer avec une grande fidélité les interactions locales et les sauts de contraintes aux interfaces, contournant ainsi les difficultés liées au rapport d'aspect

extrême des couches minces dans un modèle global. Les différents cas de chargement élémentaires appliqués sur le VER pour identifier l'ensemble des constantes élastiques (E_{ij}, ν_{ij}, G_{ij}) sont illustrés dans la Figure(11)[27].

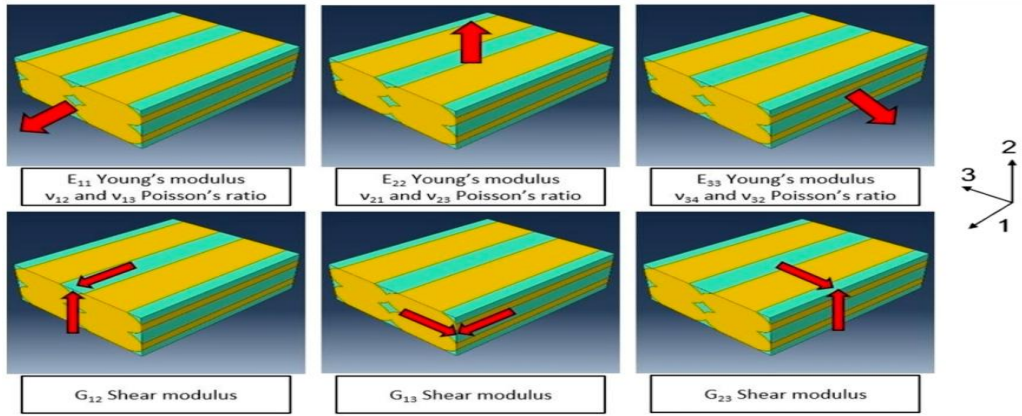


Figure (11) Cas de chargement élémentaires imposés au modèle VER pour l'identification des propriétés élastiques homogénéisées[27].

IV.3. Intérêt pour la prédiction du comportement élastique

L'intérêt majeur de l'homogénéisation numérique réside dans sa capacité à prédire le tenseur de rigidité complet $\mathbb{C}^{eff}$ d'un empilement à travers la relation de comportement macroscopique:

$$\langle \sigma \rangle = \mathbb{C}^{eff} : \langle \varepsilon \rangle \quad (13)$$

$\mathbb{C}^{eff}$: Tenseur de rigidité effective ou homogénéisée de quatrième ordre en GPa

$\langle \varepsilon \rangle$: Tenseur de déformation macroscopiques sans unité

$\langle \sigma \rangle$: Tenseur des contraintes macroscopiques ou homogénéisées en MPa

Cette approche inclut nativement les effets induits par la croissance colonnaire ou les désaccords thermiques [25]. Elle offre une flexibilité totale pour intégrer des hétérogénéités complexes, telles que la porosité des films ou des interfaces imparfaites, que les modèles analytiques ne peuvent traiter. Elle constitue ainsi un outil d'aide à la décision robuste, permettant de simuler virtuellement de nombreuses configurations de matériaux sans coût expérimental, tout en garantissant une précision supérieure pour l'analyse de l'intégrité structurale des dispositifs. À titre d'illustration, la Figure (12) présente un exemple typique des cartographies numériques des champs de contraintes locales σ_{ij} et de déplacements u_i obtenus par simulation éléments finis (Abaqus) sur un modèle VER soumis à différents cas de chargement élémentaires [27].

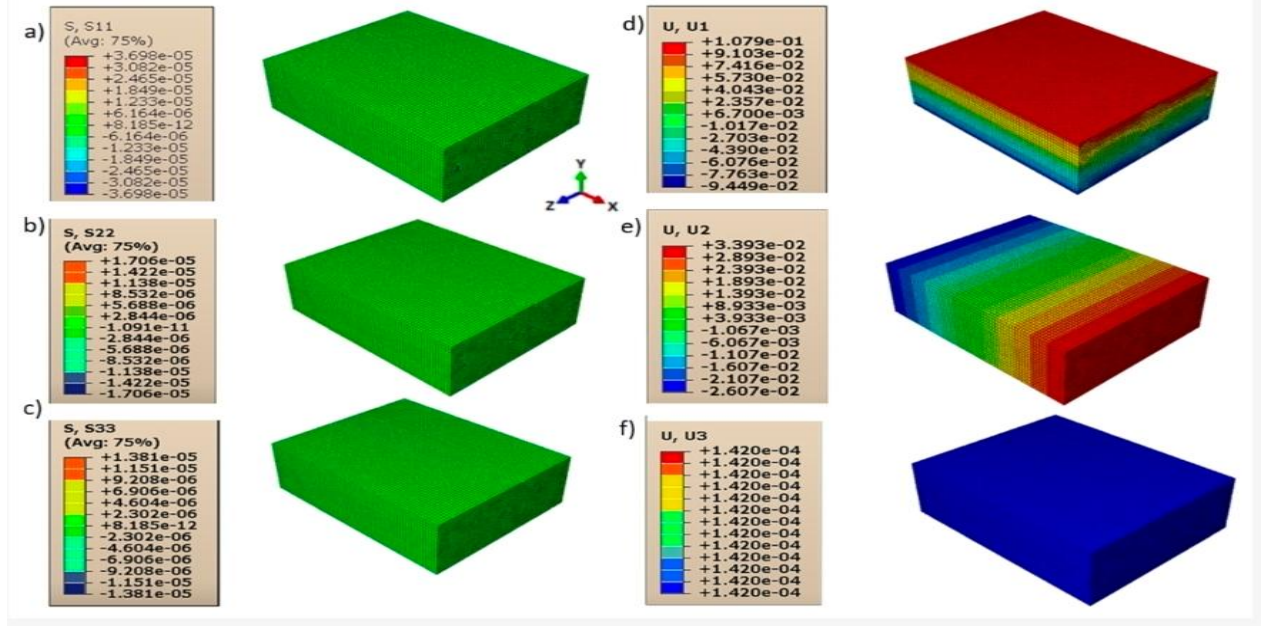


Figure (12) Cartographies numériques des champs de contraintes locales ($\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$) et de déplacements (u_1, u_2, u_3) obtenus par simulation éléments finis (Abaqus) pour évaluer les constantes élastiques homogénéisées d'un VER [27].

V. Comparaison des méthodes

V.1. Critères : précision, coût, applicabilité, complexité

L'analyse comparative de ces méthodes révèle des disparités importantes selon les objectifs visés :

- **Précision** : Les méthodes analytiques souffrent de lacunes dans la prédiction des champs de contraintes tridimensionnels, notamment près des bords libres. À l'inverse, l'approche numérique, par la résolution rigoureuse sur un Volume Élémentaire Représentatif (VER), permet d'atteindre une précision comparable aux mesures physiques [27].
- **Coût et Applicabilité** : La caractérisation expérimentale reste la plus onéreuse en raison des équipements de dépôt et de mesure requis. L'approche numérique offre ici une flexibilité supérieure, permettant de tester virtuellement une multitude de configurations de matériaux (épaisseurs, empilements) sans surcoût de fabrication [25].
- **Complexité** : Pour des systèmes multicouches présentant une anisotropie marquée (structure colonnaire), les modèles analytiques deviennent mathématiquement inextricables, tandis que l'outil numérique gère nativement ces hétérogénéités[14].

V.2. Tableau récapitulatif : analytique, expérimentale, numérique

Le tableau 1 ci-dessous présente une synthèse comparative des trois approches de caractérisation des propriétés équivalentes, basée sur les standards de la littérature en mécanique des milieux hétérogènes.

Tableau 1 Comparaison des trois méthodes d'homogénéisation.

Critères	Approche Analytique	Approche Expérimental	Approche Numérique
Fondement	Equation fermées (Lois de mélange)	Mesures directes (Nano-indentation/microflexion et autres)	Simulations (Eléments Finis /VER)
Précision	Limitée (ignore le cisaillement)	Très élevée (réalité physique)	Elevée (détails locaux)
Coût/Temps	Quasi nul / instantané	Très élevée /Long (dépôt)	Modéré/Variable (calcul)
Complexité	Faible	Elevée (échantillonnage)	Modérée (maillage/conditions)

V.3. Justification du choix de l'approche numérique pour le mémoire

Au regard des limites identifiées, l'homogénéisation numérique est retenue comme la stratégie centrale de ce mémoire. Ce choix est dicté par la nécessité de s'affranchir du "verrou computationnel" lié au maillage complet des interfaces, tout en conservant une précision optimale sur le comportement élastique global [27]. Cette méthode permettra de générer un tenseur de rigidité effectif robuste, capable de rendre compte de l'anisotropie induite par l'empilement, assurant ainsi la fiabilité des simulations structurelles ultérieures [25].

VI. Conclusion

En somme, ce panorama des méthodes d'homogénéisation a permis de mettre en exergue la dualité entre la simplicité des modèles analytiques et la rigueur des caractérisations expérimentales. Si les formules classiques de Bornes ou de Reuss offrent une première approximation rapide, elles s'avèrent souvent insuffisantes pour capturer les interactions complexes au sein de géométries non conventionnelles. De même, les limites économiques et temporelles des protocoles expérimentaux restreignent leur usage à des phases de validation finale.

La comparaison multicritères effectuée démontre que l'homogénéisation numérique constitue le levier le plus performant pour prédire le comportement élastique de structures complexes. Grâce à sa capacité à modéliser fidèlement la microstructure tout en intégrant des conditions aux limites périodiques, l'approche numérique s'impose comme la solution la plus adaptée aux objectifs de ce mémoire. C'est donc sur cette base de modélisation multi-échelle que nous appuierons le développement de nos simulations dans les chapitres suivants.

Chapitre 3 : Approche Numérique

I. Introduction

Ce chapitre présente l'approche numérique adoptée pour la détermination des propriétés élastiques équivalentes du matériau multicouche étudié. L'objectif principal consiste à remplacer l'empilement hétérogène réel par un modèle homogénéisé capable de reproduire, à l'échelle macroscopique, le comportement mécanique global de la structure. Cette démarche permet de simplifier l'analyse tout en conservant l'influence des caractéristiques microstructurales des différentes couches.

La méthodologie repose sur la modélisation d'un volume élémentaire représentatif, discrétisé par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel Abaqus. Après la définition de la géométrie, des propriétés matériaux, du maillage et des conditions aux limites, des sollicitations élémentaires de traction et de cisaillement sont appliquées afin d'identifier les constants élastiques du matériau homogénéisé. L'application des conditions aux limites périodiques ainsi que l'extraction automatique des grandeurs moyennes sont assurées par le plugin EasyPBC.

Ce chapitre décrit successivement les hypothèses de modélisation, la construction géométrique du modèle, la discrétisation numérique, la procédure d'homogénéisation, l'implémentation sous Abaqus ainsi que la validation des résultats obtenus.

II. Objectifs de la modélisation

La modélisation numérique dans cette étude poursuit trois buts principaux :

- **Détermination des propriétés élastiques équivalentes du modèle homogénéisé**

Dans cette étude, les propriétés élastiques équivalentes sont déterminées à partir d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) modélisé sous Abaqus. Des chargements de traction et de cisaillement sont appliqués afin d'obtenir les composantes du tenseur de rigidité homogénéisé, permettant ainsi d'identifier les modules d'Young, les coefficients de Poisson et les modules de cisaillement équivalents. La démarche globale de cette procédure numérique est synthétisée dans la Figure (13). L'objectif de cette étape est de déterminer les propriétés mécaniques globales d'un matériau multicouche à partir de son comportement microscopique.

- **Validation du modèle homogénéisé par rapport à l'empilement complet**

Après la détermination des propriétés équivalentes, une phase de validation est nécessaire afin de vérifier la capacité du modèle homogénéisé à reproduire fidèlement le comportement mécanique de l'empilement réel. Cette procédure de vérification consiste à comparer les résultats obtenus à partir du modèle homogénéisé avec ceux issus d'une modélisation structurelle complète, décrivant explicitement l'ensemble des couches constitutives du matériau. Le schéma de principe de cette approche d'homogénéisation numérique est illustré graphiquement par la Figure (14)

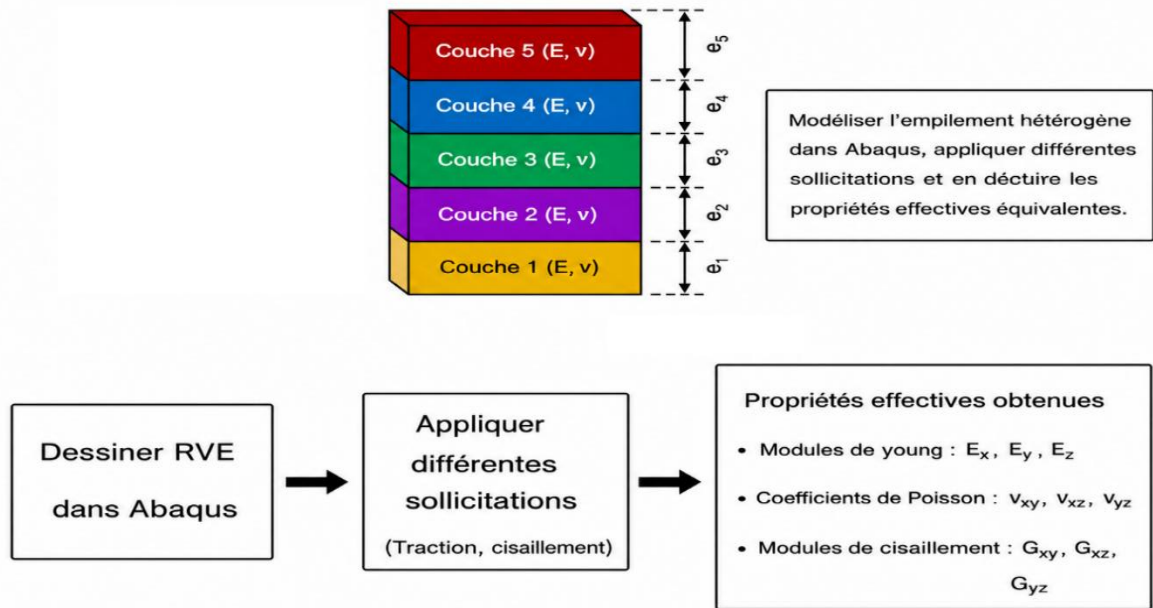


Figure (13) Approche globale adoptée pour l'identification des propriétés élastiques effectives par homogénéisation numérique d'un VER multicouche sous Abaqus.

Le Principe de Homogénéisation numérique pour un empilements 5 couche mince

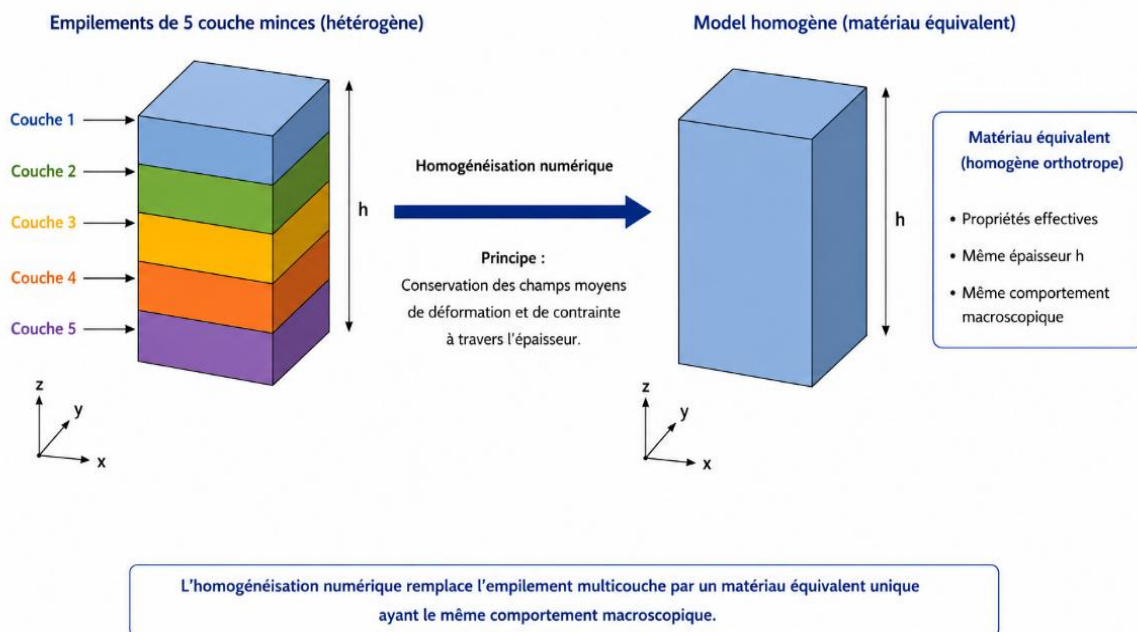


Figure (14) Schéma de principe de homogénéisation numérique pour un empilement de 5 couche mince.

III. Modélisation géométrique

La modélisation géométrique constitue l'étape fondamentale pour traduire la structure physique du matériau en une représentation numérique. Elle permet de convertir les caractéristiques réelles de l'empilement en données exploitables par le calcul computationnel. Cette transition géométrique est essentielle qui sera soumis aux simulations numériques.

III.1. Description du modèle complet (empilement réel)

Le modèle complet est élaboré par une simulation précise de toutes les couches constituant l'empilement réel, en prenant en compte les surfaces de contact (interfaces) entre chaque couche. Ce modèle de référence représentant l'état initial hétérogène, est indispensable pour valider ultérieurement les prédictions du milieu homogène équivalent. Ce modèle complet correspond à l'empilement hétérogène à 5 couches présenté précédemment dans la Figure(15), avant son passage vers le milieu homogène équivalent.

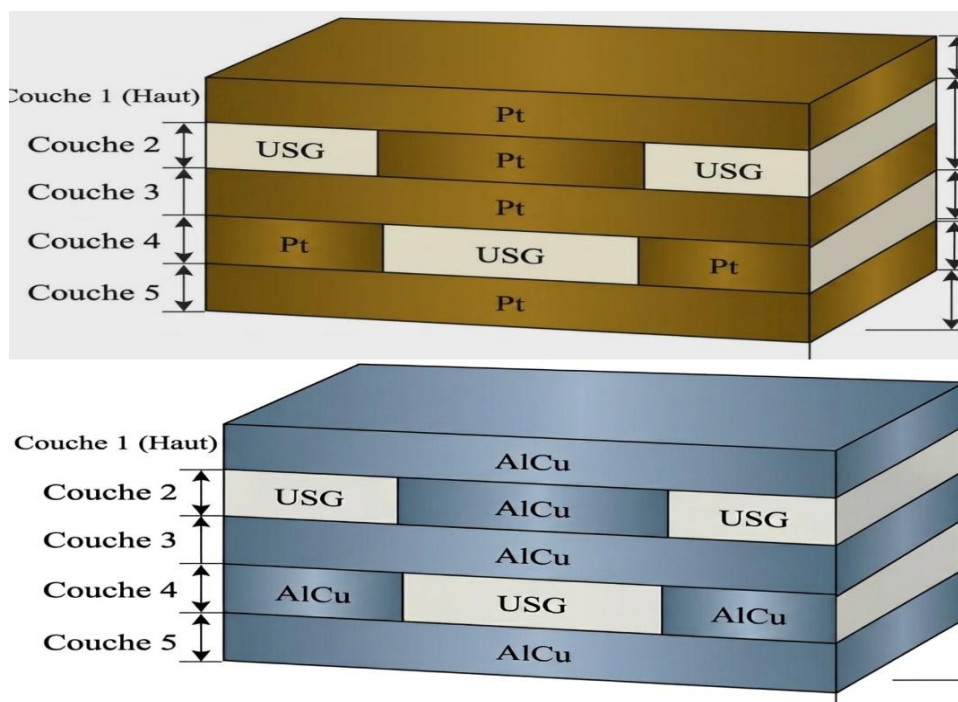


Figure (15) Modélisation géométrique de l'empilement de l'étude.

III.2. Description du modèle complet équivalent (empilement homogénéisé)

Le modèle équivalent homogénéisé est construit à partir du modèle complet en remplaçant l'empilement multicouche hétérogène par un milieu homogène unique possédant des propriétés mécaniques effectives équivalentes. Ainsi, le modèle équivalent constitue une représentation simplifiée mais fidèle du comportement macroscopique de l'empilement multicouche initial (figure (16)).

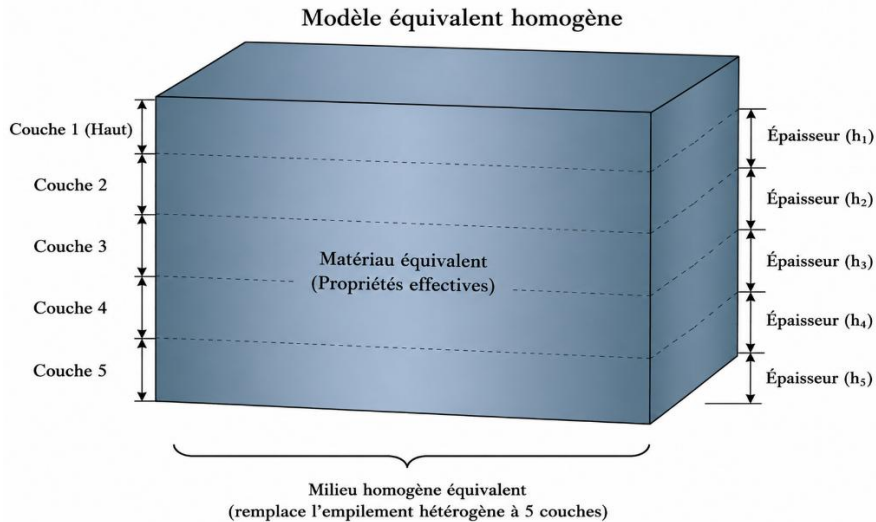


Figure (16) Modélisation géométrique du modèle géométrique équivalent.

IV. Maillage

Cette étape constitue la phase de transition entre la définition géométrique et la résolution numérique. Elle est déterminante pour la précision des champs de contraintes locaux et, par conséquent, pour la fiabilité des propriétés homogénéisées.

La discrétisation spatiale de l'empilement est réalisée à l'aide d'éléments finis solides tridimensionnels. Le choix s'est porté sur des éléments hexaédraux à 8 nœuds à intégration réduite (C3D8R). Ces éléments sont particulièrement adaptés pour capturer les gradients de contraintes à travers l'épaisseur des couches minces tout en évitant les phénomènes de verrouillage numérique [28]. Bien que les éléments de coque puissent être envisagés pour des rapports d'aspect élevés, les éléments volumiques restent la référence pour une caractérisation tridimensionnelle complète du comportement anisotrope [29] Figure(17).

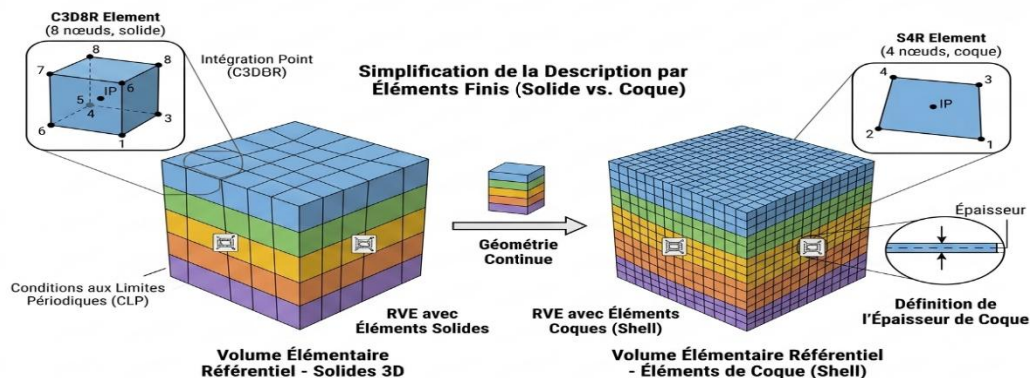


Figure (17) Comparaison schématique de la discrétisation spatiale d'un VER multicouche : Éléments solides 3D (C3D8R) versus Éléments de coque (S4R) avec définition de l'épaisseur

V. Conditions aux limites appliquées

Pour extraire les propriétés élastiques, le modèle doit être soumis à des conditions aux limites qui permettent de simuler un état de déformation ou de contrainte uniforme. Pour chaque type de sollicitation, un chargement unitaire est appliqué au volume élémentaire représentatif, permettant ainsi de déterminer les propriétés élastiques équivalentes du matériau homogénéisé. Dans le cadre de ce travail, ces calculs ont été réalisés à l'aide du plugin EasyPBC intégré dans Abaqus, dédié à la mise en œuvre des conditions aux limites périodiques (figure 18).

Le principe de cette méthode consiste à soumettre le modèle à une série de sollicitations élémentaires indépendantes, permettant d'identifier l'ensemble des constants élastiques du matériau homogénéisé. Dans ce travail, six cas de chargement fondamentaux ont été considérés. Les trois premiers correspondent à des essais de traction uniaxiale selon les directions principales (xx, yy, zz), où une déformation normale unitaire est imposée successivement dans chaque direction, les autres composantes étant nulles.

Les trois autres cas concernent des sollicitations en cisaillement pur, appliquées respectivement dans les plans (xy, xz, yz), en imposant des déformations de cisaillement unitaires. Pour chaque cas de chargement, les contraintes moyennes obtenues à l'échelle du VER sont extraites, ce qui permet de déterminer les modules de Young, les coefficients de Poisson ainsi que les modules de cisaillement du matériau équivalent.

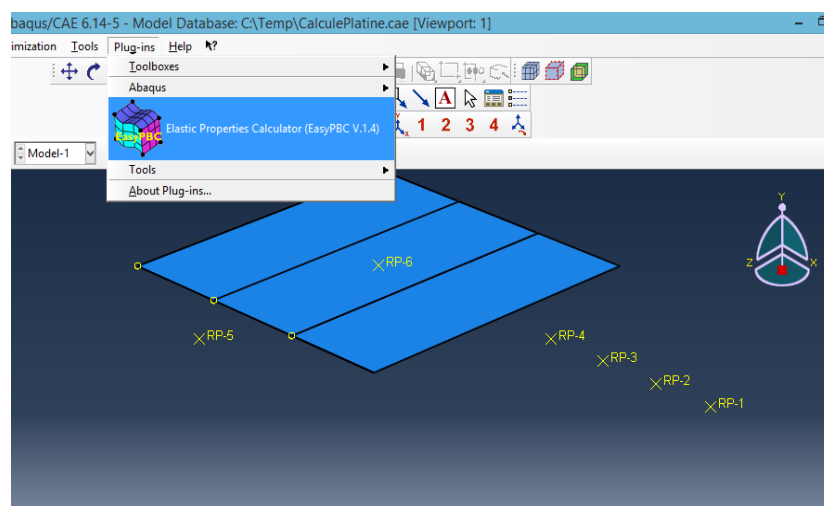


Figure (18) Capture d'écran montrant l'activation du plugin EasyPBC V.1.4 dans Abaqus/CAE pour la mise en œuvre des conditions aux limites périodiques.

V.1. Traction uniaxiale

Dans cette partie, le comportement du matériau est étudié sous sollicitations de traction uniaxiale suivant les trois directions principales (xx, yy, zz). Pour chaque cas, une déformation normale unitaire est imposée dans une seule direction, tandis que les autres composantes de déformation sont annulées, ce qui permet d'isoler la réponse mécanique dans la direction considérée et d'identifier les constantes élastiques correspondantes.

- **Traction en X**

Une simulation d'un essai de traction suivant la direction x a été réalisé sur l'empilement hétérogène à 5 couches. Pour cela, Un déplacement imposé selon l'axe X ($U_x > 0$) a été

appliqué sur la face gauche ($x = 0$), tandis qu'un déplacement nul selon x ($U_x = 0$) a été imposé sur la face droite ($x = L_x$). Les faces supérieure et inférieure ont été bloquées selon y ($U_y = 0$), alors que les faces avant et arrière ont été bloquées selon z ($U_z = 0$), afin d'assurer un état de traction uniaxiale pur. Cet essai, détaillé graphiquement par la Figure (19), sert de modèle méthodologique de référence pour l'ensemble des axes numériques. Il nous permet de déterminer le module de Young équivalent E_x ainsi que les coefficients de Poisson ν_{xy} , ν_{xz} .

• Généralisation du formalisme aux axe Y et Z :

Par souci de concision et afin d'éviter toute répétition redondante, il est important de souligner que la même approche méthodologique, les mêmes étapes de configuration numérique ainsi que les mêmes types de conditions aux limites décrits précédemment pour l'axe X (Figure (19)) ont été rigoureusement appliqués et dupliqués pour les axes Y et Z. Cette transposition systématique nous a permis d'induire des états de déformation uniaxiale analogues selon ces deux directions, assurant ainsi l'extraction globale de l'ensemble des constantes élastiques bidirectionnelles restantes, à savoir les modules de Young (E_y , E_z) et les coefficients de Poisson correspondants (ν_{yx} , ν_{yz} , ν_{zx} , ν_{zy}).

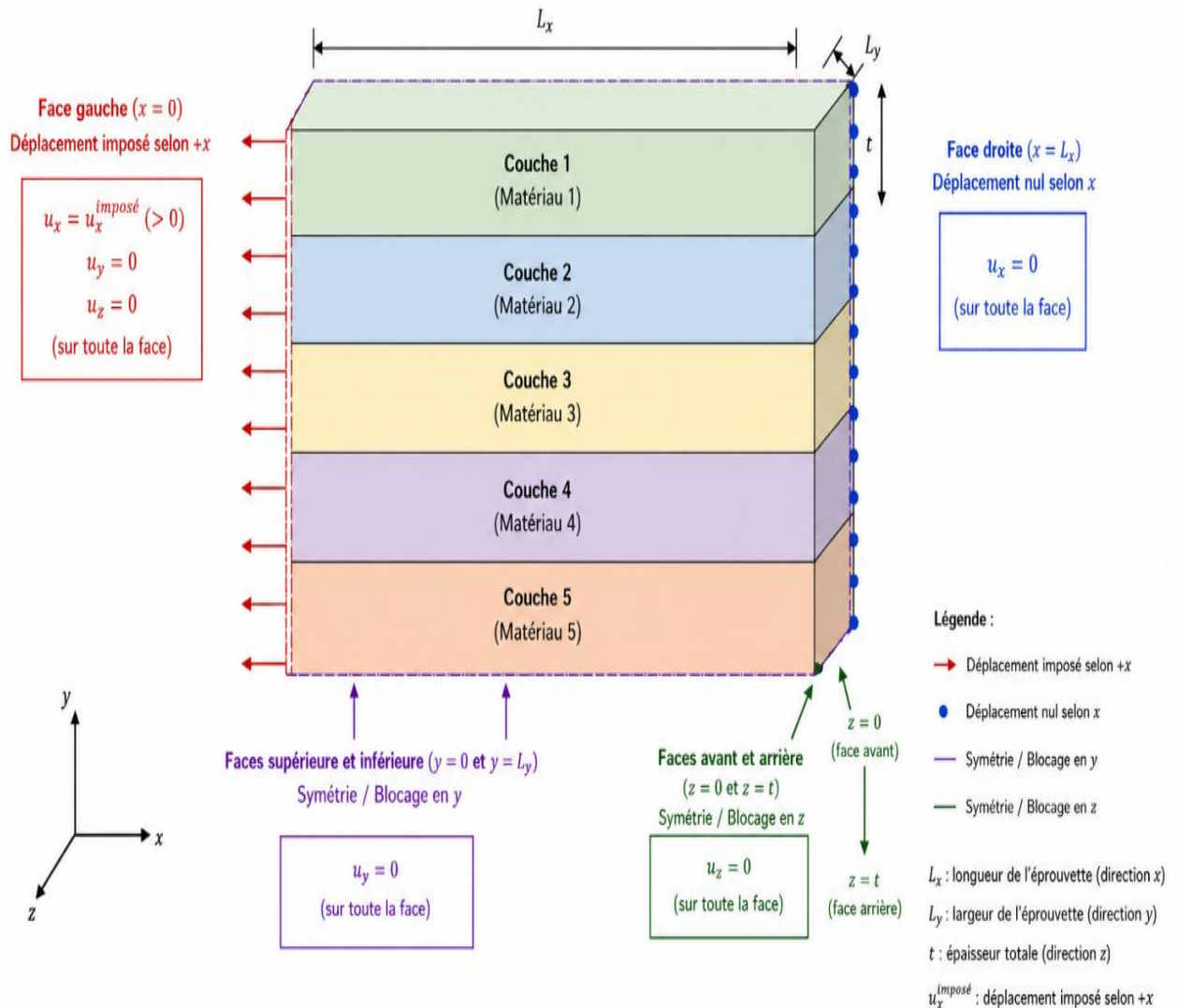


Figure (19) Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de traction dans la direction X

V.2. Cisaillement

Dans cette partie, le comportement du matériau homogénéisé est étudié sous sollicitations de cisaillement pur, en appliquant des déformations de cisaillement unitaires dans les trois plans (xy, xz, yz). Pour chaque cas, seule la composante de cisaillement est imposée, tandis que les autres déformations sont annulées, afin d'isoler la réponse mécanique en cisaillement et de déterminer les modules correspondants du matériau homogénéisé.

- **Cisaillement XY**

Un essai de cisaillement dans le plan xy a été réalisé sur l'empilement hétérogène à 5 couches. Pour cela, Un déplacement imposé selon l'axe X a été appliqué sur la face supérieure ($y = H$), tandis qu'un déplacement nul selon X et Y ($U_x=0$, $U_y=0$) a été imposé sur la face inférieure ($y = 0$). Les faces latérales ($x = 0$) et ($x = L_x$) ont été bloquées selon X, alors que le déplacement selon Y est resté libre, afin d'assurer un état de cisaillement pur dans le plan XY. Cet essai, illustré dans la Figure (20), nous permet de déterminer le module de cisaillement équivalent G_{xy} .

- **Transposition analogique aux plans XZ et YZ :**

Par souci de concision et afin d'optimiser la clarté du manuscrit, il convient de préciser que le même protocole numérique, les mêmes configurations de chargement ainsi que les conditions aux limites détaillés pour le plan XY (Figure (20)) ont été rigoureusement transposés par analogie aux plans XZ et YZ.

Cette démarche systématique nous a permis d'induire des états de cisaillement pur correspondants à ces deux configurations géométriques, assurant ainsi l'identification des constants élastiques bidirectionnelles restantes, à savoir les modules de cisaillement équivalents G_{xz} et G_{yz} .

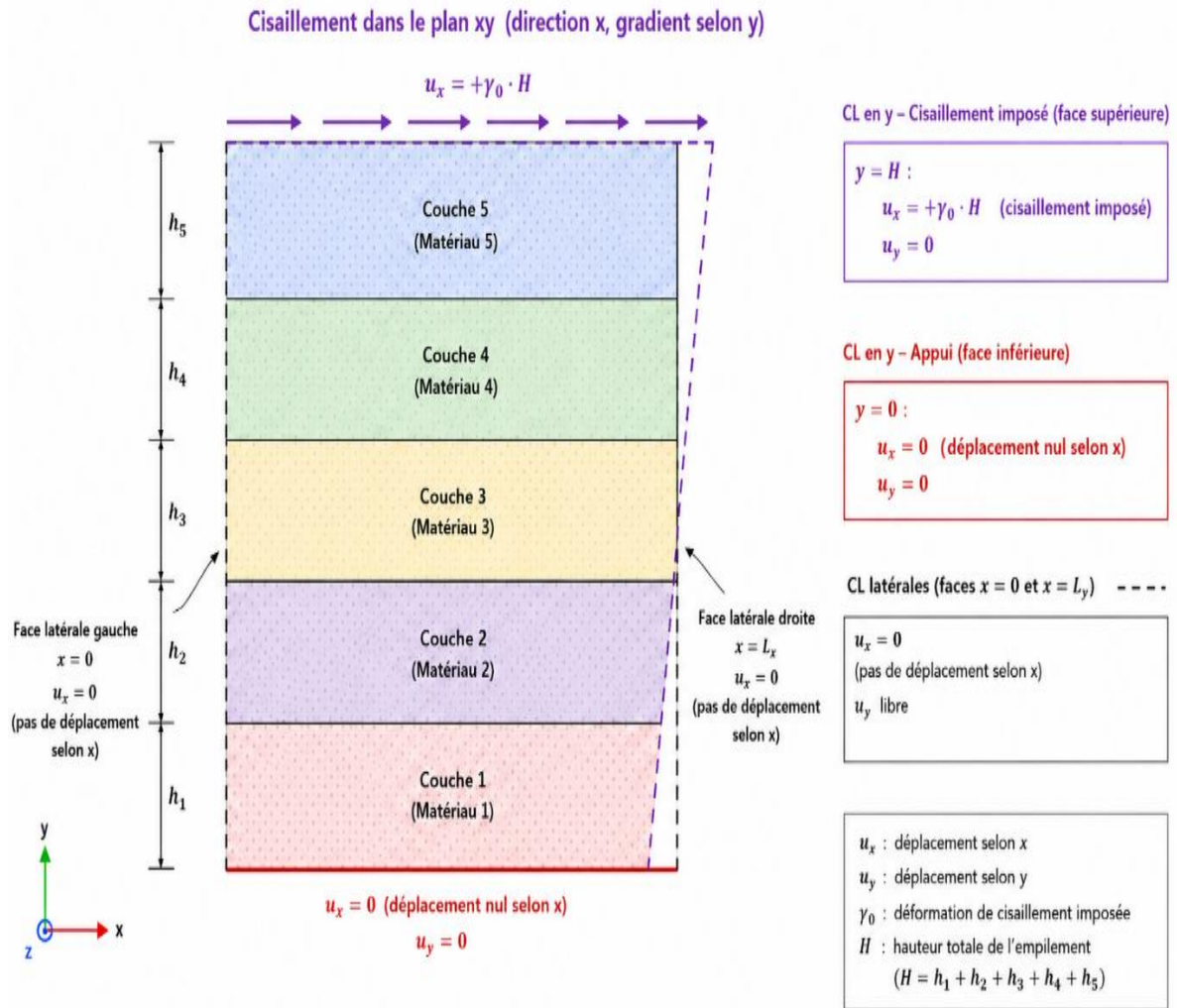


Figure (20) Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de cisaillement dans le plan xy.

VI. Hypothèses de modélisation

La validité du modèle repose sur trois hypothèses fondamentales garantissant la convergence numérique et la précision des résultats :

- **Isotropie intrinsèque des couches minces** : Chaque couche individuelle est considérée comme un matériau isotrope, ce qui signifie que ses propriétés mécaniques sont identiques dans toutes les directions au sein d'une même couche.
- **Anisotropie du matériau homogénéisé** : Bien que les couches soient individuellement isotropes, l'empilement global acquiert un comportement anisotrope en raison de la variation des propriétés et de la séquence d'empilement, un phénomène qualifié d'anisotropie structurelle.
- **Comportement linéaire et élastique** : Il est supposé que le matériau obéit à la loi de Hooke. La relation entre contrainte et déformation est linéaire, et le matériau retrouve son état initial après déchargement, ce qui simplifie le calcul des constants élastiques équivalentes.

VII. Etude paramétrique, influence de l'épaisseur des couches et des matériaux

Le modèle numérique permet de tester virtuellement différentes combinaisons de matériaux et de varier l'épaisseur des couches sans coût de fabrication. Cela permet d'identifier quelle couche contribue le plus à la rigidité ou à la légèreté de l'ensemble. Cette analyse paramétrique sert de guide pour optimiser le choix des constituants avant la phase de conception matérielle.

VIII. Propriétés déterminées

À partir des six cas de chargement considérés (trois en traction et trois en cisaillement), les propriétés élastiques équivalentes de l'empilement hétérogène sont déterminées par homogénéisation numérique sous Abaqus. Après chaque simulation, le logiciel fournit automatiquement les composantes des contraintes et des déformations nécessaires à l'identification des constants élastiques macroscopiques du matériau.

Après chaque simulation, les grandeurs suivantes sont déterminées :

- **Modules de Young :**

Les modules de Young équivalents sont calculés à partir du rapport entre les contraintes normales et les déformations normales :

$$E_x = \frac{S_{11}}{E_{11}}, \quad E_y = \frac{S_{22}}{E_{22}}, \quad E_z = \frac{S_{33}}{E_{33}}$$

S_{11} , S_{22} , S_{33} : les contraintes normales.

E_{11} , E_{22} , E_{33} : les déformations normales.

- **Coefficients de Poisson :**

Les coefficients de Poisson sont déterminés à partir des déformations transversales :

$$\nu_{xy} = -\frac{E_{22}}{E_{11}}, \quad \nu_{xz} = -\frac{E_{33}}{E_{11}}$$

$$\nu_{yx} = -\frac{E_{11}}{E_{22}}, \quad \nu_{yz} = -\frac{E_{33}}{E_{22}}$$

$$\nu_{zx} = -\frac{E_{11}}{E_{33}}, \quad \nu_{zy} = -\frac{E_{22}}{E_{33}}$$

- **Modules de cisaillement :**

Les modules de cisaillement équivalents sont calculés à partir des contraintes et déformations de cisaillement :

$$G_{xy} = \frac{S_{12}}{E_{12}}, \quad G_{xz} = \frac{S_{13}}{E_{13}}, \quad G_{yz} = \frac{S_{23}}{E_{23}}$$

S_{12} , S_{13} , S_{23} : les contraintes de cisaillement.

E_{12} , E_{13} , E_{23} : les déformations de cisaillement.

Les résultats globaux issus de ces formulations numériques sont présentés sous forme de tableaux récapitulatifs ci-dessous, facilitant ainsi leur interprétation et leur exploitation directe dans la modélisation macroscopique.

Tableau 2 Synthèse des propriétés élastiques équivalentes pour le 1er Cas (AlCu +USG)

sollicitation	Propriété calculée	Valeur équivalente
Traction XX	E_{xx} (MPa)	74813.6725
	ν_{xy}	0.32483
	ν_{xz}	0.32289
Traction YY	E_{yy} (MPa)	74507.5347
	ν_{yx}	0.32350
	ν_{yz}	0.32350
Traction ZZ	E_{zz} (MPa)	74813.6895
	ν_{zx}	0.32289
	ν_{zy}	0.32483
Cisaillement XY	G_{xy} (MPa)	27972.3421
Cisaillement XZ	G_{xz} (MPa)	28276.4559
Cisaillement YZ	G_{yz} (MPa)	27972.3367

Tableau 3 Synthèse des propriétés élastiques équivalentes pour le 2èm Cas (Platine +USG)

sollicitation	Propriété calculée	Valeur équivalente
Traction XX	E_{xx} (MPa)	159747.7739
	ν_{xy}	0.37000
	ν_{xy}	0.38047
Traction YY	E_{yy} (MPa)	149656.8055
	ν_{yx}	0.34663
	ν_{yz}	0.34663
Traction ZZ	E_{xx} (MPa)	159747.9265
	ν_{zx}	0.38047
	ν_{zy}	0.37000
Cisaillement XY	G_{xy} (MPa)	54519.4965

Cisaillement XZ	G_{xz} (MPa)	57859.6858
Cisaillement YZ	G_{yz} (MPa)	54519.3743

Les résultats présentés dans le tableau ci-dessus correspondent aux propriétés élastiques équivalentes obtenues par homogénéisation numérique.

IX. Conclusion

L'approche numérique développée dans ce chapitre a permis de déterminer les propriétés élastiques équivalentes du matériau multicouche par homogénéisation à l'échelle du volume élémentaire représentatif. La modélisation par éléments finis, réalisée sous Abaqus et associée au plugin EasyPBC, a permis d'appliquer des conditions aux limites périodiques adaptées ainsi que de reproduire de manière rigoureuse les différents cas de chargement élémentaires.

Les simulations de traction uniaxiale et de cisaillement ont conduit à l'identification des modules de Young, des coefficients de Poisson et des modules de cisaillement du matériau homogénéisé.

Ainsi, cette étape constitue une base essentielle que nous avons développée pour l'exploitation des propriétés homogénéisées dans les analyses mécaniques à plus grande échelle, notamment pour l'étude comparative de l'influence des paramètres géométriques et matériels sur le comportement global de la structure. Ces constants élastiques équivalents seront directement implémentés dans la suite de notre travail pour modéliser le comportement macroscopique des couches minces.

Chapitre 4 : Résultats et Discussion

I. Introduction

Ce quatrième et dernier chapitre constitue le cœur investigateur de notre travail de recherche. Il est entièrement dédié à la présentation, à l'analyse critique et à la discussion des résultats issus des simulations numériques par éléments finis, menées précédemment. L'objectif cardinal de cette section est d'évaluer rigoureusement la pertinence et la précision de la méthode d'homogénéisation numérique adoptée pour prédire le comportement élastique de l'empilement de films minces.

Pour ce faire, une confrontation quantitative systématique est opérée entre les réponses mécaniques du modèle hétérogène global (pris comme référence) et celles du modèle homogénéisé équivalent. Cette évaluation est déployée à travers l'analyse des scénarios de sollicitations mécaniques préalablement définis dont les essais de flexion à trois et quatre points. À travers l'examen des courbes, des distributions de contraintes, ce chapitre mettra en lumière non seulement l'efficacité computationnelle de l'approche macroscopique, mais également ses limites intrinsèques liées au lissage des contraintes interfaciales. Enfin, cette discussion approfondie nous permettra de valider notre démarche et d'ouvrir des perspectives concrètes pour l'optimisation structurelle des dispositifs étudiés.

II. Justification du choix du chargement en flexion

Le comportement mécanique des structures multicouches dépend fortement du type de sollicitation appliquée. Parmi les différents modes de chargement, la flexion représente un cas particulièrement important dans les applications électroniques et mécaniques, car elle engendre des distributions complexes de contraintes et de déformations au sein des différentes couches constituant l'empilement. De plus, ce type de sollicitation permet d'évaluer efficacement la rigidité globale de la structure ainsi que l'influence des propriétés mécaniques et géométriques des matériaux utilisés. Pour ces raisons, le chargement en flexion a été retenu dans cette étude afin d'analyser le comportement de l'empilement multicouche et de vérifier la validité du modèle homogénéisé développé sous Abaqus.

- **Contexte pratique : sollicitation fréquente des empilements en flexion dans les composants électroniques**

Les structures multicouches sont largement utilisées dans de nombreux domaines industriels, notamment dans les composants électroniques, les circuits imprimés et les systèmes microélectroniques, en raison de leurs performances mécaniques et fonctionnelles élevées.

Durant les différentes phases de fabrication, d'assemblage ou de fonctionnement, ces structures sont fréquemment soumises à des sollicitations mécaniques de type flexion. Ce chargement peut être provoqué par les opérations de montage, les variations thermiques, les contraintes résiduelles ou encore les conditions d'utilisation des dispositifs électroniques[30].

Dans ce contexte, le chargement en flexion constitue également une approche efficace pour vérifier la validité du modèle homogénéisé développé dans cette étude. En effet, la comparaison entre la réponse mécanique de l'empilement réel et celle du modèle homogénéisé permet

d'évaluer la capacité de l'homogénéisation à reproduire fidèlement le comportement global de la structure multicouche tout en réduisant le coût numérique des simulations.

- **Raisons du choix : simuler des contraintes réalistes et valider l'homogénéisation**

Le chargement en flexion a été retenu dans cette étude en raison de sa capacité à reproduire des conditions mécaniques proches des sollicitations réelles rencontrées par les structures multicouches dans les applications électroniques et industrielles.

Par ailleurs, le chargement en flexion représente une approche pertinente pour valider le modèle homogénéisé développé dans cette étude. La comparaison des réponses mécaniques obtenues à partir du modèle homogénéisé et de l'empilement réel permet de vérifier la capacité de l'approche d'homogénéisation à reproduire fidèlement le comportement global de la structure multicouche.

- **Objectif de l'étude en flexion : comportement élastique global, influence des matériaux et des épaisseurs**

L'objectif principal de cette étude en flexion est d'analyser le comportement élastique global d'un empilement multicouche composé de cinq couches réalisées à partir des matériaux AlCu/ USG et Pt/USG. Cette analyse permet d'évaluer la réponse mécanique globale de la structure sous l'effet du chargement appliqué, notamment en termes de contraintes, de déformations et de rigidité.

Cette étude vise également à examiner l'influence des propriétés mécaniques des matériaux constituant l'empilement ainsi que l'épaisseur des couches sur la réponse globale de la structure. En effet, les différences entre les propriétés élastiques de l'AlCu, de l'USG et du platine peuvent engendrer des variations importantes dans la distribution des contraintes et des déformations à travers les différentes couches. L'analyse de ces effets permet ainsi de mieux comprendre le rôle de chaque matériau dans le comportement mécanique global de l'empilement multicouche.

- **Comparaison empilement complet vs homogénéisé**

Avant d'aborder l'analyse comparative globale entre le modèle complet et le modèle macroscopique équivalent, il est impératif de définir les propriétés mécaniques intrinsèques des différents matériaux minces intégrés dans l'étude paramétrique. Les calculs analytiques ainsi que les simulations numériques sous Abaqus ont été exécutés en introduisant les constantes élastiques (comportement isotrope linéaire) regroupées dans les tableaux suivants:

Le 1^{er} système (Couplage AlCu / USG) met en jeu un film métallique d'Aluminium-Cuivre (AlCu) alterné avec des couches de verre de silice ultra-souple (USG). Le 2^{ème} système (Couplage Platine / USG) en remplace le film d'AlCu par du Platine (Platine), induisant un contraste de rigidité thermique et mécanique beaucoup plus sévère avec l'USG

Tableau 4 Propriétés mécaniques et élastiques des matériaux constituant l'empilement hétérogène

Matériau	Module d'Young E (MPa)	Coefficient de Poisson
AlCu (Métal/conducteur)	71000	0.33
USG (Oxyde/isolant)	90000	0.3
Platine (Métal/conducteur)	177000	0.39

Afin de valider la démarche d'homogénéisation numérique adoptée, une étude comparative rigoureuse est menée entre le modèle macroscopique équivalent (homogène) et le modèle de référence structurel (empilement hétérogène).

Dans ce cadre, nous avons soumis les deux structures à deux types de chargements mécaniques : un essai de flexion à 3 points et un essai de flexion à 4 points.

Pour donner une validité globale à ce formalisme, l'étude paramétrique croise deux facteurs clés :

- ✓ La variation de l'épaisseur totale (de 0.0015mm à 0.003mm).
- ✓ Le changement des couples de matériaux constitutifs définis ci-dessus : le système (AlCu / USG) et le système (Platine / USG).

Cette confrontation directe permet d'évaluer l'aptitude du modèle homogénéisé à reproduire la réponse mécanique globale à travers l'analyse des champs de contraintes et de déformations.

III. Chargement en flexion 3 points : Résultats et analyse

Dans cette section, nous présentons et analysons les résultats obtenus pour l'essai de flexion à 3 points réalisé sur les empilements multicouches, afin d'étudier leur comportement mécanique global. L'analyse comparative est menée systématiquement pour les deux couples de matériaux :

III.1. 1^{er} Cas AlCu / USG

Dans cette partie, le comportement mécanique de l'empilement multicouche composé des matériaux AlCu et USG est étudié sous un chargement de flexion à 3 points. Les résultats obtenus pour les modèles hétérogène et homogénéisé sont comparés à travers l'analyse des déformations et des contraintes.

Le chargement de flexion a été appliqué sous forme d'un déplacement imposé suivant l'axe Y au centre de la structure, avec une valeur de $U_y = -0.5mm$, tandis que les extrémités de la structure ont été bloquées suivant la même direction ($U_y = 0$), correspondant à un essai classique de flexion 3 points. Les conditions aux limites ainsi que le chargement appliqué aux modèles homogène et hétérogène (Figure 21 et Figure 22) permettent de valider la précision de notre homogénéisation.

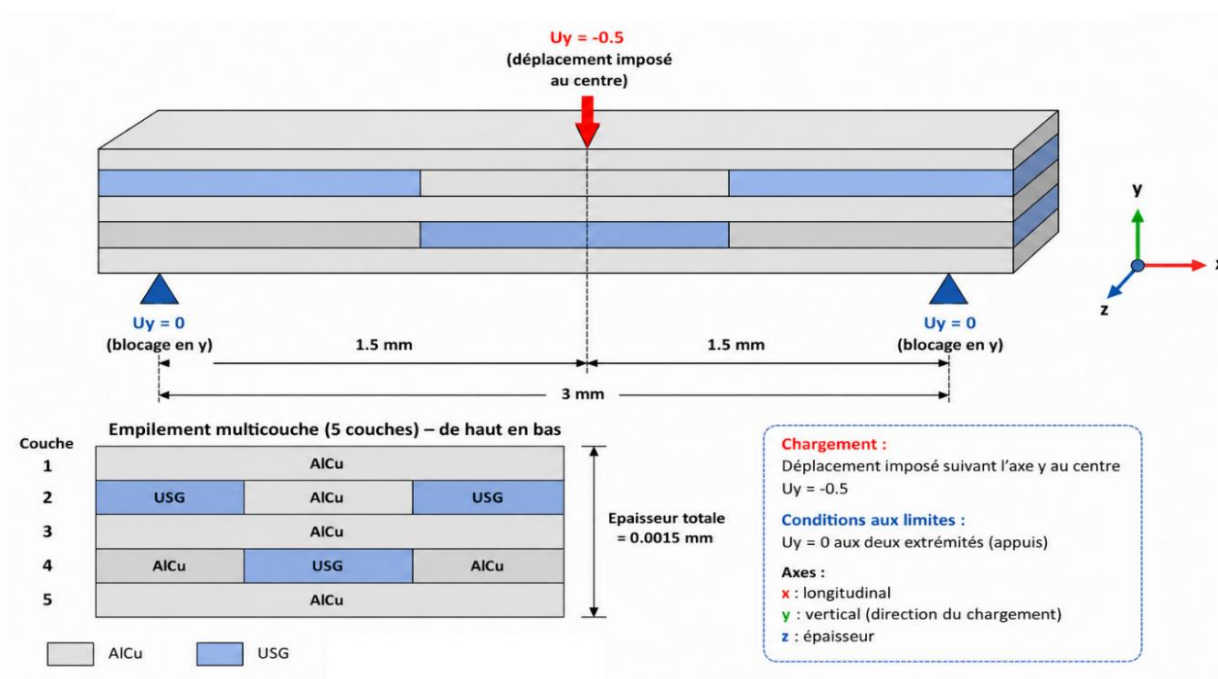


Figure (21) : Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de flexion 3 point du modèle hétérogène (AlCu/USG)

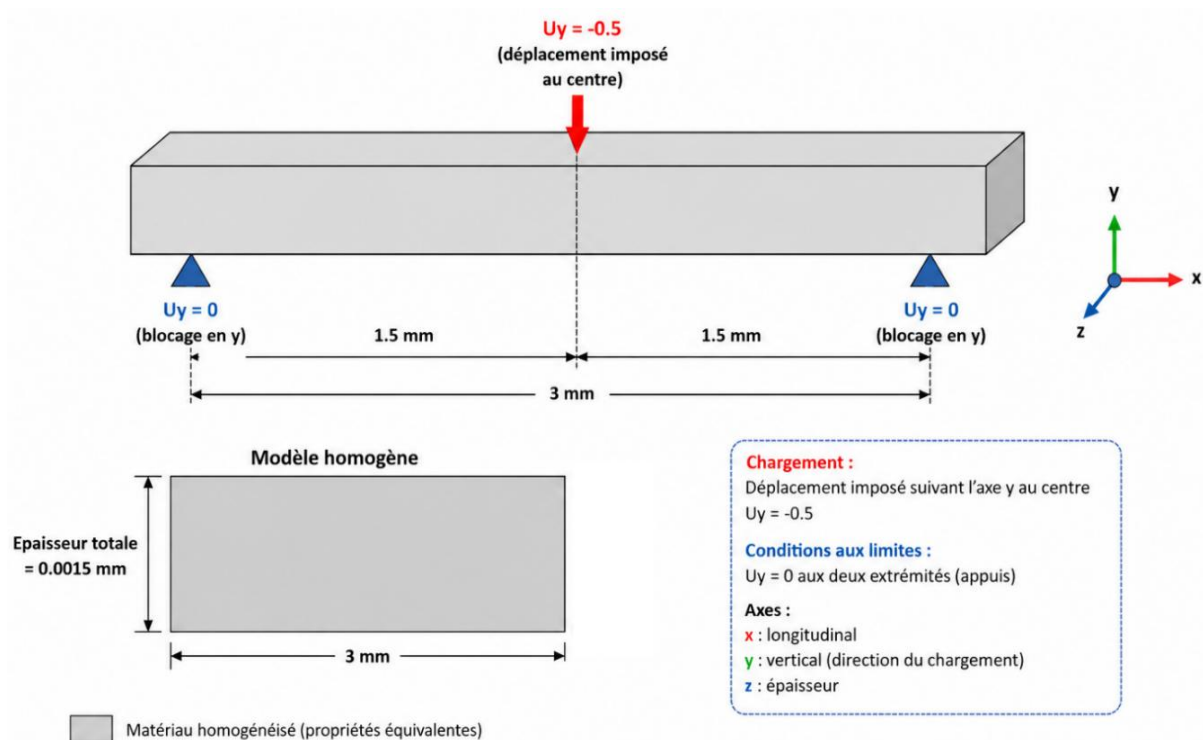


Figure (22) : Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de flexion 3 point du modèle homogène (AlCu/USG).

III.1.1 Comparaison qualitative

Les figures (23) et (24) montrent une concentration des contraintes de Von Mises au niveau de la zone centrale située sous le chargement. Cette région représente la partie la plus sollicitée de la structure durant la flexion.

On observe également que l'augmentation de l'épaisseur entraîne une augmentation progressive des contraintes maximales. Cela indique que l'épaisseur influence directement la rigidité et le comportement mécanique de la structure.

Par ailleurs, le changement des couleurs du bleu vers le rouge traduit l'augmentation progressive des contraintes dans la structure. Les zones bleues correspondent aux faibles contraintes, tandis que les zones rouges représentent les contraintes maximales concentrées principalement au centre de la plaque. Cette répartition confirme le comportement classique observé lors d'un essai de flexion 3 points.

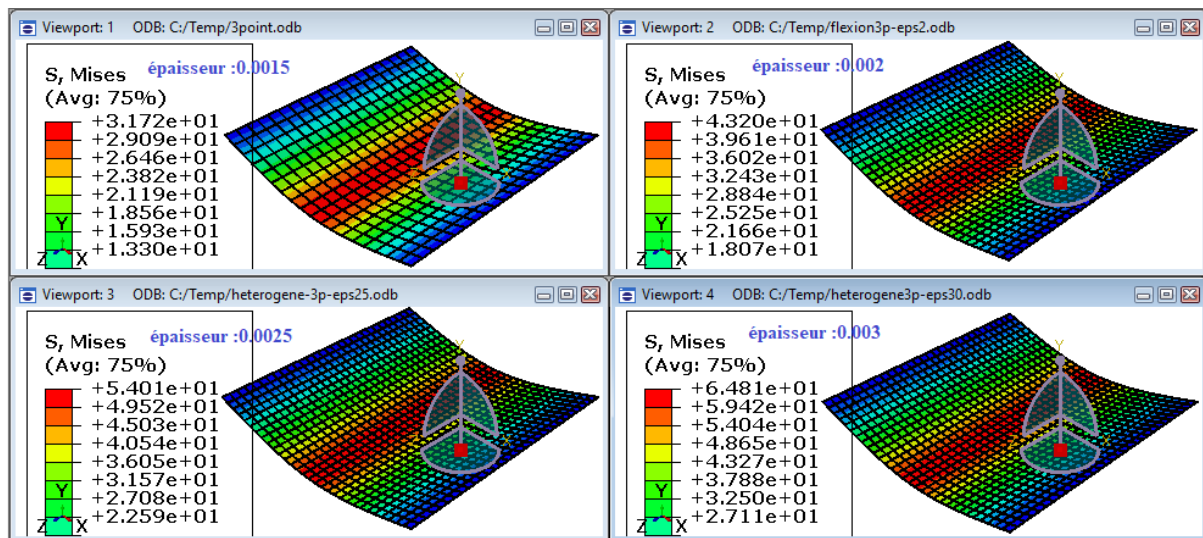


Figure (23): Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points

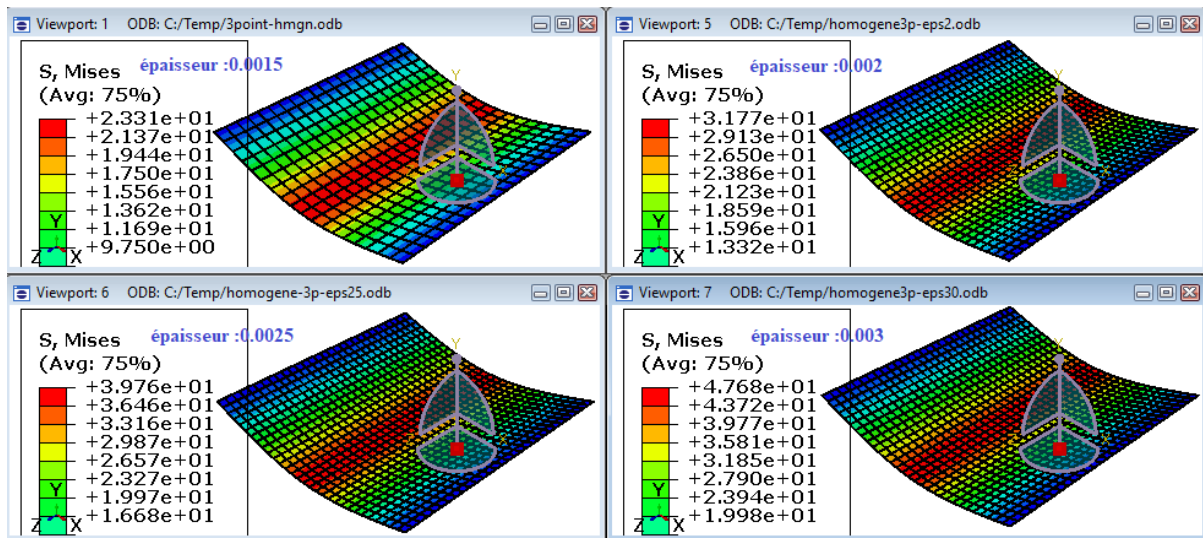


Figure (24) : Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points

Les figures (25) et (26) illustrent la répartition de la déformation normale E_{yy} (E_{22} sur abaqus) des deux modèles pour les différentes épaisseurs des couches minces. Les résultats de la simulation de flexion 3 points montrent une concentration importante des déformations au niveau de la zone centrale soumise au chargement. Cette région correspond à la partie la plus affectée par la flexion de la structure.

On remarque également que l'augmentation de l'épaisseur entraîne une augmentation progressive des valeurs maximales de E_{22} . Cela montre que l'épaisseur influence directement la réponse mécanique et la distribution des déformations dans les deux modèles hétérogène et homogène.

Par ailleurs, la variation des couleurs du bleu vers le rouge traduit l'augmentation graduelle des déformations dans la structure. Les zones bleues représentent les faibles déformations, tandis que les zones rouges indiquent les déformations maximales localisées principalement dans la région centrale sous l'effet du chargement en flexion 3 points.

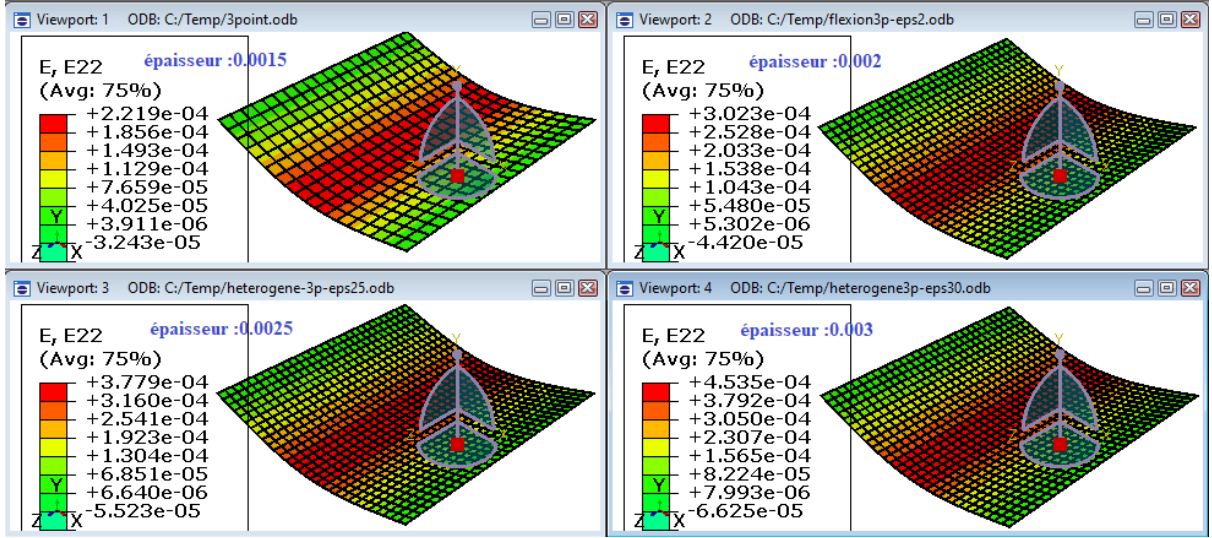


Figure (25) : Distribution des déformations E22 du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points.

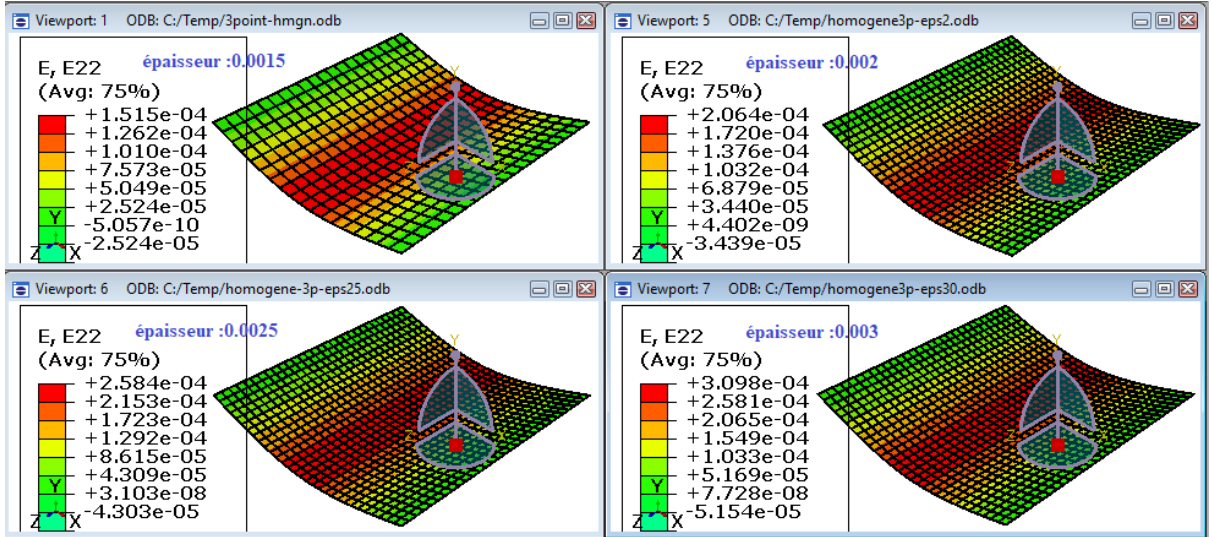


Figure (26) : Distribution des déformations E22 du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points.

III.1.2 Comparaison quantitative

La figure 27 montre l'évolution de la contrainte maximale de Von Mises des deux modèles (hétérogène et homogénéisé) en fonction de l'épaisseurs des couches minces. Les résultats graphiques montrent une évolution linéaire croissante de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de l'épaisseur de l'empilement AlCu/USG, et ce, pour les deux configurations étudiées sous flexion 3 points. À une épaisseur initiale de 0.0015mm, les deux modèles (homogène et hétérogène) affichent des valeurs initiales proches (respectivement 23.31MPa et 31.72 MPa). Cependant, au fur et à mesure que l'épaisseur augmente, on observe un écart progressif et significatif entre les deux courbes. Le modèle hétérogène surestime systématiquement la contrainte par rapport au modèle homogène, atteignant un maximum de 64.81MPa à 0.003 mm. Cet écart mécanique s'explique par le fait que le modèle hétérogène prend en compte les discontinuités des propriétés élastiques aux interfaces des couches (AlCu/USG), ce qui génère des concentrations de contraintes locales. En revanche, l'approche

d'homogénéisation numérique lisse ces variations en calculant des propriétés macroscopiques moyennes, ce qui conduit à une sous-estimation des pics de contraintes réels.

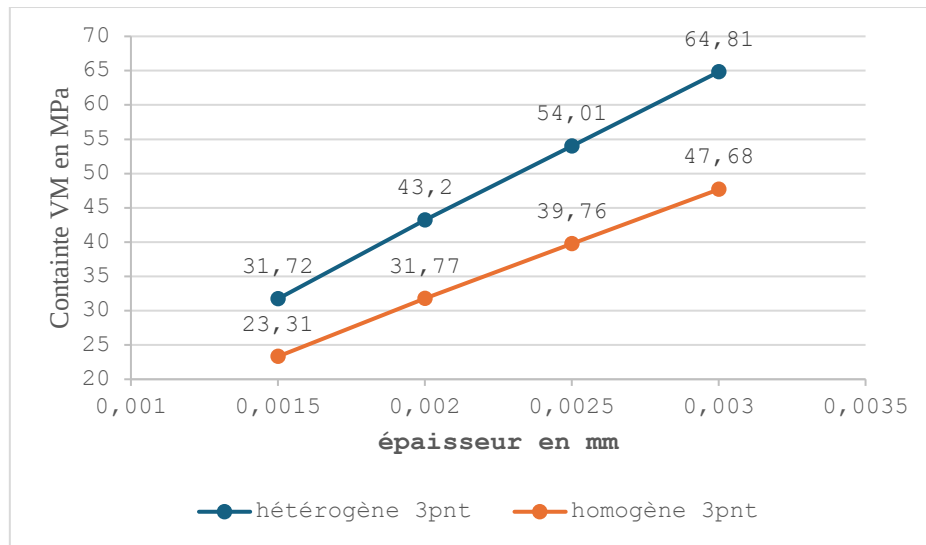


Figure (27) Evolution de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de l'épaisseur pour un empilement AlCu/USG : Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 3 points

La figure (28) présente la comparaison quantitative de la déformation maximale. Les résultats graphiques illustrent l'évolution de la déformation normale E_{22} en fonction de l'épaisseur de l'empilement AlCu/USG sous flexion 3 points. L'augmentation de l'épaisseur induit une élévation des niveaux de déformation locale pour les deux configurations, avec un élargissement progressif de l'écart entre les deux modèles. Le modèle hétérogène affiche une sensibilité déformationnelle nettement plus prononcée, la déformation passant de $2,22 \times 10^{-4}$ à $4,54 \times 10^{-4}$. À l'inverse, le modèle homogène présente une rigidité apparente supérieure qui restreint artificiellement l'amplitude des déformations macroscopiques. Ce comportement est lié à la localisation des déformations au sein des couches les plus ductiles et au voisinage des interfaces, un phénomène d'hétérogénéité locale que l'approche homogénéisée ne peut capturer en raison de son champ de déformation lissé sur l'ensemble de la section.

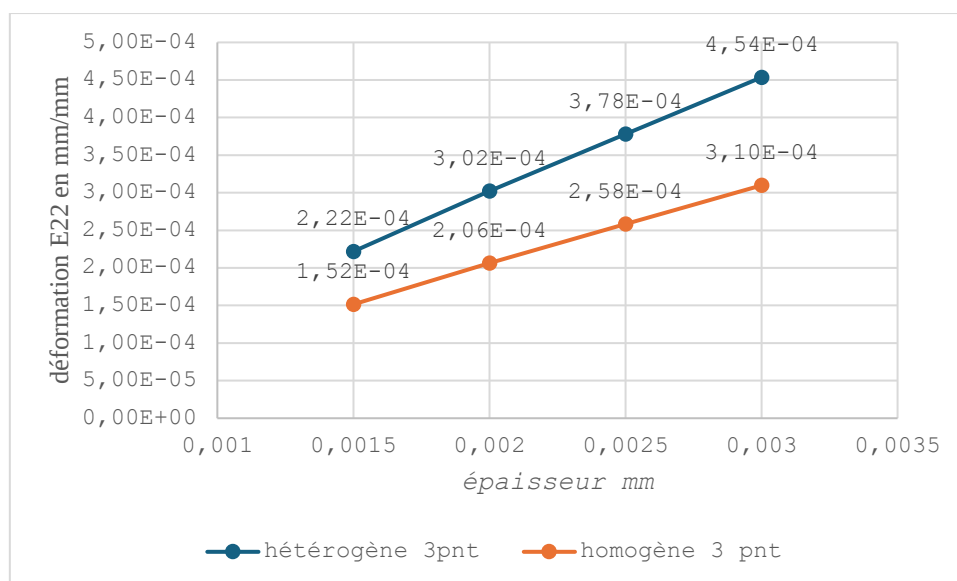


Figure (28) Evolution de la déformation E_{22} en fonction de l'épaisseur pour un empilement AlCu/USG : Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 3 points

III.2. 2^{ème} Cas Platine / USG

Pour ce second système, l'étude du comportement mécanique sous chargement de flexion à 3 points a été menée en adoptant les mêmes conditions aux limites et paramètres de chargement que le cas précédent ($U_y = -0.5\text{mm}$ au centre et $U_y = 0$ aux extrémités). Cette configuration identique permet d'évaluer l'impact du remplacement du film métallique d'AlCu par du Platine, mettant ainsi en évidence la robustesse du modèle homogénéisé face à un contraste de rigidité beaucoup plus sévère.

III.2.1. Comparaison qualitative

Les résultats de la simulation numérique montrent que les contraintes de Von Mises sont principalement concentrées dans la zone centrale soumise au chargement en flexion 3 points, aussi bien pour le modèle hétérogène que pour le modèle homogène (figures 29 et 30). Cette concentration traduit la forte sollicitation mécanique dans la région de contact.

On remarque également que les contraintes augmentent progressivement avec l'augmentation de l'épaisseur, ce qui met en évidence l'effet de l'épaisseur sur la réponse mécanique et la rigidité de la structure.

De plus, la répartition des couleurs du bleu vers le rouge illustre l'évolution des contraintes dans la structure. Les zones rouges correspondent aux contraintes les plus élevées localisées au centre du modèle, tandis que les zones bleues représentent les régions faiblement sollicitées.

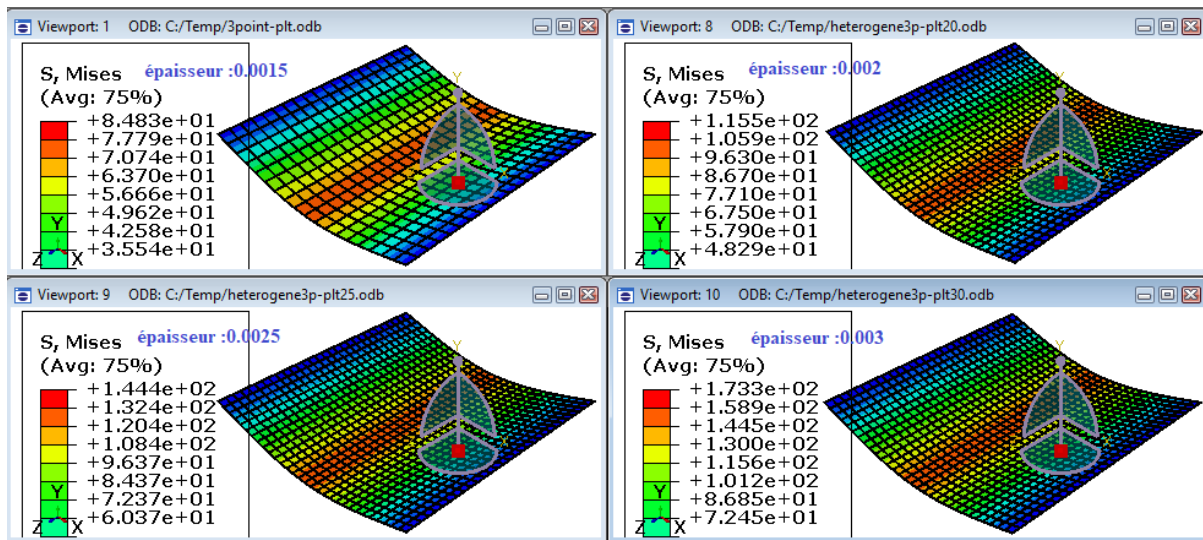


Figure (29) : Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points

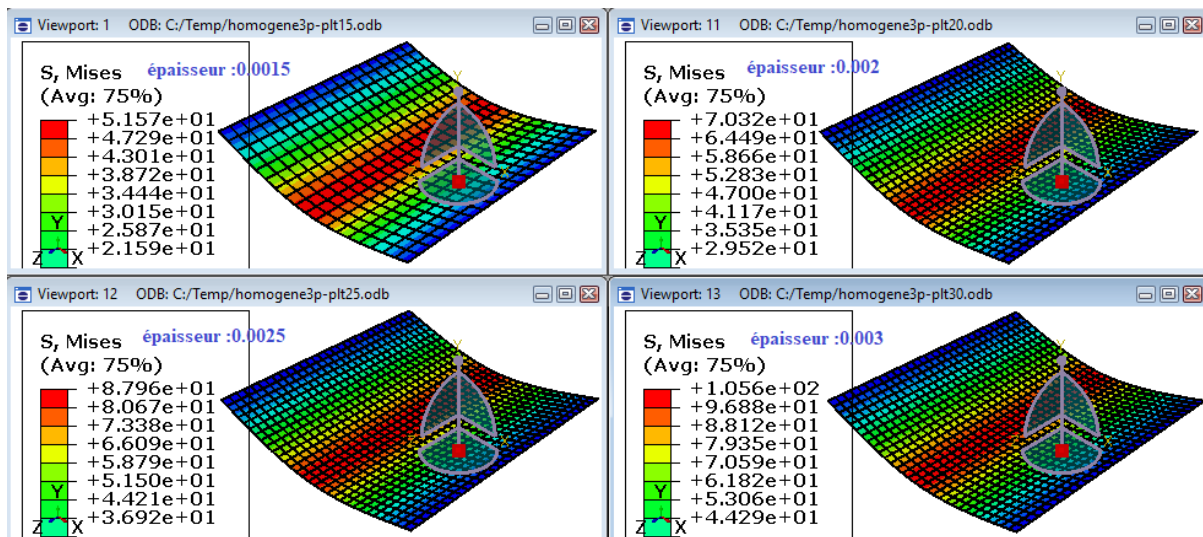


Figure (30) : Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points

Les résultats obtenus mettent en évidence une localisation importante des déformations E_{22} dans la région centrale de la structure soumise au chargement en flexion 3 points (figures 31 et 32). Cette zone correspond à la partie la plus sollicitée durant l'essai.

L'analyse montre également que l'augmentation de l'épaisseur provoque une élévation progressive des valeurs maximales des déformations pour les modèles hétérogène et homogène, ce qui traduit l'influence de l'épaisseur sur le comportement mécanique de la structure.

En outre, la distribution des couleurs allant du bleu au rouge illustre l'évolution des déformations dans la plaque. Les faibles déformations sont représentées par les zones bleues, tandis que les valeurs maximales sont observées dans les zones rouges situées principalement au centre du modèle.

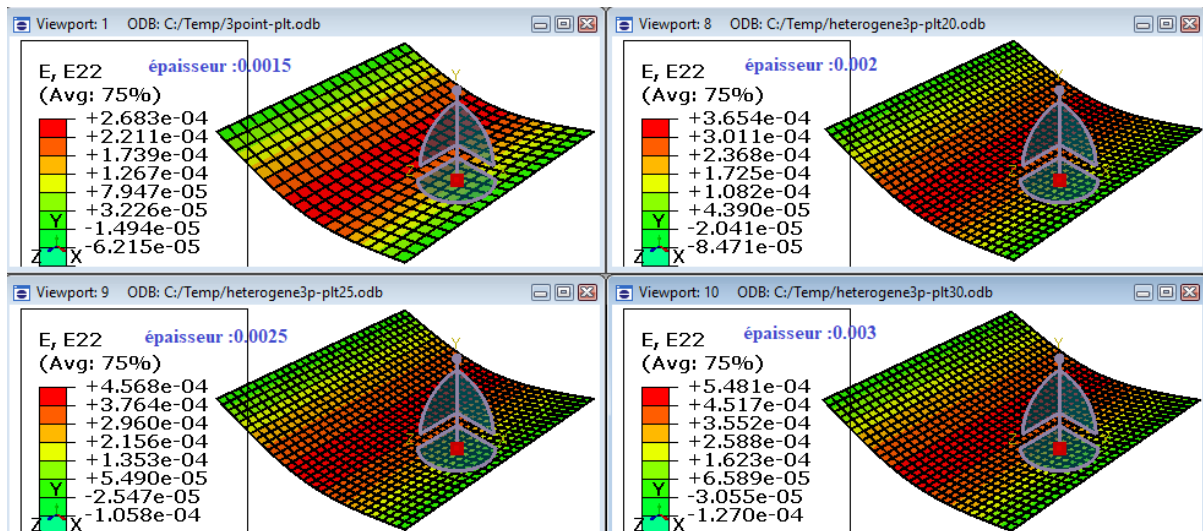


Figure (31) : Distribution des déformations E_{22} du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points

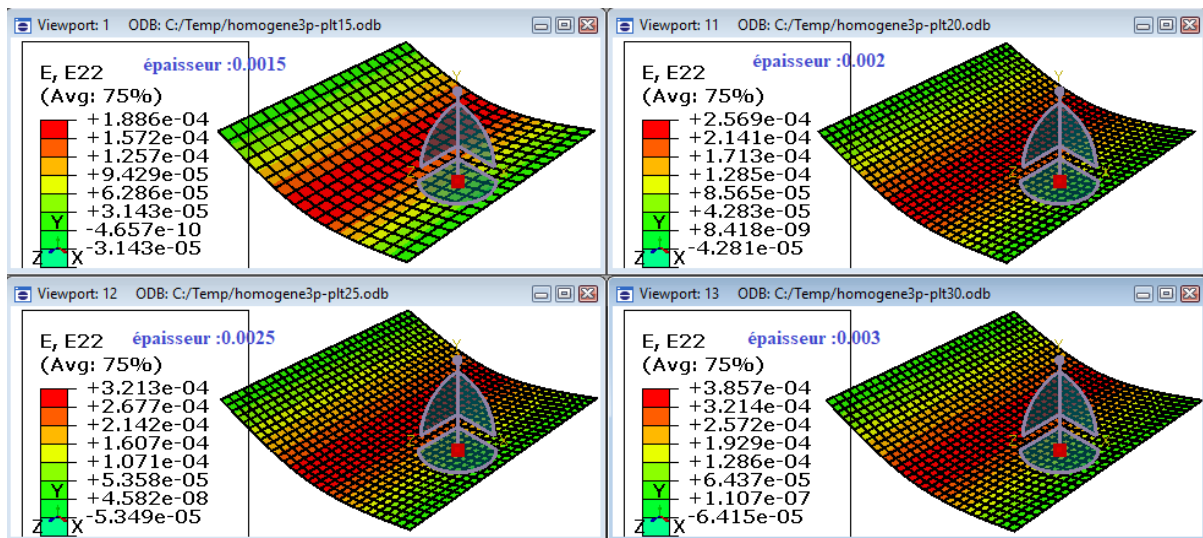


Figure (32): Distribution des déformations E_{22} du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 3 points

III.2.2. Comparaison Quantitative

L'analyse du système Platine/USG sous flexion 3 points révèle une amplification considérable des niveaux de contraintes par rapport au système AlCu/USG précédemment étudié. Bien que le profil des courbes reste linéaire et divergent, le remplacement de l'aluminium par le platine matériau doté d'un module d'élasticité (module de Young) nettement plus élevé engendre une forte rigidification de l'empilement. Cela se traduit par des valeurs de contraintes maximisées, où le modèle hétérogène culmine à 173.3MPa (contre 64.81MPa pour l'AlCu) et le modèle homogène atteint 105.6MPa à l'épaisseur de 0.003 mm (figure 33). Ce saut quantitatif accentue de manière critique l'écart absolu entre les deux approches (une différence de 67.7 MPa), confirmant que l'effet de sauts de propriétés aux interfaces devient d'autant plus sévère que le contraste de rigidité entre les couches constitutives est élevé.

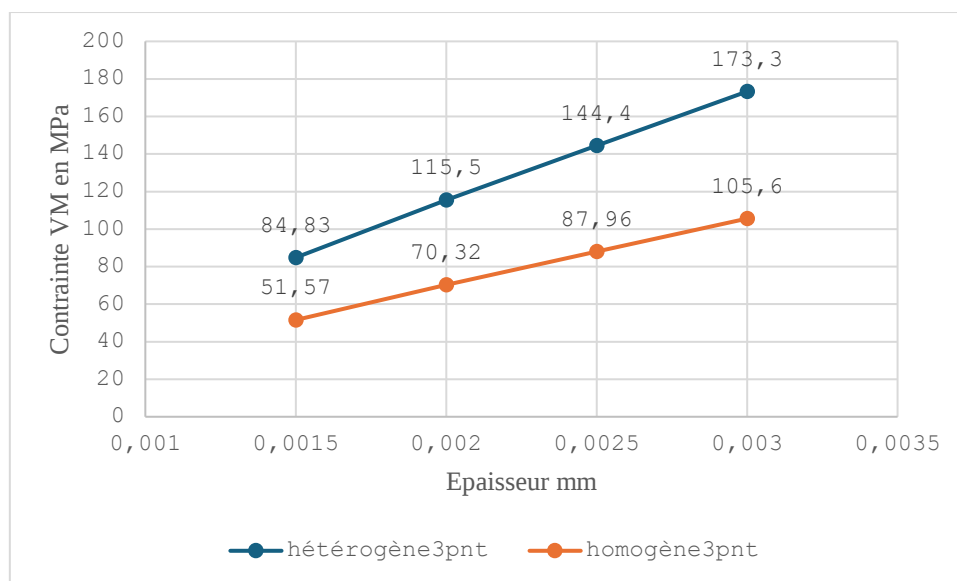


Figure (33) Evolution de la contrainte de Von Mises en fonction de l'épaisseur pour un empilement Platine/USG: Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 3 points

L'examen des profils cinématiques de l'empilement Platine/USG soumis à une flexion 3 points met en évidence une augmentation globale des amplitudes de déformation par rapport au système AlCu/USG. Bien que la distribution reste croissante et divergente, l'introduction du platine accentue la réponse déformationnelle locale du milieu hétérogène, atteignant une valeur maximale de 5.48×10^{-4} (contre 4.54×10^{-4} pour l'AlCu) à l'épaisseur de 0.003mm. Parallèlement, le modèle homogène atteint 3.86×10^{-4} (contre 3.10×10^{-4} pour l'AlCu) (figure 34). Cette amplification quantitative du champ de déformation locale, conjuguée à l'élargissement de l'écart absolu entre les deux courbes, démontre que la rigidification globale induite par le platine exacerbe le contraste de déformabilité inter faciale entre les couches rigides et la matrice USG.

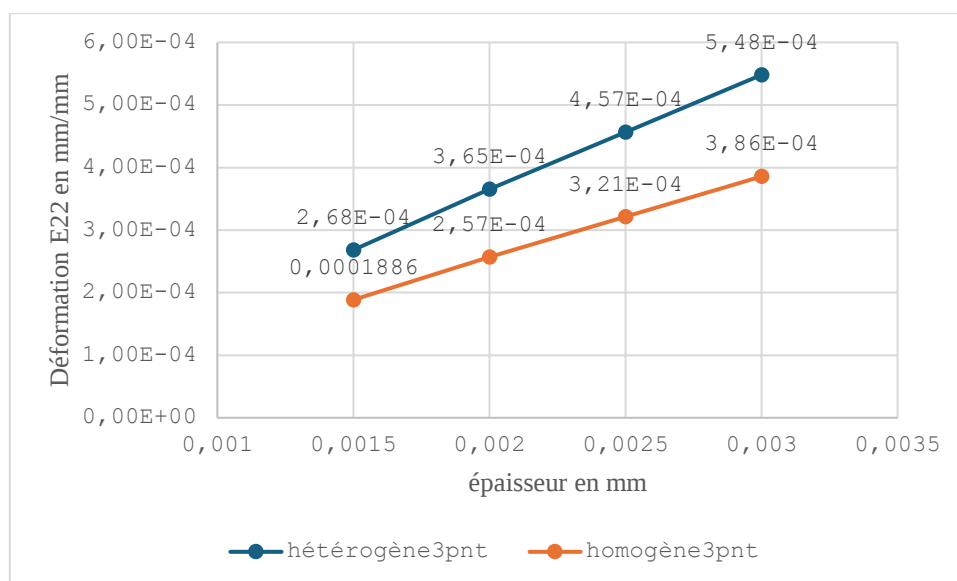


Figure (34) Evolution de la déformation en fonction de l'épaisseur pour un empilement Platine/USG: Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 3 points

IV. Chargement en flexion 4 points : Résultats et analyse

Dans cette section, nous évaluons les performances de l'approche d'homogénéisation numérique sous un chargement de flexion à 4 points. Contrairement au cas précédent, ce mode de sollicitation permet d'introduire une zone de flexion pure et un moment fléchissant constant entre les deux points d'application de la charge. L'analyse comparative entre le modèle hétérogène et le modèle homogénéisé est menée pour les deux systèmes :

IV.1. 1^{er} Cas AlCu / USG :

Pour ce premier système, l'empilement multicouche (AlCu / USG) est soumis à un essai de flexion à 4 points. Afin de maintenir une base de comparaison rigoureuse avec les essais à 3 points, nous avons conservé les mêmes conditions aux limites géométriques (blocage en Y aux deux extrémités $X = 0$ et $X = 3\text{mm}$ avec $U_y = 0$).

Le chargement est défini par un déplacement imposé vertical descendant d'une valeur de $U_y = -0.5\text{mm}$, appliqué de manière symétrique sur deux points de contact distants de 0.6mm l'un de l'autre (soit respectivement à $X = 1.2\text{mm}$ et $X = 1.8\text{mm}$). Les champs de contraintes et de déformations induits sont analysés afin de vérifier la capacité du modèle macroscopique équivalent à reproduire fidèlement cette zone de flexion pure. Les conditions aux limites ainsi que le chargement appliqué aux modèles hétérogène et homogène sont illustrés dans les figures suivantes.

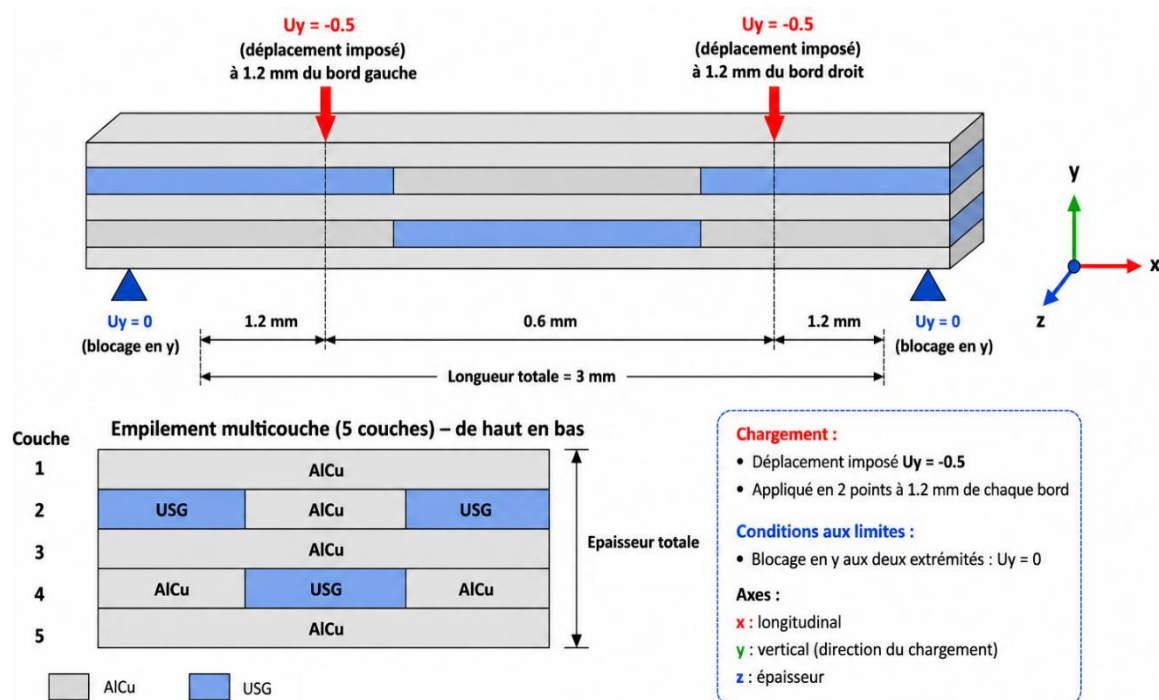


Figure (35) Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de flexion 4 point du modèle hétérogène (AlCu/USG)

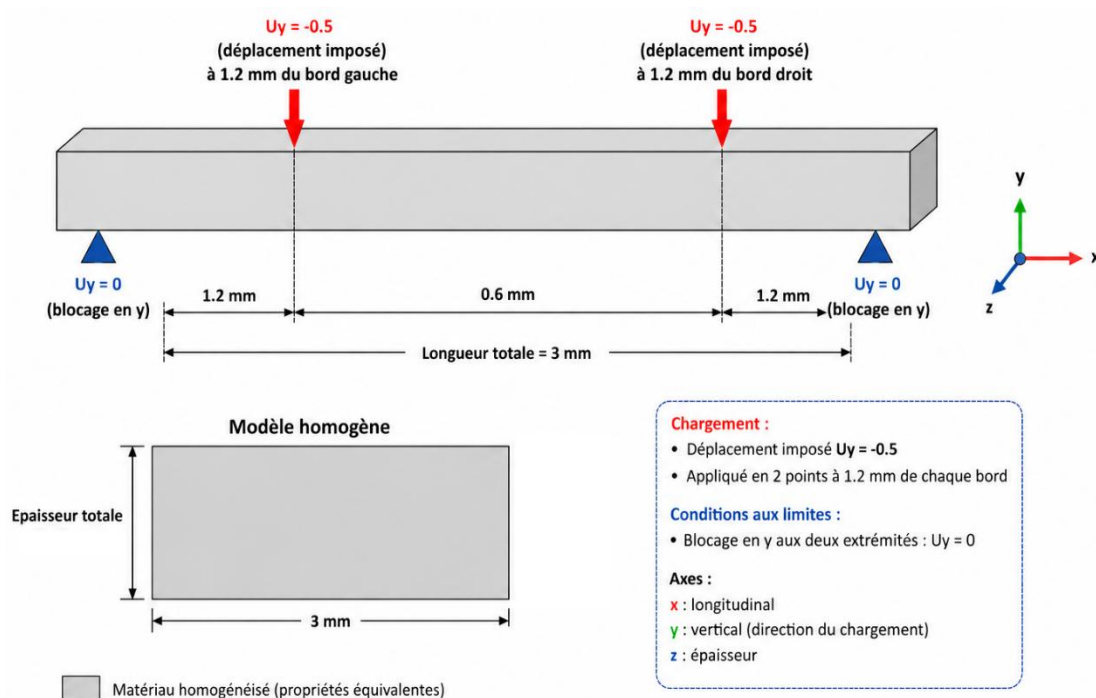


Figure (36) Schéma des conditions aux limites utilisées pour l'essai de flexion 4 point du modèle homogène (AlCu/USG).

IV.1.1 Comparaison qualitative

Les résultats obtenus en flexion 4 points pour les modèles homogène et hétérogène montrent une répartition similaire des contraintes de Von Mises. Les contraintes maximales sont localisées dans la zone centrale comprise entre les points de chargement, correspondant à la région la plus sollicitée en flexion (figures 37 et 38).

On observe également que l'augmentation de l'épaisseur entraîne une hausse progressive des contraintes maximales pour les deux modèles. Cette évolution confirme l'influence de l'épaisseur sur le comportement mécanique de la structure sous chargement en flexion 4 points.

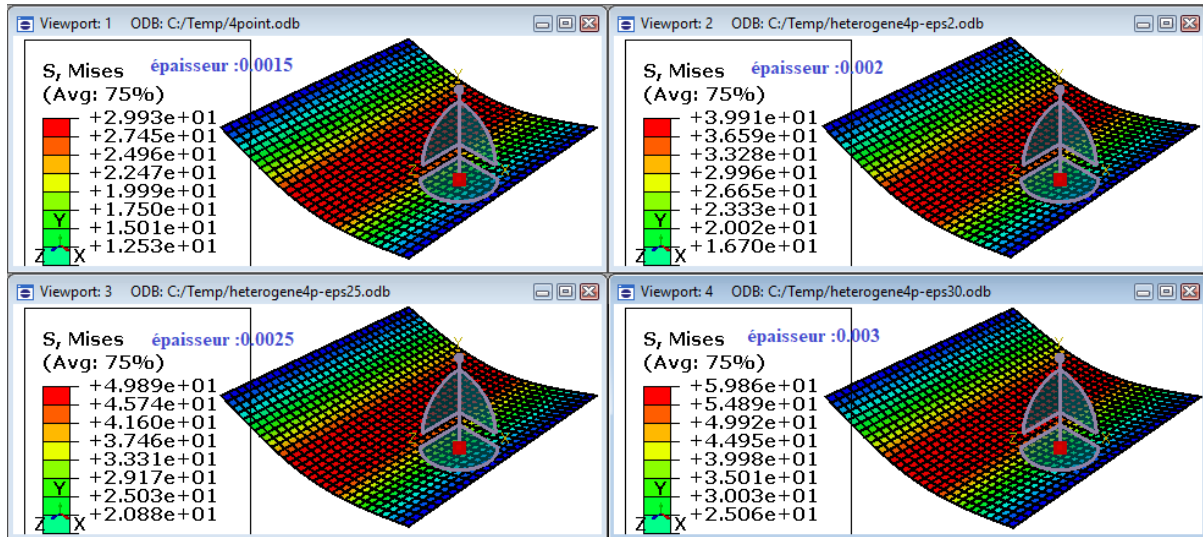


Figure (37) Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points

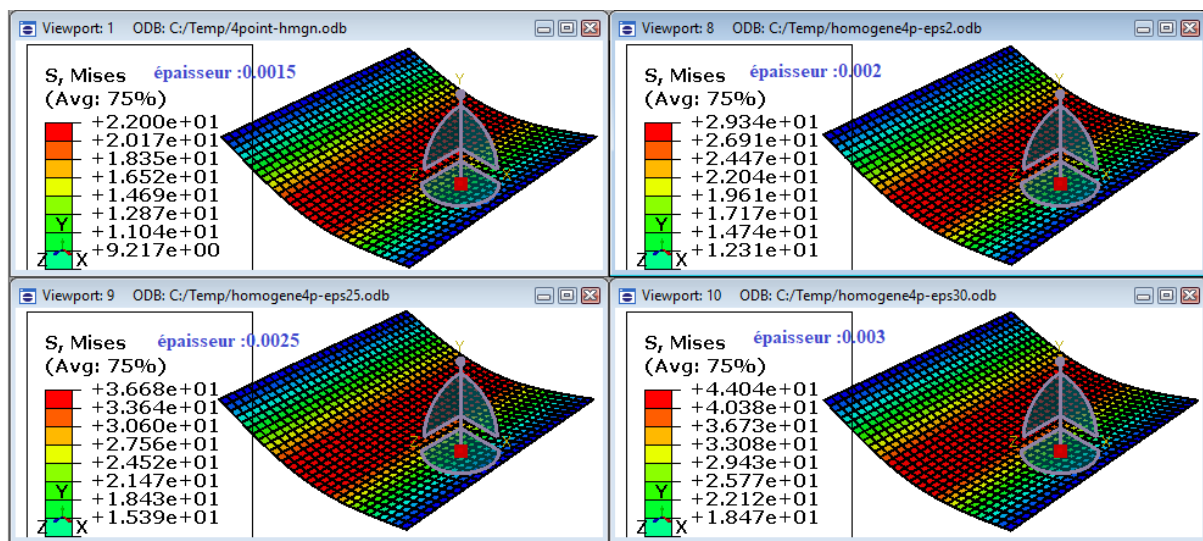


Figure (38) Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points

Les résultats des déformations E_{22} obtenus en flexion 4 points pour les modèles homogène et hétérogène montrent une répartition similaire des déformations sur la structure. Les zones représentées en rouge correspondent aux déformations maximales localisées dans la partie centrale soumise au chargement, tandis que les zones vertes indiquent des déformations plus faibles éloignées de la région de flexion (figure 39 et 40).

On observe également que l'augmentation de l'épaisseur provoque une élévation progressive des valeurs de E_{22} , ce qui confirme l'influence de l'épaisseur sur le comportement mécanique du matériau.

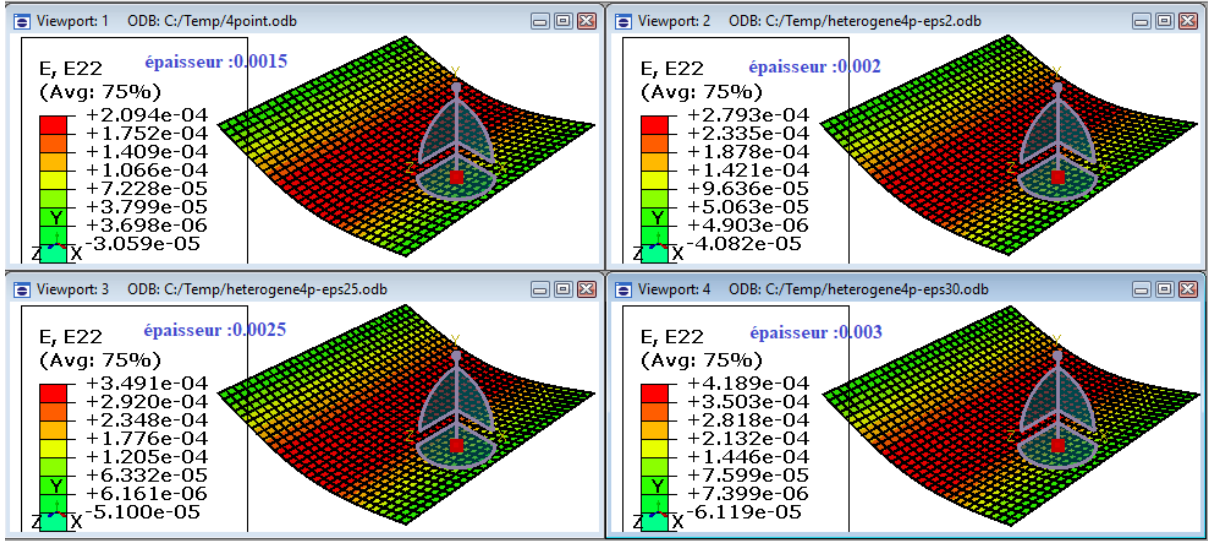


Figure (39) Distribution des déformations E22 du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points

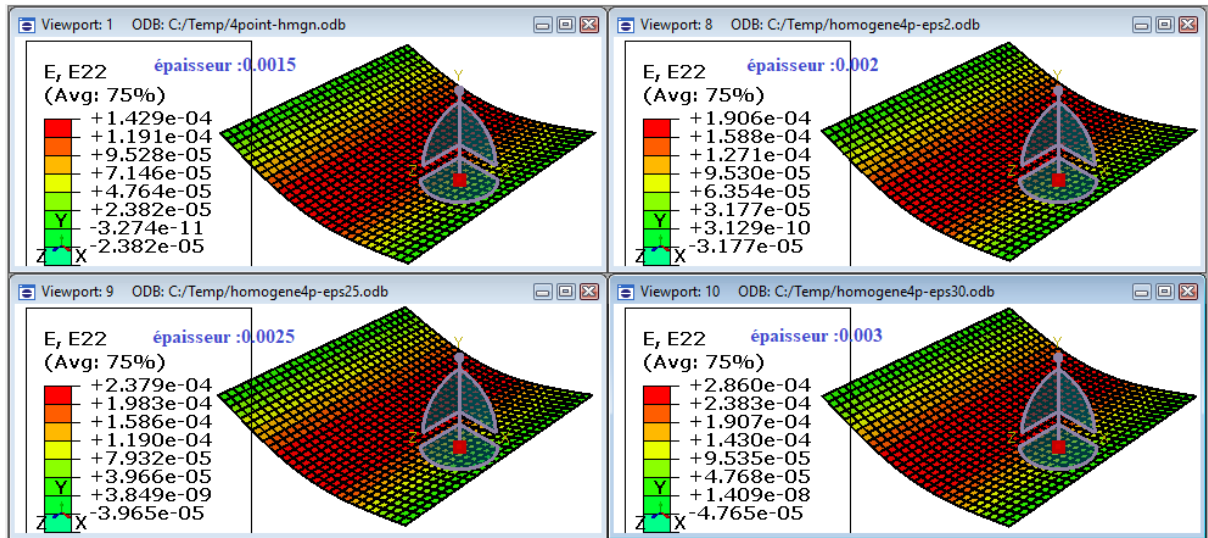


Figure (40) Distribution des déformations E22 du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points

IV.1.2 Comparaison quantitative

La figure (41) présente l'évolution de la valeur maximale de la contrainte équivalente de Von Mises sous un chargement de flexion 4 points. Bien que la tendance linéaire croissante par rapport à l'épaisseur soit maintenue pour les deux modèles, on note une reconfiguration fine des écarts sous ce mode de sollicitation. En flexion 4 points, la zone centrale soumise à un moment de flexion pur (constant et sans effort tranchant) stabilise la distribution des contraintes macroscopiques. Cela se traduit par des valeurs maximales légèrement plus modérées dans le modèle hétérogène (59.86MPa à 0.003 mm) par rapport à la flexion 3 points. Néanmoins, l'approche homogénéisée continue de sous-estimer l'état de contrainte global (affichant 44.04 MPa), ce qui confirme que le lissage numérique des propriétés n'intègre pas les discontinuités

de cisaillement inter facial induites par le couplage des couches AlCu/USG, même sous un moment constant.

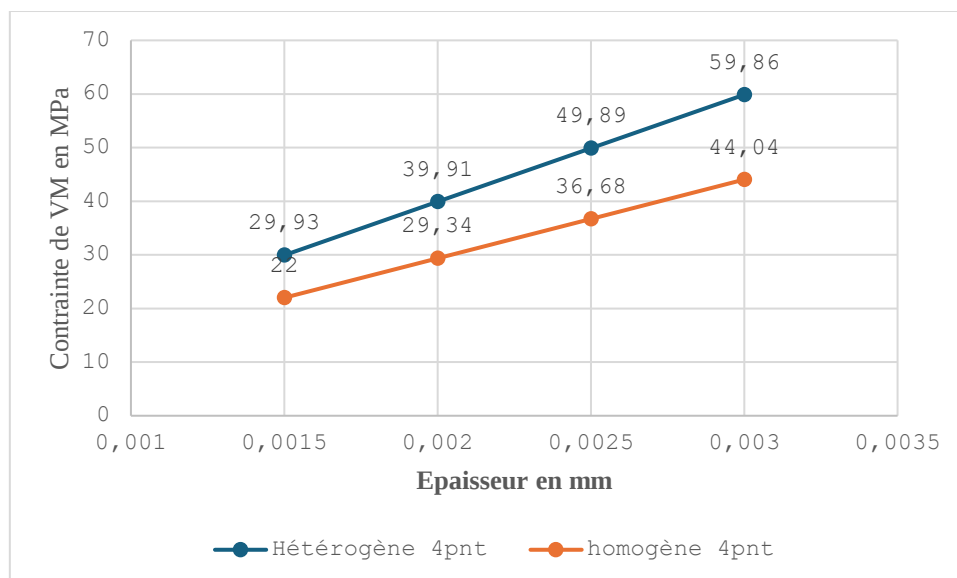


Figure (41) Evolution de la contrainte de Von Mises en fonction de l'épaisseur pour un empilement AlCu/USG : Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 4 points

La figure (42) expose l'évolution de la déformation normale E_{22} en fonction de l'épaisseur de l'empilement AlCu/USG sous un chargement de flexion 4 points. La réponse globale conserve une croissance linéaire, mais l'amplitude des déformations locales se trouve modifiée par rapport au mode de flexion 3 points. Sous flexion 4 points, l'absence d'effort tranchant dans la zone centrale induit un champ de déformation macroscopique plus uniforme, ce qui atténue légèrement les pics de déformation fine dans le modèle hétérogène (culminant à 4.19×10^{-4} à 0.003mm au lieu de 4.54×10^{-4} en flexion 3 points). L'approche homogénéisée continue néanmoins de sous-estimer la déformation (2.86×10^{-4}), ce qui démontre que la rigidification cinématique virtuelle imposée par le modèle homogène persiste indépendamment de la configuration du système de mise en charge.

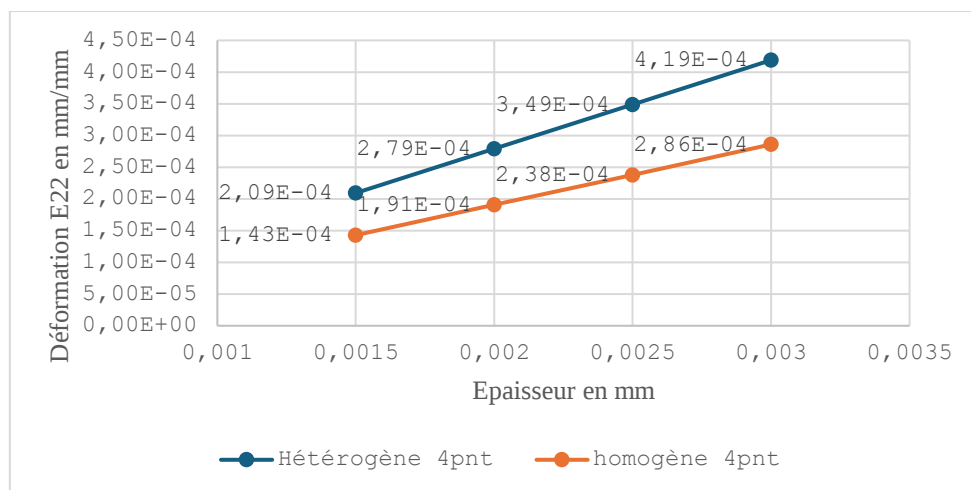


Figure (42) Evolution de la déformation E22 en fonction de l'épaisseur pour un empilement AlCu/USG : Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 4 points

IV.2. Cas Platine / USG

En conservant strictement les mêmes conditions aux limites et les mêmes paramètres de chargement ($U_y = -0.5\text{mm}$ appliqué sur les deux points de contact espacés de 0.6mm).

IV.2.1. Comparaison Qualitative

Les résultats obtenus en flexion 4 points pour les deux modèles montrent une distribution importante des contraintes dans la région centrale située entre les zones de chargement. Les couleurs rouges et orange indiquent les niveaux de contraintes les plus élevés, tandis que les zones bleues correspondent aux régions faiblement sollicitées (figures 43 et 44).

Les résultats montrent également une augmentation progressive des contraintes maximales avec l'augmentation de l'épaisseur, ce qui met en évidence l'influence des paramètres géométriques sur le comportement mécanique de la structure.

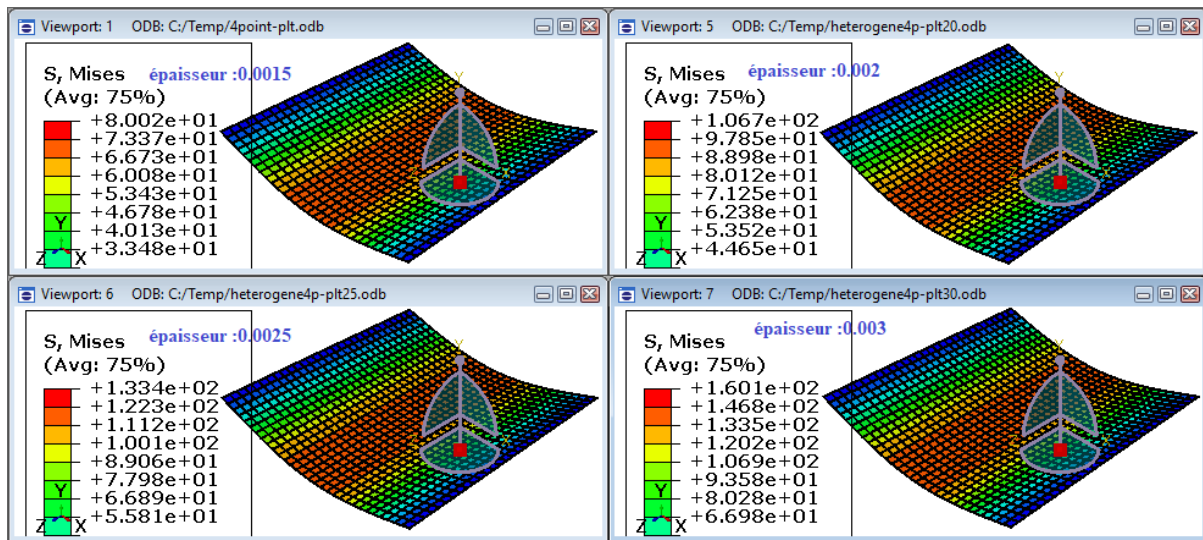


Figure (43) Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points

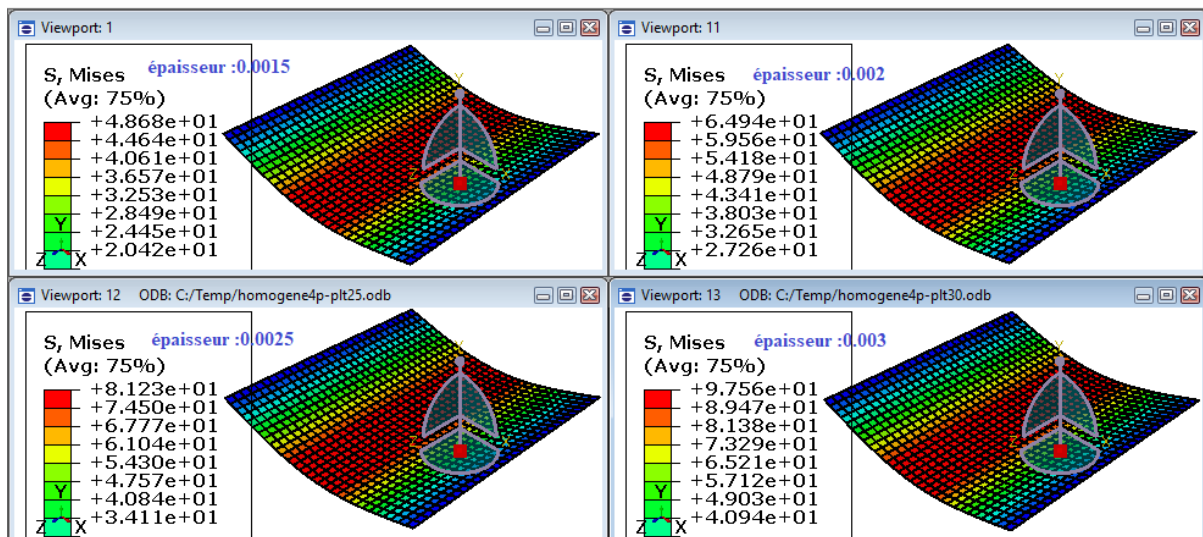


Figure (44) Distribution des contraintes équivalentes de Von Mises du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points

Les résultats obtenus en flexion 4 points mettent en évidence une concentration des déformations E_{22} dans la partie centrale de la structure, correspondant à la zone la plus affectée par le chargement (figure 45 et 46).

De plus, l'augmentation de l'épaisseur entraîne une élévation progressive des déformations maximales, ce qui montre l'influence directe des paramètres géométriques sur la réponse mécanique des modèles homogène et hétérogène.

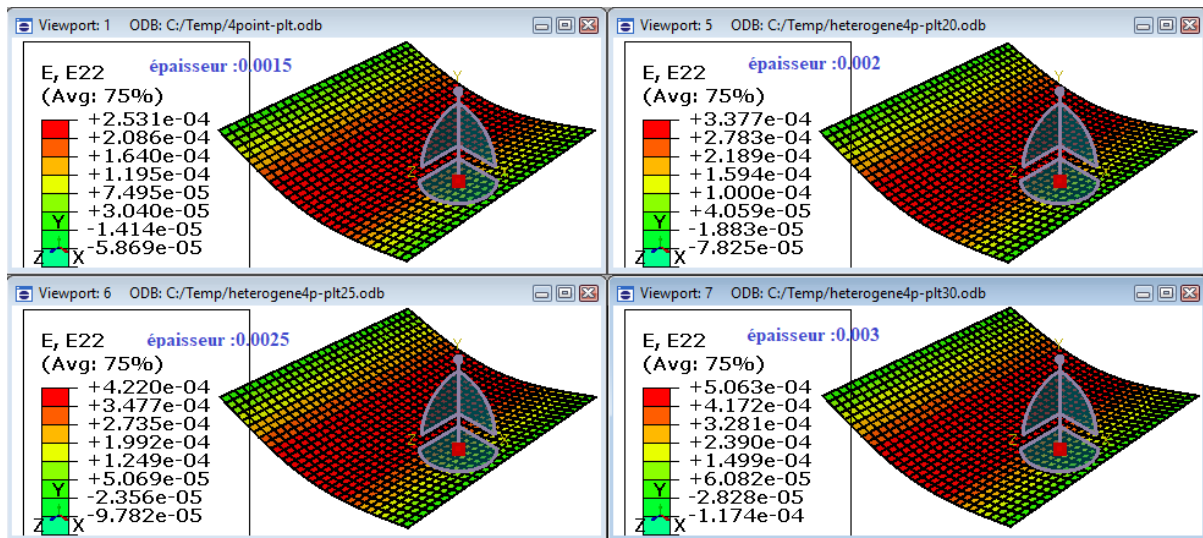


Figure (45) Distribution des déformations E22 du modèle hétérogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points

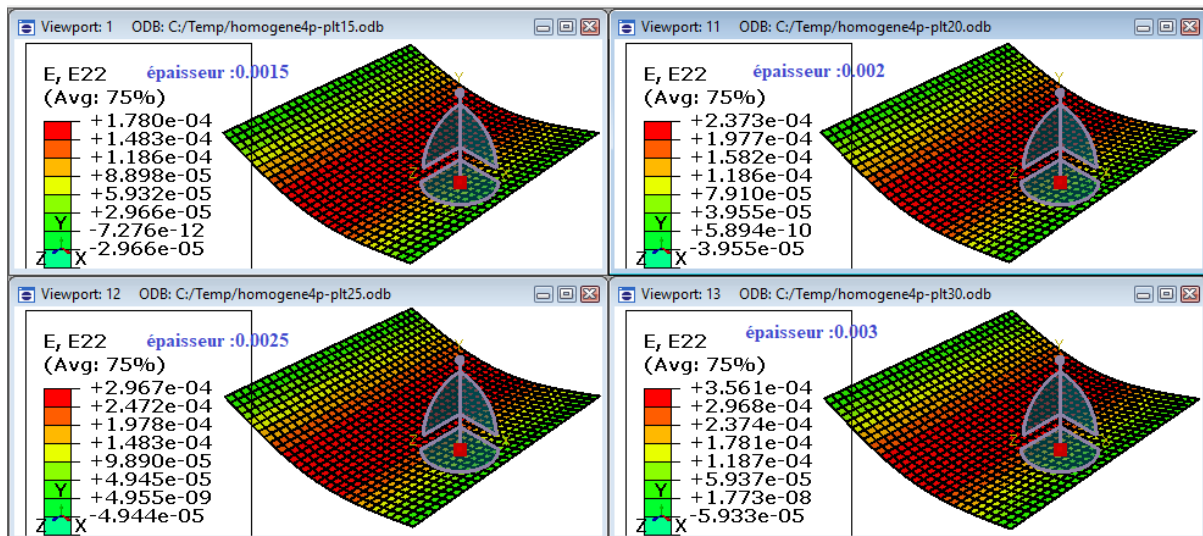


Figure (46) Distribution des déformations E22 du modèle homogène pour différentes épaisseurs sous flexion 4 points

IV.2.2. Comparaison Quantitative

L'évaluation de l'empilement Platine/USG sous flexion 4 points confirme la persistance d'un écart significatif entre les deux approches globales, tout en mettant en évidence l'effet de redistribution cinématique propre à ce mode de chargement (figure 47). Par rapport à la flexion 3 points, l'application d'un moment de flexion pur et uniforme dans la zone centrale induit une atténuation des pics d'énergies mécaniques maximaux. Cela se traduit par une baisse des valeurs extrêmes à l'épaisseur de 0.003 mm, où le modèle hétérogène culmine à 160.1MPa (contre 173.3MPa en flexion 3 points) et le modèle homogène à 97.56 MPa (contre 105.6 MPa). Cette transition géométrique réaffirme que bien que la sévérité des concentrations de contraintes inter faciales soit adoucie par le champ uniforme de la flexion 4 points, le lissage

numérique du modèle homogénéisé continue de sous-estimer de manière notable la réponse critique locale du système à base de platine.

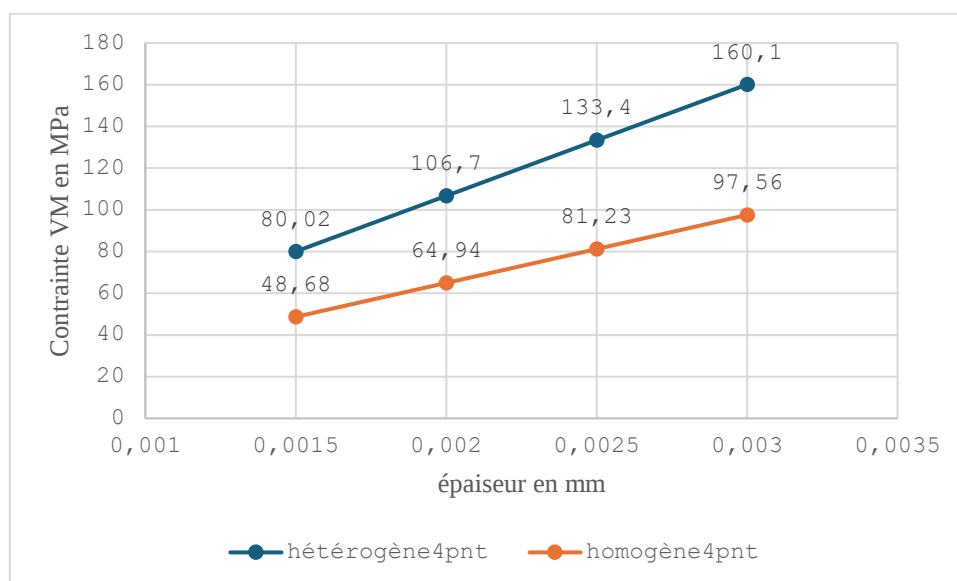


Figure (47) Evolution de la contrainte de Von Mises en fonction de l'épaisseur pour un empilement Platine/USG: Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 4 points

La figure (48) donne une comparaison de la déformation normale pour les deux modèles. L'analyse de l'empilement Platine/USG sous flexion 4 points confirme la tendance à l'atténuation des grandeurs mécaniques induite par ce mode de chargement, tout en maintenant un écart distinct entre les modèles. En comparaison avec la flexion 3 points, l'établissement d'un champ de moment pur et uniforme entre les appuis supérieurs stabilise la distorsion locale des couches. Ce phénomène se traduit par une réduction des amplitudes maximales de déformation à l'épaisseur de 0.003mm, où le modèle hétérogène se limite à 5.06×10^{-4} (contre 5.48×10^{-4} en flexion 3 points) et le modèle homogène s'établit à 3.56×10^{-4} (contre 3.86×10^{-4}). Cette transition géométrique démontre que si le mode de flexion 4 points adoucit la sévérité cinématique de la mise en charge, l'encapsulation homogénéisée des propriétés macroscopiques sous-estime toujours de façon notable la capacité de déformation inter faciale réelle du système à base de platine.

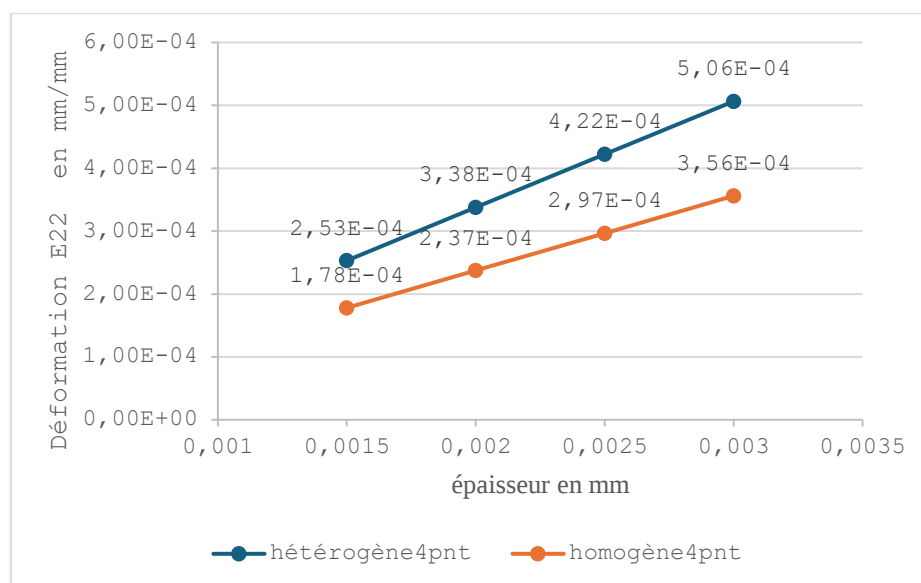


Figure (48) Evolution de la déformation E22 en fonction de l'épaisseur pour un empilement Platine/USG: Comparaison entre modèles hétérogène et homogène sous flexion 4 points

V. Synthèse globale et discussion approfondie

Les résultats issus des simulations numériques révèlent une concordance globale satisfaisante entre le modèle hétérogène complet et le modèle homogénéisé. En flexion, l'augmentation de l'épaisseur de la couche d'AlCu ou de Platine accentue de manière prévisible la rigidité flexionnelle globale de l'empilement. De plus, l'analyse comparative met en évidence que le mode de flexion à 4 points génère une zone de moment constant qui lisse les pics de contraintes au centre, contrairement à la flexion à 3 points où le gradient de contrainte est fortement localisé sous le point d'application de la charge. Toutefois, une divergence systématique (un écart d'erreur relatif) émerge lors de l'évaluation des contraintes aux interfaces, signalant que l'approche globale ne capture pas fidèlement les transitions de rigidité locales.

V.1. Avantages et limites de l'approche d'homogénéisation

- ✓ **Avantages :** Sur le plan computationnel, le modèle homogénéisé offre un gain de temps de calcul drastique et une réduction majeure des ressources mémoires, validant son efficacité pour le pré-dimensionnement macroscopique des structures multicouches complexes.
- ✓ **Limites :** La limite majeure de cette approche réside dans le phénomène de lissage des contraintes. Le modèle homogénéisé traite l'empilement comme un milieu continu équivalent, ce qui occulte les singularités géométriques et mécaniques aux interfaces. De plus, un conflit dimensionnel émerge : alors que l'homogénéisation numérique repose sur des hypothèses triaxiales (3D), les films minces présentent un comportement cinématique quasi-bidimensionnel (Quasi-2D). Ce décalage micro-macro conduit à un déficit prédictif sévère lorsqu'il s'agit de localiser les concentrations de contraintes induites par le fort contraste d'élasticité entre le Platine, l'AlCu et le substrat USG.

V.2. Implications pratiques pour la conception industrielle

Les enseignements tirés de cette étude fournissent des directives concrètes pour les ingénieurs concepteurs de dispositifs à films minces :

- ✓ **Optimisation géométrique** : L'augmentation de l'épaisseur des couches métalliques (Platine/AlCu) devant être introduite pour des raisons électriques doit être rigoureusement calibrée, car elle amplifie les contraintes interfaciales induites par la flexion, augmentant le risque de défaillance structurelle.
- ✓ **Gestion des sollicitations** : Dans les environnements opérationnels, il est fortement recommandé de privilégier des configurations structurelles induisant un état de sollicitation proche de la flexion à 4 points. En évitant les concentrations de contraintes localisées (propres à la flexion 3 points), cette approche permet de répartir uniformément les charges et d'optimiser la durée de vie ainsi que la fiabilité mécanique des micro-composants.

V.3. Suggestions pour des améliorations futures (Perspectives)

Pour pallier les limites identifiées et rapprocher le modèle numérique de la réalité physique, plusieurs axes de développement sont préconisés :

- ✓ **Introduction de la plasticité (comportement non linéaire)**: Intégrer des lois de comportement élastoplastiques pour les films métalliques (Platine, AlCu) afin de modéliser les déformations irréversibles sous fortes charges.
- ✓ **Modélisation de l'endommagement interfacial** : Implémenter des éléments de zone cohésive (CZM - Cohesive Zone Modeling) aux interfaces critiques pour prédire l'amorce et la propagation du délaminage.
- ✓ **Couplage multi-physique (thermo-mécanique)** : Prendre en compte les effets thermomécaniques (contraintes thermiques résiduelles) générés lors des processus de dépôt des couches minces.

Conclusion Générale

Ce travail d'initiation à la recherche scientifique s'inscrit dans le cadre de la contribution à la compréhension du comportement mécanique des structures multicouches, en se focalisant sur la prédiction de la réponse élastique d'un empilement de films minces par le biais des techniques d'homogénéisation numérique.

Les investigations numériques menées à travers des simulations de flexion, à trois et quatre points, ont permis de caractériser avec rigueur la réponse globale de l'assemblage composé de Platine, d'AlCu et d'USG. Les résultats obtenus confirment une excellente convergence macroscopique entre le modèle hétérogène complet et le modèle homogénéisé. De plus, l'analyse quantitative a mis en évidence l'influence directe de l'épaisseur des couches métalliques sur l'augmentation de la rigidité flexionnelle, tandis que l'étude comparative des modes de flexion a révélé que la configuration à quatre points offre une répartition plus homogène des charges mécaniques en limitant la sévérité des pics de contraintes au centre.

En répondant à la problématique initiale, cette étude démontre que l'homogénéisation numérique constitue un outil d'ingénierie puissant et incontournable pour le pré-dimensionnement macroscopique. Cette approche permet de s'affranchir du coût computationnel élevé en offrant un gain de temps de calcul drastique et une réduction majeure des ressources mémoires, sans pour autant altérer la précision des résultats globaux de la structure. Ainsi, les objectifs de prédiction et d'optimisation numérique fixés au départ de ce travail ont été pleinement atteints.

Malgré la pertinence de ces conclusions, cette étude soulève certaines limites méthodologiques inhérentes aux hypothèses adoptées. En assimilant l'empilement à un milieu continu équivalent, le modèle homogénéisé engendre inévitablement un lissage des contraintes qui occulte les singularités mécaniques locales et sous-estime les contraintes interfaciales critiques. De surcroît, un conflit dimensionnel émerge du fait que l'approche d'homogénéisation repose sur des formulations triaxiales (3D), alors que les films minces étudiés manifestent un comportement cinématique quasi-bidimensionnel (Quasi-2D). Ce décalage micro-macro limite l'aptitude du modèle à localiser précisément l'amorce des défaillances induites par le fort contraste d'élasticité entre les différents matériaux.

Les perspectives ouvertes par ce travail de recherche ouvrent la voie à des avancées majeures, tant sur le plan fondamental qu'industriel. Les outils prédictifs et les directives de conception développés ici trouvent une application directe dans l'optimisation de la fiabilité mécanique des dispositifs semi-conducteurs, de la microélectronique et des systèmes micro-électromécaniques (MEMS), où la maîtrise des contraintes interfaciales est un enjeu de durabilité majeur.

Enfin, sur le plan de la modélisation pure, les futurs travaux devront enrichir ces modèles en intégrant des lois de comportement élastoplastiques pour capter les déformations irréversibles des métaux, ainsi que des modèles d'endommagement interfacial, tels que la modélisation de zone cohésive (CZM), afin de simuler et prévenir efficacement le phénomène de délaminage.

ANNEXES

ANNEXE A : Géométries et maillages détaillés

Cette annexe présente les différentes géométries numériques développées sous ABAQUS ainsi que les maillages utilisés pour les simulations de flexion. Les dimensions des modèles et les caractéristiques du maillage sont également présentées afin de décrire les conditions numériques adoptées.

A.1 Géométrie du modèle hétérogènes :

Le modèle hétérogène est composé de cinq couches de matériaux distincts, permettant de représenter le comportement réel de l'empilement multicouche

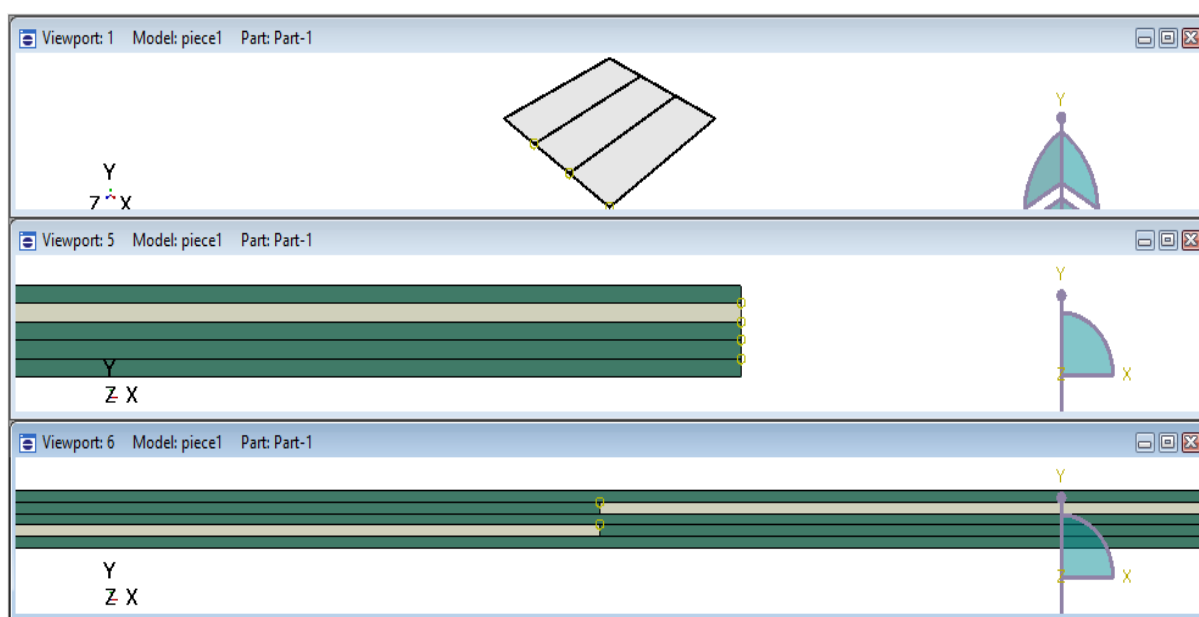


Figure (49) Géométrie du modèle hétérogène

A.2 Géométrie du modèle homogène

Le modèle homogène est constitué d'une structure multicouche équivalente représentée par un matériau homogénéisé. Les dimensions géométriques utilisées dans la simulation sont définies conformément aux conditions de l'essai de flexion.

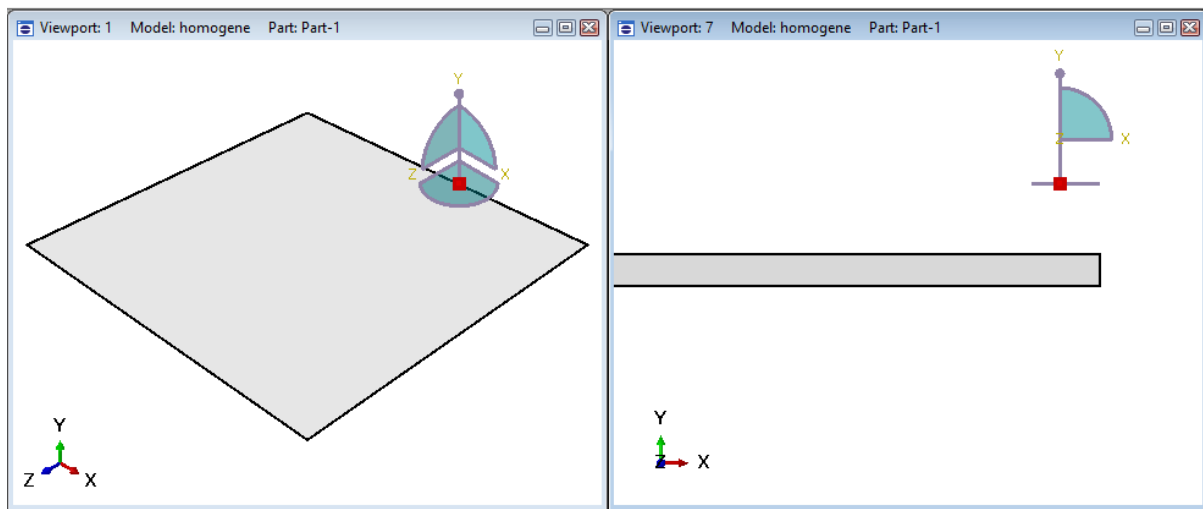


Figure (50) Géométrie du modèle homogène sous ABAQUS

A.3 Maillage des modèles hétérogène et homogène

Le maillage a été réalisé sous ABAQUS de manière identique pour le modèle hétérogène et le modèle homogène. Des éléments tridimensionnels de type C3D8R ont été utilisés avec une taille de maille de 0,15 mm. Chaque couche du modèle hétérogène est discrétisée par trois éléments à travers son épaisseur afin de garantir une représentation précise de la structure multicouche.

Le maillage permet de discrétiser la structure en un ensemble d'éléments finis afin de résoudre numériquement le comportement mécanique. Il joue un rôle essentiel dans la précision des résultats numériques, notamment pour la distribution des contraintes et des déformations. Un maillage bien adapté permet d'obtenir un bon compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul, tout en assurant une représentation fidèle du comportement réel de la structure.

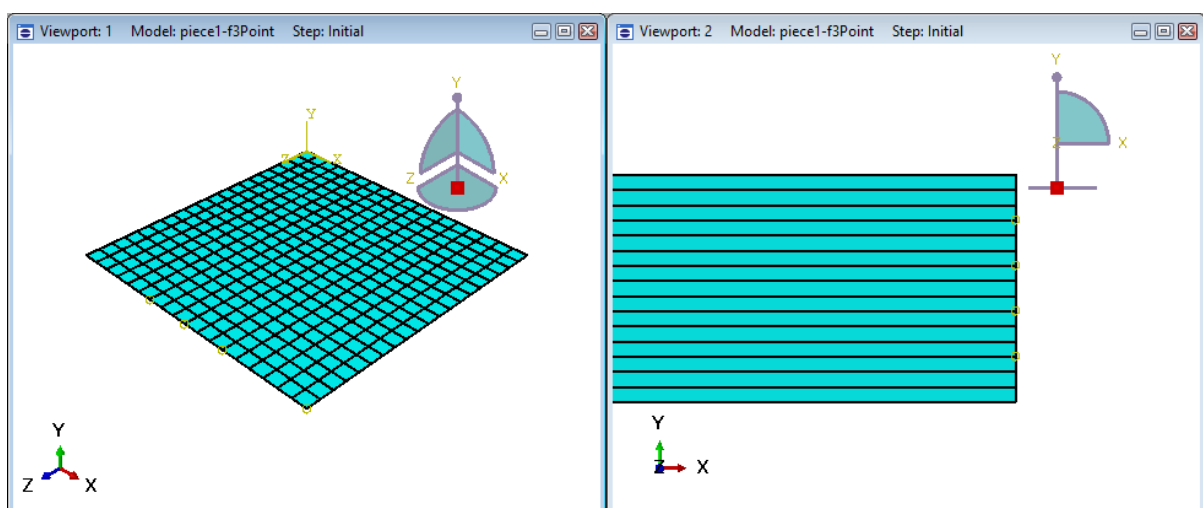


Figure (51) Maillage du modèle hétérogène

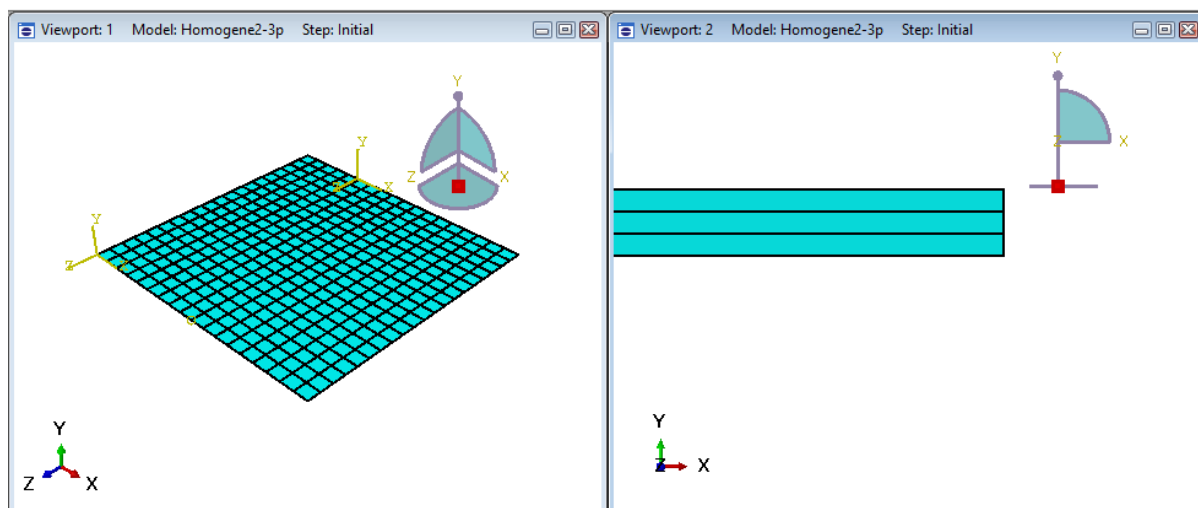


Figure (52) Maillage du modèle homogène

ANNEXE B : Paramètres numériques et scripts ABAQUS

Cette annexe présente les principaux paramètres numériques utilisés lors des simulations réalisées sous ABAQUS, ainsi que les scripts permettant la mise en place et l'automatisation des modèles numériques. Ces paramètres ont été définis afin d'assurer la stabilité des calculs, la convergence des solutions et la précision des résultats obtenus.

Les principaux paramètres numériques utilisés dans les simulations réalisées sous ABAQUS. Une analyse statique générale (Static, General) a été adoptée afin de simuler le comportement mécanique des structures soumises à un essai de flexion. Le chargement a été appliqué sous forme de déplacement imposé, avec une stratégie d'incrément automatique (incrément initial = 0,1 ; incrément maximal = 0,1), afin d'assurer la stabilité et la convergence des calculs.

Par ailleurs, les propriétés élastiques équivalentes du matériau hétérogène ont été déterminées à l'aide de l'outil EasyPBC basé sur une approche d'homogénéisation numérique. La modélisation de l'essai de flexion a été réalisée sous ABAQUS/CAE de manière entièrement manuelle, incluant la définition de la géométrie, du maillage, des conditions aux limites et du chargement, sans recours à des scripts Python.

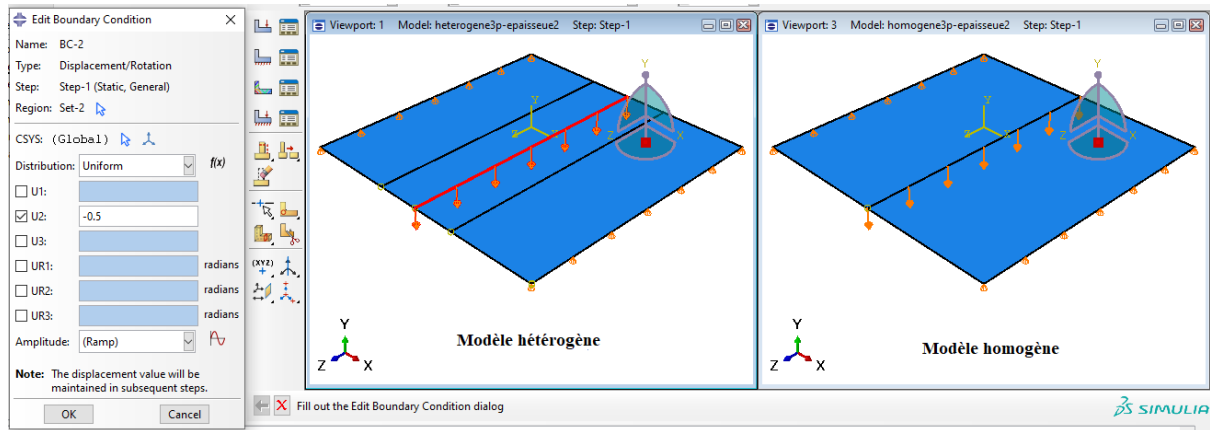


Figure (53) Conditions aux limites et chargement appliqués de l'essai de flexion 3 points

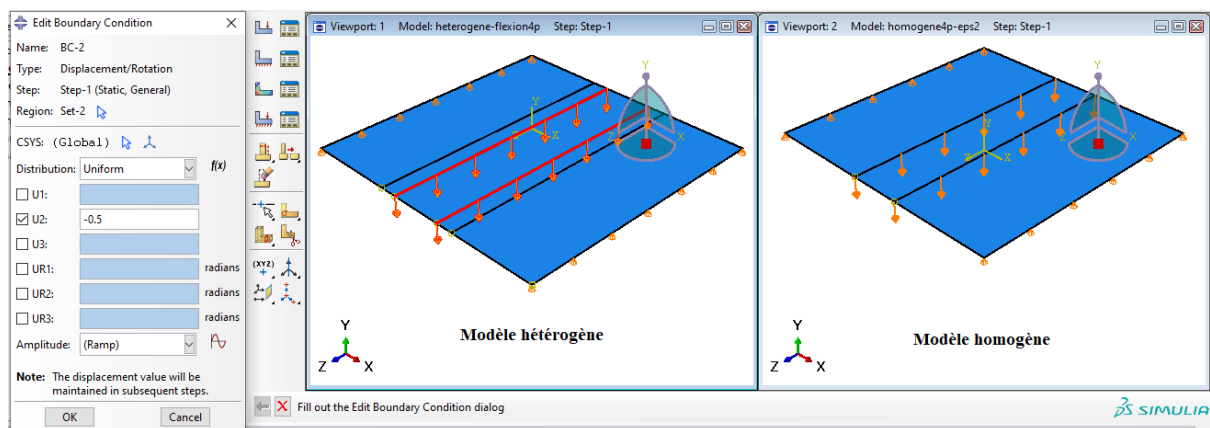


Figure (54) Conditions aux limites et chargement appliqués de l'essai de flexion 4 points

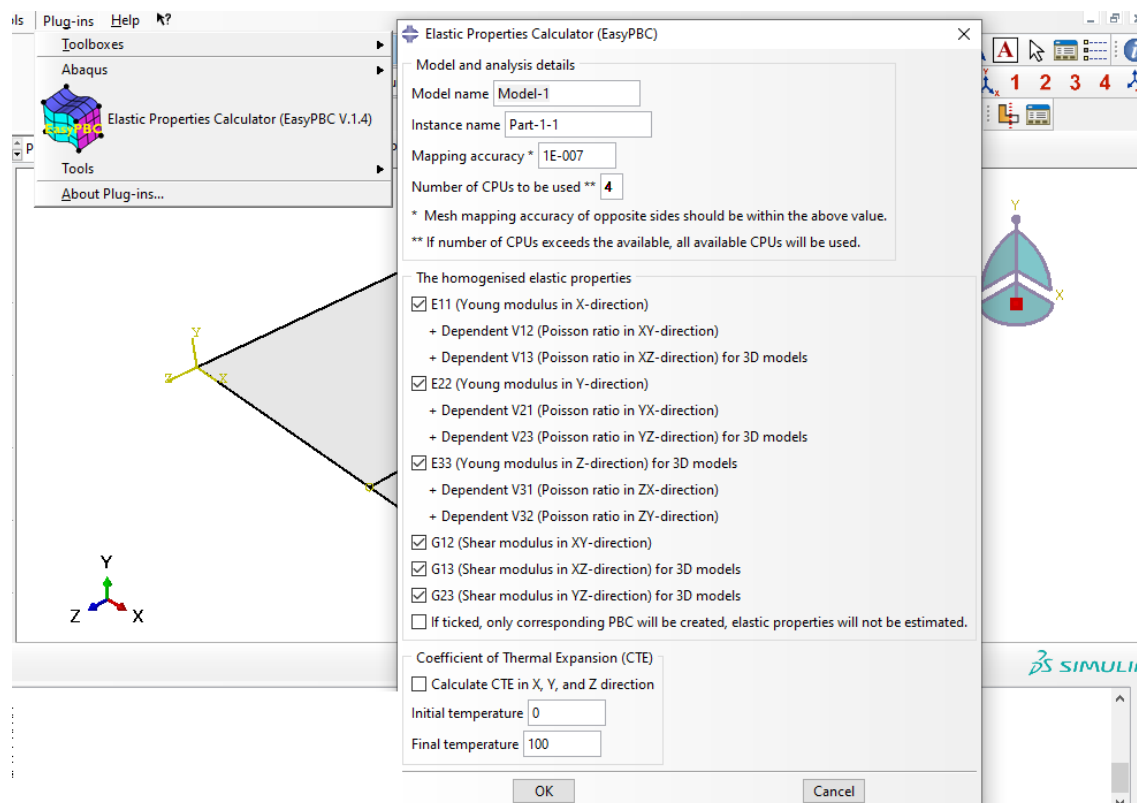


Figure (55) Interface de l'outil EasyPBC

Liste des références bibliographiques citées

- [1] S. D. Senturia, *Microsystem Design*. Springer US, 2005.
- [2] L. B. Freund et S. Suresh, *Thin Film Materials: Stress, Defect Formation and Surface Evolution*. Cambridge University Press, 2004.
- [3] M. G. D. Geers, V. G. Kouznetsova, et W. A. M. Brekelmans, « Multi-scale computational homogenization: Trends and challenges », *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 234, n° 7, p. 2175-2182, août 2010, doi: 10.1016/j.cam.2009.08.077.
- [4] M. Ohring, *Materials Science of Thin Films: Deposition and Structure*. Academic Press, 2002.
- [5] W. C. Oliver et G. M. Pharr, « An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments », *J. Mater. Res.*, vol. 7, n° 6, p. 1564-1583, juin 1992, doi: 10.1557/JMR.1992.1564.
- [6] J. F. Nye, *Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices*. Clarendon Press, 1985.
- [7] M. Gad-el-Hak, « The MEMS Handbook », 2001. [En ligne]. Disponible sur: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:106541592>
- [8] J. M. Gere et B. J. Goodno, *Mechanics of Materials*. Cengage Learning, 2012.
- [9] J.-M. Berthelot, *Matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures*. Tec et Doc, 2005.
- [10] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis, Second Edition*. CRC Press, 2003.
- [11] R. Hill, « Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 11, n° 5, p. 357-372, sept. 1963, doi: 10.1016/0022-5096(63)90036-X.
- [12] Z. Hashin et S. Shtrikman, « A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 11, n° 2, p. 127-140, mars 1963, doi: 10.1016/0022-5096(63)90060-7.
- [13] J. M. Gere et B. J. Goodno, *Mechanics of Materials*. Cengage Learning, 2012.
- [14] R. M. Jones, *Mechanics Of Composite Materials*. CRC Press, 1998.
- [15] G. G. Stoney, « The tension of metallic films deposited by electrolysis », *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 82, n° 553, p. 172-175, mai 1909, doi: 10.1098/rspa.1909.0021.
- [16] C. H. Hsueh, « Thermal stresses in elastic multilayer systems », *Thin solid films*, vol. 418, n° 2, p. 182-188, 2002.
- [17] R. Groenen, J. Löffler, J. L. Linden, R. E. I. Schropp, et M. C. M. Van De Sanden, « Property control of expanding thermal plasma deposited textured zinc oxide with focus on thin film solar cell applications », *Thin Solid Films*, vol. 492, n° 1-2, p. 298-306, déc. 2005, doi: 10.1016/j.tsf.2005.06.055.
- [18] T. Mura, *Micromechanics of Defects in Solids*. Springer Science & Business Media, 1987.
- [19] R. F. Gibson, *Principles of Composite Material Mechanics*. CRC Press, 2016.
- [20] W. C. Oliver et G. M. Pharr, « An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation

- experiments », *Journal of Materials Research*, vol. 7, n° 6, p. 1564-1583, juin 1992, doi: 10.1557/JMR.1992.1564.
- [21] A. Misra, J. P. Hirth, et R. G. Hoagland, « Length-scale-dependent deformation mechanisms in incoherent metallic multilayered composites », *Acta Materialia*, vol. 53, n° 18, p. 4817-4824, oct. 2005, doi: 10.1016/j.actamat.2005.06.025.
- [22] A. G. Evans, D. R. Mumm, J. W. Hutchinson, G. H. Meier, et F. S. Pettit, « Mechanisms controlling the durability of thermal barrier coatings », *Progress in Materials Science*, vol. 46, n° 5, p. 505-553, janv. 2001, doi: 10.1016/S0079-6425(00)00020-7.
- [23] K. Wasa, M. Kitabatake, et H. Adachi, *Thin Film Materials Technology: Sputtering of Compound Materials*. William Andrew, 2004.
- [24] W. C. Oliver et G. M. Pharr, « Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology », *J. Mater. Res.*, vol. 19, n° 1, p. 3-20, janv. 2004, doi: 10.1557/jmr.2004.19.1.3.
- [25] E. Sanchez-Palencia, *Non-homogenous Media and Vibration Theory*. Springer-Verlag, 1980.
- [26] P. M. Suquet, « Introduction », in *Homogenization Techniques for Composite Media*, vol. 272, E. Sanchez-Palencia et A. Zaoui, Éd., in Lecture Notes in Physics, vol. 272. , Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1987, p. 193-198. doi: 10.1007/3-540-17616-0_15.
- [27] T. I. Zohdi et P. Wriggers, Éd., *An Introduction to Computational Micromechanics: Corrected Second Printing*, vol. 20. in Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, vol. 20. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005. doi: 10.1007/978-3-540-32360-0.
- [28] « Documentation d'Abaqus 6.14 ». Consulté le: 30 avril 2026. [En ligne]. Disponible sur: <http://62.108.178.35:2080/v6.14/index.html>
- [29] C. T. Sun et R. S. Vaidya, « Prediction of composite properties from a representative volume element », *Composites Science and Technology*, vol. 56, n° 2, p. 171-179, janv. 1996, doi: 10.1016/0266-3538(95)00141-7.
- [30] S. P. Timoshenko, J. N. Goodier, et H. N. Abramson, « Theory of Elasticity (3rd ed.) », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 37, n° 3, p. 888-888, sept. 1970, doi: 10.1115/1.3408648.