الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة عين تموشنت – بلحاج بوشعيب
كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

مطبوعة بيداغوجية بعنوان:

محاضرات في تحليل السلاسل الزمنية

موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر تخصص اقتصاد نقدي ومالي

إعداد:

د. معط الله أمال

أستاذة محاضرة ب

السنة الجامعية: 2025-2026

الفهرس

مقدمة..... 3
الفصل الأول: عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها..... 4
1- تعريف السلسة الزمنية..... 5
2- مركبات السلسلة الزمنية..... 6
2-1- مركبة الاتجاه العام Trend..... 6
2-2- المركبة الموسمية أو الفصلية Seasonal 7
2-3- المركبة الدورية Cyclical..... 8
2-4- المركبة العشوائية أو العرضية Irregular..... 9
3- نموذج مركبات السلسلة الزمنية..... 9
4- طرق الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية..... 14
4-1- الطريقة البيانية..... 14
4-2- الاختبارات الاحصائية..... 14
4-2-1- اختبار الكشف عن مركبة الاتجاه العام..... 14
4-2-2- اختبار الكشف عن المركبة الفصلية أو الموسمية..... 18
4-2-3- اختبار Buys-Ballot..... 22
5- تقدير مركبة الاتجاه العام باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة..... 28
6- طريقة نزع المركبة الفصلية (الموسمية) من السلسلة الزمنية..... 29
6-1- حالة نموذج جدائي..... 29
6-2- حالة نموذج تجميعي..... 32
تمارين الفصل الأول..... 36
تصحيح تمارين الفصل الأول..... 40
الفصل الثاني: استقرارية السلاسل الزمنية..... 49
1- الخصائص الإحصائية لاستقرار السلسلة الزمنية..... 50
2- اختبارات الاستقرارية..... 51
2-1- دالة الارتباط الذاتي (ACF)..... 51
2-1-1- اختبار معامل الارتباط الذاتي..... 52
2-1-2- الاختبار المشترك لمعنوية معاملات الارتباط الذاتي..... 54
2-2- اختبارات جذر الوحدة Unit Root Tests..... 57

2-2-1- اختبار Dickey-Fuller (1979)..... 59
2-2-2- اختبار Dickey-Fuller الموسّع (1981)..... 61
2-2-3- اختبار Phillips-Perron (1988)..... 65
2-2-4- اختبار KPSS (1992)..... 68
تمارين الفصل الثاني..... 69
تصحيح تمارين الفصل الثاني..... 74
الفصل الثالث: نماذج التمهيد الأسي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية..... 80
1- التمهيد الأسي البسيط (أو الأحادي)..... 81
1-1- عملية التمهيد (إزالة التذبذبات داخل العينة)..... 81
1-2- عملية التنبؤ (خارج العينة الفعلية)..... 82
2- التمهيد الأسي المزدوج (الثنائي)..... 84
2-1- عملية التمهيد (داخل العينة الفعلية)..... 85
2-2- عملية التنبؤ (خارج العينة الفعلية)..... 85
تمارين الفصل الثالث..... 90
تصحيح تمارين الفصل الثالث..... 91
الجداول الاحصائية..... 93
قائمة المراجع..... 98

مقدمة:

إن دراسة وتحليل السلاسل الزمنية والتنبؤ بالسلوك المستقبلي لها من الموضوعات الهامة في العلوم الاقتصادية، حيث تُعرَّف السلسلة الزمنية بأنها مجموعة من المشاهدات أو القياسات المُرتَّبة ترتيبًا زمنيًا منتظمًا، تُسجَّل لفترة زمنية محدَّدة.

في حقل الاقتصاد النقدي والمالي، يبرز تحليل السلاسل الزمنية كأداة محورية لفهم وتفسير سلوك المتغيرات النقدية الرئيسية. فمن خلال تحليل الاتجاهات التاريخية، يمكن للاقتصاديين وصانعي السياسات في البنوك المركزية استخلاص أنماط واضحة حول علاقة العرض النقدي بالتضخم، أو أثر أسعار الفائدة على الاستثمار والادخار. كما تُمكِّن أدوات التحليل مثل اختبارات الاستقرارية (كاختبار ديكي–فولر) الباحث من تحديد ما إذا كانت السلسلة الزمنية تخضع لجذر وحدة، وهو أمر حاسم قبل إجراء أي تحليل انحدار لتجنّب النتائج الوهمية. وهذا يساهم بشكل مباشر في صياغة سياسات نقدية رشيدة قائمة على أدلة قوية، كتحديد سعر الفائدة المرجعي أو تنفيذ عمليات السوق المفتوحة.

هذه المطبوعة البيداغوجية التي تحمل عنوان "محاضرات حول السلاسل الزمنية" موجهة أساسا لطلبة السنة الأولى ماستر تخصص اقتصاد نقدي ومالي بغية تزويدهم بالأسس النظرية والمهارات التطبيقية اللازمة لفهم وتحليل السلاسل الزمنية، حيث يتم تقسيم هذه المطبوعة إلى ثلاثة فصول. يتناول الفصل الأول عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها من خلال التطرق إلى تعريف السلسلة الزمنية، مركبات السلسلة الزمنية، طرق الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية إضافة إلى طريقة تقدير مركبة الاتجاه العام ونزع المركبة الفصلية في حالتي النموذج التجميعي والجدائي.

أما الفصل الثاني فيتناول استقرارية السلاسل الزمنية من خلال عرض الخصائص الاحصائية لاستقرار السلسلة الزمنية، إضافة إلى التطرق إلى دالة الارتباط الذاتي واختبارات جذر الوحدة المتمثلة في اختبار Dickey–Fuller (1979)، اختبار Dickey–Fuller الموسّع (1981) ، اختبار Phillips–Perron (1988)، اختبار KPSS (1992).

ويخصص الفصل الثالث للتعرف على مختلف نماذج التمهيد الأسي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية والتي تتضمن نموذج التمهيد الأسي البسيط، نموذج التمهيد الأسي الثنائي (المزدوج).

الفصل الأول

عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

الفصل الأول: عموميات حول السلاسل الزمنية وتقدير مركباتها

تعتبر دراسة تطور الظواهر واتجاهاتها والتحكم في مساراتها من بين أسباب نجاح المؤسسات الاقتصادية التي تعتمد على الطرق العلمية في تسييرها، حيث تحتاج كل مؤسسة معرفة وتحليل الظواهر المحيطة بها والعوامل التي تؤثر فيها والتنبؤ بقيمها في المستقبل، وذلك باستعمال تحليل السلاسل الزمنية، ومن بين دواعي استعمالها:

- غياب العلاقة السببية بين المتغيرات (التابع والمستقل) وصعوبة قياسها.
- عدم توفر معطيات كافية حول المتغيرات المستقلة.
- بساطة تركيب هذه النماذج وسهولة تفسير نتائجها بالنسبة للمسيرين. [1]

1- تعريف السلسلة الزمنية:

السلسلة الزمنية هي عبارة عن سلسلة من الملاحظات عبر الزمن تمثل ظاهرة اقتصادية (الأسعار، المبيعات،...).[2]

السلسلة الزمنية هي مجموعة من القياسات المسجلة لمتغير واحد أو أكثر مرتبة حسب زمن وقوعها (أيام، أسابيع، أشهر، سنوات،...إلخ)، وتعرف رياضيا بأنها ظاهرة تتضمن الزمن كمتغير مستقل (t) والقيم المناظرة له كمتغير تابع (y)، وأن كل قيمة في الزمن t يقابلها قيم للمتغير التابع y الذي هو دالة بالنسبة للزمن t ، ويمكن صياغتها بالعلاقة التالية:

$$y = f(t)$$

ومن أهم السلاسل الزمنية تلك الخاصة بالمؤشرات الاقتصادية، حجم المبيعات للمؤسسات بمختلف نشاطاتها، التعليم، حجم السكان، وغيرها، والتغير الذي يحدث في قيم متغير السلسلة الزمنية أو قيم متغيراتها يعتبر دالة في الزمن ، ويمكن تمثيلها بيانيا باتخاذ المحور الأفقي للزمن والعمودي لقيم المتغير.

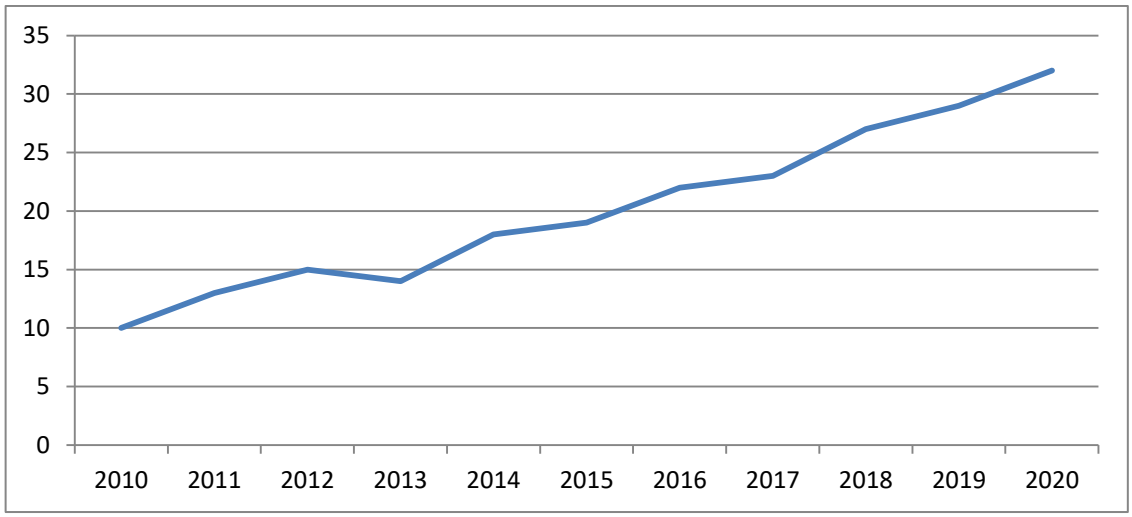
[1] خالد أحمد علي محمود (2019)، "اقتصاد المعرفة وإدارة الأزمات المالية في إطار المؤسسات الاقتصادية"، دار الفكر الجامعي، الاسكندرية، مصر، ص 383.

[2] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), " Analyse des séries temporelles : Applications à l'économie et à la gestion", 3ème édition, Paris : Dunod, p. 5.

مثال 1:

بدأت إحدى المؤسسات الإنتاجية نشاطها الإنتاجي المتمثل في طرح نوع معين من السلع اعتبارا من سنة 2010، ويمثل الجدول التالي البيانات المتعلقة بكميات الإنتاج إلى غاية سنة 2020 وذلك كما يلي:

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
كمية الإنتاج (طن)	10	13	15	14	18	19	22	23	27	29	32



2- مركبات السلسلة الزمنية:

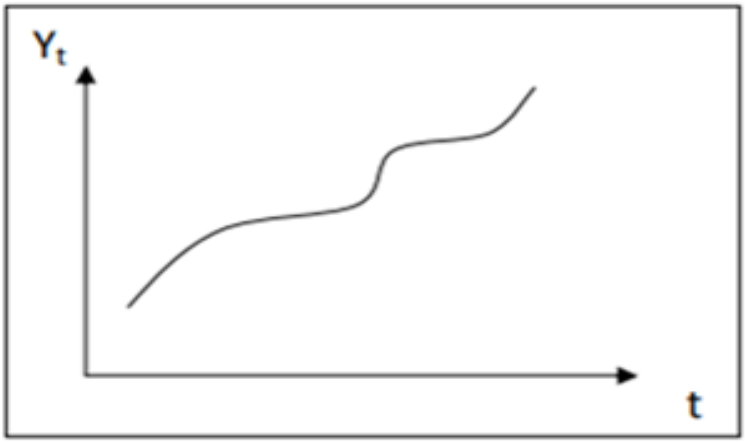
لغرض دراسة وتحليل السلسلة الزمنية فإنه ينبغي في البداية تحديد مركبات السلسلة والعناصر المكونة لها، والتي تتمثل فيما يلي:

2-1- مركبة الاتجاه العام Trend:

ونقصد به التطور الطبيعي للسلسلة المدروسة عبر الزمن سواء كان هذا التطور بالزيادة أو بالنقصان، غير أن هذه المركبة لا تظهر في السلسلة على المدى القصير بل يجب ملاحظتها على الأمد الطويل، وتعكس مركبة الاتجاه العام تأثير العوامل طويلة الأجل على السلسلة[1]، ونرمز لها بالرمز T ، والشكل التالي يوضح حالة وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة:

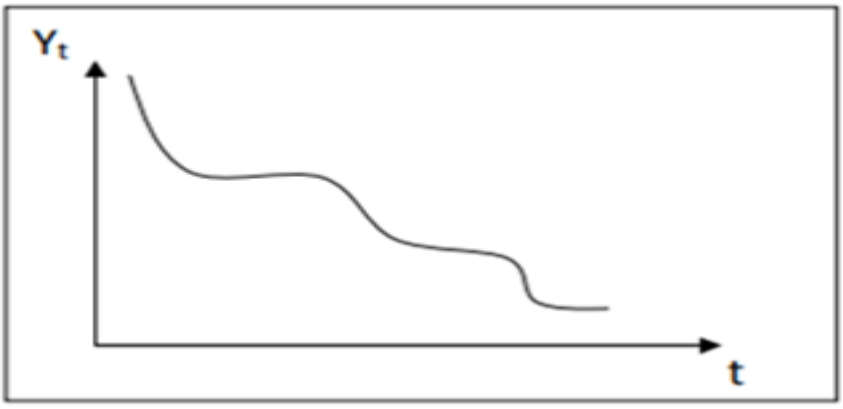
[1] Chatfield , C. (2004), "The Analysis of Time Series : An Introduction" , 6th Edition , Chapman and Hall / CRC, p.15.

الشكل (1-1): سلسلة تتضمن مركبة الاتجاه العام بالزيادة



المصدر: محمد العقاب (2018)، "تحليل السلاسل الزمنية: محاضرات وتطبيقات في الاقتصاد"، مطبوعة بيداغوجية، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة زيان عاشور الجلفة، ص 2

الشكل (1-2):سلسلة تتضمن مركبة الاتجاه العام بالنقصان

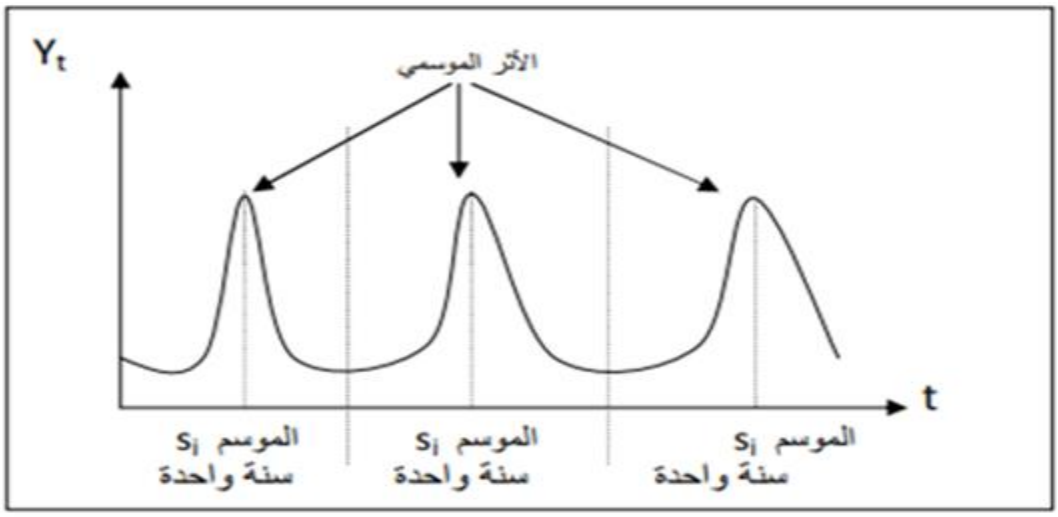


المصدر: محمد العقاب (2018)، مرجع سبق ذكره، ص 2

2-2- المركبة الموسمية أو الفصلية Seasonal :

يقصد بالموسم هنا الوحدات الزمنية التي تمتد إلى أقل من سنة، حيث قد تكون ساعة أو يوم أو أسبوع أو شهر أو ربع سنة، ... الخ، وذلك تبعا لنوع الظاهرة وطبيعتها، ونرمز للمركبة الموسمية أو الفصلية بالرمز S .

الشكل (1-3): سلسلة تتضمن وجود المركبة الفصلية أو الموسمية



المصدر: محمد العقاب (2018)، مرجع سبق ذكره، ص 2

2-3- المركبة الدورية Cyclical:

نقصد بالمركبة الدورية كل التغيرات التي تحدث للسلسلة بانتظام وخلال فترات زمنية طويلة نسبيا تتراوح من 3 إلى 10 سنوات، وكمثال على ذلك الدورات الاقتصادية، ونرمز للمركبة الدورية بالرمز C، والشكل التالي يوضح حالة وجود المركبة الدورية ضمن السلسلة:

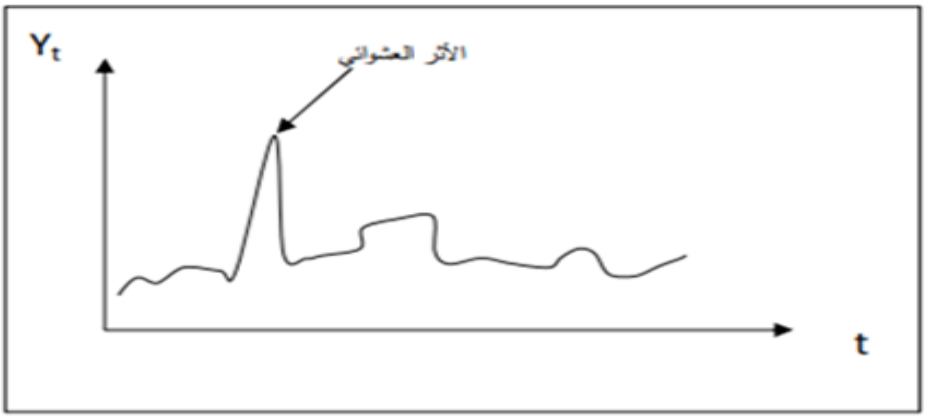
الشكل (1-4): سلسلة تتضمن وجود المركبة الدورية

المصدر: محمد العقاب (2018)، مرجع سبق ذكره، ص 3

2-4- المركبة العشوائية أو العرضية Irregular:

تمثل المركبة العشوائية كل التغيرات التي تطرأ على السلسلة بشكل مفاجئ ولا يمكن ضبطها وليس لها علاقة بالزمن وإنما هي نتاج عوامل غير منتظمة وظروف طارئة، مثل حدوث زلزال، إضرابات العمال، الحروب، ...إلخ، ونرمز للمركبة العشوائية بالرمز I ، والشكل التالي يوضح حالة وجود المركبة العشوائية ضمن السلسلة:

الشكل (1-5): سلسلة تتضمن وجود المركبة العشوائية



المصدر: محمد العقاب (2018)، مرجع سبق ذكره، ص 3

ملاحظة:

تعتبر مركبتي الاتجاه العام والمركبة الموسمية أو الفصلية الأكثر ظهورا في السلاسل المتعلقة بالدراسات الاقتصادية.

3- نموذج مركبات السلسلة الزمنية:

لغرض دراسة السلسلة الزمنية وتحليل مركباتها يجب أولا بناء نموذج يحدد العلاقة بين هذه المركبات، ونميز النماذج التالية:[1]

[1] هديات خديجة بن طيب (2023)، "محاضرات: تقنيات التنبؤ "، مطبوعة بيداغوجية، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة أبو بكر بلقايد تلمسان، ص 35

أ- النموذج التجميعي:

يفترض هذا النموذج أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) Y في أي نقطة زمنية هي حاصل جمع المركبات الأربعة، أي:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t$$

ويستعمل هذا النموذج إذا افترضنا أن وحدة قياس جميع المركبات متشابهة وتشابه وحدة قياس المشاهدات Y.

ب-النموذج الجدائي أو الضربي:

يفترض هذا النموذج أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) Y في أي نقطة زمنية هي حاصل ضرب المركبات الأربعة، أي:

$$Y_t = T_t * S_t * C_t * I_t$$

في هذه الحالة ستكون قيم I_t ، C_t ، S_t بمثابة نسب التغير والتي تكون إما أكبر أو أصغر من الواحد.

ج- النموذج المختلط:

يفترض هذا النموذج وجود علاقة تجميعية وجدائية في نفس السلسلة الزمنية، وله عدة أشكال من بينها:

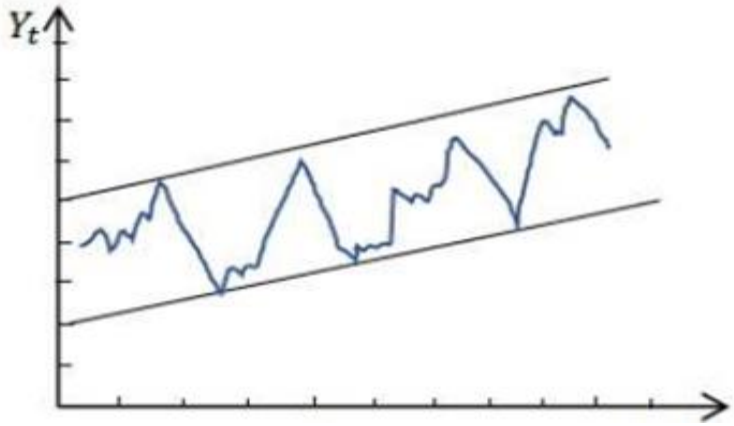
$$Y_t = T_t * S_t + C_t + I_t$$

توجد طريقتين لتحديد العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية:

أ- الطريقة البيانية:

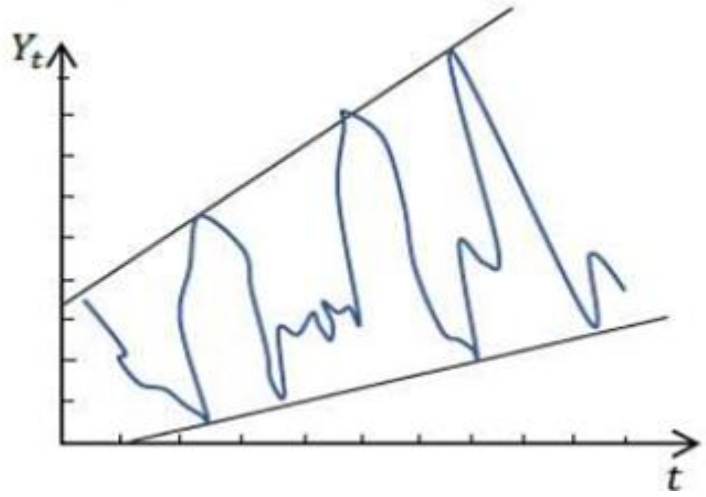
تكون السلسلة الزمنية من النوع التجميعي عندما تنحصر ذبذباتها بين خطين متوازيين، أي أن هذه الهزات تكون ثابتة الشدة، بينما تكون ذبذبات السلسلة الزمنية من النوع الجدائي غير ثابتة الشدة (تباين متزايد)، وبالتالي تقع بين خطين منفرجين، كما هو موضح في الشكلين التاليين:

الشكل (1-6): الحالة التجميعية



المصدر: هديات خديجة بن طيب (2023)، "محاضرات: تقنيات التنبؤ "، مرجع سبق ذكره، ص 36

الشكل (1-7): الحالة الجدائية



المصدر: هديات خديجة بن طيب (2023)، مرجع سبق ذكره، ص 36

ب-الطريقة الحسابية (طريقة معادلة الانحدار):

تعتبر هذه الطريقة من أهم الطرق المستخدمة لتحديد شكل السلسلة الزمنية، حيث تعتمد على تحديد قيمة معامل الانحدار b للمعادلة التالية:[1]

$$\sigma_i = a + b\,\bar{y}_i \qquad , i = 1,2,\dots,n$$

[1] مولود حشمان (1998)، "السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ص 53-54

حيث: n يمثل عدد السنوات، $\bar{y}_i$ تمثل المتوسطات الحسابية لكل سنة، σ_i تمثل الانحرافات المعيارية لكل سنة.

يتم تقدير قيمة معامل الانحدار b باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية كمايلي:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \bar{y}_i - n\bar{\sigma}\bar{\bar{y}}}{\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i{}^2 - n\bar{\bar{y}}^2}$$

- إذا كان: $\hat{b} < 0.05$ نكون في حالة **نموذج تجميعي**.
- إذا كان: $\hat{b} > 0.10$ نكون في حالة **نموذج جدائي**.
- إذا كان: $0.05 \leq \hat{b} \leq 0.10$ نكون في حالة **نموذج مختلط**.

مثال 2:

يبين الجدول التالي المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل سنة والتي تم حسابها انطلاقا من معطيات سلسلة زمنية تبين تطور مبيعات سلعة معينة خلال 5 سنوات حيث أن كل سنة مقسمة إلى 4 ثلاثيات (فصول):

السنة	$\bar{y}_i$	σ_i
2018	26	5.477
2019	31.75	10.13
2020	39.5	13.37
2021	46.5	17.36
2022	53.25	21.29

المطلوب:

- حدد شكل السلسلة الزمنية باستخدام طريقة معادلة الانحدار.

الحل:

لتحديد شكل السلسلة الزمنية باستخدام طريقة معادلة الانحدار، نقوم بتقدير قيمة معامل الانحدار b باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية كمايلي:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \bar{y}_i - n\bar{\sigma}\bar{\bar{y}}}{\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i{}^2 - n\bar{\bar{y}}^2}$$

السنة	$\bar{y}_i$	σ_i	$\sigma_i \bar{y}_i$	$\bar{y}_i{}^2$
2018	26	5.477	142.402	676
2019	31.75	10.13	321.628	1008.063
2020	39.5	13.37	528.115	1560.250
2021	46.5	17.36	807.240	2162.250
2022	53.25	21.29	1133.693	2835.563
			$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \bar{y}_i$= 2933.077	$\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i{}^2$= 8242.125

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i}{n} = \frac{67.627}{5} = 13.525$$

$$\bar{\bar{y}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i}{n} = \frac{197}{5} = 39.4 \quad \Longleftrightarrow \quad \bar{\bar{y}}^2 = 1552.36$$

$$\hat{b} = \frac{2933.077 - 5(13.525)(39.4)}{8242.125 - 5(1552.36)} = 0.56$$

نلاحظ أن قيمة معامل الانحدار $\hat{b}$ تساوي 0.56 وهي أكبر من 0.1 $(\hat{b} > 0.10)$ ، وبالتالي فإن هذه السلسلة الزمنية هي من **النوع الجدائي**.

4- طرق الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية:

هناك طريقتين مختلفتين للكشف عن مركبات السلسلة الزمنية. تتمثل الطريقة الأولى في الطريقة البيانية، أما الطريقة الثانية فتتمثل في استخدام الاختبارات الاحصائية.

4-1- الطريقة البيانية:

إن استعمال هذه الطريقة يتطلب دقة كبيرة في عرض بيانات السلسلة الزمنية، ونهتم في هذه المرحلة بدراسة وتحديد الظروف التي تولدت عنها هذه السلسلة الزمنية. يعكس التمثيل البياني لمشاهدات السلسلة الزمنية مركباتها الأساسية بشكل أوضح، فإذا كان ميل اتجاه السلسلة الزمنية موجبا فإنه يدفع الاتجاه نحو الأعلى وإذا كان سالبا فإنه يدفع به نحو الأسفل، وهذا يدل على وجود مركبة الاتجاه العام، أما بالنسبة للمركبة الفصلية أو الدورية، فإن العرض البياني لهما يكون على شكل قمم أو نتوءات بشكل منتظم، شريطة أن تكون الفترة الزمنية بالأشهر، الفصول، ... أو السنوات بالنسبة للمركبة الدورية، بينما تتمثل المركبة العشوائية في تلك الذبذبات التي تشوش سلوك المركبات المنتظمة وتطبعها بصبغة عشوائية، كما هو موضح في الأشكال السابقة الخاصة بمركبات السلسلة الزمنية[1].

4-2- الاختبارات الاحصائية:

في كثير من الحالات لا يكون التمثيل البياني كافيا لوحده للكشف عن مركبات السلسلة الزمنية بشكل دقيق مما يستلزم استعمال الأدوات الإحصائية لهذا الغرض.

4-2-1- اختبار الكشف عن مركبة الاتجاه العام: من بين اختبارات الكشف عن مركبة الاتجاه العام نجد اختبار دانيال:

- **اختبار دانيال Daniel's test**[2]:

يعتبر هذا الاختبار من أقوى الاختبارات، حيث يستعين بمعامل الارتباط لـ **سبيرمان** " Spearman Correlation Coefficient"، وهو يعتمد على قياس الارتباط الخطي بين ترتيبين، الرتبي (التصاعدي) والزمني أي بتعبير رياضي:

[1] محمد رملي (2020)، "مطبوعة في تحليل السلاسل الزمنية"، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة الطاهر مولاي سعيدة، ص 12.

[2] مولود حشمان (1998)، "السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى"، مرجع سبق ذكره، ص 42-44.

$$R_t = f(t)\,, \qquad R_t = 1, \dots, T\,, t = 1, \dots, T$$

ومنه فمعامل الارتباط النظري يعرف بـ:

$$r_s = \frac{cov(R_t, t)}{\sqrt{var(R_t)var(t)}}$$

أين $var(R_t) = var(t)$ ويعادلان $\frac{(T^2-1)}{12}$

ويكون في حالة العينة وبسلسلة غير مكررة المشاهدات معطى بواسطة:

$$r_s = \frac{\sum_{t=1}^{T}(R_t - \bar{R})(t - \bar{t})}{\sum_{t=1}^{T}(t - \bar{t})^2}$$

ولتبسيط هذا المعامل يمكن إعطاءه في الشكل النهائي التالي:

$$\boldsymbol{r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{T} d_t^2}{T(T^2-1)}}$$

حيث $\sum_{t=1}^{T} d_t^2$ يمثل مجموع مربعات الفرق بين الترتيب التصاعدي والزمني أي $\boldsymbol{d_t = (t - R_t)}$

T : عدد المشاهدات.

وكون r_s معامل ارتباط خطي فإن $-1 \leq r_s \leq 1$

صيغة الاختبار:

$\boldsymbol{H_0}$ **: السلسلة عشوائية / لا يوجد اتجاه عام.**

$\boldsymbol{H_1}$ **: يوجد اتجاه عام.**

القرار: بعد حساب معامل الارتباط r_s ، **يتم رفض** $\boldsymbol{H_0}$ وحسب حجم العينة لما يكون:

- في العينات الصغيرة $\boldsymbol{(T \leq 30)}$

$$\boldsymbol{|r_s| > r_{\alpha/2}}$$

- في العينات الكبيرة $\boldsymbol{(T > 30)}$

$$|Z| > Z\alpha_{/2}$$

حيث

$$Z = \frac{r_s - \mu_{r_s}}{\sigma_{r_s}}$$

وبما أن:

$$\mu_{r_s} = 0$$

و

$$\sigma_{r_s} = \frac{1}{\sqrt{T-1}}$$

بالتعويض، فإن:

$$\boldsymbol{Z = \frac{r_s}{\sigma_{r_s}} = r_s\sqrt{T-1}}$$

ملاحظة: $Z\alpha_{/2} = 1.96$ عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ و $T > 30$.

<u>مثال (3):</u> حالة $(T \leq 30)$

يبين الجدول التالي معطيات الاستهلاك الموسمية المتعلقة باستهلاك منتوج معين:

الزمن	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المشاهدة	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181

المطلوب:

- اختبر وجود أو عدم وجود مركبة الاتجاه العام باستخدام اختبار دانيال.

<u>الحل:</u>

1- ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا أي من الأصغر إلى الأكبر:

الرتبة	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
المشاهدة	153	155	156	158	162	162	163	164	171	172	173	181

نلاحظ من خلال الجدول تكرار المشاهدة 162 حيث تقع في الرتبتين 5 و6، ولمراعاة عدم تكرار الرتب نعوضهما بالوسط الحسابي للرتبتين 5 و6 أي:

$$\frac{5+6}{2} = 5.5$$

وبالتالي نحذف الرتبتين 5 و 6 ونعوضهما بالرتبة 5.5.

1- حساب فروق ومربعات فروق الاختبار:

12	**11**	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**الزمن t**
181	173	164	162	172	162	156	153	171	163	158	155	**المشاهدة**
12	**11**	**8**	**5.5**	**10**	**5.5**	**3**	**1**	**9**	**7**	**4**	**2**	**الرتبة R_t**
0	0	2	3.5	−2	1.5	3	4	−5	−4	−2	−1	$d_t = t - R_t$
0	0	4	12.25	4	2.25	9	16	25	16	4	1	d_t^2

3- حساب إحصائية الاختبار:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{T} d_t^2}{T(T^2-1)}$$

نقوم بحساب $\sum_{t=1}^{T} d_t^2$:

$$\sum_{t=1}^{T} d_t^2 = 1 + 4 + 16 + \cdots + 0 = \mathbf{93.5}$$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{T} d_t^2}{T(T^2-1)} = 1 - \frac{6(93.5)}{12(12^2-1)} \Rightarrow \boldsymbol{r_s = 0.67}$$

4- اتخاذ القرار:

من خلال جدول القيم الحرجة لمعامل الارتباط لسبيرمان عندد مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ و $T = 12$ نجد: $r_{\alpha/2} = 0.5804$ ، وبالمقارنة مع r المحسوبة $r_s = 0.67$ نلاحظ أن:

$$|r_s| > r_{\alpha/2}$$

وبالتالي يتم رفض الفرضية العدمية H_0 ومنه يتم قبول الفرضية البديلة H_1 التي تنص **على وجود مركبة الاتجاه العام.**

مثال (4): حالة $(T > 30)$

بافتراض توفر سلسلة زمنية ذات (75) مشاهدة، وبعد الحساب قدرت قيمة معامل الارتباط بـ $r_s = 0.51$. المطلوب كشف مركبة الاتجاه العام عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

الحل:

بما أن $T = 75$ أي $T > 30$ ، نقوم بحساب الاحصائية Z

$$Z = \frac{r_s}{\sigma_{r_s}} = r_s\sqrt{T-1} \Rightarrow Z = 0.51\sqrt{75-1} \Rightarrow Z = 4.38$$

ونعلم أن $Z\alpha_{/2} = 1.96$ ، وبالمقارنة مع قيمة Z المحسوبة نلاحظ أن:

$$|Z| > Z\alpha_{/2}$$

وبالتالي يتم رفض الفرضية العدمية H_0 ومنه يتم قبول الفرضية البديلة H_1 التي تنص على **وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية.**

4-2-2- اختبار الكشف عن المركبة الفصلية أو الموسمية:

في كثير من الحالات يمكن كشف المركبة الفصلية بكل بساطة عند معرفة موضوع السلسلة الزمنية، حيث يمكن توقع مسبقا وجود مركبة فصلية في السلسلة الزمنية الخاصة مثلا بالطلب على غازات التدفئة أو الطلب على أجهزة التبريد، حيث يكون الطلب مرتفع في فترة معينة على حساب فترة أخرى، ولكن هذه المعرفة السطحية لا تفي بالغرض ، لذا يتم اللجوء عادة إلى الاختبارات الاحصائية ومن أهمها اختبار Kruskall-Wallis.

اختبار Kruskall–Wallis :[1]

يعتبر هذا الاختبار من أهم الاختبارات استعمالا للتأكد من وجود أو عدم وجود المركبة الموسمية، ويرمز له بالرمز KW، حيث يستند على الفرضيتين التاليتين:

H_0 : السلسلة عشوائية (السلسلة الزمنية لا تحتوي على المركبة الموسمية)

H_1 : السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية.

وله علاقة تعطى في الشكل الرياضي التالي:

$$KW = \frac{12}{T(T+1)}\left[\sum_{i=1}^{p}\frac{R_i^2}{n_i}\right] - 3(T+1)$$

علما أن هذا الاختبار يتبع توزيع كاي تربيع χ^2 بـ $(p-1)$ درجة حرية : $KW \to \chi^2(p-1)$

حيث:

T : عدد المشاهدات.

R_i : مجموع رتب المشاهدات المقابلة للموسم i .

n_i : عدد المشاهدات المقابلة للموسم i .

p : تعبر عن الدورة (period)، ($p = 4$ في حالة مشاهدات فصلية، $p = 12$ في حالة مشاهدات شهرية، ...)

ولاتخاذ القرار يتم تحديد القيمة الجدولية $\chi^2(p-1)$ عند مستوى معنوية α و درجة حرية $(p-1)$ ، حيث تتم مقارنة القيمة المحسوبة KW مع القيمة الجدولية $\chi^2_{(\alpha,p-1)}$ ، فإذا كانت:

- $\boldsymbol{KW \leq \chi^2_{(\alpha,p-1)}}$: نقبل الفرضية $\boldsymbol{H_0}$ ، أي أن السلسلة الزمنية لا تحتوي على المركبة الموسمية.

[1] مولود حشمان (1998)، مرجع سبق ذكره، ص 48.

$KW > \chi^2_{(\alpha,p-1)}$: نرفض الفرضية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ، أي أن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية.

مثال 5: لدينا المطيات التالية حول متغير اجتماعي خلال الفترة 2010/1 – 2014/4 :

السنة / الفصل	2010	2011	2012	2013	2014
1	14	10	12	7	6
2	20	19	12	18	11
3	44	64	68	60	64
4	21	32	29	36	50

المطلوب: كشف المركبة الفصلية باستخدام اختبار Kruskall–Wallis عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

الحل:

للكشف عن المركبة الفصلية باستخدام اختبار Kruskall–Wallis نتبع الخطوات التالية:

1- صياغة الفرضيات:

H_0 : السلسلة عشوائية (السلسلة الزمنية لا تحتوي على المركبة الموسمية)

H_1 : السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية.

2- إيجاد قيمة إحصائية KW (المحسوبة):

ترتيب القيم تصاعديا:

الرتبة	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
المشاهدة	6	7	10	11	12	12	14	18	19	20
الرتبة	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
المشاهدة	21	29	32	36	44	50	60	64	64	68

نلاحظ من خلال الجدول تكرار المشاهدة 12 حيث تقع في الرتبتين 5 و6، ولمراعاة عدم تكرار الرتب نعوضهما بالوسط الحسابي للرتبتين 5 و6 أي:

$$\frac{5+6}{2} = \mathbf{5.5}$$

وبالتالي نحذف الرتبتين 5 و 6 ونعوضهما بالرتبة 5.5.

نفس الشيء بالنسبة للمشاهدة 64 حيث تقع في الرتبتين 18 و 19، ولمراعاة عدم تكرار الرتب نعوضهما بالوسط الحسابي للرتبتين 18 و 19 أي **18.5**.

- كتابة هذه الرتب في الجدول الأصلي السابق:

الفصل/السنة	1	2	3	4	5	المجموع R_i
1	7	3	5.5	2	1	**18.5**
2	10	9	5.5	8	4	**36.5**
3	15	18.5	20	17	18.5	**89**
4	11	13	12	14	16	**66**

- حساب KW الإحصائية بالعلاقة التالية:

$$KW = \frac{12}{T(T+1)}\left[\sum_{i=1}^{p}\frac{R_i^2}{n_i}\right] - 3(T+1)$$

مع:

T : عدد المشاهدات: $T = 20$.

p : عدد المواسم (الفصول): $p = 4$.

n : عدد السنوات: $n = 5$ (كل فصل يقابله 5 رتب).

$$KW = \frac{12}{20(20+1)}\left[\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} + \frac{R_4^2}{n_4}\right] - 3(20+1)$$

وبالتعويض:

$$KW = \frac{12}{20(20+1)}\left[\frac{18.5^2}{5} + \frac{36.5^2}{5} + \frac{89^2}{5} + \frac{66^2}{5}\right] - 3(20+1)$$

$$\boldsymbol{KW = 16.72}$$

3- اتخاذ القرار:

لاتخاذ القرار يتم تحديد القيمة الجدولية $\chi^2(p-1)$ من خلال جدول كاي تربيع (chi2) عند مستوى معنوية α $(\alpha = 5\%)$ و درجة حرية $(p-1)$ (حيث p تمثل عدد الفصول وتساوي 4) كما يلي:

$$\boldsymbol{\chi^2_{\alpha}(p-1) = \chi^2_{0.05}(3) = 7.815}$$

وبالمقارنة مع إحصائية KW المحسوبة نلاحظ أن:

$$KW = 16.72 > \chi^2_{\alpha}(p-1) = 7.815$$

وبالتالي نرفض الفرضية العدمية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ، وهذا يعني أن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة موسمية (فصلية).

4-2-3- اختبار Buys-Ballot:

يساعد اختبار Buys-Ballot في الكشف عن المركبتين الفصلية (الموسمية) والاتجاه العام في آن واحد،

ولإجراء هذا الاختبار ينبغي اتباع المراحل التالية:

- **المرحلة الأولى:** التمثيل البياني للسلسلة الزمنية وإنشاء جدول Buys-Ballot

لتوضيح كيفية إنشاء جدول Buys-Ballot نأخذ المثال التالي:

مثال 6: يوضح الجدول التالي سلسلة زمنية لمبيعات فصلية خلال ثلاث سنوات:

البيانات	الفصل 1	الفصل 2	الفصل 3	الفصل 4	**المتوسط**	**الانحراف المعياري**
2010	1248	1392	1057	3159	**1714**	**842.69**
2011	891	1065	1118	2934	**1502**	**831.02**
2012	1138	1456	1224	3090	**1727**	**795.48**
المتوسط	**1092**	**1304**	**1133**	**3061**	**المتوسط العام**	**الانحراف المعياري العام**
الانحراف المعياري	**149**	**171**	**69**	**94**	**1647.7**	**829.74**

المصدر: Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 10

المرحلة الثانية: تحليل التباين واختبار Fisher

ليكن لدينا:

N : عدد السنوات.

p : عدد الملاحظات (الدورية) في السنة (الفصلية $p = 4$ ، الشهرية $p = 12$ ، ...)

x_{ij} : قيم السلسلة الزمنية من أجل $i = 1 \dots, N$ و $j = 1 \dots, p$

الجدول (1-1): تحليل التباين للكشف عن التغيرات الموسمية والاتجاه العام

العناصر	التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات
الفترة	$V_P = \frac{S_P}{P-1}$	$P-1$	$S_P = N\sum_{j=1}^{P}(x_{.j} - x_{..})^2$
السنة	$V_A = \frac{S_A}{N-1}$	$N-1$	$S_A = P\sum_{i=1}^{N}(x_{i.} - x_{..})^2$
البواقي	$V_R = \frac{S_R}{(P-1)(N-1)}$	$(P-1)\times(N-1)$	$S_R = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P}(x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2$
المجموع	$V_T = \frac{S_T}{N\times P-1}$	$N\times P-1$	S_T

المصدر: Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 13

مع:

$$S_T = S_P + S_A + S_R$$

$x_{..} = \frac{1}{N\times P}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{P} x_{ij}$: المتوسط العام للسلسلة الزمنية.

$x_{i.} = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} x_{ij}$: متوسط السنة i .

$x_{.j} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_{ij}$: متوسط الفترة j .

4-2-3-1- اختبار تأثير التغيرات الموسمية:[1]

H_0 : لا توجد مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.

H_1 : توجد مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.

يتم حساب احصائية Fisher كما يلي:

$$\boldsymbol{F_{cal} = \frac{V_P}{V_R}}$$

ومقارنتها مع احصائية Fisher الجدولية $\boldsymbol{F^{\alpha}_{v_1;v_2}}$ حيث: $v_1 = P-1$ و $v_2 = (N-1)(P-1)$

α : مستوى المعنوية.

[1] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 14

- إذا كان $F_{cal} \leq F^{\alpha}_{v_1;v_2}$ **نقبل** H_0، وهذا يعني **عدم وجود مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.**
- إذا كان $F_{cal} > F^{\alpha}_{v_1;v_2}$ **نرفض** H_0 ونقبل H_1 ، وهذا يعني **وجود مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.**

4-2-3-2- اختبار تأثير الاتجاه العام:[1]

H_0 : لا توجد مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.

H_1 : توجد مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.

يتم حساب احصائية Fisher كما يلي:

$$F_{cal} = \frac{V_A}{V_R}$$

ومقارنتها مع احصائية Fisher الجدولية $F^{\alpha}_{v_3;v_2}$ حيث: $v_3 = N - 1$ و $v_2 = (N-1)(P-1)$

α : مستوى المعنوية.

- إذا كان $F_{cal} \leq F^{\alpha}_{3;v_2}$ **نقبل** H_0، وهذا يعني **عدم وجود مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.**
- إذا كان $F_{cal} > F^{\alpha}_{v_3;v_2}$ **نرفض** H_0 ونقبل H_1 ، وهذا يعني **وجود مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.**

[1] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 14.

مثال 7:

لدينا الجدول التالي الذي يلخص كل أنواع التباينات للسلسلة الزمنية الموضحة في المثال 6 والتي تضم بيانات فصلية (P=4) خلال الفترة الممتدة من 2010 إلى 2012 (N=3)

العناصر	التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات
الفترة	$V_P = 2688671.77$	**3**	$S_P = 8066015.31$
السنة	$V_A = 63825.34$	**2**	$S_A = 127650.68$
البواقي	$V_R = 11337.78$	**6**	$S_R = 68026.67$
المجموع	$V_T = 751062.97$	**11**	$S_T = 8261692.66$

المطلوب:

1- اختبر امكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة باستخدام اختبار Buys-Ballot عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

2- اختبر امكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة باستخدام اختبار Buys-Ballot عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

ملاحظة:

- القيم الجدولية هي كالتالي:

$$F_{3;6}^{0.05} = 4.76 \quad ، \quad F_{2;6}^{0.05} = 5.14$$

الحل:

1- اختبار امكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة باستخدام اختبار Buys-Ballot عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$:

H_0 : لا توجد مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.

H_1 : توجد مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.

$$\boldsymbol{F_{cal} = \frac{V_P}{V_R} = \frac{2688671.77}{11337.78} = 237.14}$$

$$\boldsymbol{F^{\alpha}_{v_1;v_2} = F^{0.05}_{3;6} = 4.76}$$

نلاحظ أن: $\boldsymbol{F_{cal} = 237.14 > F^{0.05}_{3;6} = 4.76}$

وبالتالي **نرفض H_0 ونقبل H_1** وهذا يعني **وجود مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.**

3- اختبار امكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة باستخدام اختبار Buys-Ballot عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$:

H_0 : لا توجد مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.

H_1 : توجد مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.

$$\boldsymbol{F_{cal} = \frac{V_A}{V_R} = \frac{63825.34}{11337.78} = 5.63}$$

$$\boldsymbol{F^{\alpha}_{v_3;v_2} = F^{0.05}_{2;6} = 5.14}$$

نلاحظ أن: $\boldsymbol{F_{cal} = 5.63 > F^{0.05}_{2;6} = 5.14}$

وبالتالي **نرفض H_0 ونقبل H_1** وهذا يعني **وجود مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.**

4-2-3-3- تحديد نوع نموذج مركبات السلسلة الزمنية باستخدام اختبار Buys-Ballot:[1]

إذا كانت السلسلة الزمنية محل الدراسة تضم مركبتين (مركبة الاتجاه العام والمركبة الفصلية) فإنه ينبغي تحديد نوع النموذج الأمثل للمركبات (تجميعي أو جدائي) باستخدام اختبار Buys-Ballot، الذي يعتمد على فكرة أنه إذا كان الانحراف المعياري للسلسلة الزمنية مرتبط بالمتوسط الحسابي لهذه السلسلة فإن النموذج يكون من النوع الجدائي، أما إذا كان الانحراف المعياري مستقل عن المتوسط الحسابي فغن النموذج يكون من النوع التجميعي، حيث يكتب نموذج Buys-Ballot على النحو التالي:

$$\sigma_i = a + b\,\bar{y}_i + \varepsilon_i \qquad , i = 1,2,\dots,n$$

حيث:

n : يمثل عدد السنوات.

σ_i : يمثل الانحراف المعياري السنوي للسلسلة الزمنية.

$\bar{y}_i$: يمثل المتوسط الحسابي السنوي للسلسلة الزمنية.

تتمثل الفرضية العدمية لهذا الاختبار فيما يلي:

نموذج تجميعي $H_0: b = 0$

في هذه الحالة يتم اختبار معنوية معامل الانحدار b باستخدام اختبار Student، حيث أنه إذا تم قبول الفرضية العدمية H_0 فإن النموذج يكون من النوع التجميعي، وفي الحالة العكسية يكون النموذج من النوع الجدائي.

5- تقدير مركبة الاتجاه العام باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة:[2]

تهدف طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة إلى تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام $\hat{E}$ ضمن السلسلة المدروسة Y_t لغرض تفكيك السلسلة والتخلص من الأثر الموسمي أو الفصلي. تتم عملية الترشيح بواسطة المتوسط المتحرك وفق الشكلين التاليين:

[1] محمد العقاب (2018)، مرجع سبق ذكره، ص 7.

[2] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 37.

أ- إذا كانت رتبة المتوسط المتحرك عبارة عن عدد فردي $L = 2m + 1$ مع $m \in N^*$:

$$\hat{E}_t = \frac{1}{2m+1}\left[\sum_{i=-m}^{i=m} Y_{t+i}\right]$$

ب-إذا كانت رتبة المتوسط المتحرك عبارة عن عدد زوجي $L = 2m$ مع $m \in N^*$:

$$\hat{E}_t = \frac{1}{2m}\left[\frac{1}{2}Y_{t-m} + \sum_{i=-m+1}^{i=m-1} Y_{t+i} + \frac{1}{2}Y_{t+m}\right]$$

6- طريقة نزع المركبة الفصلية (الموسمية) من السلسلة الزمنية:

6-1- حالة نموذج جدائي:[1]

من أجل نزع المركبة الفصلية (الموسمية) من السلسلة المدروسة Y_t باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة في حالة نموذج جدائي نتبع الخطوات التالية:

1- تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام $\hat{E}_t$ باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة

2- حساب أثر الفصول: $S_t = Y_t/\hat{E}_t$

3- حساب متوسطات الفصول: $S_1^*, \dots\dots, S_P^*$

4- التحقق من أن: $\bar{S}^* = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} S_j^* = 1$

5- إذا كان $\bar{S}^* \neq 1$ يتم حساب $S_j^* = S_j^*/\bar{S}^*$

6- حساب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية: $Y_t CVS = Y_t/S_j^*$

[1] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p.22-23.

مثال 8:

لدينا البيانات التالية الخاصة بسلسلة زمنية معينة:

الزمن	Y	$\widehat{E}$	S	Y CVS
2020 S1	324	-	-	
2020 S2	347	-	-	
2020 S3	362			
2020 S4	357			
2021 S1	379			
2021 S2	422			
2021 S3	489			
2021 S4	417			
2022 S1	409			
2022 S2	520			
2022 S3	560	-	-	
2022 S4	478	-	-	

المطلوب:

1- أوجد تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام $\widehat{E}_t$ باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة.

2- أوجد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية **Y CVS** إذا علمت أن السلسلة الزمنية من **النوع الجدائي** .

الحل:

1- إيجاد تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام $\widehat{E}_t$ باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة:

يتم تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام حسب العلاقة التالية: (حالة $L = 2m = 4 \Rightarrow m = 2$)

$$\widehat{E}_t = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}Y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} Y_{t+i} + \frac{1}{2}Y_{t+2}\right]$$

$$\widehat{E}_t = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}324 + 347 + 362 + 357 + \frac{1}{2}379\right] = 354.38$$

وهكذا بالنسبة لباقي القيم الأخرى.

2- إيجاد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية **Y CVS** علما أن السلسلة الزمنية من **النوع الجدائي** :

لإيجاد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية **Y CVS** نتبع الخطوات التالية:

1- حساب أثر الفصول: $S_t = Y_t / \widehat{E}_t$

الزمن	Y	$\widehat{E}$	S	Y CVS
2020 S1	324	-	-	**356.04**
2020 S2	347	-	-	**333.65**
2020 S3	362	354.38	**1.02**	**338.32**
2020 S4	357	370.68	**0.96**	**379.79**
2021 S1	379	395.88	**0.96**	**416.48**
2021 S2	422	419.25	**1.01**	**405.77**
2021 S3	489	430.50	**1.13**	**457.01**
2021 S4	417	446.50	**0.93**	**443.62**
2022 S1	409	467.63	**0.87**	**449.45**
2022 S2	520	484.13	**1.07**	**500.00**
2022 S3	560	-	-	**523.36**
2022 S4	478	-	-	**508.51**

2- حساب متوسطات الفصول:

$$\boldsymbol{S_1^*} = \frac{S_{1,2021} + S_{1,2022}}{2} = \frac{0.96 + 0.87}{2} = \mathbf{0.91}$$

$$\boldsymbol{S_2^*} = \frac{S_{2,2021} + S_{2,2022}}{2} = \frac{1.01 + 1.07}{2} = \mathbf{1.04}$$

$$\boldsymbol{S_3^*} = \frac{S_{3,2020} + S_{3,2021}}{2} = \frac{1.02 + 1.13}{2} = \mathbf{1.07}$$

$$\boldsymbol{S_4^*} = \frac{S_{4,2020} + S_{4,2021}}{2} = \frac{0.96 + 0.93}{2} = \mathbf{0.94}$$

3- التحقق من أن: $\overline{S}^* = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} S_j^* = \mathbf{1}$

$$\overline{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = \frac{0.91 + 1.04 + 1.07 + 0.94}{4} = 0.99 \cong \mathbf{1}$$

4- حساب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية: $Y_t CVS = Y_t / S_j^*$

$$Y\ CVS_{2020\ ,S_1} = \frac{324}{0.91} = \mathbf{356.04}$$

$$Y\ CVS_{2020\ ,S_2} = \frac{347}{1.04} = \mathbf{333.65}$$

$$Y\ CVS_{2020\ ,S_3} = \frac{362}{1.07} = \mathbf{338.32}$$

$$Y\ CVS_{2020\ ,S_4} = \frac{357}{0.94} = \mathbf{379.79}$$

وهكذا بالنسبة لباقي القيم الأخرى.

6-2- حالة نموذج تجميعي:[1]

من أجل نزع المركبة الفصلية (الموسمية) من السلسلة المدروسة Y_t باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة في حالة نموذج جدائي نتبع الخطوات التالية:

1- تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام $\hat{E}_t$ باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة

2- حساب أثر الفصول: $S_t = Y_t - \hat{E}_t$

3- حساب متوسطات الفصول: $S_1^*, \dots\dots, S_P^*$

4- التحقق من أن: $\bar{S}^* = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} S_j^* = 0$

5- إذا كان $\bar{S}^* \neq 0$ يتم حساب $S_j^* = S_j^* - \bar{S}^*$

6- حساب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية: $Y_t CVS = Y_t - S_j^*$

[1] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 22.

مثال 9:

لدينا البيانات التالية الخاصة بسلسلة زمنية معينة:

الزمن	Y	$\widehat{E}$	S	Y CVS
2020 S1	235	-	-	
2020 S2	290	-	-	
2020 S3	611			
2020 S4	215			
2021 S1	290			
2021 S2	350			
2021 S3	671			
2021 S4	275			
2022 S1	320			
2022 S2	411			
2022 S3	732	-	-	
2022 S4	336	-	-	

المطلوب:

1- أوجد تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام $\hat{E}_t$ باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة.

2- أوجد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية **Y CVS** إذا علمت أن السلسلة الزمنية من **النوع التجميعي**.

الحل:

1- إيجاد تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام $\hat{E}_t$ باستخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة:

يتم تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام حسب العلاقة التالية: (حالة $L = 2m = 4 \Rightarrow m = 2$)

$$\hat{E}_t = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}Y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} Y_{t+i} + \frac{1}{2}Y_{t+2}\right]$$

$$\hat{E}_t = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}235 + 290 + 611 + 215 + \frac{1}{2}290\right] = 344.63$$

وهكذا بالنسبة لباقي القيم الأخرى.

2- إيجاد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية **Y CVS** علما أن السلسلة الزمنية من **النوع التجميعي** :

لإيجاد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية **Y CVS** نتبع الخطوات التالية:

1- حساب أثر الفصول: $S_t = Y_t - \widehat{E}_t$

الزمن	Y	$\widehat{E}$	S	Y CVS
2020 S1	235	-	-	**329.88**
2020 S2	290	-	-	**324.50**
2020 S3	611	344.63	**266.37**	**341.88**
2020 S4	215	359.00	**-144.00**	**354.75**
2021 S1	290	374.00	**-84.00**	**384.88**
2021 S2	350	389.00	**-39.00**	**384.5**
2021 S3	671	400.25	**270.75**	**401.88**
2021 S4	275	411.63	**-136.63**	**414.75**
2022 S1	320	426.88	**-106.88**	**414.88**
2022 S2	411	442.13	**-31.13**	**445.5**
2022 S3	732	-	-	**462.88**
2022 S4	336	-	-	**475.75**

2- حساب متوسطات الفصول:

$$S_1^* = \frac{S_{1,2021} + S_{1,2022}}{2} = \frac{(-84.00) + (-106.88)}{2} = \mathbf{-95.44}$$

$$S_2^* = \frac{S_{2,2021} + S_{2,2022}}{2} = \frac{(-39.00) + (-31.13)}{2} = \mathbf{-35.06}$$

$$S_3^* = \frac{S_{3,2020} + S_{3,2021}}{2} = \frac{266.37 + 270.75}{2} = \mathbf{268.56}$$

$$S_4^* = \frac{S_{4,2020} + S_{4,2021}}{2} = \frac{(-144.00) + (-136.63)}{2} = \mathbf{-140.31}$$

3- التحقق من أن: $\overline{S}^* = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} S_j^* = \mathbf{0}$

$$\overline{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = \frac{(-95.44) + (-35.06) + (268.56) + (-140.31)}{4} = \mathbf{-0.56} \neq 0$$

4- من أجل جعل هذا المتوسط معدوما نعيد حساب $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$ بالطريقة التالية:

$$\boldsymbol{S_1^* = S_1^* - \bar{S}^* = -95.44 - (-0.56) = -94.88}$$

$$\boldsymbol{S_2^* = S_2^* - \bar{S}^* = -35.06 - (-0.56) = -34.50}$$

$$\boldsymbol{S_3^* = S_3^* - \bar{S}^* = 268.56 - (-0.56) = 269.12}$$

$$\boldsymbol{S_4^* = S_4^* - \bar{S}^* = -140.31 - (-0.56) = -139.75}$$

التحقق من قيمة المتوسط:

$$\boldsymbol{\bar{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = \frac{(-94.88) + (-34.50) + (269.12) + (-139.75)}{4} = -0.0025 \cong 0}$$

5- حساب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية: $Y_t CVS = Y_t - S_j^*$

$$\boldsymbol{Y\ CVS_{2020,S_1} = 235 - (-94.88) = 329.88}$$

$$\boldsymbol{Y\ CVS_{2020,S_2} = 290 - (-34.50) = 324.5}$$

$$\boldsymbol{Y\ CVS_{2020,S_3} = 611 - 269.12 = 341.88}$$

$$\boldsymbol{Y\ CVS_{2020,S_4} = 215 - (-139.75) = 354.75}$$

وهكذا بالنسبة لباقي القيم الأخرى.

تمارين الفصل الأول

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ لكل عبارة من العبارات التالية، مع تصحيح الخطأ

1- تعكس مركبة الاتجاه العام التطور الطبيعي للسلسلة المدروسة عبر الزمن والذي يمكن ملاحظته بشكل واضح على المدى القصير.

2- نقول أن السلسلة الزمنية من النوع الجدائي عندما تكون هزاتها غير ثابتة الشدة.

3- تعكس المركبة العشوائية جميع التغيرات التي تطرأ على السلسلة بشكل مفاجئ وغير منتظم.

4- تعتبر مركبتي الاتجاه العام والمركبة الدورية الأكثر ظهورا في السلاسل الزمنية المتعلقة بالدراسات الاقتصادية.

5- تكون السلسلة الزمنية من النوع التجميعي عندما تنحصر ذبذباتها بين خطين متوازيين.

6- تشير الفرضية العدمية لاختبار Kruskall-Wallis إلى أن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

7- تشير الفرضية العدمية لاختبار Daniel إلى أن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية.

التمرين الثاني:

يبين الجدول التالي المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل سنة والتي تم حسابها انطلاقا من معطيات سلسلة زمنية تبين تطور مبيعات سلعة معينة خلال 3 سنوات حيث أن كل سنة مقسمة إلى 4 ثلاثيات (فصول):

السنة	$\bar{y}_i$	σ_i
2020	12.75	10.01
2021	32	10.25
2022	52.75	9.55

المطلوب:

- حدد شكل السلسلة الزمنية باستخدام طريقة معادلة الانحدار.

التمرين الثالث:

لدينا السلسلة الزمنية التالية:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_t	20	28	22	34	19	39	25	44	21	49	33	55	23	60	37	66	24	71	42	76

المطلوب:

– تأكد من وجود أو عدم وجود مركبة الاتجاه العام باستعمال اختبار دانيال Daniel (معامل الارتباط الرتبي) عند مستوى معنوية 5%.

التمرين الرابع:

لدينا السلسلة الزمنية التالية:

السنة / الفصل	2017	2018	2019	2020
1	42	60	132	63
2	30	57	192	96
3	36	36	204	87
4	21	54	180	108

المطلوب: تأكد من وجود أو عدم وجود المركبة الفصلية باستخدام اختبار Kruskall–Wallis عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

التمرين الخامس:

لدينا الجدول التالي الذي يلخص كل أنواع التباينات لسلسلة زمنية معينة تضم بيانات شهرية (P=12) خلال الفترة الممتدة من 2018 إلى 2024 (7 سنوات، N=7)

العناصر	التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات
الفترة	$V_P = 315529$	**???**	$\boldsymbol{S_P} = ???$
السنة	$V_A = 833137$	**???**	$\boldsymbol{S_A} = ???$
البواقي	$V_R = ???$	**???**	$S_R = 8416122$
المجموع	$\boldsymbol{V_T} = ???$	**???**	$\boldsymbol{S_T} = ???$

المطلوب:

1- املأ الفراغات في الجدول.

2- اختبر امكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة باستخدام اختبار Buys-Ballot عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

3- اختبر امكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة باستخدام اختبار Buys-Ballot عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

التمرين السادس:

لدينا البيانات التالية الخاصة بسلسلة زمنية معينة:

الزمن	Y	$\widehat{E}$	S	Y CVS
2021 S1	1248.30	-	-	
2021 S2	1392.10	-	-	
2021 S3	1056.60	1669.34		
2021 S4	3159.10	1583.80		
2022 S1	890.80	1550.58		
2022 S2	1065.30	1530.09		
2022 S3	1117.60	1532.90		
2022 S4	2934.20	1612.66		
2023 S1	1138.20	1674.84		
2023 S2	1456.00	1707.67		
2023 S3	1224.30	-	-	
2023 S4	3090.20	-	-	

المطلوب:

أوجد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية **Y CVS** إذا علمت أن السلسلة الزمنية من **النوع التجميعي**.

تصحيح تمارين الفصل الأول

التمرين الأول:

1- تعكس مركبة الاتجاه العام التطور الطبيعي للسلسلة المدروسة عبر الزمن والذي يمكن ملاحظته بشكل واضح على المدى القصير. **(خطأ)**

التصحيح: تعكس مركبة الاتجاه العام التطور الطبيعي للسلسلة المدروسة عبر الزمن والذي يمكن ملاحظته بشكل واضح على المدى الطويل.

2- نقول أن السلسلة الزمنية من النوع الجدائي عندما تكون هزاتها غير ثابتة الشدة. **(صحيح)**

3- تعكس المركبة العشوائية جميع التغيرات التي تطرأ على السلسلة بشكل مفاجئ وغير منتظم. **(صحيح)**

4- تعتبر مركبتي الاتجاه العام والمركبة الدورية الأكثر ظهورا في السلاسل الزمنية المتعلقة بالدراسات الاقتصادية. **(خطأ)**

التصحيح: تعتبر مركبتي الاتجاه العام والمركبة الموسمية الأكثر ظهورا في السلاسل الزمنية المتعلقة بالدراسات الاقتصادية.

5- تكون السلسلة الزمنية من النوع التجميعي عندما تنحصر ذبذباتها بين خطين متوازيين. **(صحيح)**

6- تشير الفرضية العدمية لاختبار Kruskall-Wallis إلى أن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة الاتجاه العام. **(خطأ)**

التصحيح: تشير الفرضية العدمية لاختبار Kruskall-Wallis إلى أن السلسلة الزمنية لا تحتوي على المركبة الموسمية.

7- تشير الفرضية العدمية لاختبار Daniel إلى أن السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية. **(خطأ)**

التصحيح: تشير الفرضية العدمية لاختبار Daniel إلى أن السلسلة الزمنية لا تحتوي على مركبة الاتجاه العام.

التمرين الثاني:

لتحديد شكل السلسلة الزمنية باستخدام طريقة معادلة الانحدار، نقوم بتقدير قيمة معامل الانحدار b باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية كمايلي:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \bar{y}_i - n\bar{\sigma}\bar{\bar{y}}}{\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i{}^2 - n\bar{\bar{y}}^2}$$

السنة	$\bar{y}_i$	σ_i	$\sigma_i \bar{y}_i$	$\bar{y}_i{}^2$
2020	12.75	10.01	127.627	162.562
2021	32	10.25	328	1024
2022	52.75	9.55	503.762	2782.562
			$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \bar{y}_i$= 959.389	$\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i{}^2$= 3969.124

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i}{n} = \frac{29.81}{3} = 9.936$$

$$\bar{\bar{y}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i}{n} = \frac{97.5}{3} = 32.5 \quad \Longleftrightarrow \quad \bar{\bar{y}}^2 = 1056.25$$

$$\hat{b} = \frac{959.389 - 3(9.936)(32.5)}{3969.124 - 3(1056.25)} = -0.011$$

نلاحظ أن قيمة معامل الانحدار $\hat{b}$ تساوي (-0.011) وهي أصغر من 0.05 $(\hat{b} < 0.05)$ ، وبالتالي فإن هذه السلسلة الزمنية هي من **النوع التجميعي**.

التمرين الثالث:

1- ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا أي من الأصغر إلى الأكبر:

الرتبة	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
المشاهدة	19	20	21	22	23	24	25	28	33	34	37	39	42	44	49	55	60	66	71	76

2- حساب فروق ومربعات فروق الاختبار:

20	**19**	**18**	**17**	**16**	**15**	**14**	**13**	**12**	**11**	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**الزمن t**
76	42	71	24	66	37	60	23	55	33	49	21	44	25	39	19	34	22	28	20	**المشاهدة**
20	**13**	**19**	**6**	**18**	**11**	**17**	**5**	**16**	**9**	**15**	**3**	**14**	**7**	**12**	**1**	**10**	**4**	**8**	**2**	**الرتبة R_t**
0	6	-1	11	-2	4	-3	8	-4	2	-5	6	-6	0	-6	4	-6	-1	-6	-1	$d_t = t - R_t$
0	**36**	**1**	**121**	**4**	**16**	**9**	**64**	**16**	**4**	**25**	**36**	**36**	**0**	**36**	**16**	**36**	**1**	**36**	**1**	d_t^2

3- حساب إحصائية الاختبار:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{T} d_t^2}{T(T^2-1)}$$

نقوم بحساب $\sum_{t=1}^{T} d_t^2$:

$$\sum_{t=1}^{T} d_t^2 = 1 + 36 + 1 + \cdots + 0 = \mathbf{494}$$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{T} d_t^2}{T(T^2-1)} = 1 - \frac{6(494)}{20(20^2-1)} \Rightarrow \boldsymbol{r_s = 0.63}$$

4- اتخاذ القرار:

من خلال جدول القيم الحرجة لمعامل الارتباط لسبيرمان عندد مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ و $T = 20$ نجد: $r_{\alpha/2} = 0.4451$ ، وبالمقارنة مع r المحسوبة $r_s = 0.63$ نلاحظ أن:

$$|r_s| > r_{\alpha/2}$$

وبالتالي يتم رفض الفرضية العدمية H_0 ومنه يتم قبول الفرضية البديلة H_1 التي تنص **على وجود مركبة الاتجاه العام.**

التمرين الرابع:

للكشف عن المركبة الفصلية باستخدام اختبار Kruskall–Wallis نتبع الخطوات التالية:

1- صياغة الفرضيات:

H_0 : السلسلة عشوائية (السلسلة الزمنية لا تحتوي على المركبة الموسمية)

H_1 : السلسلة الزمنية تحتوي على المركبة الموسمية.

2- إيجاد قيمة إحصائية KW (المحسوبة):

ترتيب القيم تصاعديا:

الرتبة	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
المشاهدة	21	30	36	36	42	54	57	60
الرتبة	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
المشاهدة	63	87	96	108	132	180	192	204

نلاحظ من خلال الجدول تكرار المشاهدة 36 حيث تقع في الرتبتين 3 و4، ولمراعاة عدم تكرار الرتب نعوضهما بالوسط الحسابي للرتبتين 3 و4 أي:

$$\frac{3+4}{2} = \mathbf{3.5}$$

وبالتالي نحذف الرتبتين 3 و 4 ونعوضهما بالرتبة 3.5.

كتابة هذه الرتب في الجدول الأصلي السابق:

الفصل/السنة	**1**	**2**	**3**	**4**	**المجموع R_i**
1	**5**	**8**	**13**	**9**	**35**
2	**2**	**7**	**15**	**11**	**35**
3	**3.5**	**3.5**	**16**	**10**	**33**
4	**1**	**6**	**14**	**12**	**33**

حساب KW الإحصائية بالعلاقة التالية:

$$KW = \frac{12}{T(T+1)}\left[\sum_{i=1}^{p}\frac{R_i^2}{n_i}\right] - 3(T+1)$$

مع:

T : عدد المشاهدات: $T = 16$.

p : عدد المواسم (الفصول): $p = 4$.

n : عدد السنوات: $n = 4$ (كل فصل يقابله 4 رتب).

$$KW = \frac{12}{16(16+1)}\left[\frac{R_1^2}{n_1} + \frac{R_2^2}{n_2} + \frac{R_3^2}{n_3} + \frac{R_4^2}{n_4}\right] - 3(16+1)$$

وبالتعويض:

$$KW = \frac{12}{16(16+1)}\left[\frac{35^2}{4} + \frac{35^2}{4} + \frac{33^2}{4} + \frac{33^2}{4}\right] - 3(16+1)$$

$$\boldsymbol{KW = 0.044}$$

3- اتخاذ القرار:

لاتخاذ القرار يتم تحديد القيمة الجدولية $\chi^2(p-1)$ من خلال جدول كاي تربيع (chi2) عند مستوى معنوية α $(\alpha = 5\%)$ و درجة حرية $(p-1)$ (حيث p تمثل عدد الفصول وتساوي 4) كما يلي:

$$\boldsymbol{\chi^2_{\alpha}(p-1) = \chi^2_{0.05}(3) = 7.815}$$

وبالمقارنة مع إحصائية KW المحسوبة نلاحظ أن:

$$KW = 0.044 < \chi^2_{\alpha}(p-1) = 7.815$$

وبالتالي نقبل الفرضية العدمية H_0 ، وهذا يعني أن السلسلة الزمنية لا تحتوي على مركبة موسمية (فصلية).

التمرين الخامس:

لدينا الجدول التالي الذي يلخص كل أنواع التباينات لسلسلة زمنية معينة تضم بيانات شهرية (P=12) خلال الفترة الممتدة من 2018 إلى 2024 (7 سنوات، N=7)

1- ملأ الفراغات في الجدول:

العناصر	التباين	درجة الحرية	مجموع المربعات
الفترة	$V_P = 315529$	$\boldsymbol{P-1=12-1=11}$	$\boldsymbol{S_P = 3470819}$
السنة	$V_A = 833137$	$\boldsymbol{N-1=7-1=6}$	$\boldsymbol{S_A = 4998822}$
البواقي	$\boldsymbol{V_R = 127517}$	$\boldsymbol{(P-1)(N-1)=66}$	$S_R = 8416122$
المجموع	$\boldsymbol{V_T = 203442.92}$	$\boldsymbol{(N\times P)-1=83}$	$\boldsymbol{S_T = 16885763}$

$$\boldsymbol{V_P = \frac{S_P}{P-1}} \Rightarrow \boldsymbol{S_P = V_P(P-1)} = 315529 \times 11 = \boldsymbol{3470819}$$

$$\boldsymbol{V_A = \frac{S_A}{N-1}} \Rightarrow \boldsymbol{S_A = V_A(N-1)} = 833137 \times 6 = \boldsymbol{4998822}$$

$$\boldsymbol{V_R = \frac{S_R}{(P-1)(N-1)}} = \frac{8416122}{66} = \boldsymbol{127517}$$

$$\boldsymbol{S_T = S_P + S_A + S_R} = 3470819 + 4998822 + 8416122 = \boldsymbol{16885763}$$

$$\boldsymbol{V_T = \frac{S_T}{(N\times P)-1}} = \frac{16885763}{83} = \boldsymbol{203442.92}$$

2- اختبار امكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة باستخدام اختبار Buys-Ballot عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$:

H_0 : لا توجد مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.

H_1 : توجد مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.

$$F_{cal} = \frac{V_P}{V_R} = \frac{315529}{127517} = 2.47$$

$$F^{\alpha}_{v_1;v_2} = F^{0.05}_{11;66} = 1.93$$

نلاحظ أن: $F_{cal} = 2.47 > F^{0.05}_{11;66} = 1.93$

وبالتالي **نرفض H_0 ونقبل H_1** وهذا يعني **وجود مركبة فصلية (موسمية) في السلسلة الزمنية.**

3- اختبار امكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة باستخدام اختبار Buys-Ballot عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$:

H_0 : لا توجد مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.

H_1 : توجد مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.

$$F_{cal} = \frac{V_A}{V_R} = \frac{833137}{127517} = 6.53$$

$$F^{\alpha}_{v_3;v_2} = F^{0.05}_{6;66} = 2.32$$

نلاحظ أن: $F_{cal} = 6.53 > F^{0.05}_{6;66} = 2.32$

وبالتالي **نرفض H_0 ونقبل H_1** وهذا يعني **وجود مركبة اتجاه عام في السلسلة الزمنية.**

التمرين السادس:

لإيجاد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية **Y CVS** نتبع الخطوات التالية:

1- حساب أثر الفصول: $S_t = Y_t - \widehat{E}_t$

الزمن	Y	$\widehat{E}$	S	Y CVS
2021 S1	1248.30	-	-	**1841.00**
2021 S2	1392.10	-	-	**1744.82**
2021 S3	1056.60	1669.34	**-612.74**	**1565.11**
2021 S4	3159.10	1583.80	**1575.30**	**1705.17**
2022 S1	890.80	1550.58	**-659.78**	**1483.50**
2022 S2	1065.30	1530.09	**-464.79**	**1418.02**
2022 S3	1117.60	1532.90	**-415.30**	**1626.11**
2022 S4	2934.20	1612.66	**1321.54**	**1480.27**
2023 S1	1138.20	1674.84	**-536.64**	**1730.90**
2023 S2	1456.00	1707.67	**-251.67**	**1808.72**
2023 S3	1224.30	-	-	**1732.81**
2023 S4	3090.20	-	-	**1636.27**

2- حساب متوسطات الفصول:

$$S_1^* = \frac{S_{1.2022} + S_{1.2023}}{2} = \frac{(-659.78) + (-536.64)}{2} = \mathbf{-598.21}$$

$$S_2^* = \frac{S_{2.2022} + S_{2.2023}}{2} = \frac{(-464.79) + (-251.67)}{2} = \mathbf{-358.23}$$

$$S_3^* = \frac{S_{3.2021} + S_{3.2022}}{2} = \frac{(-612.74) + (-415.30)}{2} = \mathbf{-514.02}$$

$$S_4^* = \frac{S_{4.2021} + S_{4.2022}}{2} = \frac{1575.30 + 1321.54}{2} = \mathbf{1448.42}$$

3- التحقق من أن: $\overline{S}^* = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} S_j^* = 0$

$$\overline{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = \frac{(-598.21) + (-358.23) + (-514.02) + (1448.42)}{4} = -5.51 \neq 0$$

4- من أجل جعل هذا المتوسط معدوما نعيد حساب $S_1^*.S_2^*.S_3^*.S_4^*$ بالطريقة التالية:

$$S_1^* = S_1^* - \bar{S}^* = -598.21 - (-5.51) = -592.7$$

$$S_2^* = S_2^* - \bar{S}^* = -358.23 - (-5.51) = -352.72$$

$$S_3^* = S_3^* - \bar{S}^* = -514.02 - (-5.51) = -508.51$$

$$S_4^* = S_4^* - \bar{S}^* = 1448.42 - (-5.51) = 1453.93$$

التحقق من قيمة المتوسط:

$$\overline{S}^* = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} S_j^* = \frac{(-592.7) + (-352.72) + (-508.51) + (1453.93)}{4} = 0$$

5- حساب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية: $Y_t CVS = Y_t - S_j^*$

$$Y\ CVS_{2021\ .S_1} = 1248.30 - (-592.7) = 1841.00$$

$$Y\ CVS_{2021\ .S_2} = 1392.10 - (-352.72) = 1744.82$$

$$Y\ CVS_{2021\ .S_3} = 1056.60 - (-508.51) = 1565.11$$

$$Y\ CVS_{2021\ .S_4} = 3159.10 - 1453.93 = 1705.17$$

وهكذا بالنسبة لباقي القيم الأخرى.

الفصل الثاني

استقرارية السلاسل الزمنية

الفصل الثاني: استقرارية السلاسل الزمنية

تعتبر بيانات السلاسل الزمنية من أهم أنواع البيانات التي تستخدم في الدراسات التطبيقية خاصة تلك التي تعتمد على بناء نماذج الانحدار لتقدير العلاقات الاقتصادية، و هذه الدراسات تفترض أن تكون السلاسل الزمنية المستخدمة مستقرة، ذلك لأنه في حالة غياب صفة الاستقرار فإن الانحدار المتحصل عليه من متغيرات هذه السلاسل غالبا ما يكون انحدارا زائفا "Spurious Regression " أي لا معنى له، ويتضح ذلك من خلال ارتفاع قيمة معامل التحديد R^2 ، زيادة المعنوية الإحصائية للمعلمات المقدرة بدرجة كبيرة، إضافة إلى ظهور مشكلة الارتباط الذاتي التسلسلي.

ومن جهة أخرى، إذا كانت السلسلة الزمنية غير مستقرة، فإن دراسة سلوكها يكون مقتصرا على الفترة الزمنية محل الاعتبار، و بالتالي لا يمكن تعميم هذا السلوك على فترات زمنية أخرى، و نتيجة لذلك فإن استخدام السلاسل الزمنية غير المستقرة في أغراض التنبؤ قد تكون له قيمة ضعيفة من الناحية العملية[1].

1- الخصائص الإحصائية لاستقرار السلسلة الزمنية:

يقال عن سلسلة زمنية معينة y_t أنها مستقرة إذا توفرت فيها الخصائص التالية:

أ- ثبات الوسط الحسابي عبر الزمن: $E(y_t) = \mu$

ب-ثبات التباين عبر الزمن: $Var(y_t) = E(y_t - \mu)^2 = \sigma^2$

ج- أن التباين المشترك بين أي قيمتين لنفس المتغير عند النقطتين الزمنيتين t ، $t+k$ يعتمد فقط على الفجوة الزمنية بين هاتين النقطتين و ليس على القيمة الفعلية للزمن الذي يتم عنده حساب التباين المشترك:

$$Cov(y_t, y_{t+k}) = E[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)] = \gamma_k$$

[1] Gujarati , D. N. (2003) , "Basic econometrics", 4th edition , New York , NY : McGraw – Hill, p. 798.

إذا تحققت هذه الشروط الثلاثة، نقول أن السلسلة الزمنية y_t هي ذات استقرار ضعيف " Weak Stationary"، أو ذات تباين مشترك مستقر " Covariance Stationary "، أو أنها ذات معنى واسع للاستقرار "Wide Sense Stationary " [1].

باختصار، إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة، فإن كل من وسطها الحسابي، تباينها، و تباينها المشترك يبقى ثابت عبر الزمن، و هذا يعني أن السلسلة المستقرة لا تحتوي على اتجاه عام أو موسمية، و بعبارة أخرى فهي لا تضم أي عامل يتطور مع الزمن.

انطلاقا من هذه الخصائص، فإن سيرورة الخطأ أو التشويش الأبيض ε_t ، حيث تكون الأخطاء العشوائية ε_t مستقلة و ذات توزيع متماثل $N(0\ ,\sigma_\varepsilon^2)$ ، تعتبر مستقرة[2].

2- اختبارات الاستقرارية:

يوجد هناك عدد من المعايير التي تستخدم في اختبار صفة الاستقرار أو السكون في السلسلة الزمنية، وتتمثل هذه المعايير في:

2-1- دالة الارتباط الذاتي Autocorrelation Function :(ACF)

من أهم الأدوات المستخدمة لتشخيص خصائص السلاسل الزمنية نجد دالة الارتباط الذاتي (ACF)[3] ، وهي الدالة التي يرمز لها بـ ρ_k ، و التي تقيس ارتباط السلسلة الزمنية مع نفسها مؤخرة بـ k فترة [4].

تكتب صيغة هذه الدالة على النحو التالي: [5]

$$\rho_k = \frac{Cov(y_t, y_{t-k})}{\sigma_{y_t}\sigma_{y_{t-k}}} = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(y_t-\bar{y})(y_{t-k}-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=k+1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}\sqrt{\sum_{t=k+1}^{n}(y_{t-k}-\bar{y})^2}} \dots\dots (2.1)$$

مع:

[1] Gujarati , D. N. (2003) , op. cit, p. 797.
[2] Bourbonnais, R. (2011), "Économétrie : Manuel et exercices corrigés" , 8ème édition, Paris: Dunod , p. 238
[3] Box-Steffensmeier, J.M., Freeman, J. R., Hitt, M. P. and Pevehouse, J. C. W. (2014), " Time Series Analysis for the Social Science ", New York: Cambridge University Press, p. 35.
[4] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 238.
[5] Ibid., p. 238.

$\bar{y}$: الوسط الحسابي للسلسلة الذي يتم حسابه على (n) فترة.

n : عدد المشاهدات.

و يلاحظ أن: $\rho_0 = 1$ و $\rho_k = \rho_{-k}$

يمكن حساب الصيغة (2.1) من بيانات عينة كما يلي:[1]

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}$$

مع:

$\bar{y}$: الوسط الحسابي للسلسلة الذي يتم حسابه على n فترة.

و تجذر الإشارة إلى أن كل سلسلة زمنية لها دالة ارتباط ذاتي (ACF) وحيدة خاصة بها.[2]

الشكل الممثل لدالة الارتباط الذاتي عند مختلف الفجوات الزمنية k يسمى منحنى أو بيان الارتباط الذاتي "Correlogram".

تتراوح قيمة معامل الارتباط الذاتي "ρ_k" بين $(-1، +1)$، و يتطلب استقرار السلسلة الزمنية أن تكون معاملات الارتباط الذاتي مساوية للصفر أو لا تختلف معنويا عن الصفر بالنسبة لأي فجوة $(k > 0)$ [3].

2-1-1- اختبار معامل الارتباط الذاتي:

اختبار الفرضيات للمعامل ρ_k هو كالآتي :[4]

$$H_0 : \rho_k = 0$$

$$H_1 : \rho_k \neq 0$$

[1] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 238.
[2] Box-Steffensmeier et al. (2014), op. cit, p. 35.
[3] محمد عبد السميع عناني (2009)، "التحليل القياسي و الإحصائي للعلاقات الاقتصادية: مدخل حديث باستخدام Windows SPSS"، الدار الجامعية، الإسكندرية، ص 656.
[4] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 91.

أظهر Quenouille (1949) [1] أنه إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة، و من أجل عينة ذات حجم كبير $(n > 30)$ ، فإن معامل الارتباط الذاتي ρ_k يميل تقريبا نحو قانون التوزيع الطبيعي مع وسط حسابي يساوي صفر وتباين يساوي $\frac{1}{n}$.

تحت الفرضية H_0 ، يعطى مجال الثقة للمعامل ρ_k كما يلي:

$$\rho_k = 0 \pm t^{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

n : عدد المشاهدات.

إذا كان المعامل المقدر $\hat{\rho}_k$ يقع داخل مجال الثقة، فإنه يتم قبول فرضية العدم القائلة بأن هذا المعامل يساوي صفر، و إذا كان يقع خارج هذا المجال فإنه يتم رفض فرضية العدم و هذا يعني أن المعامل ρ_k يختلف معنويا عن الصفر عند مستوى معنوية α (عادة $\alpha = 0.05$ و $t^{\alpha/2} = 1.96$) [2].

كذلك، يمكن اختبار الفرضية $H_0 : \rho_k = 0$ عن طريق اختبار معنوية معامل الارتباط الذاتي ρ_k وذلك باستخدام اختبار Student كما يلي:

تحت الفرضية H_0 ، فإن الإحصائية:

$$t_{cal} = \frac{|\hat{\rho}_k|}{\sqrt{1 - \hat{\rho}_k^2}} \sqrt{n-2}$$

تخضع لتوزيع Student بعدد درجات حرية تساوي $(n-2)$.

إذا كانت $t_{cal} > t_{n-2}^{\alpha/2}$ (حيث $t_{n-2}^{\alpha/2}$ تمثل القيمة الجدولية لتوزيع Student عند مستوى معنوية α و عدد درجات حرية تساوي $(n-2)$)، فإنه يتم رفض الفرضية H_0 ، و هذا يعني أن المعامل ρ_k يختلف معنويا عن الصفر. [3]

[1] Quenouille, M.H. (1949), "Approximate Tests of Correlation in Time-Series", Journal of the Royal Statistical Society , Series B, 11(1) , pp. 68-84.
[2] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 240-241.
[3] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op. cit, p. 16.

2-1-2- الاختبار المشترك لمعنوية معاملات الارتباط الذاتي:

بدلا من اختبار المعنوية الإحصائية لكل معامل ارتباط ذاتي ρ_k على حدة، يمكن إجراء اختبار مشترك لمعنوية معاملات الارتباط الذاتي كمجموعة[1]، و ذلك من خلال اختبار الفرضية المشتركة التالية:[2]

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_m = 0$$

لإجراء هذا الاختبار يتم استخدام الإحصائية Q "Q- Statistic" التي وضعها Box و Pierce سنة 1970 [3] ، وتعرف كما يلي:

$$Q = n \sum_{k=1}^{m} \hat{\rho}_k^2$$

حيث:

n : حجم العينة.

m : عدد الفجوات الزمنية "عدد فترات التأخر".

$\hat{\rho}_k$: معامل الارتباط الذاتي المقدر من الدرجة k .

عادة، تستخدم الإحصائية Q لاختبار فيما إذا كانت السلسلة الزمنية تمثل خطأ أبيض " White Noise" [4]، حيث أن سيرورة الخطأ الأبيض تعني أن $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_m = 0$.[5]

بالنسبة للعينات الكبيرة، فإن الإحصائية Q يكون لها توزيع كاي تربيع χ^2 بعدد درجات حرية تساوي m .

إذا كانت قيمة Q المحسوبة أكبر من قيمة Q الجدولية المأخوذة من جدول توزيع χ^2 عند مستوى معنوية محدد α ، فإنه يتم رفض الفرضية العديمة (فرضية الخطأ الأبيض) التي تفيد بأن كل معاملات الارتباط الذاتي ρ_k مساوية للصفر ومعنى ذلك أنه توجد قيمة واحدة على الأقل لأحد معاملات الارتباط

[1] Gujarati , D. N. (2003) , op. cit, p. 813.
[2] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 241.
[3] Box, G. E. P. and Pierce, D. A. (1970), "Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models", Journal of the American statistical Association, 65(332), pp. 1509-1526.
[4] Gujarati , D. N. (2003) , op. cit, p. 813.
[5] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 241.

الذاتي تختلف عن الصفر، و بالتالي تكون السلسلة غير مستقرة، و في الحالة العكسية يتم قبول فرضية العدم و تكون السلسلة مستقرة. [1]

و لكن، اختبار Box–Pierce يتميز بخصائص غير ملائمة للعينات صغيرة الحجم، مما يعني أن هذا الاختبار يؤدي في كثير من الأحيان إلى قرارات خاطئة بالنسبة لهذا النوع من العينات.[2]

و توجد هناك إحصائية أخرى بديلة تستخدم في إجراء نفس الاختبار السابق و تسمى إحصائية Ljung–Box (L) [3]، و التي تعرف كما يلي:

$$LB = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}\left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}\right) \sim \chi^2 m$$

تتبع هذه الإحصائية توزيع كاي تربيع χ^2 بعدد درجات حرية تساوي m .

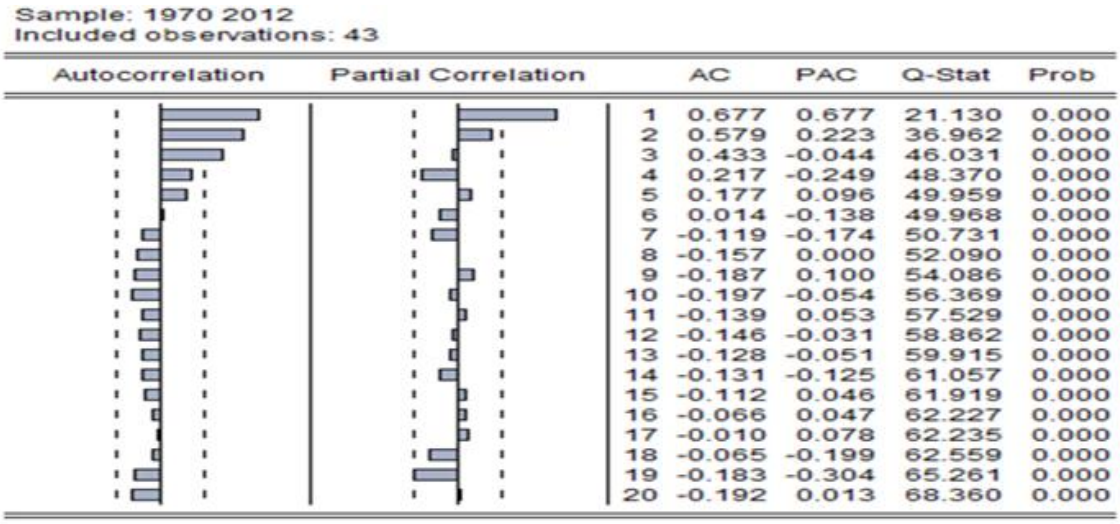
و قد تم التوصل إلى أن إحصائية LB تعطي نتائج أفضل (بالمعنى الإحصائي، تمتاز بقوة أكبر) في حالة العينات صغيرة الحجم بالمقارنة مع الإحصائية Q ، إضافة إلى كونها تصلح أيضا للعينات كبيرة الحجم.[4]

مثال:

لدينا الشكل البياني لدالة الارتباط الذاتي لسلسلة لوغاريتم معدل التضخم LNINF

[1] Gujarati , D. N. (2003) , op. cit, p. 813.
[2] Brooks, C. (2008), " Introductory Econometrics for Finance", 2nd edition, New York: Cambridge University Press, p. 210.
[3] Ljung, G. M. and Box, G. E. P. (1978), "On a measure of lack of fit in time series models", Biometrika, 65(2), pp. 297-303.
[4] Gujarati , D. N. (2003) , op. cit, p. 813.

الشكل (2−1): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي للسلسلة الأصلية LNINF


Sample: 1970 2012
Included observations: 43

	Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
			1	0.677	0.677	21.130	0.000
			2	0.579	0.223	36.962	0.000
			3	0.433	-0.044	46.031	0.000
			4	0.217	-0.249	48.370	0.000
			5	0.177	0.096	49.959	0.000
			6	0.014	-0.138	49.968	0.000
			7	-0.119	-0.174	50.731	0.000
			8	-0.157	0.000	52.090	0.000
			9	-0.187	0.100	54.086	0.000
			10	-0.197	-0.054	56.369	0.000
			11	-0.139	0.053	57.529	0.000
			12	-0.146	-0.031	58.862	0.000
			13	-0.128	-0.051	59.915	0.000
			14	-0.131	-0.125	61.057	0.000
			15	-0.112	0.046	61.919	0.000
			16	-0.066	0.047	62.227	0.000
			17	-0.010	0.078	62.235	0.000
			18	-0.065	-0.199	62.559	0.000
			19	-0.183	-0.304	65.261	0.000
			20	-0.192	0.013	68.360	0.000

المطلوب:

1− ماذا تلاحظ فيما يخص استقرارية هذه السلسلة؟

2− اختبر المعنوية المشتركة لمعاملات الارتباط الذاتي كمجموعة لهذه السلسلة باستخدام الاحصائية Q عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ علما أن $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$.

<u>الحل:</u>

1− الملاحظة فيما يخص استقرارية هذه السلسلة:

يتضح من خلال الشكل البياني لدالة الارتباط الذاتي للسلاسل الزمنية الأصلية: $LNINF$ أن حدود دالة الارتباط الذاتي البسيط عند فترات التأخر الأولى تقع خارج فترة الثقة 95 % بالنسبة لهذه السلسلة الزمنية، وبالتالي تعتبر هذه السلسلة غير مستقرة.

2− اختبر المعنوية المشتركة لمعاملات الارتباط الذاتي كمجموعة لهذه السلسلة باستخدام الاحصائية Q عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ علما أن $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_{20} = 0$$

H_1 : توجد قيمة واحدة على الأقل لأحد معاملات الارتباط الذاتي تختلف عن الصفر

نلاحظ أن قيمة الإحصائية Q "Q−Stat" عند درجة التأخر $(k = 20)$ تساوي 68.360 تفوق القيمة الحرجة $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ ، و بالتالي يتم رفض الفرضية العدمية التي تفيد بأن كل معاملات الارتباط الذاتي مساوية للصفر (كذلك قيمة الاحتمال لهذا الاختبار $prob. = 0.000$ بالنسبة لهذه السلسلة هي أقل من 0.05 ، وبالتالي يتم رفض الفرضية H_0)، وهذا يدل على أن السلسلة $LNINF$ هي غير مستقرة.

2−2− اختبارات جذر الوحدة: Unit Root Tests

اختبارات جذر الوحدة لا تسمح فقط بالكشف عن وجود عدم الاستقرارية، و إنما تسمح أيضا بتحديد نوع عدم الاستقرار (السيرورة TS أو DS)، و بالتالي إيجاد الطريقة الأفضل لجعل السلسلة مستقرة[1]، فالسلاسل الزمنية غير المستقرة يمكن تحويلها إلى سلاسل مستقرة إما عن طريق حساب التفاضل أو الفرق (سلاسل DS) أو عن طريق حساب انحراف السلسلة بالنسبة للاتجاه العام (سلاسل TS)[2]، وبالتالي يمكن التمييز بين نوعين من السلاسل غير المستقرة: السلاسل من نوع DS و السلاسل من نوع TS.

أ− السلاسل الزمنية من نوع DS: [3]

السلسلة الزمنية التي تأخذ شكل $AR(1)$ التالي:

$$y_t = \mu + \gamma_1 \, y_{t-1} + \varepsilon_t \dots\dots\dots (2.2)$$

تكون مستقرة إذا كان $|\gamma_1| < 1$ ، و على العكس إذا كان $\gamma_1 = 1$ فإن السلسلة تتبع سير عشوائي مع الانحراف μ .

$$y_t = \mu + \ y_{t-1} + \varepsilon_t \dots\dots\dots (2.3)$$

و هي غير مستقرة. في الواقع، من أجل قيمة ابتدائية y_0 معطاة، يمكن كتابة المعادلة السابقة (2.3) على النحو التالي:

[1] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 246.
[2] Cadoret, I., Benjamin, C., Martin, F., Herrard, N. and Tanguy, S. (2004), " Économétrie appliquée : Méthodes, Applications, Corrigés ", Paris : Éditions De Boeck Université, p. 307.
[3] Ibid., p. 307-308.

$$y_t = \mu t + y_0 + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i \dots\dots\dots (2.4)$$

أو، إذا كان $E(\varepsilon_t) = 0$ ، $Var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ و $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ مهما كان t و $s \neq t$ ، إذن:

$$E(y_t) = \mu t + y_0 \dots\dots\dots (2.5)$$

و $$Var(y_t) = E\big(y_t - E(y_t)\big)^2 = E(\sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i)^2$$

$$Var(y_t) = t\,\sigma_\varepsilon^2 \dots\dots\dots (2.6)$$

توقع و تباين y_t هما عبارة عن دالتين لـ t ، السلسلة y_t هي غير مستقرة. (إذا كان $\mu = 0$ فإن السلسلة الزمنية هي أيضا غير مستقرة لأن تباينها يزيد مع الزمن t).

فهي تحتوي على جذر وحدة " Unit Root " $(\gamma_1 = 1)$ ، و هذا يعني أنها متكاملة من الدرجة الأولى. و على العكس، فإن التفاضل أو الفرق الأول $z_t = y_t - y_{t-1}$ هو مستقر لأن z_t هي مستقرة.

$$z_t = (1 - L)y_t = \mu + \varepsilon_t \dots\dots\dots (2.7)$$

و بصفة عامة، نقول أن السلسلة متكاملة من الدرجة d عندما تكون السلسلة z_t المعرفة بـ :

$$z_t = (1 - L)^d y_t = \Delta^d y_t \dots\dots\dots (2.8)$$

مستقرة أي عندما تصبح السلسلة y_t مستقرة بعد إجراء التفاضل d مرة، و هذه هي السلاسل من النوع DS .

في الواقع، فإن العديد من السلاسل الزمنية الاقتصادية هي متكاملة من الدرجة الأولى، و نادرا ما تكون متكاملة من الدرجة الثانية أو الثالثة.

ب- السلاسل الزمنية من نوع TS :[1]

نجد كذلك العديد من السلاسل التي تصبح مستقرة عند حساب انحراف السلسلة بالنسبة للاتجاه العام أو الميل، وهذه هي السلاسل من النوع TS التي تتميز بصفة عدم الاستقرار من نوع تحديدي:

$$y_t = \mu + \beta t + \varepsilon_t \dots\dots\dots (2.9)$$

مع: ε_t يمثل الخطأ الأبيض. السلسلة y_t هي غير مستقرة لأن $E(y_t)$ يتبع الزمن.

$$E(y_t) = \mu + \beta t \dots\dots\dots (2.10)$$

يمكن ملاحظة أن تباين y_t لا يتبع الزمن t ، و هو يساوي تباين الخطأ العشوائي ε_t و الذي يفترض أنه ثابت.

من أجل جعل هذه السلسلة مستقرة يمكن تقدير المعلمتين μ و β باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) . و بالتالي، لجعل السلسلة مستقرة، يتم حساب: $y_t - \hat{\mu} - \hat{\beta} t$

انحراف سلسلة ما بالنسبة لميلها هو مستقر عندما تكون السلسلة من النوع TS ، و على العكس هو غير مستقر، إذا كانت السلسلة من النوع DS ، لأنه يجب إجراء التفاضل بالنسبة لسلسلة من نوع DS ، ومن جهة أخرى، تتميز السلسلة TS باتجاه عام تحديدي، في حين أن السلسلة DS تتميز باتجاه عام عشوائي أو عرضي.

و تجذر الإشارة إلى أن اختبارات جذر الوحدة "Unit Root Tests" تسمح بالكشف عن خصائص سلسلة زمنية معينة. نذكر من بين هذه الاختبارات: اختبار Dickey–Fuller ، اختبار Dickey–Fuller الموسّع "Augmented Dickey–Fuller " ، اختبار Phillips–Perron ، و اختبار KPSS .

2-2-1- اختبار Dickey–Fuller (1979):[2]

يسمح اختبار Dickey–Fuller (DF) بتحديد صفة الاستقرار أو عدم الاستقرار لسلسلة زمنية معينة، عن طريق تحديد الاتجاه التحديدي أو العشوائي.

[1] Cadoret, I. et al. (2004), op. cit, p. 308

[2] Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979), " Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Journal of the American Statistical Association, 74(366), pp. 427-431.

هناك ثلاث نماذج أساسية تستخدم كقاعدة لبناء هذه الاختبارات[1]، مبدأ هذا الاختبار بسيط، و يقوم على اختبار الفرضية العدمية $H_0 : \phi_1 = 1$ مقابل الفرضية البديلة $H_1 : \phi_1 < 1$ [2]، و إذا تم قبول الفرضية العدمية H_0 في إحدى النماذج الثلاث، فإن السلسلة تعتبر بالتالي غير مستقرة.

- نموذج انحدار ذاتي من الدرجة الأولى: $[1]\ y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$
- نموذج انحدار ذاتي مع حد ثابت: $[2]\ y_t = \phi_1 y_{t-1} + \beta + \varepsilon_t$
- نموذج انحدار ذاتي مع اتجاه عام: $[3]\ y_t = \phi_1 y_{t-1} + bt + c + \varepsilon_t$ [3]

لاختبار الفرضية H_0 ، يتم حساب و ملاحظة النسبة $t^*_{\hat{\phi}_1}$ حيث: [4]

$$t^*_{\hat{\phi}_1} = \frac{\hat{\phi}_1 - 1}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}}$$

و لكن، تحت الفرضية H_0 لعدم الاستقرارية، فإن النسبة t لها توزيع غير قياسي " Non-Standard Distribution"، و بالتالي، لا يمكن استخدام القيم الحرجة التقليدية للإحصائية t المأخوذة من جدول t-Student.

قام Dickey و Fuller بإعداد جدول للقيم الحرجة من أجل عينات مختلفة الأحجام على أساس محاكاة Monte-Carlo .[5]

في النموذج الأخير $[3]$، إذا تم قبول الفرضية $H_1 : \phi_1 < 1$ ، و إذا كان المعامل b يختلف معنويا عن الصفر، فإن السلسلة تكون من نوع TS، و يمكن تحويلها إلى سلسلة مستقرة عن طريق حساب الانحرافات بالنسبة للاتجاه العام المقدر بواسطة طريقة المربعات الصغرى العادية.

[1] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 247
[2] Song, H., Witt, S. F. and Li, G. (2009), " The Advanced Econometrics of Tourism Demand", New York and London: Routledge, p. 76.
[3] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 247.
[4] Song, H., Witt, S. F. and Li, G. (2009), op. cit, p. 76.
[5] Brooks, C. (2008), op.cit, p. 328.

فضل Dickey و Fuller اختبار القيمة $(\hat{\phi}_1 - 1)$ بدلا من $\hat{\phi}_1$ لأسباب إحصائية بحتة [1] ، منها سهولة الحساب و التفسير[2]. فمثلا النموذج $y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ يمكن كتابته كذلك على النحو التالي:[3]

$$y_t - y_{t-1} = \phi_1 y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = (\phi_1 - 1) y_{t-1} + \varepsilon_t$$

و بالتالي، فإن اختبار الفرضية $H_0: \phi_1 = 1$ هو مكافئ لاختبار $H_0: \phi_1 - 1 = 0$.[4]

المبادئ الأساسية لهذا الاختبار، هي كالتالي:[5]

- تقدير بواسطة طريقة المربعات الصغرى العادية المعلمة ϕ_1 و التي يرمز لها $\hat{\phi}_1$ من أجل النماذج [1]، [2]، [3] .
- إن تقدير المعاملات و الانحرافات المعيارية للنموذج بواسطة طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) يوفر لنا النسب $t_{\hat{\phi}_1}$ و التي تشبه إحصائية Student (نسبة المعامل إلى انحرافه المعياري) .
- إذا كانت $t_{\hat{\phi}_1} \geq t_{tabulé}$ ، فإنه يتم قبول الفرضية H_0 ، و هذا يعني أن السلسلة الزمنية لها جذر وحدة واحد على الأقل، و بالتالي فهي غير مستقرة.

2-2-2- اختبار Dickey-Fuller الموسّع (1981) : "Augmented Dickey-Fuller" [6]

يفترض اختبار Dickey-Fuller (DF) الذي يتم إجراؤه باستخدام النماذج السابقة [1] ، [2] ، و[3] أن حد الخطأ العشوائي ε_t هو عبارة عن تشويش أو اضطراب أبيض "White Noise "، و بشكل خاص، يفترض أن الأخطاء ε_t هي غير مرتبطة ذاتيا.[7]

[1] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 247
[2] Brooks, C. (2008), op.cit, p. 327
[3] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 247
[4] Brooks, C. (2008), op.cit, p. 327.
[5] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 247
[6] Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1981), " Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Econometrica, 49(4), pp. 1057-1072.
[7] Brooks, C. (2008), op.cit, p. 329

و لكن، في حالة وجود مشكلة الارتباط الذاتي أو التسلسلي في الحد العشوائي ε_t ، فإنه لا يمكن استخدام هذا الاختبار (اختبار DF) لأنه يعطي نتائج غير دقيقة بشأن استقرار أو عدم استقرار السلسلة.

لهذا السبب اقترح Dickey و Fuller اختبارا آخر يعرف باختبار Dickey–Fuller الموسع (ADF) و الذي يأخذ بعين الاعتبار مشكلة الارتباط التسلسلي بين الأخطاء، فهذا الاختبار يقوم على مبدأ توسيع المعاملات الثلاثة السابقة و ذلك بإضافة عدد من الفروق ذات الفجوة الزمنية p للمتغير التابع y_t .[1]

إن اختبار Dickey–Fuller الموسّع (ADF) تحت الفرضية البديلة $|\phi_1| < 1$ ، يستند على التقدير بواسطة طريقة المربعات الصغرى العادية للنماذج الثلاثة التالية:

$$[4]\ \Delta y_t = \rho y_{t-1} - \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta y_{t-j+1} + \varepsilon_t$$

$$[5]\ \Delta y_t = \rho y_{t-1} - \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta y_{t-j+1} + c + \varepsilon_t$$

$$[6]\ \Delta y_t = \rho y_{t-1} - \sum_{j=2}^{p} \phi_j \Delta y_{t-j+1} + c + bt + \varepsilon_t$$

مع: $\varepsilon_t \to i.i.d.$

يجرى هذا الاختبار بطريقة مماثلة لاختبار Dickey–Fuller البسيط، و لكن الجداول الإحصائية هي مختلفة.[2]

من المهم تحديد درجة التأخر (p) المناسبة للمتغير التابع، حيث أن عدد صغير جدا لدرجات التأخر قد يؤدي إلى الإفراط في رفض فرضية العدم في حين أنها قد تكون صحيحة، بينما عدد كبير لدرجات التأخر قد يقلل من قوة الاختبار بسبب انخفاض عدد درجات الحرية.[3]

يمكن تحديد طول فترة التأخر (p) وفقا لمعيار Akaike (AIC)، أو معيار Schwarz (SC) .

[1] Gujarati , D. N. (2003) , op. cit, p. 817
[2] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 248
[3] Song, H., Witt, S. F. and Li, G. (2009), op.cit, p. 78

➢ **معيار Akaike (AIC)** :[1]

تقوم هذه الطريقة على الاحتفاظ بقيمة p التي تحقق أدنى قيمة لدالة Akaike و التي تعطى كما يلي:

$$AIC(p) = \text{Ln}\left(\frac{SCR_p}{n}\right) + \frac{2p}{n}$$

مع:

SCR_p : مجموع مربعات البواقي للنموذج ذو عدد درجات التأخر يساوي p .

n : عدد المشاهدات المتاحة (كل تأخر يعني فقدان مشاهدة أو ملاحظة).

Ln : اللوغاريتم النيبيري.

➢ **معيار Schwarz (SC)** :[2]

هذه الطريقة هي قريبة جدا من الطريقة السابقة، حيث تعمل على أخذ القيمة p التي تقوم بتدنية دالة Schwarz :

$$SC(p) = \text{Ln}\left(\frac{SCR_p}{n}\right) + \frac{p\ \text{Ln}\ n}{n}$$

مثال:

لدراسة استقرارية سلسلة لوغاريتم معدل التضخم LNINF تم استخدام اختبار Dickey–Fuller الموسّع (ADF) لجذر الوحدة، والنتائج موضحة في الجداولين التاليين:

الجدول (2–1): نتائج اختبار ADF للسلسلة الأصلية LINF

النموذج	احصائية ADF	القيم الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5%
1	-0.555153	-1.948886
2	-2.760752	-2.933158
3	-2.859054	-3.520787

[1] Akaike, H. (1974), "A New Look at the Statistical Model Identification ", IEEE Transactions on Automatic Control, 19, pp. 716-723.
[2] Schwarz, G. (1978), " Estimating the Dimension of a Model", The Annals of Statistics, 6(2), pp.461-464.

الجدول (2−2): نتائج اختبار ADF لسلسلة الفروق الأولى DLINF

النموذج	احصائية ADF	القيم الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5%
1	-9.202231	-1.949097
2	-9.089712	-2.935001
3	-8.990250	-3.523623

- فسّر نتائج اختبار ADF وحدّد درجة تكامل المتغير الخاص بالسلسلة LNINF.

الحل:

تحليل نتائج الجدول (2−1):

الفرضيات:

H_0 : السلسلة $LNINF$ لها جذر وحدة (غير مستقرة)

H_1 : السلسلة $LNINF$ ليس لها جذر وحدة (مستقرة)

يتضح من خلال **الجدول (2−1)** الخاص باختبار ADF لجذر الوحدة أن قيمة إحصائية ADF لكل من النماذج الثلاث أكبر من القيمة الحرجة عند مستوى معنوية 5% بالنسبة للسلسلة الأصلية الخاصة بالمتغير $LNINF$ ، وبالتالي، يتم قبول الفرضية العدمية لوجود جذر الوحدة، أي أن هذه السلسلة تعتبر غير مستقرة عند المستوى.

تحليل نتائج الجدول (2−2):

الفرضيات:

H_0 : السلسلة $DLNINF$ لها جذر وحدة (غير مستقرة)

H_1 : السلسلة $DLNINF$ ليس لها جذر وحدة (مستقرة)

يتضح من خلال **الجدول (2−2)** بأن قيمة إحصائية ADF بالنسبة للنماذج الثلاث هي أقل من القيمة الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5% ، وبالتالي، يتم رفض الفرضية العدمية لجذر الوحدة. أن **السلسلة الأصلية $LNINF$ متكاملة من الدرجة الأولى I(1) .**

2-2-3- اختبار Phillips-Perron (1988)[1]:

طور كل من Phillips و Perron (1988) اختبارا شاملا لجذر الوحدة الخاص بعدم الاستقرارية، وهذا الاختبار هو مماثل لاختبار Dickey-Fuller الموسّع (ADF)، و لكنه يتضمن تصحيحا تلقائيا لاختبار Dickey-Fuller البسيط من أجل الأخذ بعين الاعتبار كل من مشكلة الارتباط الذاتي و مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ، وفي الكثير من الأحيان تعطي هذه الاختبارات نفس النتائج.[2]

يشمل اختبار Phillips-Perron أربع خطوات هي:[3]

1) التقدير بواسطة طريقة المربعات الصغرى العادية للنماذج الثلاثة الأساسية لاختبار Dickey-Fuller وحساب الإحصائيات المرافقة، نسمي e_t المتبقى المقدر.

2) تقدير التباين في المدى القصير للأخطاء :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2$$

3) تقدير العامل المصحح s_t^2 (و الذي يسمى بالتباين في المدى الطويل)، و ذلك بناءا على صيغة التباينات المشتركة لبواقي عملية التقدير للنماذج السابقة بحيث تؤدي التحويلات المحققة إلى توزيعات مطابقة لتوزيعات Dickey-Fuller المعياري:

$$s_t^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2 + 2\sum_{i=1}^{l}\left(1 - \frac{i}{l+1}\right)\frac{1}{n}\sum_{t=i+1}^{n} e_t e_{t-i}$$

لتقدير التباين على المدى الطويل، من الضروري تحديد عدد التأخرات l (troncature de Newey-West) والذي يقدر على أساس عدد المشاهدات n ، $l \approx 4(n/100)^{2/9}$.

[1] Phillips, P. C. B. and Perron, P. (1988), " Testing for a Unit Root in Time Series Regression", Biometrika, 75(2), pp. 335-346.
[2] Brooks, C. (2008), op.cit, p. 330.
[3] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 248.

4) حساب إحصائية Phillips–Perron "PP" كما يلي:

$$t^*_{\hat{\phi}_1} = \sqrt{k} \times \frac{(\hat{\phi}_1 - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}} + \frac{n(k-1)\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}}{\sqrt{k}}$$

مع: $k = \frac{\hat{\sigma}^2}{s_t^2}$ (و التي تساوي 1 – بصفة تقريبية – إذا كان e_t عبارة عن خطأ أو تشويش أبيض).

تتم مقارنة إحصائية PP : $t^*_{\hat{\phi}_1}$ مع القيم الحرجة لجدول Mackinnon (حيث قام Mackinnon بإعداد جداول أكثر اتساعا "شاملة" للقيم الحرجة مقارنة بجداول Dickey و Fuller التي تعتبر محدودة، و هذه الجداول قد تم دمجها الآن في العديد من برامج الاقتصاد القياسي).

إذا كانت $t^*_{\hat{\phi}_1} \geq t_{tabulé}$ ، يتم قبول الفرضية العدمية التي تنص على وجود جذر وحدة،و بالتالي، تكون السلسلة غير مستقرة.

نلاحظ أنه إذا كانت $k = 1$ فإن $t^*_{\hat{\phi}_1} = \frac{(\hat{\phi}_1 - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}}$ ، و بالتالي، يتم الحصول على إحصائية Dickey–Fuller.[1]

مثال:

لدراسة استقرارية سلسلة لوغاريتم معدل التضخم LNINF تم استخدام اختبار Phillips–Perron (PP) لجذر الوحدة، والنتائج موضحة في الجدولين التاليين:

الجدول (2–3): نتائج اختبار PP للسلسلة الأصلية LINF

النموذج	احصائية PP	القيم الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5%
1	-0.835414	-1.948886
2	-2.703325	-2.928142
3	-3.565287	-3.513075

[1] Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 179

الجدول (2-4): نتائج اختبارPP لسلسلة الفروق الأولى DLINF

النموذج	احصائية PP	القيم الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5%
1	-8.582275	-1.948495
2	-9.090806	-2.935001
3	-9.004292	-3.523623

– فسّر نتائج اختبار PP وحدد درجة تكامل السلسلة الأصلية LNINF.

الحل:

تحليل نتائج الجدول (2−3):

الفرضيات:

H_0 : السلسلة $LNGDP$ لها جذر وحدة (غير مستقرة)

H_1 : السلسلة $LNGDP$ ليس لها جذر وحدة (مستقرة)

يتضح من خلال **الجدول (2−3)** الخاص باختبار PP لجذر الوحدة أن قيمة إحصائية PP لكل من النماذج الثلاث أكبر من القيمة الحرجة عند مستوى معنوية 5% بالنسبة للسلسلة الأصلية الخاصة بالمتغير $LNGDP$ ، وبالتالي، يتم قبول الفرضية العدمية لوجود جذر الوحدة، أي أن هذه السلسلة تعتبر غير مستقرة عند المستوى.

تحليل نتائج الجدول (2−4):

H_0 : السلسلة $DLNGDP$ لها جذر وحدة (غير مستقرة)

H_1 : السلسل $DLNGDP$ ليس لها جذر وحدة (مستقرة)

يتضح من خلال **الجدول (2−4)** بأن قيمة إحصائية PP بالنسبة للنماذج الثلاث هي أقل من القيمة الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5% بالنسبة لسلسلة الفروق الأولى DLNGDP، وبالتالي، يتم رفض الفرضية العدمية لجذر الوحدة.

السلسلة الأصلية $LNGDP$ متكاملة من الدرجة الأولى I(1) .

2-2-4- اختبار KPSS (1992) [1]:

إن ضعف قوة اختبارات Dickey-Fuller الموسعة (ADF) " قوة اختبار معين تقاس بواسطة الاحتمال الذي يؤدي إلى الرفض الصحيح لفرضية العدم الخاطئة"، تشجع على استخدام اختبارات أخرى، على سبيل المثال، اختبار KPSS (1992).[2]

اقترح Kwiatkowski، Phillips، Schmidt و Shin (1992) استخدام اختبار مضاعف لاغرانج (LM) استنادا على فرضية العدم التي تنص على استقرارية السلسلة الزمنية.

بعد تقدير النموذجين [2] أو [3] ، يتم حساب المجموع الجزئي للبواقي: $S_t = \sum_{i=1}^{t} e_i$ ، كما يتم تقدير التباين في المدى الطويل (s_t^2) ، كما هو الحال بالنسبة لاختبار Phillips-Perron.[3]

تعطى الإحصائية (LM) كما يلي:[4]

$$LM = \frac{1}{s_t^2} \frac{\sum_{t=1}^{n} S_t^2}{n^2}$$

يتم رفض فرضية استقرار السلسلة إذا كانت الإحصائية LM أكبر من قيمتها الحرجة، و قد تم الحصول على القيم الحرجة الخاصة بهذا الاختبار عن طريق المحاكاة كما هو الحال في اختبارات Dickey-Fuller [5]، و الجدول التالي يظهر القيم الحرجة لاختبار KPSS :

الجدول (2-5): القيم الحرجة لاختبار KPSS

% 10	% 5	% 1	$n = \infty$
0.347	0.463	0.739	النموذج [2]
0.119	0.146	0.216	النموذج [3]

المصدر: Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), op.cit, p. 181

[1] KwiatKowski, D. , Phillips, P., Schmidt, P. and Shin, Y. (1992), " Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?", Journal of Econometrics, 54, pp. 159-178.
[2] Isabelle Cadoret et autres ; " Économétrie appliquée " ; op.cit ; p. 311
[3] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 249
[4] Bourbonnais, R. (2011), op. cit, p. 250
[5]- Isabelle Cadoret et autres ; " Économétrie appliquée " ; op.cit ; p. 312

تمارين الفصل الثاني

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ لكل عبارة من العبارات التالية، مع تصحيح الخطأ

1- من الخصائص الاحصائية لاستقرار السلسلة الزمنية ثبات الوسط الحسابي وتغير التباين عبر الزمن.

2- السلاسل غير المستقرة من نوع DS يتم تحويلها إلى سلاسل مستقرة من خلال حساب انحراف السلسلة بالنسبة للاتجاه العام.

3- السلاسل غير المستقرة من نوع TS يتم تحويلها إلى سلاسل مستقرة من خلال حساب التفاضل أو الفرق.

4- يعالج اختبار Dickey-Fuller الموسّع (ADF) كل من مشكلة الارتباط الذاتي و مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ.

5- تشير فرضية العدم لاختبار KPSS (1992) إلى عدم استقرارية السلسلة الزمنية.

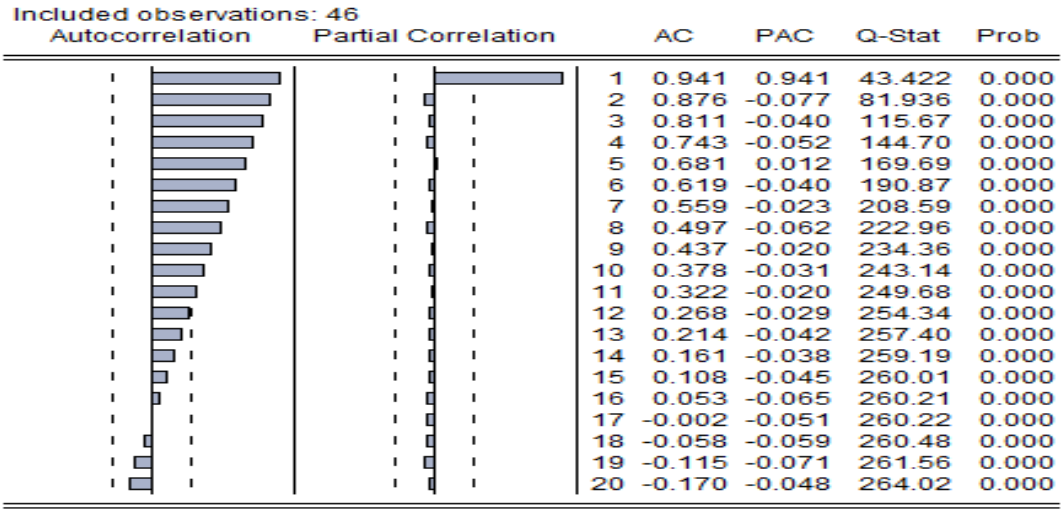
6- السلسلة الزمنية dy مستقرة معناه أنها متكاملة من الدرجة 0 أي I(0).

7- السلسلة الزمنية Y مستقرة عند المستوى معناه أنها متكاملة من الدرجة 1 أي I(1).

التمرين الثاني:

لدينا الأشكال البيانية لدوال الارتباط الذاتي للسلاسل التالية: السلسلة الأصلية الخاصة بمتغير لوغاريتم الناتج الداخلي الإجمالي الحقيقيLNGDP وسلسلة الفروق الأولى لهذا المتغير DLNGDP إضافة إلى السلسلة الأصلية الخاصة بمتغير لوغاريتم النفقات العامة LNTGE وسلسلة الفروق الأولى لهذا المتغير DLNTGE:

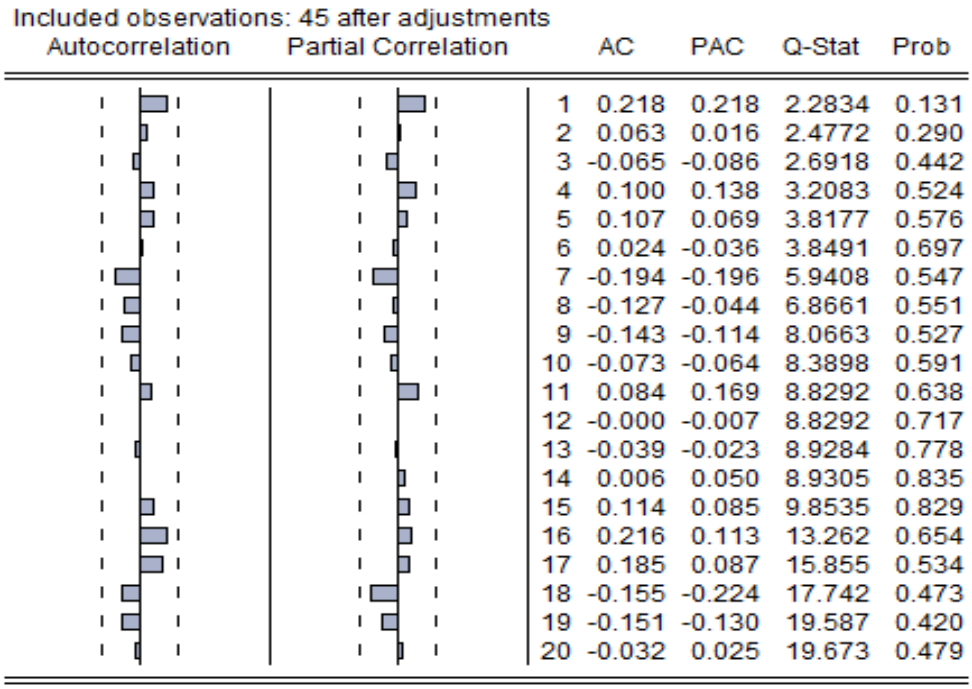
الشكل (2-2): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي للسلسلة الأصلية LNGDP



Included observations: 46

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.941	0.941	43.422	0.000
		2	0.876	-0.077	81.936	0.000
		3	0.811	-0.040	115.67	0.000
		4	0.743	-0.052	144.70	0.000
		5	0.681	0.012	169.69	0.000
		6	0.619	-0.040	190.87	0.000
		7	0.559	-0.023	208.59	0.000
		8	0.497	-0.062	222.96	0.000
		9	0.437	-0.020	234.36	0.000
		10	0.378	-0.031	243.14	0.000
		11	0.322	-0.020	249.68	0.000
		12	0.268	-0.029	254.34	0.000
		13	0.214	-0.042	257.40	0.000
		14	0.161	-0.038	259.19	0.000
		15	0.108	-0.045	260.01	0.000
		16	0.053	-0.065	260.21	0.000
		17	-0.002	-0.051	260.22	0.000
		18	-0.058	-0.059	260.48	0.000
		19	-0.115	-0.071	261.56	0.000
		20	-0.170	-0.048	264.02	0.000

الشكل (2-3): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي لسلسلة الفروق الأولى DLNGDP

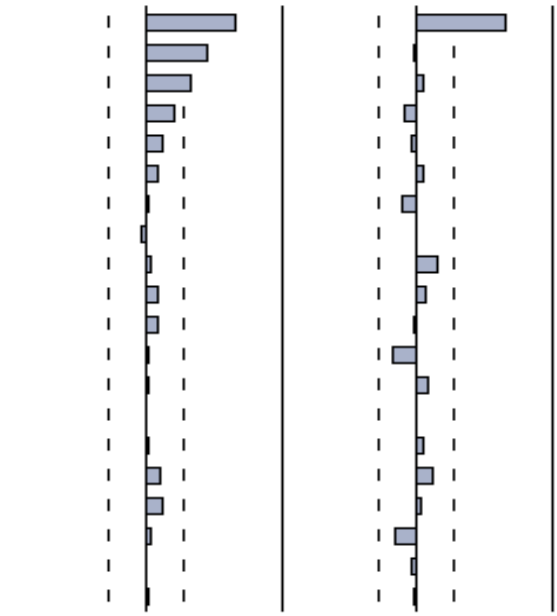


Included observations: 45 after adjustments

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.218	0.218	2.2834	0.131
		2	0.063	0.016	2.4772	0.290
		3	-0.065	-0.086	2.6918	0.442
		4	0.100	0.138	3.2083	0.524
		5	0.107	0.069	3.8177	0.576
		6	0.024	-0.036	3.8491	0.697
		7	-0.194	-0.196	5.9408	0.547
		8	-0.127	-0.044	6.8661	0.551
		9	-0.143	-0.114	8.0663	0.527
		10	-0.073	-0.064	8.3898	0.591
		11	0.084	0.169	8.8292	0.638
		12	-0.000	-0.007	8.8292	0.717
		13	-0.039	-0.023	8.9284	0.778
		14	0.006	0.050	8.9305	0.835
		15	0.114	0.085	9.8535	0.829
		16	0.216	0.113	13.262	0.654
		17	0.185	0.087	15.855	0.534
		18	-0.155	-0.224	17.742	0.473
		19	-0.151	-0.130	19.587	0.420
		20	-0.032	0.025	19.673	0.479

الشكل (2-4): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي للسلسلة الأصلية LNTGE

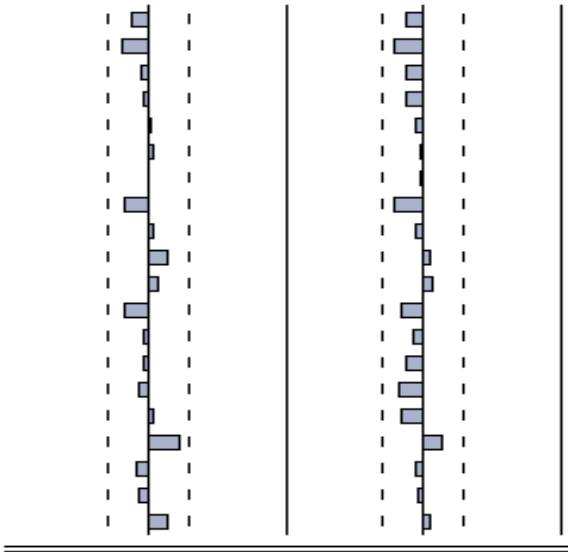
Included observations: 46



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.689	0.689	23.323	0.000
		2	0.470	-0.010	34.404	0.000
		3	0.351	0.059	40.732	0.000
		4	0.218	-0.083	43.226	0.000
		5	0.118	-0.026	43.971	0.000
		6	0.092	0.055	44.433	0.000
		7	0.011	-0.110	44.440	0.000
		8	-0.037	-0.005	44.519	0.000
		9	0.036	0.159	44.596	0.000
		10	0.096	0.067	45.158	0.000
		11	0.096	-0.022	45.737	0.000
		12	0.012	-0.188	45.746	0.000
		13	0.014	0.090	45.758	0.000
		14	0.002	-0.006	45.759	0.000
		15	0.022	0.059	45.793	0.000
		16	0.099	0.124	46.517	0.000
		17	0.129	0.027	47.775	0.000
		18	0.034	-0.159	47.863	0.000
		19	0.003	-0.041	47.864	0.000
		20	0.009	-0.010	47.870	0.000

الشكل (2-5): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي لسلسلة الفروق الأولى DLNTGE

Included observations: 45 after adjustments



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.134	-0.134	0.8651	0.352
		2	-0.189	-0.211	2.6215	0.270
		3	-0.060	-0.127	2.8034	0.423
		4	-0.035	-0.116	2.8668	0.580
		5	0.009	-0.063	2.8711	0.720
		6	0.028	-0.024	2.9143	0.820
		7	-0.000	-0.024	2.9143	0.893
		8	-0.188	-0.217	4.9257	0.765
		9	0.034	-0.060	4.9930	0.835
		10	0.138	0.045	6.1468	0.803
		11	0.072	0.072	6.4669	0.840
		12	-0.188	-0.169	8.7408	0.725
		13	-0.035	-0.075	8.8213	0.786
		14	-0.037	-0.126	8.9135	0.837
		15	-0.068	-0.181	9.2420	0.865
		16	0.036	-0.161	9.3365	0.899
		17	0.235	0.151	13.506	0.702
		18	-0.098	-0.057	14.261	0.712
		19	-0.068	-0.047	14.634	0.746
		20	0.149	0.058	16.507	0.685

المطلوب:

1- ماذا تلاحظ فيما يخص استقرارية هذه السلاسل الزمنية **(كل شكل على حدى)**؟

2- اختبر المعنوية المشتركة لمعاملات الارتباط الذاتي كمجموعة لهذه السلاسل الزمنية **(كل شكل على حدى)** باستخدام الاحصائية Q عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ علما أن $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$.

التمرين الثالث:

لدراسة استقرارية سلسلة لوغاريتم الناتج الداخلي الإجمالي الحقيقي LNGDP تم استخدام كل من اختبار Dickey-Fuller الموسّع (ADF)، واختبار Phillips-Perron (PP) لجذر الوحدة، والنتائج موضحة في الجداول التالية:

الجدول (2-6): نتائج اختبار ADF للسلسلة الأصلية LNGDP

النموذج	احصائية ADF	القيم الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5%
1	2.535321	-1.948495
2	-2.257310	-2.929734
3	-0.980986	-3.515523

الجدول (2-7): نتائج اختبار ADF لسلسلة الفروق الأولى DLNGDP

النموذج	احصائية ADF	القيم الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5%
1	-2.495093	-1.948495
2	-4.981612	-2.929734
3	-5.572011	-3.515523

الجدول (2-8): نتائج اختبار PP للسلسلة الأصلية LNGDP

النموذج	احصائية PP	القيم الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5%
1	4.576230	-1.948313
2	-1.963980	-2.935001
3	-0.600083	-3.513075

الجدول (2−9): نتائج اختبار PP لسلسلة الفروق الأولى DLNGDP

النموذج	احصائية PP	القيم الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5%
1	-2.243813	-1.948495
2	-4.981612	-2.929734
3	-5.563562	-3.515523

المطلوب:

فسّر نتائج كل من اختبار ADF و PP وحدد درجة تكامل السلسلة الأصلية LNGDP.

تصحيح تمارين الفصل الثاني

التمرين الأول:

1- من الخصائص الاحصائية لاستقرار السلسلة الزمنية ثبات الوسط الحسابي وتغير التباين عبر الزمن. **(خطأ)**

التصحيح: من الخصائص الاحصائية لاستقرار السلسلة الزمنية ثبات الوسط الحسابي وثبات التباين عبر الزمن.

2- السلاسل غير المستقرة من نوع DS يتم تحويلها إلى سلاسل مستقرة من خلال حساب انحراف السلسلة بالنسبة للاتجاه العام. **(خطأ)**

التصحيح: السلاسل غير المستقرة من نوع DS يتم تحويلها إلى سلاسل مستقرة من خلال حساب التفاضل أو الفرق.

3- السلاسل غير المستقرة من نوع TS يتم تحويلها إلى سلاسل مستقرة من خلال حساب التفاضل أو الفرق. **(خطأ)**

التصحيح: السلاسل غير المستقرة من نوع TS يتم تحويلها إلى سلاسل مستقرة من خلال حساب انحراف السلسلة بالنسبة للاتجاه العام.

4- يعالج اختبار Dickey–Fuller الموسّع (ADF) كل من مشكلة الارتباط الذاتي و مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ. **(خطأ)**

التصحيح: يعالج اختبار Phillips–Perron كل من مشكلة الارتباط الذاتي و مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ.

5- تشير فرضية العدم لاختبار KPSS (1992) إلى عدم استقرارية السلسلة الزمنية. **(خطأ)**

التصحيح: تشير فرضية العدم لاختبار KPSS (1992) إلى استقرارية السلسلة الزمنية.

6- السلسلة الزمنية dy مستقرة معناه أنها متكاملة من الدرجة 0 أي I(0). **(خطأ)**

التصحيح: السلسلة الزمنية dy مستقرة معناه أنها متكاملة من الدرجة 1 أي I(1).

7- السلسلة الزمنية Y مستقرة عند المستوى معناه أنها متكاملة من الدرجة 1 أي I(1). **(خطأ)**

التصحيح: السلسلة الزمنية Y مستقرة عند المستوى معناه أنها متكاملة من الدرجة 0 أي I(0).

التمرين الثاني:

1- الملاحظة فيما يخص استقرارية هذه السلاسل الزمنية:

- **الشكل (2-2):**

يتضح من خلال الشكل البياني لدالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية الأصلية: $LNGDP$ أن حدود دالة الارتباط الذاتي البسيط عند فترات التأخر الأولى تقع **خارج فترة الثقة 95 %** بالنسبة لهذه السلسلة الزمنية، وبالتالي تعتبر هذه السلسلة غير مستقرة.

- **الشكل (2-3):**

يتضح من خلال الشكل البياني لدالة الارتباط الذاتي لسلسلة الفروق الأولى: $DLNGDP$ أن حدود دالة الارتباط الذاتي البسيط عند فترات التأخر الأولى تقع **داخل فترة الثقة 95 %** بالنسبة لهذه السلسلة الزمنية، وبالتالي تعتبر هذه السلسلة مستقرة.

- **الشكل (2-4):**

يتضح من خلال الشكل البياني لدالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية الأصلية: $LNTGE$ أن حدود دالة الارتباط الذاتي البسيط عند فترات التأخر الأولى تقع **خارج فترة الثقة 95 %** بالنسبة لهذه السلسلة الزمنية، وبالتالي تعتبر هذه السلسلة غير مستقرة.

- **الشكل (2-5):**

يتضح من خلال الشكل البياني لدالة الارتباط الذاتي لسلسلة الفروق الأولى: $DLNTGE$ أن حدود دالة الارتباط الذاتي البسيط عند فترات التأخر الأولى تقع **داخل فترة الثقة 95 %** بالنسبة لهذه السلسلة الزمنية، وبالتالي تعتبر هذه السلسلة مستقرة.

2- اختبار المعنوية المشتركة لمعاملات الارتباط الذاتي كمجموعة لهذه السلاسل باستخدام الاحصائية Q عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ علما أن $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$:

الشكل (2-2):

الفرضيات:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_{20} = 0$$

H_1 : توجد قيمة واحدة على الأقل لأحد معاملات الارتباط الذاتي تختلف عن الصفر

نلاحظ أن قيمة الإحصائية Q "Q-Stat" عند درجة التأخر $(k = 20)$ تساوي 264.02 تفوق القيمة الحرجة $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ ، و بالتالي يتم رفض الفرضية العدمية التي تفيد بأن كل معاملات الارتباط الذاتي مساوية للصفر (كذلك قيمة الاحتمال لهذا الاختبار $prob$ بالنسبة لهذه السلسلة هي أقل من 0.05 ، وبالتالي يتم رفض الفرضية H_0)، وهذا يدل على أن السلسلة $LNGDP$ هي غير مستقرة.

الشكل (2-3):

الفرضيات:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_{20} = 0$$

H_1 : توجد قيمة واحدة على الأقل لأحد معاملات الارتباط الذاتي تختلف عن الصفر

نلاحظ أن قيمة الإحصائية Q "Q-Stat" عند درجة التأخر $(k = 20)$ تساوي 19.673 وهي أقل من القيمة الحرجة $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ ، و بالتالي يتم قبول الفرضية العدمية التي تفيد بأن كل معاملات الارتباط الذاتي مساوية للصفر (كذلك قيمة الاحتمال لهذا الاختبار $prob$ بالنسبة لهذه السلسلة هي أكبر من 0.05 ، وبالتالي يتم قبول الفرضية H_0)، وهذا يدل على أن السلسلة $DLNGDP$ هي مستقرة.

الشكل (2-4):

الفرضيات:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_{20} = 0$$

H_1 : توجد قيمة واحدة على الأقل لأحد معاملات الارتباط الذاتي تختلف عن الصفر

نلاحظ أن قيمة الإحصائية Q "Q-Stat" عند درجة التأخر $(k = 20)$ تساوي 47.870 تفوق القيمة الحرجة $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ ، و بالتالي يتم رفض الفرضية العدمية التي تفيد بأن كل معاملات الارتباط الذاتي مساوية للصفر (كذلك قيمة الاحتمال لهذا الاختبار $prob$ بالنسبة لهذه السلسلة هي أقل من 0.05 ، وبالتالي يتم رفض الفرضية H_0)، وهذا يدل على أن السلسلة $LNTGE$ هي غير مستقرة.

الشكل (2-5):

الفرضيات:

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_{20} = 0$

H_1 : توجد قيمة واحدة على الأقل لأحد معاملات الارتباط الذاتي تختلف عن الصفر

نلاحظ أن قيمة الإحصائية Q "Q-Stat" عند درجة التأخر $(k = 20)$ تساوي 16.507 وهي أقل من القيمة الحرجة $\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ ، و بالتالي يتم قبول الفرضية العدمية التي تفيد بأن كل معاملات الارتباط الذاتي مساوية للصفر (كذلك قيمة الاحتمال لهذا الاختبار $prob$ بالنسبة لهذه السلسلة هي أكبر من 0.05 ، وبالتالي يتم قبول الفرضية H_0)، وهذا يدل على أن السلسلة $DLNTGE$ هي مستقرة.

التمرين الثالث:

1- تفسير نتائج اختبار ADF وتحديد درجة تكامل السلسلة الأصلية LNGDP:

الجدول (2-6):

الفرضيات:

H_0 : السلسلة $LNGDP$ لها جذر وحدة (غير مستقرة)

H_1 : السلسلة $LNGDP$ ليس لها جذر وحدة (مستقرة)

يتضح من خلال **الجدول (2-6)** الخاص باختبار ADF لجذر الوحدة أن قيمة إحصائية ADF لكل من النماذج الثلاث أكبر من القيمة الحرجة عند مستوى معنوية 5% بالنسبة للسلسلة الأصلية الخاصة بالمتغير $LNGDP$ ، وبالتالي، يتم قبول الفرضية العدمية لوجود جذر الوحدة، أي أن هذه السلسلة تعتبر غير مستقرة عند المستوى.

الجدول (2-7):

الفرضيات:

H_0 : السلسلة $DLNGDP$ لها جذر وحدة (غير مستقرة)

H_1 : السلسلة $DLNGDP$ ليس لها جذر وحدة (مستقرة)

يتضح من خلال **الجدول (2)** بأن قيمة إحصائية ADF بالنسبة للنماذج الثلاث هي أقل من القيمة الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5% بالنسبة لسلسلة الفروق الأولى DLNGDP، وبالتالي، يتم رفض الفرضية العدمية لجذر الوحدة.

السلسلة الأصلية $LNGDP$ متكاملة من الدرجة الأولى I(1) .

2- تفسير نتائج اختبار PP وتحديد درجة تكامل السلسلة الأصلية LNGDP:

الجدول (2-8):

الفرضيات:

H_0 : السلسلة $LNGDP$ لها جذر وحدة (غير مستقرة)

H_1 : السلسلة $LNGDP$ ليس لها جذر وحدة (مستقرة)

يتضح من خلال **الجدول (2-8)** الخاص باختبار PP لجذر الوحدة أن قيمة إحصائية PP لكل من النماذج الثلاث أكبر من القيمة الحرجة عند مستوى معنوية 5% بالنسبة للسلسلة الأصلية الخاصة بالمتغير $LNGDP$ ، وبالتالي، يتم قبول الفرضية العدمية لوجود جذر الوحدة، أي أن هذه السلسلة تعتبر غير مستقرة عند المستوى.

الجدول (2−9):

الفرضيات:

H_0 : السلسلة $DLNGDP$ لها جذر وحدة (غير مستقرة)

H_1 : السلسلة $DLNGDP$ ليس لها جذر وحدة (مستقرة)

يتضح من خلال **الجدول (2−9)** بأن قيمة إحصائية PP بالنسبة للنماذج الثلاث هي أقل من القيمة الحرجة للاختبار عند مستوى معنوية 5% بالنسبة لسلسلة الفروق الأولى DLNGDP، وبالتالي، يتم رفض الفرضية العدمية لجذر الوحدة.

السلسلة الأصلية $LNGDP$ متكاملة من الدرجة الأولى I(1) .

الفصل الثالث

نماذج التمهيد الأسي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية

الفصل الثالث: نماذج التمهيد الأسي للتنبؤ بالسلاسل الزمنية

لقد استخدمت تقنيات التمهيد الأسي لأول مرة سنة 1957 من قبل الباحث Holt، وبعد ذلك من قبل Brown عام 1962، ويشمل التمهيد مجموعة من التقنيات التجريبية التي لها هدف مشترك هو إعطاء أوزان للقيم الحديثة من السلسلة الزمنية بشكل أكبر من باقي قيم السلسلة. تستعمل هذه الطرق في عمليات التنبؤ الخاصة بالسلاسل الزمنية.

1- التمهيد الأسي البسيط (أو الأحادي):

يستخدم في السلاسل الزمنية العشوائية التي تتمحور ذبذباتها حول وسط حسابي ثابت (أي يجب أن تكون السلسلة مستقرة)، وتستخدم في التنبؤ القصير المدى (البورصة، اسعار البترول،...)[1].

1-1- عملية التمهيد (إزالة التذبذبات داخل العينة):

تعتمد هذه التقنية على الصيغة الرياضية التالية:

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\tilde{y}_{t-1}$$

α : معامل التكييف $(0 < \alpha < 1)$

حيث $T = 2, \dots, T$ ومنه نحتاج إلى قيم ابتدائية لانطلاق عملية التمهيد لذا نفترض أن $\tilde{y}_1 = y_1$

$$t = 1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\tilde{y}_0 \Rightarrow \boldsymbol{\tilde{y}_1 = y_1}$$
$$t = 2 \Rightarrow \tilde{y}_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\tilde{y}_1$$
$$t = 3 \Rightarrow \tilde{y}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\tilde{y}_2$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$t = T \Rightarrow \tilde{y}_T = \alpha y_T + (1-\alpha)\tilde{y}_{T-1}$$

عملية التمهيد (داخل العينة الفعلية فقط)

[1] هديات خديجة بن طيب (2023)، مرجع سبق ذكره، ص 77

1-2- عملية التنبؤ (خارج العينة الفعلية):

يكتب النموذج التنبؤي المستقبلي للفترة T+1 إلى T+L كما يلي:

$$\hat{y}_{T+L} = \alpha y_T + (1-\alpha)\tilde{y}_T$$

حيث:

$$\hat{y}_{T+1} = \hat{y}_{T+2} = \cdots = \hat{y}_{T+L}$$

معناه أن التنبؤ للفترات المقبلة هو نفسه.

تجدر الإشارة إلى أنه يجب أن تكون الفترة L قصيرة جدا حتى لا يفقد التنبؤ مصداقيته.

مثال: لدينا الجدول التالي:

الأشهر	1/2010	2/2010	3/2010	4/2010	5/2010	6/2010	7/2010	8/2010	9/2010	10/2010	11/2010	12/2010
y_t	16.76	16.71	16.03	16.53	15.16	13.34	17.61	18.52	18.01	20.17	21.58	21.77

المطلوب:

- تنبأ للفترة المقبلة (شهر جانفي من سنة 2011) باستخدام طريقة التمهيد الأسي البسيط (أو الأحادي) علما أن $\alpha = 0.95$

الحل:

عملية التمهيد (داخل العينة الفعلية):

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\tilde{y}_{t-1}$$

- $\boldsymbol{t = 1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\tilde{y}_0 \Rightarrow \tilde{y}_1 = y_1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = 16.76}$
- $\boldsymbol{t = 2 \Rightarrow \tilde{y}_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\tilde{y}_1}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_2 = 0.95(16.71) + (1-0.95)(16.76) = \mathbf{16.7125}$$

- $\boldsymbol{t = 3 \Rightarrow \tilde{y}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\tilde{y}_2}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_3 = 0.95(16.03) + (1-0.95)(16.7125) = \mathbf{16.0641}$$

- $\boldsymbol{t = 4 \Rightarrow \tilde{y}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha)\tilde{y}_3}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_4 = 0.95(16.53) + (1 - 0.95)(16.0641) = \mathbf{16.5067}$$

- $t = 5 \Rightarrow \tilde{y}_5 = \alpha y_5 + (1 - \alpha)\tilde{y}_4$

$$\Rightarrow \tilde{y}_5 = 0.95(15.16) + (1 - 0.95)(16.5067) = \mathbf{15.2273}$$

- $t = 6 \Rightarrow \tilde{y}_6 = \alpha y_6 + (1 - \alpha)\tilde{y}_5$

$$\Rightarrow \tilde{y}_6 = 0.95(13.34) + (1 - 0.95)(15.2273) = \mathbf{13.4344}$$

- $t = 7 \Rightarrow \tilde{y}_7 = \alpha y_7 + (1 - \alpha)\tilde{y}_6$

$$\Rightarrow \tilde{y}_7 = 0.95(17.61) + (1 - 0.95)(13.4344) = \mathbf{17.4012}$$

- $t = 8 \Rightarrow \tilde{y}_8 = \alpha y_8 + (1 - \alpha)\tilde{y}_7$

$$\Rightarrow \tilde{y}_8 = 0.95(18.52) + (1 - 0.95)(17.4012) = \mathbf{18.4641}$$

- $t = 9 \Rightarrow \tilde{y}_9 = \alpha y_9 + (1 - \alpha)\tilde{y}_8$

$$\Rightarrow \tilde{y}_9 = 0.95(18.01) + (1 - 0.95)(18.4641) = \mathbf{18.0327}$$

- $t = 10 \Rightarrow \tilde{y}_{10} = \alpha y_{10} + (1 - \alpha)\tilde{y}_9$

$$\Rightarrow \tilde{y}_{10} = 0.95(20.17) + (1 - 0.95)(18.0327) = \mathbf{20.0631}$$

- $t = 11 \Rightarrow \tilde{y}_{11} = \alpha y_{11} + (1 - \alpha)\tilde{y}_{10}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_{11} = 0.95(21.58) + (1 - 0.95)(20.0631) = \mathbf{21.5041}$$

- $t = 12 \Rightarrow \tilde{y}_{12} = \alpha y_{12} + (1 - \alpha)\tilde{y}_{11}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_{12} = 0.95(21.77) + (1 - 0.95)(21.5041) = \mathbf{21.7567}$$

النتائج موضحة في الجدول التالي:

الأشهر	t	y_t	$\tilde{y}_t$
1/2010	1	16.76	**16.76**
2/2010	2	16.71	**16.7125**
3/2010	3	16.03	**16.0641**
4/2010	4	16.53	**16.5067**
5/2010	5	15.16	**15.2273**
6/2010	6	13.34	**13.4344**
7/2010	7	17.61	**17.4012**
8/2010	8	18.52	**18.4641**
9/2010	9	18.01	**18.0327**
10/2010	10	20.17	**20.0631**
11/2010	11	21.58	**21.5041**
12/2010	12	21.77	**21.7567**

- **عملية التنبؤ (خارج العينة الفعلية):**

$$\hat{y}_{T+L} = \alpha y_T + (1-\alpha)\tilde{y}_T$$

التنبؤ لشهر جانفي من سنة 2011 يحسب كما يلي:

$$\hat{y}_{T+1} = \hat{y}_{13} = \alpha y_T + (1-\alpha)\tilde{y}_T$$
$$\Rightarrow \hat{y}_{13} = 0.95(21.77) + (1-0.95)(21.7567) = \mathbf{21.7693}$$

وهذا التنبؤ يبقى ثابت في جميع الفترات اللاحقة أي:

$$\hat{y}_{13} = \hat{y}_{14} = \hat{y}_{15} = \cdots = \hat{y}_{T+L} = \mathbf{21.7693}$$

2- التمهيد الأسي المزدوج (الثنائي):[1]

يستخدم في السلسلة الزمنية ذات المركبة العشوائية بالإضافة إلى مركبة الاتجاه العام، ويمكن التعبير عن هذه السلسلة بالمعادلة التالية:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

حيث: $\beta_0 + \beta_1 t$ تمثل مركبة الاتجاه العام، و ε_t تمثل المركبة العشوائية. ويمكن تمهيد هذه السلسلة وفق المرحلتين التاليتين:

[1] هديات خديجة بن طيب (2023)، مرجع سبق ذكره، ص 80-81

2-1- عملية التمهيد (داخل العينة الفعلية):

➢ **المرحلة 1:**

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\tilde{y}_{t-1}$$

حيث: $t = 2,3,\dots,T$

عند $\boldsymbol{t = 1}$ يكون $\boldsymbol{\tilde{y}_1 = y_1}$

➢ **المرحلة 2:**

$$\tilde{\tilde{y}}_t = \alpha \tilde{y}_t + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_{t-1}$$

حيث: $t = 2,3,\dots,T$

عند $\boldsymbol{t = 1}$ يكون $\boldsymbol{\tilde{\tilde{y}}_1 = y_1}$

2-2- عملية التنبؤ (خارج العينة الفعلية):

$$\boldsymbol{\hat{y}_{T+L} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l}$$

$$\hat{\beta}_0 = 2\tilde{y}_T - \tilde{\tilde{y}}_T$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\tilde{y}_T - \tilde{\tilde{y}}_T\right)$$

l يمثل أفق التنبؤ أي: $l = 1,2,\dots,L$

مثال: لدينا السلسلة الزمنية التالية:

السنوات	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
y_t	23	27	33	35	40	42	45	50	52	55	52	55

المطلوب:

- أوجد التنبؤات للسنوات: 2013، 2014، 2015 باستخدام طريقة التمهيد الأسي الثنائي (المزدوج) إذا علمت أن: $\alpha = 0.8$

الحل:

عملية التمهيد (داخل العينة الفعلية):

المرحلة 1:

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\tilde{y}_{t-1}$$

- $t = 1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = y_1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = 23$
- $t = 2 \Rightarrow \tilde{y}_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\tilde{y}_1$

$$\Rightarrow \tilde{y}_2 = 0.8(27) + (1-0.8)(23) = 26.2$$

- $t = 3 \Rightarrow \tilde{y}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\tilde{y}_2$

$$\Rightarrow \tilde{y}_3 = 0.8(33) + (1-0.8)(26.2) = 31.64$$

- $t = 4 \Rightarrow \tilde{y}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha)\tilde{y}_3$

$$\Rightarrow \tilde{y}_4 = 0.8(35) + (1-0.8)(31.64) = 34.328$$

- $t = 5 \Rightarrow \tilde{y}_5 = \alpha y_5 + (1-\alpha)\tilde{y}_4$

$$\Rightarrow \tilde{y}_5 = 0.8(40) + (1-0.8)(34.328) = 38.865$$

- $t = 6 \Rightarrow \tilde{y}_6 = \alpha y_6 + (1-\alpha)\tilde{y}_5$

$$\Rightarrow \tilde{y}_6 = 0.8(42) + (1-0.8)(38.865) = 41.373$$

- $t = 7 \Rightarrow \tilde{y}_7 = \alpha y_7 + (1-\alpha)\tilde{y}_6$

$$\Rightarrow \tilde{y}_7 = 0.8(45) + (1-0.8)(41.373) = 44.275$$

- $t = 8 \Rightarrow \tilde{y}_8 = \alpha y_8 + (1-\alpha)\tilde{y}_7$

$$\Rightarrow \tilde{y}_8 = 0.8(50) + (1-0.8)(44.275) = 48.855$$

- $t = 9 \Rightarrow \tilde{y}_9 = \alpha y_9 + (1-\alpha)\tilde{y}_8$

$$\Rightarrow \tilde{y}_9 = 0.8(52) + (1-0.8)(48.855) = 51.371$$

- $t = 10 \Rightarrow \tilde{y}_{10} = \alpha y_{10} + (1-\alpha)\tilde{y}_9$

$$\Rightarrow \tilde{y}_{10} = 0.8(55) + (1-0.8)(18.0327) = 54.274$$

- $t = 11 \Rightarrow \tilde{y}_{11} = \alpha y_{11} + (1-\alpha)\tilde{y}_{10}$

$\Rightarrow \tilde{y}_{11} = 0.8(52) + (1-0.8)(54.274) = \mathbf{52.455}$

- $t = 12 \Rightarrow \tilde{y}_{12} = \alpha y_{12} + (1-\alpha)\tilde{y}_{11}$

$\Rightarrow \tilde{y}_{12} = 0.8(55) + (1-0.8)(52.455) = \mathbf{54.491}$

المرحلة 2:

$\tilde{\tilde{y}}_t = \alpha \tilde{y}_t + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_{t-1}$

- $t = 1 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_1 = y_1 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_1 = 23$
- $t = 2 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_2 = \alpha \tilde{y}_2 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_1$

$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_2 = 0.8(26.2) + (1-0.8)(23) = \mathbf{25.56}$

- $t = 3 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_3 = \alpha \tilde{y}_3 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_2$

$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_3 = 0.8(31.64) + (1-0.8)(25.56) = \mathbf{30.424}$

- $t = 4 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_4 = \alpha \tilde{y}_4 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_3$

$\Rightarrow \tilde{y}_4 = 0.8(34.328) + (1-0.8)(30.424) = \mathbf{33.547}$

- $t = 5 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_5 = \alpha \tilde{y}_5 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_4$

$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_5 = 0.8(38.865) + (1-0.8)(33.547) = \mathbf{37.801}$

- $t = 6 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_6 = \alpha \tilde{y}_6 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_5$

$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_6 = 0.8(41.373) + (1-0.8)(37.801) = \mathbf{40.659}$

- $t = 7 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_7 = \alpha \tilde{y}_7 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_6$

$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_7 = 0.8(44.275) + (1-0.8)(40.659) = \mathbf{43.552}$

- $t = 8 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_8 = \alpha \tilde{y}_8 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_7$

$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_8 = 0.8(45.855) + (1-0.8)(43.552) = \mathbf{45.394}$

- $t = 9 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_9 = \alpha \tilde{y}_9 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_8$

$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_9 = 0.8(51.371) + (1-0.8)(45.394) = \mathbf{50.176}$

- $\boldsymbol{t = 10 \Rightarrow \tilde{y}_{10} = \alpha\tilde{y}_{10} + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_9}$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_{10} = 0.8(54.274) + (1-0.8)(50.176) = \mathbf{53.454}$$

- $\boldsymbol{t = 11 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_{11} = \alpha\tilde{y}_{11} + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_{10}}$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_{11} = 0.8(52.455) + (1-0.8)(53.454) = \mathbf{50.655}$$

- $\boldsymbol{t = 12 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_{12} = \alpha\tilde{y}_{12} + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_{11}}$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_{12} = 0.8(54.491) + (1-0.8)(50.655) = \mathbf{53.724}$$

التنبؤ (خارج العينة الفعلية):

$$\hat{y}_{T+L} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l$$

l يمثل أفق التنبؤ أي: $l = 1,2,\dots,L$

$$\hat{\beta}_0 = 2\tilde{y}_T - \tilde{\tilde{y}}_T \Rightarrow \hat{\beta}_0 = 2\tilde{y}_{12} - \tilde{\tilde{y}}_{12}$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_0 = 2(54.491) - 53.724 \Rightarrow \mathbf{\hat{\beta}_0 = 55.258}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}(\tilde{y}_T - \tilde{\tilde{y}}_T) \Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{0.8}{1-0.8}(\tilde{y}_{12} - \tilde{\tilde{y}}_{12})$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{0.8}{1-0.8}(54.491 - 53.724) \Rightarrow \mathbf{\hat{\beta}_1 = 3.068}$$

$$\hat{y}_{2013} = \hat{y}_{12+1} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l \Rightarrow \hat{y}_{2013} = 55.258 + 3.068(1) = \mathbf{58.326}$$

$$\hat{y}_{2014} = \hat{y}_{12+2} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l \Rightarrow \hat{y}_{2014} = 55.258 + 3.068(2) = \mathbf{61.394}$$

$$\hat{y}_{2015} = \hat{y}_{12+3} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l \Rightarrow \hat{y}_{2015} = 55.258 + 3.068(3) = \mathbf{64.462}$$

نتائج عملية التمهيد موضحة في الجدول التالي:

السنوات	t	y_t	$\tilde{y}_t$	$\tilde{\tilde{y}}_t$
2001	1	23	**23**	**23**
2002	2	27	**26.2**	**25.56**
2003	3	33	**31.64**	**30.424**
2004	4	35	**34.328**	**33.547**
2005	5	40	**38.865**	**37.801**
2006	6	42	**41.373**	**40.659**
2007	7	45	**44.275**	**43.552**
2008	8	50	**48.855**	**45.394**
2009	9	52	**51.371**	**50.176**
2010	10	55	**54.274**	**53.454**
2011	11	52	**52.455**	**50.655**
2012	12	55	**54.491**	**53.724**

تمارين الفصل الثالث

التمرين الأول:

لدينا السلسلة الزمنية التالية:

الأشهر	**1/2021**	**2/2021**	**3/2021**	**4/2021**	**5/2021**	**6/2021**
y_t	67	66	64	66	60	53
الأشهر	**7/2021**	**8/2021**	**9/2021**	**10/2021**	**11/2021**	**12/2021**
y_t	70	74	72	81	86	87

المطلوب:

– تنبأ للأشهر الثلاثة الأولى **(جانفي، فيفري، مارس)** من سنة 2022 باستخدام **طريقة التمهيد الأسي البسيط (أو الأحادي)** علما أن $\alpha = 0.9$.

التمرين الثاني:

ليكن لدينا الجدول التالي:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	30	60	60	90	120	120	150	150				

المطلوب:

تحديد تنبؤ الفترات المتبقية من الجدول باستعمال طريقة التمهيد الأسي الثنائي علما أن $\alpha = 0.8$

التمرين الثالث:

ليكن لدينا الجدول التالي:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	25	45	45	65	85	85	105	105				

المطلوب:

تحديد تنبؤ الفترات المتبقية من الجدول باستعمال طريقة التمهيد الأسي الثنائي علما أن $\alpha = 0.5$

تصحيح تمارين الفصل الثالث

التمرين الأول:

عملية التمهيد (داخل العينة الفعلية):

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\tilde{y}_{t-1}$$

- $t = 1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\tilde{y}_0 \Rightarrow \tilde{y}_1 = y_1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = 67$
- $t = 2 \Rightarrow \tilde{y}_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\tilde{y}_1$
  $\Rightarrow \tilde{y}_2 = 0.9(66) + (1-0.9)(67) = 66.1$
- $t = 3 \Rightarrow \tilde{y}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\tilde{y}_2$
  $\Rightarrow \tilde{y}_3 = 0.9(64) + (1-0.9)(66.1) = 64.21$
- $t = 4 \Rightarrow \tilde{y}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha)\tilde{y}_3$
  $\Rightarrow \tilde{y}_4 = 0.9(66) + (1-0.9)(64.21) = 65.82$
- $t = 5 \Rightarrow \tilde{y}_5 = \alpha y_5 + (1-\alpha)\tilde{y}_4$
  $\Rightarrow \tilde{y}_5 = 0.9(60) + (1-0.9)(65.82) = 60.58$
- $t = 6 \Rightarrow \tilde{y}_6 = \alpha y_6 + (1-\alpha)\tilde{y}_5$
  $\Rightarrow \tilde{y}_6 = 0.9(53) + (1-0.9)(60.58) = 53.75$
- $t = 7 \Rightarrow \tilde{y}_7 = \alpha y_7 + (1-\alpha)\tilde{y}_6$
  $\Rightarrow \tilde{y}_7 = 0.9(70) + (1-0.9)(53.75) = 68.37$
- $t = 8 \Rightarrow \tilde{y}_8 = \alpha y_8 + (1-\alpha)\tilde{y}_7$
  $\Rightarrow \tilde{y}_8 = 0.9(74) + (1-0.9)(68.37) = 73.43$
- $t = 9 \Rightarrow \tilde{y}_9 = \alpha y_9 + (1-\alpha)\tilde{y}_8$
  $\Rightarrow \tilde{y}_9 = 0.9(72) + (1-0.9)(73.43) = 72.14$
- $t = 10 \Rightarrow \tilde{y}_{10} = \alpha y_{10} + (1-\alpha)\tilde{y}_9$
  $\Rightarrow \tilde{y}_{10} = 0.9(81) + (1-0.9)(72.14) = 80.11$
- $t = 11 \Rightarrow \tilde{y}_{11} = \alpha y_{11} + (1-\alpha)\tilde{y}_{10}$
  $\Rightarrow \tilde{y}_{11} = 0.9(86) + (1-0.9)(80.11) = 85.41$
- $t = 12 \Rightarrow \tilde{y}_{12} = \alpha y_{12} + (1-\alpha)\tilde{y}_{11}$
  $\Rightarrow \tilde{y}_{12} = 0.9(87) + (1-0.9)(85.41) = 86.84$

النتائج موضحة في الجدول التالي:

الأشهر	t	y_t	$\tilde{y}_t$
1/2021	1	67	**67**
2/2021	2	66	**66.1**
3/2021	3	64	**64.21**
4/2021	4	66	**65.82**
5/2021	5	60	**60.58**
6/2021	6	53	**53.75**
7/2021	7	70	**68.37**
8/2021	8	74	**73.43**
9/2021	9	72	**72.14**
10/2021	10	81	**80.11**
11/2021	11	86	**85.41**
12/2021	12	87	**86.84**

عملية التنبؤ (خارج العينة الفعلية):

$$\hat{y}_{T+L} = \alpha y_T + (1-\alpha)\tilde{y}_T$$

التنبؤ لشهر جانفي من سنة 2021 يحسب كما يلي:

$$\hat{y}_{T+1} = \hat{y}_{13} = \alpha y_T + (1-\alpha)\tilde{y}_T$$
$$\Rightarrow \hat{y}_{13} = 0.9(87) + (1-0.9)(86.84) = \mathbf{86.98}$$

وهذا التنبؤ يبقى ثابت في جميع الفترات اللاحقة أي:

$$\hat{y}_{13} = \hat{y}_{14} = \hat{y}_{15} = \cdots = \hat{y}_{T+L} = \mathbf{86.98}$$

أي أن التنبؤ للأشهر الثلاثة الأولى (جانفي، فيفري، مارس) من سنة 2022 ثابت حيث يساوي 86.98

التمرين الثاني:

- **عملية التمهيد (داخل العينة الفعلية):**

➢ **المرحلة 1:**

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\tilde{y}_{t-1}$$

- $\boldsymbol{t = 1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = y_1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = 30}$
- $\boldsymbol{t = 2 \Rightarrow \tilde{y}_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\tilde{y}_1}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_2 = 0.8(60) + (1-0.8)(30) = \mathbf{54}$$

- $\boldsymbol{t = 3 \Rightarrow \tilde{y}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\tilde{y}_2}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_3 = 0.8(60) + (1-0.8)(54) = \mathbf{58.8}$$

- $\boldsymbol{t = 4 \Rightarrow \tilde{y}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha)\tilde{y}_3}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_4 = 0.8(90) + (1-0.8)(58.8) = \mathbf{83.76}$$

- $\boldsymbol{t = 5 \Rightarrow \tilde{y}_5 = \alpha y_5 + (1-\alpha)\tilde{y}_4}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_5 = 0.8(120) + (1-0.8)(83.76) = \mathbf{112.752}$$

- $\boldsymbol{t = 6 \Rightarrow \tilde{y}_6 = \alpha y_6 + (1-\alpha)\tilde{y}_5}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_6 = 0.8(120) + (1-0.8)(112.752) = \mathbf{118.55}$$

- $\boldsymbol{t = 7 \Rightarrow \tilde{y}_7 = \alpha y_7 + (1-\alpha)\tilde{y}_6}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_7 = 0.8(150) + (1-0.8)(118.55) = \mathbf{143.71}$$

- $\boldsymbol{t = 8 \Rightarrow \tilde{y}_8 = \alpha y_8 + (1-\alpha)\tilde{y}_7}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_8 = 0.8(150) + (1-0.8)(143.71) = \mathbf{148.742}$$

➢ **المرحلة 2:**

$$\tilde{\tilde{y}}_t = \alpha \tilde{y}_t + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_{t-1}$$

- $t = 1 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_1 = y_1 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_1 = 30$
- $t = 2 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_2 = \alpha\tilde{y}_2 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_1$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_2 = 0.8(54) + (1-0.8)(30) = 49.2$$

- $t = 3 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_3 = \alpha\tilde{y}_3 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_2$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_3 = 0.8(58.8) + (1-0.8)(49.2) = 56.88$$

- $t = 4 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_4 = \alpha\tilde{y}_4 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_3$

$$\Rightarrow \tilde{y}_4 = 0.8(83.76) + (1-0.8)(56.88) = 78.384$$

- $t = 5 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_5 = \alpha\tilde{y}_5 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_4$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_5 = 0.8(112.752) + (1-0.8)(78.384) = 105.878$$

- $t = 6 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_6 = \alpha\tilde{y}_6 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_5$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_6 = 0.8(118.55) + (1-0.8)(105.878) = 116.015$$

- $t = 7 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_7 = \alpha\tilde{y}_7 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_6$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_7 = 0.8(143.71) + (1-0.8)(116.015) = 138.171$$

- $t = 8 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_8 = \alpha\tilde{y}_8 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_7$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_8 = 0.8(148.742) + (1-0.8)(138.171) = 146.627$$

التنبؤ (خارج العينة الفعلية):

$$\hat{y}_{T+L} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l$$

l يمثل أفق التنبؤ أي: $l = 1,2,\dots,L$

$$\hat{\beta}_0 = 2\tilde{y}_T - \tilde{\tilde{y}}_T \Rightarrow \hat{\beta}_0 = 2\tilde{y}_8 - \tilde{\tilde{y}}_8$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_0 = 2(148.742) - 146.627 \Rightarrow \hat{\beta}_0 = 150.857$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}(\tilde{y}_T - \tilde{\tilde{y}}_T) \Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{0.8}{1-0.8}(\tilde{y}_8 - \tilde{\tilde{y}}_8)$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{0.8}{1-0.8}(148.742 - 146.627) \Rightarrow \boldsymbol{\hat{\beta}_1 = 8.46}$$

$$\boldsymbol{\hat{y}_9 = \hat{y}_{8+1} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l} \Rightarrow \hat{y}_9 = 150.857 + 8.46(1) = \mathbf{159.317}$$

$$\boldsymbol{\hat{y}_{10} = \hat{y}_{8+2} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l} \Rightarrow \hat{y}_{10} = 150.857 + 8.46(2) = \mathbf{167.777}$$

$$\boldsymbol{\hat{y}_{11} = \hat{y}_{8+3} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l} \Rightarrow \hat{y}_{11} = 150.857 + 8.46(3) = \mathbf{176.237}$$

نتائج عملية التمهيد موضحة في الجدول التالي:

t	y_t	$\tilde{y}_t$	$\tilde{\tilde{y}}_t$
1	30	**30**	**30**
2	60	**54**	**49.2**
3	60	**58.8**	**56.88**
4	90	**83.76**	**78.384**
5	120	**112.752**	**105.878**
6	120	**118.55**	**116.015**
7	150	**143.71**	**138.171**
8	150	**148.742**	**146.627**

التمرين الثالث:

عملية التمهيد (داخل العينة الفعلية):

المرحلة 1:

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\tilde{y}_{t-1}$$

- $\boldsymbol{t = 1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = y_1 \Rightarrow \tilde{y}_1 = 25}$
- $\boldsymbol{t = 2 \Rightarrow \tilde{y}_2 = \alpha y_2 + (1-\alpha)\tilde{y}_1}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_2 = 0.5(45) + (1-0.5)(25) = \mathbf{35}$$

- $\boldsymbol{t = 3 \Rightarrow \tilde{y}_3 = \alpha y_3 + (1-\alpha)\tilde{y}_2}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_3 = 0.5(45) + (1-0.5)(35) = \mathbf{40}$$

- $\boldsymbol{t = 4 \Rightarrow \tilde{y}_4 = \alpha y_4 + (1-\alpha)\tilde{y}_3}$

$$\Rightarrow \tilde{y}_4 = 0.5(65) + (1-0.5)(40) = \mathbf{52.5}$$

- $t = 5 \Rightarrow \tilde{y}_5 = \alpha y_5 + (1-\alpha)\tilde{y}_4$

$$\Rightarrow \tilde{y}_5 = 0.5(85) + (1-0.5)(52.5) = \mathbf{68.75}$$

- $t = 6 \Rightarrow \tilde{y}_6 = \alpha y_6 + (1-\alpha)\tilde{y}_5$

$$\Rightarrow \tilde{y}_6 = 0.5(85) + (1-0.5)(68.75) = \mathbf{76.875}$$

- $t = 7 \Rightarrow \tilde{y}_7 = \alpha y_7 + (1-\alpha)\tilde{y}_6$

$$\Rightarrow \tilde{y}_7 = 0.5(105) + (1-0.5)(76.875) = \mathbf{90.937}$$

- $t = 8 \Rightarrow \tilde{y}_8 = \alpha y_8 + (1-\alpha)\tilde{y}_7$

$$\Rightarrow \tilde{y}_8 = 0.5(105) + (1-0.5)(90.937) = \mathbf{97.968}$$

➢ **المرحلة 2:**

$$\tilde{\tilde{y}}_t = \alpha \tilde{y}_t + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_{t-1}$$

- $t = 1 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_1 = y_1 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_1 = \mathbf{25}$
- $t = 2 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_2 = \alpha \tilde{y}_2 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_1$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_2 = 0.5(35) + (1-0.5)(25) = \mathbf{30}$$

- $t = 3 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_3 = \alpha \tilde{y}_3 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_2$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_3 = 0.5(40) + (1-0.5)(30) = \mathbf{35}$$

- $t = 4 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_4 = \alpha \tilde{y}_4 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_3$

$$\Rightarrow \tilde{y}_4 = 0.5(52.5) + (1-0.5)(35) = \mathbf{43.75}$$

- $t = 5 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_5 = \alpha \tilde{y}_5 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_4$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_5 = 0.5(68.75) + (1-0.5)(43.75) = \mathbf{56.25}$$

- $t = 6 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_6 = \alpha \tilde{y}_6 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_5$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_6 = 0.5(76.875) + (1-0.5)(56.25) = \mathbf{66.562}$$

- $t = 7 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_7 = \alpha\tilde{y}_7 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_6$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_7 = 0.5(90.937) + (1-0.5)(66.562) = \mathbf{78.749}$$

- $t = 8 \Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_8 = \alpha\tilde{y}_8 + (1-\alpha)\tilde{\tilde{y}}_7$

$$\Rightarrow \tilde{\tilde{y}}_8 = 0.5(97.968) + (1-0.5)(78.749) = \mathbf{88.358}$$

التنبؤ (خارج العينة الفعلية):

$$\hat{y}_{T+L} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l$$

l يمثل أفق التنبؤ أي: $l = 1,2,\dots,L$

$$\hat{\beta}_0 = 2\tilde{y}_T - \tilde{\tilde{y}}_T \Rightarrow \hat{\beta}_0 = 2\tilde{y}_8 - \tilde{\tilde{y}}_8$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_0 = 2(97.968) - 88.358 \Rightarrow \hat{\beta}_0 = \mathbf{107.578}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}(\tilde{y}_T - \tilde{\tilde{y}}_T) \Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{0.8}{1-0.8}(\tilde{y}_8 - \tilde{\tilde{y}}_8)$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{0.5}{1-0.5}(97.968 - 88.358) \Rightarrow \hat{\beta}_1 = \mathbf{9.61}$$

$$\hat{y}_9 = \hat{y}_{8+1} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l \Rightarrow \hat{y}_9 = 107.578 + 9.61(1) = \mathbf{117.188}$$

$$\hat{y}_{10} = \hat{y}_{8+2} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l \Rightarrow \hat{y}_{10} = 107.578 + 9.61(2) = \mathbf{126.798}$$

$$\hat{y}_{11} = \hat{y}_{8+3} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 . l \Rightarrow \hat{y}_{11} = 107.578 + 9.61(3) = \mathbf{136.408}$$

نتائج عملية التمهيد موضحة في الجدول التالي:

t	y_t	$\tilde{y}_t$	$\tilde{\tilde{y}}_t$
1	30	**25**	**25**
2	60	**35**	**30**
3	60	**40**	**35**
4	90	**52.5**	**43.75**
5	120	**68.75**	**56.25**
6	120	**76.875**	**66.562**
7	150	**90.937**	**78.749**
8	150	**97.968**	**88.358**

الجداول الاحصائية

الجدول (1): القيم الحرجة لمعامل الارتباط لسبيرمان

0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	$\frac{1}{2}\alpha$	n
0.002	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	α	
-	-	-	-	0.8	0.8		4
-	-	0.9	0.9	0.8	0.7		5
-	0.9429	0.8857	0.8286	0.7714	0.6		6
0.9643	0.8929	0.8571	0.745	0.6789	0.5357		7
0.9286	0.8571	0.8095	0.7143	0.619	0.5		8
0.9	0.8167	0.7667	0.6833	0.5833	0.4667		9
0.8667	0.7818	0.7333	0.6364	0.5515	0.4424		10
0.8364	0.7545	0.07	0.609	0.5273	0.4182		11
0.8182	0.7273	0.6713	0.5804	0.4965	0.3986		12
0.7912	0.6978	0.6429	0.5549	0.478	0.3791		13
0.767	0.6747	0.622	0.5341	0.4593	0.3626		14
0.7464	0.6536	0.6	0.5179	0.4429	0.35		15
0.7265	0.6324	0.5824	0.5	0.4265	0.3382		16
0.7083	0.6152	0.5637	0.4853	0.4118	0.326		17
0.6904	0.5975	0.5480	0.4716	0.3994	0.3148		18
0.6737	0.5825	0.5333	0.4779	0.3895	0.3070		19
0.6586	0.5684	0.5203	0.4451	0.3789	0.2977		20
0.6455	0.5545	0.5078	0.4351	0.3688	0.299		21
0.6318	0.5426	0.4963	0.4241	0.3597	0.2829		22
0.6186	0.5306	0.4852	0.415	0.3518	0.2767		23
0.6070	0.52	0.4748	0.4061	0.3435	0.2704		24
0.5962	0.51	0.4654	0.3977	0.3362	0.2646		25
0.5856	0.5002	0.4564	0.3894	0.3299	0.2588		26
0.5757	0.4915	0.4481	0.3822	0.3236	0.254		27
0.568	0.4828	0.4401	0.3749	0.3175	0.249		28
0.5567	0.4744	0.432	0.3685	0.3113	0.2443		29
0.5479	0.4665	0.4251	0.362	0.3059	0.24		30

الجدول (2): توزيع chi2

0.05	0.10	0.50	0.90	0.95	p=0.99	DF
3.841	2.706	0.455	0.0158	0.00393	0.000157	**1**
5.991	4.605	1.386	0.211	0.103	0.0201	**2**
7.815	6.251	2.366	0.584	0.352	0.115	**3**
9.488	7.779	3.357	1.064	0.711	0.297	**4**
11.070	9.236	4.351	1.610	1.145	0.554	**5**
3.070	10.645	5.348	2.204	1.635	0.872	**6**
14.067	12.017	6.346	2.833	2.167	1.239	**7**
15.507	13.362	7.344	3.490	2.733	1.646	**8**
16.919	14.684	8.343	4.168	3.325	2.088	**9**
18.307	15.987	9.342	4.865	3.940	2.558	**10**
19.675	17.275	10.341	5.578	4.575	3.053	**11**
21.026	18.549	11.340	6.304	5.226	3.571	**12**
22.362	19.812	12.340	7.042	5.892	4.107	**13**
21.064	18.151	10.821	6.571	5.368	4.660	**14**
24.996	22.307	14.339	8.547	7.261	5.229	**15**
26.296	23.542	15.338	9.312	7.962	5.812	**16**
27.587	24.769	16.338	10.085	8.672	6.408	**17**
28.869	25.989	17.338	10.865	9.390	7.015	**18**
30.144	27.204	18.338	11.651	10.117	7.633	**19**
31.410	28.412	19.337	12.443	10.851	8.260	**20**
32.671	29.615	20.337	13.240	11..591	8.897	**21**
33.924	30.813	21.337	14.041	12.338	9.542	**22**
35.172	32.007	22.337	14.848	13.091	10.196	**23**
36.415	33.196	23.337	15.659	13.848	10.856	**24**
37.652	34.382	24.337	16.473	14.611	11.524	**25**
38.885	35.563	25.336	17.292	15.379	12.198	**26**
40.113	36.741	26.336	18.114	16.151	12.879	**27**
41.337	37.916	27.336	18.939	16.928	13.565	**28**
42.557	39.087	28.336	19.768	17.708	14.256	**29**
43.773	40.256	29.336	20.599	18.493	14.953	**30**

الجدول (3): توزيع فيشر

درجات حرية المقام		درجات حرية البسط										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	5%	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243
	1%	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6082
2	5%	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.36	19.37	19.38	19.39	19.40
	1%	98.49	99.01	99.17	99.25	99.30	99.33	99.34	99.36	99.38	99.40	99.41
3	5%	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.88	8.84	8.81	8.78	8.76
	1%	34.12	30.81	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13
4	5%	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93
	1%	21.30	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.54	14.47
5	5%	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.75	4.70
	1%	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.45	10.27	10.15	10.05	9.96
6	5%	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03
	1%	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79
7	5%	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60
	1%	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54
8	5%	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31
	1%	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74
9	5%	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10
	1%	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18
10	5%	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94
	1%	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78
11	5%	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.96	2.82
	1%	9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46
12	5%	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72
	1%	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22
13	5%	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63
	1%	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02
14	5%	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56
	1%	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86
15	5%	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51
	1%	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73
16	5%	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45
	1%	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61
17	5%	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41
	1%	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52
18	5%	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37
	1%	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.85	3.71	3.60	3.51	3.44
19	5%	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.34
	1%	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36
20	5%	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31
	1%	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.71	3.56	3.45	3.37	3.30

الجدول (3): توزيع فيشر

درجات حرية البسط											درجات حرية المقام	
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1		
2.28 3.24	2.32 3.31	2.37 3.40	2.42 3.51	2.49 3.65	2.57 3.81	2.68 4.04	2.84 4.37	3.07 4.87	3.47 5.78	4.32 8.02	5% 1%	11
2.26 3.18	2.30 3.26	2.35 3.35	2.40 3.45	2.47 3.59	2.55 3.76	2.66 3.99	2.82 4.31	3.05 4.82	3.44 5.72	4.30 7.94	5% 1%	12
2.24 3.14	2.28 3.21	2.32 3.30	2.38 3.41	2.45 3.54	2.53 3.71	2.64 3.94	2.80 4.26	3.03 4.76	3.42 5.66	4.28 7.88	5% 1%	13
2.22 3.09	2.26 3.17	2.30 3.25	2.36 3.36	2.43 3.50	2.51 3.67	2.62 3.90	2.78 4.22	3.01 4.72	3.40 5.61	4.26 7.82	5% 1%	14
2.20 3.05	2.24 3.13	2.28 3.21	2.34 3.32	2.41 3.46	2.49 3.63	2.60 3.86	2.76 4.18	2.99 4.68	3.38 5.57	4.24 7.77	5% 1%	15
2.18 3.02	2.22 3.09	2.27 3.17	2.32 3.29	2.39 3.42	2.47 3.59	2.59 3.82	2.74 4.14	2.89 4.64	3.37 5.53	4.22 7.72	5% 1%	16
2.16 2.98	2.20 3.06	2.25 3.14	2.30 3.26	2.37 3.39	2.46 3.56	2.57 3.79	2.73 4.11	2.96 4.60	3.35 5.49	4.21 7.68	5% 1%	17
2.15 2.95	2.19 3.03	2.24 3.11	2.29 3.23	2.36 3.36	2.44 3.53	2.56 3.76	2.71 4.07	2.95 4.57	3.34 5.45	4.20 7.64	5% 1%	18
2.14 2.92	2.18 3.00	2.22 3.08	2.28 3.20	2.35 3.33	2.43 3.50	2.54 3.73	2.70 4.04	2.93 4.54	3.33 5.42	4.18 7.60	5% 1%	19
2.12 2.90	2.16 2.98	2.21 3.06	2.27 3.17	2.34 3.30	2.42 3.47	2.53 3.70	2.69 4.02	2.92 4.51	3.32 5.39	4.17 7.56	5% 1%	20
2.10 2.86	2.14 2.94	2.19 3.01	2.25 3.12	2.32 3.25	2.40 3.42	2.51 3.66	2.67 3.97	2.90 4.46	3.30 5.34	4.15 7.50	5% 1%	22
2.08 2.82	2.12 2.89	2.17 2.97	2.23 3.08	2.30 3.21	2.38 3.38	2.49 3.61	2.65 3.93	2.88 4.42	3.28 5.29	4.13 7.44	5% 1%	24
2.06 2.78	2.10 2.86	2.15 2.94	2.21 3.04	2.28 3.18	2.36 3.35	2.48 3.58	2.63 3.89	2.86 4.38	3.26 5.25	4.11 7.39	5% 1%	26
2.05 2.75	2.09 2.82	2.14 2.91	2.19 3.02	2.26 3.15	2.35 3.32	2.46 3.54	2.62 3.86	2.85 4.34	3.25 5.21	4.10 7.35	5% 1%	28
2.04 2.73	2.07 2.80	2.12 2.88	2.18 2.99	2.25 3.12	2.34 3.29	2.45 3.51	2.61 3.83	2.84 4.31	3.23 5.18	4.08 7.31	5% 1%	30
2.02 2.70	2.06 2.77	2.11 2.86	2.17 2.96	2.24 3.10	2.32 3.26	2.44 3.49	2.59 3.80	2.83 4.29	3.22 5.15	4.07 7.27	5% 1%	32
2.01 2.68	2.05 2.75	2.10 2.84	2.16 2.94	2.23 3.07	2.31 3.24	2.43 3.46	2.58 3.78	2.82 4.26	3.21 5.12	4.06 7.24	5% 1%	34
2.00 2.66	2.04 2.73	2.09 2.82	2.14 2.92	2.22 3.05	2.30 3.22	2.42 3.44	2.57 3.76	2.81 4.24	3.20 5.10	4.05 7.21	5% 1%	36
1.99 2.64	2.03 2.71	2.08 2.80	2.14 2.90	2.21 3.04	2.30 3.20	2.41 3.42	2.56 3.74	2.80 4.22	3.19 5.08	4.04 7.19	5% 1%	38
1.98 2.62	2.02 2.70	2.07 2.78	2.13 2.88	2.20 3.02	2.29 3.18	2.40 3.41	2.56 3.72	2.79 4.20	3.18 5.06	4.03 7.17	5% 1%	40

قائمة المراجع

قائمة المراجع

المراجع باللغة العربية:

- خالد أحمد علي محمود (2019)، "اقتصاد المعرفة وإدارة الأزمات المالية في إطار المؤسسات الاقتصادية"، دار الفكر الجامعي، الاسكندرية، مصر.

- محمد العقاب (2018)، "تحليل السلاسل الزمنية: محاضرات وتطبيقات في الاقتصاد"، مطبوعة بيداغوجية، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة زيان عاشور الجلفة.

- محمد رملي (2020)، "مطبوعة في تحليل السلاسل الزمنية"، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة الطاهر مولاي سعيدة.

- محمد عبد السميع عناني (2009)، "التحليل القياسي و الإحصائي للعلاقات الاقتصادية: مدخل حديث باستخدام Windows SPSS"، الدار الجامعية، الإسكندرية.

- مولود حشمان (1998)، "السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر.

- هديات خديجة بن طيب (2023)، "محاضرات: تقنيات التنبؤ "، مطبوعة بيداغوجية، كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير، جامعة أبو بكر بلقايد تلمسان.

المراجع باللغة الأجنبية:

- Akaike, H. (1974), "A New Look at the Statistical Model Identification ", IEEE Transactions on Automatic Control, 19, pp. 716-723.

- Bourbonnais, R. (2011), "Économétrie : Manuel et exercices corrigés" , 8ème édition, Paris: Dunod.

- Bourbonnais, R. , Terraza, M. (2010), " Analyse des séries temporelles : Applications à l'économie et à la gestion", 3ème édition, Paris : Dunod.

- Box, G. E. P. and Pierce, D. A. (1970), "Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models", Journal of the American statistical Association, 65(332), pp. 1509-1526.

- Box-Steffensmeier, J.M., Freeman, J. R., Hitt, M. P. and Pevehouse, J. C. W. (2014), " Time Series Analysis for the Social Science ", New York: Cambridge University Press.

- Brooks, C. (2008), " Introductory Econometrics for Finance", 2nd edition, New York: Cambridge University Press.

- Cadoret, I., Benjamin, C., Martin, F., Herrard, N. and Tanguy, S. (2004), " Économétrie appliquée : Méthodes, Applications, Corrigés ", Paris : Éditions De Boeck Université.

- Chatfield , C. (2004), "The Analysis of Time Series : An Introduction" , 6th Edition , Chapman and Hall / CRC.

- Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979), " Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Journal of the American Statistical Association, 74(366), pp. 427-431.

- Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1981), " Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Econometrica, 49(4), pp. 1057-1072.

- Gujarati , D. N. (2003) , "Basic econometrics", 4th edition , New York , NY : McGraw – Hill

- KwiatKowski, D. , Phillips, P., Schmidt, P. and Shin, Y. (1992), " Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?", Journal of Econometrics, 54, pp. 159-178.

- Ljung, G. M. and Box, G. E. P. (1978), "On a measure of lack of fit in time series models", Biometrika, 65(2), pp. 297-303.

- Phillips, P. C. B. and Perron, P. (1988), " Testing for a Unit Root in Time Series Regression", Biometrika, 75(2), pp. 335-346.

- Quenouille, M.H. (1949), "Approximate Tests of Correlation in Time-Series", Journal of the Royal Statistical Society , Series B, 11(1) , pp. 68-84.

- Schwarz, G. (1978), " Estimating the Dimension of a Model", The Annals of Statistics, 6(2), pp.461-464.

- Song, H., Witt, S. F. and Li, G. (2009), " The Advanced Econometrics of Tourism Demand", New York and London: Routledge.