

République Algérienne Démocratique et Populaire



Université de Ain Temouchent –Belhadj Bouchaib
Faculté des Sciences et de la Technologie

Département Génie Mécanique

Laboratoire (facultatif) Structures intelligentes

Support pédagogique

Dossier numéro (à remplir par l'administration) :

Titre

RESISTANCE DES MATERIAUX

Cours destiné aux étudiants de

Licence (spécialité et niveau) : troisième année construction mécanique

Master (spécialité et niveau) : première année construction mécanique

Auteur : CHAMA Mourad
Co-auteur : NEHARI Taieb

Année : 2026

SOMMAIRE

Chapitre I :

Introduction à La Résistance Des Matériaux

I.1- Généralités	1
I.2- Les hypothèses de la résistance des matériaux	1
I.3- Convention de signe des axes	2
I.4- Action mécanique.....	3
I.4.1- Force	3
I.4.2 -Moment	4
I.5- Réactions d'appuis.....	5
I.5.1-Appui simple.....	5
I.5.2-Appui double (articulation).....	5
I.5.3-Encastrement.....	6

Chapitre II :

Traction & Compression

II.1- Généralités	7
II.2- Effort normal et contrainte normale	7
II.2.1- Effort normal	7
II.2.2- Contrainte normale	8
II.2.3-Courbe contrainte-déformation.....	9
II.3- Critère de résistance.....	10
II.4- Calcul de la déformation.....	12
II.4.1-Déformation longitudinale.....	12
II.4.2- Déformation transversale	13

II.5-Système hyperstatiques.....	13
Exercices.....	14

Chapitre III :

Caractéristiques Géométriques des Sections

III.1- Généralités.....	16
III.2- Centre de gravité	16
III.3-Moment statique.....	17
III.4- Moment d'inertie.....	18
III.4.1- Définition	18
III.4.2- Moment d'inertie polaire	19
III.4.3- Moment d'inertie centrifuge	20
III.5-Transformation des moments d'inertie.....	21
III.5.1 Translation d'axe le théorème d'huygens.....	21
III.5.2-Rotation d'axes	22
III.6- Moments d'inerties principales (cercle de Mohr).....	23
Exercices.....	25

Chapitre IV :

Torsion

VI.1- Généralités	27
VI .2-Contraintes et déformations	27
VI .3- Calcul de résistance à la torsion.....	30
Exercices.....	31

Chapitre V:

Flexion

V.1- Généralités	34
V.2- Contraintes normales en flexion	34
V.2.1-Cas d'une section ayant un axe de symétrie horizontal	36
V.2.2-Cas d'une section n'ayant pas un axe de symétrie horizontal	36
V.3- Contraintes tangentielles en flexion	37
V.4- Calcul de résistance	39
Exercices.....	39

Chapitre VI:

Cisaillement

VI.1- Généralités	41
VI.2- Déformation en cisaillement	41
VI.3- Condition de résistance	42
VI.3.1- Calcul au cisaillement	43
VI.3.2- Calcul de froissement.....	43
VI.3.3- Vérification à la traction compression	44
VI.4- Assemblage par plusieurs rivets et boulons	45
VI.4.1-Calcul au cisaillement	45
VI.4.2-Calcul de froissement.....	45
VI.4.3- Vérification à la traction compression	45
Exercices.....	46

Chapitre VII:

Flambement

VII.1- Généralités	48
VII.2- Force Critique	48

VII.3- Longueur effective : (condition de fixation).....	50
VII.4- Contrainte critique de flambement	50
VII.5- Calcul à la stabilité.....	52
Exercices.....	53

Références Bibliographiques

Liste des Symboles

S_x, S_y	Les moments statiques d'une section
X_G, Y_G	Coordonnées du centre de gravité
G	Centre de gravité
I_x, I_y	Moments d'inertie axiaux
I_{xy}	Moment d'inertie centrifuge
I_p	Moment d'inertie polaire
I_{max}	Moments d'inertie axiale maximale
I_{min}	Moments d'inertie axiale minimale
W_{max}	Module de résistance maximal
W_{min}	Module de résistance minimal
i_x, i_y	Rayons de giration
M_y, M_z	Moments de flexion dans une section
T_y, T_z	Efforts tranchants dans une section
N_x	Effort normal dans une section
σ_x	Contrainte normale selon la direction x
τ_{xy}, τ_{xz}	Contraintes tangentielles sur la facette de normale x
K	Coefficient de forme d'une section
σ_{Eq}	Contrainte normale équivalente
$[\sigma]$	Contrainte normale admissible
$[\tau]$	Contrainte tangentielle admissible
F	Flèche d'une poutre

φ	Déformation angulaire d'une poutre
y_n, z_n	Coordonnées de l'axe neutre
σ_{max}	Contrainte normale maximale
σ_{min}	Contrainte normale minimale
τ_{max}	Contrainte tangentielle maximale
τ_{min}	Contrainte tangentielle minimale
θ_p	Direction d'un plan principal
$v(x)$	Déformée dans un élément de structure due au flambement
E	Module de Young
P_c	Charge critique d'Euler
L_f	Longueur de flambement
σ_c	Contrainte critique d'Euler
σ_e	Limite d'élasticité
λ	L'élancement d'une barre
λ_c	L'élancement critique d'une barre

Chapitre I

Introduction à la résistance des matériaux

Chapitre I:

Introduction à La Résistance Des Matériaux

I.1- Généralités :

La résistance des matériaux (RDM) est l'une des branches de la mécanique appliquée adaptée à étudier le comportement des structures sous l'action de différentes charges extérieures agissant sur le système. Cette science a pour but d'étudier les méthodes d'ingénieurs employées pour le calcul de la capacité d'éléments de construction et des pièces sous l'action de ces charges qui leurs sont appliquées sans se déformer et aussi à présenter des critères de base pour des conditions de sécurité qui jouent un rôle dans la conception des structures.

I.2-Les hypothèses de la résistance des matériaux :

La résistance des matériaux est imposée par des hypothèses qui obéissent à un certain nombre mis en évidence la naissance et le développement de la résistance des matériaux, ces hypothèses sont les suivantes :

a- homogénéité et l'isotropie du matériau :

Un matériau qui possède les mêmes propriétés élastiques en tous points du corps est appelé homogène et un matériau qui possède les mêmes propriétés physiques et mécaniques dans toutes les directions en tous points du solide, est appelé matériau isotrope.

b- L'élasticité et la linéarité du matériau :

Dans le domaine élastique les contraintes et les déformations sont proportionnelles et qu'après déformation, l'élément revient à son état initial si l'équilibre élastique est stable quand on élimine l'action extérieure qui était à l'origine de cette déformation.

c- La petitesse des déformations :

La déformation due à charge est négligeable par rapport aux dimensions de la pièce et la configuration géométrique de ce dernier reste inchangeable.

d- Hypothèse des sections planes :

Les sections droites restent planes et normales à la fibre moyenne au cours de la déformation.

e- Hypothèse de Saint Venant :

Tous les efforts qui interviennent dans la théorie peuvent être schématisés par leur torseur résultant, cette hypothèse simplificatrice conduite à des solutions approchées qui permettent en général une bonne approximation du comportement des structures soumises à différents types de charges.

I.3- Convention de signe des axes

On utilise le système Cartésien pour toutes les structures. Cependant, pour les structures en arc, le système polaire s'avère plus pratique. Le premier ayant les axes OX, OY et OZ mutuellement perpendiculaire. Les sens positifs de ces axes obéissent à la règle de la main droite. Comme indiqué ci-dessous (Fig. I.1), on choisit les sens positifs de deux axes X et Y par exemple, le sens positif de l'axe Z est suivant la direction d'un vis tournant vers le haut ou le bas.

I.4-Action mécanique**I.4.1- Force**

On appelle force, l'action mécanique qui s'exerce sur un solide susceptible de créer un mouvement ou encore de créer une déformation. Une force est toujours appliquée en un point, elle est modélisable par l'ensemble d'un point et d'un vecteur : (\vec{F}) . L'intensité $\|\vec{F}\|$ se mesure en Newtons (N).

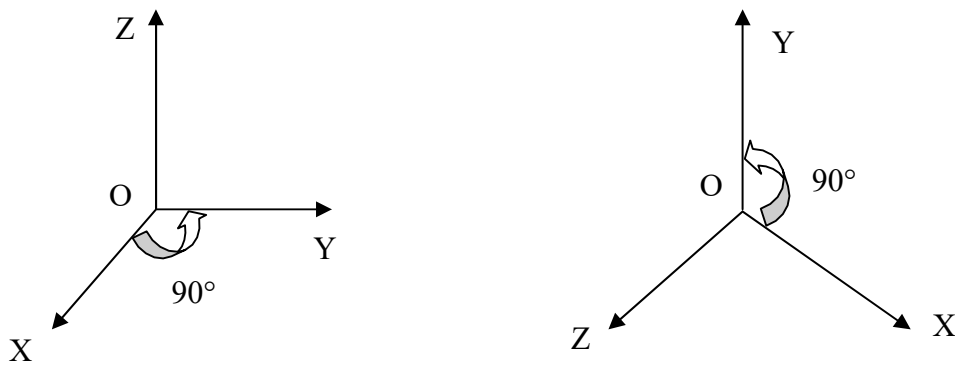


Fig. I.1- Convention de signe des axes

On appelle résultante de deux forces est la somme de deux forces et s'exprime par :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \tag{I.1}$$

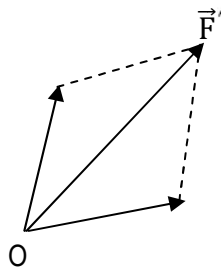


Fig. I.2-Résultante de deux forces

Dans la plus part des cas, on décompose une force F en deux composantes F_X et F_Y suivant deux axes perpendiculaires entre eux (voir Fig. I.3). A partir de cette figure on obtient :

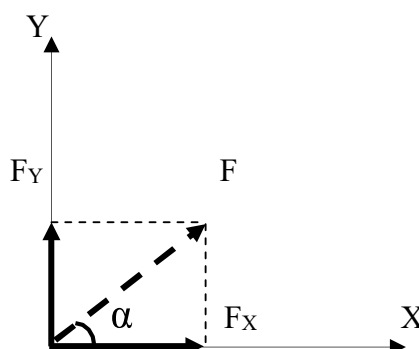


Fig. I.3- Composantes d'une force.

$$F_x = F \cos \alpha \quad ; \quad F_y = F \sin \alpha \quad (I.2)$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (I.3)$$

I.4.2-Moment

Le moment de F par rapport à l'axe OXY (Figure I.4) est un vecteur perpendiculaire au plan du solide, son sens dépend de la position de la force par rapport à l'axe X. Le moment est défini comme suivant:

$$M = F x_1 \quad (I.4)$$

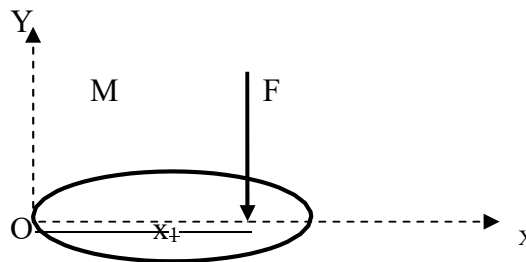


Fig. I.4- Schématisation d'un moment

I.5- Réaction d'appui

Une structure est reliée au monde extérieur par un certain nombre de liaisons. Ces liaisons dans le plan sont de 3 sortes :

I.5.1-Appui simple

Un appui simple sert à bloquer un seul déplacement qui se trouve en direction perpendiculaire à la droite joignant les points de contact. Soit une seule réaction d'appui (Fig. I.5).

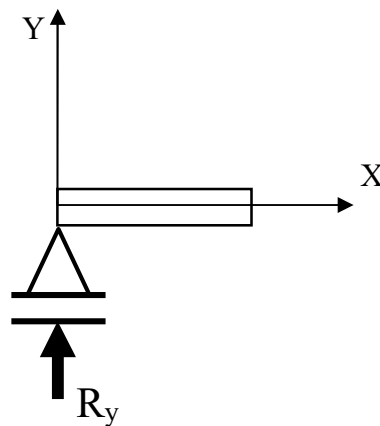


Fig. I.5- Appui simple

I.5.2-Appui double (articulation)

Cet appui autorise la rotation d'une extrémité de la poutre ou d'un des éléments constituant la structure. L'articulation introduit deux inconnues, par exemple les projections sur deux directions du plan moyen.

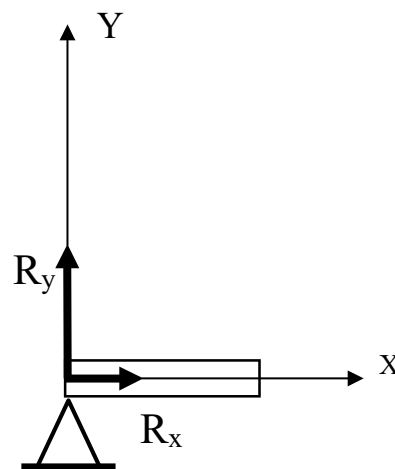


Fig. I.6 -Appui double

I.5.3-Encastrement

L'encastrement schématisé sur la Fig. I.7 interdit tout déplacement de la section droite de l'appui. Ce type d'appui introduit donc 3 inconnues, les deux projections de R sur deux axes du plan moyen et l'intensité du moment M qui est perpendiculaire au plan moyen.

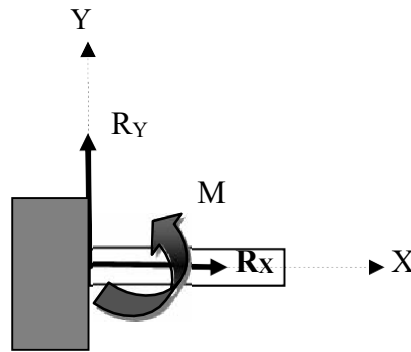


Fig. I.7- Encastrement

Chapitre II

TRACTION & COMPRESSION

Chapitre II: Traction & Compression

II.1- Généralités :

On dit qu'un solide est sollicité à la traction ou à la compression lorsqu'il est soumis à l'action de deux forces égales ou opposées coïncidant avec l'axe longitudinal de ce solide. Ces deux forces tendent à l'allonger s'il est sollicité à un effort de traction ou à se raccourcir s'il est soumis à un effort de compression.



Fig. II.1- un solide sollicité à la (a) traction & (b) compression

II.2- Effort normal et contrainte normale

Le calcul des contraintes développées et les déformations longitudinales constitue une étape essentielle dans l'analyse et la conception des structures formées d'éléments sollicités par des efforts axiaux.

II.2.1- Effort normal

L'effort normal de compression ou de traction est un effort intérieur. Il est déterminé par la méthode des sections. Sa valeur dans une section droite quelconque d'une barre est

égale à la somme algébrique de tous les efforts longitudinaux. Dans le cas de la traction l'effort est pris positif. Il est pris négatif dans le cas de la compression

$$N_x = \pm \sum P \pm \int_x q_x dx \tag{II.1}$$

q_x : effort longitudinale répartie

P: effort normale

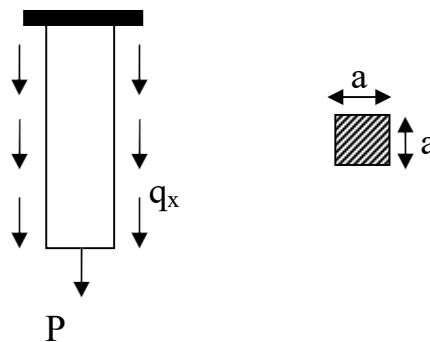


Fig. II.2- Un solide sollicité par un effort normal de traction (P) plus une charge longitudinal reparti q_x

II.2.2- Contrainte normale

Soit une barre de section rectangulaire et de longueur L soumise à un effort de traction P, La valeur de la contrainte normale dans une section droite est égale à:

$$\sigma = \frac{N_x}{S} \tag{II.2}$$

N_x : effort normal de traction ou compression dans la barre

S : l'air de la section droite de la barre

La loi de Hooke:

$$\sigma = E.\varepsilon \tag{II.3}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \tag{II.4}$$

ε : La déformation relative longitudinale

E : module de Young ou module d'élasticité longitudinal (MPa)

L : longueur initial avant déformation

ΔL : Allongement

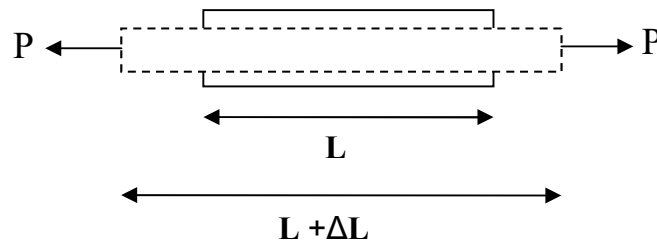


Fig. II.3- un solide avant et après déformation sollicité par un effort de traction P

II.2.3-Courbe contrainte -déformation

L'étude des propriétés mécaniques des matériaux s'effectue sur des éprouvettes dont on mesure les variations des dimensions sous l'action d'une sollicitation. L'essai le plus simple et le plus pratiqué est l'essai de traction. La Fig. II.4 présente l'allure typique de la courbe expérimentale $\sigma = f(\varepsilon)$.

- La droite OA et rectiligne, qui définit le domaine linéaire du matériau où la contrainte σ est proportionnelle à la déformation ε . A partir du point A débuté le domaine des déformations non linéaire mais le phénomène reste toujours réversible.
- Le point B correspond à la contrainte limite d'élasticité c'est à dire à partir duquel tout chargement supplémentaire et déchargement résulte en déformations résiduelles.
- Entre B et C, l'éprouvette s'allonge sous un effort sensiblement constant. Le palier BC est la zone d'étirement (écoulement).
- La zone CD est la zone de raffermissement (durcissement) ou d'écrouissage. Le sommet D de la courbe correspond à la contrainte de la limite de résistance, l'allongement ne se répartit

plus sur la longueur de l'éprouvette, mais se concentre au voisinage d'une section droite dont l'aire diminue rapidement jusqu'à ce que se produise la rupture au point E.

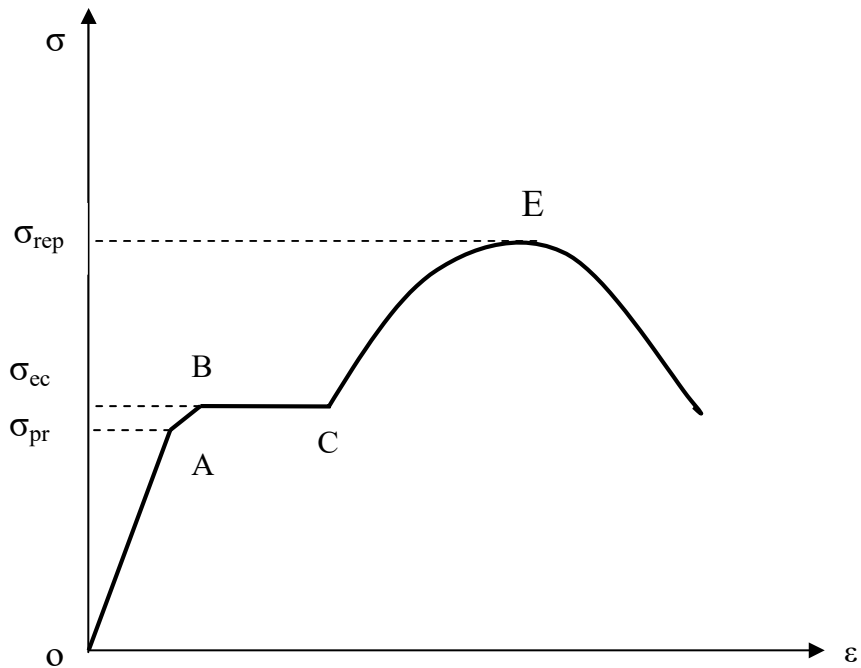


Fig. II.4- Courbe contrainte -déformation.

σ_{pr} : Contrainte de proportionnalité

σ_{cc} : Limite d'écoulement

σ_{rep} : Contrainte de rupture

II.3- Critère de résistance

Soit une barre rectangulaire de longueur L soumise à un effort de traction P ou de compression, La valeur de la contrainte normale est prise toujours maximale pour la vérification à la résistance et le dimensionnement de la pièce étudié et sa dans la section dangereuse droite qui est égale à :

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{S} \leq [\sigma] \tag{II.5}$$

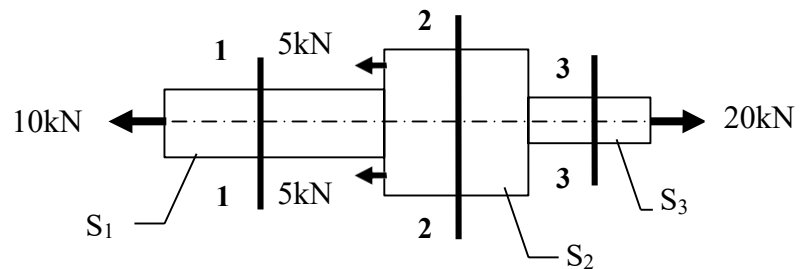
$[\sigma]^-$: Contrainte admissible de compression

$[\sigma]^+$: Contrainte admissible de traction

• Exemple d'application

Vérifier la résistance de la barre métallique schématisée par la figure ci-dessous, sachant que

$[\sigma]=20 \text{ kN/cm}^2$.



$S_1=2.5\text{cm}^2, S_2=4\text{cm}^2, S_3=2\text{cm}^2$

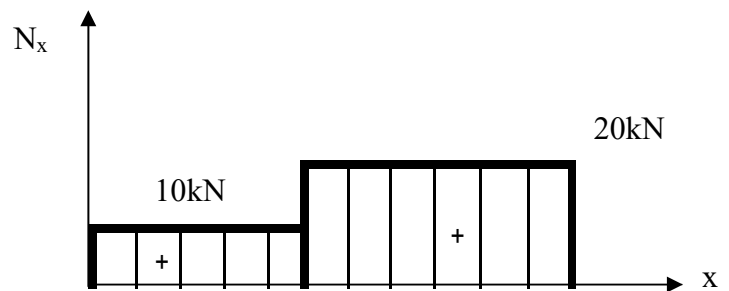
Solution:

Section 1-1

$N_1=10\text{kN}$

$\sigma=N_1/S_1$

$\sigma=10\text{kN}/2.5\text{cm}^2 \rightarrow \sigma=40\text{MPa}$



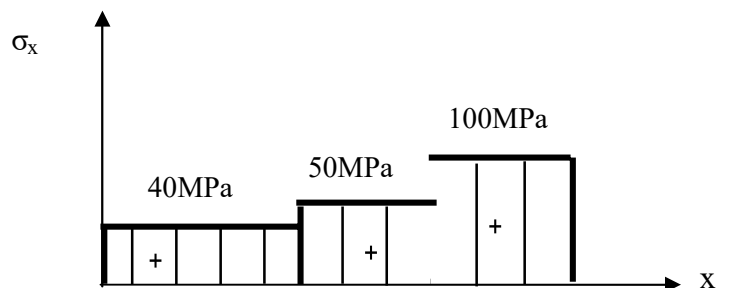
- diagramme de l'effort normal N_x

Section 2-2

$N_2=10\text{kN}+10\text{kN}=20\text{kN}$

$\sigma=N_2/S_2$

$\sigma=20\text{kN}/4\text{cm}^2 \rightarrow \sigma=50\text{MPa}$



- diagramme de la contrainte normal σ_x

Section 3-3

$N_3=20\text{kN}$

$\sigma=N_3/S_3$

$\sigma=20\text{kN}/2\text{cm}^2 \rightarrow \sigma=100\text{MPa}$

II.4- Calcul de La déformation

Soit un solide sollicité à la traction ou compression lorsqu'il est soumis à l'action de deux forces égales ou opposées. Ces deux forces tendent à l'allonger si il est sollicité a un effort de traction ou à ce raccourcir si il est soumis à un effort de compression. On distingue deux types de déformation la première est une déformation longitudinale et la deuxième est transversales

II.4.1-déformations longitudinale

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} ; \quad \sigma = \frac{N}{S} ; \quad \sigma = \epsilon \cdot E \Rightarrow \sigma = \left(\frac{\Delta L}{L}\right) E \tag{II.6}$$

$$\Delta L = \frac{NL}{E S} \tag{II.7}$$

La rigidité longitudinale ou l'aptitude d'un élément à se déformer longitudinalement dépend donc des caractéristiques mécaniques et géométriques de l'élément. Pour une barre composée d'une section variable, la déformation totale est donnée par :

$$\Delta L = \int_L^0 \frac{N dx}{E S} \tag{II.8}$$

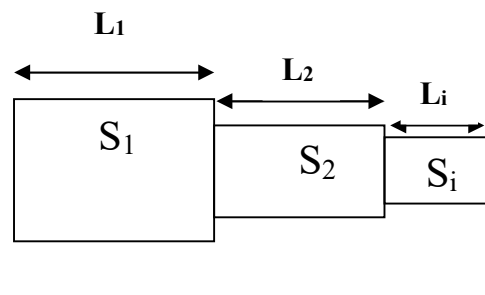


Fig. II.5- Présentation d'un solide de section variable et sollicité Par un effort de compression P

II.4.2- déformations transversales

La traction et la compression s'accompagnent d'une modification des sections transversales de la barre. Les déformations transversales absolues de la barre sont (Δa) et (Δb)

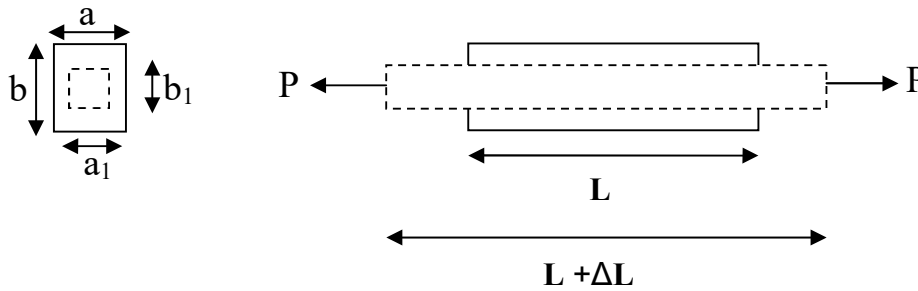


Fig II.6-Déformation transversale d'un solide sollicité par un effort de traction P

$$\Delta b = b - b_1$$

$$\Delta a = a - a_1$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{\Delta a}{a} \tag{II.9}$$

$\bar{\epsilon}$: la déformation transversale d'un solide

$$\mu = \frac{\bar{\epsilon}}{\epsilon} \tag{II.10}$$

μ : est appelé coefficient de poisson

$$\bar{\epsilon} = \mu \epsilon = -\mu(\sigma/E) \tag{II.11}$$

II.5-Système Hyperstatique

On appelle structures hyperstatiques les structures pour lesquelles les efforts qui sollicitent leurs éléments ne peuvent pas être déterminés à l'aide des équations statiques. La résolution de ces systèmes s'effectue en considérant les aspects décrits ci-dessous :

1/ Aspect statique : écrire les équations d'équilibre des barres sectionnées.

2/ Aspect géométrique: établir le rapport entre les déformations à partir de la compatibilité géométrique.

3/ Résolution du système d'équations

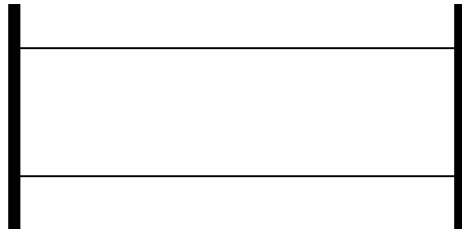
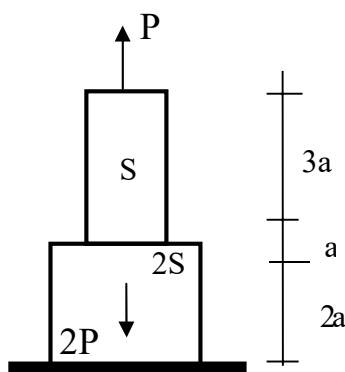


Fig II.7-Présentation d'une poutre hyperstatique doublement encastrée

Exercices

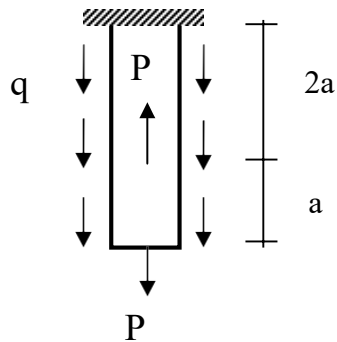
Exercice N°1

Construire le diagramme de l'effort longitudinal N_z de la contrainte σ_z et du déplacement de section δ_z pour la barre représentée dans la figure si dessus



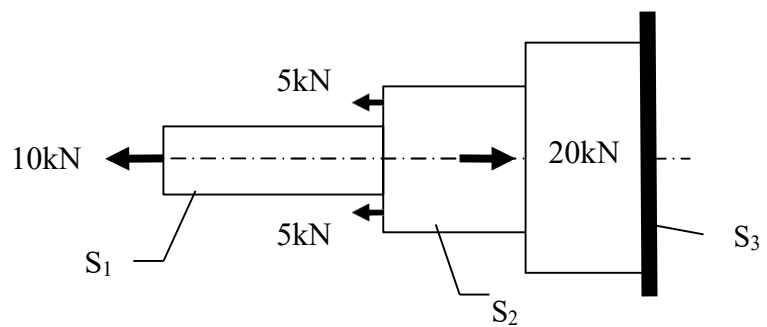
Exercice N°2

Construire le diagramme de l'effort longitudinal N_z pour la barre soumise à des forces extérieures comme l'indique la figure suivante avec $P = 40\text{KN}$, $q = 20\text{KN/m}$



Exercice N°3

Construire le diagramme de l'effort longitudinal N_z et de la contrainte σ_z pour la barre représentée sur la figure suivante :

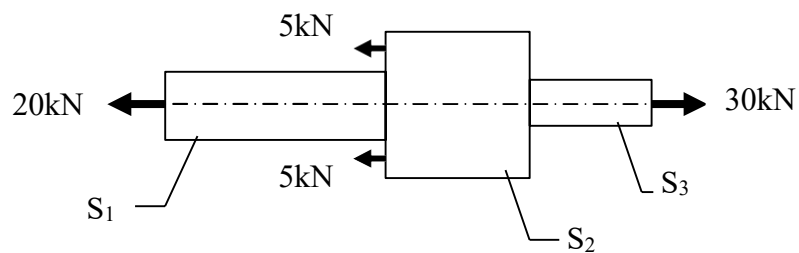


$S_1=2.5\text{cm}^2, S_2=4\text{cm}^2, S_3=2\text{cm}^2$

Exercice N°4

Vérifier la résistance de la barre métallique schématisée par la figure ci-dessous, sachant que

$[\sigma]=40 \text{ kN/cm}^2$.



$S_1=2.5\text{cm}^2, S_2=4\text{cm}^2, S_3=2\text{cm}^2$

Chapitre III

Caractéristiques Géométriques des Sections

Chapitre III:

Caractéristiques Géométriques des Sections

III.1- Généralités :

La forme et les dimensions d'une section droite d'une poutre jouent un rôle prépondérant sur le comportement aux différentes sollicitations de torsion ou de flexion. Nous allons nous intéresser dans ce chapitre aux caractéristiques suivantes :

- Centre de gravité ;
- Moment statique par rapport à une droite ;
- Moment quadratique d'une section par rapport à une droite ;
- Moment d'inertie principale ;
- Moment de résistance.

III.2- Centre de gravité

On appelle centre de gravité d'une section le point à travers lequel si on applique une force, elle résulte en une pression uniforme sur toute la section.

Les coordonnées du centre de gravité sont données par :

$$X_G = \frac{1}{S} \iint_S x \, ds \quad (\text{III.1})$$

$$Y_G = \frac{1}{S} \iint_S y \, ds \quad (\text{III.2})$$

$$Y_G = \frac{\sum y_i S_i}{\sum S_i} \quad (\text{III.3})$$

$$X_G = \frac{\sum x_i s_i}{\sum s_i} \tag{III.4}$$

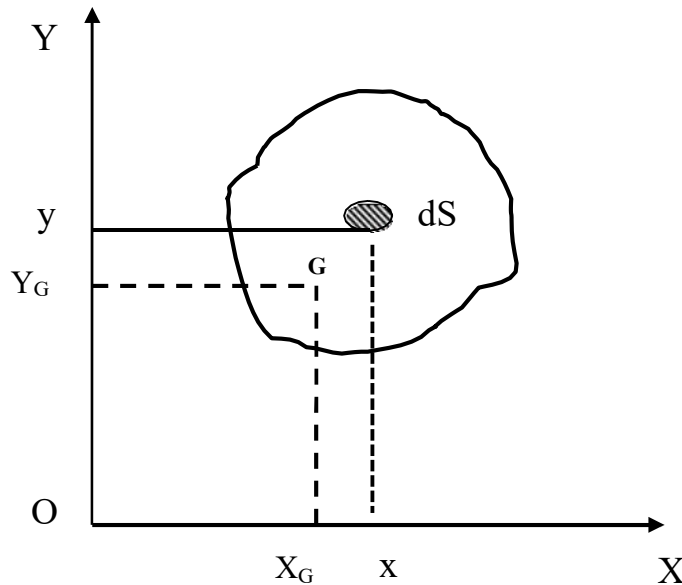


Fig. III.1- Translation des axes

III.3- Moment statique

On considère l'aire d'une section (S) dans le plan défini par le système d'axe XOY (Fig. III.1).

On appelle les moments statiques de l'aire (S) par rapport aux axes OX et OY les quantités :

$$S_y = \iint_S x \, ds \tag{III.5}$$

$$S_x = \iint_S y \, ds \tag{III.6}$$

Par analogie avec le moment d'une force par rapport à un axe quelconque, le moment statique de l'aire d'une section par rapport à un axe situé dans son plan est égal au produit de la surface de la section par la distance de son centre de gravité à l'axe considéré.

$$S_y = S \cdot X_G \tag{III.7}$$

$$S_x = S \cdot Y_G \tag{III.8}$$

Pour les surfaces complexes discrétisées en n aires simples, les moments statiques par rapport aux axes Oy et Ox seront respectivement égaux à :

$$S_y = \sum_{i=1}^n s_i X_i \tag{III.9}$$

$$S_x = \sum_{i=1}^n s_i Y_i \tag{III.10}$$

III.4- Moment d'inertie

III.4.1- Définition

On définit le moment d'inertie ou moment quadratique d'une section comme le degré de résistance de cette section aux efforts extérieurs appliqués, en tenant compte de la forme de cette section. Ainsi, les moments d'inertie d'une surface (S) quelconque par rapport à OY et OX sont les suivants :

$$I_y = \iint_s x^2 ds \tag{III.11}$$

$$I_x = \iint_s y^2 ds \tag{III.12}$$

III.4.2- Moment d'inertie polaire

Le moment d'inertie polaire d'une section par rapport à tout point de cette section est égal à la somme des moments d'inertie par rapport à deux axes perpendiculaires passant par ce point.

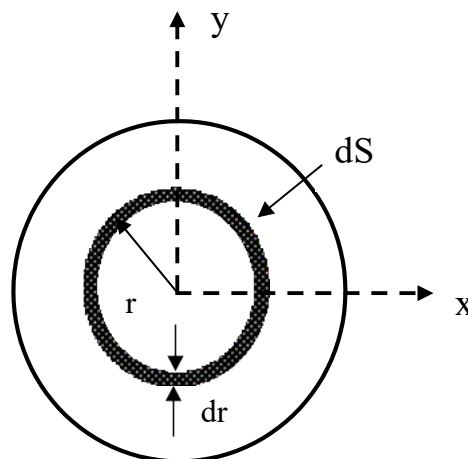


Fig. III.2- Représentation descriptive d'une section circulaire

$$I_p = \iint_s r^2 ds \quad (\text{III.13})$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (\text{III.14})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_p = \iint_s (x^2 + y^2) ds \end{array} \right. \quad (\text{III.15})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_p = \iint_s x^2 ds + \iint_s y^2 ds \end{array} \right.$$

$$I_p = I_x + I_y \quad (\text{III.16})$$

III.4.3- moment d'inertie centrifuge

On appelle moment d'inertie centrifuge, l'intégrale des produits des aires élémentaires par leurs distances comptées à partir des axes de coordonnées x , y le moment produit I_{xy} peut être positif, négatif ou nul.

$$I_{xy} = \iint_s xy ds \quad (\text{III.17})$$

III.5- Transformation des moments d'inertie

III.5.1 Translation d'axes le théorème d'Huygens

Le moment d'inertie d'une surface par rapport à un axe quelconque est égal au moment d'inertie de cette surface par rapport à l'axe parallèle passant par le centre de gravité augmenté du produit de l'aire par le carré de la distance mutuelle des deux axes.

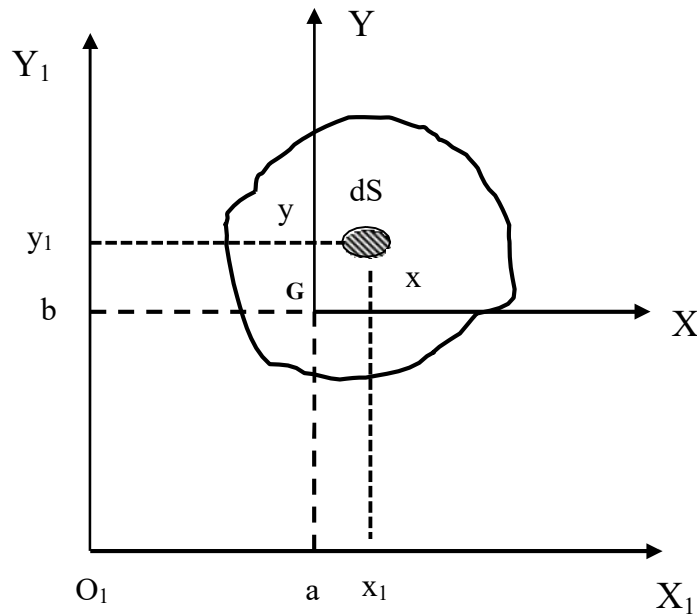


Fig III.3- Moment d'inertie d'une section et translation des axes.

Les formules définies ci-dessous permettent la détermination des moments d'inertie par rapport à des axes X1, Y1 parallèles à des axes centraux X, Y dont les moments sont supposés connus.

- les moments par rapport à X, Y

$$I_y = \iint_s x^2 ds \quad I_x = \iint_s y^2 ds \quad I_{xy} = \iint_s xy ds \quad (III.18)$$

- les moments par rapport à Y1, Z1

$$I_{y1} = \iint_s x_1^2 ds \quad I_{x1} = \iint_s y_1^2 ds \quad I_{x1y1} = \iint_s x_1 y_1 ds \quad (III.19)$$

Translation d'axes : $y_1 = y + b$ $x_1 = x + a$

$$I_{y1} = \iint_s (x + a)^2 ds \Rightarrow I_{y1} = \iint_s (x^2 + 2ax + a^2) ds \quad (III.20)$$

$$\iint_s a^2 ds = a^2 \cdot S \tag{III.21}$$

$$\iint_s 2ax ds = 0 \quad ; \quad \iint_s x^2 ds = I_x \tag{III.22}$$

donc en conclue que:

$$I_{y_1} = I_y + a^2 \cdot S \tag{III.23}$$

On aurait de même:

$$I_{x_1} = I_x + b^2 \cdot S \tag{III.24}$$

$$I_{x_1 y_1} = I_{xy} + a \cdot b \cdot S \tag{III.25}$$

III.5.2-Rotation d'axes

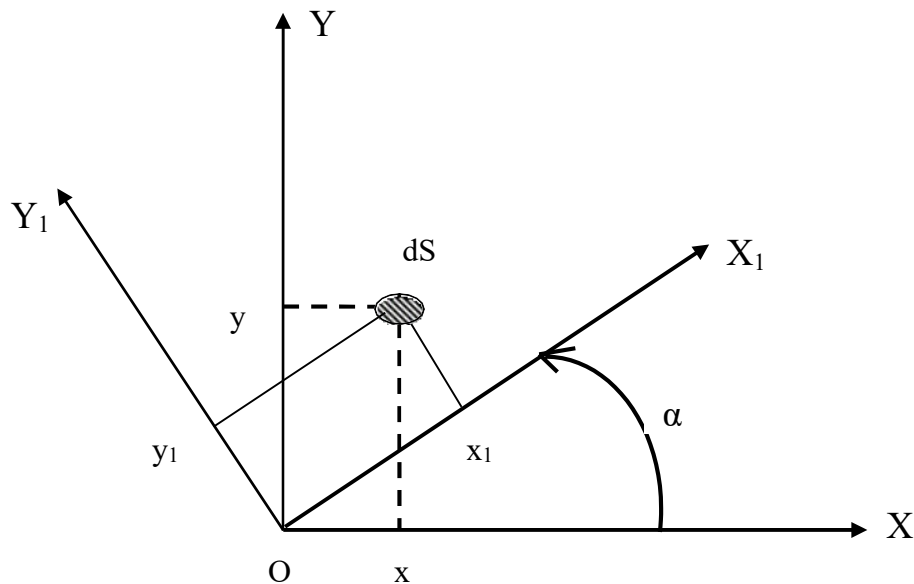


Fig. III.4- Moment d'inertie d'une section et rotation des axes

Les moments et produits d'inertie sont supposés connus dans le système d'axes OXY. Les moments et produits d'inertie par rapport au système d'axes OX₁Y₁ obtenu par une rotation alpha

des axes initiaux sont donnés par:

$$I_{x_1} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha - I_{xy} \sin 2\alpha \quad (\text{III.26})$$

$$I_{y_1} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha + I_{xy} \sin 2\alpha \quad (\text{III.27})$$

$$I_{x_1 y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha \quad (\text{III.28})$$

$$I_x + I_y = I_{x_1} + I_{y_1} \quad (\text{III.29})$$

$$I_p = I_{p_1} \quad (\text{III.30})$$

III.6- Moments d'inertie principaux

Les équations de transformations expriment les variations des moments d'inertie en fonction de l'angle de rotation α . le moment d'inertie centrifuge $I_{YZ} = 0$ en détermine Les valeurs maximales et minimales moment d'inertie I_1 et I_2 .

On obtient ainsi :

$$\text{tg}2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \quad (\text{III.31})$$

Pour déterminer (I_{\max}) et (I_{\min}), on peut utiliser le cercle de Mohr. Pour tracer le cercle de Mohr, on suit les étapes suivantes:

- 1- tracer un repère orthogonal et orthonormé (O, IQ, IQR)
- 2- placer les points A(I_x, I_{xy}) et B($I_y, -I_{xy}$) dans ce repère
- 3- déduire le point C, point d'intersection de la droite AB et l'axe des abscisses
- 4- déduire du cercle de **Mohr** I_1 et I_2 :

$$I_{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} \quad (\text{III.32})$$

$$I_{\min} = \frac{I_x + I_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} \quad (\text{III.33})$$

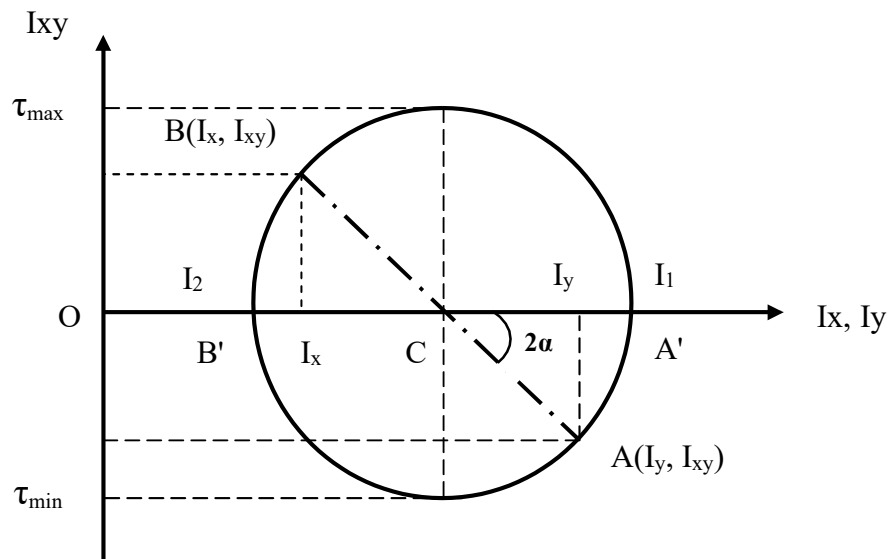


Fig. III.5- Cercle de Mohr

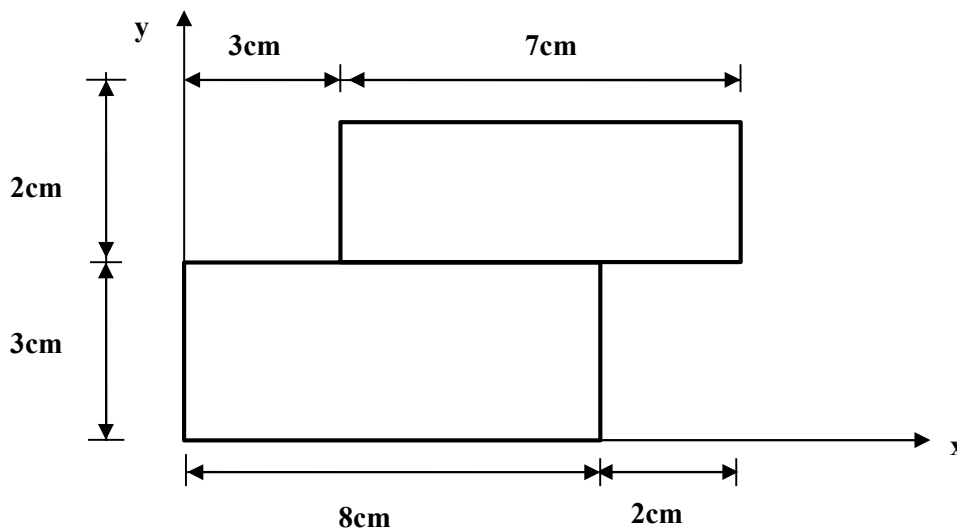
Exercices

Exercice N°1

Soit la section représentée ci-dessous. Calculer :

1-le centre de gravité de la section .

2-le moment statique de la section

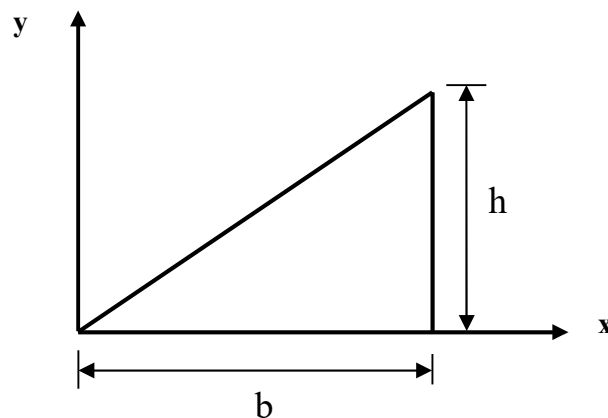


Exercice N°2

Soit la section représentée ci-dessous. Calculer :

1-le centre de gravité de la section .

2-le moment statique de la section

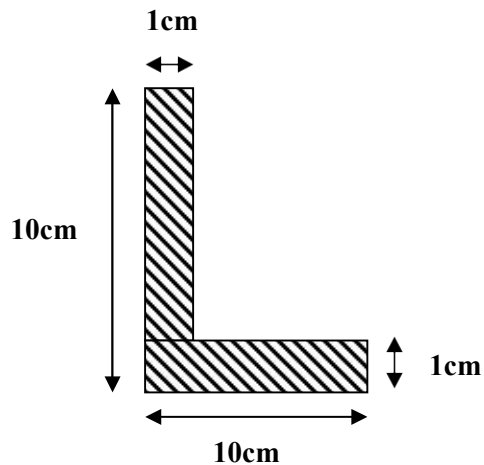


Exercice N°3

Soit la section en forme de L représentée ci-dessous

1- Déterminer les moments d'inertie principaux

2- Déterminer les moments d'inertie centraux



Exercice N°4

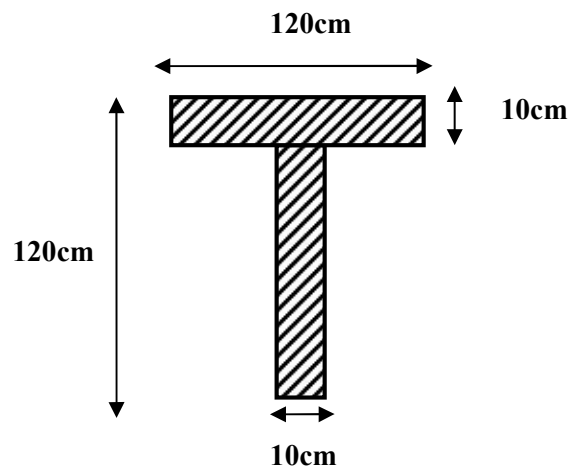
Soit la section en forme de L représentée ci-dessous

1-le centre de gravité de la section .

2-le moment statique de la section

3- Déterminer les moments d'inertie principaux

4- Déterminer les moments d'inertie centraux



Chapitre Iv

torsion

Chapitre IV:

Torsion

VI.1- Généralités :

Une poutre droite est sollicitée en torsion chaque fois que les actions aux extrémités (A et B) se réduisent à deux couples M et $-M$ égaux et opposés par rapport à son axe longitudinale . Ce type de sollicitation est très répandu dans les structures de mécanique et surtout au niveau des arbres entraînés par les moteurs.

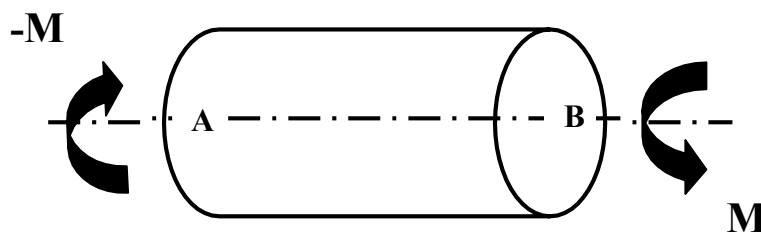


Fig IV.1- Une poutre droite sollicitée en torsion aux extrémités(A et B) deux couples M et $-M$ égaux et opposés

VI.2-Contraintes et déformations

Lorsqu'une poutre est soumise à un moment de torsion on constate qu'une section quelconque tourne dans son plan d'un angle proportionnel à son abscisse. Si l'angle de rotation est petit, alors la longueur de la barre et le rayon de la section restent inchangé.

On appelle $d\varphi$ l'angle de rotation entre les deux sections droites. La distorsion qui en découle sur une surface cylindrique quelconque est représentée sur la figure 2. C'est une quantité locale dépendant du point dans la section.

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{bb'}{ab} \tag{IV.1}$$

$$bb' = r d \varphi \quad \text{et} \quad ab = dx \tag{IV.2}$$

$d\varphi/dx$: est la rotation relative

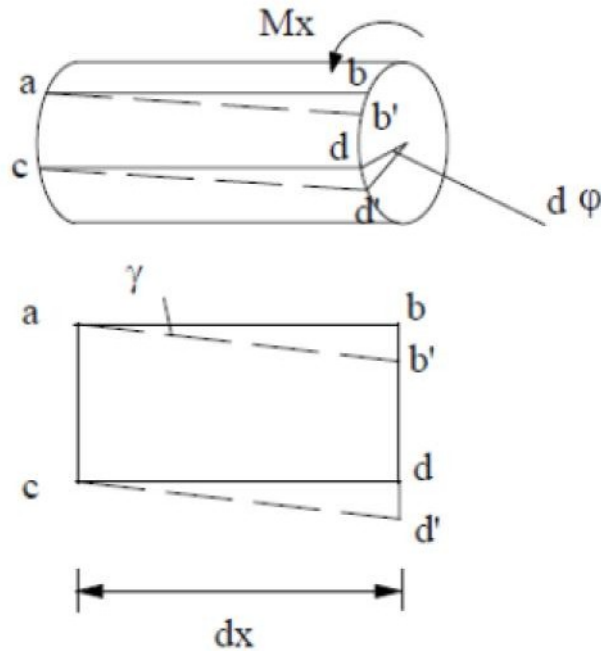


Fig IV.2 -Isolement d'un disque de longueur dx [9]

γ est l'analogie pour la torsion de la déformation ϵ pour la traction. C'est une grandeur sans unité que l'on appelle soit distorsion soit déformation de cisaillement

En reprenant la figure IV.2, et comme on travaille sous l'hypothèse des petites perturbation (HPP), on peut alors aisément calculer la valeur de γ qui est petite. Au premier ordre, on a donc :

$$\tan \gamma \approx \gamma \tag{IV.3}$$

qui traduit une relation locale entre déformation et rotation. On introduit alors la grandeur :

$$\gamma = r \left(\frac{d\varphi}{dx} \right) \tag{IV.4}$$

appelée angle unitaire de torsion qui est une grandeur globale ne dépendant que de x. Ainsi on a :

$$\tau = G \gamma \tag{IV.3}$$

$$\tau = G r \left(\frac{d\phi}{dx} \right) \tag{IV.4}$$

La relation entre le moment de torsion et l'angle ϕ peut être obtenue sachant que les contraintes tangentielles τ réparties sur la section sont statiquement équivalentes à un couple égal et opposé au couple de torsion M_x :

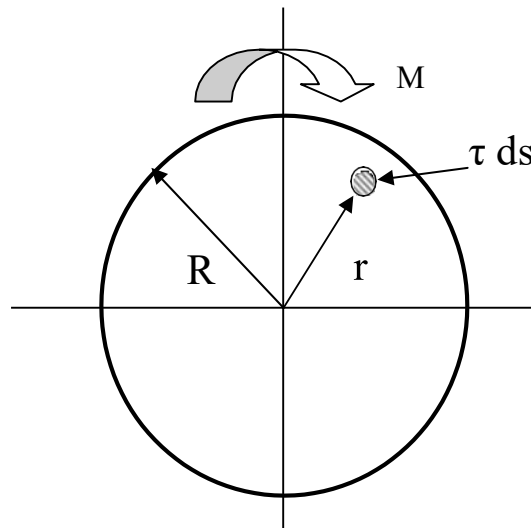


Fig IV.4-Element de surface ds en coordonnées polaires

$$M_x = \int_s \tau r ds \tag{IV.5}$$

$$M_x = \int_s G r^2 \left(\frac{d\phi}{dx} \right) ds \tag{IV.6}$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{M}{G.I_p} \tag{IV.7}$$

La quantité $G I_p$ est la rigidité à la torsion

l'expression du moment quadratique polaire:

$$I_{\bar{p}} = \int r^2 ds$$

(IV.8)

En remplaçant $(d\phi/dx)$ par sa valeur dans l'expression (IV.4), on obtient:

$$\tau = \frac{M_x r}{I_p} \quad (IV.9)$$

Cette dernière expression permet de calculer la valeur de la contrainte en fonction du moment de torsion et du moment quadratique de la section par rapport à (G, \vec{x}) . En particulier, la contrainte tangentielle maximale dans une section droite est obtenue pour $r = R$, soit:

$$\text{Pour } r = R \quad \tau_{\max} = \frac{M_x R}{I_p} \quad (IV.10)$$

$$W_p = \frac{I_p}{R} \quad (IV.11)$$

W_p : est appelée module de torsion

L'angle de rotation d'une poutre de longueur L peut être obtenue de l'expression (IV.7)

$$\phi = \int_0^L \frac{M_x}{GI_p} dx \quad (IV.12)$$

$$\phi = \frac{M_x L}{GI_p} \quad (IV.13)$$

VI.3- Calcul de résistance a la torsion

lors du calcul des barres à la torsion, on vérifie deux conditions:

$$\tau_{\max} = \frac{M_x R}{I_p} \leq [\tau] \quad (IV.14)$$

$$\phi = \frac{M_x L}{GI_p} \leq [\phi] \quad (IV.15)$$

$[\tau]$: Contrainte de cisaillement admissible

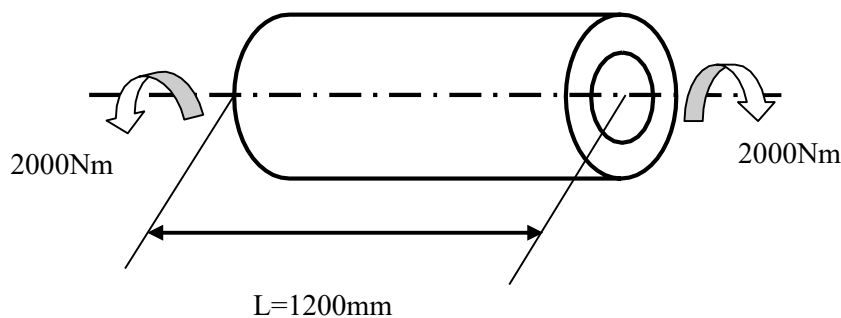
$[\varphi]$: Angle de rotation admissible

Exercices

Exercice n°1

Un cylindre est sollicité par un couple de torsion de 2000 mN, le diamètre extérieur D et de diamètre intérieur d , de longueur $L=120\text{cm}$. l'angle de torsion total est de $20^\circ \pm 0.5^\circ$. La contrainte maximale admissible en torsion est de 400 MPa. Le module de COULOMB du matériau vaut 80 GPa.

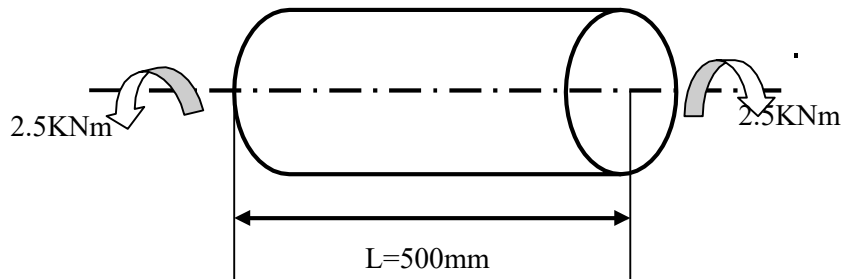
- 1) Calculer la distorsion angulaire maximum en radians en appliquant la loi de HOOKE.
- 2) En déduire le diamètre extérieur D en mm .
- 3) Quel est alors le diamètre intérieur d en mm .
- 4) calculer la contrainte maximum de torsion en MPa et l'angle de torsion des sections extrêmes (en $^\circ$).



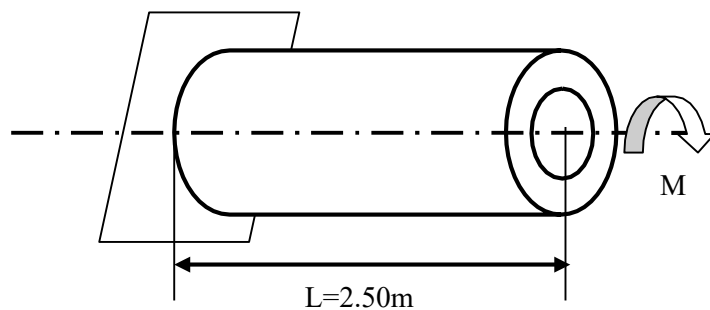
Exercice n°2

Un cylindre est soumis à un couple de torsion $M = 2.5 \text{ kNm}$. Le module de COULOMB du matériau vaut 78 GPa et de diamètre $D=50\text{mm}$ Calculez:

- a) la contrainte tangentielle maximum dans le cylindre.
- b) la distorsion des génératrices en rd et en $^\circ$.
- c) l'angle de rotation des sections extrêmes en rd et en $^\circ$.

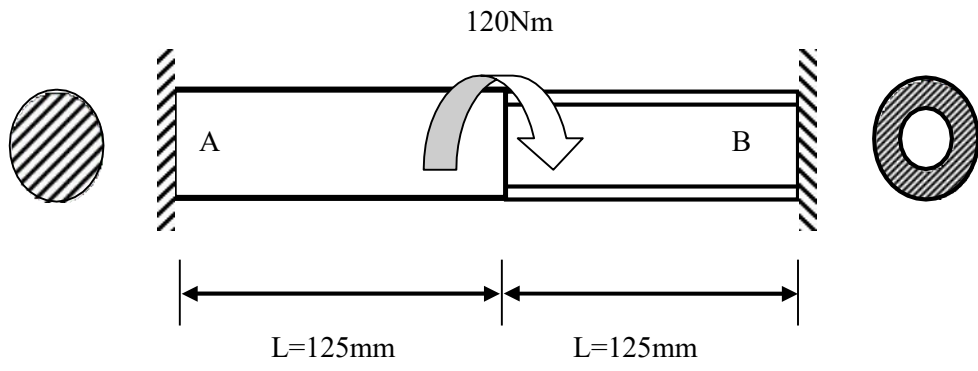
**Exercice n°3**

- a) Calculez le couple M qui provoque une rotation des sections extrêmes du tube de 2° sachant que $G = 27\text{ GPa}$. En déduire la contrainte tangentielle maximum.
- b) Calculez, pour un cylindre de même poids que le tube et qui supporte le même couple, l'angle de rotation des sections extrêmes et la contrainte tangentielle maximum.
- le diamètre extérieur $D=100\text{mm}$ et de diamètre intérieur $d=80\text{mm}$

**Exercice n°4**

Le diamètre extérieur vaut 20 mm , le diamètre intérieur 16 mm . La barre AB est encastree en A et B.

- Calculez les moments d'encastrement en A et B.



Chapitre v

flexion

Chapitre V:

Flexion

V.1- Généralités :

Une poutre droite est sollicitée à la flexion lorsque les forces qui lui sont appliquées tendent à faire varier sa courbure. La déformation résultante de ce genre de sollicitation est connue sous le nom de la flèche. Lorsque l'effort tranchant n'est pas nul, en ce cas la sollicitation est dite flexion simple.

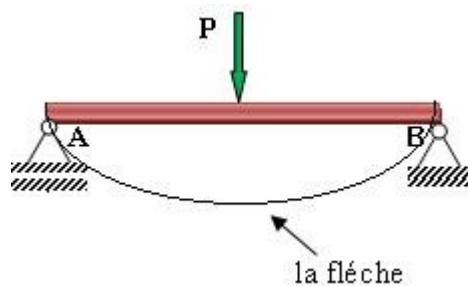


Fig V.1- Courbure d'une poutre sollicitée à la flexion

V.2- Contraintes normales en flexion

Des contraintes normales se développent dans les sections transversales d'une poutre soumise à un moment fléchissant. Dans la zone comprimée en (haut) les fibres se raccourcissent tandis que dans la zone de traction elles s'allongent.

$$dx = R \, d\theta \quad ; \quad \varepsilon = y/R \tag{V.1}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \tag{V.2}$$

$$\sigma = \frac{E y}{R} \tag{V.3}$$

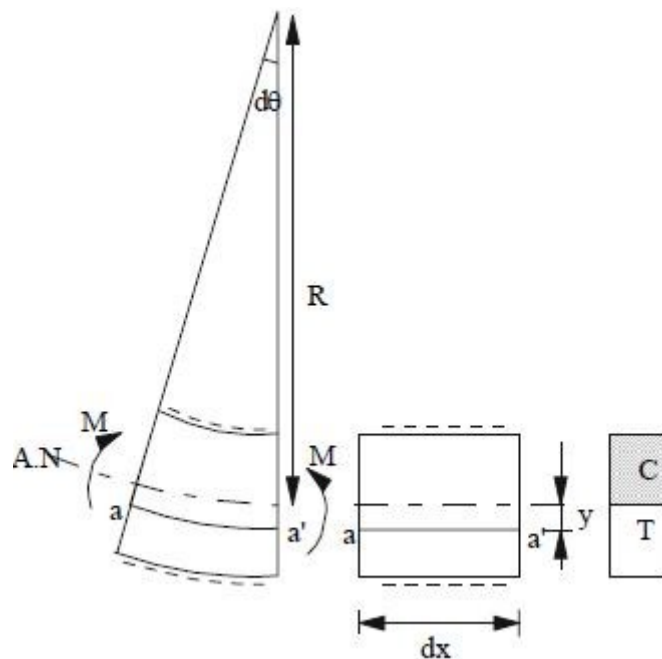


Fig V.2 - Élément de poutre isolé non chargé[9].

La condition d'équilibre qui lie les contraintes et les efforts internes dans la section transversale d'une poutre est :

$$\iint_s \sigma y ds = M \tag{V.4}$$

En Introduisant la valeur de σ de l'équation (V.3) dans l'expression (V.4) on obtient:

$$M = \frac{E}{R} \iint_s y^2 ds \tag{V.5}$$

$$R_s$$

$$M = \frac{E I_z}{R} \tag{V.6}$$

En introduisant l'équation (V.3) dans (V.6), la contrainte normale en tout point de la section de la poutre distante de y de l'axe x a pour valeur:

$$\sigma = \frac{M y}{I_z} \tag{V.7}$$

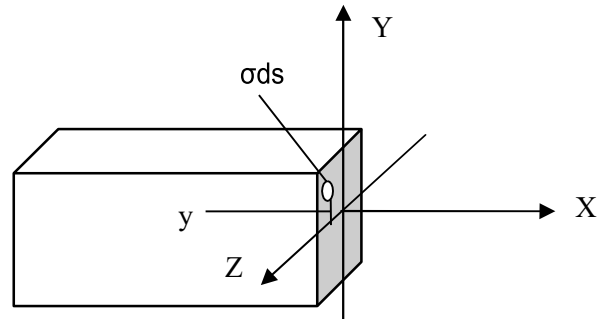


Fig V.3 - Présentation de la contrainte dans une section d'une poutre

V.2.1-Cas d'une section ayant un axe de symétrie horizontal

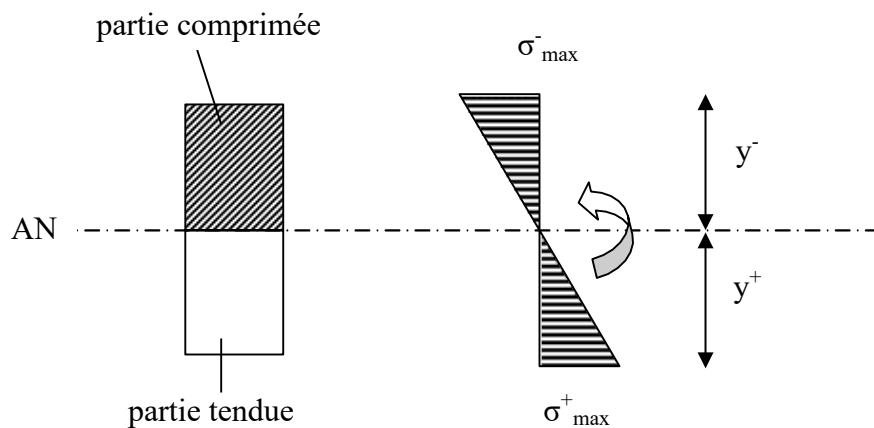


Fig V.4- Présentation de la contrainte dans une section droite d'une poutre ayant un axe de symétrie horizontal

$$y_{\max}^- = y_{\max}^+ \tag{V.8}$$

$$|\sigma_{\max}^-| = |\sigma_{\max}^+| = \sigma_{\max} = \frac{M y_{\max}}{I} \tag{V.9}$$

x

σ_{\max} : la contrainte normale maximale

$$W_y = \frac{I_x}{Y} = \frac{I_x}{h \varrho} \tag{V.10}$$

max

W_y : Module de résistance

V.2.2- Cas d'une section n'ayant pas un axe de symétrie horizontal

$$y_{\max}^- \neq y_{\max}^+ \tag{V.11}$$

$$|\sigma_{\max}^-| = \frac{M y_{\max}^-}{I_x} \tag{V.12}$$

$$|\sigma_{\max}^+| = \frac{M y_{\max}^+}{I_x} \tag{V.13}$$

σ_{\max} : la contrainte normale maximale

$$W_y = \frac{I_x}{Y_{\max}} \tag{V.14}$$

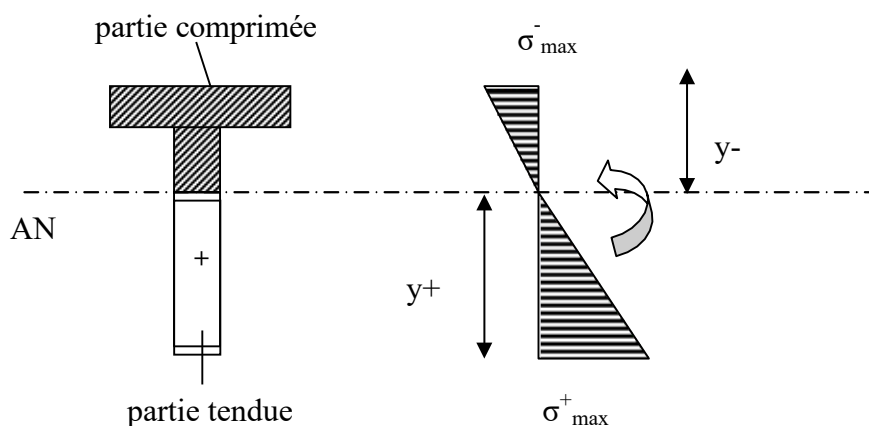


Fig V.5- Présentation de la contrainte dans une section d'une poutre n'ayant pas un axe de symétrie horizontal

V.3- Contraintes tangentielles en flexion

Quand une poutre est soumise à l'action simultanée d'un moment fléchissant et d'un effort tranchant, des contraintes tangentielles apparaissent aussi au niveau des sections droites. Aux contraintes tangentielles d'un élément unitaire FigV.6 sont associées des contraintes

tangentielles égales sur les facettes horizontales (réciprocité des contraintes tangentielles).

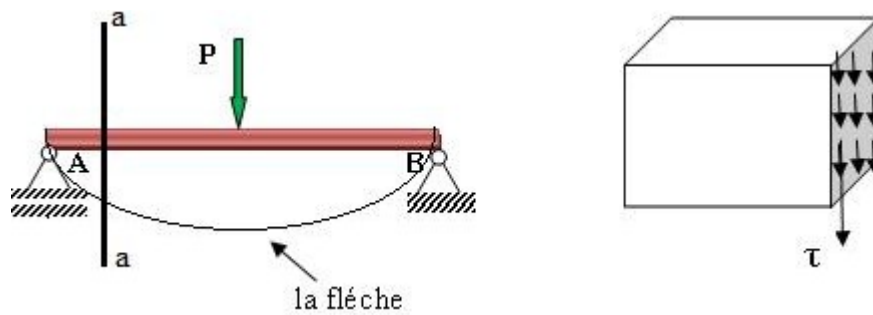


Fig V.6 - Présentation de la contrainte tangentielle dans une section d'une poutre

Soit un tronçon de poutre de longueur dx soumis à un effort tranchant T et un moment fléchissant variant de M à $M+dM$.

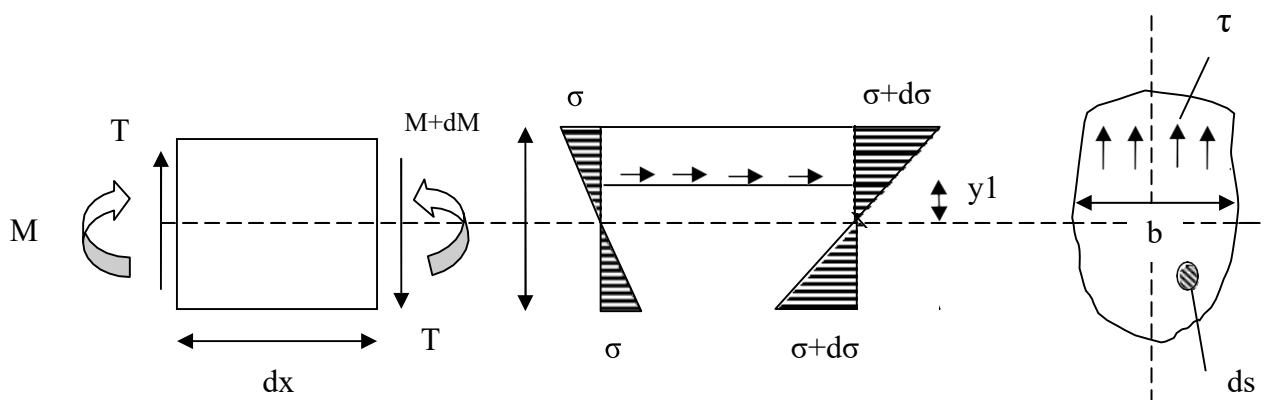


Fig V.7 -Représentation descriptive des sollicitations et de leur diagramme de contrainte

La partie supérieure de l'élément dx à une distance y_1 de l'axe neutre est en équilibre sous l'action des contraintes σ à gauche de l'élément dx , $\sigma+d\sigma$ à droite de l'élément et de la contrainte tangentielle horizontale τ .

l'équation d'équilibre:

$$\iint_S \sigma ds - \iint_S (\sigma + d\sigma) ds + \int \tau b ds = 0 \tag{V.15}$$

En supposant que les contraintes tangentielles sont constantes dans la section bdx :

$$\tau b dx = \iint_{S1} d\sigma ds = \iint_{S1} \frac{dM}{I} y ds \tag{V.16}$$

$$\tau \, b \, dx = \frac{dM}{I} \iint_{S_1} y \, ds \tag{V.17}$$

$$\tau \, b \, dx = \frac{dM}{I} S_1^* \tag{V.18}$$

la valeur de la contrainte tangentielle est déterminée par:

$$\tau = \frac{dM}{dx} \frac{S_1^*}{I b} = \frac{T S_1^*}{I b} \tag{V.19}$$

b : Largeur de la section dans la couche considérée.

I_z : Moment d'inertie.

S_z^{*}: Moment statique de l'aire située soit au-dessous soit au-dessus de la couche considérée.

T : L'effort tranchant

τ : Contrainte tangentielle.

V.4- Calcul de résistance

Pour la flexion pure, la condition de résistance s'écrit:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I} y \leq [\sigma] \tag{V.20}$$

On devra aussi vérifier:

$$\tau_{\max} = \frac{T S_1^*}{I b} \leq [\tau] \tag{V.21}$$

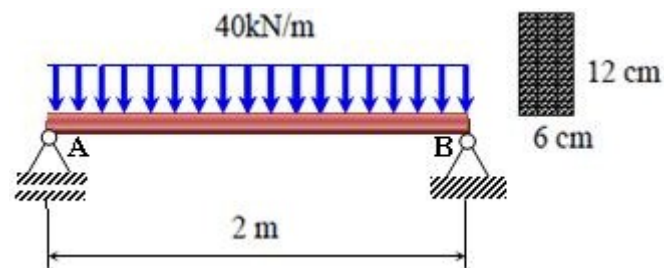
Exercices

Exercice n°1

Vérifier la résistance de la poutre ci-dessous si la contrainte admissible [σ]=160 N/mm².

a-Construire le diagramme des moments

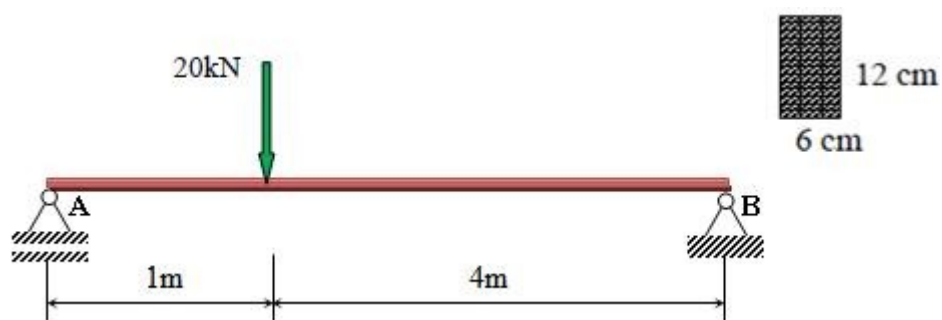
b- Calculer la contrainte maximale

**Exercice n°2**

Vérifier la résistance de la poutre ci-dessous si la contrainte admissible $[\sigma]=120 \text{ N/mm}^2$.

a- Construire le diagramme des moments

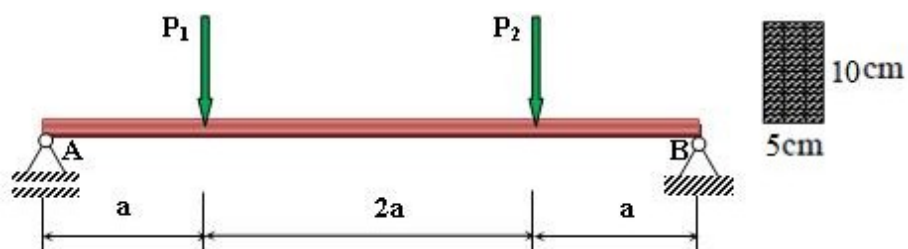
b- Calculer la contrainte maximale

**Exercice n°3**

Vérifier la résistance de la poutre ci-dessous si la contrainte admissible ($P_1 = P_2 = 20 \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$, $[\sigma] = 100 \text{ N/mm}^2$).

a- Construire le diagramme des moments

b- Calculer la contrainte maximale

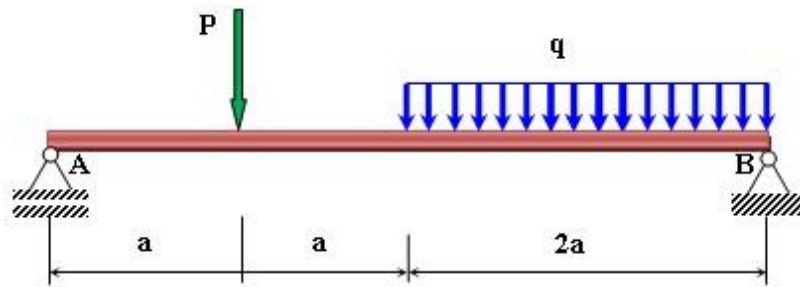


Exercice n°4

Vérifier la résistance de la poutre ci-dessous si la contrainte admissible $[\sigma]=110 \text{ N/mm}^2$.

a- Construire le diagramme des moments

($P=40 \text{ kN}$, $q=20 \text{ kN/m}$, $a=1 \text{ m}$)



Chapitre vi

Cisaillement

Chapitre VI: Cisaillement

VI.1- Généralités :

Une poutre subit une sollicitation de cisaillement lorsqu'elle est soumise à deux forces égales et directement opposées. Sous l'action de ces deux forces la poutre tend à se séparer en deux morceaux, les deux plans tendent à se glisser entre eux sous l'effet de la contrainte tangentielle dite contrainte de cisaillement.

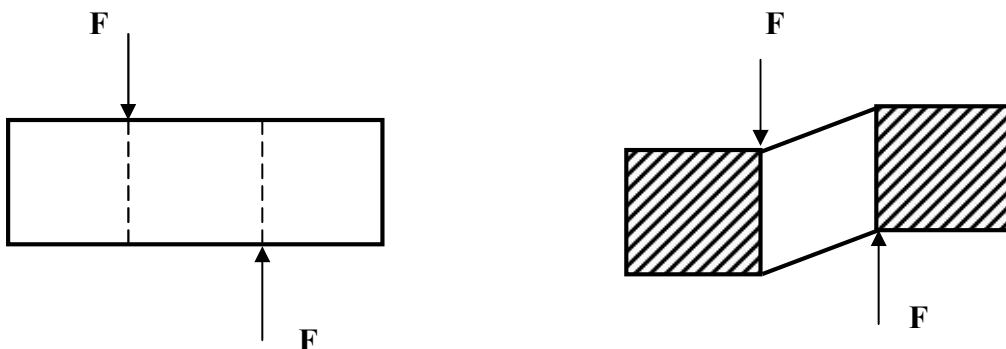


Fig VI.1 - Poutre soumise à deux forces avant et après cisaillement

VI.2- Déformation en cisaillement

Lorsqu'une poutre est soumise au cisaillement, la section subit un déplacement latéral d'une valeur dy . Chaque section de la poutre subit un glissement latéral par rapport à la section voisine, donc la ligne moyenne s'incline d'un angle γ appelé angle de glissement relatif.

$$\operatorname{tg}(\gamma) \approx \gamma \approx \frac{dy}{dx} \quad (\text{VI.1})$$

Hooke a établi la loi linéaire exprimant la contrainte « τ » en fonction de l'angle de cisaillement relatif « γ » par la relation suivante:

$$\tau = G \gamma \quad (VI.2)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (VI.3)$$

G : module de cisaillement

E : module d'élasticité longitudinale

μ : coefficient de poisson

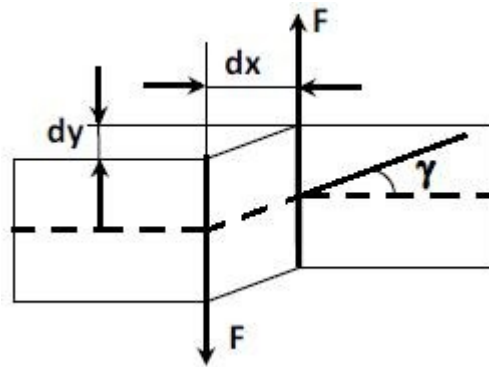


Fig VI.2- schéma descriptive d'une Sections droites sollicitées au cisaillement

VI.3- Condition de résistance

Pour vérifier la condition de résistance de la pièce étudiée qui est soumise a des forces de cisaillement il faut vérifier :

$$\tau = \frac{P}{S} \leq [\tau] \quad (VI.4)$$

S: Section transversale

P: Effort tranchant

VI.3.1- calcul au cisaillement

La condition de résistance au cisaillement du boulon s'écrit:

$$\tau = \frac{P}{S} \leq [\tau] \quad \text{avec} \quad S = \frac{\pi}{4} d^2 \quad (VI.5)$$

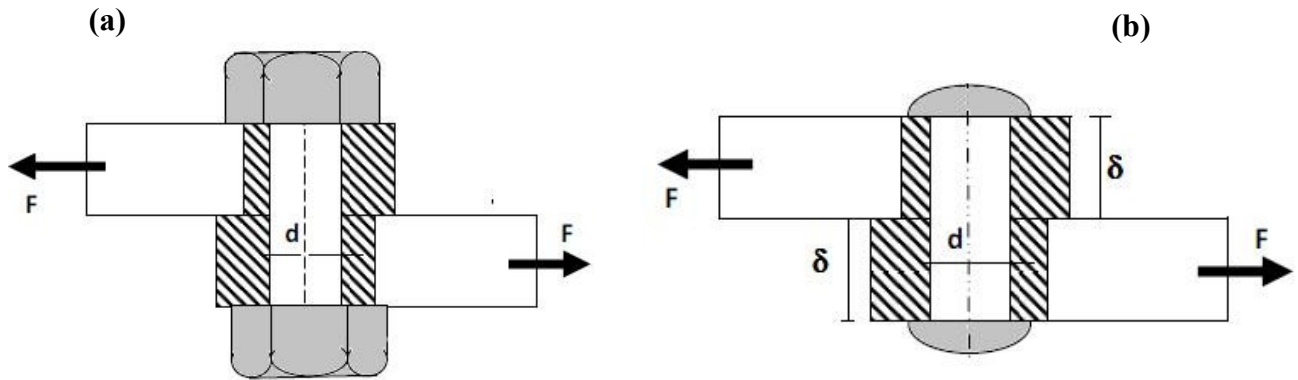


Fig VI.3- schéma descriptive (a) Assemblage par boulon
(b) Assemblage par rivet

VI.3.2- calcul de froissement

En dehors du cisaillement au niveau du boulon , il existe le froissement des surfaces en contact ,on entend par froissement la déformation plastique qui se produit sur la surface de contact.

$$\sigma_{fr} = \frac{P}{\delta d} \leq [\sigma_{fr}] \quad (VI.6)$$

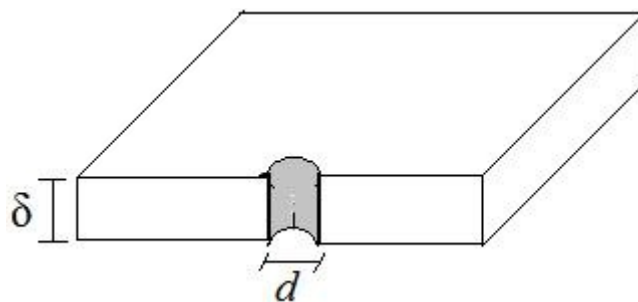


Fig VI.4- schéma descriptive d'une Sections droites sollicitées au froissement

VI.3.3- Vérification de traction compression

Dans le cas d'un seul boulon, la condition de résistance s'écrit:

$$\sigma = \frac{P}{S} \leq [\sigma] \tag{VI.7}$$

$$S = (b - d)\delta \tag{VI.8}$$

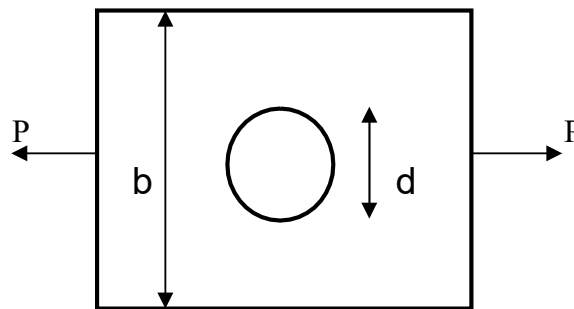


Fig VI.5- schéma descriptive d'une Sections droites sollicitées au traction-compression

VI.4- Assemblage par plusieurs rivets et boulons

VI.4.1-calcul au cisaillement

$$\tau = \frac{P}{n i S} \leq [\tau] \tag{VI.9}$$

n: nombre de rivets

i: nombre de sections cisillées

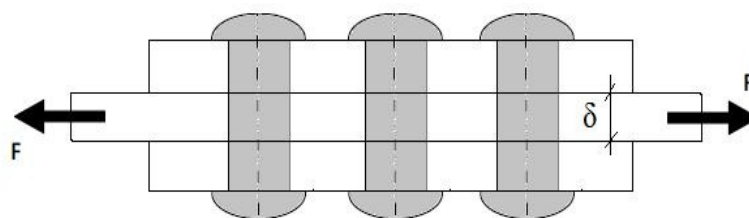


Fig VI.6- Présentation d'une Sections droites sollicitées à la traction

Assemblé par plusieurs rivets

VI.4.2-calcul de froissement

$$\sigma_{fr} = \frac{P}{\delta dn} \leq [\sigma_{fr}] \quad (VI.10)$$

VI.4.3-Vérification de traction compression

$$\sigma = \frac{P}{S} \leq [\sigma] \quad (VI.11)$$

$$S = (b - n' d)\delta \quad (VI.12)$$

$$\sigma = \frac{P}{\delta(b - dn')} \leq [\sigma] \quad (VI.13)$$

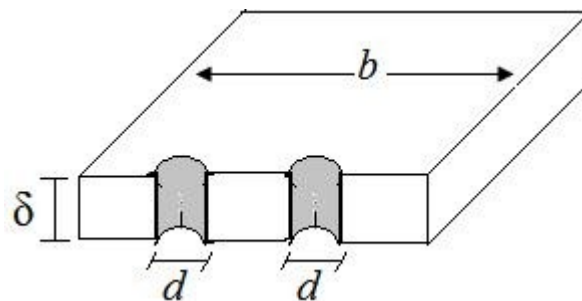
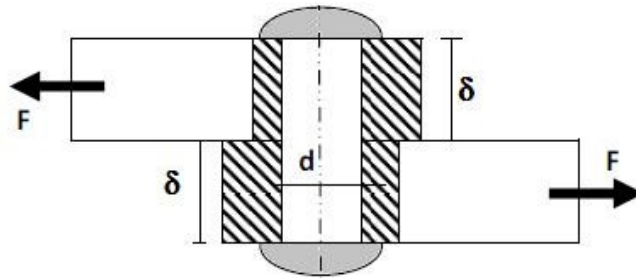


Fig VI.7- Présentation d'une section assemblée par deux rivets sollicitées au froissement

Exercices

Exercice n°1

Déterminer le diamètre du boulon et vérifier la résistance à l'écrasement du boulon et à la traction de la tôle, sachant que : b et e la largeur et l'épaisseur des tôles



Données : $\delta = 15 \text{ mm}$ et $b = 10 \text{ cm}$

$P = 60 \text{ kN}$, $[\sigma]_{\text{tr}} = 150 \text{ MPa}$,

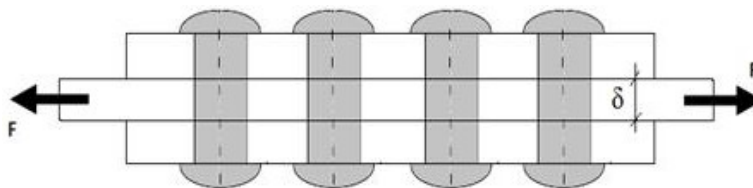
$[\tau] = 100 \text{ MPa}$, $[\sigma]_{\text{fr}} = 300 \text{ MPa}$

Exercice n° 2

deux profilés de largeur $b=150\text{mm}$ et d'épaisseur $\delta = 8 \text{ mm}$, sont assemblés par deux tôles de largeur $b=150\text{mm}$ et d'épaisseur 6mm le diamètre des rivets $d=18\text{mm}$.

-calculer P maximale de cette assemblage.

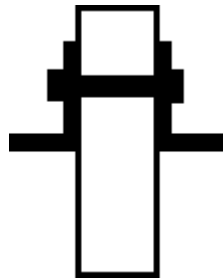
Données : $[\sigma]_{\text{tr}} = 140 \text{ MPa}$, $[\tau] = 120 \text{ MPa}$, $[\sigma]_{\text{fr}} = 250 \text{ MPa}$



Exercice n° 3

Déterminer le nombre de rivets de l'assemblage de deux cornières d'épaisseur $d=12\text{mm}$ sur un gousset le diamètre du boulon $d=14\text{mm}$.

Données : $[\sigma]_{\text{tr}} = 120 \text{ MPa}$, $[\tau] = 120 \text{ MPa}$, $[\sigma]_{\text{fr}} = 220 \text{ MPa}$



Chapitre vii

Flambement

Chapitre VII: Flambement

VII.1- Généralités

Lorsque une barre est soumise à un effort de compression elle peut se rompre par un phénomène d'instabilité de grande amplitude appelé *flambement*.

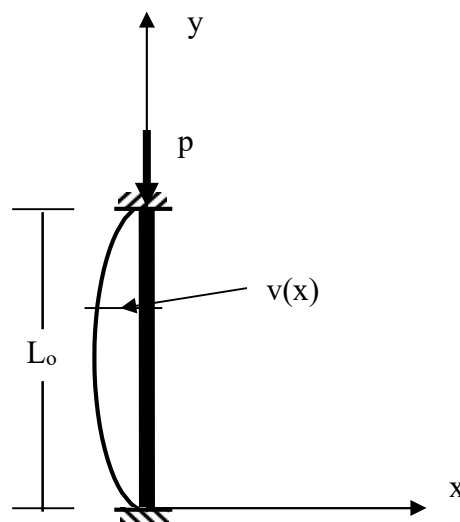


Fig VII.1- une barre soumise à un effort de compression flambé

La condition de stabilité s'écrit donc :

$$P \leq [P]_s \text{ avec } [P]_s = P_{cr} / n_s \quad (\text{VII.1})$$

n_s : le coefficient de la marge de stabilité

VII.2- Force Critique

$$E.I \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -M(x) \quad M(x) = P \cdot v(x) \quad (\text{VII.2})$$

$$E.I \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + P.v(x) = 0 \tag{VII.3}$$

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} + k^2.v(x) = 0 \tag{VII.4}$$

La solution générale de cette équation est

$$v(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) \tag{VII.5}$$

$$v(0) = 0 \text{ et } v(L) = 0$$

La première condition $B = 0$ et la seconde donne:

$$A \sin kL = 0$$

Si $\sin kL \neq 0$, on doit avoir $A = 0$ et $v = 0$.

Si $\sin kL = 0$ Alors A peut être quelconque

La solution est alors: $kL = n\pi$

$$k^2 L^2 = n^2 \pi^2$$

$$P_{Cr} = \frac{n^2 \pi^2 E.I_{min}}{L^2} \tag{VII.6}$$

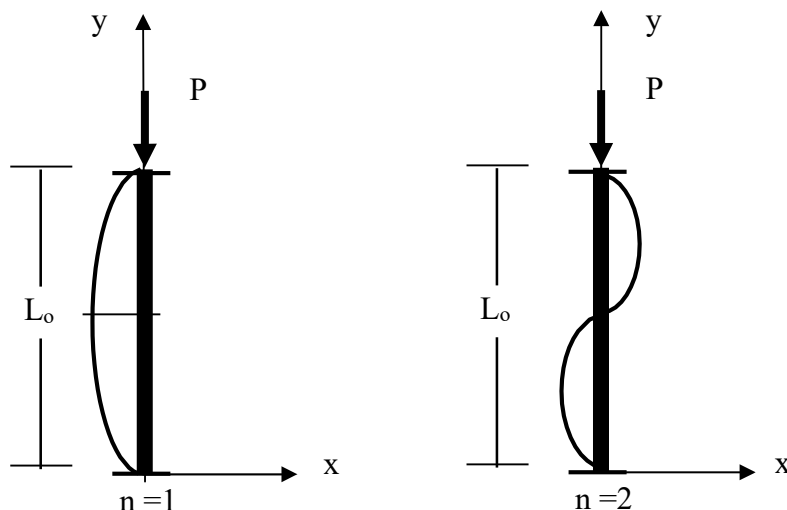


Fig VII.2- Représentation des différents modes de flambement

La charge critique fondamentale correspond à $n=1$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{min}}{L^2} \tag{VII.7}$$

VII.3- Longueur effective: (condition de fixation)

On écrit alors l'équation d'Euler sous la forme:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{min}}{L_{eff}^2} \tag{VII.8}$$

Avec $L_{eff} = \mu L$, la longueur effective ou longueur libre de flambement

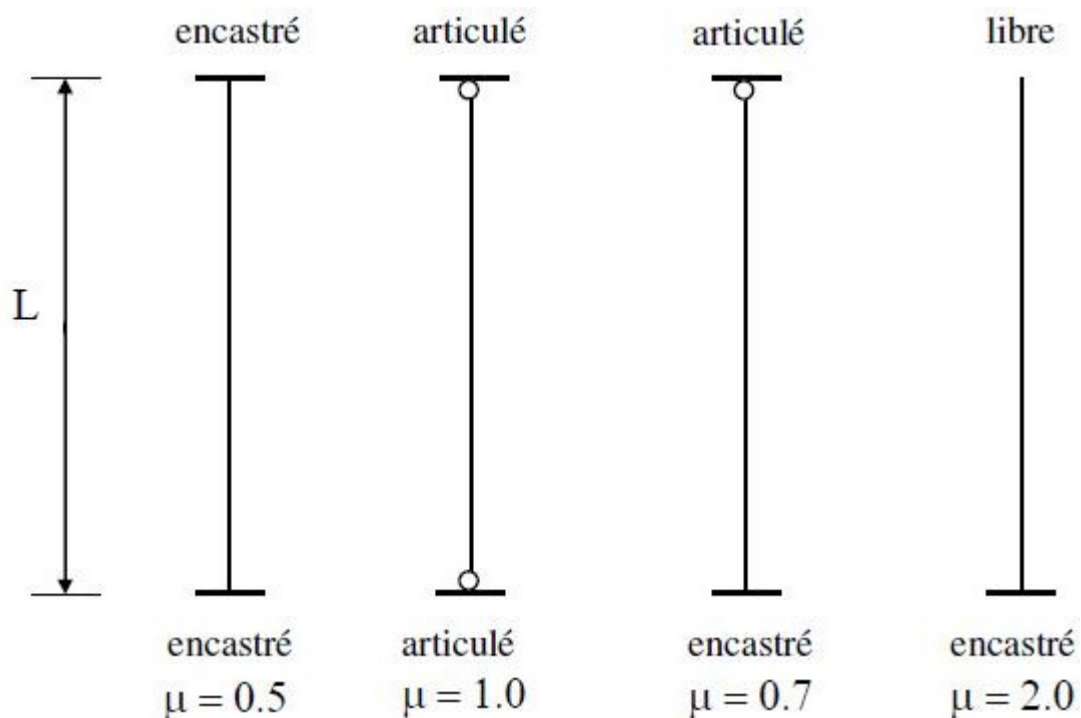


Fig VII.3- Représentation des différentes condition de fixation

VII.4- Contrainte critique de flambement

$$P_{Cr} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{min}}{L_{eff}^2} \tag{VII.9}$$

$$\sigma_{Cr} = \frac{P_{Cr}}{S} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{min}}{S \cdot L_{eff}^2} \tag{VII.10}$$

rayon de giration de la section S

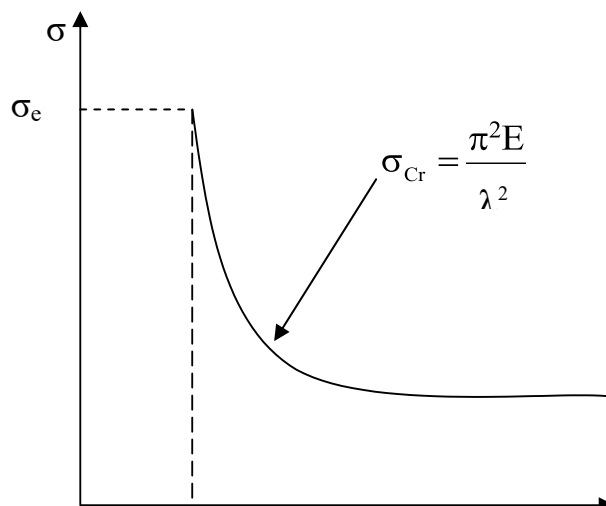
$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{S}} \tag{VII.11}$$

$$\sigma_{Cr} = \frac{\pi^2 E \cdot i_{min}^2}{L_{eff}^2} \tag{VII.12}$$

En définissant l'élanement λ

$$\lambda = \frac{L_{eff}}{i} \tag{VII.13}$$

$$\sigma_{Cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \tag{VII.14}$$



λ

λ_c

Fig VII.4- Représentation de la contrainte en fonction de l'élanement λ

Le phénomène de flambement est observé aussi au-delà du domaine élastique. Dans ce cas, la valeur de la contrainte critique est calculée d'après les données expérimentales de F. Yassinski.

Pour différents matériaux elle est donnée par la formule empirique suivante:

$$\sigma_{cr} = a - b \lambda + c \lambda^2 \tag{VII.15}$$

VII.5- Calcul à la stabilité

La vérification de la stabilité des barres comprimées est ramenée à remplir la condition suivante:

$$\sigma_{cr} \leq [\sigma]_s \tag{VII.16}$$

$[\sigma]_s$: contrainte admissible de stabilité est égale à:

$$[\sigma]_s = \frac{\sigma_{cr}}{n_s} \tag{VII.17}$$

n_s : le coefficient de stabilité est pris toujours supérieur au coefficient de sécurité:

Acier 1.8 à 3

Fonte 5 à 5.5

Bois 2.8 à 3.2

l'expression de la contrainte admissible de stabilité cette méthode utilise la contrainte admissible de compression $[\sigma]$ minorée par un coefficient ϕ dont la valeur est défini à partir :

n : coefficient de sécurité

σ_d : contrainte dangereuse = σ_{ec} matériaux ductiles

$$[\sigma]_s = \frac{(\sigma_{Cr})}{\left(n_s \right)} \underline{n} \tag{VII.18}$$

$$[\sigma]_r = \left(n_s \right) \sigma_d$$

$$[\sigma]_s = \left(\frac{\sigma_{Cr}}{n_s} \right) \frac{n}{\sigma_d} [\sigma] \quad (\text{VII.19})$$

$$[\sigma]_s = \varphi [\sigma] \quad (\text{VII.20})$$

avec

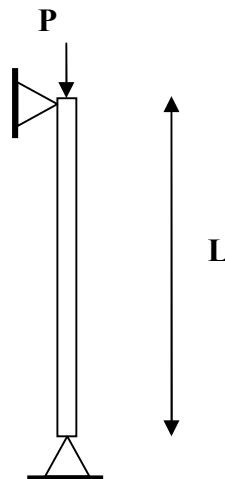
$$\varphi = \left(\frac{\sigma_{Cr}}{n_s} \right) \frac{n}{\sigma_d}$$

Exercices

Exercice n°1 :

Déterminer la charge admissible P et le coefficient de stabilité n_{st} de la barre comprimée

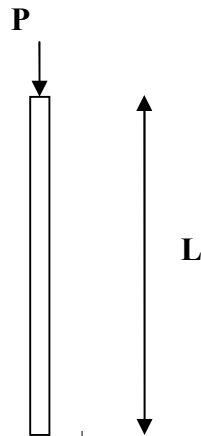
sachant que : $L = 2.0 \text{ m}$, $d = 10 \text{ cm}$, $[\sigma] = 10 \text{ N/mm}^2$, $\lambda_{lim} = 70$ $E = 10^4 \text{ N/mm}^2$.



Exercice n°2 :

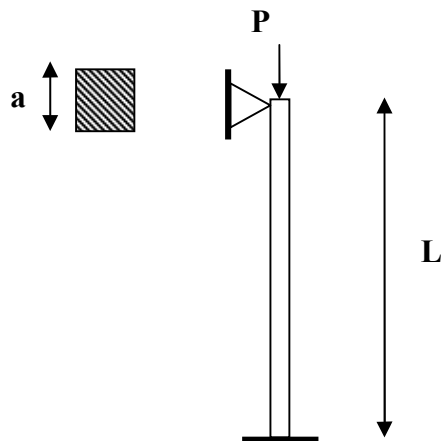
Dimensionner, d'après le critère de stabilité, la barre comprimée ci-contre sachant que

$n_{st} = 2$, $E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$ et $\sigma_{pr} = 200 \text{ N/mm}^2$, $P=100\text{KN}$, $L=2\text{m}$

**Exercice n°3 :**

Dimensionner, d'après le critère de stabilité, la barre comprimée ci-contre, sachant que :

$$E = 10^4 \text{ N/mm}^2, P = 100 \text{ kN}, [\sigma_c] = 70 \text{ N/mm}^2, L = 2.0 \text{ m}.$$



Références Bibliographiques

- [1] Aleinik L. Et Durler J. resistance des materiaux cours de base, Edition Bibliotheque de l'ingenieur 1973.
- [2] Anissimov A., Djillali-Berkane Z. Et Strakhov V., flambage systemes isostatiques de barres, o.p.u 04-1987.
- [3] Ashby R. J. Et Chilver A. H., problems in engineering structures, édition E.A 1958.
- [4] Belluzi O., scienza delle costruzioni Tome 1, édition Zanichelli Bologna 1977.
- [5] Brown E. H., structural analysis Tome 1, Edition Longmans 1967.
- [6] Coates R. C., Coutie M. G. Et Kong F. K., structural analysis, 2eme édition 1980, VNR Ltd.
- [7] Decelle A. F., et Legendre D., mecanique appliquee au genie civil, Editions Eyrolles 1983.
- [8] Doberscu C. A., quelques chapitres de resistance des materiaux, tome 1, O.P.U 04-91
- [9] Nouredine bourahla.resistance des materiaux de base. editeur gecotec.
- [10] Nofel M., Warda M, et Latouf M., resistance des materiaux Tome 1,2, O.P.U 04-91.
- [11] Jalil W. A. Et Ader P., calcul pratique des structures, 4eme édition, Editions Eyrolles 1985.
- [12] Alexandru D.C. Quelques chapitres de la résistance des matériaux. Ed. OPU, Alger, 267p.
- [13] Timoshenko S. Résistance des matériaux – Tome 1: Théorie élémentaire et problèmes. 3ème Ed. Dunod, Paris, 1968, 420p

[14] Miroloubov I. Et al., resistance des materiaux manuel de résolution de problèmes, 4eme édition 1977, Edition MIR Moscou.

[15] Montagner R., cours de resistance des materiaux, 12eme edition 1988, Editions Eyrolles.

[16] Blanchot.v , Vessiere. g. Dimensionnement Des Structures. Problèmes corrigés. 2008-2009

[17] Zamila HARICHANE.,Résistance des Matériaux (RDM-II). Université Hassiba Ben Bouali de Chlef . Mars 2013.