وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة بلحاج بوشعيب – عين تموشنت–

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير

قسم : العلوم الإقتصادية

مطبوعة بيداغوجية لفائدة طلبة السنة أولى جذع مشترك

محاضرات في مقياس الإحصاء الوصفي (إحصاء 01)

من إعداد:

د. مطهري كمال

السنة الجامعية: 2022 – 2023

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرس المحتويات:

دليل المادة التعليمية			
إحصاء 01			
الميدان:	علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير	**الفرع الشعبة:**	جميع الشعب
التخصص:	جذع مشترك	**المستوى:**	الأولى ليسانس
السداسي:	الأول	**السنة الجامعية:**	....

التعرف على المادة التعليمية			
اسم المادة	إحصاء 01	وحدة التعليم	المنهجية
عدد الأرصدة	5	المعامل	3
الحجم الساعي الأسبوعي	03 ساعات	المحاضرة (عدد الساعات في الأسبوع)	1.5 ساعة
أعمال موجهة/تطبيقية (عدد الساعات في الأسبوع)	/	أعمال موجهة/تطبيقية (عدد الساعات في الأسبوع)	1.5 ساعة

وصف المادة التعليمية	
المكتسبات	يحتاج الطالب فقط إلى معرفة أهم العمليات و القواعد الرياضية التي تم التطرق إليها في مرحلة التعليم المتوسط و الثانوي.
الهدف العام للمادة التعليمية	يهدف هذا المقياس إلى وصف مجموعة من البيانات وتنظيمها وتصنيفها وتلخيصها وعرضها بطريقة واضحة في صورة جداول أو أشكال بيانية وحساب المقاييس الإحصائية المختلفة لوصف متغير ما (أو أكثر) في مجتمع ما.
أهداف التعلم (المهارات المراد الوصول إليها)	بعد دراسة مقياس إحصاء 01، سيكون الطالب قادرا على : - التحكم في المفاهيم الأساسية للإحصاء الوصفي. - تلخيص وتبويب البيانات في شكل جداول وتمثيلها بيانيا. - حساب وتفسير مختلف المقاييس الأساسية: مقاييس النزعة المركزية، والتشتت، والشكل، والتمركز. - تحليل وتكميم العلاقة بين متغيرين وقياس قوة واتجاه هذه العلاقة. - استخدام أهم البرامج المساعدة (Excel) على عرض البيانات و حساب أهم المؤشرات التي تم التطرق إليها.

المحور الأول:

مفاهيم عامة حول علم الإحصاء

مقدمة:

يحتل علم الإحصاء أهمية بالغة في مختلف المجالات العلمية بما فيها مجال العلوم الاقتصادية والمالية بحكم أن معظم الدراسات التجريبية لمختلف الظواهر المدروسة ومختلف عمليات اتخاذ القرارات تعتمد على استخدام البيانات ومعاجلتها بمختلف الأدوات والأساليب الإحصائية من أجل الوصول إلى الأهداف المرجو الوصول إليها، و هو ما سنبرزه من خلال هذا المحور وذلك بالإلمام بأهم المفاهيم الأساسية ذات الصلة بعلم الإحصاء.

أولا- تعريف علم الإحصاء:

يعتبر علم الإحصاء فرع من فروع الرياضيات و هو العلم الذي يهتم بجمع البيانات، تلخيصها وتبويبها للاستفادة منها في وصف الظواهر وتحليلها وقياس واستقراء الوقائع للتنبؤ بسلوك الظاهرة في الحاضر و في المستقبل بغرض إتخاذ القرارات السليمة و المناسبة بشأن الظواهر المدروسة.

ويعرف علم الإحصاء بأنه" العلم الذي يبحث في طرق جمع البيانات وعرضها وتحليلها وتفسيرها، فالإحصاء بهذا التعريف هو أسلوب منطقي منتظم موحد يعالج الموضوعات و الخصائص التي يمكن أن يعبر عنها بصورة عددية "[1]

ويعرف علم الإحصاء كذلك على أنه "العلم الذي يدرس مختلف طرق ووسائل جمع البيانات الكمية عن مختلف الظواهر الاقتصادية والاجتماعية وغيرها، وترتيب هذه البيانات وتبويبها وتحليلها وتفسيرها وتقديمها بأشكال وصور ملائمة بهدف تسهيل اتخاذ القرار على أساس سليم" .[2]

و ينقسم علم الإحصاء إلى نوعين أساسين وهما الإحصاء الوصفي و الإحصاء الإستدلالي.

أ- الإحصاء الوصفي :Descriptive statistics

ويعرف على انه فرع من فروع علم الإحصاء الذي يبحث في جمع وتنظيم وترتيب البيانات وعرضها جدوليا و بيانيا، وحساب بعض المؤشرات الإحصائية بغرض استخلاص نتائج تستخدم في اتخاذ بعض القرارات، وهو يهتم خاصة بتلخيص توزيع متغير واحد، وقياس العلاقة بين متغيرين أو أكثر.

ومن أبرز خصائص هذا النوع من الإحصاء و المتعلق بفحوي مطبوعتنا هاته ما يأتي:[3]

[1] سعدي شاكر حمودي، " **مبادئ علم الإحصاء وتطبيقاته**" ، دار الثقافة للنشر و التوزيع، عمان، الأردن،2009، ص 12.

[2] محمد راتول ، "**الإحصاء الوصفي**"، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثالثة، الجزائر،07،2006.

[3] Courtney Taylor, « **The Difference Between Descriptive and Inferential Statistics** »,sur : https://www.thoughtco.com/differences-in-descriptive-and-inferential-statistics-3126224, consulté le : 10/09/2022.

- يتم جمع البيانات وتحليلها ومن ثم إجراء العمليات الإحصائية عليها مثل الوسط الحسابي والانحراف المعياري، وتستخدم هذه المقاييس الناتجة في فهم البيانات، ولكن لا يمكن استخدام هذا النوع من الإحصاء في التعميم، أي إنها تكون قيم خاصة بالعينة ، وذلك لأن المقاييس الناتجة تعطى كقيمة رقمية محدة ودقيقة.

- يقوم الإحصاء الوصفي بتلخيص وترتيب خصائص مجموعة البيانات المأخوذة من عينة أو مجتمع، بحيث إنه وبعد عملية جمع هذه البيانات يقوم بإجراء العمليات الإحصائية مثل المتوسط الحسابي لمتغير واحد، أو ربما يقوم بدراسة العلاقة بين المتغيرات المختلفة من البيانات المجموعة.

ب- الإحصاء الاستدلالي (الرياضي) : statistical inference

وهو الفرع الثاني من فروع علم الإحصاء والذي يهتم بدراسة جزء من المجتمع (دراسة العينات) ، والقيام بعملية التقدير واختبار الفرضيات، من أجل تعميم النتائج على المجتمع التي تمت منه المعاينة.[4]

فالتقدير هو اجياد قيم تقديرية لمعلمات المجتمع الأصلي و هو محل الظاهرة موضوع البحث. و تكون إما قيمة وحيدة و يسمى التقدير بنقطة أو ضمن فترة ويسمى التقدير بفترة الثقة.

أما إختبار الفرضيات: هي طريقة لاتخاذ القرارات باستخدام البيانات، للوصول إلى القرار بشأن قبول أو رفض الفرضيات المقترحة .

ثانيا- وظائف علم الإحصاء :

إن علم الإحصاء له العديد من الوظائف التي تساهم في استخلاص حقائق تنبؤات عديدة متعلقة بموضوع الدراسة، ومن أهم الوظائف ما يلي:[5]

- تحديد المشكلة عن الظاهرة المراد دراستها و تحديد نوع البيانات اللازمة وطرق تحليلها

- جمع البيانات أو المعلومات ، سواء عن طريق أسلوب الحصر الشامل أو المعاينة، ويقصد به أسلوب العينات مع الأخذ بعين الاعتبار طبيعة المجتمع المدروس وطبيعة البيانات المطلوبة.

-تلخيص البيانات وتبويبها ثم عرضها في جداول إحصائية أو رسومات بيانية أو أشكال هندسية مختلفة، وهي مرحلة تساعد فيما بعد على تحليل هذه البيانات.

- وصف البيانات بعد تلخيصها في مجموعة من المقاييس الوصفية التي توزيع الظاهرة موضوع البحث بطريقة مختصرة، و قياس درجة التباين او عدم تجانس توزيع بيانات هذه الظاهرة.

---

[4] د. بركنو قوسام، " **محاضرات في مقياس الإحصاء 01**"، مطبوعة بيداغوجية موجهة لفائدة طلبة السنة أولى جذع مشترك، جامعة إبراهيم سلطان شيبوط ، الجزائر 3، السنة الجامعية، سنة 2020/2019.

[5] **الوظائف الأساسية للإحصاء**، متاح على الموقع : https://www.stats.gov.sa/ar/statistical-knowledge، تاريخ الإطلاع : 2022/09/20.

- التفسير الإحصائي: بعد الانتهاء من مرحلة وصف البيانات تكون أمام الباحث نتائج رقمية محددة. وبعد التأكدمن صحتها يتعين عليه تفسير هذه النتائج بحكم خبرته وتجربته التي تتوافق مع طبيعة التحليل الإحصائي.

- إتخاد القرار و التنبؤ الإستدلالي بالتغيرات التي تؤثر في ظاهرة ما عن طريق استخدام طرق القياس والتحليل الإحصائي.

ثالثا- مصطلحات و مفاهيم متعلقة بالإحصاء:

1- الوحدة الإحصائية : وتسمى أيضا بالعنصر أو المفردة التي تجرى عليها الدراسة الإحصائية أو المعاينة والتي نتحصل منها على المعلومات والبيانات، وهي عنصر فعال في عملية التحليل، " فيشترط في الوحدة أن تكون خاضعة لتعريف دقيق وواضح، فهي قد تكون شيئا حيويا مثل شخص، طالب، موظف ...، وقد تكون شيئا ماديا مثل :مؤسسة، سيارة، علبة ...، كما قد تكون شيئا معنويا مثل فكرة...إلخ " [6]

مثال: دراسة إحصائية حول سن الطلبة بكلية الإقتصاد بجامعة عين تموشنت إذن فالوحدة الإحصائية هي: الطالب في جامعة عين تموشنت.

2- المجتمع الإحصائي: وهو عبارة عن مجموع الوحدات الإحصائية المراد دراستها، والتي تشترك فيما بينها في الصفة الأساسية المراد تحليلها، ويشترط في المجتمع الإحصائي أن يكون معرفا تعريفا جيد. وهناك نوعين: مجتمع محدود أو نهائي و مجمتع غير محدود أو نهائي.

فبأخد نفس المثال السابق فالمجتمع الإحصائي يتمثل في : طلبة كلية الإقتصاد بجامعة عين تموشنت .

3- المتغير الإحصائي:

هو الخاصية التي يرغب الباحث في دراستها أو هو القاسم المشترك بين عناصر المجتمع، وتكون قابلة للتغير من فرد إلى أخر من مشاهدة إلى أخرى، فهي التي تسمح بالتفريق بين وحدات المجتمع، فبواسطتها يمكن للباحث أن يفرق بين الوحدات الإحصائية، لأن في البداية كل الوحدات متشابكة أمامه، فمثلا مجموعة من الطلاب لا اختلاف بينهم طالما لم تكن هناك ميزة أو خاصية تفرقهم عن بعضهم البعض، فصفة العمر أو السن في المثال السابق تمكن الباحث من التفريق بينهم." فالمتغير الإحصائي في هذه الحالة هو عمر الطلبة.

ويمكن تقسيم المتغير الإحصائي إلى قسمين: المتغر الكمي (الرقمي أو العددي) و المتغير النوعي (الكيفي)

3-1- المتغيرات الكيفية: هي تلك المتغيرات التي لا يمكن قياسها كما، أي غير قابلة للقياس بل يقاس تكرارها فقط وهي عبارة عن صفات، وتنقسم بدورها إلى قسمين :

---

[6] عبد الرزاق عزوز، " **الكامل في الإحصاء- دروس مفصلة، تمارين و مسائل مع الحلول**"، الجزء الأول ، دوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2010، ص 15.

أ- متغيرات كيفية قابلة للترتيب: وهي تلك المتغيرات الوصفية التي يمكن ترتيبها حسب رتبة ما، إما تصاعديا أو تنازليا، مثل مستوى الدراسي، تقدير الشهادات ... إلخ.

ب- متغيرات كيفية غير قابلة للترتيب (إسمية) : وهي تلك المتغيرات الوصفية التي لا يمكن ترتيبها مثل: الجنسية، الجنس، الحالة العائلية، اللون... إلخ.

2-3- المتغيرات الكمية: هي عبارة عن متغيرات عددية أي يكون معبر عنها في شكل أرقام " فهي تلك المتغيرات التي يمكن قياسها، وهي أكثر المتغيرات انتشارا واستعمالا لأن لغة الإحصاء هي لغة الأرقام مثل: الأجور، الاستهلاك، عدد الأبناء،... ، والمتغيرات الكمية تنقسم بدورها إلى نوعين :[7]

أ- متغيرات كمية متقطعة (منفصلة): هي تلك المتغيرات التي يتم التعبير عنها على شكل أرقام صحيحة لا يمكن تجزئتها، مثل عدد الأطفال ، عدد الغيابات ،...إلخ.

ب- متغيرات كمية مستمرة (متصلة): هي تلك المتغيرات التي تأخذ كل القيم الممكنة لمجال الدراسة، ونظرا للعدد غير المتناهي لهذه القيم نقسم بيانات الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات" ، مثل الطول، السن، الوزن... إلخ.

4- العينة:"هي جزء من مجتمع الظاهرة محل الدراسة تؤخذ بطريقة معينة بحيث تعبر عنه أصدق تمثيلا بغرض التعرف على خصائص هذا المجتمع".[8]

رابعا – مصادروأساليب جمع البيانات:

1- مصادرجمع البيانات: هناك مصدرين لجمع المعلومات و البيانات المصادر التاريخية (غير المباشرة) و المصادر الميدانية (المباشرة).

1-1- المصادر التاريخية : تحتوي على بيانات منشورة وجاهزة للاستخدام تكون قد جمعت من قبل مثل الوثائق والمطبوعات والسجلات والنشرات والبحوث والدراسات الإحصائية التي تصدرها المصالح والمنشآت والهيئات العامة والخاصة وتنقسم المصادر التاريخية إلى نوعين:

أ- مصادر أولية: وهي التي يقوم بتفريغها وتبويبها ونشرها نفس الجهة التي قامت بجمع بياناتها الأولية، كنشرات الديوان الوطني للإحصاء..

ب- مصادر ثانوية : وهي التي يقوم بتفريغها وتبويبها ونشرها جهة أخرى خلاف تلك التي قامت بجمع بياناتها الأولية، كإحصاءات هيئة الأمم، وهيئة التغذية والزراعة والجداول الإحصائية الموجودة في كتب المؤلفين.

[7] جلاطو جيلالي، "**الإحصاء مع تمارين و مسائل محلولة**"، ديوان المطبوعات الجزائرية، الطبعة الثامنة، الجزائر،2010، ص 06.

[8] عزام صبري، "**الإحصاء الوصفي ونظام SPSS** "، جدار للكتاب العالمي للنشر و التوزيع، عمان ، الأردن،2006، ص 17 .

1-2- المصادر الميدانية: يمكن الحصول منها على بيانات من الميدان بشكل دقيق و مفصل، و هي أكثر الطرق المستعملة في البحوث حاليا. و هناك طريقتان لجمع البيانات:

- **المقابلة الشخصية:** وهي أن يدون الباحث الإجابة التي يدلي بها المبحوث عند مقابلته له.

- **التسجيل الذاتي**: عن طريق الاستقصاء، وترسل بالبريد أو الهاتف أو البريد الالكتروني

2- أساليب جمع البيانات:

2-1- **أسلوب الحصر الشامل أو المسح :** ويتطلب هذا الأسلوب دراسة كل وحدة في المجتمع، وهو دقيق جدا، ونسبة الخطأ فيه ضئيلة جدا ، إلا أنه يتطلب مجهودا ووقتا طويلا و تكاليف كثيرة.

2-2- أسلوب العينات : يتطلب هذا الأسلوب دراسة جزء من المجتمع بحيث يراعى في اختيار العينة أن تكون ممثلة للمجتمع تمثيلا صادقا، ويستخدم أسلوب العينات إذا كان المجتمع أكبر مما تسمح به إمكانيات الباحث، أو إذا كان المجتمع متجانسا، بحيث أن دراسة عينة مأخوذة من مجتمع متجانس تؤدي إلى نفس النتائج التي نحصل عليها من دراسة نفس المجتمع . و يتميز هذا الأسلوب بتقليل الجهد، الوقت و التكلفة ، لكن بالمقابل نتائج دراسة العينات تشوبها الدقة و الثقة.

كما يتوقف نجاح هذا الأسلوب على نوع العينة المختارة (حجم و طريقة إختيار مفردات العينة) و من أهم أنواع المعاينات مايلي :

أ- المعاينة غير الاحتمالية : يتم اختيار مفردات العينة بطريقة غير عشوائية أي مقصودة وينزع منها عنصر الصدفة حيث تختار مفردات العينة بصورة تحقق الهدف من المعاينة، ومن أنواعها :

- **المعاينة الحصصية**: يثم فيها تقسيم المجتمع إلى حصص أو مجموعات و يختار من كل مجموعة عدد معين و مناسب لموضوع البحث.

- **المعاينة المصادفة** : حيث يثم إختيار العينة من مجتمع البحث بحسب الظروف المصادفة للباحث .

- **المعاينة العمدية (القصدية):** سحب عينة من مجتمع البحث بإنتقاء عناصر مثالية و المناسبة لموضوع البحث (إذا كان البحث حول طبيعة الاهتمامات الاجتماعية للطلبة فسنختار طلبة العلوم الاجتماعية لأنهم أكثر اهتماما وباعتبارهم عناصر مثالية.)

ب-المعاينة الاحتمالية (العشوائية): بحيث يكون لكل عنصر من مجتمع البحث نفس الحظ أو إحتمال الظهور في العينة عن طريق السحب العشوائي دون تكرار أو نسيان ومن أنواعها:

- **المعاينة البسيطة** : هي أبسط أنواع العينات و تستخدم في حالة تجانس أفراد المجتمع محل الدراسة في الظاهرة موضوع الدراسة و معرفة جميع أفراده، فيتم اختيار الأفراد بطريقة السحب غير المتحيز

- **المعاينة المنتظمة:** نفس طريقة المعاينة البسيطة ولكن بترتيب وترقيم مجتمع البحث فإذا كان حجم مجتمع البحث هو 1000 فإننا نرقم مفرداته من 1 إلى 1000 ثم نقسم 1000 على حجم العينة ليفترض أنه 100 فنجد 10 = 100 /1000 فينتج لنا 100 جزءا كل جزء فيه 10 مفردات مرتبة.

- **المعاينة الطبقية:** حيث يتم تقسيم مجتمع البحث إلى طبقات ولكل طبقة خصائص مشتركة تختلف عن الأخرى، وتسمح بدرجة عالية من التمثيل وتقليل هامش الخطأ (تقسيم مجتمع بلد ما إلى طبقات حسب الديانات).

-**المعاينة العنقودية:** السحب بالصدفة من خلال تقسيم المجتمع إلى عناقيد (عند القيام ببحث حول أساتذة الجامعات الجزائرية فإننا نقسم المجتمع حسب الجامعات وهو العنقود الأول ثم الكليات وهو العنقود الثاني ثم الأقسام وهو العنقود الثالث، ويتم إختيار عينات من كل قسم ثمثل في مجموعها العينة الكلية التي تشملها الدراسة.

تمارين المحول الأول

التمرن الأول:

حدد نوع المتغيرات التالية إ ن كانت كمية أم كيفية ؟

لون اللباس، مكان الميلاد ، عدد سنوات التعليم، عدد الحوادث في الطرقات ، عدد أفراد الأسرة، عدد الغيابات ، المستوى الدراسي، الحالة الاجتماعية العائلية، أسماء القوائم الانتخابية. نقاط الطلبة، رقم الأعمال، جس الطلبة، الدخل اليومي للعمال .

حل التمرين الأول:

المتغيرات الكمية (الرقمية)	المتغيرات الكيفية (النوعية)
عدد سنوات التعليم، عدد الحوادث في الطرقات ، عدد أفراد الأسرة، عدد الغيابات ، نقاط الطلبة، رقم الأعمال ، الدخل اليومي للعمال.	لون اللباس، مكان الميلاد ، المستوى الدراسي، الحالة الاجتماعية العائلية، أسماء القوائم الانتخابية، جنس الطلبة.

التمرين الثاني:

حدد المجتمع الإحصائي الوحدة الإحصائية المتغير الاحصائي ونوعه من واقع العبارات التالية:

- مدة حياة المصابيح الكهربائية المنتجة في مصنع.
- دراسة المستوى التعليمي للعمال بإدارة عمومية.
- قياس نسبة السكر في الدم لدى 80 مريض .
- عدد الغرف في المسكن الواحد لعينة من 200 مسكن بولاية عين تموشنت .
- دراسة الأجور الشهرية لعمال مؤسسة ما.
- عدد السيارات في بلد ما حسب الصنف.
- تصنيف الأحزاب السياسية حسب عدد الأصوات المكتسبة في الانتخابات.
- دراسة المستوى المعيشي للعائلات في مدينة ما .

حل التمرين الثاني:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الاحصائي	نوع المتغير
المصابيح الكهربائية المنتجة في مصنع	مصباح واحد	مدة حياة المصابيح	كمي مستمر

العمال بإدارة عمومية .	عامل واحد	المستوى التعليمي	كيفي قابل للترتيب
80 مريض .	مريض واحد	قياس نسبة السكر	كمي مستمر
200 مسكن بولاية عين تموشنت	مسكن واحد	عدد الغرف في المسكن	كمي متقطع
عمال مؤسسة ما	عامل واحد	الأجور الشهرية	كمي مستمر
عدد السيارات	سيارة واحدة	صنف السيارة	كيفي غير قابل للترتيب
الأحزاب السياسية	الحزب الواحد	عدد الأصوات المكتسبة	كمي متقطع
عائلات مدينة ما.	عائلة واحدة	المستوى المعيشي	كيفي قابل للترتيب

التمرين الثالث:

قامت شركة صناعية بدراسة إحصائية لمعرفة مدى رضا المستهلكين حول جودة إحدى المنتوجات التابعة لها.

- ما هو الهدف من هذه الدراسة ؟
- حدد مجتمع الدراسة، المتغير المدروس ونوعه ؟
- ما هو الأسلوب الأنسب لإجراء الدراسة ؟
- ما هو مصدر جمع البيانات؟

حل التمرين الثالث:

- **الهدف من الدراسة :** معرفة مدى رضا المستهلكين حول جودة إحدى المنتوجات التابعة للشركة
- **مجتمع الدراسة:** المستهلكين
- **المتغير المدروس:** مدى رضا المستهلك
- **نوع المتغير:** كيفي قابل للترتيب
- **أسلوب الدراسة :** إن الأسلوب الأنسب لجمع بيانات الدراسة هو أسلوب المعاينة و ذلك لصعوبة الحصر الشامل لكافة مستهلكي منتوج الشركة .
- **مصدر جمع البيانات :** الإتصال المباشر بالمستهلكين عن طريق الإستجواب أو توزيع إستبيان .

المحور الثاني:

عرض البيانات الإحصائية

تمهيد:

بعد الانتهاء من عملية جمع و تفريغ البيانات بواسطة أساليب و مصادر جمع البيانات المذكورة آنفا، نجد أنفسنا أمام مجموعة كبيرة من البيانات الغير المرتبة، والتي تشكل لنا صعوبة في استخلاص المعلومات منها، لذا وجب تنظيم هذه البيانات وترتيبها بطريقة تسهل علينا تحليلها والاستفادة منها بشكل أحسن ويكون ذلك بعرضها وتنظيمها في جداول إحصائية أو بيانيا، و سنتطرق بالتفصيل فس هذا المحور إلى أساليب عرض البيانات الإحصائية جدوليا وبيانيا، حيث سنتعرف عليها من خلال تقسيمها حسب طبيعة البيانات كما يلي:[9]

- عرض البيانات الوصفية (النوعية)
- عرض البيانات الكمية

العرض الجدولي للبيانات (المشاهدات) الإحصائية:

المقصود به ترتيب و تصنيف البيانات الأولية الخاصة بالظاهرة المدروسة بعد جمعها في جداول وفقا لمعايير مختلفة مثل: الترتيب الأبجدي، الترتيب التاريخي، الترتيب الكمي....، و تمتاز طريقة العرض الجدولي بالدقة و السهولة فهي تمكن من إعطاء فكرة سريعة عن الظاهرة بمجرد نظرة واحدة إلى الجدول.

العرض البياني للبيانات:

وذلك بعرض البيانات في شكل رسومات بيانية تمكن من إعطاء صورة وفكرة سريعة عن الظاهرة المدروسة، كما تسمح بمقارنة عدة متغيرات ببعضها البعض، من أهمها: الأعمدة، الدوائر النسبية، المدرج، المضلع....

أولا- العرض الجدولي للمتغير الوصفي :

يكون عرض هذه المتغيرات حسب نوع الجدول المختار للدراسة، فإذا كان لدينا متغير واحد نستعمل الجداول البسيطة، حيث نقوم في العمود الأول من الجدول الإحصائي بكتابة صفة المتغير (Xi) وفي العمود الثاني نقوم بتسجيل عدد القيم ونسميها بالتكرارات المطلقة ونرمز لها بالرمز (ni) ، و يسمى بجدول التوزيع التكراري .

مثال : البيانات التالية تبين المستوى التعليمي لـ 30 موظف بإدارة عمومية .

إبتدائي ، ثانوي ،جامعي ، إبتدائي ، ثانوي ، متوسط، جامعي ، ثانوي ، متوسط، إبتدائي ، جامعي ، ثانوي ، جامعي ، متوسط، متوسط، جامعي ، جامعي ، ثانوي ، جامعي ، متوسط، إبتدائي ، متوسط، ثانوي ،متوسط، إبتدائي ، متوسط، ثانوي ، متوسط، إبتدائي، جامعي .

المطلوب: تلخيص البيانات في جدول توزيع تكراري ؟

[9] عدنان عباس حميدان، وآخرون،" **مبادئ الإحصاء**"، منشورات جامعة دمشق، كلية الاقتصاد ، دمشق، سوريا ، ص 60 .

الحل:

المتغير محل الدراسة هو متغير إحصائي وصفي قابل للترتيب كما هو موضح في جدول التوزيع التكراري:

المستوى التعليمي (المتغير Xi)	التكرار المطلق (ni)
إبتدائي	06
متوسط	09
ثانوي	07
جامعي	08
المجموع $\sum$	**30**

$n_1 = 06$ معناه أن ستة موظفين لديهم مستوى تعليمي في طور الإبتدائي

$n_4 = 08$ معناه أن ثمانية موظفين لديهم مستوى تعليمي جامعي .

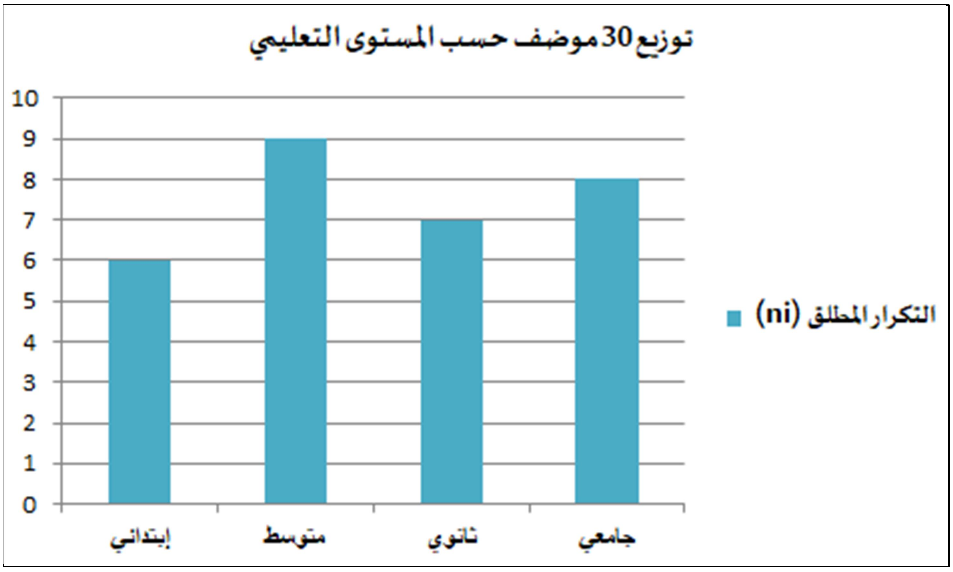
و الملاحظ أن مجموع التكرارات المطلقة يساوي حجم مجتمع الدراسة N (مجموع المشاهدات أو الوحدات الإحصائية محل الدراسة).

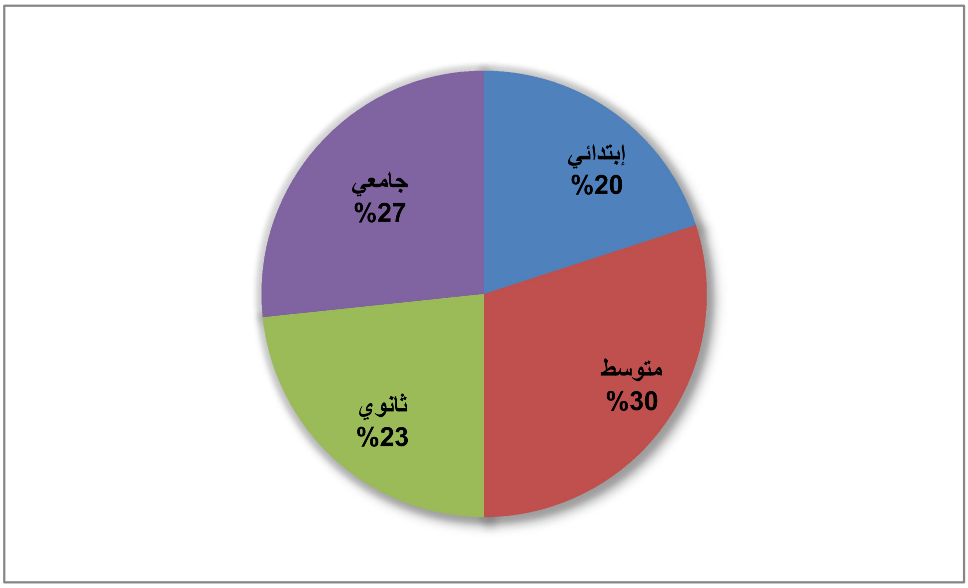
بالنسبة العمود الثالث نسجل التكرارات النسبية يرمز لها بالرمز (Fi) ، و العمود الرابع نسجل التكرارات النسبية المؤوية يرمز لها بالرمز (Fi%).

وفي حالة ما إذا كان المتغير الوصفي ترتيبي كما هو عليه الحال في هذا المثال نضيف عمودين آخرين أحدهما يخص التكرارات المتجمعة الصاعدة ($Ni\uparrow$) الثاني نضع التكرارات المتجمعة النازلة ($Ni\downarrow$) ، و سنوضح كيفية حساب التكرارت النسبية و التجميعية لاحقا عند دراسة المتغيرات الكمية .

ثانيا- العرض البياني للمتغير الوصفي:

يمثل المتغير الوصفي بيانيا بواسطة الأعمدة البيانية المستطيلة و الدائرة البيانية النسبية .





بالنسبة لقيم الزوايا المركزية لكل مستوى يتم حسابها كما يلي : $\frac{ni}{\sum ni} * 360^0$ أو $360^0 * Fi$

- الزاوية المركزية للموظفين ذو مستوى إبتدائي : $\frac{06}{30} * 360^0 = 72^0$

⋮

- الزاوية المركزية للموظفين ذو مستوى جامعي : $\frac{08}{30} * 360^0 = 72^0$

أما في العمود الثالث نسجل التكرارات النسبية يرمز لها بالرمز (Fi) ، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكرار المطلق على مجموع التكرارات.

وفي حالة ما إذا كان المتغير الوصفي ترتيبي كما هو عليه الحال في هذا المثال فيمكن تمثيله بواسطة العمود البياني المستطيل المجزأ .

ثالثا- العرض الجدولي للمتغير الكمي المتقطع(المنفصل):

ويكون المتغير الكمي متقطعا إذا كان لا يمكن تجزأة الوحدة الأساسية لقياسه، أي أنه يتكون من أرقام قابلة للعد فقط، ويتكون الجدول الإحصائي للمتغير المتقطع من عدة أعمدة، حيث يمثل العمود الأول قيم المتغير بشكل تصاعدي (غالبا يرمز لها بـ Xi)، وفي العمود الثاني التكرارات المطلقة (ni) فالتكرارات النسبية، يليها بعد ذلك عمودين يمثلان التكرارات المتجمعة الصاعدة، والنازلة ... إلخ

مثال رقم 01 :

البيانات التالية تمثل عدد الغيابات لـ 20 طالب في مقياس الإحصاء خلال السداسي الأول .

1 - 2 - 4 - 2 - 5 - 3 - 2 - 1 - 5 - 3 - 4 - 2 - 2 - 1 - 5 - 2 - 1 - 1 - 1 - 2

- لخص البيانات في جدول توزيع تكراري؟
- أحسب التكرار النسبي، التكرار التجميعي الصاعد و النازل؟

الحل:

1- إعداد جدول توزيع تكراري:

الغيابات (Xi)	01	02	03	04	05	$\sum$
عدد الطلبة(ni)	06	07	02	02	03	**20**

2- حساب التكرار النسبي، التكرار التجميعي المطلق الصاعد و النازل:

- **التكرارات النسبية** يرمز لها بالرمز (**Fi**): وهي عبارة عن حاصل قسمة التكرار المطلق (**ni**) على مجموع التكرارات ($\sum ni = N$)

- **التكرارات التجميعية**: سواءا المطلقة الصاعدة و النازلة أو النسبية الصاعدة و النازلة تحسبان بنفس الطريقة ،فالتكرار المتجمع الصاعد هو مجموع القيم أو المشاهدات التي تقل قيمهم الإحصائية عن القيمة المقابلة يرمز له بـ($Ni\uparrow$) ، ففي حساب التكرار المتجمع الصاعد نبدأ من أعلى الجدول إلى أسفله ونقوم بجمع التكرارت كما هو موضح في الجدول أدناه.

$$N_1\uparrow = n_1$$

$$N_2\uparrow = n_1 + n_2 = N_1\uparrow + n_2$$

$$N_3\uparrow = n_1 + n_2 + n_3 = N_2\uparrow + n_3$$

$$\vdots$$

جدول التوزيع التكراري المتجمع المطلق الصاعد والنازل

الغيابات (Xi)	عدد الطلبة (ni)	$Ni\uparrow$	$Ni\downarrow$
01	06	**06**	**20**
02	07	**13** =07+06	**14** =06-20
03	02	**15** =02+13	**07**=07 -14
04	02	**17** =02+15	**05** =02-07
05	03	**20** =03+17	**03** =02-05
المجموع $\sum$	**20**		

بالنسبة للتكرارات التجميعية النسبية الصاعدة و النازلة بنفس الطريقة و لكن بإستعمال قيم التكرارات النسبية (Fi) ، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكرار المطلق على مجموع التكرارات $Fi = \frac{ni}{\sum ni}$ كما هو موضح في الجدول أدناه.

جدول التوزيع التكراري النسبي المتجمع الصاعد والنازل

الغيابات (Xi)	عدد الطلبة (ni)	(Fi)	Fi ↑	Fi ↓
01	06	06/20= **0.30**	**0.30**	**1**
02	07	07/20= **0.35**	**0.65** =0.35+0.30	**0.70** = 0.30 -1
03	02	02/20= **0.1**	**0.75** =0.1+0.65	**0.35**=0.35 -0.70
04	02	**0.1**	**0.85** =0.1+0.75	**0.25** =0.1 -0.35
05	03	**0.15**	**1** =0.15+0.85	**0.15** =0.1-0.25
المجموع ∑	**20**	**1**		

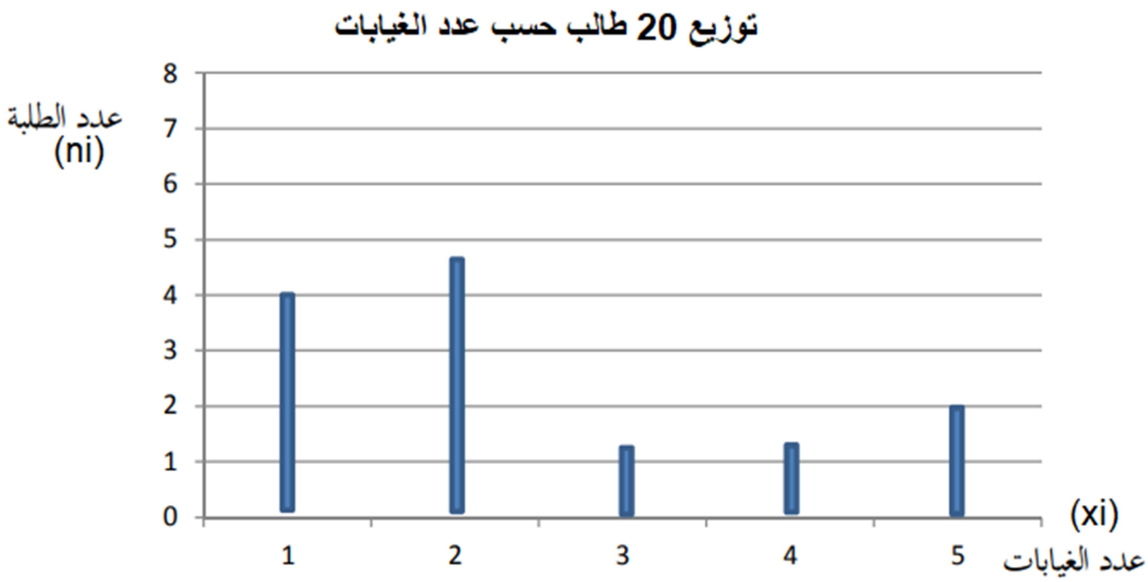
من الجدول نلاحظ أن مجموع التكرارات النسبية يساوي الواحد ($\sum$ **Fi =1**)

رابعا- العرض البياني للمتغير الكمي المتقطع:

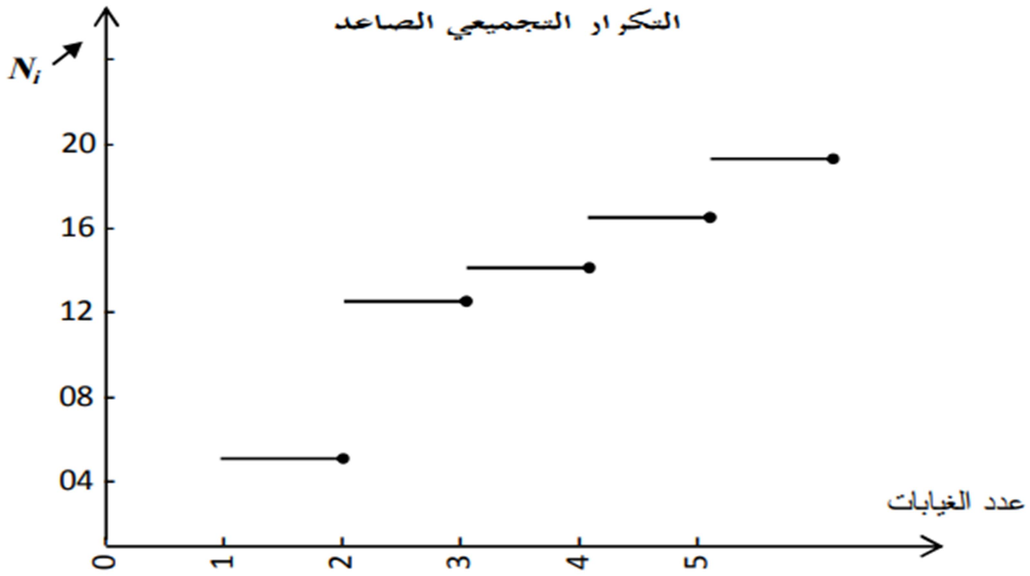
بالرجوع للمثال السابق الخاص عدد الغيابات لـ 20 طالب في مقياس الإحصاء خلال السداسي الأول سقوم بتمثيل التوزيع التكراري المطلق و التوزيع التكراري المتجمع المطلق الصاعد والنازل.

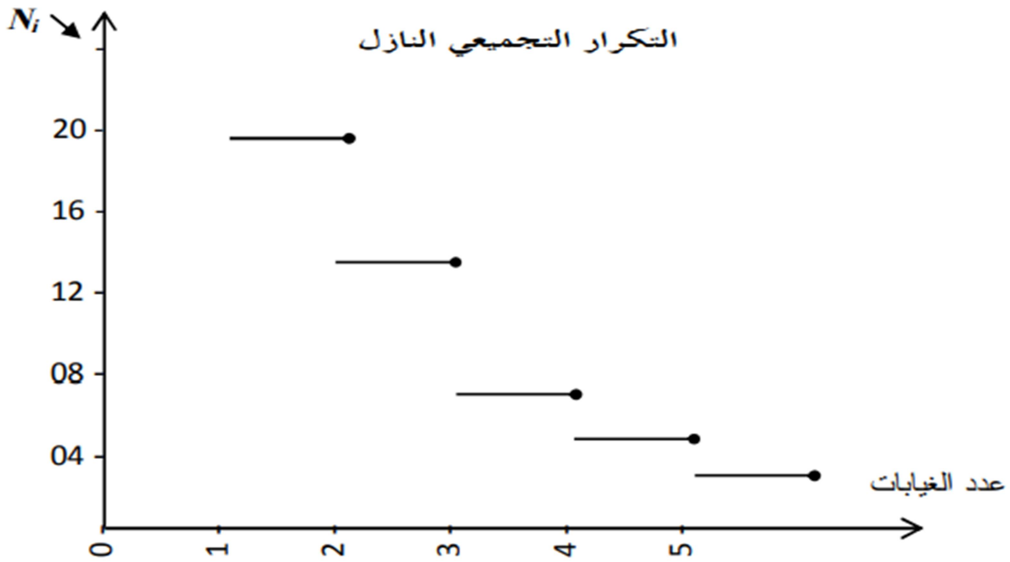
1- التمثيل البياني للتوزيع التكراري:

يمثل المتغير الكمي المتقطع بيانيا بواسطة الأعمدة البيانية



2- التمثيل البياني للتوزيع التكراري المتجمع المطلق الصاعد والنازل





خامسا- العرض الجدولي للمتغير الكمي المستمر(المتصل):

بما أن المتغير الكمي المستمر يأخذ قيما غير منتهية (معناه أن قيم المفردات تأخذ القيم الصحيحة و الكسرية) و بالتالي من الصعب ترتيب البيانات في جدول التوزيع التكراري و وضعها بشكل منفرد كما هو عليه الحال في المتغير الكمي المتقطع، و من أجل تسهيل الأمور نقوم بتبويب البيانات في شكل مجالات أو فئات ولإنشاء جدول التوزيع التكراري نتبع الخطوات التالية:

1- حساب المدى(le range) :

وهو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأصغر قيمة $R = \textbf{Max}\ Xi - \textbf{Min}\ Xi$

بحيث :

Min Xi: أصغر قيمة في البيانات

Max Xi : أكبر قيمة في البيانات

2- تحديد عدد الفئات (K)

بما أن المتغير الكمي المستمر يأخذ قيما لا نهائية، فبالتالي لا توجد قاعدة ثابتة لتحديد عدد الفئات، فلا يجب أن يكون عدد الفئات كبيرا فتضيع أهمية الجدول وهي اختصار البيانات، وبالتالي تشتت المعلومات، ولا يكون عدد الفئات صغيرا فتضيع معالم التوزيع، وتختفي بعض المعلومات.

ولمعالجة هذا المشكل إقترح بعض الاحصائيين علاقات تسهل علينا عملية تحديد العدد المناسب من الفئات في كل دراسة، ومن أهمها المعادلتين التاليتين:[10]

أ- **معادلة ستورجس(Sturge's Formule)** : وتعطى بالعلاقة التالية:

$$K=1+3.32\log(N)$$

N:حجم المجتمع أو عدد الوحدات الإحصائية محل الدراسة

K : عدد الفئات

ب- معادلة يول (yule formule): و تعرف بالعلاقة التالية :

$$K=2.5\sqrt[4]{N}$$

3- حساب طول الفئة (C):

وتحسب بقسمة المدى على عدد الفئات ويجب مراعاة أن يكون طول الفئة متساويا و يعبر عنه بعدد صحيح، وذلك باستعمال التقريب في حل الحصول على قيمة غير صحيحة، وتعطى وفق العلاقة التالية:

$$C=\frac{R}{K}$$

ملاحظة:

في بعض الحالات تكون خبرة الباحث أدق من المعادلتين في تحديد عدد الفئات المناسب ، و ليس بالضرورة أن قيم المتغير الكمي المستمر أن تبوب و ترتب في جدول التوزيع التكراري في شكل مجالات أو فئات ، و إنما السلطة التقديرية تبقى للباحث، لأن في بعض الأحيان تكون لدينا عدد كبير لقيم (المتغير الكمي المستمر) بيانات الدراسة الإحصائية و لكن توجد قيم تعد على الأصابع و نفسها تكرر ، و بالتالي في هذه الحالة ترتب بيانات المتغير الكمي المستمر بشكل منفصل أو منفرد كما عليه الحال في المتغير الكمي المتقطع.

4- كتابة حدود الفئات:

يتم عادة تحديد وكتابة حدود الفئات في شكل مجالات مغلقة من الأدنى ومفتوحة من الأعلى(أي أن القيمة الدنيا للفئة يشملها المجال، بينما لا يشمل قيمتها العليا)، وهذا انطلاقا من الفئة الأولى والتي يكون حدها الأدنى (L_0) أصغر قيمة في البيانات (Min Xi) ، ثم نضيف له طول الفئة؛ وهكذا مع الفئات الموالية بإضافة

---

[10] مصطفى عبد الجواد،" **الاحصاء الاجتماعي-المبادئ والتطبيقات**-"، دار الميسرة، عمان، الأردن، 2009 ،ص 52 .

في كل مرة طول الفئة C المحصل الى الحد الأدنى (الذي كان الحد الأعلى للفئة السابقة) حتى نغطي جميع البيانات.

5- تحديد مراكز الفئات:

نحصل على مركز الفئة من خلال جمع الحد الأعلى للفئة من الحد الأدنى لها (مدى الفئة) وقسمة الناتج على إثنين كما يلي :

$$\mathbf{Ci} = \frac{Max\ Xi - Min\ Xi}{2}$$

6- تبويب البيانات في الجدول التكراري:

يتم في الأخير وضع جدول التوزيع التكراري من خلال كتابة الفئات الناتجة وتكرارات المقابلة (ni)

مثال رقم 02 : لدينا البيانات التالية المتعلقة بالأجور الشهرية لـ 50 عامل بمصنع (الوحدة : ألف دينار)

36-47 -40 -55 -75 -53 -46 -43 -21 -10 -66 -56 -46 -35 -47 -32 -52 -48 -41 -30 -27 -25 -57 -

37-15 -22 -63 -21 -61 -62 -54 -42 -35 -49 -39 -32 -45 - 31 - 65-50-72 -18 -79 -23 -48 -44 -

51-32 -44 -42 .

المطلوب : لخص البيانات في جدول توزيع تكراري

الحل:

- **حساب المدى:**

$R = Max\ Xi - Min\ Xi$

$R = 79 - 10 = 69$

- **تحديد عدد الفئات (K)**

أ- <u>معادلة</u> <u>ستورجس</u>

$K = 1 + 3.32 \log(N) = 1 + 3.32 \log(50) = 6.64 \approx 7$

ب- <u>معادلة يول</u>

$K = 2.5\sqrt[4]{N} = 2.5\sqrt[4]{50} = 6.65 \approx 7$

-حساب طول الفئة (C):

$$\boldsymbol{C} = \frac{R}{K} = \frac{69}{7} = 9.86 \approx 10$$

إذن من خلال النتائج المحصل عليها سيتم تبويب البيانات في جدول التوزيع التكراري في شكل فئات على النحو التالي :

عدد العمال (ni)	الأجر الشهري (Xi)
03	]20-10]
06	]30-20]
10	]40-30]
15	]50-40]
08	]60-50]
05	]70-60]
03	]80-70]
50	**المجموع** $\sum$

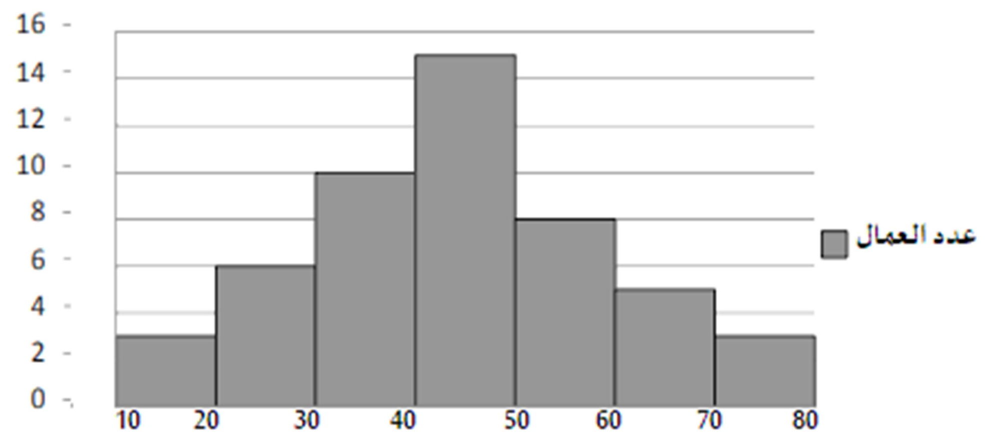
سادسا- العرض البياني للمتغير الكمي المستمر (المتصل):

1- حالة تساوي طول الفئة :

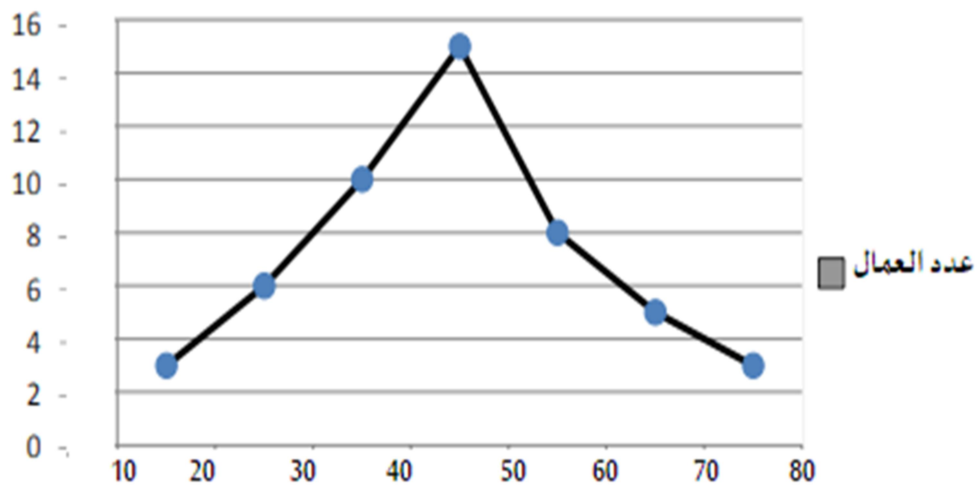
تمثل بيانات المتغير الكمي المستمر المبوبة بفئات **متساوية** بواسطة المدرج التكراري أو المضلع التكراري أو بالمنحنى التكراري، وخطوات تكوين هذه الأشكال على النحو التالي:

- رسم محورين : الأفقي يمثل الفئات و العمودي يمثل قيم التكرارات المطلقة .
- رسم أعمدة طولها يعتمد على قيم التكرارات، وتكون متجاورة أو متلاصقة ، ويسمى الشكل في هذه الحالة بالمدرج التكراري.
- لتكوين المضلع التكراري نضع نقاط في منتصف أعمدة المدرج التكراري ثم نقوم بوصلها بخطوط مستقيمة، أما المنحنى التكراري فنقوم بوصل النقاط في منتصف الأعمدة يدويا.

توزيع العمال حسب فئات الأجور (المدرج التكراري)



توزيع العمال حسب فئات الأجور (المضلع التكراري)



2- حالة عدم تساوي طول الفئة :

تمثل بيانات المتغير الكمي المستمر المبوبة بفئات **غير متساوية** بالمدرج التكراري أو بالمضلع التكراري أو بالمنحنى التكراري، وخطوات تكوين هذه الأشكال على النحو التالي:

- حساب قيم التكرار المعدل C^* بما يتناسب و طول الفئة و توجد طريقتي لحساب ذلك:

2-1- الطريقة الأولى: بقسمة قيم التكرار ni على طول الفئة C ضرب طول الفئة الأكثر شيوعا بين الفئات C' وفق العلاقة التالية: $C^* = \frac{ni}{C}\, C'$

2-2- الطريقة الثانية : بقسمة قيم التكرار ni على طول الفئة C وفق العلاقة التالية: $C^* = \frac{ni}{C}$

- رسم محورين: الأفقي يمثل الفئات و العمودي يمثل قيم التكرارات المطلقة **المعدلة** .
- رسم أعمدة طولها يعتمد على قيم التكرارات، وتكون متجاورة أو متلاصقة .
- لتكوين المضلع التكراري نضع نقاط في منتصف أعمدة المدرج التكراري ثم نقوم بوصلها بخطوط مستقيمة، أما المنحنى التكراري فنقوم بوصل النقاط في منتصف الأعمدة يدويا.

مثال رقم 03 :

الجدول التالي يبين توزيع نقاط الطلبة في مادة الإحصاء لفوج يتكون من 32 طالب .

النقاط (Xi)	]8-6]	]10-8]	]13-10]	]15-13]	]16-15]	المجموع ∑
عدد الطلبة (ni)	07	08	10	05	02	**32**

المطلوب :

حساب التكرار المعدل و رسم المدرج التكراري ؟

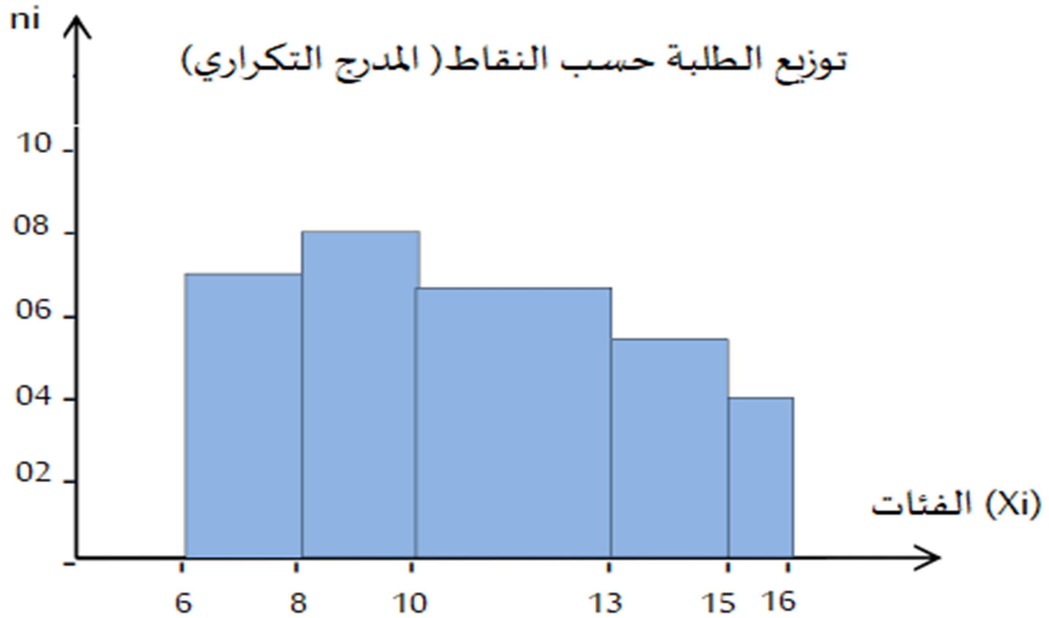
الحل:

بإستعمال الطريقة الأولى في حساب التكرار المعدل $C' \; C^* = \frac{ni}{C}$ نحصل على النتائج التالية:

النقاط (Xi)	عدد الطلبة (ni)	طول الفئة (C)	الطول الشائع (C')	التكرار المعدل الجديد (C^*)
]8-6]	07	02		07
]10-8]	08	02		08
]13-10]	10	03	02	6.67
]15-13]	05	02		05
]16-15]	02	01		04
المجموع $\sum$	**32**			

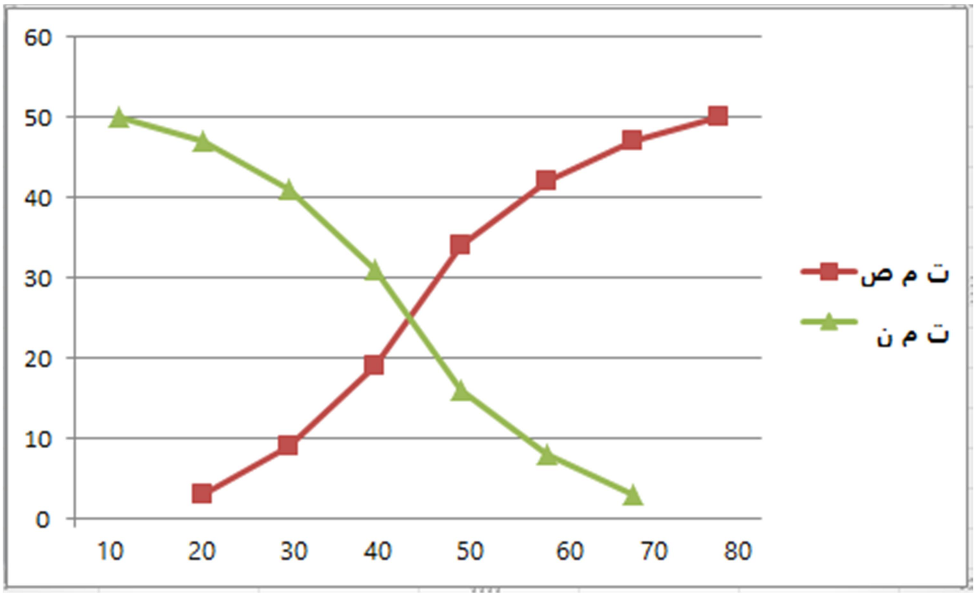
ملاحظة:

بالنسبة للتكرار المعدل يثم حسابه في حالة الفئات الغير متساوية الطول و إستخدامه من أجل تمثيل المدرج التكراري و في حساب المنوال فقط أما بقية المقاييس تحسب بإستعمال قيمم التكرار الغير معدل .



3- التمثيل البياني للتكرارات التجميعية (حالة متغير كمي مستمر) :

الأجر الشهري (Xi)	عدد العمال (ni)	Ni↑	Ni↓
]20-10]	03	03	50
]30-20]	06	09	47
]40-30]	10	19	41
]50-40]	15	34	31
]60-50]	08	42	16
]70-60]	05	47	08
]80-70]	03	50	03
المجموع ∑	**50**		



تمارين المحور الثاني

التمرين الأول:

بعد إجراء دراسة إحصائية حول المستوى المعيشي لـ 20 عائلة تحصلنا على النتائج التالية :

منخفض ، عالي جدا، متوسط، عالي، عالي جدا، منخفض، عالي، متوسط، منخفض، متوسط، منخفض ، منخفض، متوسط، متوسط، منخفض، متوسط، متوسط، متوسط، عالي، عالي جدا.

المطلوب:

1. حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائيو نوعه؟
2. لخص البينات في جدول التوزيع التكراري؟
3. مثل بيانيا التوزيع التكراري ؟

حل التمرين:

1. **تحديد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و نوعه**

المجتمع الإحصائي: 20 عائلة

الوحدة الإحصائية: عائلة واحدة

المتغير الإحصائي: المستوى المعيشي

نوع المتغير : كيفي قابل للترتيب

2. **جدول التوزيع التكراري**

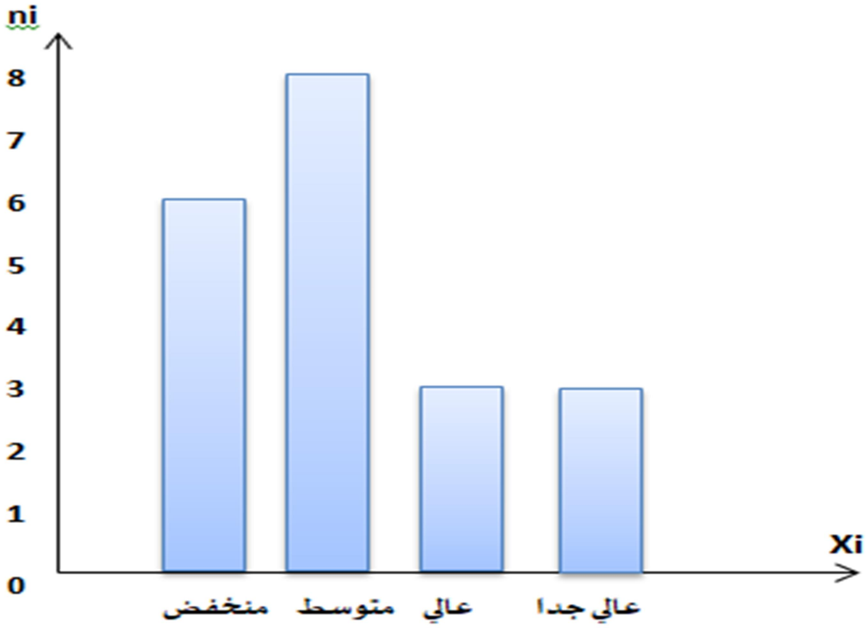
المستوى المعيشي (Xi)	عدد العائلات(ni)
منخفض	6
متوسط	8
عالي	3
عالي جدا	3
المجموع $\sum$	**20**

3. **الثمثيل البياني**

أ- الدائرة البيانية النسبية :

- الزاوية المركزية لنسبة العائلات ذو مستوى معيشي منخفض : $\frac{6}{20} \times 360^0 = 108^0$
- الزاوية المركزية لنسبة العائلات ذو مستوى معيشي متوسط: $\frac{8}{20} \times 360^0 = 144^0$
- الزاوية المركزية لنسبة العائلات ذو مستوى معيشي عالي : $\frac{3}{20} \times 360^0 = 54^0$
- الزاوية المركزية لنسبة العائلات ذو مستوى معيشي عالي جدا : $\frac{3}{20} \times 360^0 = 54^0$

ب- الأعمدة البيانية المستطيلة :



التمرين الثاني:

البيانات التالية تبين عدد الأبناء ل 15. موظف بإدارة عمومية :

0 - 1 - 0 - 1- 1- 2 - 3 - 2 - 4 - 4 - 3 - 5 - 6 - 0 - 7

المطلوب:

1. حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و نوعه؟
2. لخص البينات في جدول التوزيع التكراري؟
3. مثل بيانيا التوزيع التكراري ؟

حل التمرين:

1. **تحديد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و نوعه**

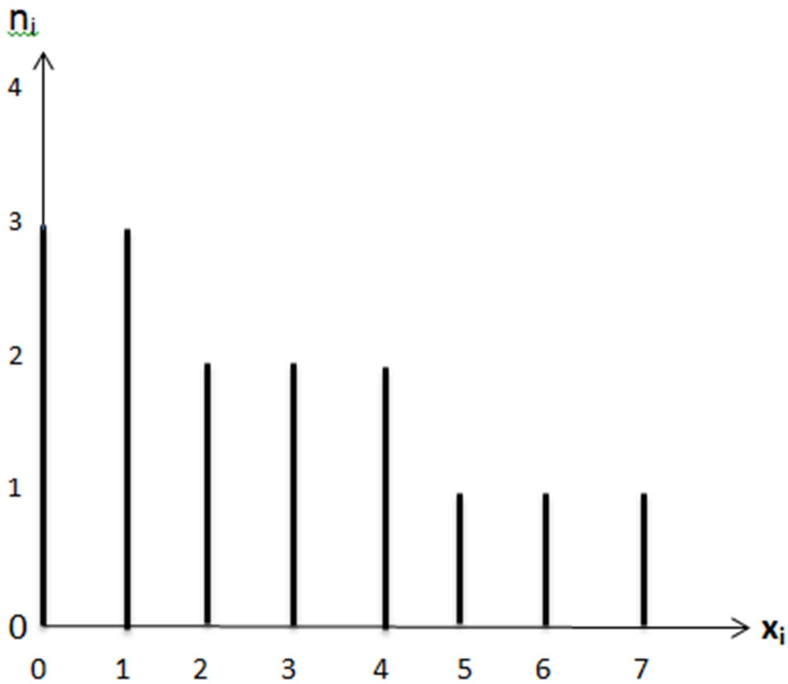
- المجتمع الإحصائي: 15 عامل
- الوحدة الإحصائية: عامل واحد

- المتغير الإحصائي: عدد الأبناء
- نوع المتغير : كمي متقطع

2. **جدول التوزيع التكراري**

عدد الأبناء (Xi)	الموظفين (ni)
01	3
02	3
03	2
04	2
05	1
06	1
07	1
المجموع $\sum$	**20**

3. **التمثيل البياني**



التمرين الثالث:

البيانات التالي تمثل أوزان 50 تلميذ بالكيلوغرام في إحدى مؤسسات التعليم المتوسط بولاية عين تموشنت

37 32 45 35 40 30 31 40 27 33 28 30 32 48 26 29 32 41 28 31 45
33 38 39 41 30 38 42 35 33 36 38 39 37 45 23 36 46 30 35 32 49 35 31 36
.43 37 22 34 36

المطلوب:

1. حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و نوعه؟
2. لخص البينات في جدول التوزيع التكراري؟
3. أحسب مراكز الفئات، التكرار التجميعي المطلق الصاعد و النازل، التكرار التجميعي النسبي الصاعد و النازل ؟
4. مثل بيانيا التوزيع التكراري بواسطة المدرج التكرار و المضلع التكراري في نفس المعلم؟
5. مثل بيانيا التكرار التجميعي المطلق الصاعد و النازل؟

حل التمرين:

1. **تحديد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي و نوعه**

- المجتمع الإحصائي : 50 تلميذ
- الوحدة الإحصائية : تلميذ واحد
- المتغير الإحصائي : وزن التلاميذ
- نوع المتغير : كمي مستمر

2. إعداد جدول التوزيع التكراري

1.2. حساب المدى:

$\mathbf{R} = Max\ Xi - Min\ Xi = 49 - 22 = 27$

2.2. **تحديد عدد الفئات (K)**

بإستخدام قانون يول : $\mathbf{K} = 2.5\sqrt[4]{N} = 2.5\sqrt[4]{50} = 6.65 \approx 7$

2.3. حساب طول الفئة (C):

$$\boldsymbol{C} = \frac{R}{K} = \frac{27}{7} = 3.85 \approx 4$$

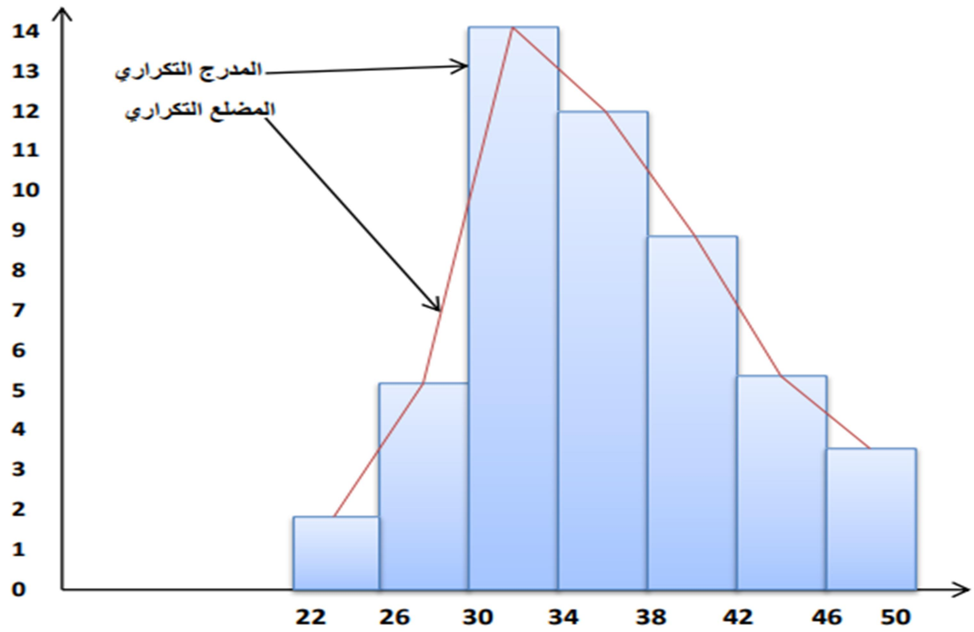
إذن ترتب و تبوب البيانات في **جدول التوزيع التكراري** في شكل فئات على النحو التالي :

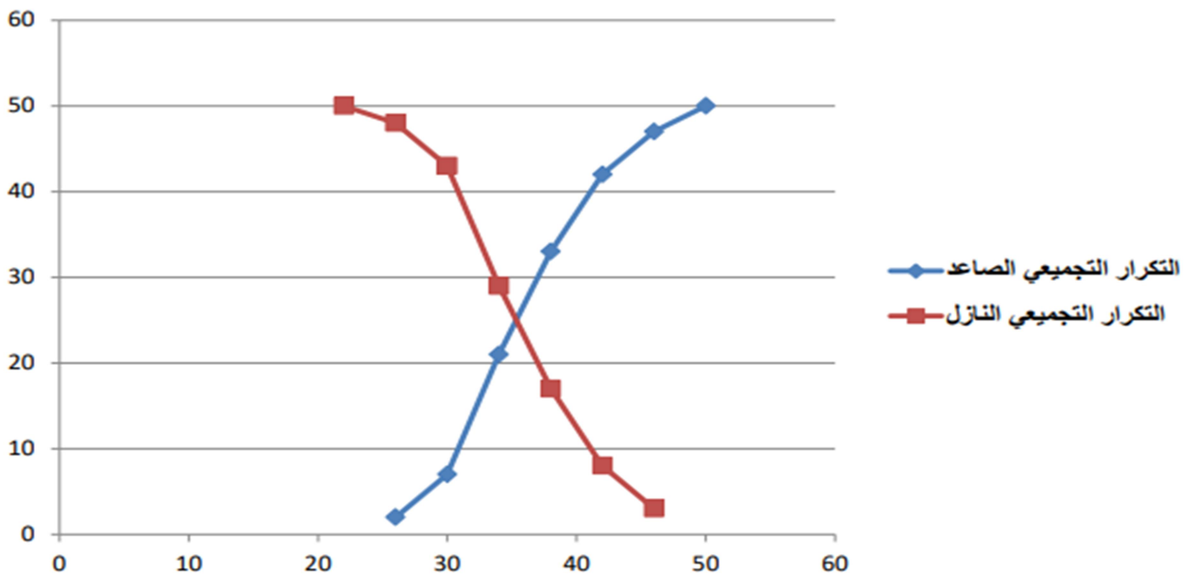
وزن التلاميذ (Xi)	]26-22]	]30-26]	]34-30]	]38-34]	]42-38]	]46-42]	]50-46]	**المجموع** $\sum$
عدد التلاميذ (ni)	02	05	14	12	09	05	03	**50**

1- حساب مراكز الفئات، التكرار التجميعي المطلق الصاعد و النازل، التكرار التجميعي النسبي الصاعد و النازل :

وزن التلاميذ (Xi)	عدد التلاميذ (ni)	مركز الفئة (Ci)	Ni↑	Ni↓	Fi	Fi↑	Fi↓
]26-22]	02	24	03	50	0.04	0.04	1
]30-26]	05	28	09	47	0.10	0.14	0.96
]34-30]	14	32	19	41	0.28	0.42	0.86
]38-34]	12	36	34	31	0.24	0.66	0.58
]42-38]	09	40	42	16	0.18	0.84	0.34
]46-42]	05	44	47	08	0.10	0.94	0.16
]50-46]	03	48	50	03	0.06	1	0.06
المجموع $\sum$	**50**				1		

2- التمثيل البياني بواسطة المدرج التكراري والمضلع التكراري :





المحور الثالث:

مقاييس النزعة المركزية

تمهيد:

غالبا ما نلاحظ أن البيانات تميل إلى التركيز حول قيمة معينة، وفي هذه الحالة يمكن استخدام هذه القيمة المركزية " لتمثيل هذه المجموعة من البيانات ، والمقاييس " المستخدمة في التعرف على هذه القيمة المركزية تسمى بـ"**مقاييس النزعة المركزية**" ويجب أن يتوفر في هذه المقاييس الخصائص الآتية لكي يكون المقياس جيدا:

- أن يعتمد المقياس في حسابه على كل المشاهدات
- أن يكون المقياس سهل الحساب والفهم.
- أن يتوفر فيه القابلية للتعامل الجبري.

و تعتبر مقاييس النزعة المركزية من أهم المؤشرات الأولية التي يعتمد عليها الباحث في وصف الظاهرة والتي تسمح له من الحصول على فكرة سريعة على طريقة تمركز البيانات. كما انها الاكثر استخداما في النواحي التطبيقية. فهي تلك القيمة التي نجدها من مجموعة البيانات التي لدينا و التي تمثل هذه البينات بشكل مقبول .

ومن أهم هذه المقاييس التي سنتناولها في هذا المحور: المتوسط بأنواعه الحسابي الهندسي و التوافقي ، التربيعي، المنوال ،الوسيط و مشتقاته.

أولا- مقاييس النزعة المركزية (حالة البيانات الغيرمبوبة أو سلسلة إحصائية)

المقصود بالبيانات الغير مبوبة أن البيانات الإحصائية غير مرتبة أو مبوبة في جدول توزيع تكراري.

1- **المتوسط الحسابي : ($\bar{X}$)**

إذا كان لدينا n مشاهدة (Xn ، ......X2،. X1) غير مرتبة في جدول تكراري فإن المتوسط الحسابي يساوي مجموع المشاهدات على عددها و يحسب بالعلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots x_k}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

x_i : قيم المتغير الإحصائي (قيم البيانات الإحصائية)

n_i: عدد قيم بيانات السلسلة الإحصائية

<u>مثال رقم 01:</u>

إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي:

16 - 1 - 8 - 14 - 2 - 10 - 5 - 9

- أحسب متوسط علامات الطالب في الإمتحانات .

الحل:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{9 + 5 + 10 + 2 + 14 + 8 + 1 + 16}{8} = 8.125$$

2- المتوسط الهندسي: ($\overline{X}_G$)

يعرف المتوسط الهندسي لمجموعة من البيانات عددها n بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم .و

يحسب بالعلاقتين التاليتين:

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \dots * x_n}$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{n}\sum logx_i}$$

نفس المثال السابق رقم 01:

إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي:

16 - 1 - 8 - 14 - 2 - 10 - 5 - 9

- أحسب المتوسط الهندسي لعلامات الطالب:؟

-الطريقة الأولى:

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \dots * x_n}$$

$$\overline{X_G} = \sqrt[8]{9 * 5 * 10 * 2 * 14 * 8 * 1 * 16} = 5.96$$

-الطريقة الثانية:

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{n}\sum logx_i}$$

Xi	9	5	10	2	14	8	1	16	$\sum$
Log xi	0.954	0.698	1	0.301	1.146	0.903	0	1.204	**6.206**

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{8}(6.206)} = 5.96$$

3- المتوسط التو افقي : ($\overline{X}_H$)

الوسط التوافقي لمجموعة من القيم هو الوسط الحسابي لمقلوب هذه القيم، إذا كان المتغير يأخذ القيم

Xn ، ......X2.، X1 فإن الوسط التوافقي يحسب وفق العلاقة التالية:

$$\overline{X_H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

نفس المثال السابق رقم 01:

إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي:

16 - 1 - 8 - 14 - 2 - 10 - 5 - 9

- أحسب المتوسط التوافقي لعلامات الطالب:؟

<u>الحل:</u>

$$\overline{X_H} = \frac{8}{\frac{1}{9}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2}+\frac{1}{14}+\frac{1}{8}+\frac{1}{1}+\frac{1}{16}} = 6.84$$

4- المنوال (M_0) :

هو القيمة الأكثر تكرارا أو شيوعا في قيم أو بيانات السلسلة الإحصائية.

نفس المثال السابق رقم 01: إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي: 9 - 5 - 10 - 2 - 14 - 8 - 1 - 16

- أحسب المنوال؟

في هذه البيانات لا توجد قيمة أكثر تكرارا و بالتالي لا يمكن تحديد المنوال.

- نأخد نفس المثال السابق مع إضافة الرقم 09 إلى سلسلة البيانات : 1- 2- 5- 8 - **9**- 10- 14- 16- **9**

إذن في هذه الحالة الرقم **09** هو المنوال لأنه هو القيمة الأكثر تكرارا و منه **9** = M_O

5- الوسيط: (Me)

الوسيط هو القيمة التي تتوسط المشاهدات بعد ترتيبها بشكل تصاعدى أو تنازلى، حيث نجد نصف المشاهدات أصغر من الوسيط والنصف الآخر أكبر منه، ويرمز له بـ **Me**

الحالة الأولى: إذا كان عدد المشاهدات أو عدد بيانات السلسلة **فردي** فإن الوسيط هو القيمة التي رتبتها

$$p = \frac{n+1}{2}$$

مثال: أحسب الوسيط لسلسلة البيانات الإحصائية التالية: 1-2-5-8-9-10-14

$$p = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

الوسيط في هذه الحالة هي القيمة التي رتبتها **4** أي **8= Me**

الحالة الثانية: إذا كان عدد المشاهدات أو عدد بيانات السلسلة **زوجي** فإن الوسيط هو متوسط القيمتين التي تقع بينهما رتبة الوسيط $p = \frac{n+1}{2}$

نفس المثال السابق رقم 01: إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي: 9 - 5 - 10 - 2 - 14 - 8 - 1 - 16 . أحسب الوسيط؟

الحل:

نرتب البيانات تصاعديا أو تنازليا على النحو التالي: 1- 2- 5- 8- 9- 10- 14- 16

$$p = \frac{n+1}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

إذن الرتبة p = 4.5 تقع بين القيمتين 8 و 9 و منه الوسيط يساوي:

$$\mathbf{Me} = \frac{8+9}{2} = \mathbf{8.5}$$

و العكس في حالة إذا رتبت السلسلة تنازليا أي :

$$Me = \frac{9+8}{2} = \mathbf{8.5}$$

6- المقاييس الشبيهة بالوسيط (مشتقات الوسيط):

بما أنه يمكن تقسيم بيانات أي ظاهرة إلى عدة أقسام متساوية وليس إلى قسمين فقط كما هو عليه الحال في الوسيط، فإنه يمكن التعامل مع البيانات أو القيم بنفس طريقة التعامل مع الوسيط، حيث نميز:

- **الربيعات Qi**: هي القيم التي تقسم مجموع البيانات إلى أربعة أقسام متساوية، كل قسم يأخذ 25%
- **الخميسات Si** : هي القيم التي تقسم مجموع البيانات إلى خمسة أقسام متساوية، كل قسم يأخذ 20%
- **العشيرات Di**: هي القيم التي تقسم مجموع البيانات إلى عشرة أقسام متساوية، كل قسم ي يأخذ 10% .
- **الميئينات Ci** : هي القيم التي تقسم مجموع البيانات إلى مئة قسم متساوي، كل قسم يأخذ 1% .

ملاحظة:

عند حساب مشتقات الوسيط يجب أن نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا و ليس تنازليا .

نبحث عن المقياس الشبيه بالوسيط المراد حسابه لهذه البيانات وذلك بحساب رتبته، والرتب هي كما يلي:

$$PQ_i = \frac{i(n+1)}{4}$$

$$PS_i = \frac{i(n+1)}{5}$$

$$PD_i = \frac{i(n+1)}{10}$$

$$PC_i = \frac{i(n+1)}{100}$$

نفس المثال السابق رقم 01: إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي: 9- 5- 10- 2- 14- 8- 1- 16

- أحسب الربيع الأول Q_1 ،الخميس الثالث S_3 ،العشير السابع D_7 ، و الميئين السايع والثلاثون C_{37} ؟

الحل:

نرتب البيانات تصاعديا على النحو التالي: 1- 2- 5- 8- 9- 10- 14- 16

- حساب الربيع الأول Q_1 :

$$PQ_1 = \frac{1(8+1)}{4} = 2.25$$

إذن الرتبة $PQ_1 = 2.25$ تقع بين القيمتين 2 و 5 و منه الربيع الأول هو متوسط القيمتين :

$$Q_1 = \frac{2+5}{2} = \mathbf{3.5}$$

75% من علامات الطالب أكبر من 3.5

25% من علامات الطالب أقل من 3.5

-حساب الخميس الثالث S_3 :

$$PS_3 = \frac{3(8+1)}{5} = 5.4$$

إذن الرتبة $PS_3 = 4.5$ تقع بين القيمتين 8 و 9 و منه الخميس الثالث هو متوسط القيمتين :

$$S_3 = \frac{8+9}{2} = 8.5$$

40 % من علامات الطالب أكبر من 8.5

60 % من علامات الطالب أقل من 8.5

-حساب **العشير السابع D_7** :

$$PD_7 = \frac{7(8+1)}{10} = 6.3$$

إذن الرتبة $PD_7 = 6.3$ تقع بين القيمتين 10 و 14 و منه العشير السابع هو متوسط القيمتين :

$$D_7 = \frac{10+14}{2} = 12$$

30 %من علامات الطالب أكبر من 12

70 % من علامات الطالب أقل من 12

- حساب **الميئين السايع والثلاثون C_{37}** :

$$PC_{37} = \frac{37(8+1)}{100} = 3.33$$

إذن الرتبة $PC_{37} = 3.33$ تقع بين القيمتين 5 و 8 و منه العشير السابع هو متوسط القيمتين :

$$C_{37} = \frac{5+8}{2} = 6.5$$

63 % من علامات الطالب أكبر من 6.5

37 % من علامات الطالب أقل من 6.5

ثانيا- مقاييس النزعة المركزية (حالة البيانات المبوبة بدون فئات) :

البيانات المبوبة بدون فئات يقصد بها البيانات الإحصائية أو المشاهدات المرتبة في جدول توزيع التكراري بشكل منفرد و بدون فئات و غالبا بيانات المتغير الكمي المتقطع هي المعنية بذلك .

1- المتوسط الحسابي ($\overline{X}$):

يحسب المتوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة بدو فئات بالعلاقة التالية :

$$\bar{X} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots \ldots + n_kx_k}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_ix_i}{\sum n_i}$$

Xi: قيم المتغير الإحصائي

ni : التكرار المطلق

- كذلك يمكن حساب المتوسط الحسابي بإستعمال التكرار النسبي بواسطة العلاقة التالية:

$$\bar{X} = \sum f_ix_i$$

Xi: قيم المتغير الإحصائي

fi : التكرار النسبي

المثال رقم 02 : الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لـ 20 مسكن حسب عدد الغرف

عدد الغرف (Xi)	2	3	4	5	$\sum$
المساكن (ni)	7	4	6	3	**20**

- أحسب المتوسط الحسابي بالطريقتين؟

<u>الحل:</u>

Xi	2	3	4	5	$\sum$
ni	7	4	6	3	**20**
ni Xi	14	12	24	15	**65**
fi	0.35	0.20	0.30	0.15	**1**
fi Xi	0.7	0.6	1.2	0.75	**3.25**

- الطريقة الأولى :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{65}{20} = \mathbf{3.25}$$

- الطريقة الثانية :

$$\bar{X} = \sum f_i x_i = \mathbf{3.25}$$

1-1- المتوسط الحسابي المرجح للأوساط الحسابية:

يستخدم المتوسط الحسابي المرجح لإيجاد المتوسط الحسابي لأكثر من مجموعة في حالة دمجهم مع بعض في مجموعة واحدة، فإذا كانت لدينا مثلا مجموعة n_1 من القيم وسطها الحسابي $\bar{X}_1$، ومجموعة ثانية تتكون n_2 من القيم وسطها الحسابي $\bar{X}_2$ ، فإن الوسط الحسابي للمجموعتين هو :

$$\bar{\bar{X}} = \frac{n_1\bar{X}_1 + n_2\bar{X}_2}{n_1 + n_2}$$

مثال :

لدينا المعلومات التالية لطلبة مقسمين إلى مجموعتين، فيما يخص امتحان في مادة الإحصاء

- عدد طلبة المجموعة الأولى = 248 و المتوسط الحسابي لدرجاتهم = 5.09

- عدد طلبة المجموعة الثانية = 230 و المتوسط الحسابي لدرجاتهم = 4.10

المطلوب:

أوجد المتوسط الحسابي لمجموع الطلبة؟

الحل:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{n_1\bar{X}_1 + n_2\bar{X}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{248*5.09 + 230*4.10}{248+230} = \mathbf{4.61}$$

و بالتالي متوسط علامات مجموع الطلبة هو **4.61**

2- المتوسط الهندسي:($\overline{X_G}$)

في حالة وجود بيانات مرتبة في جدول تكراري فإن المتوسط الهندسي يحسب وفق العلاقتين التاليتين :

$$\overline{X_G} = \sqrt[N]{{x_1}^{n_1} * {x_2}^{n_2} * \dots * {x_n}^{n_i}}$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{N}\sum n_i log x_i}$$

علما أن : $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$

نفس المثال السابق رقم 02 : الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لـ 20 مسكن حسب عدد الغرف

عدد الغرف (Xi)	2	3	4	5	$\sum$
المساكن (ni)	7	4	6	3	**20**

-أحسب المتوسط الهندسي بالطريقتين؟

الحل:

Xi	2	3	4	5	$\sum$
ni	7	4	6	3	**20**
Xi^{ni}	128	81	4096	125	/
Log Xi	0.3	0.47	0.6	0.69	/
ni Log Xi	2.1	1.9	3.61	2.09	**9.7**

- **الطريقة الأولى:**

$$\overline{X_G} = \sqrt[N]{{x_1}^{n_1} * {x_2}^{n_2} * \dots * {x_n}^{n_i}}$$

$$\overline{X_G} = \sqrt[20]{2^7 * 3^4 * 2^7 * 4^6 * 5^3}$$

$$\overline{X_G} = \sqrt[20]{128 * 81 * 4096 \times 125}$$

$$\overline{X_G} = 3.06$$

- **الطريقة الثانية:**

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{N}\sum n_i log x_i}$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{20}\ 9.7}$$

$$\overline{X_G} = 3.05$$

3-المتوسط التو افقي $(\overline{X_H})$: يحسب وفق العلاقة التالية:

$$\overline{X_H} = \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_i}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2} + \dots + \frac{n_i}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$$

نفس المثال السابق رقم 02: الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لـ 20 مسكن حسب عدد الغرف

المساكن (Xi)	2	3	4	5	$\sum$
عدد الغرف (ni)	7	4	6	3	**20**

-أحسب المتوسط التوافقي؟

<u>الحل:</u>

Xi	2	3	4	5	$\sum$
ni	7	4	6	3	**20**
ni / Xi	3.5	1.3	1.5	0.6	**6.9**

$$\overline{X_H} = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{20}{6.9} = 2.08$$

4 – المنوال (M_O) :

في حالة البينات المبوبة بدون فئات فالمنوال هو القيمة Xi المقابلة لأكبر قيمة للتكرار المطلق ni في جدول التوزيع التكراري و من خلال المثال السابق فإن قيمة المنوال هي القيمة 02 .

عدد الغرف (Xi)	المساكن (ni)
2	7
3	4
4	6
5	3
$\sum$	**20**

M_O =02

5- **الوسيط (Me) :**

لتحديد الوسيط حالة البينات المبوبة بدون فئات يجب إتباع الخطوات التالية:[11]

- حساب التكرار التجميعي المطلق الصاعد
- حساب الرتبة $P = \frac{N}{2}$
- تحديد قيمة التكرار التجميعي المطلق الصاعد $N\uparrow$ المساوية لـ $\frac{N}{2}$ أو الأكبر منها مباشرة و بالتالي قيمة المتغير xi المقابلة لهذه القيمة هي الوسيط $N\uparrow \geq \frac{N}{2}$

نفس المثال السابق رقم 02: الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لـ 20 مسكن حسب عدد الغرف

المساكن (Xi)	2	3	4	5	$\sum$
عدد الغرف (ni)	7	4	6	3	**20**

المطلوب :

أحسب الوسيط؟

الحل:

$$p = \frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

عدد الغرف(Xi)	المساكن (ni)	$N\uparrow$
2	7	7
3	4	**11**
4	6	17
5	3	20
$\sum$	**20**	

M_e =03

من الجدول قيمة $N\uparrow \geq 10$ هي 11 و منه : **Me =03**

6- المقاييس الشبيهة بالوسيط (مشتقات الوسيط):

نبحث عن المقياس الشبيه بالوسيط المراد حسابه لهذه البيانات وذلك بحساب رتبته، والرتب هي كما يلي:

$$PS_i = \frac{i\,N}{5} \qquad PQ_i = \frac{i\,N}{4}$$

[11] سالم عيسى بدر ، عماد غضاب عبابنة، "**مبادئ الإحصاء الوصفي و الإستدلالي**" ، الطبعة الأولى ، دار الميسرة للشر و التوزيع، الأردن، 2007، ص69 .

$$PD_i = \frac{i\,N}{10} \qquad PC_i = \frac{i\,N}{100}$$

و نتبع نفس خطوات تحديد قيمة الوسيط :

- حساب التكرار التجميعي المطلق الصاعد
- حساب الرتبة P حسب المقياس المطلوب
- تحديد قيمة التكرار التجميعي المطلق الصاعد $N^{\uparrow}$ المساوية للرتبة P أو الأكبر منها مباشرة.

نفس المثال السابق رقم 02: الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لـ 20 مسكن حسب عدد الغرف

عدد الغرف (Xi)	2	3	4	5	$\sum$
المساكن (ni)	7	4	6	3	**20**

المطلوب :

أحسب الربيع الثالث Q_3 ، العشير التاسع D_9 ؟

<u>الحل:</u>

***الربيع الثالث Q_3 :**

$$PQ_3 = \frac{3\,N}{4} = \frac{3\ 20}{4} = 15$$

من الجدول قيمة $N^{\uparrow} \geq 15$ هي 17 و منه : **Q_3 =04**

* العشير التاسع D_9 :

$$PD_9 = \frac{9\,N}{10} = \frac{9\ 20}{10} = 18$$

من الجدول قيمة $N^{\uparrow} \geq 18$ هي 20 و منه : D_9 =**5**

عدد الغرف (Xi)	المساكن (ni)	$N^{\uparrow}$
2	7	7
3	4	**11**
4	6	17
5	3	20
$\sum$	**20**	

Q_3= 04

D_9= 05

ثالثا- مقاييس النزعة المركزية (حالة البيانات المبوبة على شكل فئات) :

البيانات المبوبة بفئات يقصد بها البيانات الإحصائية أو المشاهدات المرتبة في جدول توزيع التكراري على شكل مجالات و غالبا بيانات المتغير الكمي المستمر هي المعنية بذلك.

1- المتوسط الحسابي$(\overline{X})$:

يحسب المتوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة على شكل فئات بالعلاقتين التاليتين:

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i C_i}{\sum n_i} \quad \text{أو} \quad \overline{X} = \sum f_i C_i$$

C_i: مركز الفئة، n_i : التكرار المطلق

مثال رقم 03:

الجدول التالي يبين توزيع نقاط 50 طالب في مقياس الإحصاء:

الفئات	]4 - 0]	]8 -4]	]12 -8]	]16 -12]	]20 -16]	المجموع
n_i	03	15	20	10	02	**50**

- أحسب المتوسط الحسابي بالطريقتين؟

الحل:

الفئات	n_i	C_i	f_i	$c_i n_i$	$f_i c_i$
]4-0]	03	02	0.06	06	0.12
]8-4]	15	06	0.3	90	1.8
]12-8]	20	10	0.4	200	04
]16-12]	10	14	0.2	140	2.8
]20-16]	02	18	0.04	36	0.72
المجموع	50	/	1	**472**	**9.44**

- **الطريقة الأولى:**

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i C_i}{\sum n_i} = \frac{772}{20} = 9.44$$

- **الطريقة الثانية:**

$$\overline{X} = \sum f_i c_i = \mathbf{9.44}$$

2 - المتوسط الهندسي:$(\overline{X_G})$

في حالة وجود بيانات مرتبة في جدول تكراري بفئات فإن المتوسط الهندسي يحسب وفق العلاقتين التاليتين :

$$\overline{X_G} = \sqrt[N]{{c_1}^{n_1} * {c_2}^{n_2} * \dots * {c_n}^{n_i}}$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{N}\sum n_i log \;\; i}$$

علما أن : $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$

نفس المثال السابق رقم 03: الجدول التالي يبين توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا:

المجموع	]20 -16]	]16 -12]	]12 -8]	]8 -4]	]4 - 0]	الفئات
50	02	10	20	15	03	n_i
/	18	14	10	6	2	c_i
/	1.25	1.14	01	0.77	0.30	$\log c_i$
46.35	2.5	11.4	20	11.55	0.9	$n_i \log c_i$

$$\overline{X_G} = 10^{(\frac{1}{N}\sum n_i \log c_i)}$$

$$\overline{X_G} = 10^{(\frac{1}{50}\sum 46.35)}$$

$$\overline{X_G} = 8.45$$

3- المتوسط التو افقي $(\overline{X_H})$:

يحسب المتوسط التوافقي في حالة البيانات المبوبة على شكل فئات بالعلاقتين التاليتين:

$$\overline{X_H} = \frac{n_1 + n_2 + \cdots + n_i}{\frac{n_1}{c_1} + \frac{n_2}{c_2} + \cdots + \frac{n_i}{c_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{c_i}}$$

نفس المثال السابق رقم 03: الجدول التالي يبين توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا:

المجموع	]20 -16]	]16 -12]	]12 -8]	]8 -4]	]4 - 0]	الفئات
50	02	10	20	15	03	n_i

- أحسب المتوسط التوافقي؟

الفئات	]4 - 0]	]8 -4]	]12 -8]	]16 -12]	]20 -16]	المجموع
n_i	03	15	20	10	02	**50**
x_i	2	6	10	14	18	/
n_i/x_i	1.5	2.5	02	0.71	0.11	**6.82**

$$\overline{X_H} = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{c_i}} = \frac{50}{6.82} = \mathbf{7.33}$$

4- المنوال (M_o):

في هذه الحالة تكون البيانات مبوبة على شكل فئات، وبالتالي فإن الفئة الأكثر تكرارا هي الفئة المنوالية،

و بالتالي يمكن تحديد المنوال وفق العلاقة التالية:

$$M_o = L_o + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) * C$$

<u>حيث:</u>

L_o: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

d_1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي قبلها.

d_2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي بعدها.

C: طول الفئة.

مثال رقم 03: الجدول التالي يبين توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا:

X_i	n_i
]4-0]	03
]8-4]	15
]12-8]	20
]16-12]	10
]20-16]	02
المجموع	50

$$d_1 = 20 - 15 = 5$$

$$d_2 = 20 - 10 = 10$$

$$M_o = 8 + \left[\frac{05}{05 + 10}\right] 04$$

$$M_o = 9.33$$

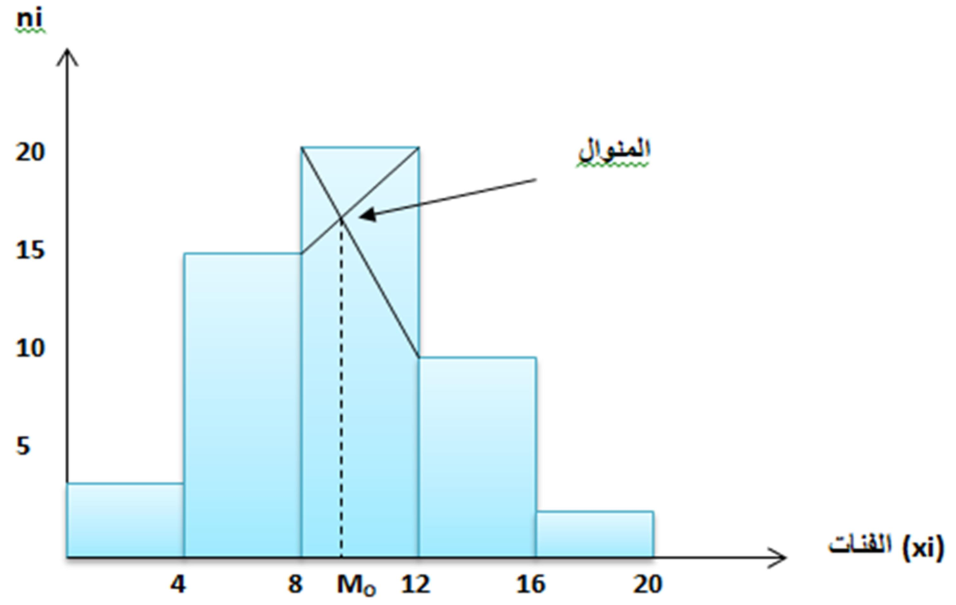
الفئة المنوالية هي **]12-8]** المقابلة لأكبر تكرار مطلق كما هو موضح في الجدول .

<u>*** المنوال بيانيا:**</u>

يحدد المنوال بيانيا بواسطة المدرج التكراري، وذلك باتباع الخطوات التالية:

- رسم المدرج التكراري للتوزيع

- الربط بخط مستقيم بين الحد الأعلى للفئة المنوالية و الحد الأعلى للفئة التي قبلها؛
- الربط بخط مستقيم بين الحد الأدنى للفئة المنوالية و الحد الأدنى للفئة الموالية لها؛
. إسقاط تقاطع الخطين السابقين على محور الفواصل، و التي تمثل قيمة المنوال كما هو موضح في الشكل أدناه.



5- الوسيط (M_e) :

تحديد الوسيط في هذه الحالة يتم باتباع الخطوات التالية:

- حساب التكرار التجميعي الصاعد للفئات.
- تحديد الفئة الوسيطة وهي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد $N^{\uparrow}$ عن القيمة المساوية لـ $\frac{N}{2}$ أو يساويها.
- حساب قيمة الوسيط وفق العلاقة التالية:

$$M_e = L + \left[\frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{Me-1}}{n_{M_e}}\right] C_{M_e}$$

حيث:

L: الحد الأدنى للفئة الوسيطة.

N: مجموع التكرارات.

$N^{\uparrow}_{Me-1}$: التكرار التجميعي الصاعد للفئة التي هي قبل الفئة الوسيطة.

n_{M_e}: التكرار المطلق للفئة الوسيطة.

C_{M_e}: طول الفئة الوسيطة.

نفس المثال رقم 03: نفس المثال السابق و هو توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا.

أحسب الوسيط؟

الحل:

تحديد الفئة الوسيطة بحساب الرتبة $\frac{N}{2}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $N_{Me}^{\uparrow} \geq 25$

وبالتالي الفئة الوسيطة هي :]8- 12] كما هو موضح في الجدول:

X_i	n_i	$N^{\uparrow}$	$N^{\downarrow}$
]4-0]	03	03	50
]8-4]	15	18	47
]12-8]	20	38	32
]16-12]	10	48	12
]20-16]	02	50	02
المجموع	50	/	

$$M_e = 8 + \left[\frac{\frac{50}{2} - 18}{20}\right] 4$$

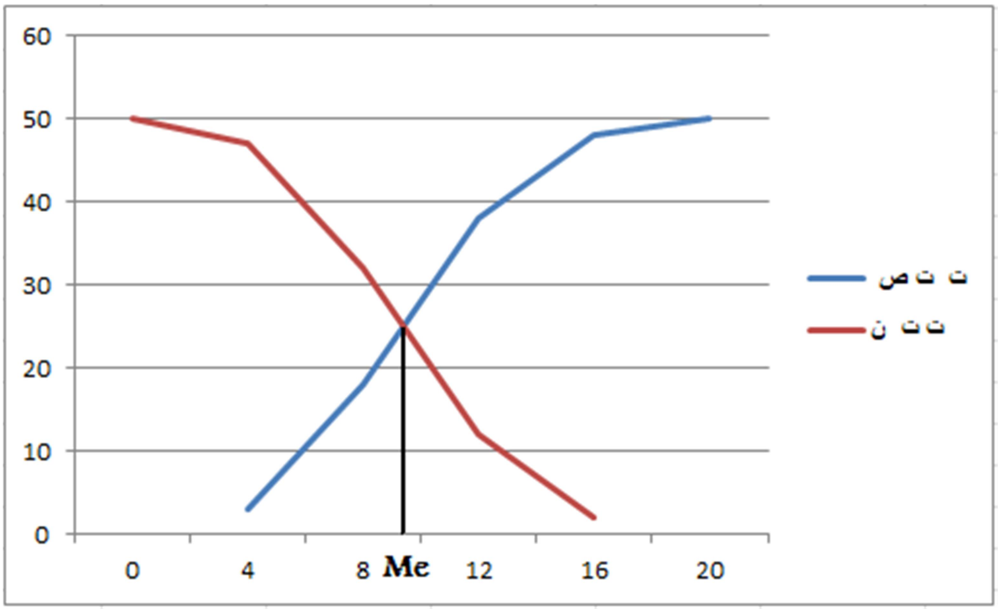
$$\boxed{M_e = 9.4}$$

*** الوسيط بيانيا:**

يحدد الوسيط بيانيا باتباع الخطوات التالية:

- التمثيل البياني للتكرار التجميعي الصاعد و النازل.

. إسقاط نقطة تقاطع منحنى التكرار التجميعي الصاعد و النازل على محور الفواصل، و التي تمثل قيمة الوسيط كما هو موضح في الشكل أدناه.



6- المقاييس الشبيهة بالوسيط (مشتقات الوسيط):

نبحث عن المقياس الشبيه بالوسيط المراد حسابه لهذه البيانات وذلك بحساب رتبته، والرتب هي كما يلي:

$$PQ_i = \frac{i\,N}{4} \qquad PS_i = \frac{i\,N}{5}$$

$$PD_i = \frac{i\,N}{10} \qquad PC_i = \frac{i\,N}{100}$$

و نتبع نفس خطوات تحديد قيمة الوسيط :[12]

- حساب التكرار التجميعي المطلق الصاعد
- حساب الرتبة P حسب المقياس المطلوب حسابه
- تحديد قيمة التكرار التجميعي المطلق الصاعد $N^{\uparrow}$ المساوية للرتبة **P** أو الأكبر منها مباشرة.

حسب المقياس المطلوب حسابه

تحديد الفئة (الربيعية، العشيرية، المئينية) حسب المقياس المطلوب حسابه

- التطبيق العددي بإستعمال العلاقة الخاصة بكل مقياس كما يلي:

$$Q_i = A_{Q_i} + \left[\frac{\frac{iN}{4} - N^{\uparrow}_{Q_{i-1}}}{n_{Q_i}}\right] L_{Q_i}$$

$$D_i = A_{D_i} + \left[\frac{\frac{iN}{10} - N^{\uparrow}_{D_{i-1}}}{n_{D_i}}\right] L_{D_i}$$

$$C_i = A_{C_i} + \left[\frac{\frac{iN}{100} - N^{\uparrow}_{C_{i-1}}}{n_{C_i}}\right] L_{C_i}$$

نفس المثال رقم 03 : نفس المثال السابق و هو توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا.

أحسب الربيع الأول Q_1 و العشير السادس D_6 ؟

الحل:

- **الربيع الأول** Q_1 :

تحديد الفئة الربعية الأولى بحساب الرتبة $\frac{N}{4}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $N^{\uparrow} \geq 12.5$ كما هو موضح في الجدول:

[12]. ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش " **محاضرات في مقياس الإحصاء 01- مدعمة بتمارين و إمتحانات محلولة**"، مطبوعة بيداغوجية موجهة لفائدة طلبة السنة أولى جذع مشترك، جامعة فرحات عباس سطيف الجزائر ، سنة 2014/2013.

الفئات	n_i	$N^{\uparrow}$
]4-0]	03	03
]8-4]	15	18
]12-8]	20	38
]16-12]	10	48
]20-16]	02	50
المجموع	50	/

فئة الربيع الأول

فئة العشير السادس

$$Q_1 = A_{Q_i} + \left[\frac{\frac{50}{4} - 03}{15}\right] 4$$

$$Q_1 = 6.53$$

- **العشير السادس D_6 :**

تحديد فئة العشير السادس بحساب الرتبة $\frac{6N}{10}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $N^{\uparrow} \geq 30$ كما هو موضح في الجدول:

$$D_6 = A_{D_i} + \left[\frac{\frac{iN}{10} - N^{\uparrow}_{D_{i-1}}}{n_{D_i}}\right] L_{D_i}$$

$$D_6 = 8 + \left[\frac{\frac{6*50}{10} - 18}{20}\right] 4$$

$$D_6 = 10.8$$

تمارين المحور الثالث

التمرين الأول:

الجدول التالي يبين عدد العمال و متوسط أجر العمال (ألف دينار) في وحدتين مختلفتين و التي تمثل شركة لإنتاج الأنابيب البلاستيكية.

الفرع	وحدة الشمال	وحدة الشرق
عدد العمال	130	110
متوسط الأجور	13000	14500

المطلوب:

حساب متوسط الأجور التي توزعها هذه الشركة؟

حل التمرين:

$\bar{X}1 = 13000 \qquad n_1 = 130$

$\bar{X}2 = 14500 \qquad n_2 = 110$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\mathbf{n_1 \bar{X}_1} + \boldsymbol{n_2}\mathbf{\bar{X}_2}}{\mathbf{n_1} + \boldsymbol{n_2}}$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{130*13000 + 110*14500}{130+110} = \mathbf{13687.5}$$

و بالتالي متوسط أجور العمال في الشركة هو 13687.5 دج

التمرين الثاني:

يمثل الجدول التالي توزيع 50 طالب حسب عدد الغيابات في السداسي الأول

X_i	0	01	02	03	04	05	$\sum$
ni	0.18	0.3	0.22	0.16	0.08	0.06	1

المطلوب :

- أحسب المتوسط الحسابي بإستعمال التكرار النسبي؟
- أحسب الوسيط، المنوال ؟

حل التمرين:

1- المتوسط الحسابي $(\bar{X})$:

$$\bar{X} = \sum F_i X_i$$

$$\bar{X} = \boxed{1,84}$$ (أنظر الجدول أداه)

X_i	n_i	F_i	F_iX_i	$N\uparrow$
0	09	0.18	0	09
1	15	0.3	0.3	24
2	11	0.22	0.44	35
3	08	0.16	0.48	43
4	04	0.08	0.32	47
5	03	0.06	0.3	50
$\sum$	50	1	**1.84**	

$M_O = 01$

$Me = 02$

2- المنوال، الوسيط:

أ- المنوال:

هو قيمة X_i المقابلة لأكبر تكرار مطلق، ومن الجدول نستنتج : $M_0 = 01$

ب- الوسيط:

من أجل حساب قيمة الوسيط حساب التكرار التجميعي المطلق الصاعد كما هو موضح في الجدول أعلاه

رتبة الوسيط $P = \frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$

من الجدول قيمة $N\uparrow$ ≤ 25 هي 11 و منه : **Me =02** $\frac{50}{2}$

<u>التمرين الثالث :</u>

يمثل الجدول التالي توزيع الأجور الشهرية لعمال مؤسسة (الوحدة : ألف دينار)

الفئات	$]L_1 - L_0]$	$]L_2 - L_1]$	$]L_3 - L_2]$	$]L_4 - L_3]$	$]L_5 - L_4]$
التكرار النسبي (Fi)	0.2	**A**	0.25	**B**	0.1
X_i	X_1	X_2	70	90	X_5

- إذا علمت أن **2 A =B** و $\sum ni\ xi = 4140$

<u>المطلوب</u> :

- أتمم جدول التوزيع التكراري.
- أحسب متوسط أجر العمال .
- أوجد عدد عمال المؤسسة، و استنتج التكرارات المطلقة.
- أحسب الأجر الوسيط .
- أحسب الربيع الأول و إستنتج الربيع الثاني .

حل التمرين:

1- إتمام جدول التوزيع التكراري:

الفرق بين مراكز الفئات يساوي طول الفئة، ومنه:

$$L_3 - L_2 = 90 - 70 = 20 \dots\dots\dots \quad ①$$

كذلك نعلم أن مركز الفئة $[L_3 - L_2]$ $70 =$ أي أن:

$$\frac{L_3 + L_2}{2} = 70 \Rightarrow L_3 + L_2 = 140 \dots\dots \quad ②$$

إذن من العلاقة ① و ② نحصل على جملة معادلتين:

$$\begin{cases} L_3 - L_2 = 20 \dots\dots & ① \\ L_3 + L_2 = 140 \dots\dots & ② \end{cases}$$

نحل جملة المعادلتين ونحصل على L_2 و L_3

$$① \Longrightarrow L_2 = 140 - L_3$$
$$② \Longrightarrow L_3 - (140 - L_3) = 20$$
$$2L_3 = 160$$
$$\boxed{L_3 = 80}$$
$$① \Rightarrow L_2 = 140 - 80$$
$$\boxed{L_2 = 60}$$

- **حساب A و B:**

نعلم أن: $\sum F_i = 1$ ومنه $1 = 0.1 + B + 0.25 + A + 0.2$، وبما أن $2A = B$ إذن:

$$1 = 3A + 0.55 \Longleftarrow \boxed{A = 0.15} \quad \text{ومنه} \quad \boxed{B = 0.3}$$

- تعويض قيم حدود الفئات ومراكزها وقيم A و B، نحصل على الجدول أدناه:

الفئات	]40-20]	]60-40]	]80-60]	]100-80]	]120-100]	$\sum$
التكرار النسبي (F_i)	0.2	0.15	0.25	0.3	0.1	**1**
مركز الفئة (C_i)	30	50	70	90	110	
F_iC_i	6	7.5	17.5	27	11	**69**
n_i	12	09	15	18	06	**60**
$N_i \uparrow$	12	21	36	54	60	

2- حساب متوسط أجر العمال $(\bar{X})$

C_i : مركز الفئة

$$\bar{X} = \sum F_i C_i$$

$$\boxed{\bar{X} = 69}$$

إذن : $\boxed{\bar{X} = 69} \Leftarrow \bar{X} = \sum F_i C_i = 69$

3- عدد العمال و التكرارات المطلقة n_i

* نعلم أن: $\bar{X} = \frac{\sum n_i C_i}{\sum n_i}$ و $\sum n_i C_i = 4140$

ومنه: $\frac{4140}{69} = \sum n_i \Leftarrow \bar{X} = \frac{4140}{\sum n_i}$

$\boxed{60 = N = \sum n_i} \Leftarrow$

إذن عدد العمال بالمؤسسة هو **60 عاملا**.

*** قيم التكرارات المطلقة:**

نعلم أن $\frac{n_i}{\sum n_i} = F_i \Leftarrow F_i * \sum n_i = n_i$ ومنه : $60.F_1 = n_1$

$$\boxed{12} = 60 \times 0.2 = n_1$$

$$\boxed{9} = 60 \times 0.15 = 60.F_2 = n_2$$

$$\boxed{15} = 60 \times 0.25 = 60.F_3 = n_3$$

$$\boxed{18} = 60 \times 0.3 = 60.F_4 = n_4$$

$$\boxed{6} = 60 \times 0.1 = 60.F_5 = n_5$$

4- حساب الأجر الوسيط (M_e):

رتبة الوسيط $\frac{N}{2} \leq N_i \uparrow \Leftarrow \frac{60}{2} \leq 36$ ومنه الفئة الوسيط هي **[60-80]**

وبالتالي يحسب الوسيط بالعلاقة التالية:

$$M_e = L_{(me)} + \left[\frac{\frac{N}{2} - N \uparrow (m_e - 1)}{n_{i(me)}}\right] * C_{me}$$

$$M_e = 60 + \left[\frac{\frac{60}{2} - 21}{15}\right] * 20$$

5- حساب الربيع الأول و استنتاج الربيع الثاني:

* الربيع الأول (φ_1) : يحسب بالعلاقة التالية:

$$\varphi_1 = L_{(\varphi_1)} + \left[\frac{\frac{N}{4} - N\uparrow(\varphi_1 - 1)}{n_{i(\varphi_1)}}\right] * C_{\varphi_1}$$

- تحديد الفئة الربيعية الأولى:

رتبة الربيع الأول $\frac{N}{4} \geq N\uparrow \Leftarrow \frac{60}{4} \geq N\uparrow \Leftarrow 15 \leq 21$ و منه من الجدول الفئة الربيعية الأولى هي]60-40].

إذن بالتعويض في القانون :

$$\varphi_1 = 40 + \left[\frac{\frac{60}{4} - 12}{09}\right] * 20$$

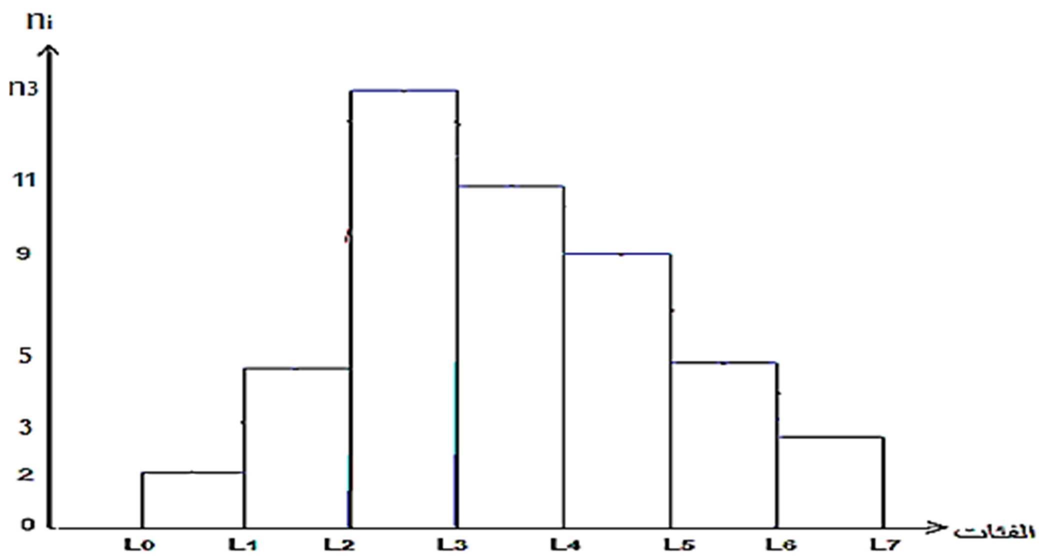
$$\boxed{\varphi_1 = 51.66}$$

*** استنتاج الربيع الثاني: φ_2**

نعلم أن $M_e = \varphi_2$ و بالتالي : $\boxed{72 = M_e = \varphi_2}$

<u>التمرين الرابع:</u>

لدينا التمثيل البياني الخاص بالتوزيع التكراري للمتغير الإحصائي Xi ، إذا علمت أن مركز الفئة الخامسة يساوي 40 و مركز الفئة السادسة يساوي 44.



<u>المطلوب:</u>

1- ما هو نوع المتغير الإحصائي المدروس؟

أنجز جدول التوزيع التكراري؟

حل التمرين:

1- نوع المتغير الإحصائي هو متغير كمي مستمر (متصل).

2- إعداد جدول التوزيع التكراري:

أ- تحديد جدول الفئات:

لدينا: $C_5 = 40$ و $C_6 = 44$، مع العل أن الفرق بين مراكز الفئات يساوي طول الفئة (C)، ومنه:

$$C = C_6 - C_5$$
$$C = 44 - 40 = \boxed{4}$$

-$C = 4 \Rightarrow L_5 - L_4 = 4 \ldots \ldots .$ ① معادلة

- $\frac{L_4+L_5}{2} = 40 \Longrightarrow L_4 + L_5 = 80 \ldots \ldots .$ ② معادلة

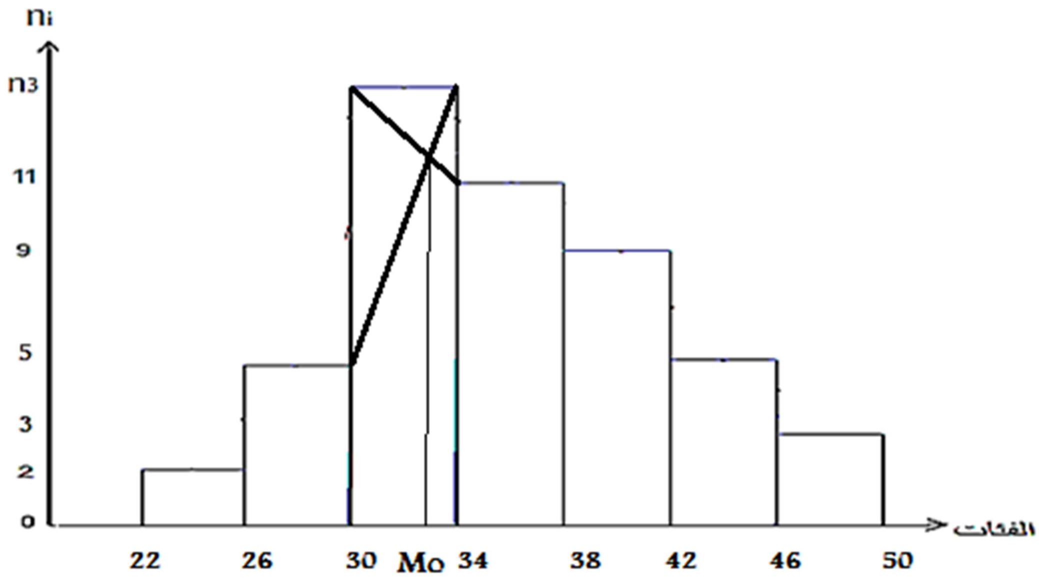
وبالتالي نحصل على جملة معادلتين:

$$\begin{cases} L_5 - L_4 = 4 \ldots \ldots . ① \\ L_4 + L_5 = 80 \ldots \ldots . ② \end{cases}$$
$$① + ② \Rightarrow 2L_5 = 84$$
$$\boxed{L_5 = 42}$$
$$② \Rightarrow L_4 + 42 = 80 \Rightarrow \boxed{L_4 = 38}$$

إذن بعد إيجاد حدود الفئة الخامسة وبما أن طول الفئة $C = 04$ يمكن تحديد بقية الفئات الأخرى.

ب- إيجاد قيمة التكرار (n_3):

من أجل تحديد قيمة n_3 نستخرج أولا المنوال بيانيا من الشكل كما هو موضح أدناه $M_0 = 33$



ومنه الفئة المنوالية [30-34] وباستخدام قانون المنوال:

$$M_0 = L_{M0} + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) * C_{M0}$$

$$33 = 30 + \left(\frac{n_3 - 5}{(n_3 - 5) + (n_3 - 11)}\right).4$$

$$\frac{33 - 30}{4} = \left(\frac{n_3 - 5}{2n_3 - 16}\right) \Longrightarrow 4n_3 - 20 = 6n_3 - 48$$

$$\Longrightarrow \boxed{n_3 = 14}$$

إذن جدول التوزيع التكراري على النحو التالي:

]50-46]	]46-42]	]42-38]	]38-34]	]34-30]	]30-26]	]26-22]	الفئات
3	5	9	11	**14**	5	2	n_i

المحور الرابع:

مقاييس التشتت

تمهيد:

تطرقنا في المحور السابق إلى مقاييس الترعة المركزية و التي سمحت لنا بتحديد القيم المتوسطة للبيانات أو قيمة تمركزها، غير أن هذه المقاييس لا تعطي فكرة واضحة ووافية عن اختلاف قيم مفردات مجموعة البيانات، ولا تحقق كل الأغراض التي يريد الباحث الوصول إليها من دراسته وتحليلاته للبيانات . فالمتوسطات لا تبين طبيعة المجموعة ولا كيفية توزيع مفرداتها حول القيمة المركزية، ولتوضيح ذلك أخذنا لمثال التالي الخاص بمجموعتين مكونة من 05 طلبة تحصلوا على العلامات التالية في مقياس الإحصاء.

المجموعة الأولى : 06 07 02 18 17

المجموعة الثانية : 12 07 10 11 10

ففي الوهلة الاولى يمكن استنتاج ان المجموعتين لهما نفس المستوى في مادة الاحصاء، الا ان الحقيقة غير ذلك ، حيث لو تمعنا جيدا في النقاط لوجدنا ان 3 من 5 طلبة في المجموعة الاولى لم يتحصلوا على المعدل بينما في المجموعة الثانية ،طالب فقط من بين 5 طلبة لم يتحصل على المعدل.

من جهة أخرى لو اخذنا الفرق بين اعلى نقطة و ادناها في المجموعتين لوجدنا في المجموعة الاولى ان الفرق كبير و هو 18-02 = 16 و المجموعة الثانية الفرق يساوي 12-07 = 05 بمعنى أن النقاط قريبة جدا من بعضها و من وسطها الحسابي .

و عليه يمكن استنتاج أن المتوسط الحسابي او مقاييس النزعة المركزية عموما ليس كافيا لوصف البيانات أو تحليلها كميا ولا بد أن تكون مصحوبة بمقاييس أخرى لقياس مدى تباعد أو تقارب البيانات من بعضها البعض أو من متوسطها، تسمى هذه المقاييس بمقاييس التشتت. و عليه تستخدم مقاييس التشتت لاعطاء صورة واضحة عن مدى تقارب المشاهدات او تباعدها من بعضها البعض . فكلما زادت قيمة مقياس التشتت كلما زاد تشتت المشاهدات وكلما قلت قيمته كلما زاد التجانس بينها".

و يقصد بالتشتت دراسة مدى تقارب أو تباعد البيانات عن بعضها البعض أي عن وسطها الحسابي. فكلما كانت البيانات قريبة من بعضها البعض أي قريبة من الوسط الحسابي تكون متجانسة، والعكس كلما كانت البيانات بعيدة عن بعضها أي بعيدة عن الوسط الحسابي تكون البيانات متباعدة أو مشتتة.

يقاس التشتت بعدة مقاييس منها المدى ، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري، الانحراف الربيعي (نصف المدى الربيعي)، معامل الاختلاف

أولا - مقاييس التشتت (بيانات سلسلة إحصائية أو البيانات الغير مبوبة)

1- المدى (Range):[13]

المدى يمثل الفرق بين أعلى قيمة في مجموعة بيانات وأدناها، وهو مقياس يبين مدى تباعد القيم في سلسلة عددية ما. إذا كان المدى عددًا كبيرًا فإن القيم في السلسلة متباعدة عن بعضها ومشتتة، وإذا كانت قيمته صغيرة فإن القيم متقاربة.

$$R = X_{max} - X_{min}$$

[13] عبد القادر حليمي، " **مدخل إلى الإحصاء** "، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004،ص 80.

المثال رقم 01:

إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي:

9 - 5 - 10 - 2 - 14 - 8 - 1 - 16

$$R = X_{max} - X_{min}$$
$$R = 16 - 01$$
$$R = 15$$

2- المدى الربيعي (I_Q) :

هو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول ($Q_3 - Q_1$) فهو يعتمد على القيم الوسطى ويهمل القيم المتطرفة.

وذلك بإهمال القسم العلوي 25 ٪ من البيانات و القسم السفلي 25 ٪ من البيانات

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

نفس المثال رقم 01:

إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي:

9 - 5 - 10 - 2 - 14 - 8 - 1 - 16

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

- حساب الربيع الأول Q_1:

نرتب البيانات تصاعديا على النحو التالي: 1-2-5-8-9-10-14-16

$$PQ_1 = \frac{1(8+1)}{4} = 2.25$$

إذن الرتبة $PQ_1 = 2.25$ تقع بين القيمتين 2 و 5 و منه الربيع الأول هو متوسط القيمتين :

$$Q_1 = \frac{2+5}{2} = \mathbf{3.5}$$

- حساب الربيع الثالث Q_3 :

$$PQ_3 = \frac{3(8+1)}{4} = 6.75$$

إذن الرتبة $PQ_1 = 6.75$ تقع بين القيمتين 10 و 14 و منه الربيع الأول هو متوسط القيمتين :

$$Q_3 = \frac{10+1}{2} = \mathbf{12}$$

إذن:

$$I_Q = 12 - 3.5$$
$$I_Q = 8.5$$

3-الانحراف الربيعي (E_Q) :

يسمى أيضا نصف المدى الربيعي وهو أفضل من المدى لأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة مستبعد القيم المتطرفة من الأعلى والأسفل. و هو متوسط الفرق بين الربيعيين الثالث والأول ويحسب من الصيغة الرياضية:

$$E_Q = \frac{I_Q}{02}$$

$$E_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{02}$$

نفس المثال رقم 01:

$$E_Q = \frac{I_Q}{02}$$

$$E_Q = \frac{8.5}{02}$$

$$E_Q = 4.25$$

4- التباين والإنحراف المعياري:

هو الوسط الحسابي لمربع إنحرافات القيم عن وسطها الحسابي و هو يدل عن مدى تشتت قيم المتغير الإحصائي المدروس عن و سطها الحسابي و يرمز للتباين بـ V (X) و الإنحراف المعياري بـ $\sigma(X)$ و هو الجدر التربيعي للتباين $\sigma(X) = \sqrt{V(x)}$ و يحسب بالعلاقة التالية :

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

نفس المثال رقم 01:

نعلم سابقا أن المتوسط الحسابي $\bar{X} = 8.125$

قيم المتغير (بيانات السلسلة) X_i	المتوسط الحسابي للقيم $\bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
1	8.125	50.76
2	8.125	37.51
5	8.125	9.76
8	8.125	0.01
9	8.125	1.26
10	8.125	4.51
14	8.125	37.51
16	8.125	66.01
$\sum$		**207.33**

إذن:

$$\sigma^2 = \frac{207.33}{8} = \mathbf{25.91}$$

$$\sigma = \sqrt{25.91} = \mathbf{5.09}$$

2- معامل الإختلاف النسبي:

و هو حاصل قسمة الإنحراف على المتوسط الحسابي أو هو نسبة الانحراف المعياري إلى الوسط الحسابي و يحسب بالعلاقة التالية :

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{X}} * 100$$

نفس المثال رقم 01:

$$CV = \frac{5.09}{8.125} * 100$$
$$CV = \mathbf{62.64}\ \%$$

ثانيا- مقاييس التشتت (حالة البيانات المبوبة بدون فئات)

1- المدى (R):

$$\mathrm{R} = \mathrm{X_{max}} - \mathrm{X_{min}}$$

المثال رقم 02 : البيانات التالية ثمثل عدد الغرف لـ 20 مسكن .

2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 3 - 3 - 3 - 3 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 5 - 5 - 5 .

عدد الغرف (Xi)	2	3	4	5	$\sum$
المساكن (ni)	7	4	6	3	**20**

$$\mathrm{R} = \mathrm{X_{max}} - \mathrm{X_{min}}$$
$$\mathrm{R} = 5 - 2$$
$$\mathrm{R} = 3$$

2- المدى الربيعي ($\mathbf{I}_Q$) :

$$\mathrm{I}_Q = \mathrm{Q}_3 - \mathrm{Q}_1$$

نفس المثال رقم 02: البيانات التالية ثمثل عدد الغرف لـ **20** مسكن .

$$\mathrm{I}_Q = \mathrm{Q}_3 - \mathrm{Q}_1$$

حساب الربيع الأول Q_1 :

$$\mathrm{PQ}_1 = \frac{\mathrm{N}}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

من الجدول قيمة $5 \leq N\uparrow$ هي 11 و منه : $Q_1 = 03$

- حساب الربيع الثالث Q_3 :

$$PQ_3 = \frac{3\,N}{4} = \frac{3\;20}{4} = 15$$

من الجدول قيمة $15 \leq N\uparrow$ هي 17 و منه : $Q_3 = 04$

$N\uparrow$	المساكن (ni)	عدد الغرف (Xi)
7	7	2
11	4	**3**
17	6	4
20	3	5
	20	$\sum$

$Q_1 = 03$

$Q_3 = 04$

إذن:

$$I_Q = 04 - 03$$
$$I_Q = 01$$

3- الانحراف الربيعي (E_Q) :

$$E_Q = \frac{I_Q}{02}$$
$$E_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{02}$$

نفس المثال رقم 02:

$$E_Q = \frac{I_Q}{02}$$
$$E_Q = \frac{01}{02}$$
$$E_Q = 0.5$$

4- التباين والانحراف المعياري:

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}}$$

نفس المثال رقم 02 : توزيع 20 مسكن حسب عدد الغرف

$n_i(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2$	n_i	X_i
10.9375	1.5625	07	02
0.25	0.0625	04	03
3.375	0.5625	06	04
9.1875	3.625	03	05
23.75	/	20	

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i(X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{23.75}{20} = 1.1875$$

$$\sigma = \sqrt{1.1875} = 1.089$$

5- معامل الاختلاف :

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}.100$$

$$CV = \frac{1.089}{3.25}.100 = 33.50\%$$

ثالثا- مقاييس التشتت (حالة البيانات المبوبة على شكل فئات)

1- المدى (R):

$$R = X_{max} - X_{min}$$

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة − الحد الأدنى الفئة الأولى

المثال رقم 03: الجدول التالي يبين توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا:

المجموع	]20 -16]	]16 -12]	]12 -8]	]8 -4]	]4 - 0]	**الفئات**
50	02	10	20	15	03	n_i

$$R = X_{max} - X_{min}$$

$$R = 20 - 0$$

$$R = 20$$

2- المدى الربيعي (I_Q) :

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

نفس المثال رقم 03: توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا:

- **حساب الربيع الأول Q_1 :**

تحديد الفئة الربعية الأولى بحساب الرتبة $\frac{N}{4}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $N^{\uparrow} \geq 12.5$ كما هو موضح في الجدول:

$N^{\uparrow}$	n_i	X_i
03	03	]4-0]
18	15	]8-4]
38	20	]12-8]
48	10	]16-12]
50	02	]20-16]
/	50	المجموع

فئة الربيع الأول

فئة الربيع الثالث

$$Q_1 = 4 + \left[\frac{\frac{50}{4} - 03}{15}\right] 4$$

$$Q_1 = 6.53$$

- **حساب الربيع الثالث (Q_3) :**

تحديد الفئة الربعية الثالثة بحساب الرتبة $\frac{3\ N}{4}$ معناه $37.5 = \frac{3 * 50}{4}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $N^{\uparrow} \geq 37.5$ كما هو موضح في الجدول:

$$Q_3 = 8 + \left[\frac{37.5 - 18}{20}\right] 4$$

$$Q_3 = 11.9$$

3- الانحراف الربيعي (E_Q) :

$$E_Q = \frac{I_Q}{02}$$

$$E_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{02}$$

نفس المثال رقم 03:

$$E_Q = \frac{I_Q}{02}$$

$$E_Q = \frac{11.9 - 6.53}{02}$$

$$E_Q = 2.685$$

4- التباين والانحراف المعياري:

هو الوسط الحسابي لمربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي و هو يدل عن مدى تشتت قيم المتغير الإحصائي المدروس عن وسطها الحسابي ويرمز للتباين بـ $V(X)$ و الانحراف المعياري بـ $\sigma(X)$ و هو الجذر التربيعي للتباين $\sigma(X) = \sqrt{V(x)}$ ويحسبان بالعلاقة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i (C_i - \bar{X})^2}{\sum n_i} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (C_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}}$$

نعلم من خلال المحور السابق أن $\bar{X} = 9.44$

الفئات	[0 - 4[	[4- 8[	[8- 12[	[12- 16[	[16- 20[	المجموع
n_i	03	15	20	10	02	**50**
C_i	2	6	10	14	18	/
$(C_i - \bar{X})^2$	55.35	11.83	2.07	29.59	89.11	
$n_i(C_i - \bar{X})^2$	165.9	177.45	41.4	290.59	178.22	**853.56**

$$\sigma^2 = \frac{853.56}{50} = 17.07$$

$$\sigma = \sqrt{17.07} = 4.13$$

5- **معامل الإختلاف:**

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}.100$$

$$CV = \frac{4.13}{9.44}.100$$

$$\boxed{CV = 43.76\%}$$

تمارين المحور الرابع

التمرين الأول:

يمثل الجدول التالي التكرار النسبي لتوزيع فوج من الطلبة حسب عدد الغيابات

X_i	0	1	2	3	4	5
التكرار النسبي (Fi)	**A**	0.3	0.22	0.16	0.08	**B**

- إذا علمت أن **A= 3 B** و **92** = $\sum ni\ xi$

المطلوب :

- أتمم جدول التكرار النسبي و أحسب المتوسط الحسابي؟
- أوجد عدد طلبة الفوج و قيم التكرارت المطلقة"
- أحسب الوسيط، المنوال؟
- أحسب التباين ، الإنحراف المعياري و معامل الإختلاف النسبي؟

حل التمرين:

1- إتمام الجدول وحساب المتوسط الحسابي ($\overline{X}$)

نعلم أن $\sum F_i = 1$ ومنه:

$$A + 03 + 0.22 + 0.16 + 0.08 + B = 1$$
$$A + B + 0.76 = 1 \Rightarrow A + B = 0.24$$
$$\Rightarrow 3B + B = 0.24 \Longrightarrow 4B = 0.24$$
$$\Rightarrow B = \boxed{0.06}$$
$$A = 3B = 3 \times 0.06$$
$$\Rightarrow A = \boxed{0.18}$$

X_i	0	01	02	03	04	05	$\sum$
F_i	0.18	0.3	0.22	0.16	0.08	0.06	1

المتوسط الحسابي ($\overline{X}$):

$$\overline{X} = \sum F_i X_i$$

$$\overline{X} = \boxed{1,84}$$

X_i	F_i	F_iX_i	n_i	$N\uparrow$	$(X_i-\overline{X})^2$	$n_i(X_i-\overline{X})^2$
0	0.18	0	09	09	3.38	30.42
1	0.3	0.3	15	24	0.70	10.5
2	0.22	0.44	11	35	0.02	0.22
3	0.16	0.48	08	43	1.34	10.72
4	0.08	0.32	04	47	4.66	18.64
5	0.06	0.3	03	50	9.98	29.94
$\sum$	1	1.84	50		20.08	100.44

2- إيجاد عدد الطلبة N أو $\sum n_i$

نعلم أن $\sum n_i x_i = 92$ و منه:

$$\overline{X} = 1.84$$

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} \Rightarrow 1.84 = \frac{92}{\sum n_i}$$

$$\Rightarrow \sum n_i = \boxed{N = 50}$$

إذن عدد طلبة الفوج هو 50 طالبا.

- بالنسبة لقيم التكرار المطلق n_i تحسب بالعلاقة التالية: $F_i = \frac{n_i}{\sum n_i} \Rightarrow n_i = \sum n_i \, . F_i$

3- المنوال، الوسيط

أ- **المنوال:**

هو قيمة n_i المقابلة لأكبر تكرار مطلق، ومنه: $M_0 = 01$

ب- الوسيط:

من الجدول أعلاه $P = \frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25 \leq N\uparrow$ و منه $M_e = 02$

4- التباين ، الإنحراف المعياري و معامل الإختلاف النسبي

- التباين $V(X)$

$$V(X) = \frac{\sum n_i (X_i - \overline{X})^2}{\sum n_i} = \frac{100.44}{50} = \boxed{2}$$

- الانحراف المعياري $\sigma(X)$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{2} = \boxed{1.41}$$

- معامل الاختلاف: CV

$$CV = \frac{1.41}{1.84} . 100 = \boxed{76\%}$$

التمرين الثاني :

الجدول التالي يبين توزيع العمال حسب الأجر الساعي في إحدى المؤسسات. (الوحدة: دج)

الفئات	[50 - 100[	[100- 150[	[150- 200[	[200 -250[	[250-300 [	[300- 350[	$\sum$
العمال	10	12	15	14	6	3	**60**

المطلوب :

1. عرف مجتمع الدراسة والمتغير المدروس ونوعه؟.
2. حدد مراكز الفئات ؟
3. أحسب التكرار التجميعي الصاعد والنازل، التكرار النسبي والتكرار النسبي التجميعي الصاعد؟
4. أحسب المتوسط الحسابي والمتوسط الهندسي؟
5. أحسب الربيع الأول، الثالث،
6. أحسب المدى الربيعي والانحراف الربيعي؟

حل التمرين:

1. مجتمع الدراسة والمتغير المدروس ونوعه :

- مجتمع الدراسة هو العمال.
- متغير الدراسة هو الأجر الساعي.
- نوع المتغير هو متغير كمي متصل (مستمر).

2. تحديد مراكز الفئات (أنظر الجدول أدناه).

3. التكرار التجميعي الصاعد والنازل، التكرار النسبي والتكرار النسبي التجميعي الصاعد (انظر الجدول أدناه).

الفئات	العمال ni	C_i	$N_i \uparrow$	$N_i \downarrow$	F_i	$F_i \uparrow$	n_iC_i	$\log C_i$	$ni.\log C_i$
[50-100[	10	75	10	60	0.17	0.17	750	1.87	18.7
[100-150[	12	125	22	50	0.20	0.37	1500	2.09	25.08
[150-200[	15	175	37	38	0.25	0.62	2625	2.24	33.6
[200-250[	14	225	51	23	0.23	0.85	3150	2.35	32.9
[250-300[	6	275	57	9	0.10	0.95	1650	2.43	14.58
[300-350[	3	325	60	3	0.05	1	975	2.51	7.53
المجموع	**60**	/	/	/	**1**	/	**10650**	/	**132.39**

4. المتوسط الحسابي والمتوسط الهندسي:

- المتوسط الحسابي: $\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{\sum n_i} = \frac{10650}{60} = 177.5$

- المتوسط الهندسي:

$$G = 10^{\frac{1}{n}\sum \log c_i}$$

$$G = 10^{\frac{1}{60}(132.39)}$$

$$\boxed{G = 160.87}$$

5.حساب الربيع الأول الربيع الثالث :

*** الربيع الأول: Q_1**

- تحديد رتبة Q_1

$$\frac{iN}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

ومنه الفئة الربيعية هي: [150-100[

$$Q_1 = 100 + \left[\left(\frac{15-10}{12}\right) \times 50\right]$$

$$\boxed{Q_1 = 120.83}$$

*** الربيع الثالث Q_3 :**

- تحديد رتبة Q_3:

$$\frac{iN}{4} = \frac{3 \times 60}{4} = 45$$

ومنه الفئة الربيعية هي **[250-200[**

$$Q_3 = 200 + \left[\left(\frac{45-37}{14}\right) \times 50\right]$$

$$Q_3 = 228.57$$

6- حساب المدى الربيعي والانحراف الربيعي

- **المدى الربيعي** $(\mathrm{I_Q})$: $\mathrm{I_Q} = Q_3 - Q_1$

$$\mathrm{I_Q} = 228.57 - 120.83 = 107.74$$

- **الانحراف الربيعي** EQ:

$$EQ = \frac{\mathrm{I_Q}}{2} = \frac{107.74}{2} = 53.87$$

المحور الخامس:

مقاييس الشكل

(الالتواء والتفرطح)

تمهيد:

تسمح مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت بإعطاء فكرة سريعة عن خصائص توزيع البيانات ودرجة تجانسها أو تشتتها إلا أن ما يعاب عليها هو نقص الدقة في التعرف على خصائص التوزيع من حيث انتشار البيانات على المنحى البياني وشكله مقارنة بالتوزيع أو الحالة الطبيعية .

و بالتالي عند تمثيل بيانات الظاهرة في شكل منحنى تكراري فإن هذا المنحنى يأخذ أشكالا مختلفة فعند كون الشكل متماثل فإن قيم الوسط والوسيط والمنوال متساوية، وفي كثير من الحالات توجد قيم شاذة كبيرة تجذب الوسط الحسابي إليها فيكون للمنحنى التكراري ذيل جهة اليمين مشيرا لوجود التواء موجب، أو توجد قيم شاذة صغيرة تجذب الوسط الحسابي إليها فيكون للمنحني التكراري ذيل جهة اليسار مشيرا لوجود التواء سالب وتسمى هذه الظاهرة **بالالتواء**، وإذا كان شكل منحنى التوزيع منبسطاً أو مدببا فهذا يسمى **بالتفرطح** .[14]

ولكن قبل التطرق لهاذين المقياسين يجب التعرف على العزوم باعتبارها تدخل في حساب مقياسي الالتواء والتفرطح

أولا- العزوم:

لها مفهوم فيزيائي أكثر منه إحصائي، إذ يقاس العزم بمقدار القوة فيزيائيا، أما إحصائيا فيقاس عزم أي توزيع تكراري بالتكرارات، حيث تعتبر القوى المؤثرة عليه، ويكون بحساب حاصل ضرب التكرار في انحرافه عن نقطة الأصل في التوزيع، والتي يعبر عنها بالمتوسط الحسابي.

1- العزوم البسيطة :

يعرف على أنه المتوسط الحسابي أس الدرجة k، حيث نقطة الأصل في هذه الحالة تساوي الصفر، ونقول العزم البسيط من الدرجة k، ونرمز له بالرمز m_k.

انطلاقا من هذا التعريف نستطيع التعبير عنه بالعلاقة التالية:

1-1- في حالة بيانات الغير مبوبة : $$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_l^k}{n}$$

2- في حالة بيانات المبوبة: $$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_l^k}{N}$$

- إذا كان $k=0$ فإن: $m_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_l^0}{n} = 1$ و $m_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_l^0}{N} = 1$
- إذا كان $k=1$ فإن: $m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_l^1}{n} = \overline{X}$ و $m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i X_l^1}{N} = \overline{X}$

[14] سالم عيسى بدر ، عماد غضاب عبابنة، "**مبادئ الإحصاء الوصفي و الإستدلالي**" مرجع سابق، ص165 .

ومنه إذا كان **k=1** فإن $m_1 = \bar{X}$ أي m_1 تمثل الوسط الحسابي.

ملاحظة:

في حالة البيانات المبوبة على شكل فئات يثم استعمال رمز مركز الفئة (c_i) مكان (X_i) في قوانين العزوم

2- العزوم المركزية:

هو انحراف القيم عن المتوسط الحسابي مرفوعا إلى الدرجة k، حيث نقطة الأصل هنا هي المتوسط الحسابي، ونقول العزم المركزي من الدرجة k، ونرمز له بالرمز μ_k، ويعطى وفق الصيغة التالية:

1-2- حالة البيانات الغير مبوبة :

$$\mu_k = \frac{\sum_{i=l}^{n}(X_i - \bar{X})^k}{n}$$

2-2- في حالة البيانات المبوبة:

$$\mu_k = \sum_{i=l}^{n} ni\ (X_i - \bar{X})^k / N$$

علما أن : $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$

- إذا كان ***k=0*** فإن: $\mu_0 = \frac{\sum_{i=l}^{n}(X_i - \bar{X})^0}{N} = 1$ $\mu_0 = \frac{\sum_{i=l}^{n} ni\ (X_i - \bar{X})^0}{N} = 1$

- إذا كان **k=1** فإن: $\mu_1 = \frac{\sum_{i=l}^{n}(X_i - \bar{X})^1}{n} = 0$ و $\mu_1 = \frac{\sum_{i=l}^{n} ni\ (X_i - \bar{X})^1}{N} = 0$

إذا كان ***k*=2** فإن: $\mu_2 = \frac{\sum_{i=l}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n} = V(X)$ و $\mu_2 = \frac{\sum_{i=l}^{n} ni\ (X_i - \bar{X})^2}{N} = V(X)$

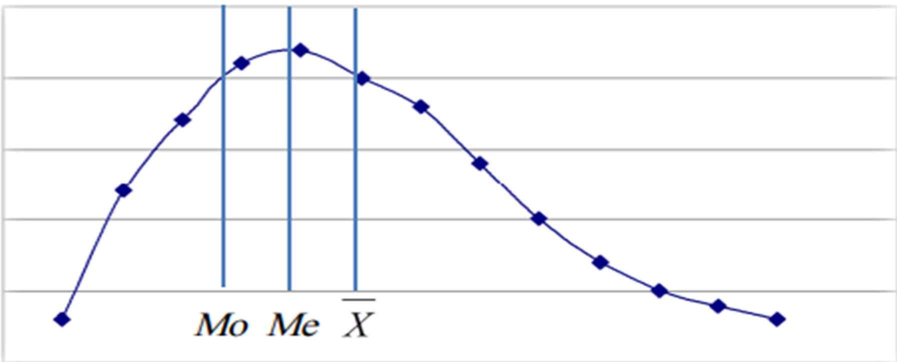
ومنه إذا كان k=2 فإن $\mu_2 = V(X)$ أي أن μ_2 تمثل التباين.

ثانيا - الالتواء (Skewness):

الالتواء هو عدم التماثل في التوزيعات، أي عدم الانتظام في التوزيع، فإذا كانت مقاييس النزعة المركزية الثلاث (المتوسط الحسابي، المنوال والوسيط) متساوية، فهذا يدل على أن التوزيع **متماثل أو متناظر**.

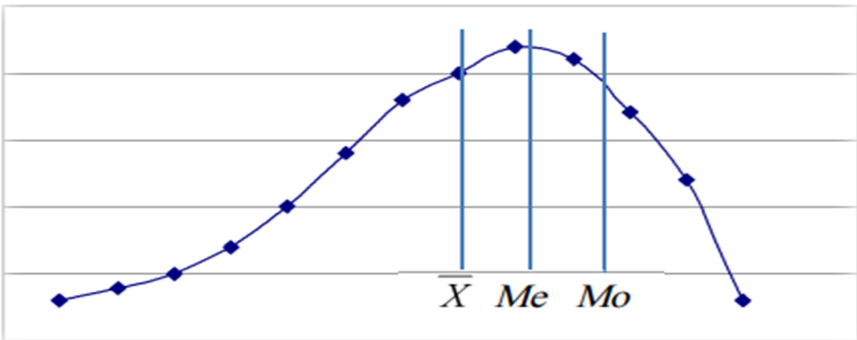
$(\overline{X} = Me = Mo)$

إذا كانت هناك قيمة متطرفة جهة اليمن فإنها تؤثر على المتوسط الحسابي وتسحبه نحو اليمين، حيث يكون المتوسط أكبر من الوسيط، وبذلك يكون التوزيع ممتدا أكثر نحو اليمين فنقول أنه موجب الالتواء أو ملتوي نحو اليمين.



$(\overline{X} > Me > Mo)$

وإذا كانت هناك قيم متطرفة في جهة اليسار فإن المتوسط الحسابي يكون أصغر من الوسيط، وعليه يكون طرف التوزيع ممتدا أكثر نحو اليسار، فنقول أنه سالب الالتواء أو ملتوي نحو اليسار.



$(\overline{X} < Me < Mo)$

و للوقوف على طبيعة ودرجة إلتواء أي توزيع، هناك عدة مقاييس تهتم بقياس هذه الظاهرة وهي:

1- معامل بيرسون للالتواء:

يعتبر من أبسط المقاييس، وهو الفرق بين المتوسط الحسابي والمنوال أو الوسيط مقسوما على الانحراف المعياري، وذلك لجعله غير معتمد على وحدة القياس المستعملة في البيانات، ونرمز له بالرمز P_S، ويكن بالعلاقة التالية:

$$P_S = \frac{3(\bar{X}-Me)}{\sigma_x} \quad \text{أو} \quad P_S = \frac{(\bar{X}-M\ \ )}{\sigma_x}$$

ويكون التوزيع:

- متماثلا (متناظرا) إذا كان $P_S = 0$
- ملتويا نحو اليمين إذا كان $P_S > 0$
- ملتويا نحو اليسار إذا كان $P_S < 0$

2- معامل فيشر للالتواء

هو من أكثر المقاييس استعمالا ومن أدقها، ويعتمد في حسابه على العزم المركزي من الدرجة الثالثة، نرمز له بالرمز F، ويعطى بالعلاقة التالية:

$$F = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3} = \frac{\frac{1}{n}\sum n_i(X_i - \bar{X})^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n}\sum n_i\,(X_i - \bar{X})^2}\right)^3}$$

ويكون التوزيع:

- متماثلا (متناظرا) إذا كان $F = 0$
- ملتويا نحو اليمين إذا كان $F > 0$
- ملتويا نحو اليسار إذا كان $F < 0$

3- معامل يول (yule) :

ويعرف أيضا بمعامل الالتواء الربيعي كونه يستعمل الربيعيات في حسابه، ويستخدم خاصة في الجداول المفتوحة، نرمز له بالرمز C_Y ، ويعطى بالعلاقة التالية:

$$C_Y = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

ويمكن اختصار العلاقة كما يلي:

$$C_Y = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

ويكون التوزيع:

- متماثلا (متناظرا) إذا كان $C_Y = 0$
- ملتويا نحو اليمين إذا كان $C_Y > 0$

- ملتويا نحو اليسار إذا كان $C_Y < 0$

كما يمكن استعمال **المئويات** و ذلك بالعلاقة التالية:

$$C_Y = \frac{C_{90} - 2C_{50} + C_{10}}{C_{90} - C_{10}}$$

ويفسر باستخدام نفس النتائج في علاقة الربيعيات.

مثال : ليكن لدينا التوزيع المتعلق بالضاهرة X_i كالتالي:

الفئات	[2-4[	[4-6[	[6-8[	[8-10[	[10-12[	[12-14[
التكرارات	6	10	17	9	5	3

المطلوب:

أدرس التواء هذا التوزيع باستعمال كل المقاييس

الحل:

X_i	n_i	C_i	$N_i^{\uparrow}$	$n_i \times C_i$	$n_i(C_i - \overline{X})^2$	$n_i(C_i - \overline{X})^4$
[2-4[	6	3	6	18	107.86	457.35-
[4-6[	10	5	16	50	50.18	-112.39
[6-8[	17	7	33	119	0.98	-0.23
[8-10[	9	9	42	81	27.88	49.06
[10-12[	5	11	47	55	70.69	265.79
[12-14[	3	13	50	39	99.53	573.31
	50			**362**	**357.12**	**318.19**

نقوم بحساب:

-**المتوسط الحسابي:**

$$\overline{X} = \sum_{i=l}^{k} n_i c_i \Big/ N = \sum_{i=l}^{8} n_i C_i \Big/ 50 = \frac{362}{50} = 7.24$$

- الوسيط:

$$M_e = Li_{Me} + \left[\frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{Me-1}}{n_{Me}}\right] \times C_{Me}$$

$$= 6 + \left[\frac{25 - 16}{17}\right] \times 2 = 7.06$$

-الانحراف المعياري:

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=l}^{n} n_i (C_i - \overline{X})^2 / N} = \sqrt{\frac{357.12}{50}} = \sqrt{7.14}$$

$$= 2.67$$

-الربيعيات:

$$Q_1 = Li_{Q1} + \left[\frac{\frac{N}{4} - N^{\uparrow}_{Q1-1}}{n_{Q1}}\right] \times C_{Q1}$$

$$= 4 + \left[\frac{12.5 - 6}{10}\right] \times 2 = 5.3$$

$$Q_3 = Li_{Q3} + \left[\frac{\frac{3n}{4} - N^{\uparrow}_{Q3-1}}{n_{Q3}}\right] \times C_{Q3}$$

$$= 48 + \left[\frac{37.5 - 33}{9}\right] \times 2 = 9$$

*<u>حساب مقاييس الالتواء:</u>

مقياس بيرسون

$$P_S = \frac{3(\bar{X} - Me)}{\sigma_x} = \frac{3(7.24 - 7.06)}{2.67} = 0.20$$

مقياس فيشر

$$F = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3} = \frac{\frac{1}{N}\sum n_i (C_i - \bar{X})^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n}\sum n_i (C_i - \bar{X})^2}\right)^3} = \frac{6.36}{(2.67)^3} = \frac{6.36}{19.03}$$

$$= 0.33$$

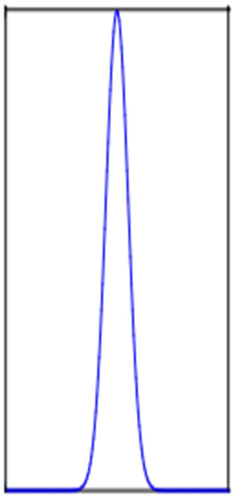
مقياس يول

$$C_Y = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{9 - 2(7.06) + 5.3}{9 - 5.3} = \frac{0.18}{3.7} = 0.05$$

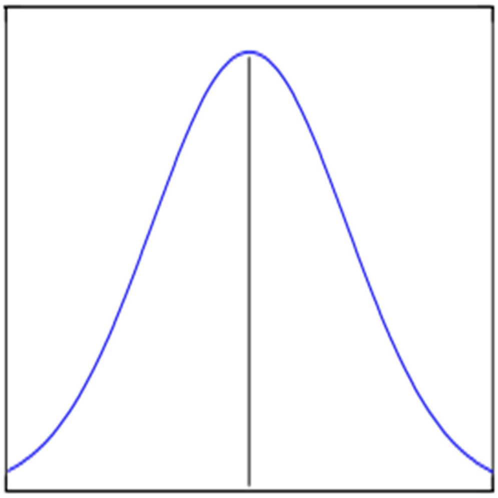
إذن نتائج كل المقاييس أكبر من الصفر وهذا معناه أن التوزيع ملتو نحو اليمين.

ثالثا- التفرطح:

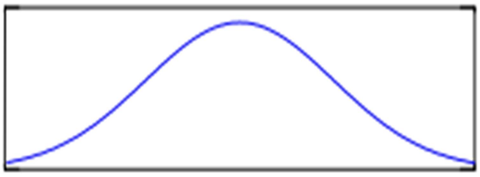
هو مقدار درجة علو قمة التوزيع أو انخفاضها بالنسبة للتوزيع الطبيعي، أي قياس درجة التسطح، ونعني بها معرفة ما إذا كان المنحنى مدببا أو مسطحا، وهو يقارن باستعمال منحنى التوزيع الطبيعي، فقد يكون المنحنى متماثلا ولكنه غير معتدل لأنه مدبب أو متفرطح، والعكس فالمنحنى المعتدل هو منحنى متماثل وهذا ما نبينه في الأشكال التالية:



التوزيع مدبب (متطاول)



التوزيع المعتدل



التوزيع المُتفرطح (مسطح)

وهناك عدة مقاييس تعنى بقياس هذه الظاهرة، وهي كما يلي:

3-1- معامل بيرسون للتفرطح:

بما أن مقياس التفرطح مقياس يتعلق بمقدار التشتت حول المتوسط الحسابي، فإنه يتخذ العزوم المركزية من المراتب الزوجية أساسا لهذا المقياس، ويعتبر مقياس بيرسون من أكثر المقاييس استعمالا ومن أدقها، ويعتمد في حسابه على العزم المركزي من الدرجة الرابعة، نرمز له بالحرف P_S ويعطى بالعلاقة التالية:

$$P_S = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} = \frac{\frac{1}{n}\sum n_i(X_i - \bar{X})^4}{\left(\sqrt{\frac{1}{n}\sum n_i\,(X_i - \bar{X})^2}\right)^4}$$

ويكون التوزيع:

- معتدلا (متناظرا) إذا كان $P_S = 3$
- مدببا (متطاولا) إذا كان $P_S > 3$
- متفرطحا (منبسطا) إذا كان $P_S < 3$

3-2- معامل فيشر للتفرطح

ويعتبر مقياس فيشر أيضا من أكثر المقاييس استعمالا، ويعتمد في حسابه على العزم من المركزي من الدرجة الرابعة، نرمز له بالرمز F ويعطى بالعلاقة التالية:

$$F = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3 = \frac{\frac{1}{n}\sum n_i(X_i - \bar{X})^4}{\left(\sqrt{\frac{1}{n}\sum n_i (X_i - \bar{X})^2}\right)^4} - 3$$

أي

$$F = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3 = P_2 - 3$$

ويكون التوزيع:

- معتدلا (متناظرا) إذا كان $F = 0$
- مدببا (متطاولا) إذا كان $F > 0$
- متفرطحا (منبسطا) إذا كان $F < 0$

3-3 معامل كيلي للتفرطح:

ويعرف أيضا بمعامل التفرطح الربيعي كونه يستعمل الربيعيات في حسابه، إضافة إلى العشيريات، ويستخدم خاصة في حالة الجداول المفتوحة، نرمز له بالرمز Ck، ويعطى بالعلاقة التالية:

$$C_k = \frac{1}{2}\left[\frac{(Q_3 - Q_1)}{(D_9 - D_1)}\right]$$

أو

$$C_K = \frac{0.5(Q_3 - Q_1)}{D_9 - D_1}$$

ويكون التوزيع:

- معتدلا (متناظرا) إذا كان **$0.15 < C_k < 0.25$**
- متطاولا إذا كان **$C_k > 0.25$**
- متفلطحا إذا كان **$0 < C_k < 0.15$**

كما يمكن استعمال المئويات وذلك بالعلاقة التالية:

$$C_k = \frac{1}{2}\left[\frac{(C_{75} - C_{25})}{(C_{90} - C_{10})}\right]$$

أو

$$C_K = \frac{0.5(C_{75} - C_{25})}{C_{90} - C_{10}}$$

ويفسر باستخدام نفس النتائج في علاقة الربيعيات.

مثال 2: لدينا التوزيع التالي:

الفئات	[2-6[	[6-10[	[10-14[	[14-18[	[18-22[	[22-26[
التكرارات	2	3	6	6	8	5

المطلوب : أدرس تفرطح هذا التوزيع باستعمال مقياس بيرسون و مقياس فيشر.

الحل:

X_i	n_i	C_i	$N_i^{\uparrow}$	$n_i \times C_i$	$n_i(C_i-\overline{X})^2$	$n_i(C_i-\overline{X})^4$
[2-6[	2	4	2	8	288	41472
[6-10[	3	8	5	24	192	12288
[10-14[	6	12	11	72	96	1536
[14-18[	6	16	17	96	0	0
[18-22[	8	20	25	160	128	2048
[22-26[	5	24	30	120	320	20480
	30			**480**	**1024**	**77824**

أولا: نقوم بحساب

المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \sum_{i=l}^{k} n_i C_i \Big/ N = \sum_{i=l}^{8} n_i C_i \Big/ 30 = \frac{480}{30} = 16$$

الانحراف المعياري:

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=l}^{n} n_i (C_i - \overline{X})^2 / N} = \sqrt{\frac{1024}{30}} = \sqrt{34.13}$$

$$\sigma_x = 5.84$$

العزم المركزي من الدرجة الرابعة:

$$\mu_4 = \sum_{i=l}^{n} n_i\,(C_i - \overline{X})^4 / n = \frac{77824}{30}$$

$$\mu_4 = 2594.13$$

***حساب مقاييس التفرطح**

مقيـــــــــاس بيرسون

$$P_s = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} = \frac{\frac{1}{n}\sum n_i\,(C_i - \overline{X})^4}{\left(\sqrt{\frac{1}{n}\sum n_i\,(C_i - \overline{X})^2}\right)^4} = \frac{2594.13}{(5.84)^4} = \frac{2594.13}{1163.19} = 2.23$$

إذن بما أن $P_S < 3$ فإن التوزيع متفرطح.

مقياس فيشر: $F = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3 = 2.23 - 3 = -0.77$

إذن بما أن $F < 0$ فإن التوزيع متفرطح $\frac{\mu_4}{\sigma_x^4}$

تمارين المحور الخامس

التمرين الأول:

تمثل البيانات التالية عدد الولادات في مصحة خاصة خلال شهر فيفري.

2	1	3	2	1	2	1	1	1	3	3	1	1	2
4	4	3	4	2	2	2	2	3	4	1	3	3	1

المطلوب:

أحسب كل من معامل التفرطح ومعامل الالتواء باستعمال طريقة العزوم.

الحل:

1- معامل التفرطح باستعمال طريقة العزوم:

$$F=\frac{\mu_4}{\sigma_4}=\frac{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^4}{N}}{\left(\sqrt{\frac{\sum X_i^2}{N}-\overline{X}^2}\right)^4}$$

$$\overline{X}=\frac{2+1+\cdots+4}{28}=2.21$$

$$F=\frac{\frac{((2-2.21)^4+(1-2.21)^4+\cdots+(4-2.21)^4)}{28}}{\left(\sqrt{\frac{2^2+1^2+\cdots+4^2}{28}-2.21^2}\right)^4}=\frac{2.25}{1.24}=1.81$$

2- معامل الالتواء باستعمال طريقة العزوم:

$$P_s=\frac{\mu_3}{\sigma^3}=\frac{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^3}{N}}{\left(\sqrt{\frac{\sum X_i^2}{N}-\overline{X}^2}\right)^3}$$

$$P_s=\frac{\frac{((2-2.21)^3+(1-2.21)^3+\cdots+(4-2.21)^3)}{28}}{\left(\sqrt{\frac{2^2+1^2+\cdots+4^2}{28}-2.21^2}\right)^4}=\frac{0.37}{1.17}=0.31$$

التمرين الثاني:

فيما يلي الأجور الشهري بالألف دينار :40 عامل في مؤسسة ما.

فئات الأجر	5-3	7-5	9-7	11-9	13-11	15-13	17-15	19-17
عدد العمال	**3**	4	6	7	8	5	4	3

المطلوب:

1- أوجد المدى والمدى الربيعي والانحراف الربيعي ؟

2 - أحسب التباين و الانحراف المعياري؟

3- حدد شكل التواء البيانات بطريقة الميئينات ؟

الحل:

X_i	n_i	C_i	$N_i^{\uparrow}$	$n_i\ C_i$	$n_i(Ci-\overline{X})^2$	$n_i(C_i-\overline{X})^4$
[3-5[	2	4	2	12	147	7203
[5-7[	3	6	7	24	100	2500
[7-9[	6	8	13	48	54	486
[9-11[	6	10	20	70	7	7
[11-13[	8	12	28	96	8	8
[13-15[	5	14	33	70	45	405
[15-17[	4	16	37	64	100	2500
[17-19[	3	18	40	54	147	7203
المجموع	**40**			**438**	**608**	**20312**

حل التمرين الثاني:

1- حساب المدى والمدى الربيعي والانحراف الربيعي، ثم الانحراف المتوسط:

- المدى (R):

$$R = X_{max} - X_{min}$$

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة − الحد الأدنى الفئة الأولى

$$R = 19 - 3$$
$$R = 16$$

- المدى الربيعي ($\mathbf{I_Q}$) :

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

*** الربيع الأول:** Q_1

- تحديد رتبة Q_1

$$\frac{iN}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

ومنه الفئة الربيعية هي: [7-9[

$$Q_1 = 7 + \left[\left(\frac{10-7}{6}\right) \times 2\right]$$
$$\boxed{Q_1 = 08}$$

*** الربيع الثالث Q_3 :**

- تحديد رتبة Q_3:

$$\frac{iN}{4} = \frac{3 * 40}{4} = 30$$

ومنه الفئة الربيعية هي [13-15[

$$Q_3 = 13 + \left[\left(\frac{30-28}{5}\right) \times 2\right]$$
$$Q_3 = 13.8$$
$$I_Q = 13.8 - 8 = 5.8$$

- **الانحراف الربيعي** EQ:

$$EQ = \frac{I_Q}{2} = \frac{5.8}{2} = 2.9$$

2- **حساب التباين و الانحراف المعياري:**

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i Ci}{\sum n_i} = \frac{438}{40} \approx 11$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i (C_i - \overline{X})^2}{\sum n_i} = \frac{608}{40} = 15.2$$

$$\sigma = \sqrt{15.2} = 3.9$$

3- **تحديد شكل التواء البيانات بطريقة المئينات:**

- **معامل يول** C_Y :

$$C_Y = \frac{C_{90} - 2C_{50} + C_{10}}{P_{90} - C_{10}}$$

المئوي العاشر C_{10} :

تحديد فئة العشير السادس بحساب الرتبة $10\frac{N}{100}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $4 \geq N^{\uparrow}$ كما هو موضح في الجدول:

$$C_{10} = 5 + \left[\frac{4-2}{4}\right]2 = 6$$

المئوي الخمسين C_{50} :

تحديد فئة العشير السادس بحساب الرتبة $50\frac{N}{100}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $20 \geq N^{\uparrow}$ كما هو موضح في الجدول:

$$C_{50} = 9 + \left[\frac{20-13}{7}\right]2 = 11$$

المئوي التسعون C_{90} :

تحديد فئة العشير السادس بحساب الرتبة $90\frac{N}{100}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $36 \geq N^{\uparrow}$ كما هو موضح في الجدول:

$$C_{90} = 15 + \left[\frac{36-33}{4}\right]2 = 16.5$$

ومنه:

$$C_Y = \frac{16.5 - 2(11) + 6}{16.5 - 6}$$

$$C_Y = 0.047$$

- إذن $C_Y > 0$ فإن شكل توزيع البيانات ملتوي جهة اليمين

قائمة المراجع

1. سعدي شاكر حمودي، " **مبادئ علم الإحصاء وتطبيقاته**" ، دار الثقافة للنشر و التوزيع، عمان، الأردن، 2009.
2. محمد راتول ، "**الإحصاء الوصفي**"، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثالثة، الجزائر، 07، 2006.
3. Courtney Taylor, « The Difference Between Descriptive and Inferential Statistics »,sur : https://www.thoughtco.com/differences-in-descriptive-and-inferential-statistics-3126224, consulté le : 10/09/2022.
4. د. بركنو قوسام، " **محاضرات في مقياس الإحصاء 01**"، مطبوعة بيداغوجية موجهة لفائدة طلبة السنة أولى جذع مشترك، جامعة إبراهيم سلطان شيبوط ، الجزائر 3، السنة الجامعية ، سنة 2020/2019.
5. **الوظائف الأساسية للإحصاء** ، متاح على الموقع : https://www.stats.gov.sa/ar/statistical-knowledge.
6. عبد الرزاق عزوز، " **الكامل في الإحصاء- دروس مفصلة، تمارين و مسائل مع الحلول**"، الجزء الأول ، دوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010.
7. جلاطو جيلالي، " **الإحصاء مع تمارين و مسائل محلولة**"، دوان المطبوعات الجزائرية، الطبعة الثامنة، الجزائر، 2010 .
8. عزام صبري، " **الإحصاء الوصفي و نظام SPSS** "، جدار للكتاب العالمي للنشرو التوزيع، عمان ، الأردن، 2006.
9. عدنان عباس حميدان، وآخرون،" **مبادئ الإحصاء**"، منشورات جامعة دمشق، كلية الاقتصاد ، دمشق، سوريا .
10. مصطفى عبد الجواد،" **الاحصاء الاجتماعي**-المبادئ والتطبيقات-"، دار الميسرة، عمان، الأردن، 2009 .
11. سالم عيسى بدر ، عماد غضاب عبابنة، "**مبادئ الإحصاء الوصفي و الإستدلالي**" ، الطبعة الأولى ، دار الميسرة للشر و التوزيع، الأردن، 2007 .
12. ساعد بن فرحات،عبد الحميد قطوش " **محاضرات في مقياس الإحصاء 01- مدعمة بتمارين و إمتحانات محلولة**"، مطبوعة بيداغوجية موجهة لفائدة طلبة السنة أولى جذع مشترك، جامعة فرحات عباس سطيف الجزائر ، سنة 2014/2013.
13. عبد القادر حليمي، **مدخل إلى الإحصاء** ، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004.