

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب
Université –Ain Temouchent- Belhadj Bouchaib
Faculté des Sciences et de Technologie
Département Génie Mécanique



Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du diplôme de Master en : Construction Mécanique
Domaine : Science et Technologie
Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Construction Mécanique
Thème

Analyse dynamique des arbres tournants sous l'influence de la force axiale

Présenté Par :

- 1) M. GUETTAF Mohamed
- 2) M. RADJI Mohamed

Devant le jury composé de :

Pr SERIER Mohamed	Pr	UAT.B.B (Ain Temouchent) Président
Dr DJEBBAR Noureddine	MCA	UAT.B.B (Ain Temouchent) Examineur
Dr. ASSEM Hacem	MCA	UAT.B.B (Ain Temouchent) Encadrant
Dr. SAIMI Ahmed	MCA	UB.S.D (Blida) Co-Encadrant

Année Universitaire 2022/2023

Remerciement :

Nous remercions Dieu de nous avoir donné la force de mener à bien ce modeste travail. Nous remercions aussi tous ceux qui nous ont aidé, de près ou de loin pour l'élaboration de ce mémoire notamment nos parents qui ont consacré leur existence à bâtir la nôtre, par leur amour, patience soucis et affection.

Nous tenons à exprimer profondément et sincèrement nos remerciements et reconnaissance a notre encadreur Dr. ASSEM Hacem pour nous avoir encadrés dans les meilleures conditions pour ces judicieux conseils et pour la confiance qu'il nous a témoigné.

Nous exprimons nos vifs remerciements au jury composé du Professeur SERIER Mohamed et Docteur DJEBBAR Noureddine d'avoir bien voulu accepter d'examiner notre travail de fin d'étude.

Nous remercions chaleureusement Notre Co-encadreur le Dr. SAIMI Ahmed pour les conseils et leur aide précieuse, et aussi notre profonde gratitude à tous les enseignants qui sans eux, nous serions par arrivés à ce niveau.

Finalement, merci à la famille et les amis.

ملخص :

في هذه المذكرة ندرس تأثير القوة المحورية أو التصليب بالطرد المركزي على الترددات الطبيعية لاهتزازات عمود دوران مع القرص. يتم تحديد القوة المحورية وأصولها. يتم نمذجة النظام المدروس بواسطة طريقة العناصر المنتهية h ، لذلك نقوم بتطوير عنصر منتهي من نوع حزمة مع عقدتين (i, j) مع قرص على العقدة i أو j . أظهرت النتائج العددية التي تم الحصول عليها لهذه الدراسة أن القوة المحورية أو التصليب بالطرد المركزي له تأثير على الترددات الطبيعية لدوار خاصة بالنسبة لسرعات الدوران العالية جدًا.

كلمات مفتاحية : قوة محورية, تصليب بالطرد المركزي, ترددات طبيعية, دوار.

Abstract:

In this memoir , we study the influence of the axial force or the centrifugal stiffening on the natural frequencies of the vibrations of a rotor with disc. The axial force and its origin are defined. The modeling of the studied system is made by the finite element method h , for that we develop a finite element of the beam type with two nodes (i,j) with a disc on the node i or j . The numerical results obtained for this study show that the axial force or the centrifugal stiffening has an effect on the natural frequencies of a rotor especially for very high speeds of rotation.

Key words: axial force, centrifugal stiffening, natural frequency, rotor.

Résumé :

Dans ce mémoire nous étudions l'influence de la force axiale ou la rigidification centrifuge sur les fréquences propres des vibrations d'un rotor avec disque. La force axiale et leur origine sont définies. La modélisation du système étudié est faite par la méthode des éléments finis h , pour cela un élément finis de type poutre a deux nœuds (i,j) avec un disque sur le nœud i ou j , est développée. Les résultats numériques obtenus pour cette étude montrent que la force axiale ou la rigidification centrifuge ont un effet sur les fréquences propres d'un rotor surtout pour de très grandes vitesses de rotation.

Mots clés : force axiale, rigidification centrifuge, fréquences propres, rotor.

Sommaire :

Introduction générale.....	1
Chapitre I : Généralités sur les vibrations des rotors	
I.1 Introduction :	3
I.2 Définition de vibration :.....	3
I.3 Bref historique :.....	3
I.4 Importance de l'étude de vibration :	4
I.5 Origine de la vibration :.....	5
I.5.1 Vibrations naturelles :	5
I.5.2 Vibrations induites :	5
I.6 Les différents types de vibrations des machines :	6
I.6.1 Vibrations relatives d'arbres :	6
I.6.2 Vibrations absolues de paliers :	7
I.6.3 Vibrations absolues d'arbres :	7
I.6.4 Les vibrations dues aux déséquilibrages :	8
I.6.5 Vibrations dues aux excentricités :	8
I.7 L'effet des vibrations sur une structure :	9
I.8 Rigidité :	10
I.8.1 Définition :	10
I.8.2 Effets de rigidité sur les vibrations :	11
I.9 L'amortissement :	11
I.9.1 Définition :	11
I.9.2 Types d'amortissement :	12
I.9.3 Effets de l'amortissement sur les vibrations :	12
I.9.4 Appuis d'arbres :	13
I.10 L'effet gyroscopique :	15

Chapitre II : Etude dynamique des rotors

II.1 Introduction :	16
II.2 Définition de rotor :	16
II.2.1 Les éléments de rotor :	18
II.3 L'analyse dynamique des rotors :	20
II.3.1 Objectif de l'analyse dynamique des rotors :	20
II.3.2 Les prédictions du comportement dynamique des rotors :	20
II.3.3 Les différents mouvements de rotor :	21
II.3.4 Modes et vitesses critiques des rotors des machines tournants :	21
II.4 Hypothèses cinématique :	23
II.5 Calcul des énergies des différents composants du rotor :	25
II.5.1 Vitesse d'un point de la section droite de l'arbre :	25
II.5.2 Energie cinétique de l'arbre :	26
II.5.3 Energie de déformation de l'arbre :	26
II.5.4 Amortissements et raideurs des Paliers :	27
II.6 Calcul de force axiale :	29

Chapitre III : Formulation par méthode des éléments finis

III.1 méthode des éléments finis (MEF) :	31
III.1.1 Introduction :	31
III.1.2 Historique :	31
III.1.3 Définition la méthode des éléments finis :	32
III.1.4 Les Avantages de la MEF :	33
III.1.5 Principes de la MEF :	35
III.1.6 Concept de la MEF :	37
III.1.7 Domaines d'application de la MEF :	37
III.2 Théorie pratique :	38
III.2.1 Modélisation de l'arbre par la méthode des éléments finis hiérarchiques standard version h :	38
III.2.2 Détermination des matrices de l'arbre :	41

III .2.3 Détermination des matrices dues aux paliers :	44
III .3 Equation du mouvement :	45
Chapitre IV : Résultats et interprétations	
IV.1 Introduction :	47
IV.2 La définition du diagramme de Campbell :	48
IV.3 Maillage du système tournant Arbre avec Disque :	48
IV.4 Maillage du rotor en 3 D :	49
IV.5 Mode 1 et Mode 2 de vibration du rotor :	49
IV.6 Mode 3 et Mode 4 de vibration du rotor :.....	50
IV.7 Précession directes de vibration du rotor :.....	51
IV.8 Précession indirectes de vibration du rotor :.....	52
IV.9 Modes vibratoires de flexion ::.....	52
Conclusion Générale :.....	58

Liste des figures :

Figure I.1 : oscillations de deux arbre avec des rigidités différents ($K_1 < K_2$)	11
Figure I.2: oscillations non amortis	13
Figure I.3: oscillations amortis.....	13
Figure I.4 : L'effet gyroscopique	15
Figure II.1 : les éléments des rotors	17
Figure II.2 : rotor d'un turboréacteur d'avion.....	17
Figure II.3 : arbre de transmission.....	18
Figure II.4 : représentation d'un palier... ..	19
Figure II.5 : disques supporte par l'arbre d'une turbine... ..	19
Figure II.6 : Diagramme de Campbell.....	20
Figure II.7 : Diagramme Campbell dans les le cas axisymétrique et non axisymétrique.....	23
Figure : II.8 : Arbre sous déformations	24
Figure II.9 : Les repères Déformation de l'arbre	26
Figure II.10 : Amortissements et raideurs du palier	28
Figure II.11 : arbre sous l'influence d'une force axiale.....	29
Figure III.1 : principe d'analyse par la MEF	36
Figure III.2 : Maillage du domaine en triangles à trois nœuds... ..	37
Figure III.3 : Représentation d'un élément de poutre.....	38
Figure III.4 : Les déplacements et les rotations de l'arbre.....	40
Figure IV.1 : Model de rotor avec disque avec maillage.....	48
Figure IV.2 : Maillage en 3D du système tournant arbre avec disque	49
Figure IV.3 : Diagramme de Campbell, Mode 1 et Mode 2 vibratoire	49
Figure IV.4 Diagramme de Campbell, Mode 3 et Mode 4 vibratoire	50
Figure IV.5 Branches de la précession directe.....	51
Figure IV.6 Branches de la précession indirecte ou inverse	52
Figure IV.7 : Les dix premières modes flexion.....	53
Figure IV.8 : Mode propre de flexion de la fréquence 60.72 Hz	54
Figure IV.9 : Mode propre de flexion de la fréquence 72.60 Hz	55
Figure IV.10 : Mode propre de flexion de la fréquence 527.06 Hz	56
Figure IV.11 : Mode propre de flexion de la fréquence 279.16 Hz	56
Figure IV.12 : déformation du a la flexion engendrée par la fréquence 774.35 Hz.....	57

Listes des Acronymes et Symboles

U	Déplacement longitudinal.
V	Déplacement transversal longitudinal.
W	Déplacement vertical.
s	Déformation.
σ	Contrainte de flexion.
y	Déformation angulaire.
S_{ij}	Tenseur de déformation.
σ_{ij}	Tenseur de contrainte.
y_{ij}	Déformation angulaire.
ν	Coefficient de poisson.
E	Module de Young.
ρ	Masse volumique.
E_{gd}	Energie cinétique globale (arbre+disque).
E_{gc}	Energie de déformation globale (arbre+disque).
Ω	Vitesse de rotation.
$[q_i]$	Les coordonnées généralisées.
L	Longueur de l'arbre.
D	Diamètre de l'arbre.
D_{ext}	Diamètre extérieur de disque.
$[C_d]$	Matrice d'amortissement globale.
$[C_a]$	Matrice d'amortissement globale.
$[M_a]$	Matrice masse globale de l'arbre.
M_d	Matrice masse globale de disque.
$[G_d]$	Matrice de couplage due à l'effet gyroscopique globale dedisque.

[Ga] Matrice de couplage due à l'effet gyroscopique globale de l'arbre.

[Ka] Matrice de rigidité globale de l'arbre.

δw Travail virtuel des forces généralisées.

{Fv} Vecteur des forces de Coriolis.

{Fg} Vecteur des forces non-linéaires.

{Fex} Vecteur des forces généralisées (des paliers).

K_{yy}, K_{zz}, K_p Raideurs des paliers.

C_{yy}, C_{zz}, C_p Coefficients d'amortissement des paliers.

Introduction générale

Les machines tournantes telles que les pompes, les turbines et compresseurs sont devenu depuis de nombreuses années un élément indispensable pour l'industrie moderne. Les fabricants sont encouragés à améliorer leurs produits. Les progrès réalisés en la conception et la fabrication permettent désormais d'augmenter à la fois les performances et l'efficacité des machines en les faisant fonctionner sur une plus grande plage de vitesses de rotation. Cependant, des efforts sont faits, de plus en plus importants, fortement attirés le comportement dynamique global de la machine et l'amplitude des vibrations deviennent généralement trop grand pour que la structure puisse les supporter. Pour cela, l'amplitude des vibrations de l'arbre doit être contrôlé et sa fréquence de résonance doit être connue pour éviter, une trop grande vibration entraînent une efficacité moindre, trop de bruit ; et cette vibration peut même entraînant une instabilité et des dommages au système : rupture par fatigue, dommages roulements, frottements rotor/stator. Par conséquent, l'étude de la dynamique d'une machine tournante est plus d'actualité que jamais [1].

La dynamique des rotors est un domaine très particulier et très riche de la mécanique dans lequel une multitude de phénomènes peuvent être responsables de l'instabilité des mécanismes tournants. L'intérêt général particulier de l'industrie des machines tournantes est de bien comprendre les phénomènes vibratoires et de prédire le comportement dynamique de la flexibilité des rotors. En effet, une connaissance complète des phénomènes vibratoires est indispensable pour tester des moyens adaptés de réduction ou de suppression des vibrations et pour concevoir des machines électriques tournantes. Il s'agit des vitesses critiques et des modes linéairement instables dont les conséquences sont souvent catastrophiques. Cela implique de noter que la détermination précise de la vitesse critique est l'un des éléments essentiels lors du dimensionnement de tels systèmes dynamiques [2].

Les arbres tournants peuvent provoquer des phénomènes de vibration qui interfèrent avec leur fonctionnement. Ces phénomènes sont particulièrement dangereux et peuvent conduire à des niveaux de vibrations inacceptables Ce sont la vitesse critique et l'effet du balourd qui provoquent des résultats souvent catastrophiques. Ces vibrations Généralement causée par des forces stimulantes résultant d'un déséquilibre ou d'une instabilité Fluides environnementaux, excitations aléatoires (chocs, séismes). Les études essentielles de l'instabilité des rotors concernant le tracé du diagramme de Campbell et le diagramme de stabilité qui représente l'évolution des fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation. La simulation numérique basée sur la méthode des éléments finis est une méthode très sophistiquée et efficace pour les structures très complexe dans les machines tournantes, et surtout au développement des machines [2].

Dans ce mémoire le travail est axé sur l'étude théorique du comportement vibratoire d'un rotor sous l'influence de la force axiale qui provient de la déformation par centrifugation de l'arbre. L'objectif majeur de cette étude est de voir l'influence de la force axiale ou du phénomène de la rigidifiassions centrifuge sur la rigidité du rotor.

Dans notre travail nous avons étudié l'effet de force axiale de système propre quelle fait référence à la force générée par le rotor lui-même lorsqu'il est en rotation. Cette force est générée par l'effet centrifuge.

L'effet centrifuge sur un rotor est le résultat de la force centrifuge générée par la rotation du rotor. Lorsqu'un rotor tourne à une vitesse élevée, la force centrifuge se produit en raison de l'inertie des masses en rotation. Cet effet centrifuge peut avoir plusieurs conséquences sur le rotor et sur le système auquel il est rattaché : Déformation du rotor, Forces déséquilibrées, Vibrations, Contraintes mécaniques

Il est important de prendre en compte l'effet centrifuge lors de la conception, l'utilisation de matériaux adaptés et la gestion des contraintes mécaniques peuvent contribuer à minimiser les effets négatifs de l'effet centrifuge sur le rotor.

Notre travail est présenté en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous avons présenté des généralités sur les vibrations des rotors .tels que l'effet gyroscopique, L'amortissement et la rigidité. Le but est de montrer l'importance de l'étude dynamique des rotors.

Le deuxième chapitre présente, les bases de l'étude dynamique, les équations fondamentales et le calcul théorique de la dynamique des rotors.

Le troisième chapitre concerne la discrétisation en éléments finis des éléments constitutifs du rotor du chapitre II (disque, arbre et palier),

Le quatrième chapitre est consacré aux résultats et interprétation.

En fin, le mémoire est clôturé par une conclusion générale.

Chapitre I :

Généralités sur les vibrations des rotors

I.1 Introduction :

L'étude du comportement dynamique et vibratoire du rotor occupe une place importante dans l'histoire des sciences, en particulier dans la dynamique des structures et machines. Elle est considérée comme un domaine où l'on trouve des phénomènes les plus complexes tel que la modélisation mathématique du comportement vibratoires affectant ces structures en mouvement, ces phénomènes nécessitent des moyens numériques très performants et rapide ; ainsi que la réalisation d'expériences et de tests. Le comportement dynamique et vibratoire des rotors a été étudié en détail, depuis les premiers travaux de Rankine. Depuis ces premières tentatives, nous avons rassemblé plusieurs travaux traitant ce type de phénomène. Ce problème continue d'attirer l'attention des ingénieurs, chercheurs et savants jusqu'à nos jours malgré le nombre considérable des travaux théoriques, expérimentaux et numériques qui lui ont été consacrés. Dans cette synthèse bibliographique, on propose d'examiner quelques travaux (les plus importants) afin de préciser notre contribution dans l'ensemble des recherches consacrées à ce type de phénomène [3].

I.2 Définition de vibration :

Une vibration de rotor se réfère aux oscillations ou mouvements périodiques d'un rotor, qui est la partie tournante d'une machine ou d'un système mécanique. Les rotors sont présents dans de nombreux équipements tels que les moteurs, les turbines, les pompes, les compresseurs, les ventilateurs, les turbines, les turboréacteurs d'avions..etc. Les vibrations des rotors peuvent être causées par diverses facteurs, tels que, des déséquilibres de masse, des défauts d'alignement, des problèmes de roulement, des excentricités, des résonances structurelles, des interactions fluide-structure, etc. Les vibrations des rotors peuvent avoir un impact significatif sur les performances et la fiabilité des machines. Elles peuvent causer une usure prématurée des composants, une détérioration des roulements, des bruits excessifs, des problèmes de stabilité, des dommages structurels, une diminution de l'efficacité énergétique, etc. [4]. Par conséquent, l'analyse et le contrôle des vibrations des rotors sont essentielles pour assurer un fonctionnement sûr, fiable et efficace de ces machines. L'étude des vibrations des rotors comprend la mesure et l'analyse des caractéristiques vibratoires, telles que les niveaux de vibrations, les fréquences de résonance, les modes de vibration, les déformations, etc. Des techniques de surveillance et de diagnostic avancées, telles que l'analyse spectrale, l'analyse modale, l'analyse d'orbite, la surveillance en ligne, sont utilisées pour évaluer l'état du rotor, détecter les problèmes potentiels et prendre des mesures correctives appropriées. Le contrôle des vibrations des rotors peut être réalisé en équilibrant correctement le rotor, en vérifiant et en corrigeant l'alignement des composants, en minimisant les excentricités, en améliorant la lubrification et le fonctionnement des roulements, en ajustant les paramètres de fonctionnement, etc. La conception et la maintenance adéquates des rotors sont également essentielles pour minimiser les vibrations et garantir la durée de vie et la performance optimales des machines.

I.3 Bref historique :

L'historique des vibrations des rotors remonte aux premières utilisations de machines rotatives, mais les méthodes modernes d'analyse et de surveillance des vibrations ont évolué au fil du temps. Voici un bref aperçu de l'historique de la vibration des rotors :

19e siècle : Au cours de cette période, les ingénieurs et les scientifiques ont commencé à étudier les vibrations des machines rotatives. Ernst Chladni, un physicien allemand, est considéré comme l'un des pionniers de l'étude des vibrations. Il a développé des techniques pour visualiser les modes de vibration des plaques, jetant ainsi les bases de la compréhension

des phénomènes vibratoires.

Début du 20e siècle : Avec l'avènement de la révolution industrielle, les machines rotatives sont devenues plus courantes et complexes. Les ingénieurs ont commencé à se préoccuper des problèmes de vibrations et des effets néfastes qu'elles pouvaient causer. Des méthodes de mesure de base, telles que les jauges de contrainte et les jauges d'accélération, ont été développées pour évaluer les vibrations des rotors.

Années 1940-1950 : Pendant la Seconde Guerre mondiale, les vibrations des rotors ont attiré davantage l'attention en raison de leur impact sur les machines utilisées dans l'industrie de la défense. Des méthodes plus avancées, telles que l'analyse modale, ont été développées pour comprendre le comportement vibratoire des rotors.

Années 1960-1970 : L'application de l'informatique et de l'électronique a ouvert de nouvelles possibilités dans l'analyse des vibrations des rotors. Les ordinateurs ont permis de résoudre des problèmes plus complexes et d'effectuer des calculs précis sur les modes de vibration, les fréquences propres et les réponses dynamiques des rotors.

Années 1980-1990 : Les progrès technologiques ont conduit à l'introduction de systèmes de surveillance en ligne pour les vibrations des rotors. Les capteurs de vibrations ont été améliorés et les algorithmes de traitement du signal ont été développés pour détecter et analyser les vibrations en temps réel. Cela a permis une surveillance continue des rotors et une détection précoce des problèmes potentiels.

Depuis les années 2000 : Les techniques d'analyse des vibrations des rotors continuent de se développer avec les avancées de l'informatique, de l'intelligence artificielle et de l'apprentissage automatique. Les systèmes de surveillance en ligne sont devenus plus sophistiqués, intégrant des capacités de diagnostic avancées et de prédiction des défaillances pour améliorer la fiabilité et la disponibilité des machines rotatives.

Aujourd'hui, l'analyse des vibrations des rotors est une pratique courante dans de nombreux secteurs industriels pour assurer le bon fonctionnement, la sécurité et la maintenance préventive des machines rotatives [5].

I.4 Importance de l'étude de vibration :

L'étude des vibrations revêt une grande importance dans de nombreux domaines techniques et industriels. Voici quelques raisons clés qui soulignent l'importance de l'étude des vibrations :

Détection précoce des problèmes : L'analyse des vibrations permet de détecter précocement les problèmes potentiels dans les machines et les structures. Les vibrations anormales peuvent indiquer des déséquilibres, des désalignements, des défauts de roulement, des problèmes de lubrification, des instabilités dynamiques et d'autres défaillances imminentes. En identifiant ces problèmes à un stade précoce, des mesures correctives peuvent être prises pour éviter des dommages plus importants, des temps d'arrêt coûteux et des accidents.

Maintenance préventive : L'analyse des vibrations joue un rôle essentiel dans la mise en place de programmes de maintenance préventive. En surveillant régulièrement les vibrations des machines, il est possible de suivre leur état de santé et de planifier des activités de maintenance avant que des pannes ne se produisent. Cela permet de maximiser la disponibilité des machines, d'optimiser les coûts de maintenance et de prolonger leur durée de vie utile.

Amélioration de la fiabilité et de la sécurité : En comprenant et en contrôlant les vibrations, il est possible de garantir le bon fonctionnement, la fiabilité et la sécurité des machines et des structures. Les vibrations excessives peuvent entraîner une fatigue des matériaux, une usure prématurée des composants, des défaillances mécaniques, des dommages aux structures et même des accidents. L'analyse des vibrations permet d'identifier et de résoudre ces problèmes, assurant ainsi un fonctionnement sûr et fiable [6].

Optimisation des performances : L'étude des vibrations permet également d'optimiser les

performances des machines et des systèmes. En comprenant les caractéristiques vibratoires d'un système, il est possible de concevoir des dispositifs d'isolation et de contrôle des vibrations appropriés, de minimiser les perturbations indésirables, d'améliorer l'efficacité énergétique, de réduire les coûts d'exploitation et d'augmenter la productivité.

Analyse de la dynamique des structures : L'analyse des vibrations est utilisée pour étudier la dynamique des structures, telles que les ponts, les bâtiments, les avions, les véhicules, etc. Elle permet de comprendre le comportement vibratoire des structures soumises à des charges dynamiques, d'évaluer leur résistance, leur stabilité et leur intégrité, et de concevoir des mesures d'atténuation des vibrations si nécessaire [6].

En somme, l'étude des vibrations est essentielle pour assurer le bon fonctionnement, la fiabilité, la sécurité et l'efficacité des machines, des structures et des systèmes dans de nombreux domaines industriels. Elle permet de détecter les problèmes, de planifier la maintenance, d'optimiser les performances et de garantir la durée de vie utile des équipements.

I.5 Origine de la vibration :

Les vibrations peuvent avoir plusieurs origines, et elles peuvent être classées en deux catégories principales : les vibrations naturelles et les vibrations induites.

I.5.1 Vibrations naturelles :

Rigidité et élasticité des matériaux : Les matériaux utilisés dans la construction des machines et des structures ont une certaine rigidité et élasticité, ce qui signifie qu'ils peuvent se déformer et revenir à leur position d'origine. Ces déformations élastiques peuvent générer des vibrations lorsqu'un objet est soumis à des forces ou des contraintes.

Résonance : La résonance se produit lorsque la fréquence d'excitation appliquée à un système correspond à la fréquence naturelle de résonance de ce système. Cela peut entraîner une amplification des vibrations et des oscillations importantes. Les vibrations de résonance peuvent être causées par des déséquilibres, des forces externes périodiques, des instabilités, etc.

I.5.2 Vibrations induites :

Les balourds : est due au déséquilibre se produit lorsque la distribution de masse autour de l'axe de rotation d'un rotor n'est pas uniforme. Cela peut entraîner des vibrations lors de la rotation du rotor, car il y aura une force centrifuge déséquilibrée [7].

Parmi les principales causes des balourds, on cite :

- Les dissymétries de conception des pièces
- Les hétérogénéités de matières
- Les défauts d'usinage, les assemblages dissymétriques
- Les conditions de fonctionnement

Les balourds ne peuvent jamais être éliminés entièrement, compte tenu des vitesses de rotation actuelles, le problème de l'équilibrage devient plus important encore.

Désalignement : Le désalignement se produit lorsque les axes de deux éléments rotatifs ne sont pas parfaitement alignés. Cela peut provoquer des forces et des contraintes asymétriques, générant ainsi des vibrations lors de la rotation, en pratique plus de 50 % des machines ne sont pas alignées [4]. Les raisons de ce mauvais alignement sont multiples :

- Echauffement différentiel des éléments de la machine
- Mauvais serrage
- Dilatation et usure des paliers, des arbres, ... etc.

Le mauvais alignement se traduit par des vibrations axiales de fréquence double de la fréquence de rotation.

Jeu mécanique : Le jeu mécanique se réfère aux espaces ou tolérances entre les composants d'une machine. Lorsque ces espaces ne sont pas parfaitement ajustés, des mouvements indésirables peuvent se produire, entraînant des vibrations.

Frottements : Les frottements entre les composants d'une machine peuvent également générer des vibrations. Les frottements peuvent être causés par des surfaces rugueuses, des lubrifiants inappropriés, des désalignements, etc.

Les fixations : la fixation des machines joue un rôle très important dans l'élimination ou la production des vibrations.

Toute mauvaise fixation de la machine peut être due à une mauvaise assise, à un châssis inadéquat, à une absence de support antivibratoires qui permette à la transmission des vibrations des machines voisines, on peut avoir d'autres causes de vibrations qui sont plus ou moins importantes.

Il convient de noter que les vibrations peuvent être présentes simultanément à partir de plusieurs sources. Par exemple, un rotor peut présenter à la fois des vibrations induites par un déséquilibre et des vibrations naturelles dues à sa structure élastique. L'identification de l'origine des vibrations est essentielle pour prendre des mesures correctives appropriées et minimiser les effets néfastes des vibrations sur les machines et les structures.

I.6 Les différents types de vibrations des machines :

I.6.1 Vibrations relatives d'arbres :

Les vibrations relatives d'arbres se réfèrent aux vibrations qui se produisent entre deux arbres couplés, tels que dans les systèmes de transmission d'énergie ou les ensembles rotor-stator. Ces vibrations peuvent être causées par des déséquilibres, des défauts de roulement, des problèmes de lubrification, des variations de couple, des désalignements, etc., entre les arbres couplés.

Les vibrations relatives d'arbres peuvent être classées en plusieurs catégories :

Vibration relative en phase : Il s'agit d'une vibration dans laquelle les deux arbres couplés vibrent en phase, c'est-à-dire que les mouvements vibratoires se produisent simultanément et dans la même direction. Cela peut être causé par des forces de déséquilibre égales et opposées sur les deux arbres ou par des forces périodiques synchronisées. [8]

Vibration relative en opposition de phase : Dans ce cas, les deux arbres couplés vibrent en opposition de phase, c'est-à-dire que les mouvements vibratoires se produisent simultanément mais dans des directions opposées. Cela peut être causé par des forces de déséquilibre inégales sur les deux arbres ou par des forces périodiques déphasées. [8]

Vibration relative mixte : Il s'agit d'une combinaison de vibrations en phase et en opposition de phase entre les arbres couplés. Cela peut se produire lorsque différentes sources de vibrations sont présentes ou que les conditions de fonctionnement varient.

Les vibrations relatives d'arbres peuvent entraîner des effets indésirables tels que des forces excessives sur les paliers, une usure prématurée des composants, des contraintes mécaniques, des niveaux de bruit élevés, etc. Il est essentiel de détecter et d'analyser ces vibrations pour identifier leurs causes sous-jacentes et prendre les mesures correctives nécessaires, telles que l'équilibrage des arbres, l'alignement précis des composants, la réduction des forces déséquilibrées, etc., afin de minimiser les vibrations relatives d'arbres et d'assurer un fonctionnement optimal du système. [8]

I.6.2 Vibrations absolues de paliers :

Les vibrations absolues de paliers se réfèrent aux vibrations qui se produisent directement au niveau des paliers d'une machine. Les paliers sont les éléments qui supportent et guident l'arbre en rotation, et les vibrations absolues des paliers peuvent être causées par divers facteurs. Voici quelques-unes des principales causes de vibrations absolues des paliers :

Déséquilibre : Un déséquilibre du rotor peut générer des forces vibratoires au niveau des paliers. Lorsque la distribution de masse autour de l'axe de rotation n'est pas uniforme, des forces centrifuges se produisent, ce qui entraîne des vibrations au niveau des paliers [9].

Problèmes de lubrification : Une mauvaise lubrification des paliers peut entraîner des frottements excessifs, des variations de friction et des vibrations. Cela peut se produire en raison d'une lubrification insuffisante, d'une contamination du lubrifiant, d'une dégradation du lubrifiant, etc.

Défauts de roulement : Les défauts de roulement tels que des roulements usés, endommagés ou mal alignés peuvent provoquer des vibrations importantes au niveau des paliers. Ces vibrations sont généralement caractérisées par des fréquences spécifiques correspondant aux défauts du roulement, telles que des fréquences de passage de billes ou de cage.

Instabilités hydrodynamiques : Dans certains paliers, la lubrification hydrodynamique peut entraîner des instabilités qui se traduisent par des vibrations. Cela peut se produire en raison de variations de la pression du lubrifiant, d'un débit insuffisant ou excessif, de conditions d'écoulement défavorables, etc.

Forces extérieures : Des forces extérieures telles que des chocs, des vibrations environnementales ou des forces électromagnétiques peuvent également provoquer des vibrations absolues des paliers. Ces forces peuvent être transmises aux paliers et se traduire par des vibrations indésirables.

La mesure et l'analyse des vibrations absolues des paliers sont essentielles pour diagnostiquer les problèmes potentiels, déterminer les causes sous-jacentes des vibrations, évaluer la santé et les performances des paliers, et prendre des mesures correctives appropriées. Cela peut inclure le rééquilibrage du rotor, la réparation ou le remplacement des roulements défectueux, l'amélioration de la lubrification, l'isolation des vibrations externes, etc., afin de réduire les vibrations absolues des paliers et d'assurer un fonctionnement fiable et durable de la machine [9].

I.6.3 Vibrations absolues d'arbres :

Les vibrations absolues d'arbres se réfèrent aux vibrations qui se produisent directement au niveau de l'arbre d'une machine. Ces vibrations peuvent être causées par différents facteurs et peuvent avoir un impact sur les performances et la fiabilité de la machine. Voici quelques-unes des principales causes de vibrations absolues d'arbres :

Déséquilibre : Un déséquilibre de l'arbre, c'est-à-dire une distribution inégale de la masse autour de l'axe de rotation, peut générer des forces vibratoires importantes. Cela peut être dû à des défauts de fabrication, à des dépôts de matériau sur l'arbre ou à des changements de configuration du système.

Défauts de fabrication ou de usinage : Des défauts dans la fabrication ou l'usinage de l'arbre, tels que des irrégularités de surface, des variations de diamètre ou des défauts géométriques, peuvent entraîner des vibrations absolues.

Problèmes de lubrification : Une lubrification insuffisante ou inappropriée de l'arbre et des paliers peut provoquer des frottements excessifs et des vibrations. Un mauvais état du lubrifiant, une contamination ou un défaut de système de lubrification peuvent également contribuer à ces vibrations [10].

Désalignement : Un désalignement entre l'arbre et les composants couplés, tels que les paliers ou les engrenages, peut entraîner des forces déséquilibrées et des vibrations absolues.

Instabilités hydrodynamiques : Dans certains cas, les paliers à lubrification hydrodynamique peuvent présenter des instabilités qui se traduisent par des vibrations absolues de l'arbre. Cela peut se produire en raison de variations de pression ou de débit de lubrifiant, de conditions d'écoulement défavorables, etc.

Forces externes : Des forces externes, telles que des chocs, des vibrations environnementales ou des forces électromagnétiques, peuvent également influencer les vibrations absolues de l'arbre.

La mesure et l'analyse des vibrations absolues d'arbres sont essentielles pour détecter les problèmes potentiels, identifier les sources de vibrations, évaluer la santé et les performances de l'arbre, et prendre des mesures correctives appropriées. Cela peut inclure l'équilibrage de l'arbre, la correction des défauts de fabrication, l'amélioration de la lubrification, l'alignement précis des composants, etc., afin de réduire les vibrations absolues d'arbres et d'assurer un fonctionnement optimal de la machine [10].

I.6.4 Les vibrations dues aux déséquilibrages :

Les vibrations dues aux déséquilibrages sont l'un des types de vibrations les plus courants dans les machines rotatives. Un déséquilibre se produit lorsqu'il y a une distribution inégale de la masse autour de l'axe de rotation d'un rotor. Cela crée des forces centrifuges qui entraînent des vibrations indésirables.

Lorsqu'un rotor est déséquilibré, il peut entraîner plusieurs effets néfastes :

Vibrations excessives : Le déséquilibre crée des forces vibratoires qui se propagent à travers le rotor et les autres composants de la machine. Ces vibrations peuvent entraîner des niveaux de vibrations excessifs, qui peuvent endommager les composants, réduire l'efficacité de la machine et affecter la qualité du produit final.

Usure prématurée des paliers : Les forces de déséquilibre génèrent des charges dynamiques sur les paliers qui les supportent. Ces charges supplémentaires peuvent entraîner une usure prématurée des paliers, une diminution de leur durée de vie et des problèmes de fiabilité.

Domages structuraux : Les vibrations dues au déséquilibre peuvent exercer des contraintes excessives sur les composants de la machine, ce qui peut provoquer des dommages structuraux tels que des fissures, des déformations ou des ruptures.

Augmentation du bruit : Les vibrations causées par le déséquilibre peuvent également générer du bruit indésirable, ce qui peut affecter les conditions de travail, la sécurité et le confort des opérateurs.

Pour réduire les vibrations dues aux déséquilibrages, il est essentiel de réaliser une opération d'équilibrage du rotor. L'équilibrage consiste à ajouter ou à retirer des masses spécifiques sur le rotor afin de compenser le déséquilibre et de minimiser les vibrations. Cette opération peut être réalisée lors de la fabrication de la machine ou lors d'une maintenance périodique pour corriger les déséquilibres apparus au fil du temps. Un équilibrage correctement effectué permet de réduire les vibrations, d'améliorer la performance de la machine, de prolonger la durée de vie des composants et de réduire les coûts de maintenance. Il est donc important de surveiller et de corriger les déséquilibrages pour assurer un fonctionnement optimal des machines rotatives. [11]

I.6.5 Vibrations dues aux excentricités :

Les vibrations dues aux excentricités sont un autre type de vibrations fréquemment rencontrées dans les machines rotatives. L'excentricité se produit lorsque le centre de masse d'un rotor ne coïncide pas avec son centre de rotation, créant ainsi une différence entre l'axe

de rotation et l'axe géométrique du rotor.

Les excentricités peuvent être causées par plusieurs facteurs, tels que des défauts de fabrication, des erreurs d'installation, des usures des paliers, des déformations thermiques, etc.

Les conséquences des excentricités comprennent :

Vibrations radiales : L'excentricité entraîne des forces centrifuges inégales, ce qui provoque des vibrations radiales dans la machine. Ces vibrations se propagent à travers les composants de la machine et peuvent entraîner des niveaux de vibrations excessifs. [12]

Désalignement : L'excentricité peut également causer un désalignement entre le rotor et les autres composants de la machine, tels que les paliers ou les engrenages. Cela peut entraîner des forces déséquilibrées, des charges supplémentaires sur les paliers, une usure prématurée et des vibrations indésirables. [12]

Frottement et usure : Les excentricités peuvent augmenter le frottement entre les composants en contact, tels que les paliers et les roulements, ce qui peut entraîner une usure accrue et une dégradation de la performance. [12]

Effets dynamiques : Les excentricités peuvent également affecter les caractéristiques dynamiques de la machine, telles que les fréquences naturelles, les modes de vibration et la stabilité du système.

Pour réduire les vibrations dues aux excentricités, il est important d'identifier et de corriger les causes sous-jacentes. Cela peut inclure l'inspection et la rectification des défauts de fabrication, l'ajustement ou le remplacement des paliers défectueux, l'alignement précis des composants, etc.

Une fois les excentricités corrigées, les vibrations peuvent être réduites, ce qui améliore la performance globale de la machine, prolonge la durée de vie des composants et assure un fonctionnement plus stable et plus fiable. La surveillance régulière des vibrations et des inspections préventives peuvent également aider à détecter les excentricités éventuelles et à prendre les mesures correctives nécessaires à temps.

I.7 L'effet des vibrations sur une structure :

Les vibrations peuvent avoir un impact significatif sur le fonctionnement et la performance des machines. Voici quelques effets courants des vibrations sur une machine :

Fatigue structurelle : Les vibrations répétitives peuvent entraîner une fatigue structurelle, c'est-à-dire la dégradation progressive des matériaux de la structure due aux contraintes cycliques. Cela peut entraîner des fissures, des déformations permanentes et éventuellement la rupture de la structure.

Résonance : Lorsque les fréquences de vibration de la structure se rapprochent des fréquences naturelles de résonance de la structure, cela peut provoquer une amplification des vibrations. Cela peut entraîner une augmentation significative des déformations et des contraintes, mettant en danger la stabilité et l'intégrité de la structure.

Dégradation des matériaux : Les vibrations peuvent provoquer une détérioration accélérée des matériaux, en particulier s'ils sont soumis à des vibrations à haute fréquence ou à des niveaux élevés. Cela peut entraîner une réduction de la résistance mécanique, une diminution de la durée de vie des matériaux et une augmentation des risques de défaillance.

Désalignement et déséquilibre : Les vibrations peuvent causer un désalignement ou un déséquilibre des éléments de la machine. Cela peut entraîner une répartition inégale des charges et des contraintes, ce qui peut entraîner une déformation structurelle, des dommages aux composants et une perte d'efficacité. [13]

Usure prématurée des composants : Les vibrations excessives peuvent entraîner une usure accrue des composants de la machine, tels que les roulements, les engrenages, les paliers et les joints. Cela peut réduire la durée de vie des pièces, augmenter les coûts de maintenance et

entraîner des temps d'arrêt non planifiés. [13]

Réduction de la précision et de la qualité : Les vibrations peuvent affecter la précision et la qualité du fonctionnement de la machine. Par exemple, dans le cas des machines d'usinage, des vibrations excessives peuvent entraîner des coupes inexactes, des surfaces rugueuses et une perte de précision dimensionnelle.

Perte d'efficacité : Les vibrations peuvent entraîner une perte d'efficacité énergétique de la machine. Cela peut se produire en raison de frottements supplémentaires, de pertes de transmission d'énergie ou de désalignements provoqués par les vibrations. Une efficacité réduite peut entraîner une augmentation de la consommation d'énergie et des coûts de fonctionnement.

Dommmages structurels : Les vibrations intenses peuvent causer des dommages structurels à la machine elle-même. Cela peut inclure des fissures, des déformations permanentes ou une détérioration générale de la structure de la machine, ce qui peut entraîner une défaillance prématurée.

Problèmes de sécurité : Les vibrations peuvent poser des problèmes de sécurité pour les opérateurs et les utilisateurs de la machine. Des vibrations excessives peuvent causer une fatigue accrue chez les opérateurs, perturber leur concentration et augmenter les risques d'accidents. [13]

Pour atténuer les effets des vibrations sur une machine, il est important de mettre en œuvre des mesures de contrôle des vibrations. Cela peut inclure l'équilibrage et l'alignement précis des composants, l'utilisation de dispositifs d'isolation ou d'amortissement des vibrations, l'entretien régulier pour détecter et corriger les problèmes de vibrations, et l'utilisation de capteurs de vibrations pour surveiller en continu les niveaux de vibrations et prendre des mesures préventives. L'objectif est de minimiser les vibrations indésirables, d'améliorer la fiabilité de la machine et d'assurer un fonctionnement optimal.

I.8 Rigidité :

I.8.1 Définition :

La rigidité est une propriété mécanique qui mesure la résistance d'un matériau, d'un composant ou d'une structure à la déformation sous l'effet des charges appliquées. Elle représente la capacité d'un objet à résister aux forces externes sans subir de déformations excessives. Plus précisément, la rigidité se réfère à la raideur ou à la résistance à la déformation élastique d'un matériau ou d'un système. Elle est généralement déterminée par la relation entre la force appliquée et la déformation résultante. Un matériau ou un composant rigide aura une faible déformation pour une force donnée, tandis qu'un matériau ou un composant moins rigide se déformera davantage sous la même force.

La rigidité peut être exprimée en termes de différents paramètres, tels que le module de Young (mesurant la résistance à la déformation longitudinale), le module de cisaillement (mesurant la résistance à la déformation de cisaillement), ou le coefficient de raideur (mesurant la réponse de force-déplacement d'un ressort ou d'un système élastique) [14]. La rigidité est une caractéristique essentielle dans la conception et l'analyse des structures et des systèmes mécaniques. Une rigidité appropriée est nécessaire pour assurer la stabilité, la précision, la résistance aux charges appliquées, ainsi que pour contrôler les vibrations et les déformations indésirables. Cependant, il est important de noter que la rigidité excessive peut entraîner des contraintes excessives et une fragilité du matériau ou du système, tandis qu'une rigidité insuffisante peut entraîner des déformations excessives et des performances mécaniques compromises.

I.8.2 Effets de la rigidité sur les vibrations :

La rigidité de l'arbre dans un système mécanique a un effet significatif sur les vibrations. Voici comment la rigidité de l'arbre peut influencer les vibrations :

Réduction des vibrations : Une rigidité élevée de l'arbre permet de minimiser les vibrations indésirables. Une plus grande rigidité de l'arbre permet de limiter les déformations et les flexions lorsqu'il est soumis à des charges dynamiques, réduisant ainsi les amplitudes de vibration. [15]

Contrôle des résonances : Une rigidité appropriée de l'arbre permet de contrôler les résonances. Les résonances se produisent lorsque la fréquence d'excitation correspond à la fréquence naturelle de l'arbre, entraînant une amplification des vibrations. Une rigidité adéquate peut déplacer les fréquences naturelles de l'arbre vers des valeurs éloignées de la plage de fréquences d'excitation, minimisant ainsi les risques de résonance.

Stabilité du système : Une rigidité suffisante de l'arbre contribue à maintenir la stabilité du système mécanique. Elle limite les déformations excessives de l'arbre, évitant ainsi les mouvements indésirables, les vibrations non contrôlées et les risques de défaillance.

Précision et fiabilité : Une rigidité élevée de l'arbre permet de maintenir la précision et la fiabilité du système mécanique. Une déformation excessive de l'arbre peut entraîner des erreurs de positionnement, des interférences entre les composants et des variations de performance.

Contrôle des défauts d'alignement : Une rigidité adéquate de l'arbre peut aider à compenser les défauts d'alignement dans le système. Lorsque l'arbre est suffisamment rigide, il peut résister aux contraintes dues à un mauvais alignement des composants, réduisant ainsi les vibrations indésirables résultant de cette condition. [16]

Il est important de noter que la rigidité de l'arbre doit être équilibrée avec d'autres facteurs tels que l'amortissement, la masse, et la conception globale du système pour obtenir une performance optimale. Une conception et une sélection appropriées des matériaux, des dimensions et des caractéristiques de l'arbre sont essentielles pour atteindre une rigidité adéquate et minimiser les vibrations indésirables.

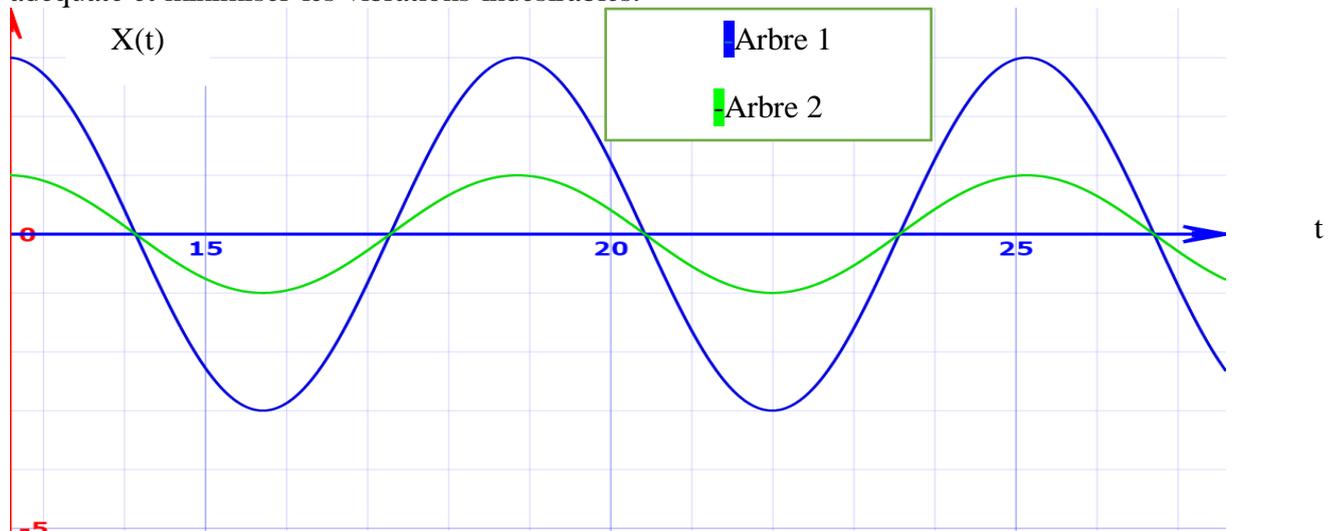


Figure I.1 : oscillations de deux arbre avec des rigidités différents ($K_1 < K_2$)

I.9 L'amortissement :

I.9.1 Définition :

L'amortissement est un concept important dans le domaine des vibrations et se réfère à la

capacité d'un système à dissiper l'énergie des vibrations. Il agit pour réduire l'amplitude des vibrations et atténuer les oscillations indésirables. Lorsqu'un système vibratoire est excité, il peut continuer à vibrer même après la fin de la force d'excitation. L'amortissement intervient pour absorber cette énergie vibratoire résiduelle et la dissiper sous forme de chaleur ou d'autres formes d'énergie non vibratoire.

I.9.2 Types d'amortissement :

Il existe différents types d'amortissement utilisé pour contrôler les vibrations :

Amortissement visqueux : C'est le type d'amortissement le plus couramment utilisé. Il est réalisé en utilisant un matériau visqueux ou en ajoutant un dispositif d'amortissement, tel qu'un amortisseur visqueux, qui convertit l'énergie vibratoire en chaleur par frottement visqueux. [17]

Amortissement structural : Il s'agit de l'amortissement inhérent d'une structure elle-même, qui peut être obtenu par la conception appropriée de la structure en utilisant des matériaux viscoélastiques ou en introduisant des éléments d'amortissement intégrés dans la structure [17].

Amortissement par frottement sec : Il est réalisé en introduisant un frottement sec ou un glissement entre les surfaces en contact, ce qui convertit l'énergie vibratoire en chaleur par frottement [17].

Amortissement par fluide : Il est réalisé en utilisant un fluide visqueux ou en introduisant des dispositifs d'amortissement hydrauliques qui dissipent l'énergie vibratoire en forçant le fluide à travers des orifices étroits [17].

L'amortissement est important car il permet de contrôler les vibrations indésirables et d'améliorer la stabilité et la performance des systèmes. Un bon amortissement peut réduire les effets néfastes des vibrations, tels que l'usure prématurée des composants, les défaillances mécaniques, les dommages structurels, les bruits excessifs, etc. Il est souvent pris en compte lors de la conception et de la sélection des matériaux pour minimiser les vibrations et améliorer la durée de vie et la fiabilité des équipements.

I.9.3 Effets de l'amortissement sur les vibrations :

L'amortissement joue un rôle crucial dans la gestion des vibrations et peut avoir plusieurs effets sur les machines. Voici quelques-uns des effets de l'amortissement :

Réduction des vibrations : L'amortissement permet de réduire l'amplitude des vibrations générées par une machine. Il absorbe et dissipe l'énergie des vibrations, ce qui atténue les oscillations indésirables et les niveaux de vibrations.

Amélioration de la stabilité : L'amortissement contribue à améliorer la stabilité dynamique d'une machine en minimisant les effets des oscillations et des résonances. Cela permet de maintenir le fonctionnement régulier de la machine et d'éviter les vibrations excessives qui pourraient entraîner des dommages ou une défaillance.

Réduction du bruit : L'amortissement des vibrations peut également réduire le bruit généré par la machine. Les vibrations peuvent souvent être une source de bruit indésirable, et en réduisant les vibrations, l'amortissement contribue à améliorer les conditions de travail, la sécurité et le confort des opérateurs.

Protection des composants : L'amortissement des vibrations aide à protéger les composants de la machine contre les charges dynamiques excessives. Les vibrations prolongées ou intenses peuvent entraîner une usure prématurée, des dommages aux paliers, aux engrenages et à d'autres pièces. L'amortissement réduit ces charges, prolongeant ainsi la durée de vie des composants et réduisant les coûts de maintenance.

Amélioration de la précision : Dans le cas des machines de précision, telles que les

machines d'usinage, l'amortissement des vibrations est essentiel pour maintenir une précision élevée. Les vibrations indésirables peuvent entraîner des erreurs dimensionnelles et des défauts de finition de surface. En réduisant les vibrations, l'amortissement contribue à améliorer la qualité et la précision des opérations.

L'amortissement des vibrations peut être réalisé de différentes manières, notamment par l'utilisation de matériaux d'amortissement, de dispositifs d'isolation ou de systèmes de contrôle actifs. Le choix de la méthode d'amortissement dépendra des caractéristiques spécifiques de la machine et des vibrations à traiter. Une conception et une mise en œuvre appropriées de l'amortissement sont essentielles pour optimiser les performances de la machine et minimiser les effets néfastes des vibrations.

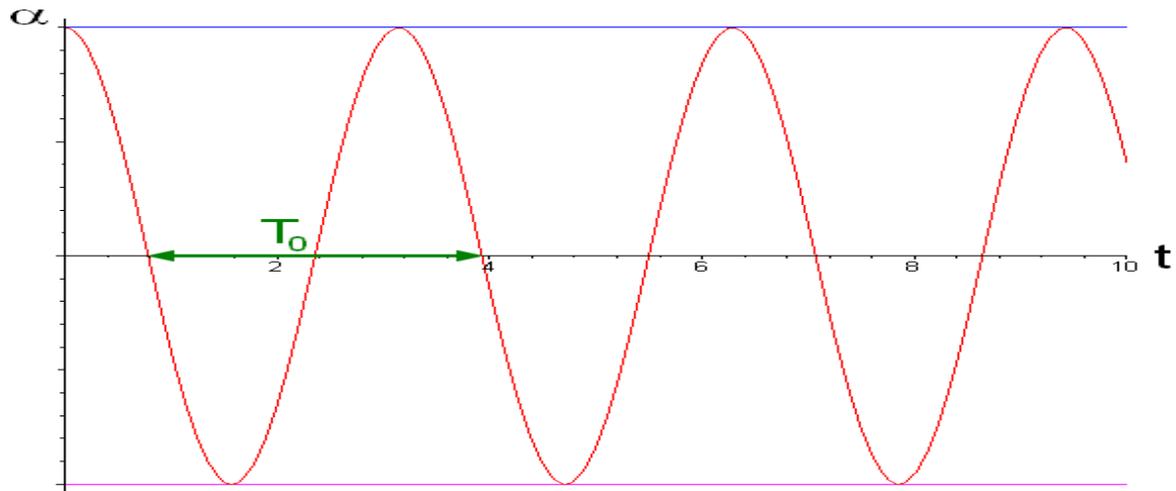


Figure I.2: oscillations non amortis

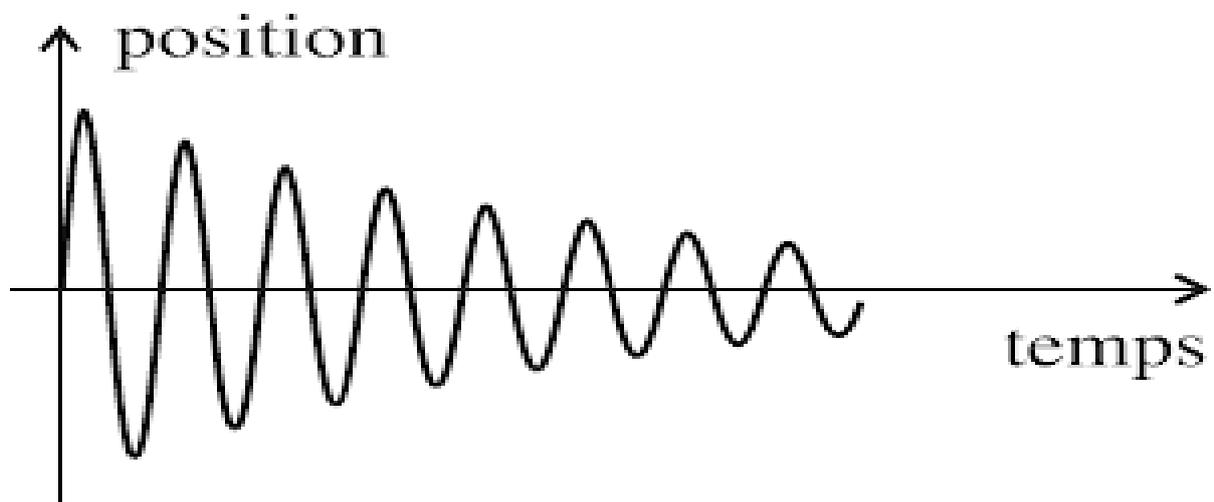


Figure I.3: oscillations amortis

I.9.4 Appuis d'arbres :

Dans un ensemble mécanique, certaines pièces opèrent un mouvement relatif par rapport à d'autres pièces, elles-mêmes fixes ou mobiles, il importe que le guidage assure la précision et la fiabilité de la trajectoire assignée à chaque pièce pour qu'elle remplisse sa fonction. La qualité du guidage choisi est élément déterminant du fonctionnement correct et du bon rendement de l'ensemble d'une générale, on distingue les guidages par glissement (paliers

lisses) et les guidages par roulement (paliers à roulements). Le choix de la solution la mieux adaptée n'est pas toujours simple car de nombreux paramètres doivent être pris en compte, notamment la charge de base dynamique de fonctionnement, l'éventuelle perturbation prévisible (vibrations, chocs...etc.)

Paliers lisses :

Les paliers lisses, également connus sous le nom de paliers à coussinet, sont des éléments de support utilisés dans les machines et les systèmes mécaniques pour permettre un mouvement de rotation en réduisant les frictions et en supportant les charges. Contrairement aux paliers à roulement qui utilisent des éléments roulants tels que des billes ou des rouleaux, les paliers lisses utilisent une surface de glissement pour permettre le mouvement relatif entre l'arbre et le palier. Le principe de fonctionnement des paliers lisses repose sur la formation d'un film lubrifiant entre la surface de l'arbre et le palier, qui réduit les frottements et les usures. Le film lubrifiant peut être généré par différentes méthodes, telles que l'utilisation d'huile, de graisse, de fluide de lubrification ou même par des paliers lisses autolubrifiants qui incorporent des matériaux spéciaux imprégnés de lubrifiant.

Suivant l'orientation de l'arbre et le sens de la charge à la quelle, ils sont soumis, on Distingue [18] :

- Les paliers porteurs (axe horizontal, charge radiale)
- Les paliers de butée (axe horizontal, charge axiale)
- Les boîtards (axe vertical, charge radiale)
- Les crapaudines (axe vertical, charge axiale et radiale)

Paliers à roulement :

Les roulements sont des éléments mécaniques utilisés pour réduire les frottements et faciliter le mouvement rotatif ou linéaire entre deux pièces en contact.

Constitution des roulements :

Le roulement est normalement constitué de quatre éléments de base :

- une bague intérieur (solidaire a l'arbre)
- une bague extérieure
- des éléments roulants (permettant la rotation relative d'une bague par rapport à l'autre)
- une cage maintenant l'écartement des éléments roulants et les empêchant de frotter d'un contre l'autre.

Types et utilisations des roulements :

Ils sont largement utilisés dans une variété d'applications industrielles et mécaniques.

Voici une description des principaux types de roulements :

- Roulements à billes : Les roulements à billes sont les types les plus courants de roulements. Ils utilisent des billes de taille uniforme pour réduire les frottements et faciliter le mouvement. Les roulements à billes sont généralement adaptés aux charges légères à modérées et sont utilisés dans une grande variété d'applications, allant des appareils électroménagers aux machines industrielles.
- Roulements à rouleaux cylindriques : Les roulements à rouleaux cylindriques utilisent des rouleaux cylindriques pour supporter les charges radiales élevées. Ils ont une grande capacité de charge et sont couramment utilisés dans les applications

industrielles nécessitant une résistance élevée, comme les machines de levage, les broyeurs et les transmissions.

- Roulements à rouleaux coniques : Les roulements à rouleaux coniques sont conçus pour supporter des charges radiales et axiales élevées. Ils utilisent des rouleaux coniques pour réduire les frottements et faciliter le mouvement. Ces roulements sont couramment utilisés dans les essieux de véhicules, les boîtes de vitesses, les machines agricoles et d'autres applications nécessitant une capacité de charge élevée et une résistance aux charges axiales.
- Roulements à aiguilles : Les roulements à aiguilles utilisent des rouleaux cylindriques très fins et allongés appelés aiguilles. Ils sont utilisés dans les applications où l'espace radial est limité et où une capacité de charge élevée est requise, comme les transmissions automobiles, les pompes à engrenages et les boîtes de vitesses.
- Roulements à rotule sur billes : Les roulements à rotule sur billes sont conçus pour compenser les défauts d'alignement entre les pièces en mouvement. Ils peuvent supporter des charges radiales et axiales et sont couramment utilisés dans les applications où l'alignement précis de l'arbre est difficile à maintenir, comme les machines de manutention, les équipements miniers et les convoyeurs.

I.10 L'effet gyroscopique :

Les effets gyroscopiques génèrent des modes propres (et donc des fréquences naturelles correspondantes) appelés « modes à précession directe ou positive » orbitant dans le même sens que la rotation Ω du rotor et des modes propres appelés « modes à précession inverse ou négative » orbitant dans le sens opposé à celui de la rotation du rotor. Il est alors nécessaire de séparer, par leur précession, les deux modes propres qui ont le même type de forme modale (deux modes propres correspondant à la première flexion du rotor par exemple).

Dans le cas, par exemple, d'un rotor symétrique monté sur des paliers isotropes (symétriques), seuls les modes propres à précession directe sont excitables par le balourd (au même titre qu'une poutre sollicitée horizontalement ne peut pas vibrer verticalement). La détermination du sens de la précession est effectuée par le signe du produit vectoriel des déplacements calculés à deux instants différents. Le sens de la précession peut varier tout au long du rotor et notamment au franchissement des nœuds de vibration. Caractéristiques des éléments rotor [18].

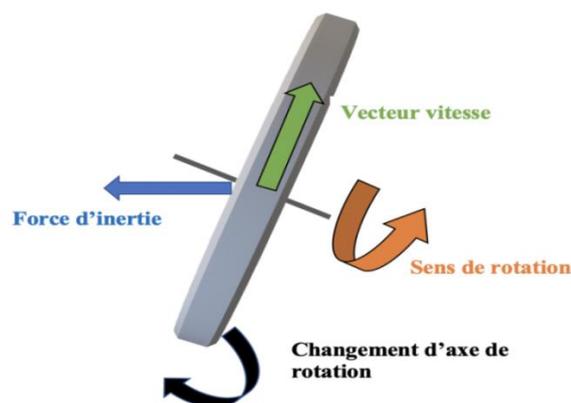


Figure I.4 : L'effet gyroscopique

Chapitre II :

Etude dynamique des rotors

II.1 Introduction :

L'étude du comportement dynamique et vibratoire des rotors occupe une place importante dans l'histoire de la science, notamment dans la dynamique des structures et des machines. Il est considéré parmi les phénomènes les plus complexes dont la modélisation et la simulation exigent des moyens numériques très efficaces et rapides ; ainsi que la réalisation des expériences et des essais plus performant.

Le comportement dynamique et vibratoire des rotors a été étudié en détail, depuis les premiers travaux fondateurs de Rankine. Depuis ces premières tentatives, nous avons rassemblé plusieurs travaux traitant ce type de phénomène.

Ce problème continue d'attirer l'attention des ingénieurs, chercheurs et savants jusqu'à nos jours malgré le nombre considérable de travaux théoriques, expérimentaux et numériques qui lui ont été consacrés. Dans cette synthèse bibliographique, on propose d'examiner quelques travaux (les plus importants) afin de préciser notre contribution dans l'ensemble des recherches consacrées à ce type de phénomène.

II.2 Définition de rotor :

Par définition, un rotor est un élément tournant autour d'un axe fixe. Le champ d'application des rotors est vaste, nous les trouvons dans les satellites géostationnaires animés d'une rotation libre, dans les machines tournantes industrielles qui constituent des structures assez complexes à analyser [19]. Le rôle principale des rotors est de transformer un mode d'énergie selon les applications auxquelles ils sont destinés (l'aéronautique, l'industrie pétrolière, centrale électrique et hydraulique, l'industrie électronique et pharmaceutique, ...etc.), ils sont souvent composés de plusieurs tronçons et soumis à des sollicitations d'origines diverses. Les différents organes intervenant dans une machine tournante sont classés comme ci- dessous :

- Les arbres (éléments principaux des machines tournantes).
- Les éléments de support et de positionnement (paliers hydrauliques, paliers a roulement, paliers magnétiques, ...etc.).

- Les éléments de transmission de mouvement (engrenages, courroies, joints d'accouplement, embrayages, ...etc.).
- Les éléments fonctionnels (roues aubages, broches, hélices,.. etc.)

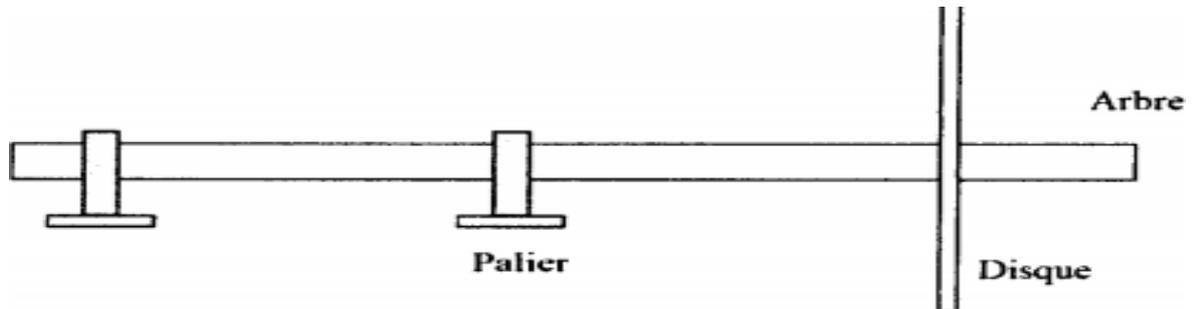


Figure II.1 : les éléments des rotors



Figure II.2 : rotor d'un turboréacteur d'avion

II.2.1 Les éléments de rotor :

Arbre :

Un arbre est une pièce cylindrique utilisée pour transmettre le mouvement entre différentes parties d'une machine. Les arbres sont souvent utilisés pour supporter des éléments de transmission, tels que des engrenages, des poulies ou des courroies, afin de transférer le mouvement d'une partie à une autre.

Les arbres sont généralement fabriqués en métal, tels que l'acier ou l'aluminium, et sont conçus pour être rigides et résistants aux contraintes mécaniques. Ils peuvent avoir différentes formes, telles que des arbres droits, des arbres cannelés ou des arbres à plusieurs extrémités.

Les arbres sont essentiels dans de nombreuses applications, allant des moteurs et des transmissions de véhicules aux machines industrielles. Ils jouent un rôle crucial dans la transmission de la puissance et du mouvement, et doivent être dimensionnés et conçus de manière appropriée pour résister aux charges et aux contraintes auxquelles ils sont soumis.

En outre, les arbres peuvent être équipés de paliers mécaniques (dont nous avons parlé précédemment) pour les soutenir et réduire les frottements lorsqu'ils tournent. Les arbres peuvent également être équipés de rainures, de cannelures ou d'autres dispositifs de fixation pour assurer une connexion solide avec les éléments de transmission qui y sont montés.



Figure II.3 : arbre de transmission

Palier :

Un palier est une pièce utilisée pour supporter et guider un arbre en rotation dans une machine. Les paliers sont conçus pour réduire les frottements et permettre un mouvement fluide de l'arbre. Ils sont généralement fabriqués en métal, comme le bronze ou l'acier, et peuvent prendre différentes formes selon l'application spécifique.

Les paliers mécaniques sont utilisés dans de nombreuses machines et équipements, tels que les moteurs, les turbines, les pompes, les compresseurs et les boîtes de vitesses. Ils peuvent être composés d'un roulement à billes, d'un roulement à rouleaux, d'une douille en métal ou d'une combinaison de ces éléments. Certains paliers sont lubrifiés à l'aide d'un film d'huile pour réduire davantage les frottements et l'usure.

L'objectif principal d'un palier mécanique est de soutenir l'arbre en rotation de manière stable, tout en minimisant les pertes d'énergie dues aux frottements. Un bon choix et entretien des paliers sont essentiels pour assurer une performance optimale de la machine et prolonger sa durée de vie.

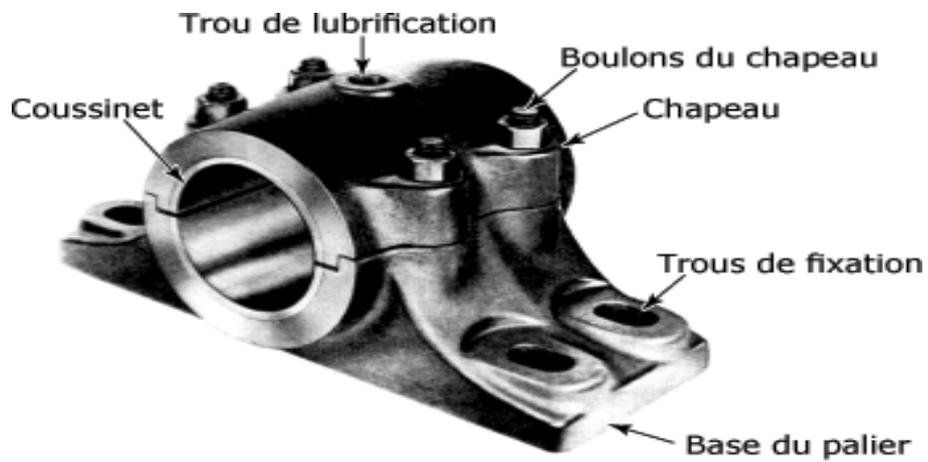


Figure II.4 : représentation d'un palier

Disque :

Un disque de rotor est un composant utilisé dans les machines tournantes, telles que les moteurs électriques, les turbines. C'est un composant central du système, généralement montée sur l'arbre principal.



Figure II.5 : disques supportés par l'arbre d'une turbine

II.3 L'analyse dynamique des rotors :

II.3.1 Objectif de l'analyse dynamique des rotors :

Lors de la conception, l'exploitation et la maintenance des machines tournantes, l'analyse dynamique des rotors peut aider à atteindre les objectifs suivants :

A. Prédire les vitesses critiques. Vitesses auxquelles les vibrations propres du rotor sont égales aux vibrations des forces excitatrices. Elles peuvent être détecté à partir de données de conception ou sur l'analyse de l'évolution fréquentielle du diagramme de Campbell pour pouvoir les éviter en fonctionnement normal de la machine.

B. Déterminer les modifications de conception pour changer les vitesses critiques.

C. Prédire les fréquences propres de vibration en torsion, flexion et couplage. Cet objectif s'applique généralement au système de chaîne de transmission dans lequel la machine est utilisée.

D. Calculer les valeurs et les positions des masses du balourd de correction, dans une opération d'équilibrage, à partir des données de vibration mesurées.

E. Prédire des vitesses et des fréquences de vibration de seuil d'instabilité dynamique.

G. Déterminer les modifications de conception pour supprimer les instabilités dynamiques.

II.3.2 Les prédictions du comportement dynamique des rotors :

Un système de rotor peut être constitué de disques et d'aubages de différentes formes, de différents diamètres d'arbres et des paliers situés dans des positions différentes. Dans l'analyse des vibrations du système complexe du rotor, le système est simplifié à un modèle mathématique approprié. Dans le processus de modélisation, nous devons savoir quels paramètres sont importants pour le système. [20]

Les rotors des machines tournantes sont classés en fonction de leurs caractéristiques, comme suit :

a) Rotor rigide :

Si la déformation de l'arbre de rotation est négligeable dans la plage de vitesse de fonctionnement, il est appelé un rotor rigide.

b) Rotor flexible :

Un rotor est généralement considéré comme étant souple ou flexible quand il fonctionne à proximité ou au-dessus de sa fréquence naturelle (vitesse critique).

Si l'arbre commence à se déformer sensiblement au début de la plage des vitesses de fonctionnement, il est appelé un rotor flexible.

La déformation la plus élevée d'un rotor est en général au voisinage de la vitesse critique.

Donc la plage de la vitesse de fonctionnement par rapport aux vitesses critiques détermine si le rotor est rigide ou flexible [20].

Toute machine tournante en fonctionnement génère des vibrations dont les amplitudes dépendent essentiellement :

- de la géométrie du rotor ;
- de la raideur des paliers et de son support ;
- de l'amortissement apporté par ces mêmes paliers ;
- des sources d'excitation, tel que le balourd par exemple ; de la vitesse de rotation du rotor.

L'étude de comportement dynamique et vibratoire d'un rotor flexible nécessite de connaître la notion de vitesse critique et les techniques d'analyse de stabilité.

II.3.3 Les différents mouvements de rotor :

La dynamique des rotors peut être divisée en trois types de mouvement, latéral, longitudinal ou de torsion : Latéral appelé aussi dynamique des rotors de pliage et est associé à la courbure du rotor, ou bien de torsion lorsque le rotor tourne autour de son propre axe et longitudinal lorsque les parties du rotor se déplacent dans la direction axiale.

Chaque système a ses propres fréquences naturelles et si la fréquence de la force perturbatrice est proche de l'une des fréquences naturelles, l'amplitude peut devenir très grande ; Ce phénomène est appelé résonance. Pour maintenir les amplitudes à un niveau décent, l'amortissement peut être appliqué au système. Les vibrations latérales, les vibrations de torsion et les vibrations longitudinales ne peuvent pas toujours être calculées séparément les unes des autres parce qu'elles ont une incidence les unes sur les autres.

II.3.4 Modes et vitesses critiques des rotors des machines tournants :

Parmi les phénomènes classiquement observés en dynamique des rotors, on a la notion de vitesse critique. Selon Nelson, l'une des premières citations concernant la notion de vitesse critique remonte à la fin du XVIII^e siècle lors d'essais expérimentaux réalisés par Dunkerley.

Il définit alors la vitesse critique comme la vitesse à la résonance d'une structure élastique où les vibrations de la machine atteignent des niveaux élevés. Aujourd'hui le concept de vitesse critique a évolué et se rattache d'un point de vue théorique à la notion de valeurs propres du système tournant, la vitesse critique correspond à la vitesse où l'excitation par balourd coïncide avec une des fréquences propres du système. Il est connu que les modes propres d'un système conservatif en rotation sont des modes complexes deux à deux conjugués à pulsations propres purement imaginaires. Cela est dû aux effets gyroscopiques induits par la rotation, qui couplent les déplacements horizontaux et verticaux. Ils peuvent cependant être associés pour obtenir des modes réels qualifiés soit de direct, soit de rétrograde, suivant que le mouvement de précession qui leur est associé est dans un sens identique ou contraire au mouvement de rotation. Le point essentiel est la dépendance de leur fréquence propre en fonction de la vitesse de rotation. Le graphique représentant l'évolution de celles-ci en fonction de la vitesse de rotation s'appelle le Diagramme de Campbell. On peut

démontrer que la partie de l'énergie cinétique relative aux termes gyroscopiques est positive (négative) pour les modes directs (rétrogrades), si bien que les effets gyroscopiques tendent à rigidifier (assouplir) la structure. Ainsi, les courbes croissantes (décroissantes) du diagramme de Campbell sont relatives au mode direct (rétrograde).

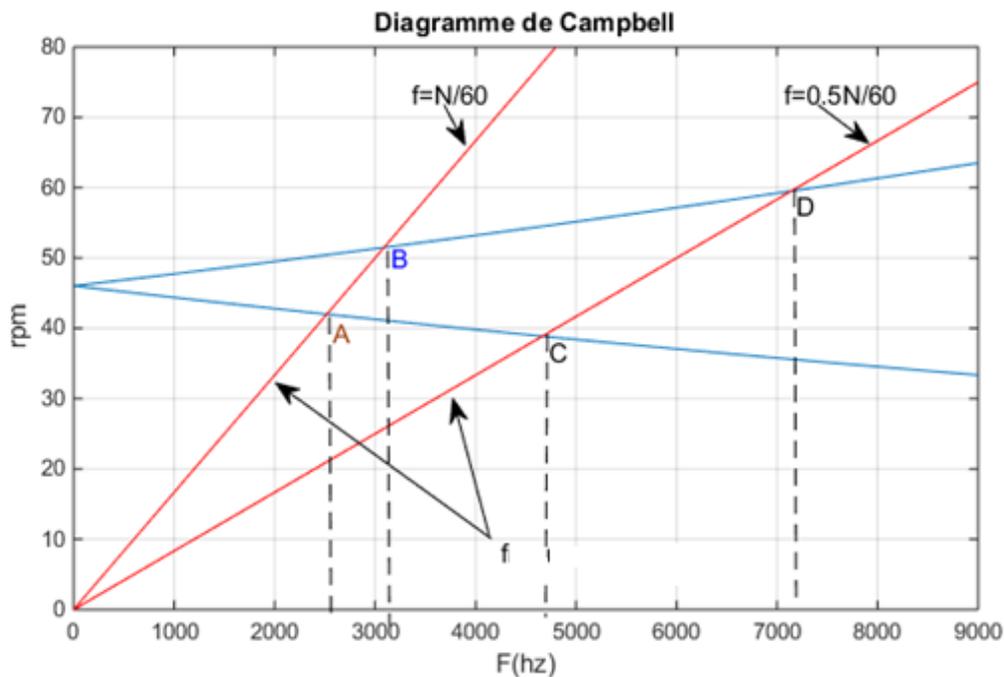


Figure II.6 : Diagramme de Campbell

La détermination des vitesses critiques demande donc le tracé du diagramme de Campbell c'est-à-dire un calcul des modes propres à chaque vitesse de rotation (méthode de balayage en fréquence), Le temps de calcul est donc important. Pour traiter efficacement les systèmes de taille importante, G. GENTA a proposé une technique itérative basée sur la décomposition en parties proportionnelle et non proportionnelle des matrices d'amortissement et gyroscopique pour le calcul de valeurs propres. [20]

Dans le cas particulier de systèmes non amortis et sans couplage directionnel, il est possible de calculer directement les vitesses critiques (c'est-à-dire sans passer par l'extraction des fréquences propres pour diverses valeurs de la vitesse de rotation). Il suffit d'injecter la relation $\omega = \pm\Omega \lambda$ dans l'équation homogène du mouvement, le signe étant positif (négatif) pour les vitesses critiques directes (rétrogrades). La résolution du problème aux valeurs propres alors obtenu fournit d'emblée les vitesses critiques. Le coefficient est introduit pour la conversion des unités ainsi que pour gérer les excitations induites par les balourds d'autres rotors ou rechercher les éventuels pics de réponses juste ou sous-harmoniques.

Les structures réelles peuvent être considérées comme une série de plus en plus fines regroupées approximations de masse qui se rapprochent d'une distribution de masse continue.

La structure continue a un nombre infini de fréquences naturelles, chacune avec sa forme caractéristique propre de vibration.

II.3.5 Influence des dissymétries :

Si les rotors sont souvent axisymétriques, axisymétrique en comportement, il n'en est pas de même pour les stators : la présence d'éléments associés aux carters, la fixation avec l'aile, créent des dissymétries à la fois de masse et surtout de raideur. L'influence des dissymétries en raideur des paliers sur la dynamique du rotor est importante. Tout d'abord, on note que si les raideurs transversales dans deux directions principales sont différentes, la réponse synchrone du rotor à un balourd est un mouvement de précession elliptique au lieu de circulaire. De plus, à l'arrêt, les modes propres dans les plans vertical et Horizontal ont naturellement des fréquences propres distinctes. Les modes classiquement associés par paires dans le contexte axisymétrique (car identiques à vitesse de rotation nulle). [21]

Avec un mode direct et un mode rétrograde, sont dès lors différents l'un de l'autre. On montre d'ailleurs que pour chacun des deux, une vitesse critique existe. Lors d'une réponse à balourd, on observe donc non pas un pic de résonance mais deux (on parle de Phénomène de dédoublement de résonance, Split résonances dans la littérature anglo-saxonne) : le mode rétrograde est excité.

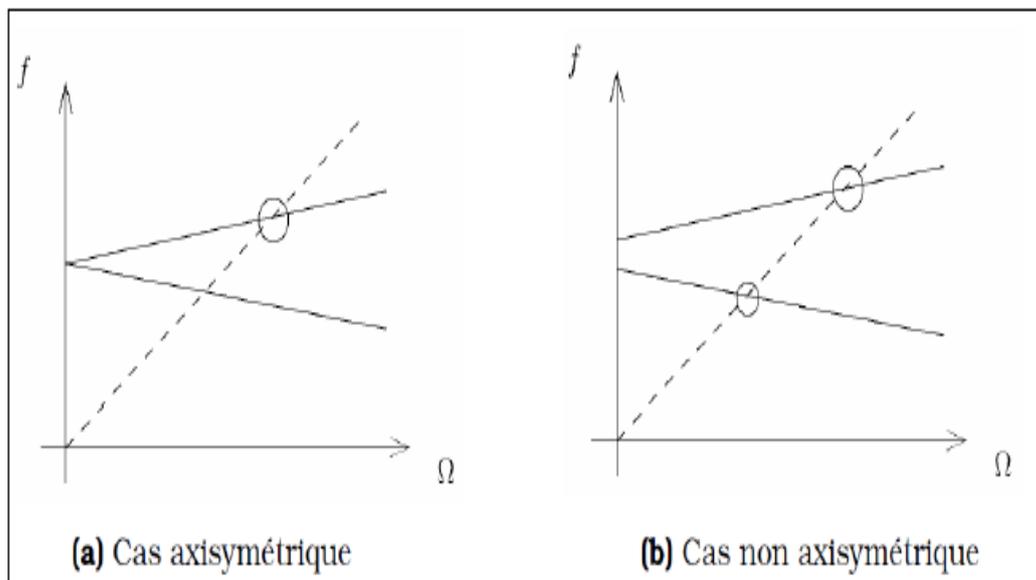


Figure II.7 : Diagramme Campbell dans les le cas axisymétrique et non axisymétrique.

Il faut préciser que les dissymétries dans les rotors peuvent apparaître au cours du temps avec la fatigue. La présence de fissures transversales dans l'arbre entraîne une modification locale de raideur qui rend les caractéristiques élastiques anisotropes.

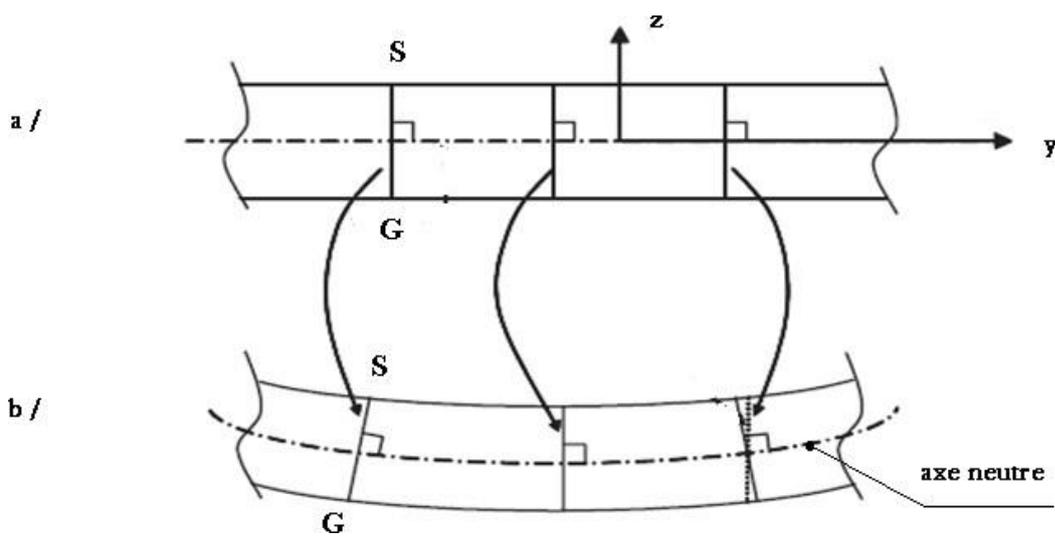
II.4 Hypothèses cinématique :

L'étude de ce rotor est basée sur les hypothèses suivantes :

- L'arbre est déformable.

- Le disque est rigide.
- Le rotor tourne à une vitesse constante Ω .
- L'arbre et le disque ont les mêmes caractéristiques mécaniques.
- On se place dans le cas de petites de déplacement et de rotation.
- Déformation linéaire.

L'arbre est du type d'Euler Bernoulli c'est-à-dire toute section plane et perpendiculaire à la fibre moyenne avant déformation reste plane et perpendiculaire à la fibre moyenne après déformation de cet arbre et l'effet de cisaillement est nul Ces hypothèses correspondent à la majorité des rotors industriels [22].



a : Avant déformation

b : Apres déformation

Figure II.8 : Arbre sous déformations.

II.5 Calcul des énergies des différents composants du rotor :

L'arbre du rotor est déformable alors il est caractérisé par son énergie cinétique et son énergie de déformation. En revanche, le disque est rigide et ne possède qu'une énergie cinétique pour le caractériser.

II.5.1 Vitesse d'un point de la section droite de l'arbre :

Le repère mobile d'un arbre en rotation possède en général trois composantes de vitesse Et sa matrice vitesse de rotation est définie par $\dot{\phi}$

$$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_3 & -\Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & \Omega_1 \\ \Omega_2 & -\Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Avec :

Ω_1 Vitesse de rotation autour de l'axe OX.

Ω_2 Vitesse de rotation autour de l'axe OY.

Ω_3 Vitesse de rotation autour de l'axe OZ.

La rotation de l'arbre s'effectue autour de l'axe OY et la matrice vitesse de rotation peut s'écrire sous la forme suivante

On pose $\Omega = \Omega_2$

$$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Le vecteur de position $\{B\}$ est donné par :

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Avec :

u Le déplacement suivant la direction OX

v Le déplacement suivant la direction OY

w Le déplacement suivant la direction OZ

II.5.2 Energie cinétique de l'arbre :

L'énergie cinétique est définie par l'expression suivante [22] :

$$E_{CA} = \frac{1}{2} \rho \int_V \{B\}^T [\phi] [\dot{\phi}] \{B\} dv + \frac{1}{2} \rho \int_V \{\dot{B}\}^T \{\dot{B}\} dv + \rho \int_V \{\dot{B}\}^T [\phi] \{B\} dv \quad (4)$$

Avec le premier terme qui contribue à la formation de la matrice de rigidification centrifuge, le deuxième terme à la matrice masse et le dernier terme à la matrice gyroscopique.

II.5.3 Energie de déformation de l'arbre :

L'énergie de déformation dépend exclusivement des contraintes et, par conséquent, de la déformation de l'arbre. Dans ce calcul, le disque est considéré comme rigide par hypothèse, seules les déformations résultant de la flexion de l'arbre sont prises en compte. L'arbre de ce rotor est modélisé par une poutre d'Euler-Bernoulli, comme illustré dans la figure II.9. Les déplacements des points de la ligne médiane de l'arbre dans le repère tournant sont représentés par $u(y, t)$ et $w(y, t)$.

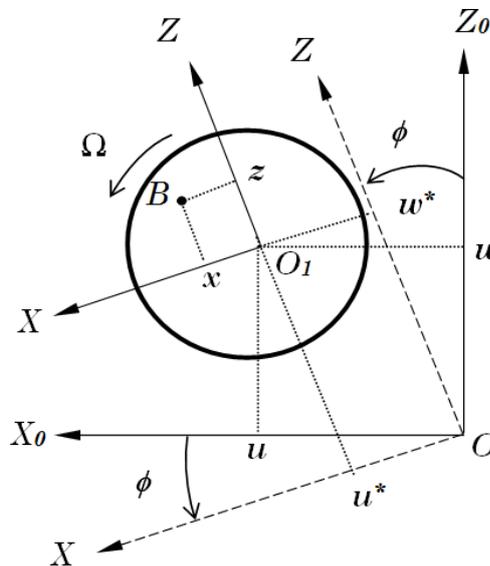


Figure II.9 : Les repères Déformation de l'arbre.

Les projections d'un point de la section droite déformée sur le repère fixe :

$$u^* = u \cdot \cos. \Omega. t - w \cdot \sin. \Omega. t \quad w^* = u \cdot \sin. \Omega. t + w \cdot \cos. \Omega. t \quad (5)$$

La déformation linéaire en flexion d'un point de l'arbre de coordonnées x et z dans le repère lié à l'arbre est [22] :

$$\varepsilon_{yy} = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \quad (6)$$

$$EdA = \frac{1}{2} \int_v \varepsilon_l \cdot \sigma \cdot dv \quad (7)$$

σ : Contrainte de flexion.

dv : Élément de volume de l'arbre.

La relation entre contrainte et déformation est :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_l \quad (8)$$

E : Module de Young

ε_l : Déformation linéaire

L'énergie de déformation E_{dA} prend la forme [22] :

$$E_{dA} = \frac{E}{2} \int_v (\varepsilon_l^2) dv \quad (9)$$

$$E_{dA} = \frac{E}{2} \int_{-1}^l \int_s \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 ds dy \quad (10)$$

$$E_{dA} = \frac{E}{2} \int_{-1}^l \int_s \left(x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) ds dy \quad (11)$$

Par symétrie le troisième terme de l'intégrale est nul et, en introduisant les inerties de section :

$$I_x = \int_s z^2 \cdot ds \quad (12)$$

$$I_z = \int_s x^2 \cdot ds \quad (13)$$

II.5.4 Amortissements et raideurs des Paliers :

La modélisation des paliers est représentée sur la figure II.11 Ou on note :

La raideur suivant axe ox	$K_{XX} = K_{P11}$
La raideur suivant axe oz	$K_{ZZ} = K_{P22}$
La raideur des termes croisés	$K_{ZX} = K_{XZ} = K_{P21} = K_{P12}$

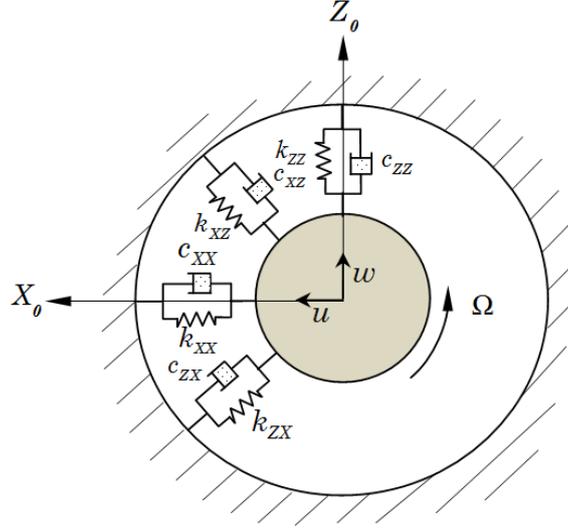


Figure II.11 : Amortissements et raideurs du palier.

Travail des forces de raideur et d'amortissement :

Le travail virtuel des forces de raideurs et d'amortissements est définis par :

$$dW = F_u \delta u + F_w \delta w \quad (14)$$

Avec : F_u et F_w sont les forces généralisées

$$dW = -K_{P11} u \delta u - K_{P12} w \delta u - K_{P21} w \delta w - K_{P22} u \delta w - C_{P11} \dot{u} \delta u - C_{P12} \dot{w} \delta u - C_{P21} \dot{w} \delta w - C_{P22} \dot{u} \delta w \quad (15)$$

Sous forme matricielle nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{P11} & 0 & K_{P12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{P21} & 0 & K_{P22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ \theta_1 \\ w_1 \\ \psi_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{P11} & 0 & C_{P12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{P21} & 0 & C_{P22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{\psi}_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

En général les termes de raideur et d'amortissement sont différents, Pour cette étude on suppose que les termes de raideurs verticales, horizontales et croisés sont égale

$$K_{P11} = K_{P12} = K_{P21} = K_{P22} \quad (17)$$

Et les termes d'amortissements verticaux, horizontaux et croisés sont égaux.

$$C_{P11} = C_{P12} = C_{P21} = C_{P22} \quad (18)$$

II.6 Calcul de la force axiale :

Ce système tournant est soumis à l'effet centrifuge, ça génère une force axiale sur le rotor, afin de déterminer cette force. On considère l'arbre et le disque comme étant un seul arbre a deux diamètres a et b de longueur 2L, cet arbre tourne avec une vitesse de rotation Ω constante. La rotation de cet arbre crée une déformation latérale. Si la déformation latérale est réduite à zéro, la contrainte normale est créée dans cette direction. Pour compenser ces déformations, les contraintes radiales dues à l'effet des forces centrifuges créent des forces axiales qui agissent sur les fréquences propres des vibrations de l'arbre.

La déformation de l'arbre est une déformation plane, où la déformation le long de l'axe y est nulle. Par conséquent, les paliers éliminent les mouvements le long de cet axe de l'arbre.

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{ry} = 0 \quad (19)$$

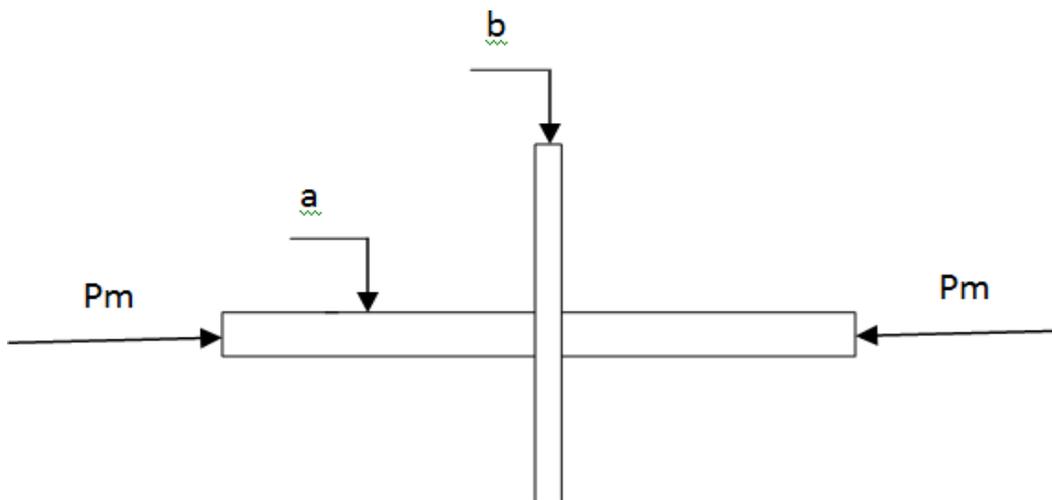


Figure II.12 : arbre sous l'influence d'une force axiale

La force axiale P_{ax} d'un arbre en rotation est donnée par la relation suivante :

$$P_{ax} = \frac{\pi}{2} \rho \Omega^2 \nu (b^4 - a^4) \quad (20)$$

ρ : Masse volumique de l'arbre

b : diamètre de disque.

ν : Coefficient de poisson.

a : diamètre de l'arbre

Ω : Vitesse de rotation.

$P_{ax} = pm$

Chapitre III :
Formulation par la méthode
des éléments finis

III.1 méthode des éléments finis (MEF)

III.1.1 Introduction :

Dans la plupart des cas de structures réelles, la détermination du comportement statique ou dynamique ne peut s'effectuer que numériquement à cause de la complexité des géométries et des conditions aux limites. Dans ce cas la méthode des éléments finis est très utilisée. Elle présente la réalité beaucoup plus que la méthode de réduction modale par exemple.

La méthode des éléments finis est connue parmi les méthodes les plus importantes et le plus efficace pour modéliser et résoudre les problèmes complexes dans les sciences de l'ingénieur, et en particulier en dynamique des rotors. On développe dans ce chapitre les équations de mouvement de rotor à l'aide de cette méthode en explicitant les matrices élémentaires des différents éléments de rotor (arbre, disque, palier et balourd), après avoir présenté les éléments de modélisation dans leur rotor, il a semblé intéressant de réfléchir à la méthode de résolution du système d', après avoir présenté les éléments de modélisation dans leur rotor, il a semblé intéressant de réfléchir à la méthode de résolution du système d'équations obtenu.

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. En analyse numérique, la méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.)

La méthode consiste à découper le domaine spatial en petits éléments, également appelés mailles, et à rechercher une formulation simplifiée du problème sur chaque élément, c'est-à-dire à transformer le système d'équations quelconque en un système d'équations linéaires. Chaque système d'équations linéaires peut se représenter par une matrice. Les systèmes d'équations pour tous les éléments sont ensuite rassemblés, ce qui forme une grande matrice ; la résolution de ce système global donne la solution approchée au problème.

III.1.2 Historique :

La méthode des éléments finis (MEF) a été développée au cours des dernières décennies et son histoire remonte aux années 1940 et 1950. Voici un bref aperçu de son évolution historique :

- Début des années 1940 : Richard Courant, un mathématicien allemand, et Kurt Friedrichs, un mathématicien américain d'origine allemande, ont jeté les bases de la méthode des différences finies, une technique précurseur de la méthode des éléments finis. Cette méthode était utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles [23].

- Années 1950 : En 1956, J.H. Argyris, un ingénieur et mathématicien grec, a développé la méthode des éléments finis en tant qu'approche plus générale pour résoudre des problèmes de mécanique des structures. Il a appliqué cette méthode pour résoudre des problèmes de poutres et de plaques [23].
- Années 1960 : Les travaux de plusieurs chercheurs ont contribué à l'essor de la méthode des éléments finis. En particulier, Ray W. Clough, Olgierd C. Zienkiewicz et Ivo Babuška ont apporté des contributions significatives en développant des formulations et des techniques de résolution plus avancées [23].
- Années 1970-1980 : La méthode des éléments finis a connu une croissance rapide pendant cette période, avec l'essor des ordinateurs et des logiciels de calcul scientifique. De nombreux chercheurs et ingénieurs ont adopté la méthode des éléments finis pour résoudre des problèmes dans divers domaines de l'ingénierie, tels que la mécanique des structures, la mécanique des fluides, l'électromagnétisme, l'acoustique, etc. [23].
- Années 1990-2000 : Des avancées importantes ont été réalisées pour améliorer les capacités de la méthode des éléments finis. Des techniques d'éléments finis plus sophistiquées ont été développées, notamment les éléments finis quadrilatéraux et hexaédriques, ainsi que des formulations plus précises et des schémas de calcul adaptatifs [24].
- Depuis les années 2000 : La méthode des éléments finis continue d'évoluer avec l'avancement des technologies de calcul et de la modélisation numérique. De nombreuses variantes de la méthode des éléments finis ont été développées, telles que la méthode des éléments finis mixtes, la méthode des éléments finis étendus, la méthode des éléments finis sans maillage, etc. [24].
- Aujourd'hui, la méthode des éléments finis est largement utilisée dans le domaine de l'ingénierie et de la modélisation numérique pour résoudre des problèmes complexes et analyser le comportement des structures, des fluides et d'autres systèmes physiques. Elle reste l'une des méthodes numériques les plus populaires et les plus puissantes pour la simulation et l'analyse de problèmes réels.

III.1.3 Définition la méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis (MEF) est une technique numérique utilisée pour résoudre des problèmes mathématiques complexes, tels que des équations aux dérivées partielles, des équations d'équilibre des forces ou d'autres types de problèmes de simulation. Elle repose sur la discrétisation d'un domaine continu en un ensemble fini d'éléments plus simples, d'où son nom.

Le principe fondamental de la méthode des éléments finis est de subdiviser le domaine de calcul en éléments géométriques plus petits et plus simples, appelés "éléments finis". Ces éléments peuvent être de différentes formes, telles que des triangles, des quadrilatères, des tétraèdres ou des hexaèdres, en fonction de la dimension du problème. [25]

Dans chaque élément fini, la solution du problème est approximée par une combinaison linéaire de fonctions de base spécifiques. Ces fonctions de base sont généralement polynomiales et définissent le comportement de la solution à l'intérieur de chaque élément. La précision de l'approximation dépend du degré du polynôme utilisé. [25]

En utilisant les approximations de la solution, le problème continu est formulé sous forme d'un système d'équations discrètes, généralement obtenu en appliquant les lois de conservation appropriées. Ce système est ensuite résolu pour déterminer les valeurs des inconnues du problème.

La méthode des éléments finis offre de nombreux avantages, tels que la flexibilité de modélisation, la possibilité de traiter des géométries complexes, la précision ajustable et la capacité à gérer des conditions aux limites variées. Elle est largement utilisée dans de nombreux domaines de l'ingénierie, tels que la mécanique des structures, la mécanique des fluides, l'électromagnétisme, l'acoustique, la thermodynamique, etc.

En résumé, la méthode des éléments finis est une technique numérique qui permet de résoudre des problèmes mathématiques complexes en subdivisant le domaine en éléments finis, en approximant la solution à l'intérieur de chaque élément et en résolvant un système d'équations discrètes. C'est un outil puissant et largement utilisé dans la modélisation et la simulation numérique en ingénierie.

III.1.4 Les Avantages de la MEF :

Flexibilité de modélisation : Les méthodes des éléments finis permettent de modéliser une grande variété de problèmes physiques. Que ce soit pour l'analyse de structures, la résolution d'équations aux dérivées partielles, la mécanique des fluides, l'électromagnétisme ou d'autres domaines, les MEF offrent une approche polyvalente pour la modélisation de systèmes complexes.

Précision : Les MEF permettent d'obtenir des solutions numériques précises en divisant le domaine de calcul en éléments finis. Ces éléments sont des sous-domaines plus petits et plus simples, sur lesquels des équations mathématiques peuvent être résolues plus facilement. En utilisant des éléments de forme appropriés et en augmentant la densité du maillage, il est possible d'obtenir des résultats de haute précision.

Adaptabilité à la géométrie complexe : Les MEF sont particulièrement adaptées à la modélisation de géométries complexes, qu'il s'agisse de formes 2D ou de structures 3D. La méthode permet de représenter efficacement des formes complexes grâce à une discrétisation du domaine en éléments finis, ce qui permet d'obtenir des résultats précis même pour des formes géométriques non standard [26].

Gestion des conditions aux limites : Les MEF permettent de traiter efficacement les conditions aux limites, telles que les forces appliquées, les déplacements imposés ou les contraintes spécifiques. Ces conditions peuvent être intégrées dans le modèle de manière précise et flexible, ce qui permet d'étudier différents scénarios et de résoudre des problèmes comportant des contraintes complexes [27].

Économie de ressources : Les MEF permettent de résoudre des problèmes d'ingénierie complexes de manière plus efficace en termes de temps et de ressources nécessaires par rapport à d'autres méthodes analytiques ou numériques. En utilisant des techniques de parallélisations et d'optimisation appropriées, il est possible d'accélérer le processus de résolution et de réduire les besoins en mémoire.

Validation expérimentale : Les MEF peuvent être utilisées pour valider des résultats expérimentaux en simulant des conditions et des comportements physiques. Cela permet de réduire les coûts associés à la réalisation d'expériences physiques et d'obtenir des informations supplémentaires sur les phénomènes qui ne sont pas facilement observables.

III.1.5 Principes de la MEF :

Le principe de la méthode des éléments finis (MEF) repose sur la discrétisation d'un domaine continu en un ensemble fini d'éléments plus simples. Voici les étapes clés du principe de la méthode des éléments finis :

1. **Discrétisation du domaine** : Le domaine continu à modéliser est subdivisé en une collection d'éléments finis. Ces éléments peuvent être des triangles, des quadrilatères, des tétraèdres ou des hexaèdres, en fonction de la dimension du problème (2D ou 3D) et de la géométrie du domaine.
2. **Approximation de la solution** : Dans chaque élément fini, la solution du problème est approximée par une combinaison linéaire d'une fonction de base spécifique. Les fonctions de base définissent le comportement de la solution à l'intérieur de chaque élément. Des polynômes de degré constant, linéaire, quadratique ou supérieur peuvent être utilisés en fonction de la précision requise.
3. **Formulation du problème** : En utilisant les approximations de la solution, le problème continu est formulé sous forme d'un système d'équations discrètes. Ce système est généralement obtenu en appliquant les lois de conservation appropriées, telles que l'équilibre des forces ou les équations aux dérivées partielles.

4. **Assemblage des matrices et vecteurs** : Les éléments finis partagent des nœuds communs entre eux. L'assemblage des matrices de rigidité et des vecteurs de charge se fait en combinant les contributions de chaque élément fini en fonction de leur connectivité. Cela permet de construire le système d'équations globales du problème.
5. **Résolution du système** : Le système d'équations discrètes obtenu est résolu pour déterminer les valeurs des inconnues du problème. Différentes techniques numériques peuvent être utilisées, telles que la méthode directe (par exemple, la décomposition LU) ou la méthode itérative (par exemple, la méthode du gradient conjugué).
6. **Post-traitement des résultats** : Une fois les valeurs des inconnues calculées, les résultats sont obtenus pour les variables d'intérêt, telles que les déplacements, les contraintes ou les flux. Des visualisations graphiques, des analyses de sensibilité ou d'autres post-traitements peuvent être effectués pour interpréter les résultats et tirer des conclusions sur le problème étudié.

Le principe de la méthode des éléments finis permet donc de transformer un problème continu complexe en un système d'équations discrètes plus facilement résoluble. En subdivisant le domaine en éléments finis et en approximant la solution à l'intérieur de chaque élément, la méthode des éléments finis offre une approche puissante et flexible pour la modélisation et la résolution de problèmes d'ingénierie.

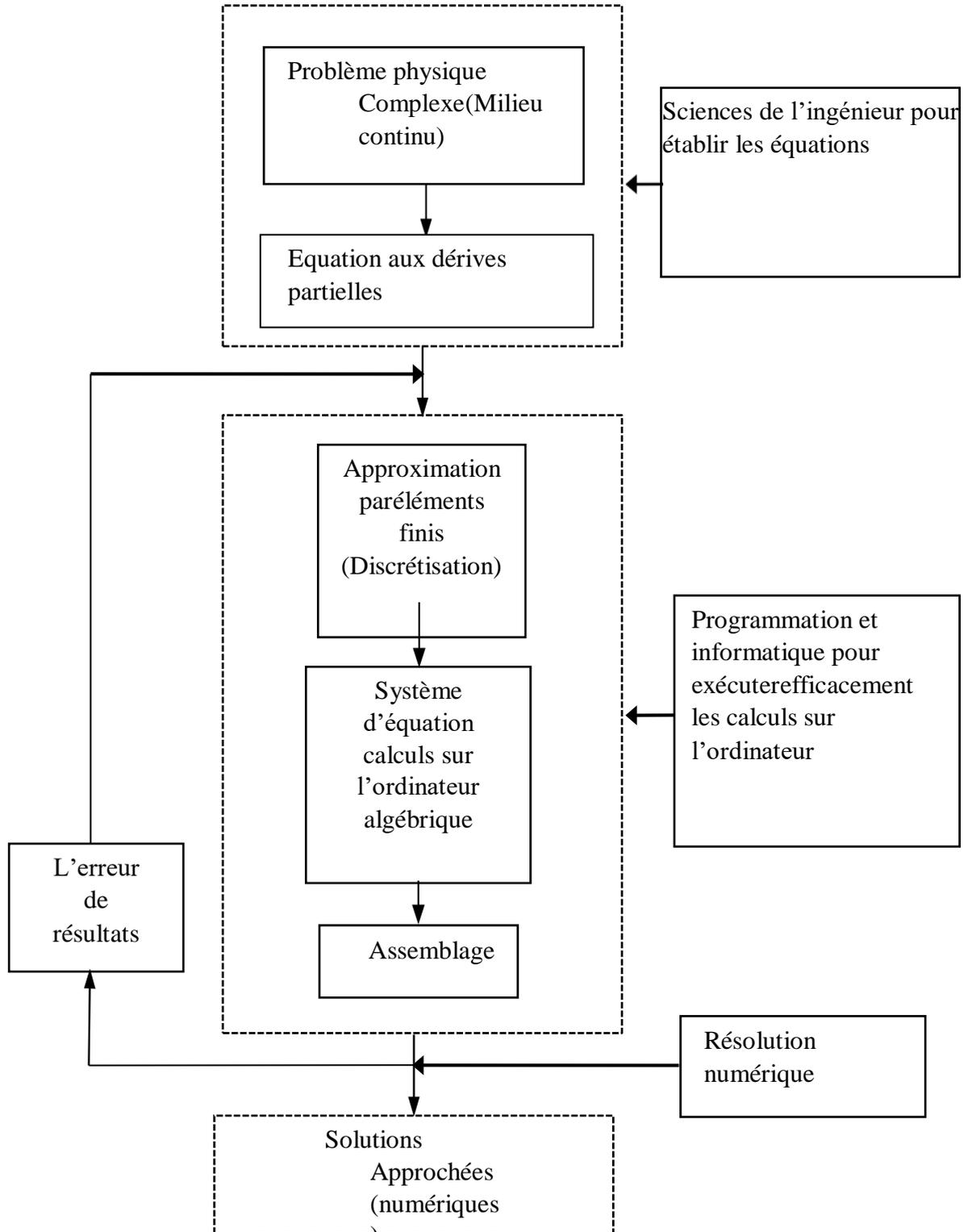


Figure III.1 : principe d'analyse par la MEF

III.1.6 Concept de la MEF :

Le concept de base de la méthode des éléments finis est la subdivision du modèle mathématique à des composants disjoints de géométrie simple appelés (Éléments finis), le comportement de chaque élément est exprimé en terme d'un nombre fini de degrés de liberté, le comportement (réponse) du modèle mathématique est considéré, approximativement, celui du modèle discret obtenu par connexion ou assemblage des éléments [28].

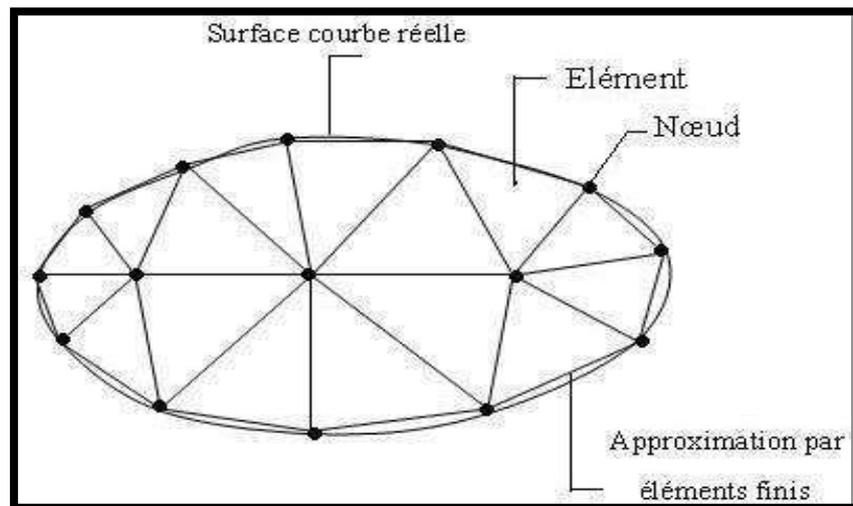


Figure III.2 : Maillage du domaine en triangles à trois nœuds

III.1.7 Domaines d'application de la MEF :

- Modélisation des structures.
- analyse linéaire (statique et dynamique).
- analyse non linéaire (grands déplacements et rotations, grandes déformations, contact et frottement, flambage, ...).
- mise en forme des matériaux thermique (en régime permanent et transitoire,...).
- mécanique des fluides.
- Electromagnétisme.
- dynamique rapide (choc, impact, crash).
- optimisation des structures.

III .2 Théorie pratique :

L'arbre est discrétisée en plusieurs éléments finis, chaque élément utilisé est un élément de poutre de section circulaire constante à deux nœuds.

L'arbre est modélisé par des éléments de poutre de section constante. L'élément fini classique utilisé possède deux nœuds et quatre degrés de liberté dans chaque nœud.

Pour cette étude, on utilise une modélisation type éléments finis H.

La figure III.3 représente un arbre modélisé par un seul élément fini Par deux nœuds.

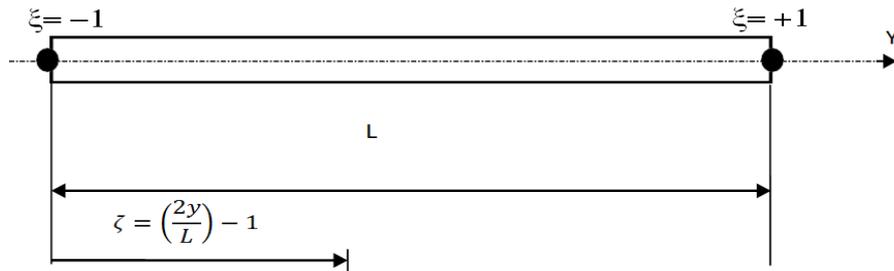


Figure III.3 : Représentation d'un élément de poutre

La coordonnée adimensionnelle ξ est liée au système d'axes globales $(0, x, y)$ par la relation

$$\xi = \frac{2y}{L} - 1 \quad (20)$$

$$\text{Avec : } -1 \leq \xi \leq +1$$

III .2.1 Modélisation de l'arbre par la méthode des éléments finis standard version h :

Le champ de déplacement d'un point M de la section droite de l'arbre du rotor défini selon les hypothèses précédemment cités en Chapitre II est donnée par la relation.

$$\begin{cases} u(X, Y, Z) = u_0(Y) \\ v(X, Y, Z) = v_0(Y) - Z\psi(Y) - X\theta(Y) \\ w(X, Y, Z) = w_0(Y) \end{cases} \quad (22)$$

Avec :

$u_0(Y)$: Déplacement transversal suivant OX .

$v_0(Y)$: Déplacement longitudinal négligé suivant OY .

$w_0(Y)$: Déplacement transversal suivant OZ .

$\psi(Y)$: Rotation de la section droite autour d'OZ

$\theta(Y)$: Rotation de la section droite autour d'OX

Ut , Vt et Wt représente les déplacements en translation de l'arbre dans la coordonnée fixe OXYZ

U, V et W sont les déplacements globaux (translation + rotation)

θ_x Et θ_y sont les angles de rotation de la section transversale de l'arbre selon les axes x et y dans le repère OXY : Dans le cas d'une poutre d'Euler-Bernoulli, les rotations θ_x et θ_y sont donnés comme :

$$\theta = \frac{dU}{dx} \quad (21)$$

$$\psi = \frac{dW}{dz} \quad (22)$$

Les fonctions des formes de la version h de la méthode des éléments finis MEF sont données par [22]:

$$[N_{U_i}] = [N_{V_i}] = \begin{cases} f_1(\varepsilon) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\varepsilon + \frac{1}{4}\varepsilon^3 \\ f_2(\varepsilon) = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\varepsilon - \frac{1}{8}\varepsilon^2 + \frac{1}{8}\varepsilon^3\right) l_{se} \\ f_3(\varepsilon) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\varepsilon + \frac{1}{4}\varepsilon^3 \\ f_4(\varepsilon) = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\varepsilon - \frac{1}{8}\varepsilon^2 + \frac{1}{8}\varepsilon^3\right) l_{se} \end{cases} \quad (23)$$

(24)

Les fonctions de forme associées aux deux nœuds sont :

$$f_1(\xi), f_2(\xi), f_3(\xi), f_4(\xi)$$

Le champ des déplacements d'un point de la poutre sont données par

$$u_0(\xi) = \sum_{i=1}^{PF} X_i f_i(\xi) = [N_u]\{q_u\} \quad (25)$$

$$\{q_u\}^T = \{X_1, X_2, X_3 \dots X_{P_x}\}^T \quad (26)$$

$$w_0(\xi) = \sum_{i=1}^{PF} Z_i f_i(\xi) = [N_w]\{q_w\} \quad (27)$$

$$\{q_w\}^T = \{Z_1, Z_2, Z_3 \dots Z_{P_z}\}^T \quad (28)$$

N_u : Les fonctions de forme suivant la direction x.

N_w : Les fonctions de forme suivant la direction z.

q_u Et q_w Représentent les vecteurs déplacements généralisés

$$\{q\} = \{q_u, q_w\}^T \quad (29)$$

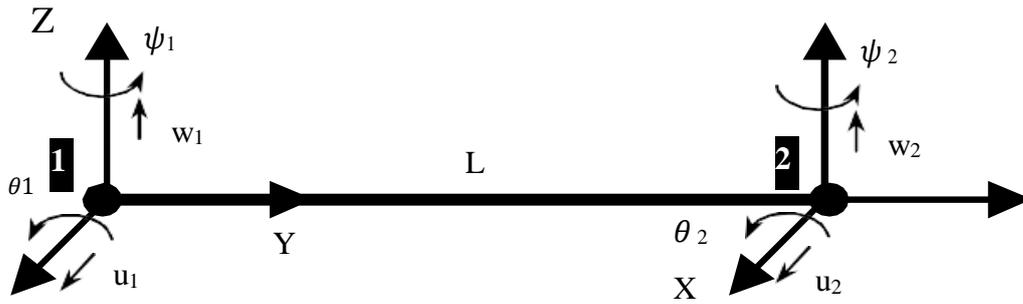


Figure III.4 : Les déplacements et les rotations de l'arbre

Soit $\{B\}$ le vecteur déplacement exprimer par les fonctions de formes N [22].

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} u_0(y, t) \\ \theta_0(y, t) \\ w_0(y, t) \\ \psi_0(y, t) \end{Bmatrix} = N(\xi = -1; 1)q(t) \quad (30)$$

$q(t)$: Vecteur déplacement généralisé

$$\{B\} = [N]\{q\} = \begin{bmatrix} [N_u] & 0 \\ 0 & [N_w] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_u \\ q_w \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$u_0 = N_u q_u \quad (32)$$

$$\theta_0 = \frac{\partial N_u}{\partial y} q_u \quad (33)$$

$$w_0 = N_w q_w \quad (34)$$

$$\psi_0 = \frac{\partial N_w}{\partial y} q_w \quad (35)$$

N_u et N_w sont les fonctions de forme des poutres en flexion suivant deux directions x et z.

u_q w_q Sont les déplacements aux nœuds et à l'intérieur de la poutre dans deux directions x et z.

III .2.2 Détermination des matrices de l'arbre :

La détermination des matrices : masse, gyroscopique et rigidification centrifuge sont déduites de l'expression de l'énergie cinétique de l'arbre donnée par la relation [22] :

$$E_{CA} = \frac{1}{2} \rho \int_V \{B\}^T [\dot{\phi}] [\dot{\phi}] \{B\} dv + \frac{1}{2} \rho \int_V \{\dot{B}\}^T \{\dot{B}\} dv + \rho \int_V \{\dot{B}\}^T [\dot{\phi}] \{B\} dv \quad (36)$$

Matrice de rigidification centrifuge de l'arbre [R_A] :

Le premier terme de la relation de l'énergie cinétique contribue à la formation de la matrice de rigidification centrifuge.

$$E_C(R_A) = \frac{1}{2} \rho \int_V \{B\}^T [\dot{\phi}]^T [\dot{\phi}] \{B\} dv \quad (37)$$

Substituons la matrice des vitesses par sa valeur on obtient :

$$E_C(R_A) = \frac{\rho}{2} \int_V \{B\}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -\Omega & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -\Omega & 0 & 0 \end{bmatrix} \{B\} dv \quad (38)$$

$$E_C(R_A) = \frac{\rho}{2} \int_V \{B\}^T \begin{bmatrix} \Omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega^2 \end{bmatrix} \{B\} dv \quad (39)$$

$$E_C(R_A) = \frac{\rho \Omega^2}{2} \int_V \{B\}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \{B\} dv \quad (40)$$

Substituons les vecteurs déplacements par les fonctions de forme.

$$E_C(R_A) = \frac{\rho \Omega^2}{2} \int_V \{q\}^T [N]^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [N] \{q\} dv \quad (41)$$

L'énergie cinétique exprimée par la coordonnée adimensionnelle

$$E_C(R_A) = \frac{\rho S_A L \Omega^2}{2} \int_{-1}^1 \{q\}^T [N]^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [N] \{q\} d\xi \quad (42)$$

On a que deux déplacements u et w , donc la matrice de rigidification centrifuge de l'arbre exprimée par les fonctions de formes est.

$$E_C(R_A) = \frac{\rho S_A L \Omega^2}{2} \left(\int_{-1}^1 \{q_u\}^T [N_u]^T [N_u] \{q_u\} d\xi + \int_{-1}^1 \{q_w\}^T [N_w]^T [N_w] \{q_w\} d\xi \right) \quad (43)$$

Les composantes de la matrice de rigidification sont.

$$[R_{Au}] = \rho S_A L \Omega^2 \int_{-1}^1 [N_u]^T [N_u] d\xi \quad (44)$$

$$[R_{Aw}] = \rho S_A L \Omega^2 \int_{-1}^1 [N_w]^T [N_w] d\xi \quad (45)$$

La matrice de rigidification centrifuge globale peut s'écrire sous forme matricielle suivante

$$[R_A] = \begin{bmatrix} [R_{Au}] & 0 \\ 0 & [R_{Aw}] \end{bmatrix} \quad (46)$$

Matrice masse de l'arbre [M_A] :

Le deuxième terme de la relation de l'énergie cinétique contribue à la formation de la matrice masse.

$$E_C(M_A) = \frac{1}{2} \rho \int_v \{\dot{B}\}^T \{\dot{B}\} dv \quad (47)$$

En substituant le vecteur déplacement par les fonctions de forme

$$E_C(M_A) = \frac{\rho S_A L}{2} \left(\int_{-1}^1 \{\dot{q}_u\}^T [N_u]^T [N_u] \{\dot{q}_u\} d\xi + \int_{-1}^1 \{\dot{q}_w\}^T [N_w]^T [N_w] \{\dot{q}_w\} d\xi \right) \quad (48)$$

Les composantes de la matrice masse sont

$$[M_{Au}] = \rho S_A L \int_{-1}^1 [N_u]^T [N_u] d\xi \quad (49)$$

$$[M_{Aw}] = \rho S_A L \int_{-1}^1 [N_w]^T [N_w] d\xi \quad (50)$$

La matrice masse peut s'écrire sous forme :

$$[M_A] = \begin{bmatrix} [M_{Au}] & 0 \\ 0 & [M_{Aw}] \end{bmatrix} \quad (51)$$

Matrice gyroscopique de l'arbre [C_{GA}] :

Le troisième terme de la relation de l'énergie cinétique est le terme qui contribue à la formation de la matrice gyroscopique de l'arbre.

$$E_C(C_{gA}) = \rho \int_v \{\dot{B}\}^T [\dot{\Phi}] \{B\} dv \quad (52)$$

$$E_C(C_{gA}) = \rho \int_v \{\dot{B}\}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -\Omega & 0 & 0 \end{bmatrix} \{B\} dv \quad (53)$$

L'énergie cinétique exprimée par les fonctions de formes et la coordonnée adimensionnelle :

$$E_C(C_{gA}) = \rho S_A L \Omega \int_{-1}^1 (-[N_u] \{q_u\} [N_w]^T \{\dot{q}_w\}^T + [N_w] \{q_w\} [N_u]^T \{\dot{q}_u\}^T) d\xi \quad (54)$$

Appliquons les équations de Lagrange aux termes de l'énergie cinétique pour avoir une séparation des vecteurs de coordonnées généralisées dans la relation :

°/ Equation de Lagrange par rapport au vecteur $\{q_u\}$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \{\dot{q}_u\}^T} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial \{q_u\}^T} = 2\rho S_A L \Omega \int_{-1}^1 ([N_u]^T [N_w] \{\dot{q}_w\}) d\xi \quad (55)$$

$$C_{gA1} = 2\rho S_A L \Omega \int_{-1}^1 ([N_u]^T [N_w] \{\dot{q}_w\}) d\xi \quad (56)$$

2°/ Equation de Lagrange par rapport au vecteur $\{q_w\}$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_C}{\partial \{\dot{q}_w\}^T} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial \{q_w\}^T} = -2\rho S_A L \Omega \int_{-1}^1 \left(\frac{d}{dt} (-[N_u]^T [N_w]^T) \dot{q}_u \right) d\xi \quad (57)$$

$$C_{gA2} = -2\rho S_A L \Omega \int_{-1}^1 \left(\frac{d}{dt} (-[N_u]^T [N_w]^T) \dot{q}_u \right) d\xi \quad (58)$$

On peut dire que : $C_{gA1} = -C_{gA2}$

La matrice gyroscopique de l'arbre peut s'écrire sous la forme suivante :

$$[C_{gA}] = \begin{bmatrix} 0 & -[C_{gA2}] \\ [C_{gA2}] & 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

Les matrices du disque ont les mêmes formes que celles de l'arbre au lieu de prendre la longueur pour le disque on prend l'épaisseur.

Matrice de rigidité de l'arbre $[K_A]$:

La matrice rigidité de l'arbre est déterminée à partir de son énergie de déformation donnée par la relation. Par substitution du champ de déplacement en termes de fonctions de forme et de la coordonnée adimensionnelle, on a [22] :

$$E_{dA} = \frac{E}{2} \int_{-1}^1 \left[I_m \left(\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right) \right] dy \quad (60)$$

L'énergie de déformation donnée par la coordonnée adimensionnelle

$$E_{dA} = \frac{E}{2L^3} \int_{-1}^1 \left[I_m \left(\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right)^2 \right) \right] d\xi \quad (61)$$

$$E_{dA} = \frac{EI_m}{2L^3} \int_{-1}^1 \left((\{q_u\}^T [N_u'']^T [N_u''] \{q_u\}) + (\{q_w\}^T [N_w]''^T [N_w]'' \{q_w\}) \right) d\xi \quad (62)$$

Avec les dérivées secondes

$$\frac{\partial^2 N_u}{\partial \xi^2} = N_u'' \quad (63)$$

$$\frac{\partial^2 N_w}{\partial^2 \xi} = N_w'' \quad (64)$$

Par raison de symétrie des deux plans O_{xy} et O_{zy} on a

$$[K_{dA}] = \begin{bmatrix} [K_{dAu}] & 0 \\ 0 & [K_{dAw}] \end{bmatrix} \quad (65)$$

III .2.3 Détermination des matrices dues aux paliers :

Lors de l'analyse d'un système mécanique comportant des paliers, il est nécessaire de prendre en compte les effets des paliers sur la rigidité et le comportement global du système. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, cela se fait en ajoutant des matrices de rigidité et d'amortissement correspondantes aux paliers dans la matrice de rigidité globale et la matrice d'amortissement globale du système.

La détermination des matrices de la rigidité $[K_P]$ et la matrice d'amortissement $[C_P]$:

Matrices raideurs et amortissements visqueux :

La matrice raideur et la matrice d'amortissement est déduite de la relation suivante :

$$\xi' = \frac{C_P}{2M_t \omega} \quad (66)$$

ξ' : Constante d'amortissement

M_t : Masse totale du rotor

ω : Pulsation

Matrice amortissement des paliers $[C_P]$:

On pose par hypothèse que toutes les composantes de l'amortissement dues aux paliers sont égales

$$C_{Pu1u1} = C_{Pw1w1} = C_{Pu1w1} = C_{Pw1u1} = C_{Pu1w1} = C_{Pu2u1} = C_{Pu2w2} = C_{Pw2u2} \quad (67)$$

La matrice amortissement globale est constituée par les blocs de matrice suivants.

$$[C_P] = \begin{bmatrix} [C_{P11}] & [C_{P12}] \\ [C_{P21}] & [C_{P22}] \end{bmatrix} \quad (68)$$

Matrice de rigidité des paliers $[K_P]$:

Par hypothèse les composantes de la raideur élastique des paliers sont égales :

$$K_{Pu1u1} = K_{Pw1w1} = K_{Pu1w1} = K_{Pw1u1} = K_{Pu1w1} = K_{Pu2u1} = K_{Pu2w2} = K_{Pw2u2} \quad (69)$$

La matrice de rigidité globale due aux paliers est donnée par.

$$[K_P] = \begin{bmatrix} [K_{P11}] & [K_{P12}] \\ [K_{P21}] & [K_{P22}] \end{bmatrix} \quad (70)$$

III.4 Equation du mouvement :

Les équations de Lagrange utilisent l'expression des énergies calculées à partir d'une formulation de type éléments finis, le vecteur des déplacements du rotor est noté $\{q\}$.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{CR}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_{CR}}{\partial q_i} + \frac{\partial E_{dR}}{\partial q_i} = 0 \quad (71)$$

Avec l'énergie cinétique du rotor :

$$E_{CR} = E_{CD} + E_{CA}$$

$$E_{DR} = E_{DA}$$

E_{CR} : Energie cinétique du rotor.

E_{CD} : Energie cinétique du disque.

E_{CA} : Energie cinétique de l'arbre.

E_{dR} : Energie de déformation du rotor

E_{dA} : Energie de déformation de l'arbre.

On obtient l'équation finale du mouvement du rotor

$$[M]\ddot{q} + (\Omega [C_g] + [C_p])\dot{q} + ([K_A] + [K_P] + [R])q = 0 \quad (72)$$

$[M]$: Matrice masse.

$[C_g]$: Matrice gyroscopique.

$[C_p]$: Matrice d'amortissement visqueux due aux paliers

$[K_A]$: Matrice de raideur de l'arbre.

$[K_P]$: Matrice de raideur des paliers.

$[R]$: Matrice de la rigidification centrifuge.

On pose:

$$K = K_A + K_P + R \quad (73)$$

$$M = M_A + M_D \quad (74)$$

$$C = C_g = C_{gA} + C_P + C_{gD} \quad (75)$$

L'équation différentielle prend la forme :

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C_g]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (76)$$

Les solutions de cette équation différentielle sont les valeurs propres et les vecteurs propres qui sont les fréquences vibratoires recherchées.

Chapitre IV :

Résultats et interprétations

IV.1 Introduction :

L'étude dynamique des rotors vise à analyser leur comportement vibratoire et à comprendre les effets des forces et des modes de vibration sur leur performance. Les résultats obtenus lors d'une étude dynamique des rotors peuvent être interprétés de différentes manières en fonction des objectifs spécifiques de l'analyse. Voici quelques exemples de résultats et leur interprétation :

Fréquences naturelles : L'analyse dynamique permet de déterminer les fréquences naturelles du rotor, c'est-à-dire les fréquences auxquelles il a tendance à vibrer de manière significative. Ces fréquences dépendent des propriétés du rotor, de sa géométrie, de la configuration des paliers et des conditions de fonctionnement. L'interprétation des fréquences naturelles permet d'identifier les modes de vibration du rotor et de s'assurer qu'ils ne coïncident pas avec les fréquences de résonance du système.

Modes de vibration : Les modes de vibration du rotor décrivent les formes et les amplitudes de vibration qui se produisent à différentes fréquences. Ils peuvent être visualisés sous forme de diagrammes modaux ou de formes de mode de vibration. L'interprétation des modes de vibration permet de comprendre la répartition des déformations et des contraintes le long du rotor et d'identifier les zones critiques qui pourraient nécessiter une attention particulière en termes de conception, d'équilibrage ou de réglage des paliers.

Réponses en fonctionnement : L'étude dynamique permet également de simuler les réponses du rotor sous l'effet de forces externes ou de conditions de fonctionnement spécifiques. Ces réponses peuvent inclure les déplacements, les vitesses, les accélérations et les amplitudes de vibration dans différentes parties du rotor. L'interprétation de ces réponses permet d'évaluer les niveaux de vibration, de déterminer les points chauds ou les zones problématiques et de prendre des mesures correctives appropriées.

Stabilité du rotor : L'analyse dynamique peut également être utilisée pour évaluer la stabilité du rotor, c'est-à-dire sa capacité à maintenir un fonctionnement stable sans oscillations excessives. L'interprétation des résultats permet de déterminer les marges de stabilité du rotor et de prendre des mesures pour éviter les instabilités, telles que l'ajustement des paliers, l'ajout d'amortissement ou l'équilibrage correctif.

Amortissement : L'étude dynamique permet également d'évaluer l'amortissement du système rotorique. L'interprétation des résultats d'amortissement permet de comprendre la dissipation d'énergie et l'atténuation des vibrations, ce qui peut être important pour la durée de vie du rotor et la sécurité du système.

L'interprétation des résultats de l'étude dynamique des rotors nécessite une expertise et une compréhension approfondie des principes de la dynamique des structures et des systèmes

rotatifs. Il est important de considérer les conditions spécifiques du rotor, les contraintes opérationnelles et les objectifs de performance pour interpréter correctement les résultats et prendre des décisions appropriées en matière de conception et de maintenance du rotor.

L'interprétation des résultats de l'étude dynamique des rotors implique d'analyser les fréquences naturelles, les modes de vibration, les réponses en fonctionnement, la stabilité et l'amortissement. Cette interprétation permet de comprendre les sources de vibrations.

IV.2 La définition du diagramme de Campbell :

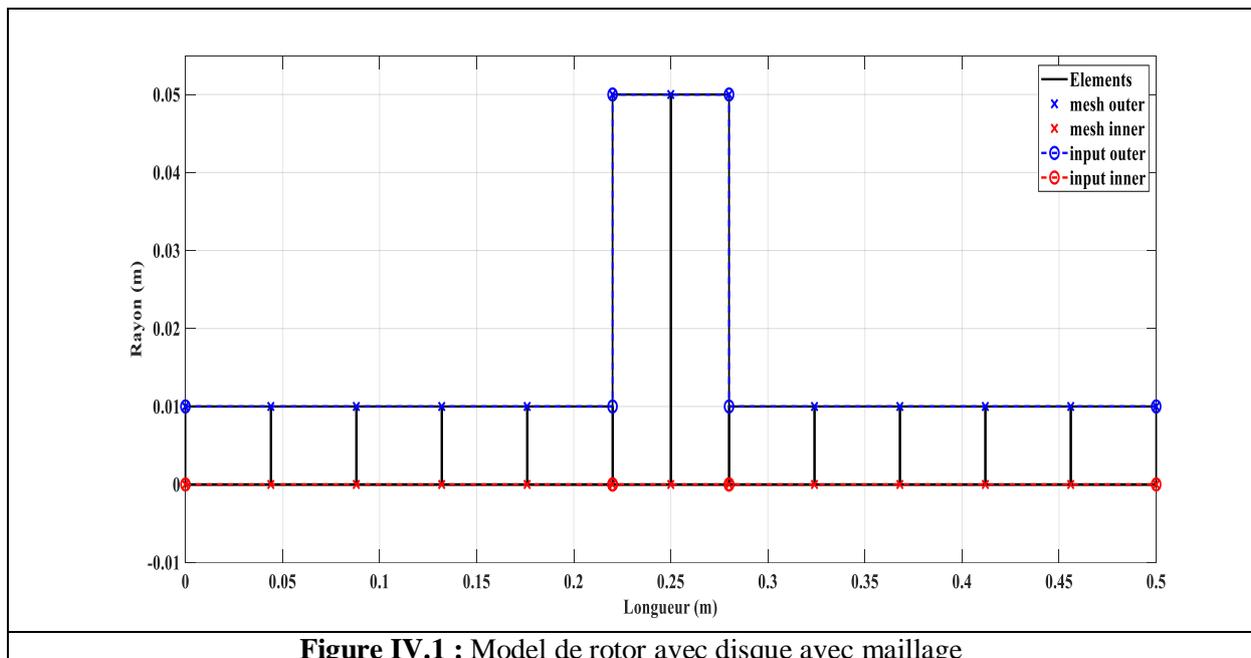
Le diagramme de Campbell d'un rotor est un outil graphique utilisé pour analyser les modes de vibration d'un système rotor. Il représente la réponse fréquentielle du rotor en fonction de la vitesse de rotation. Le diagramme de Campbell affiche les différentes fréquences propres du rotor et leur variation avec la vitesse de rotation.

Sur l'axe horizontal du diagramme de Campbell, on trouve les vitesses de rotation du rotor, tandis que sur l'axe vertical, on représente les fréquences propres correspondantes. Chaque mode de vibration est représenté par une courbe distincte qui indique comment la fréquence du mode change en fonction de la vitesse de rotation.

Le diagramme de Campbell est essentiel pour l'analyse et la conception des rotors, car il permet de détecter les vitesses de rotation critiques où les modes de vibration peuvent se rapprocher de fréquences de résonance. Cela permet d'éviter les problèmes de vibrations excessives, de résonance et de défaillance du système rotor.

IV.3 Maillage du système tournant Arbre avec Disque :

On a travaillé avec les paramètres mentionne dans l'annexe.



Sur la figure IV.1 on a représenté le Maillage dans un seul plan du système tournant arbre avec disque sur une longueur de 0,5m.

IV.4 Maillage du rotor en 3 D :

La figure IV.2 ci-dessous présente le maillage de système tournant.

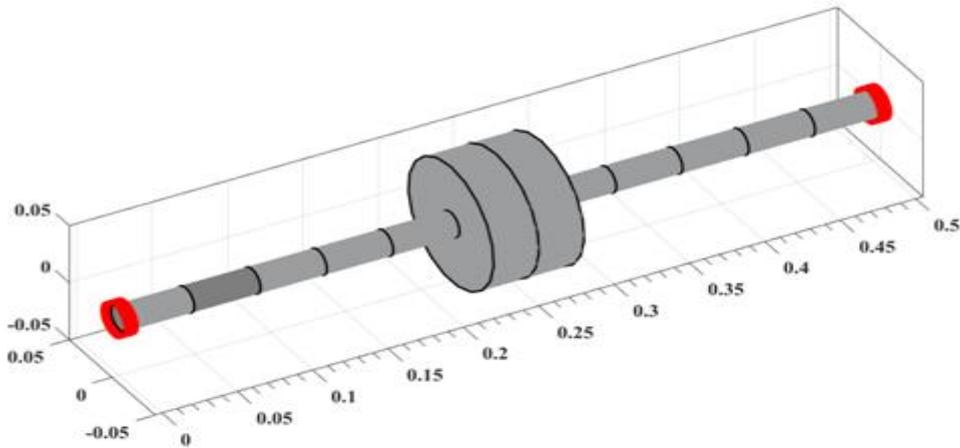


Figure IV.2 : Maillage en 3D du système tournant arbre avec disque.

Sur la Figure IV.2, on a représenté le système tournant avec un Maillage égal à 12 éléments de l'arbre seulement, le disque est supposé comme rigide et la déformation étudiée ne concerne que la flexion de l'arbre tournant.

IV.5 Mode 1 et Mode 2 des vibrations du rotor :

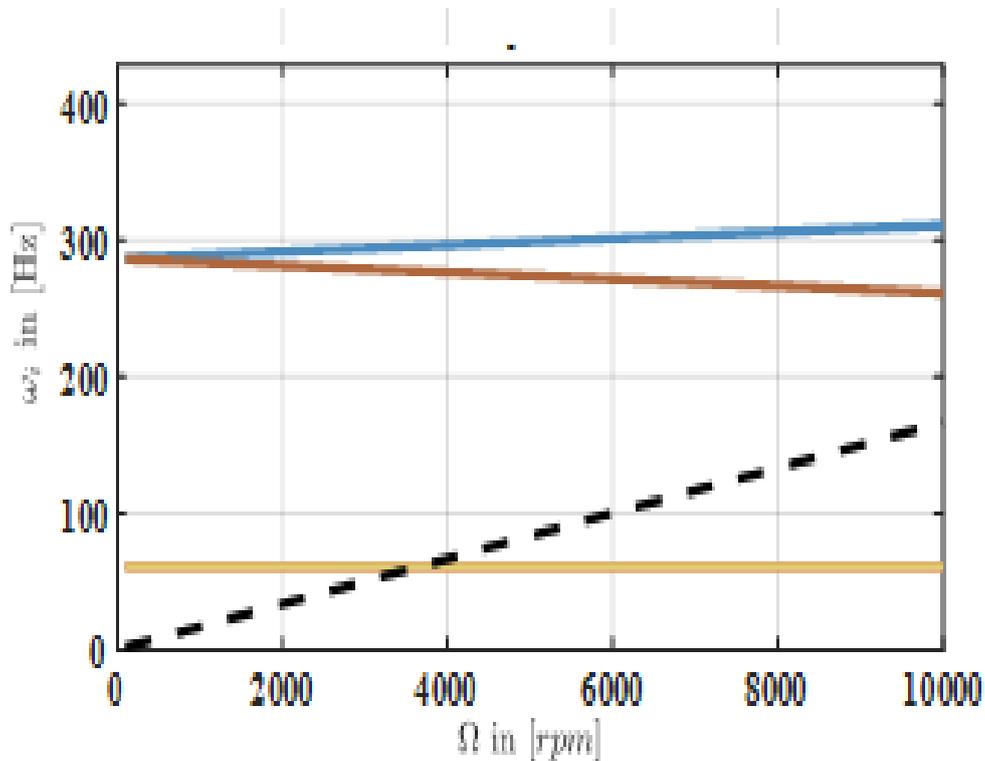


Figure IV.3 : Diagramme de Campbell, Mode 1 et Mode 2 vibratoire

Sur ce diagramme de Campbell on constate les 2 premiers modes des vibrations du rotor arbre avec disque. Il est clairement observé que le premier mode a des fréquences très petites et inférieur aux fréquences vibratoires du 2eme mode qui fonctionne sous des fréquences vibratoires qui sont approximativement aux alentours de 300 Hz.

Pour ces deux modes vibratoires, on constate aussi la présence de l'effet gyroscopique qui apparait seulement au Mode de vibration Supérieur à celui du Mode 1 cela est prouvé car au Mode 1 les fréquences de vibrations sont très petites et n'ont aucun effet sur le comportement vibratoire du système tournant arbre avec disque.

L'effet gyroscopique apparaissant au Mode 2 a pour effet de faire le couplage entre les deux plans de vibrations du rotor.

On constate aussi sur ce diagramme que le rotor tourne avec une complète symétrie des paliers et la présence des vitesses critique qui apparait seulement au 1^{er} mode vibratoire et qui se trouve approximativement égale 3500Hz. Donc les vitesses critiques ce sont des vitesses dangereuses pour le système tournant en entier arbre avec paliers, c'est des vitesses de résonances qui peuvent altérer au fonctionnement du rotor et causent des avaries et des défaillances

IV.6 Mode 3 et Mode 4 de vibration du rotor :

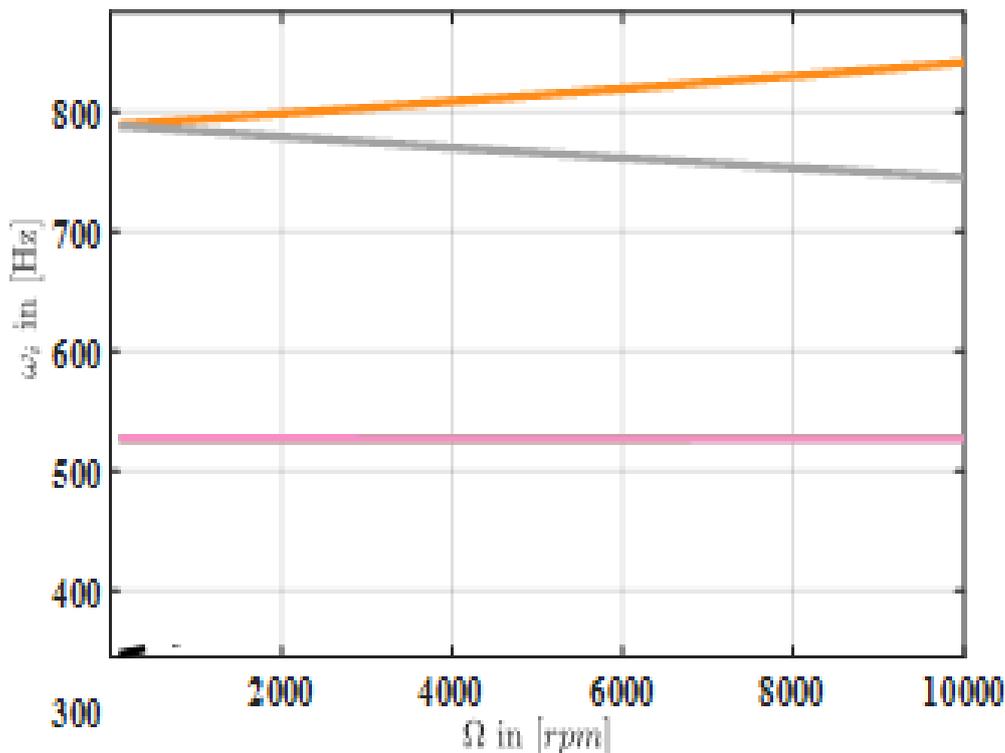


Figure IV.4 Diagramme de Campbell, Mode 3 et Mode 4 vibratoire

Sur ce graphe on constate deux modes de vibrations qui sont le 3eme mode et le 4eme mode de vibration. Ces modes sont constitués par les diagrammes de Campbell, et le diagramme de Campbell est un diagramme qui est définis par les branches de vibrations du système tournant qui sont la branche de vibration directe ou appelée encore branche des vibrations propres du système en vibration et la deuxième c'est la branche indirecte ou rétrogradée appelée aussi la branche inverse.

Sur ces deux modes de vibrations on constate l'apparition de l'effet gyroscopique au 4eme mode et qui a pour effet de coupler les vibrations des deux plans.

On peut dire aussi que le système tournant arbre avec disque tourne en récupérant sa rigidité doucement et linéairement car cela est observé sur l'évolution de la branche directe des diagrammes de Campbell.

Par suite on peut dire que cette évolution de la rigidité de l'arbre est due au phénomène de la rigidifiassions centrifuge, un phénomène qui apparait lorsque la vitesse est très grande et il dépend de la force axiale générée par l'effet centrifuge qui dépend de la vitesse de rotation de l'arbre tournant. Ce système tourne avec une complète symétrie des paliers.

IV.7 Précession directes de vibration du rotor.

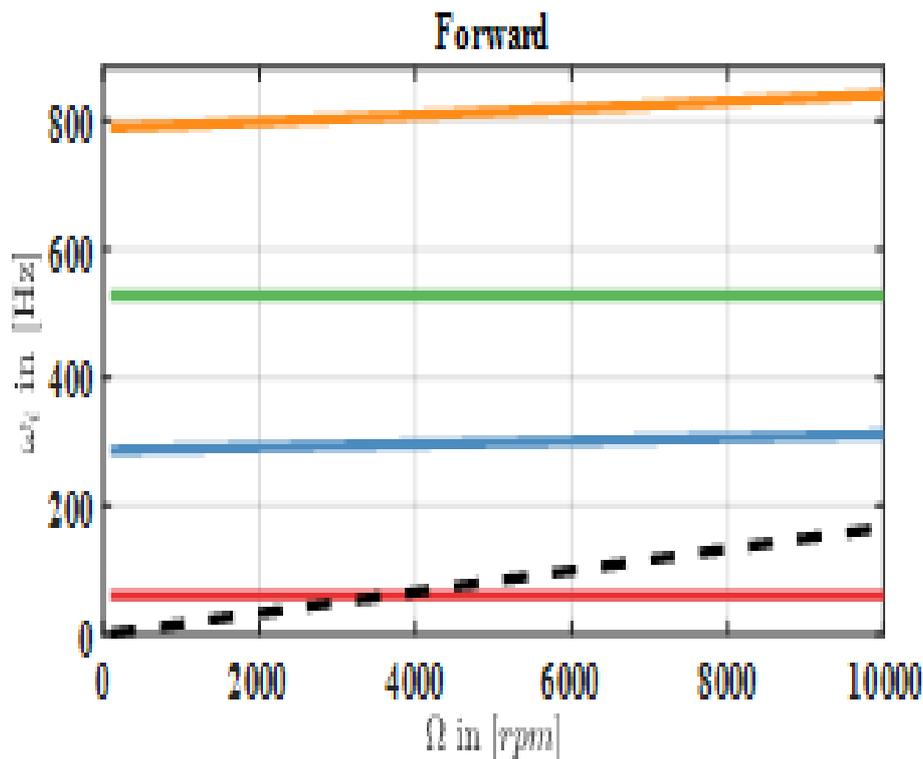


Figure IV.5 Branches de la précession directes

Sur la figure IV.5 on a représenté seules les branches de la précession directe des modes déjà présentés sur les diagrammes de Campbell précédant, on constate que ces modes progressent en augmentant ses fréquences lentement. Et l'intersection de la droite égale à la vitesse de rotation en pointillé avec la précession directe du premier mode donne la 1ere vitesse critique qu'il faut éviter. et qui approximativement égale à 2500rpm.

IV.8 Précession indirectes de vibration du rotor :

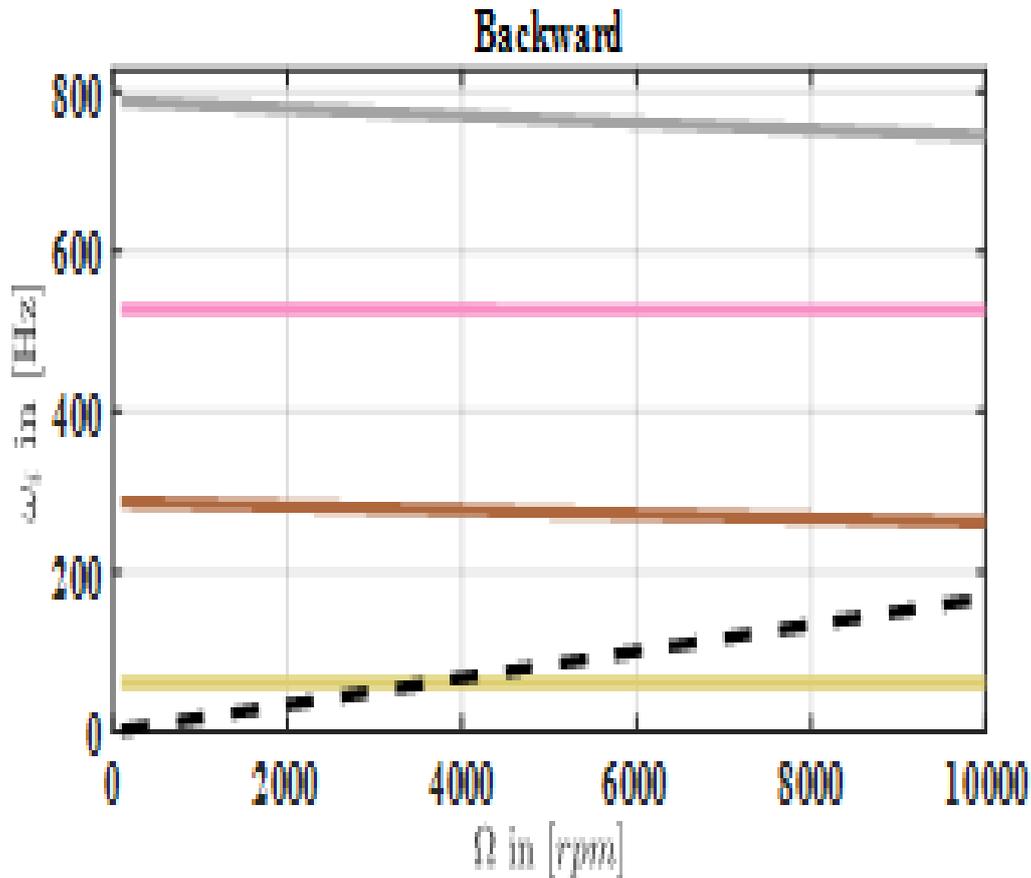


Figure IV.6 Branches de la précession indirectes ou inverse.

Sur la figure IV.6 on constate que les branches rétrogradées ou inverses évoluent en diminuant de leurs fréquences.

La figure IV.5 et la figure IV.6 montre que les branches directes et indirectes divergent quand la vitesse de rotation du système tournant augmente cela est due au couplage des vibrations des deux plans, on dit donc que le rotor est sous l'effet gyroscopique qui tend à coupler les vibrations des deux plans, et cet effet gyroscopique est clairement observé en agissant avec une faible intensité.

IV.9 Modes vibratoires de flexion.

Un rotor en mouvement vibratoire de flexion est soumis à divers types de déformations appelées les Modes de vibrations.

a-Modes de vibrations en 2D.

Les modes de vibration sont les types de formes de la déformé de la poutre en vibration.

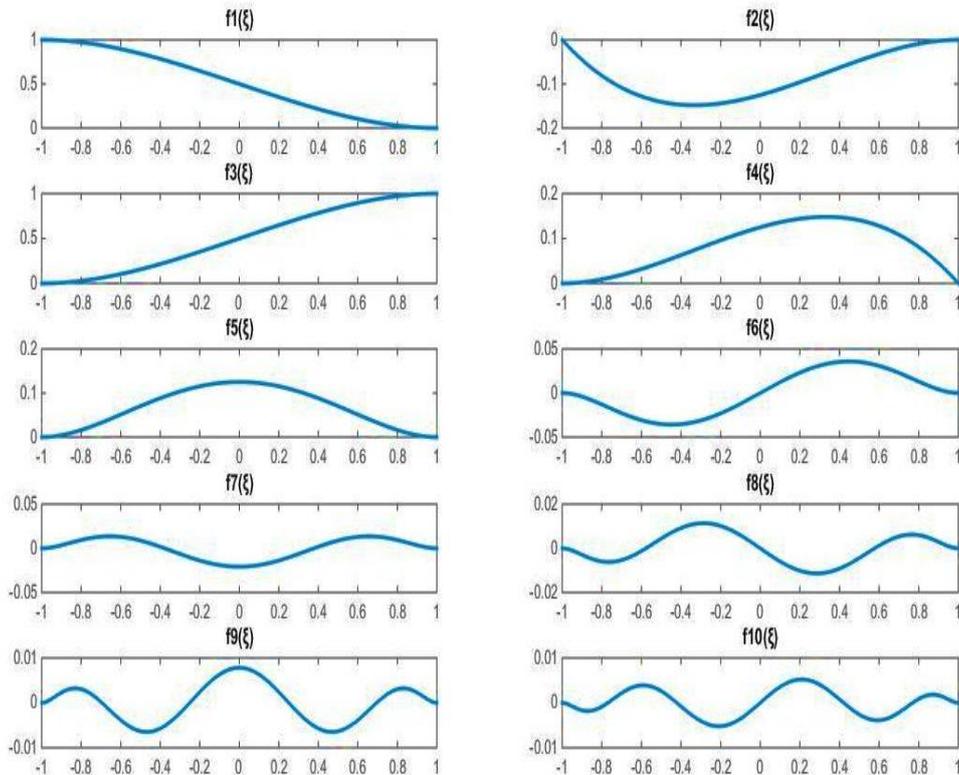


Figure IV.7 : Les dix premières modes flexion

Cette figure montre la nature des dix premières modes de flexion, tel que les modes sont tracés à partir des amplitudes par rapport à la longueur de l'arbre, pour voir la nature de déformation de flexion provoqué par une fréquence.

Les figures f1, f2, f3 et f4 représentant les modes vibratoires de rotation des extrémités

La figure f5 représente le premier mode de vibration pour une fréquence définie par f5 ce mode apparaît pour des fréquences faibles au démarrage du rotor.

La figure f6 représente le 2ème mode de vibration en flexion et possède deux amplitudes maximales.

La figure f7 représente le 3ème mode de vibration en flexion et possède trois amplitudes maximales

La figure f8 représente le 4ème mode de vibration en flexion et possède 4 maximales amplitudes de vibrations

La figure f9 représente le 5ème mode de vibration avec 5 maximales amplitudes de vibration en flexion.

La figure f10 représente le 6ème mode de vibration avec amplitudes maximales.

Les modes de vibration d'un rotor sont les différentes configurations dans lesquelles le rotor peut se déformer lorsqu'il est soumis à des déformations générées par les divers types des

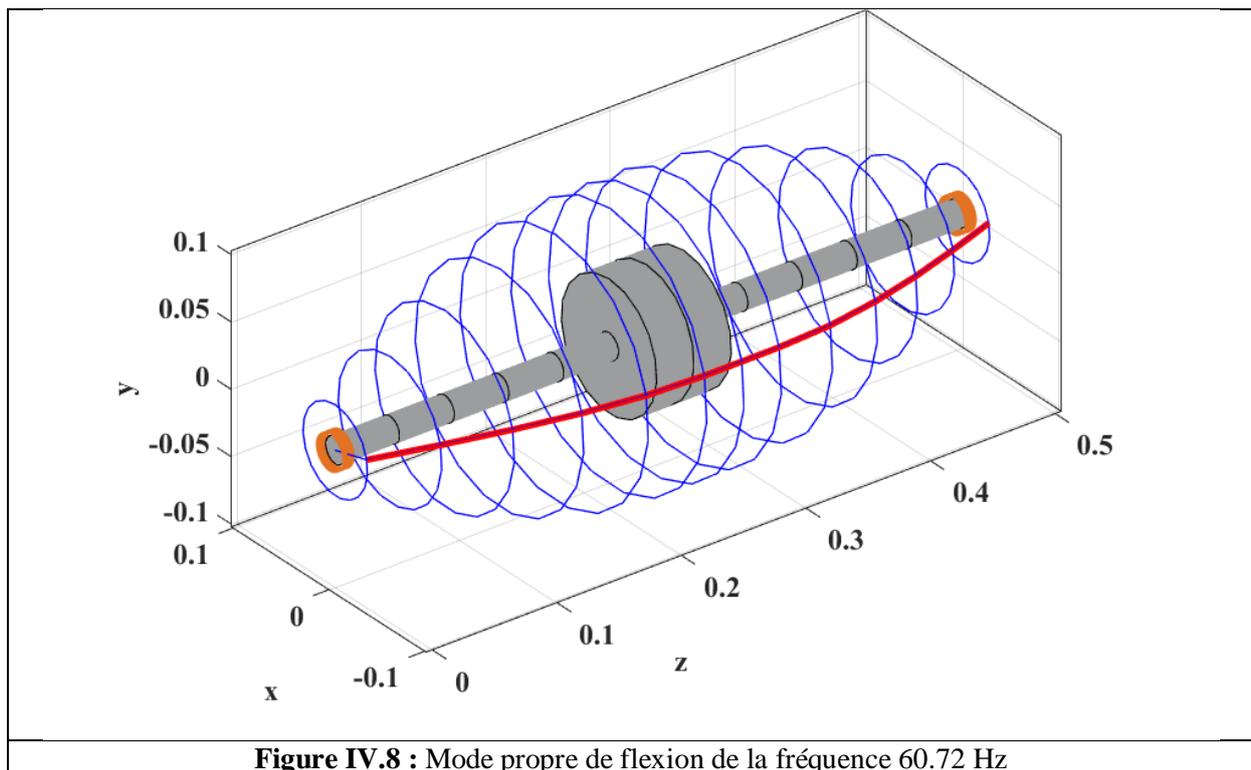
phénomènes de vibration. Chaque mode de vibration correspond à une forme spécifique de déformation du rotor et est caractérisée par une fréquence propre associée.

Les modes de vibration sont influencés par des facteurs tels que la géométrie du rotor, la masse, la rigidité et les conditions de fixation. Les modes de vibration peuvent varier en termes de symétrie et de complexité des déformations. Les modes de vibration les plus courants incluent le mode fondamental (premier mode) dans lequel le rotor oscille principalement de haut en bas ou d'un côté à l'autre, et les modes supérieurs (deuxième, troisième, quatrième, etc.) qui impliquent des déformations plus complexes avec différentes parties du rotor se déplaçant de manière indépendante.

Comprendre les modes de vibration d'un rotor est essentiel pour concevoir et analyser efficacement les systèmes des rotors afin de prévenir les problèmes de résonance, de vibrations excessives, d'usure prématurée et d'assurer leur bon fonctionnement et leur durabilité.

b-Modes de vibrations en 3D.

Les Modes de vibrations en 3D sont donnés aussi par la représentation des orbites de chaque Nœuds du système tournant.



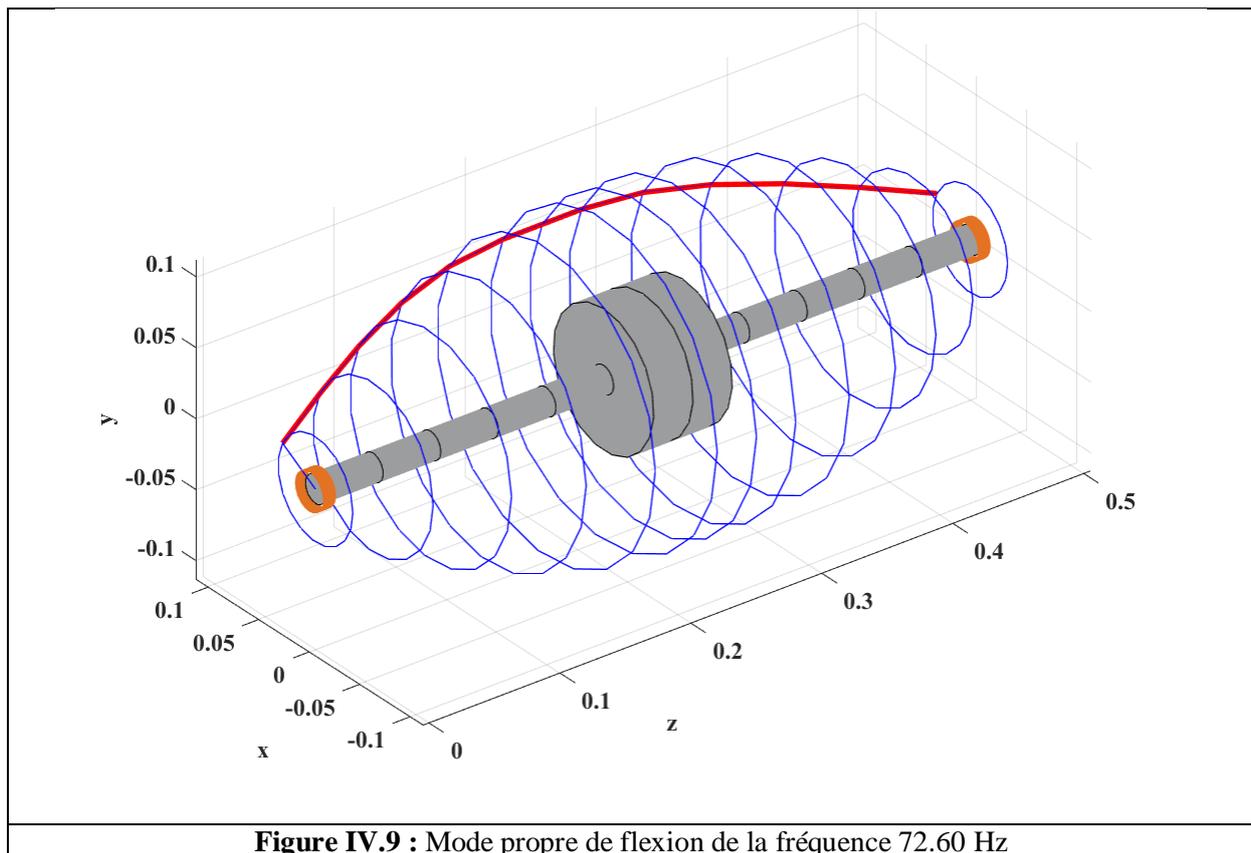
Cette figure montre le mode de déformation du a la flexion engendrée par la fréquence 60.72 Hz, selon la nature de cette déformation on constate que c'est le premier mode de vibration.

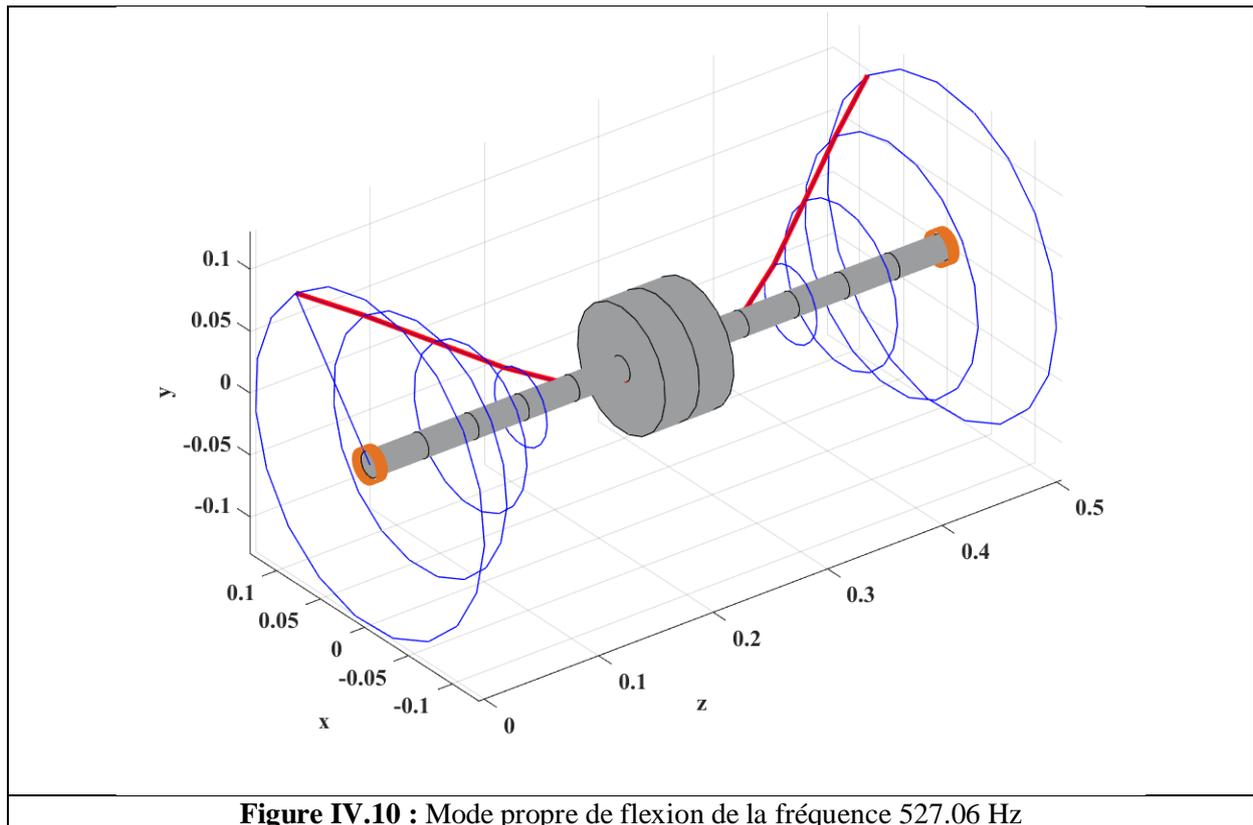
Le premier mode de vibration d'un rotor est le mode de vibration fondamental dans lequel le rotor oscille principalement avec des fréquences faibles. Il se produit lorsque le rotor se

déforme de manière symétrique autour de son axe principal de rotation. En d'autres termes, le rotor se déplace de haut en bas ou d'un côté à l'autre de manière régulière et symétrique par rapport à son axe longitudinal. Ce mode de vibration est généralement caractérisé par une fréquence propre spécifique et peut être influencé par des facteurs tels que la géométrie du rotor, la masse et la rigidité des éléments constitutifs ainsi que les conditions de fixation et de support du rotor. Comprendre le premier mode de vibration est essentiel pour concevoir et analyser efficacement les rotors afin de prévenir les problèmes de vibrations indésirables et d'assurer leur bon fonctionnement.

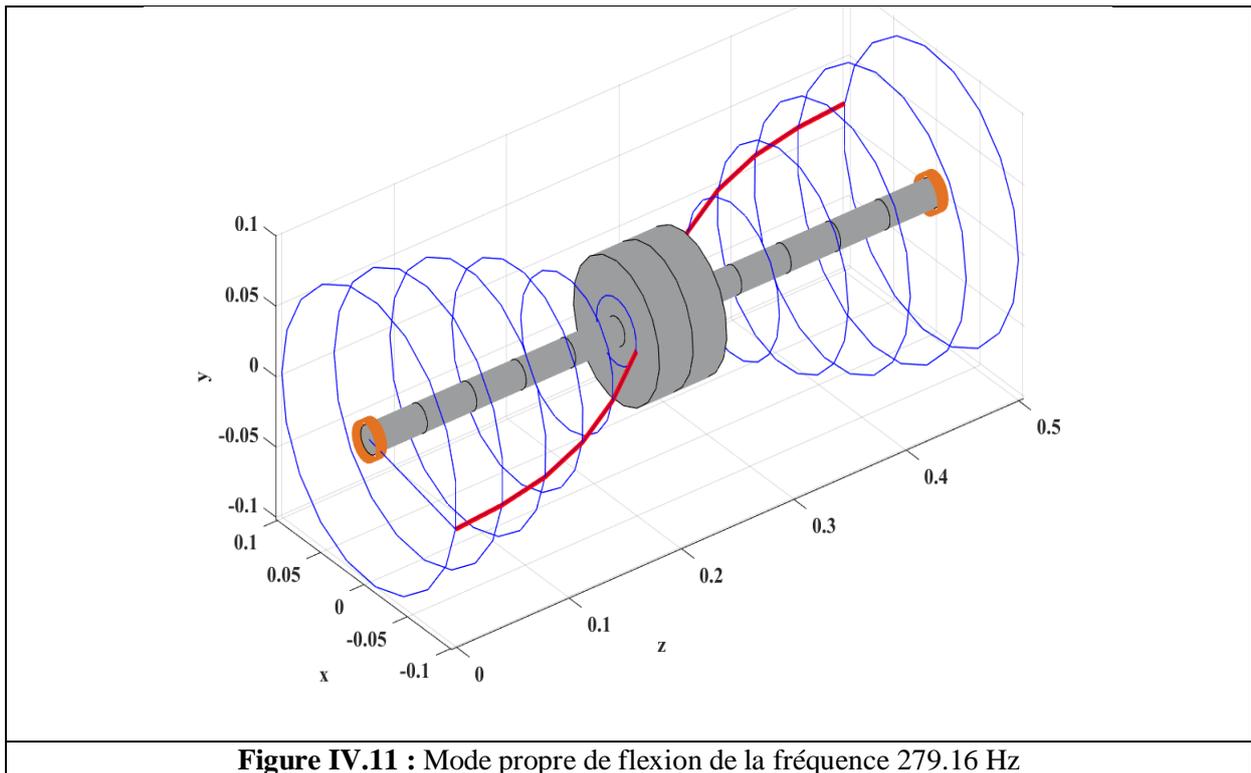
On observe clairement Les orbites en bleu montrés dans la figure, représentant la trajectoire de rotation de chaque nœud, et le rayon de rotation de chaque orbite de chaque nœud change quand la position du nœud change.

Par exemple dans la figure IV.9 avec la fréquence 72.60 Hz le rotor se déforme selon le premier mode et c'est le même mode que celui de la fréquence 60.72 Hz mais avec une grande valeur de l'amplitude de déformation, c'est-à-dire que si on remarque très bien on voit que les rayons des orbites de la fréquence 72.60 Hz sont plus grand comparer à la fréquence 60.72 Hz. On peut déduire de ces orbites qui sont des cercles, que le rotor tourne avec une complète symétrie cela veut dire que ce rotor est parfaitement équilibré.





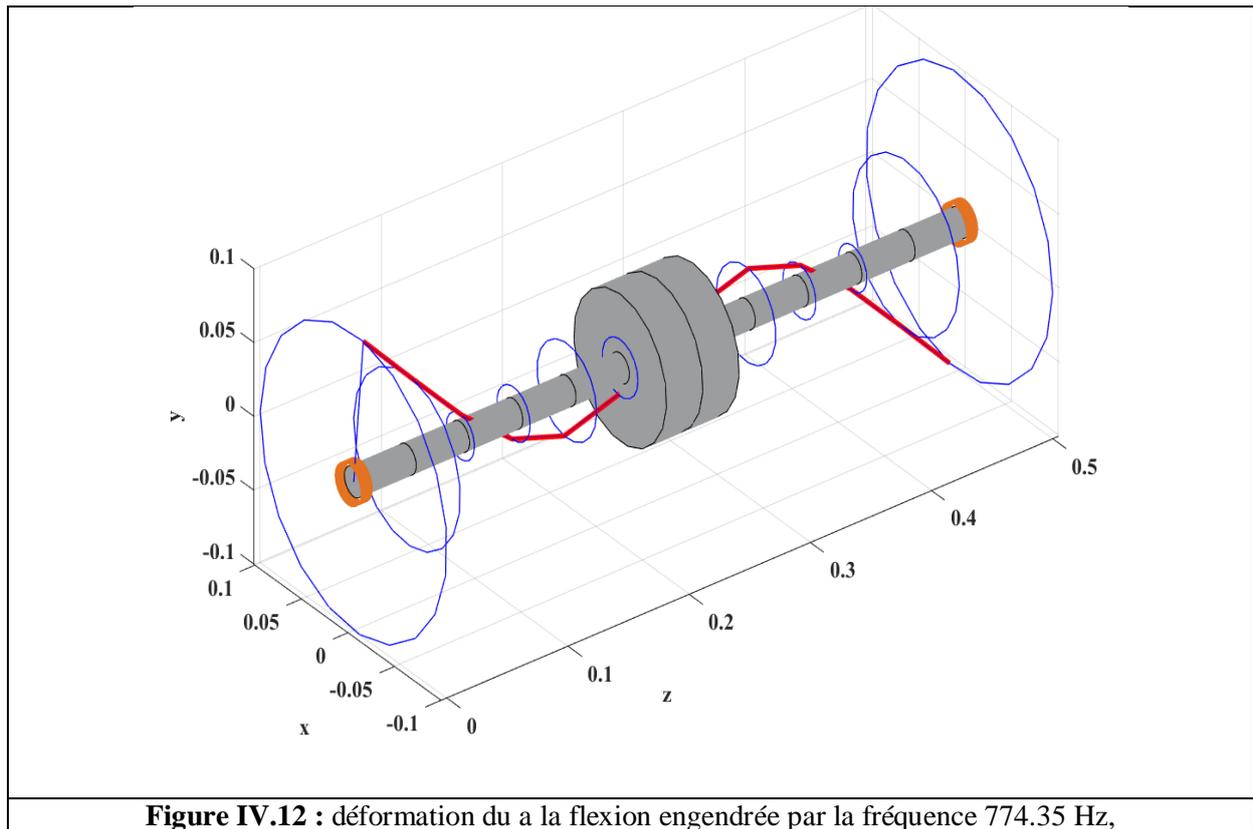
La figure IV.10 représente un mode propre de flexion avec la fréquence 527.06 Hz, on remarque que pour cette fréquence vibratoire l'arbre tournant se déforme en restant toujours au 1^{er} mode mais dans ce cas les amplitudes des déplacements sont maximales aux extrémités du rotor, et c'est l'inverse dans les fréquences 60.72 Hz et 72.60 Hz, ce qui explique que la fréquence 527.06 Hz a une grande influence sur les paliers et elle est plus dangereuse au fonctionnement des palier.



Cette figure montre le mode de déformation du a la flexion engendrée par la fréquence 279.16 Hz, selon la nature de cette déformation on constat que c'est le deuxième mode de vibration.

On remarque dans cette figure que le deuxième mode engendre une importante déformation de flexion dans les coté de rotor c'est-à-dire que la valeur la plus grand de déplacement des nœuds est dans les nœuds de l'extrémité, comparer au premier mode ou le plus grand déplacement de flexion est concentre au milieu.

Le deuxième mode de vibration d'un rotor est un mode spécifique dans lequel le rotor se déforme de manière symétrique autour de son axe principal de rotation, mais avec une fréquence propre différente par rapport au premier mode de vibration. Dans ce mode, le rotor peut présenter des déformations où certaines parties s'élèvent tandis que d'autres s'abaissent, créant une configuration en forme de "S" ou de "vague". Les facteurs tels que la géométrie, la masse, la rigidité du rotor et les conditions de fixation et de support influencent le deuxième mode de vibration. Comprendre et analyser les différents modes de vibration d'un rotor est essentiel pour concevoir des systèmes de rotors stables et pour prévenir les problèmes de résonance et de vibrations indésirables.



La figure IV.12 montre la déformation du a la flexion engendrée par la fréquence 774.35 Hz,
On remarque que ce mode de vibration est le quatrième mode

Le quatrième mode de vibration d'un rotor est un mode de vibration spécifique dans lequel le rotor se déforme de manière complexe et non symétrique. Contrairement au premier mode de vibration, où le rotor oscille principalement de haut en bas ou d'un côté à l'autre, le quatrième mode implique des déformations plus complexes, avec des parties du rotor se déplaçant dans des directions opposées. Chaque mode de vibration a sa propre fréquence propre et peut être influencé par des facteurs tels que la géométrie, la masse et la rigidité du rotor, ainsi que les conditions de fixation et de support. Comprendre les modes de vibration d'un rotor est crucial pour éviter les problèmes de résonance, de vibrations excessives et pour garantir le bon fonctionnement et la sécurité du système rotor.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Ce travail nous a permis de déterminer le comportement vibratoire d'un rotor composé d'un disque rigide et d'un arbre déformable, sous l'effet des divers types de phénomènes de vibrations. Une revue des travaux de recherche et de théorie a été présentée, les phénomènes vibratoires et la force axiale et son origine ont été définies.

Nous avons appliqué la version h de la méthode des éléments finis pour la détermination des matrices : masse, rigidité, gyroscopique, et de la rigidification centrifuge générant cette force axiale. L'équation différentielles représentant le mouvement vibratoire du rotor a été résolu et les valeurs propres qui sont les fréquences vibratoires du rotor en mouvement ont été déduites.

Ces résultats sont donnés sous formes de diagramme de Campbell ont été présentés avec l'évolution des fréquences vibratoires et sont discutés et interprétés.

Nous constatons que les modes propres d'un système en rotation sont des modes dues aux effets gyroscopiques, induits par la rotation qui couplent les déplacements horizontaux et verticaux et qui tendent à rigidifier ou à assouplir la structure.

Ils peuvent cependant, être associés pour obtenir des modes réels qualifiés soit de mode directe ou de mode rétrograde, suivant que le mouvement de précession qui leur est associé à un sens identique ou contraire au mouvement de rotation

Le point essentiel est la dépendance de leurs fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation du rotor.

On remarque que le diagramme de Campbell est constitué de deux branches, la première branche est la branche directe ayant des fréquences de vibrations qui augmentent avec la vitesse de rotation et la branche rétrogradée dont les fréquences qui diminuent avec la vitesse de rotation. Ces vibrations sont présentées par les modes vibratoires 1, 2 et 3 et 4 et sont discutés et interprétés. On a montré sur ces diagrammes les vitesses critiques ou vitesses de résonances dangereuses pour le système tournant. Toujours sur ces diagrammes on a présenté le comportement du rotor en flexion pour divers types de modes de vibrations et sont discutés et interprètes. Cette étude nous a permis de conclure que se rotor tourne avec une complète symétrie des paliers observée clairement sur les diagrammes de Campbell et de voire aussi sur

ces diagramme l'effet gyroscopique qui tend à rigidifier ou à assouplir la structure tournante et l'effet de la rigidifiassions centrifuge générant les divers forces et contraintes agissant sur la longueur. Cette étude peu ouvrir des perspectives pour d'autres travaux de la dynamiques des rotors tel que rotor sous amortissement structurel.

Annexe : Etude modal des fréquences et amplitudes d'un Rotor avec un disque avec h-MEF

material.name = acier inoxydable SUS304

rotor.material.e_module young = 211e9; %[N/m^2]

rotor.material.density = 7860; %[kg/m^3]

rotor.material.coefficient de poisson = 0.3; %[-]

10e-3; % Radius of the shaft [m]

50e-3; % Radius of the disc [m]

Shaft length 0.5 m

Maillage = 12

Références bibliographique :

- [1] Meherhera, Abdelghafour, and Abdenour Houari. Etude de la rupture de l'arbre d'une machine tournante dans la station de CAP-DJINET par analyse vibratoire. Diss. 2016.
- [2] M. MELIH youcef. Analyse de stabilité d'un rotor. MEMOIRE MASTER En Génie Mécanique. 2017.
- [3] Soualah Ahmima Salah Eddine. Contribution à L'étude du Comportement Dynamique Des Rotors Verticaux. 2015.
- [4]: BENSEGHIR, Seddik Hocine, Nasreddine AMOURA. "Analyse dynamique et étude de la stabilité d'un système rotor-paliers Cas de la turbine à gaz de la centrale électrique El Hamma II-Alger." (2021)
- [5]: Hamida, Mounira. « Contribution à l'étude du comportement dynamique des rotors rigides. » (2013).
- [6] : Kanyiki, Trésor. « Simulation par la méthode des éléments finis du comportement vibratoire d'un rotor. » ISTE OpenScience (2018).
- [7] Belkacemi, Mohammed, and Akram Seklab. "Diagnostic des défauts de balourd par analyse vibratoire." (2022).
- [8] : El Hafidi, Ali. Analyse et identification du comportement dynamique de rotors. Diss. Besançon, 1989.
- [9] Houari, A. M. I. N. Contribution à l'étude de l'équilibrage statique des rotors turbines. Diss. Université Mohamed Boudiaf-M'sila, 2018.
- [10]: Saadat, Boulanouar, Ahmed Hafaifa, and Kouzou Abdellaha. « Modélisation des vibratoires d'une turbine à gaz pour la détermination de modèle de balourd et de désalignement des paliers. » Colloque National Maintenance et Qualité. 2016.
- [11]: KOUCHIH, Mourad, and Hocine BOUCHOUKA. Maintenance des Machines Tournantes par Analyse Vibratoire. Diss. Université Ibn Khaldoun, 2017.
- [12]: Benyahia Rachid, Mokhtari Mohammed Ramzi. « Comparaison entre deux technologies de diagnostic par vibrations mécaniques : Excentricité. »

- [13] : GEURGIT, Elbachir. SIMULATION DE LA FATIGUE DES MATÉRIAUX PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENT FINIS. Diss. Université Mohamed Boudiaf-M'sila, 2018.
- [14] : Bazergui, André. Résistance des matériaux. Presses inter Polytechnique, 2002.
- [15] : Boufroua, Nihad, Abdelaziz Khelifati, and Hammou Encadreur Bounib. L'effet des paliers de guidage sur la dynamique d'un rotor simple. Diss. Université de Jijel, 2022.
- [16]: SLIMANI, Amine, and Taki Eddine NESRI. Simulation par la méthode des éléments finis des vibrations libres des machines tournantes. Diss. Université KASDI-MERBAH Ouargla.
- [17]: Tadjine, Yasmine, and Fares Nedjar. « Etude du comportement dynamique d'un rotor supporte par des paliers hydrodynamiques. » (2015).
- [18] : Fraeij de Veubeke, Baudouin. « Effet gyroscopique des rotors sur les vitesses critiques de flexion. » Rapport du LTAS (1943).
- [19] : OTMANI, Samira, Yakoub ZOUAK, and Djilali BOUKHLEF. « Etude Du Comportement Dynamique D'une Machine Tournante Influence Des Paramètres Des Paliers. » (2021).
- [20] : Mogenier, Guillaume, Identification et prévision du comportement dynamique des rotors feuilletés en flexion. Diss. INSA de Lyon, 2011.
- [21] : Djeflal, Salman, « Etude de l'influence de paramètres géométriques et mécaniques sur l'évolution des fréquences propres et des vitesses critiques par le diagramme de Campbell. » (2016).
- [22] : Assem hacen, Thèse magistère, 2009
- [23]: Gupta, K. K., and J. L. Meek. «A brief history of the beginning of the finite element method.» (1996).
- [24]: Sabat, Lovely, and Chinmay Kumar Kundu. « History of finite element method : a review. » (2020).
- [25]: Ciarlet, Patrick, and Eric Luneville. La méthode des éléments finis : de la théorie à la pratique. ISTE Group, 2022.

[26] : Manet, Vincent. « Méthode des éléments finis. » Vulg. Des Asp. Mathématiques, Illus. Des Capacit. La méthode, ViM2, Lyon 355 (2013).

[27]: Lascaux, Patrick, and Raymond Théodor. Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur. Vol. 2. Paris : Masson, 1986.

[28] : Thomas, Pierre. « Eléments finis pour l'ingénieur : Grands principes et petites recettes." European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique 15.7-8 (2006): 993-995