

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République algérienne démocratique et populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب  
Université –Ain Temouchent- Belhadj Bouchaib  
Faculté des Sciences et de Technologie  
Département Génie Mécanique



Projet de Fin d'Etudes  
Pour l'obtention du diplôme de Master en : Construction mécanique  
Domaine : technologie  
Filière : Génie Mécanique  
Spécialité : Construction mécanique  
Thème

## Comportement en rupture d'une structure fissurée

### Présenté Par :

- 1) Melle : BEBBOUCHE Sakina
- 2) Melle : DIABLO Mama

### Devant le jury composé de :

- DJEBBAR Noureddine Pr UAT.B. B (Ain Temouchent) Président
- BOUZITOUNA W.N MCA UAT.B. B (Ain Temouchent) Examinatrice
- BOUAFIA Farida Pr UAT.B. B (Ain Temouchent) Encadrante

*Année Universitaire 2023/2024*

# ***REMERCIEMENT***

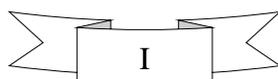
*Nous tenons tous d'abord à remercier Allah de nous avoir donné la force, la patience et le courage pour arriver à accomplir ce travail.*

*Nous exprimons notre remerciement les plu sincère à l'encadreur **Pr. BOUAFIA Farida** pour leur patience, remarques et conseils, Qu'il trouve ici le témoignage de notre profonde gratitude.*

*Nous remercions les membres du jury le Président **Pr. DJEBBAR Noureddine** et Examinatrice Dr. **BOUZITOUNA Wahiba**.*

*Nous tenons aussi à remercier Monsieur **OUDAD Wahid**, Madame **CHERIET Nour El Houda** et **BENAMAR Hadjer**.*

*Enfin, nous avons remercié nos parents pour leur contribution et leur soutien*



# **DÉDICACE**

*Je dédie ce modeste travail à :*

*- Ma mère **Fatima** et ma tante **Khwira** que le dieu protège.*

*-Ma sœur **Mebaraka** et mes frère **Kader** et **Zino**.*

*-Mes très chères amis que j'ai vécu avec ils les plus beaux moments  
au cours de*

*Mon cursus à l'université : **Fatima**, **Imad** et ma binôme **Mama***

*-Toutes les personnes qui me sont chères.*

# **DÉDICACE**

*Je dédie ce modeste travail à :*

*- Mes parents que le dieu protège.*

*- Mes sœurs **Amina, Sara, Imane** et mon frère **Boualem***

*- Mes très chères amis que j'ai vécu avec ils les plus beaux moments*

*au cours de*

*Mon cursus à l'université : **Amina, Imane** et mon binôme **Sakina**.*

*- Toutes les personnes qui me sont chères.*

# Résumé

L'objectif de cette étude est d'analyser numériquement par la méthode des éléments finis le comportement en rupture dans une éprouvette CT (Compact-Tension) en aluminium pur. La distribution des facteurs d'intensité de contrainte en mode I et en mode II a été déterminé pour les différentes longueurs de fissures, en fonction de la force appliquée. Les résultats obtenus montrent clairement que les valeurs du facteur d'intensité de contraintes en mode d'ouverture sont plus importantes par rapport à les valeurs du facteur d'intensité de contraintes en mode de cisaillement. Plus la longueur de la fissure élevée, le KI aura des intensités importantes. Les valeurs de KI et KII augmentent en fonction de la charge appliquée. Les résultats obtenus sont vérifiés par rapport un calcul théorique.

**Mots clés :** facteurs d'intensité de contrainte, éprouvette CT, aluminium, rupture, élément finis, Abaqus.

---

# Abstract

The objective of this study is to numerically analyze the fracture behavior in a pure aluminum CT specimen (Compact-Tension) using the finite element method.

The distribution of stress intensity factors in mode I and mode II was determined for the different crack lengths, as a function of the applied force. The results obtained clearly show that the values of the stress intensity factor in opening mode are more important compared to the values of the stress intensity factor in shear mode. The higher the length of the crack, the KI will have significant intensities. The values of KI and KII increase depending on the applied load. The results obtained are verified against a theoretical calculation.

**Key words:** stress intensity factors, CT specimen, aluminum, fracture, finite element, Abaqus.

---

# ملخص

الهدف من هذه الدراسة هو التحليل العددي لسلوك الكسر في عينة CT من الألومنيوم النقي (الشدة المضغوط) باستخدام طريقة العناصر المحدودة.

تم تحديد توزيع عوامل شدة الإجهاد في الوضع الأول والوضع الثاني لأطوال الشقوق المختلفة، كدالة للقوة المطبقة. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها بوضوح أن قيم عامل شدة الإجهاد في وضع الفتح أكثر أهمية مقارنة بقيم عامل شدة الإجهاد في وضع القص. كلما زاد طول الشق، سيكون لـ KI شدة كبيرة. تزداد قيم KI و KII اعتمادًا على الحمل المطبق. يتم التحقق من النتائج التي تم الحصول عليها مقابل الحسابات النظرية.

الكلمات المفتاحية: عوامل شدة الإجهاد، العينة المقطعية، الألومنيوم، الكسر، العناصر المحدودة، أباقوس

---

---

# **TABLE DES MATIÈRES**

---

---

# Table de matières

<b>Table de matières</b>	<b>Page</b>
Remercîment	<b>I</b>
Dédicace	<b>II</b>
Résumé	<b>III</b>
Table Des Matières	<b>V</b>
Liste Des Tableaux	<b>VII</b>
Liste Des Figures	<b>VIII</b>
Liste Des Abréviations	<b>X</b>
Introduction Générale	<b>01</b>
<b>Chapitre I : Généralité sur la mécanique de la rupture</b>	
I .1. Introduction	<b>03</b>
I .2. Historique	<b>03</b>
I .3. Types élémentaires de rupture	<b>05</b>
I .3.1. Rupture fragile	<b>06</b>
I .3.2. Rupture ductile	<b>08</b>
I .4. Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure	<b>08</b>
I .5. Modes de rupture	<b>09</b>
I .6. Types de fissuration	<b>10</b>
I .6.1. Fissuration brutale	<b>10</b>
I .6.2. Fissuration Ductile	<b>10</b>
I .6.3. Fissuration successive	<b>10</b>
I .7. Utilisation de la mécanique de la rupture en conception	<b>10</b>
I .8. Ténacité	<b>11</b>
I .9. Critère de Griffith	<b>11</b>
I .10. Détermination expérimentale de $K_{Ic}$	<b>12</b>
I .11. Taux de restitution d'énergie	<b>13</b>
I .12. Conclusion	<b>14</b>
<b>Chapitre II : Facteur d'intensité de contrainte</b>	
II.1. Fissure de la rupture Fissure de la rupture	<b>15</b>
II.2. Fissure de la rupture Formation de la mécanique élastique linéaire de la rupture	<b>15</b>
II.2.1. Expression analytique de l'état de contrainte	<b>15</b>
II.2.2. Modes de rupture	<b>17</b>
II.3. Facteur d'intensité de contrainte	<b>18</b>
II.4. Application de la mécanique de la rupture pour les matériaux ductiles	<b>19</b>
II.5. Contraintes et déformations de fissure	<b>20</b>

II.6. Expressions des contraintes et des déplacements	21
II.7. Présentation ABAQUS	24
II.7.1. Définition ABAQUS	24
II.7.2. Généralité sur le code de calcul ABAQUS	24
II.7.3. Système d'unités dans le code de calcul ABAQUS	25
II.7.4. Organisation de l'interface ABAQUS CAE (complète ABAQUS environnement)	25
II.7.4.1. Modules	26
II.7.4.2. Différents fichiers pour la simulation sous ABAQUS	28
II.8 CONCLUSION	29
<b>Chapitre III : Simulation numérique par ABAQUS</b>	
III.1 Modèle utilisé ; matériau analysé	30
III.2. Conditions aux limites et maillage du model	31
III.3. Résultats et analyse	32
III.3.1 Distribution des contraintes	32
III.3.2. Effet de la charge appliquée F(N)	34
III.3.3. Effet de diamètre d (mm)	38
III.4. Comparaison avec la valeur théorique	42
Conclusion générale :	44
Bibliographique	45

# Liste Des tableaux :

<b>TABLEAUX</b>	<b>PAGE</b>
<b>Tableau II.1</b> : Système d'unités pour la programmation.	<b>25</b>
<b>Tableau III.1</b> : données géométriques de la plaque	<b>30</b>
<b>Tableau III.2</b> : Propriétés mécaniques de l'Aluminium	<b>31</b>
<b>Tableau III.3</b> : KI et KII pour différentes longueurs de fissure (F=300N)	<b>33</b>
<b>Tableau III.4</b> : KI et KII pour différentes longueurs de fissure (F=150N)	<b>37</b>
<b>Tableau III. 5</b> : KI et KII pour différentes longueurs de fissure (F=50N)	<b>37</b>
<b>Tableau III. 6</b> : KI et KII pour différentes longueurs de fissure (F=300N et D=4mm)	<b>41</b>
<b>Tableau III.7</b> : KI et KII pour différentes longueurs de fissure (F=300N et D=16mm)	<b>41</b>
<b>Tableau III.8</b> : $K_{th}$ pour différentes longueurs de fissure	<b>42</b>

# Liste Des Figures

Figures	Page
<b>Figure I.1</b> : Rupture fragile d'une structure maçonnée	<b>04</b>
<b>Figure I.2</b> : Réponses schématiques de différents matériaux dans un essai de traction	<b>05</b>
<b>Figure I.3</b> : Classement des ruptures selon leur cinétique	<b>05</b>
<b>Figure I.4</b> : rupture par clivage à différentes échelles	<b>07</b>
<b>Figure I.5</b> : Aspect de rupture intergranulaire à l'échelle microscopique	<b>08</b>
<b>Figure 1.6</b> : Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure	<b>09</b>
<b>Figure 1.7</b> : Champs de déplacements possibles des lèvres de fissure : mode d'ouverture ou clivage (mode I), mode de cisaillement (mode II) et mode de cisaillement anti-plan (mode III).	<b>10</b>
<b>Figure I.8</b> : Comparaison de l'approche classique et de l'approche utilisant la MLR	<b>11</b>
<b>Figure I.9</b> : éprouvettes en flexion en trois points	<b>13</b>
<b>Figure II.1</b> : Fissure dans un milieu continu	<b>15</b>
<b>Figure II.2</b> : Singularité en fond de fissure	<b>16</b>
<b>Figure II.3</b> : Modes de sollicitations d'une fissure.	<b>17</b>
<b>Figure II.4</b> : Correction de la zone plastique.	<b>20</b>
<b>Figure. II.5</b> : Élément de contrainte au voisinage de la pointe de fissure.	<b>21</b>
<b>Figure II.6</b> : Contraintes et déplacements au voisinage de l'extrémité d'une fissure.	<b>21</b>
<b>Figure II.7</b> : Organisation d'ABAQUS.	<b>26</b>
<b>Figure II.8</b> : Réalisation de la mise en données d'un problème.	<b>27</b>
<b>Figure III.1</b> : Représentation schématique du modèle	<b>30</b>
<b>Figure III.2</b> : Conditions aux limites et maillage adapté au modèle.	<b>31</b>
<b>Figure III.3</b> : Distribution de la contrainte équivalente et normale pour $F= 300N$ .	<b>32</b>
<b>Figure III.4</b> : Variation de KI en fonction de a pour $F=300N$	<b>33</b>

<b>Figure III.5</b> : Distribution de la contrainte équivalente et normale pour $F=50N$ .	<b>34</b>
<b>Figure III.6</b> : Variation de KI en fonction de $a$ et la force appliquée.	<b>35</b>
<b>Figure III.7</b> : Variation de KII en fonction de $a$ et la force appliqué	<b>36</b>
<b>Figure III.8</b> : Distribution de la contrainte équivalente et normale pour $F= 300$ N et $D= 4mm$	<b>38</b>
<b>Figure III.9</b> : Distribution de la contrainte équivalente et normale pour $F= 300$ N et $D=16mm$	<b>38</b>
<b>Figure III.10</b> : Variation de KI en fonction de $a$ et $D$ pour $F=300N$ .	<b>39</b>
<b>Figure III.11</b> : Variation de KI en fonction de $a$ et $D$ pour $F=300N$	<b>40</b>
<b>Figure III.12</b> : Variation de KI en fonction de $a$ pour $F=300N$ .	<b>40</b>
<b>Figure III.13</b> : Variation de KI en fonction de $a$ pour $F= 300N$ .	<b>43</b>

# Liste des symboles

$\Sigma$  : Contraintes appliquées

$R_e$  : Limite d'élasticité (MPa)

$K_C$  : Ténacité ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )

$K_{th}$  : Facteur de concentration de contrainte thiorique ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )

$\sigma_{yy}$  : Composante de contrainte

$\Theta$  et  $r$  : Coordonnées cylindriques relatives à la pointe de la fissure

$\sigma_{ij}$  : Tenseur des contraintes

$K$  : Facteur d'intensité des contraintes ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )

$f_{ij}$  : Fonction adimensionnelle, dépendant du mode de chargement et de la géométrie de la pièce.

$a$  : Longueur initiale de la fissure (mm)

$Y$  : Facteur géométrique

$a'$  : Longueur de fissure corrigée (mm)

$r_p$  : Taille de la zone plastique (mm)

$\sigma_y$  : Limite élastique

$\epsilon_{ij}$  : Tenseur des déformations

$\sigma_{ij}$  : Tenseur des contraintes

$K_\alpha$  : Facteur d'Intensité des Contraintes en mode  $\alpha$

$\alpha$  : Mode I, II, III

$k$  : Déplacement (mm)

$u$  : coefficient de Kolossov

$\mu$  : module de cisaillement du matériau

---

# ***INTRODUCTION GÉNÉRALE***

---

## Introduction générale

Dans le domaine de l'ingénierie des structures, la compréhension du comportement en rupture des matériaux fissurés revêt une importance capitale. Les fissures sont des défauts courants dans les structures, qu'elles soient fabriquées en métal, en béton, en bois ou dans d'autres matériaux, et leur présence peut compromettre la sécurité et la durabilité ces structures [1].

Bien que Griffith (1893-1963) et Irwin (1907-1998) soient largement reconnus comme les pères de la mécanique linéaire de la rupture, les premières observations du phénomène de rupture remontent à des époques bien antérieures, notamment à l'époque préhistorique lors de la fabrication d'outils en silex par clivage, illustrant ainsi des ruptures fragiles. Jusqu'au XVIe siècle, la rupture était principalement observée dans le contexte de l'extraction de blocs de matériaux pour la construction de structures emblématiques telles que les pyramides égyptiennes et les temples méso-américains, ainsi que dans la fabrication d'outils tels que les meules gallo-romaines.

Les premières explorations et les premières tentatives mathématiques de comprendre la rupture ont été entreprises entre le XVIe et le XVIIIe siècle. Leonardo da Vinci (1452-1519) a examiné les effets d'échelle liés à la rupture, tandis que Galileo Galilei (1564-1642) a développé une machine d'essai de traction sur une colonne de marbre, établissant ainsi la notion de résistance absolue à la rupture. Georges-Louis Leclerc de Buffon (1707-1788) a élaboré un protocole expérimental de flexion à trois points pour étudier le comportement élastique et la rupture du bois, introduisant ainsi le concept de facteur de sécurité dans la conception des structures en bois [2].

La méthode linéaire de la rupture demeure aujourd'hui la technique la plus couramment employée en pratique. Les approches numériques en mécanique de la rupture reposent sur la comparaison d'une mesure spécifique, telle que le taux de restitution d'énergie ou le facteur d'intensité de contrainte, pour une configuration géométrique et une distribution de contrainte données, avec une valeur limite prédéterminée, telle que l'énergie de rupture  $G_C$  ou la ténacité du matériau  $K_{IC}$ , pour chaque matériau. Cette comparaison s'effectue généralement de manière itérative afin de simuler pas à pas la propagation des fissures pour un historique de chargement donné. Une évaluation précise du facteur d'énergie ou d'intensité de contrainte pour une configuration donnée est essentielle pour mener à bien cette comparaison [1].

L'objectif principal de cette étude est de déterminer les facteurs d'intensité des contraintes en mode I et II au niveau d'une pointe d'une fissure localisée dans une éprouvette CT (Compact-Tension)

La rédaction de cette étude s'organise en trois parties.

Dans le premier chapitre, nous présentons une recherche bibliographique sur la mécanique de la rupture ainsi que le développement théorique des équations qui gouvernent les phénomènes de rupture.

Le second chapitre présente le critère de contrainte défini par le facteur d'intensité de contrainte.

Le troisième et dernier chapitre est destiné à l'étude numérique, pour la détermination du facteur d'intensité de contraintes, obtenus par le code d'élément finis Abaqus.

Le mémoire se termine par une conclusion générale

---

# **CHAPITRE I :**

*Généralité sur La mécanique de la  
rupture*

---

**I.1 Introduction :**

La rupture des matériaux est un problème important en science des matériaux et en ingénierie [1]. Durant ces dernières années, l'industrialisation a vu un développement rapide où la conception mécanique a pris sa part de ce développement. Des ruptures imprévues des armes, des bâtiments, des ponts, des navires, des trains, des avions et diverses machines ont eu lieu partout dans le monde industriel. Certains de ces ruptures ont été dus à une mauvaise conception [2].

La mécanique de la rupture a été introduite par Griffith vers 1920. L'objectif de la mécanique de la rupture est de caractériser le comportement à la fissuration des structures à l'aide de paramètres quantifiables au sens de l'ingénieur, notamment le champ de contraintes, la taille de la fissure et la résistance à la fissuration du matériau. Les premiers développements théoriques d'analyse des champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure ont été entrepris par Westergaard vers 1940. Une théorie de la rupture basée sur la stabilité de la fissure valable uniquement pour les matériaux fragiles, ne tenant pas compte de la dissipation de l'énergie due à la plastification. En 1948, Irwin proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles [3].

**I.2. Historique :**

Durant la seconde moitié du 19ème siècle, l'usage de l'acier et d'autres alliages métalliques se développa considérablement. Avec cet essor se multiplièrent aussi les accidents dus à l'utilisation inadéquate de ces matériaux, à des faiblesses de conception et dimensionnement. Certains de ces accidents, de part leur soudaineté et leur brutalité, défrayèrent à raison la chronique [1].

L'un des premiers incidents enregistrés sur une structure importante fut la rupture d'une chaîne du pont suspendu Montrose en mars 1830 en Grande Bretagne. Depuis, il y a eu un nombre important d'effondrements de ponts, dont le Kings Bridge à Melbourne (1962) ou encore le Point Pleasant Bridge en Virginie (1967). Les accidents ferroviaires dus à une rupture brutale des essieux, des roues ou encore des rails ont également été très nombreux. Entre 1860 et 1870, le nombre de personnes victimes d'accidents de train en Grande Bretagne s'élevait environ à 200 par an. De nombreux accidents intervinrent également sur des pipelines, ou encore sur des avions. En janvier 1919, un énorme réservoir de molasse, de 27 mètres de diamètre et 15 mètres de hauteur se déchira soudainement, répandant 7, 5 millions de litres de molasse dans les rues de Boston (USA). Douze personnes trouvèrent la mort et une quarantaine furent blessées dans cet accident. Dans les années 30 et 40, plusieurs ponts franchissant le canal Albert, en Belgique, furent victimes de rupture. De nombreux autres accidents ont été rapportés, ce ne fut qu'au cours de la seconde guerre mondiale que l'on commença à sérieusement considérer le problème de la rupture [1].

Les débuts de l'étude de la rupture des matériaux fragiles remontent aux années 1920, avec les travaux précurseurs de Griffith, ses études réalisées dans un milieu élastique fissuré, d'un point de vue énergétique. Il a ainsi mis en évidence une variable (appelée plus tard taux de restitution d'énergie) caractérisant la rupture, et dont la valeur critique est une caractéristique du matériau. Mais ces travaux sont tombés dans un oubli relatif avant d'être exhumés dans les années 1950–1960, lorsque la discipline a réellement pris son essor (travaux d'Irwin et de Rice). Ces études ont donné la définition des facteurs d'intensité de contraintes, caractérisant l'état de sollicitation de la région dans laquelle la rupture se produit [1].

Entre 1960 et 1980, la mécanique de la rupture connaît un grand succès scientifique, avec notamment l'apparition de la mécanique non linéaire de la rupture qui a permis de mieux prendre en compte le comportement plastique des matériaux. De nombreux travaux sont publiés à cette période ; on peut citer par exemple Rice et Bui qui introduisent la notion d'intégrales indépendantes du contour telles que l'intégrale J, dont les propriétés ont permis de caractériser la ténacité d'un matériau lorsque la plasticité n'est plus confinée à la pointe de fissure. Tous les développements théoriques réalisés à cette époque ont permis de déterminer la forme exacte de la singularité, et des champs asymptotiques en pointe de fissure nécessaires à l'analyse et à l'interprétation des résultats expérimentaux. De plus, ils représentent une solution précise à de nombreux problèmes de géométries simples, et peuvent donc être utilisés comme solutions approchées pour des problèmes plus complexes [1].

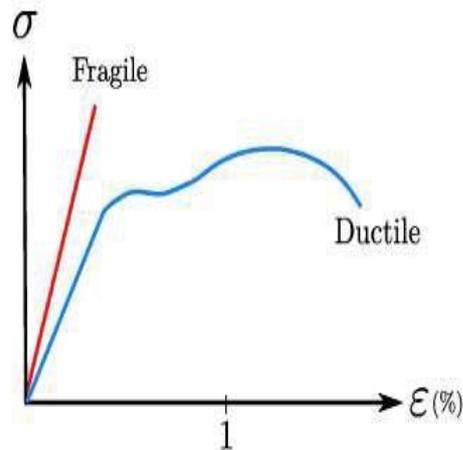
Le domaine d'application de cette théorie ne se limite pas aux structures métalliques. Elle s'applique également aux roches, aux bétons, aux céramiques et aux polymères (dans une certaine gamme de température). Les échelles d'application sont également très diverses puisqu'elles vont des microsystèmes (Silicium) à la géomécanique de l'éco.Orce terrestre (création et propagation de failles) [1]. La Figure I.1 présente la rupture fragile d'une structure en maçonnerie.



**Figure I.1** : Rupture fragile d'une structure maçonnée [1].

### I.3. Types élémentaires de rupture [4] :

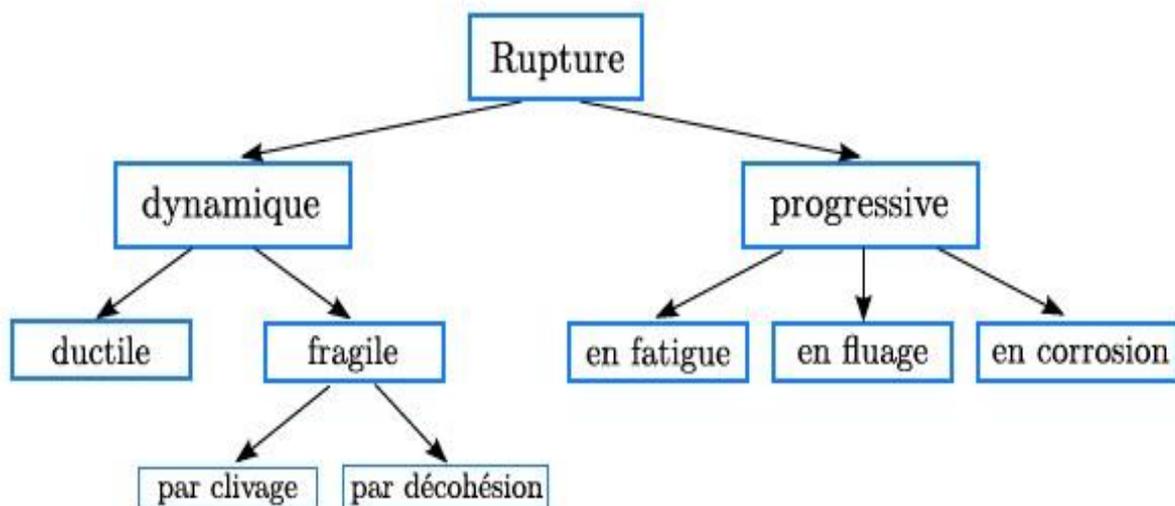
Il existe deux types de ruptures, les ruptures fragiles et les ruptures ductiles. Le comportement lié au rapport entre la contrainte de traction et la déformation à ces deux types de rupture est illustré par la figure I.2 suivante :



**Figure I.2:** Réponses schématiques de différents matériaux dans un essai de traction [5].

Les différents types de ruptures peuvent être classés selon deux méthodes distinctes :

La première prend en compte à leur cinétique, et la seconde s'appuie sur les observations microstructures [5].



**Figure I.3:** Classement des ruptures selon leur cinétique [5].

- La rupture par fissuration rapide (dynamique) : ductile, fragile ;
- La rupture par fissuration progressive :
  - Sous sollicitations statique : corrosion sous contrainte, fluage, ...
  - Sous sollicitations cycliques : fatigue mécanique, fatigue thermique ;
  - Sous sollicitations complexe

### **I.3.1. Rupture fragile [6] :**

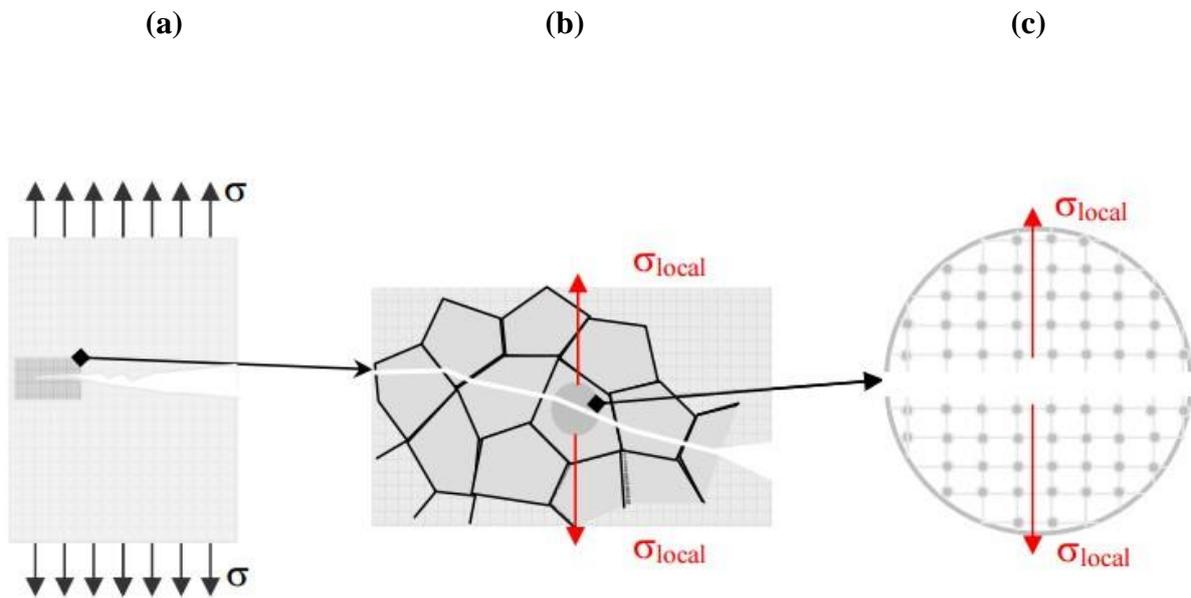
- **Mécanisme** : Se manifeste au niveau des liaisons intra-atomiques sans déformation plastique macroscopique.
- **Conditions** : Intervient lorsque l'énergie de déformation locale due aux sollicitations extérieures devient égale à l'énergie nécessaire de décohesion atomique.
- **Caractéristiques** :
  - Propagation très rapide de fissure ;
  - Consommation d'énergie très faible ;
  - Les défauts et accidents géométriques jouent un rôle essentiel dans l'amorçage de la rupture.

Il existe deux types de la rupture fragile : Rupture fragile transgranulaire (à clivage) et rupture fragile intergranulaire (décohésion).

#### **A. Rupture fragile transgranulaire (à clivage ou par glissement dans un grain) :**

La rupture suit des plans cristallographiques appelés plans de clivage, elle est caractérisée par un aspect brillant des faciès de rupture cristallin. Ce phénomène se produit par séparation directe le long des plans cristallographiques due à une simple rupture de liaisons atomiques de ce fait la rupture aura lieu sans déformation plastique, dans ce cas le matériau rompt avant d'avoir quitté le régime élastique [4].

L'interaction de la fissure avec les défauts microstructuraux ou hétérogénéités du métal conduit à des microreliefs très caractéristiques : surfaces de clivage sous forme de traces et marches appelés rivières et languettes (tongues). Les rivières se forment par l'interaction du plan de clivage et de dislocations vis ou par la jonction de deux plans de clivage voisins et convergeant vers la direction du sens de propagation de la fissure [4].

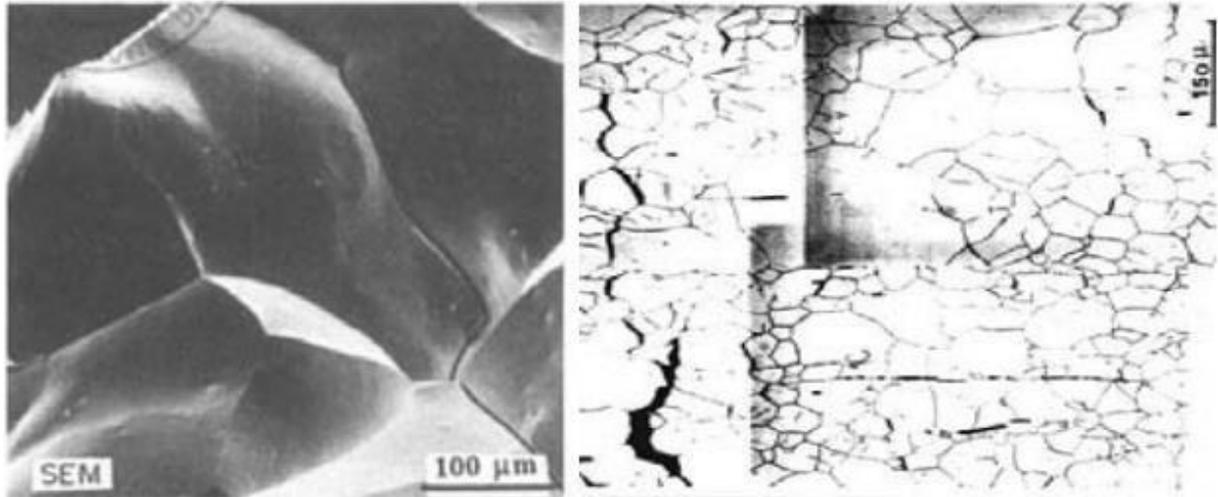


**Figure I.4 :** La rupture par clivage à différentes échelles [6].

- (a) **Echelle macroscopique :** La surface de rupture est perpendiculaire à la direction de sollicitation.
- (b) **Echelle méso scopique :** Une rupture transgranulaire, la fissure suit des plans et directions cristallographiques dans chaque grain.
- (c) **Echelle microscopique :** Rupture des liaisons interatomiques dans une direction perpendiculaire au plan de rupture.

**B. Rupture fragile Intergranulaire (rupture par glissement le long des joints de grains) [4] :**

La rupture suit les joints des grains, elle est caractérisée par une décohésion intergranulaire ; elle survient par accumulation d'impuretés ou d'inclusions qui sont à l'origine d'une fragilité introduite, par exemple la fragilité au revenu.



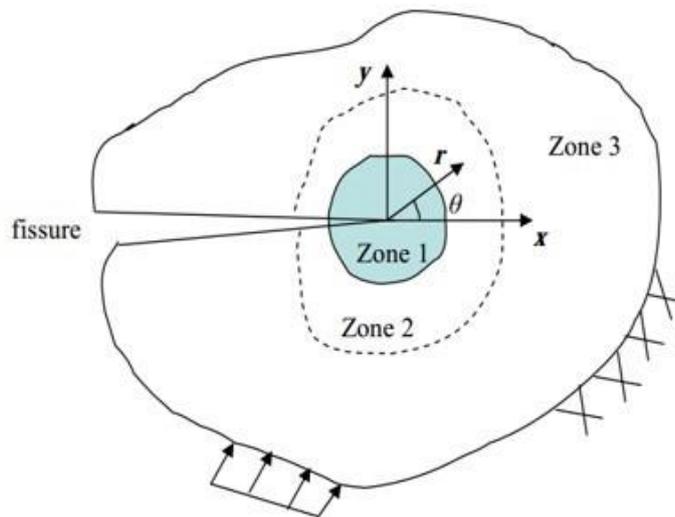
**Figure I.5:** Aspect de rupture intergranulaire à l'échelle microscopique [5].

**I.3.2. Rupture ductile :** semble liée essentiellement à la présence d'inclusion ou de précipités. Dans ce mode de rupture, la déformation plastique macroscopique est en général importante (consommation d'énergie grande) [7].

#### **I.4. Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure :**

- **zone d'élaboration 1** : elle se trouve à la pointe de fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels [3].
- **zone singulière 2** : dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes du champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ( $r \rightarrow 0$ ) [3]. Plus exactement, la singularité est  $e(1/\sqrt{r})$  en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon  $r_p$  autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de  $r_p$ , on dira que la rupture est fragile pour  $r_p$  petit et qu'elle est ductile pour  $r_p$  grand. Cette distinction sur la base du paramètre  $r_p$  est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée [3] :
  - La Mécanique Linéaire de la Rupture pour les ruptures fragiles [3].
  - La Mécanique Non Linéaire de la Rupture dans le cas de zone plastique non négligeable (rupture ductile) [3].
- **zone des champs lointains** : comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacements.

Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis [3].



**Figure 1.6:** Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure [8].

### I.5. Modes de rupture :

La fissuration se manifeste par la séparation inversible d'un milieu continu en deux parties, appelées lèvres de la fissure, ce qui introduit une discontinuité au sens des déplacements. Les mouvements possibles des lèvres se manifestent en trois modes indépendants. Ces modes sont définis comme suit (Figure I-7) :

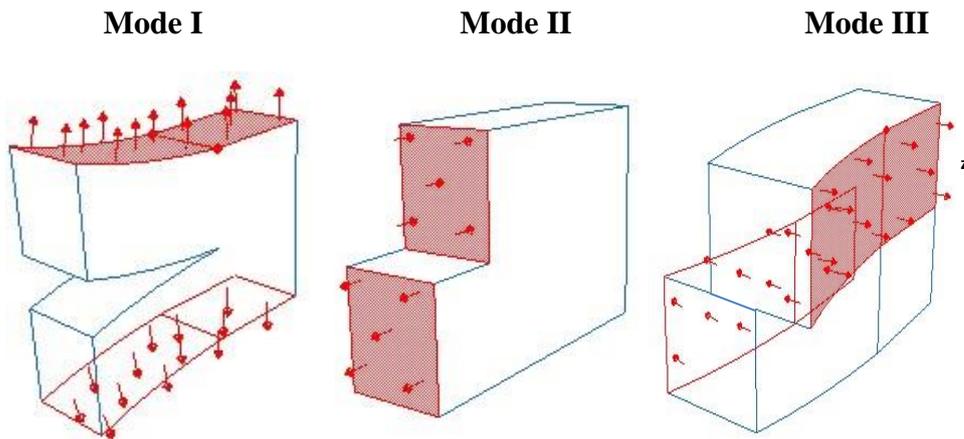
**Mode I :** les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement l'une par rapport à l'autre, c'est le mode par ouverture [7].

**Mode II :** les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan, et dans une direction perpendiculaire au front de fissure. Il est appelé aussi mode par glissement droit (cisaillement) [7].

**Mode III :** les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de fissure, c'est le mode de glissement vis (cisaillement anti-plan) [7].

### Remarque :

Le mode I est considéré comme le plus dangereux en raison de l'ouverture par traction qui favorise l'initiation et la propagation des fissures. C'est le type le plus répandu dans le cas des matériaux fragiles. Par conséquent, il est le plus étudié [7].



**Figure I.7:** Champs de déplacements possibles des lèvres de fissure : mode d'ouverture ou clivage (mode I), mode de cisaillement (mode II) et mode de cisaillement anti-plan (mode III) [7].

## I.6. Types de fissuration :

Ces mécanismes de rupture interviennent selon trois types de fissurations :

**I.6.1. Fissuration brutale :** Pour les solides ou pour les matériaux à très haute résistance, les contraintes de travail sont très élevées. Une énergie potentielle considérable est ainsi créée ; la présence de petites fissures peut alors conduire à une rupture brutale qui souvent ne s'accompagne pas de déformation plastiques macroscopiques, qui est dû à une très faible ductilité du matériau au voisinage de la fissure [9].

**I.6.2. Fissuration Ductile :** La fissure ductile semble liée essentiellement à la présence d'inclusion ou de précipités. Dans ce mode la déformation plastique macroscopique est en générale importante (grande consommation d'énergie) [9].

**I.6.3. Fissuration successive :** Il s'agit ici, d'une succession de mécanisme (fragile-ductile) qui sous contraintes répétées entraîne la fissuration successive, appelée habituellement rupture par fatigue. Cette rupture peut intervenir sans déformations plastiques appréciables avec un grand nombre de variations de cycles de contraintes. Ou elle peut s'accompagner de grandes déformations plastiques et intervenir à petit nombre cycles. On parlera alors de la fatigue « oligocyclique » [9].

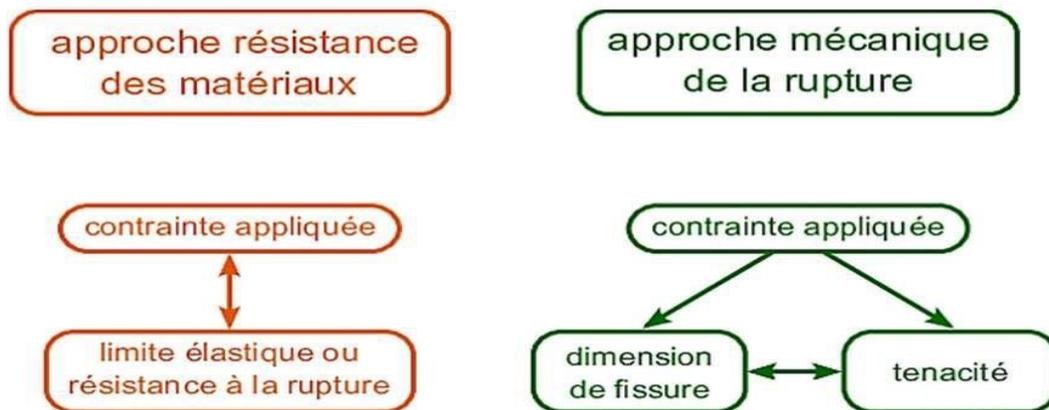
## I.7. Utilisation de la mécanique de la rupture en conception :

Le schéma figure I.8 compare l'approche classique pour le dimensionnement des structures basée sur la limite d'élasticité du matériau  $\sigma_e$  à l'approche utilisant le concept de ténacité  $K_{Ic}$  issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR) [10].

Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées  $\sigma$  restent inférieures à la limite d'élasticité ( $\sigma < \sigma_e$ ). On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ( $\sigma < \alpha \sigma_e$  avec  $\alpha < 1$ ). Cette approche est à deux

variables  $\sigma$  et  $\sigma_e$  ; elle fait abstraction de l'existence d'éventuels défauts sous forme de microfissures par exemple [10].

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée  $\sigma$ , la ténacité  $K_C$  (qui remplace la limite d'élasticité) et une variable additionnelle qui est la taille du défaut. Il y a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture : l'une utilisant le concept d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie [10].



**Figure I.8:** Comparaison de l'approche classique et de l'approche utilisant la MLR [11].

### I.8. Ténacité [12][13] :

La ténacité est la capacité d'un matériau à résister à la propagation d'une fissure.

On peut aussi définir la ténacité comme étant la quantité d'énergie qu'un matériau peut absorber avant de rompre, mais il s'agit d'une définition anglophone. En anglais, on fait la différence entre "toughness", l'énergie de déformation à rupture par unité de volume ( $J/m^3$ , ce qui correspond aussi à des pascals) et "fracture toughness", la ténacité au sens de résistance à la propagation de fissure. Il n'existe en effet aucune relation universelle liant l'énergie de déformation à rupture et la résistance à la propagation de fissure, qui n'ont d'ailleurs pas du tout la même unité.

La ténacité d'un matériau donne la contrainte (en Pascal) qu'une structure faite de ce matériau peut supporter, si elle présente une fissure d'une certaine longueur. On exprime la ténacité avec la racine carrée de cette longueur. La ténacité d'un matériau s'exprime donc en  $Pa\ m^{1/2}$ .

### I.9. Critère de Griffith [13] :

Pour expliquer la propagation d'une fissure, Griffith a établi le critère suivant : la propagation se déclenche quand la diminution du taux de libération de l'énergie de déformation élastique stockée (énergie potentielle) est au moins égale au taux de création d'énergie de formation de surface de fissure. Supposons la présence d'une fissure de longueur  $2a$  dans un matériau sous une contrainte  $\sigma$ . La contrainte  $\sigma_f$  à partir de laquelle cette fissure grandit est  $\sigma_f \sqrt{a} = C$ ,  $C$  est

une constante. Griffith a déterminé la valeur de l'énergie de déformation élastique qui se libère lorsqu'une fissure apparaît :

$$\Delta U_E(a) = -\frac{\pi a^2 \sigma^2}{E}$$

Où E est le module de Young,  $\sigma$  est la contrainte appliquée en traction qui agit normalement au voisinage de la fissure. Le signe négatif est utilisé parce que la propagation de la fissure libère de l'énergie de déformation élastique. D'autre part la création de fissure nécessite l'énergie de surface  $U_s(a)=4a\gamma$  la condition de propagation est représentée par le critère de Griffith :

$$\frac{\partial(\Delta U_E(a)) - 4\gamma a}{\partial a} \geq 0$$

La propagation instable de la fissure se réalise si elle est énergétiquement favorable et on définit une valeur critique de **a** pour une tension appliquée déterminée, ou une valeur critique de tension,  $\sigma_c$ , pour chaque valeur de **a**.

$$\frac{2\pi a \sigma_c^2}{E} - 2\gamma = 0 \rightarrow \sigma_c = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a}}$$

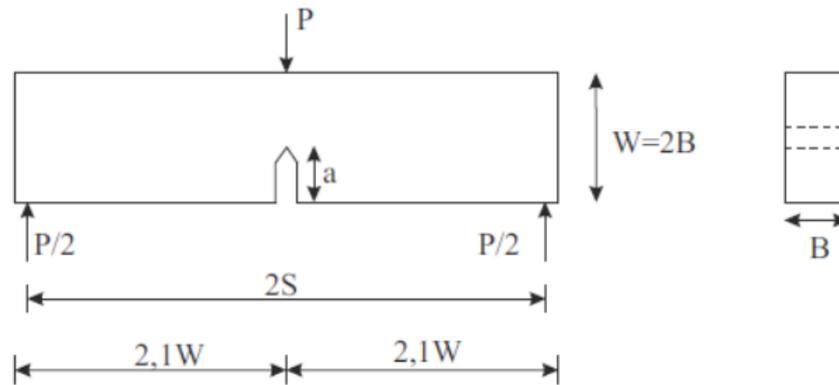
La théorie de Griffith concorde parfaitement avec les données expérimentales sur des matériaux fragiles (verre). Pour les matériaux ductiles (acier), le calcul de l'énergie de surface  $\gamma$  donne des valeurs non réalistes. La plasticité doit jouer un rôle dans la rupture des matériaux ductiles.

Dans ce cas l'énergie totale dissipée est donnée par  $G = 2\gamma + G_p$ ,  $G_p$  est la dissipation plastique. On obtient, donc :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{EG}{\pi a}}$$

#### I.10. Détermination expérimentale de $K_{IC}$ [1] :

L'essai consiste à solliciter en traction ou en flexion des éprouvettes géométriquement identiques comprenant des fissures de longueurs différentes, les charges de rupture relevées serviront au calcul de  $K_{IC}$ . La mesure de la ténacité est réalisée à partir d'essais de flexion 3 points, menés jusqu'à la rupture.



**Figure I.9** : éprouvettes en flexion en trois points [7]

La charge maximale atteinte pour la rupture  $P_c$  permet de déterminer la ténacité du matériau selon la formule suivante :

$$K_{IC} = \frac{P_c S}{BW^{3/2}} \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{1/2} \left[ 1.99 - \left(\frac{a}{W}\right)\left(1 - \frac{a}{W}\right)\left(2.15 - 3.93\frac{a}{W} + 2.7\frac{a^2}{W^2}\right) \right]}{2\left(1 + 2\frac{a}{W}\right)\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}}$$

Avec  $2S=4W$ .

### I.11. Taux de restitution d'énergie [7] :

Pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Le bilan énergétique du système composé des forces extérieures et du corps fissuré s'écrit :

$$\frac{dW}{dA} = \frac{dU}{dA} + \frac{dT}{dA}$$

W : Travail des forces extérieures

U : l'énergie élastique stockée dans les matériaux

A : surface de la fissure

T : la somme de toutes les énergies dissipées de façon irréversible

De cette relation l'énergie nécessaire à la création de surface (G) est donnée par :

$$\frac{d}{dA} (W - U) = \frac{dT}{dA} = G$$

Elle est appelée taux de restitution d'énergie. L'amorçage de la fissure se caractérise par une valeur critique du taux de restitution d'énergie notée  $G_{IC}$  d'où le critère de rupture :  $G \geq G_{IC}$

Pour une fissure sollicitée uniquement suivant le mode I. La relation entre  $G_{IC}$  et  $K_{IC}$  est :

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E}$$

**I.12. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous présentons la mécanique de la rupture ainsi que le développement théorique des équations qui gouvernent les phénomènes de rupture.

Le prochain chapitre va être consacré à l'étude du champ de contrainte au voisinage d'une fissure.

---

# **CHAPITRE II :**

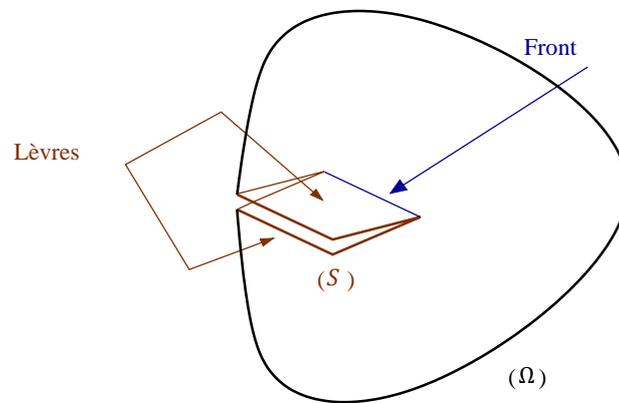
*Facteur d'intensité de contrainte*

---

### II.1. Fissure de la rupture :

Les fissures font partie intégrante de notre quotidien. Toutes les pièces mécaniques en contiennent, et ce à diverses échelles. Elles peuvent exister sous forme de défaut de base dans les matériaux ou peuvent être induites durant la construction, ces fissures sont responsables de la majorité des ruptures qui se produisent dans les structures et pièces de machines en service, soumises à des efforts statiques ou dynamiques.

La rupture est caractérisée par la séparation irréversible d'un milieu continu  $\Omega$  en deux parties distinctes. On définit alors une fissure comme étant la surface géométrique  $S$  de séparation (figure II.1) suivant [14] :

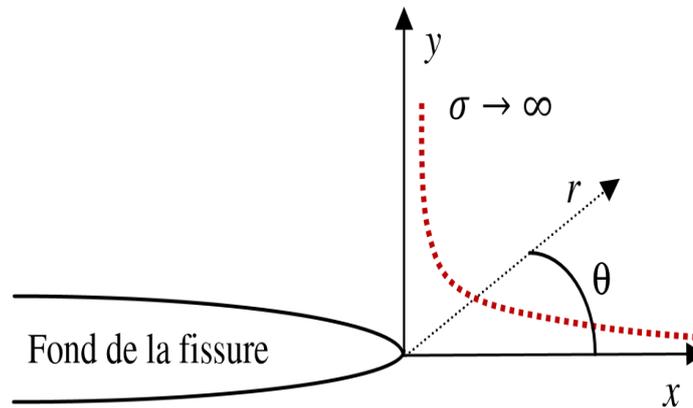


**Figure II.1 :** Fissure dans un milieu continu [15].

### II.2. Formation de la mécanique élastique linéaire de la rupture :

#### II.2.1. Expression analytique de l'état de contrainte [16] :

Contrairement à un trou macroscopique dans une plaque semi-infinie, le rayon de la pointe d'une fissure est infiniment petit. Cette particularité géométrique du défaut rend inadéquate l'utilisation du facteur de concentration de contrainte  $K_t$  pour l'analyse des contraintes près du fond de la fissure. En effet, il existe une singularité de contrainte,  $\sigma \rightarrow \infty$ , à la pointe d'une fissure. La courbe pointillée de la Figure II.2 présente la distribution de la composante de contrainte  $\sigma_{yy}$  près du fond de fissure.  $\Theta$  et  $r$  sont les coordonnées cylindriques relatives à la pointe de la fissure.



**Figure II.2:** Singularité en fond de fissure [16].

Les mécaniciens du 20e siècle ont dû attendre la venue des travaux de Griffith (Griffith, 1921) pour analyser les problèmes de plaques fissurées. Il fut le premier à considérer la notion d'équilibre énergétique entre les surfaces produites par la propagation d'un défaut et le changement d'énergie potentielle du corps fissuré. Par la suite, les travaux d'Irwin (Irwin, 1957) ont été marquants dans le domaine de la mécanique de la rupture, lorsque celui-ci, à l'aide des travaux de Westergaard (Westergaard, 1939), a quantifié le champ de contrainte à proximité du fond de fissure. Cette quantité, le facteur d'intensité de contrainte,  $K$ , attribue une valeur à la sévérité du défaut en fond de fissure. Il devient donc possible de comparer cette sévérité à la ténacité du matériau  $K_{IC}$ , une quantité intrinsèque au matériau.

L'équation (II.1) provient d'un développement en série proposé par Williams (Williams, 1957) et présente la définition du tenseur des contraintes en fond de fissure :

**Eq II.1 :**

$$\sigma_{ij} = \left( \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}(\theta) + \text{autre terme}$$

Où  $\sigma_{ij}$  : est le tenseur des contraintes ;

$r$  et  $\theta$  sont les coordonnées du système de repère polaire ;

$K$  : est le facteur d'intensité des contraintes ;

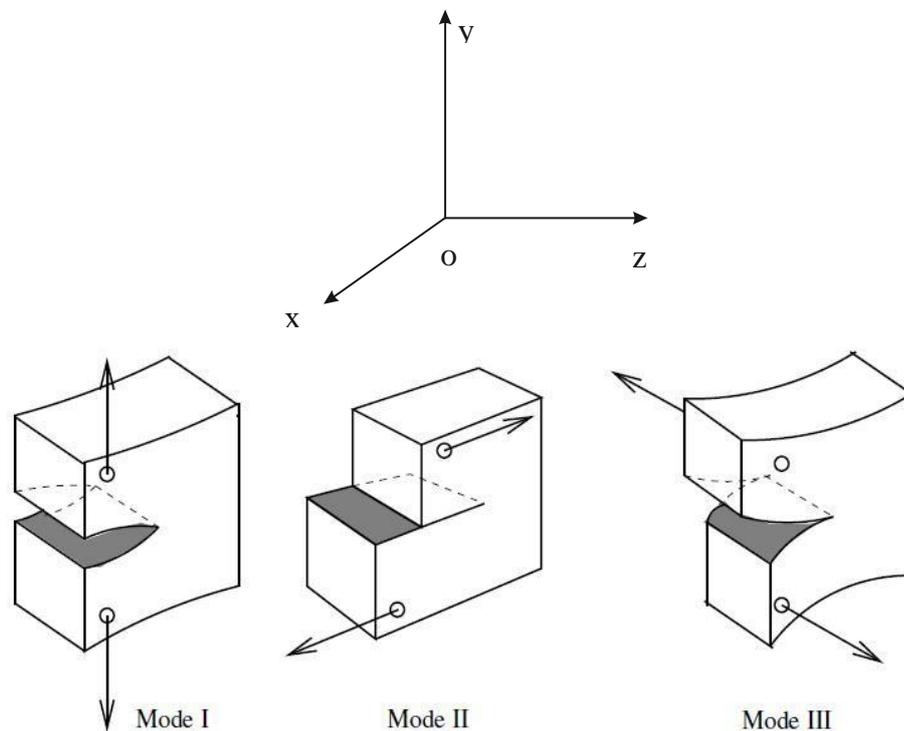
**$f_{ij}$**  : est une fonction adimensionnelle, dépendant du mode de chargement et de la géométrie de la pièce ;

Quand  $r$  tend vers 0, et qu'on approche de la pointe de la fissure, le premier terme de l'Eq. II.1 tend vers l'infini et les autres termes restent constants ou tendent à s'annuler. L'équation décrit alors une singularité de type  $1/\sqrt{r}$ .

Quel que soit le type de chargement, l'état des contraintes aux alentours de la pointe de la fissure est toujours décrit par l'Eq. II.1, tandis que  $K$  et  $f_{ij}$  dépendent du chargement et de la géométrie de la pièce et de la fissure.

### II.2.2. Modes de rupture [1] :

IRWIN considère les fissures comme des surfaces de discontinuité des déplacements. Puisque chacune des trois composantes du vecteur déplacement peut être affecté, il a observé et défini trois modes indépendants possibles pour les mouvements respectifs des deux surfaces d'une fissure :



**Figure II.3 :** Modes de sollicitations d'une fissure [1].

- **Mode I** : un déplacement unique suivant  $Oy$  correspond à un problème plan particulier, désigné par le mode  $I$ . Ce mode est, le plus souvent, le plus dangereux. Il s'apparente au déplacement produit par une dislocation rectiligne coin parallèle au front de la fissure.
- **Mode II** : il est engendré par un cisaillement dans le plan de la fissure et parallèle à l'axe  $Ox$ . Il s'apparente au déplacement produit par une dislocation rectiligne coin parallèle au front de la fissure.
- **Mode III** : il est produit par un cisaillement anti-plan, situé dans le plan de la fissure  $Oxz$  parallèle à l'axe  $Oz$ . Il s'apparente au déplacement produit par une dislocation vis parallèle au front de la fissure.

Notons que dans le cas des modes II et III, les lèvres de fissures restent en contact et entraînent donc des frottements qui diminuent l'énergie disponible pour la propagation de fissure. Ces deux modes sont ainsi généralement moins dangereux que le mode I [14].

Dans le cas général, la surface de rupture se développe suivant une combinaison de ces trois modes. Notons que les ruptures brutales résultent souvent de la propagation des fissures en mode I (Figure II.3). C'est la raison pour laquelle la mécanique de la rupture s'intéresse plus particulièrement à ce mode [17].

### II.3. Facteur d'intensité de contrainte :

Le facteur d'intensité des contraintes  $K$  est le seul paramètre significatif, qui permet de connaître l'état de contrainte et de déformation en toute pointe de fissure. Pour une fissure sollicitée en mode I d'ouverture, la relation entre la sollicitation lointaine normale à l'axe de fissure  $\sigma$  et le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  est la suivante [18] :

$$K = Y \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{Eq II. 2}$$

Avec

**a** : La longueur initiale de la fissure

**$\sigma$**  : Contrainte uniforme appliquée

**Y** : facteur adimensionnel appelé facteur de forme. Il est fonction de la géométrie et de la taille de la fissure a,

La rupture survient lorsque  $K$  atteint une valeur critique  $K_{IC}$  caractéristique du matériau appelée ténacité. :

$$K_{IC} = Y \cdot \sigma_c \cdot \sqrt{\pi a_{eq}} \quad \text{Eq II. 3}$$

#### II.4. Application de la mécanique de la rupture pour les matériaux ductiles [6] :

La mécanique linéaire élastique de la rupture peut être appliquée si une correction de la zone plastique remarquée au voisinage de la fissure est faite.

En faisant introduire une longueur de la fissure de la taille du rayon de la zone plastique, de forme circulaire suggérée par Irwin :

$$a' = a + r_p \quad \text{Eq II.4}$$

$a'$  : la longueur corrigée ;

$r_p$  : la taille de la zone plastique ;

➤ **Etat de contrainte plane :**

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K}{\sigma_y} \right)^2$$

$\sigma_y$  : la limite élastique ;

$K$  : le facteur d'intensité de contrainte.

➤ **Etat de déformation plane :**

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K}{\sigma_y} \right)^2$$

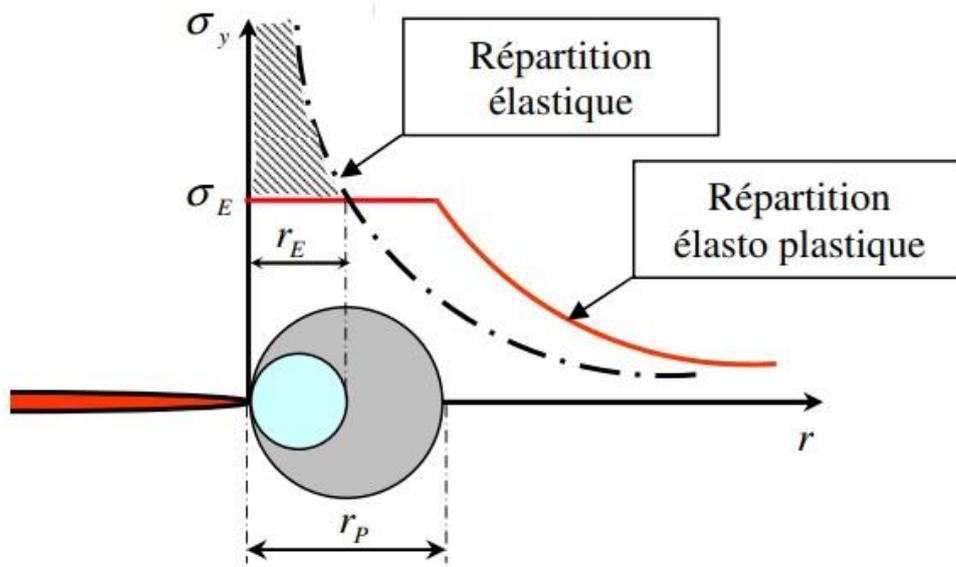


Figure II.4: Correction de la zone plastique [6].

### II.5. Contraintes et déformations de fissure :

Pour certaines configurations de structures contenant des défauts, si le matériau a un comportement isotrope et élastique linéaire, il est possible de déterminer les expressions des champs de déformation et contrainte aux voisinages de la pointe de la fissure, ce dans le cadre de la mécanique de la rupture [19]. Par Irwin en 1957, propose de décrire la distribution des contraintes et les déformations admissibles au voisinage du front d'une fissure admettent un développement asymptotique dont le terme singulier décrit par la relation suivante [20].

$$\sigma_{ij} = K\alpha \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} f_i(\theta) \quad \text{Eq II.5}$$

$$\varepsilon_{ij} = K\alpha \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} g_i(\theta) \quad \text{Eq II.6}$$

Avec :

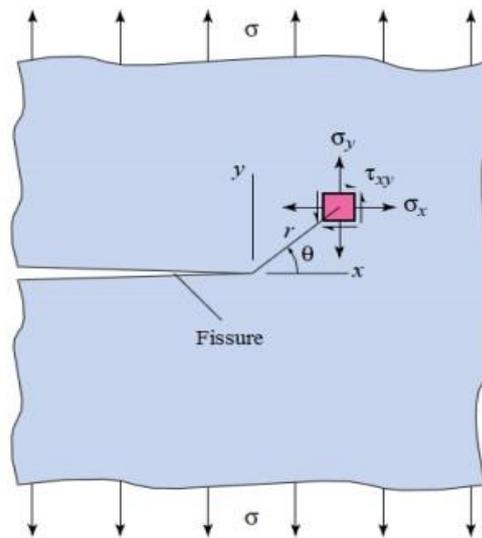
$\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes.

$\varepsilon_{ij}$  est le tenseur des déformations.

$K\alpha$  est le Facteur d'Intensité des Contraintes (FIC) en mode  $\alpha$ .

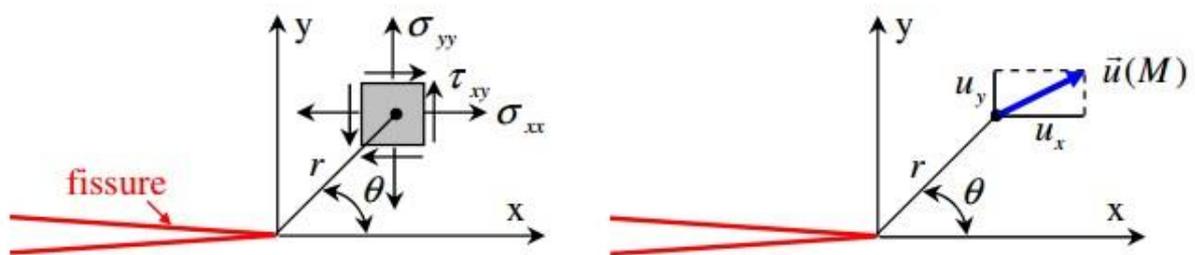
$\alpha = \text{I, II ou III, } ij = xy.$

Les fonctions  $f$  et  $g$  donnent la répartition angulaire.



**Figure. II.5 :** Élément de contrainte au voisinage de la pointe de fissure [19].

## II.6. Expressions des contraintes et des déplacements :



**Figure. II.6:** la contrainte et déplacement au voisinage de l'extrémité d'une fissure [21].

On considère un matériau homogène et isotrope dont le comportement est élastique linéaire. On note :

- ✓  $\lambda$  et  $\mu$  ces coefficients de Lamé.
- ✓  $E$  son module d'Young.
- ✓  $\kappa$  constante de Kolossov.
- ✓  $\nu$  son coefficient de Poisson. Les phénomènes étudiés seront bidimensionnels.

**II.6.1. Champ de contraintes s'exprime comme :****A. Mode I :**

$$\sigma_{xx}(r, \theta) = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(3\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_{yy}(r, \theta) = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(3\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_{xy}(r, \theta) = \frac{KI}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(3\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_{xz}(r, \theta) = \sigma_{yz}(r, \theta) = 0$$

✓ Pour une contrainte plane :

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = 0$$

✓ Pour une déformation plane :

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$$

**B. Mode II :**

$$\sigma_{xx}(r, \theta) = \frac{-KII}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(2 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(3\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_{yy}(r, \theta) = \frac{KII}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(3\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_{xy}(r, \theta) = \frac{-KII}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(3\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$\sigma_{xz}(r, \theta) = \sigma_{yz}(r, \theta) = 0$$

✓ Contrainte plane :

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = 0$$

✓ Déformation plane :

$$\sigma_{zz}(r, \theta) = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$$

**C. Mode III :**

$$\sigma_{xz}(r, \theta) = \frac{-K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_{yz}(r, \theta) = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

**II.6.2. Champ de déplacements s'exprime comme :****A. Mode I :**

$$u_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) (k - \cos(\theta))$$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (k - \cos(\theta))$$

$u_z = 0$  En déformation plane

**B. Mode II :**

$$u_x = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (2 + k + \cos(\theta))$$

$$u_y = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (2 - k - \cos(\theta))$$

$u_z = 0$  En déformation plane

**C. Mode III :**

$$u_y = \frac{K_{III}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

**Avec :**

$k$  : le coefficient de Kolossov définit comme :

- En contraintes planes :  $k = 3 - 4\nu$
- En déformations planes :  $k = \frac{3 - 4\nu}{1 + 4\nu}$

$\mu$  : le module de cisaillement du matériau.

## **II.7. Présentation ABAQUS :**

### **II.7.1 Définition ABAQUS :**

ABAQUS est un code de calcul par la méthode des éléments finis créé en 1978. Il est avant tout un logiciel de simulation de problèmes très variés en mécanique. Simuler la réponse physique des structures soumises à des chargements, des températures, des impacts ou autres conditions extérieures, Il est connu et répandu, en particulier pour ses traitements performants de problèmes non-linéaires [22].

Il est composé de trois produits qui sont : ABAQUS/Standard, ABAQUS/Explicit et ABAQUS/CAE.

### **II.7.2. Généralité sur le code de calcul ABAQUS :**

#### **A. ABAQUS/Standard :**

ABAQUS est un solveur généraliste qui recourt à un schéma traditionnel d'intégration implicite [22].

- Résolution basée sur l'algorithme de Newton-Raphson et la méthode de Riks.
- Problèmes linéaires et non linéaires Géométrie 1D, 2D, 3D et Axisymétrique.
- Nombreuses procédures d'analyse dans le domaine temporel et fréquentiel.

#### **B. ABAQUS/Explicit :**

ABAQUS/ Explicit Un schéma d'intégration explicite pour résoudre des problèmes dynamiques ou quasi-statiques non-linéaires.

- Analyse non linéaire (discrétisation spatiale et temporelle).
- Problème transitoire et dynamique des structures.
- Résolution basée sur la méthode explicite d'intégration en temps.

#### **C. ABAQUS/CAE :**

ABAQUS /CAE Constitue une interface intégrée de visualisation et de modélisation pour les dits solveurs. Chacun de ces produits est complété par des modules additionnels et optionnels, spécifiques à certaines applications.

ABAQUS fut d'abord conçu pour analyser les comportements non-linéaires. Il possède en conséquence une vaste gamme de modèles de matériau. Ses modélisations d'élastomères, en particulier, méritent d'être reconnues.

### II.7.3 Système d'unités dans le code de calcul ABAQUS [22] :

Avant de commencer à définir un modèle, nous devons choisir le système d'unités que nous utiliserons. ABAQUS n'a pas de système intégré d'unités. Toutes les données d'entrée doivent être spécifiées dans des unités cohérentes dans les résultats qui suivent le système d'unité et base sur SI (mm). Le tableau suivant représente la correspondance des unités sous ABQUS.

Grandeur	SI	SI (mm)	US Unité (ft)	US Unité (inch)
Longueur	m	Mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Masse	Kg	Ton (10 Kg)	Slug	lbf S <sup>2</sup> /in
Temps	S	S	S	S
Stress	Pa (N/m <sup>2</sup> )	MPa (N/m <sup>2</sup> )	lbf/ft <sup>2</sup>	Psi (lbf/in <sup>2</sup> )
Energie	J	mJ (10 J)	Ft lbf	In lbf
Densité	Kg/m	Ton/mm	Slug/ft <sup>3</sup>	lbf S <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>

**Tableau II.1** : Système d'unités pour la programmation [22].

### II.7.4. Organisation de l'interface ABAQUS CAE (complète ABAQUS environnement) :

Il est important de savoir que le module CAE figure II.7 que vous allez utiliser pour créer votre jeu de données est relativement récent (quelques années) et qu'il est plutôt destiné à la mise en données de problèmes relativement classiques.

Donc pas toutes les commandes utilisables dans Abaqus et fait souvent le choix de Paramètres par défaut [22].

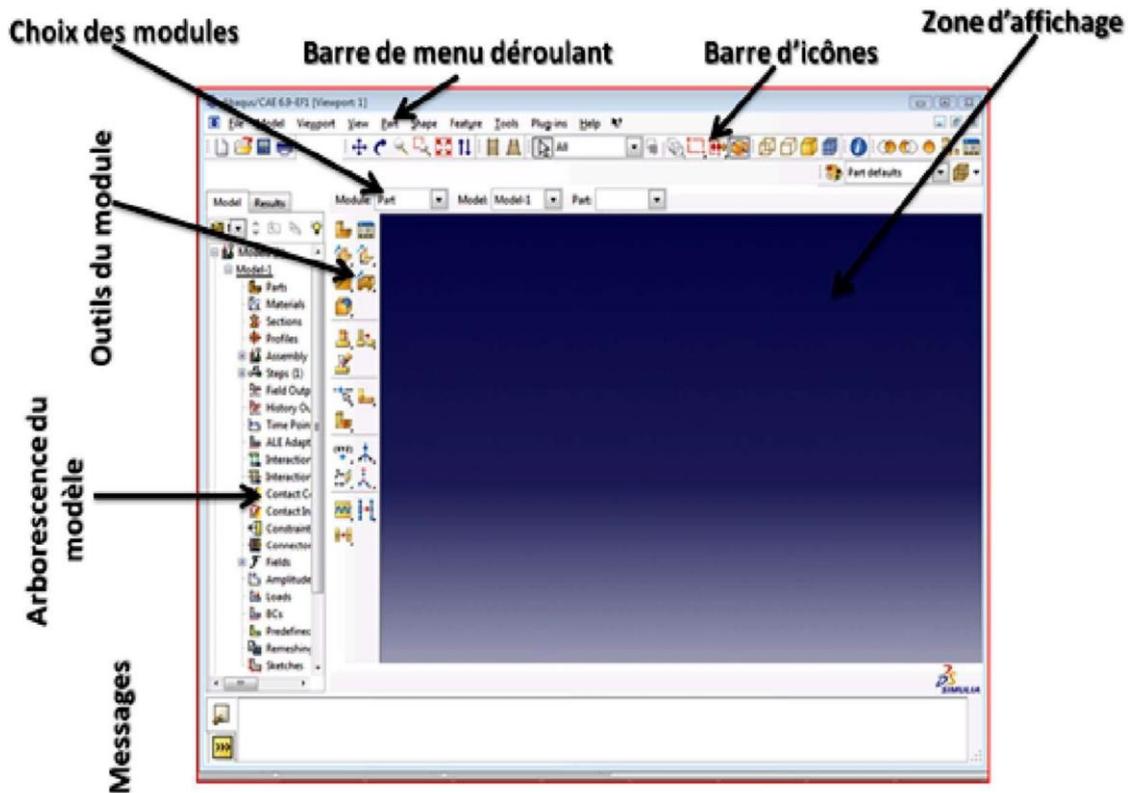
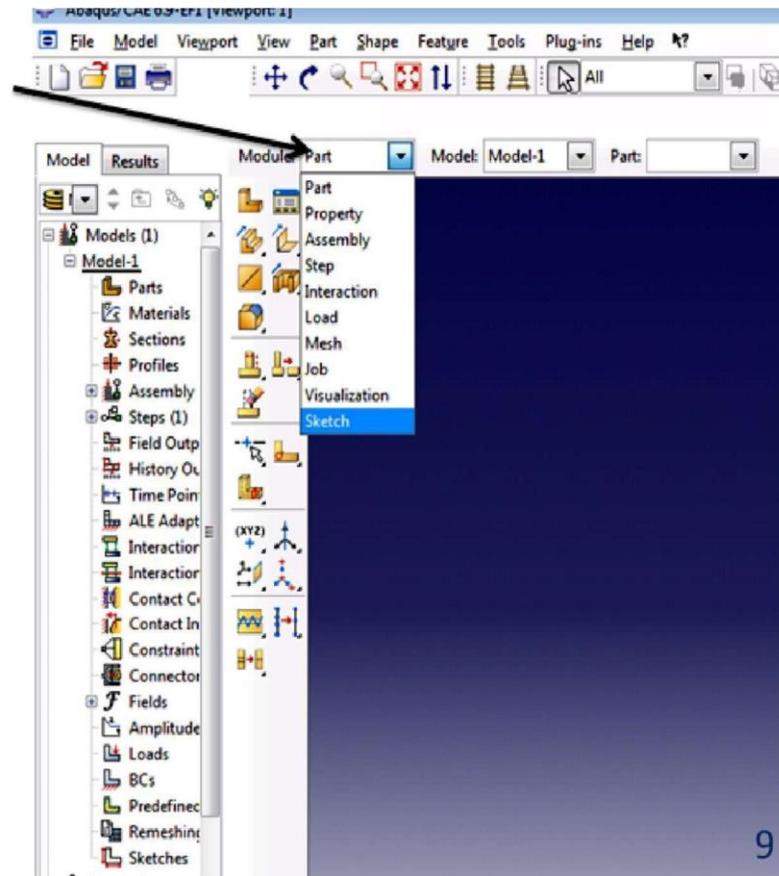


Figure II.7 : Organisation d'ABAQUS [22].

#### II.7.4.1. Les modules [22] :

ABAQUS CAE est divisé en unités fonctionnelles appelées modules. Chaque module contient les outils qui sont propres à une partie de la tâche de modélisation. Figure II.8.

- *Module Part*
- *Module Property*
- *Module Assembly*
- *Module Step*
- *Module Interaction*
- *Module Load*
- *Module Mesh*
- *Module Job*
- *Module Visualization*
- *Module Sketch*



**Figure II.8** : Réalisation de la mise en données d'un problème [22].

- **Le module « PART ».**

Le module Part permet de créer tous les objets géométriques nécessaires à notre problème, soit en les dessinant dans ABAQUS CAE, soit en les important d'un logiciel de dessin tiers.

- **Le module « PROPERTY » :**

Le module propriété permet, comme son nom l'indique, de définir toutes les propriétés d'un objet géométrique ou d'une partie de ces objets.

- **Le module « ASSEMBLY » :**

Ce module permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées global. Un modèle ABAQUS contient un seul assemblage.

- **Le module « STEP » :**

Ce module permet de définir toutes les étapes et les requêtes pour le post traitement, c'est à dire le moment (temps) à partir duquel une force est appliquée et jusqu'à quand, il est aussi possible de créer des forces ou des conditions limites qui s'activent à des moments donnés.

- **Le module « INTERACTION » :**

Grâce ce module, il est possible de spécifier toutes les interactions entre les différentes parties et régions du modèle, qu'elles soient mécaniques, thermiques ou autres. Il faut savoir qu'ABAQUS ne prend en compte que les interactions explicitement définies, la proximité géométrique n'étant pas suffisante.

- **Le module « LOAD » :**

Le module load permet de spécifier tous les chargements, conditions limites et champs. Il faut savoir que les chargements et le conditions limites sont dépendants des steps, par exemple une force est appliquée au step 1 mais inactive au step 2.

- **Le module « MESH » :**

Ce module contient tous les outils nécessaires pour générer un maillage élément fini sur un assemblage.

- **Le module « JOB » :**

Une fois que toutes les tâches de définition du modèle ont été réalisées, il faut utiliser le module Job pour analyser ce modèle. ABAQUS va alors réaliser tous les calculs nécessaires et en tirer des résultats.

- **Le module « VISUALIZATION » :**

Ce module permet de visualiser le modèle et les résultats, les courbes de charges, les déformations...

- **Le module « SKETCH » :**

Ce module permet de créer des formes bidimensionnelles qui ne sont pas associés à un objet. Il peut être utilisé pour des extrusions par exemple.

#### **II.7.4.2. Les différents fichiers pour la simulation sous ABAQUS [22] :**

##### **1) Fichier d'entrée (Input file) :**

- **Extension. inp :** contient des mots clés décrivant la géométrie, les matériaux, les Conditions limites et les chargements de la structure étudiée.
- **Génération du fichier. inp :**
  - ✓ Avec un éditeur (fichier texte) ou programme en connaissant les divers mots clés de commande ABAQUS.
  - ✓ Avec l'interface graphique ABAQUS/CAE.

##### **2) Fichier de résultats (output file) :**

- Extension. Odb : Contient les contours et courbes de résultats.

##### **3) Autres fichiers simulation :**

- ✓ Fichier .com : exécutable de vos calculs.
- ✓ Fichier .log : fichier de procédure.
- ✓ Fichier .msg : résumé du déroulement du calcul en cours, message d'erreur.
- ✓ Fichier .dat : liste des résultats, résumé de votre modélisation.
- ✓ Fichier .res : fichier binaire de reprise.
- ✓ Fichier. fil : fichier binaire des résultats.

Fichier. sta : Fichier statistique ... etc.

**II.8. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté un rappel théorique sur les grandeurs physiques Utilisées dans notre étude tel que le FIC K. Ces paramètres sont très utilisés dans la pratique car ils ont une relation directe avec la contrainte et la déformation. À la fin présentation logiciel utilisé ABAQUS

---

# **CHAPITRE III :**

*Simulation numérique par ABAQUS*

---

### III.1. Modèle utilisé ; matériau analysé :

Notre étude se fait sur une éprouvette CT (Compact-Tension) d'aluminium pur, soumise à un effort de traction sur le trou supérieur de l'éprouvette, et encastrée sur le trou de la partie inférieure de la plaque. (Figure III.1)

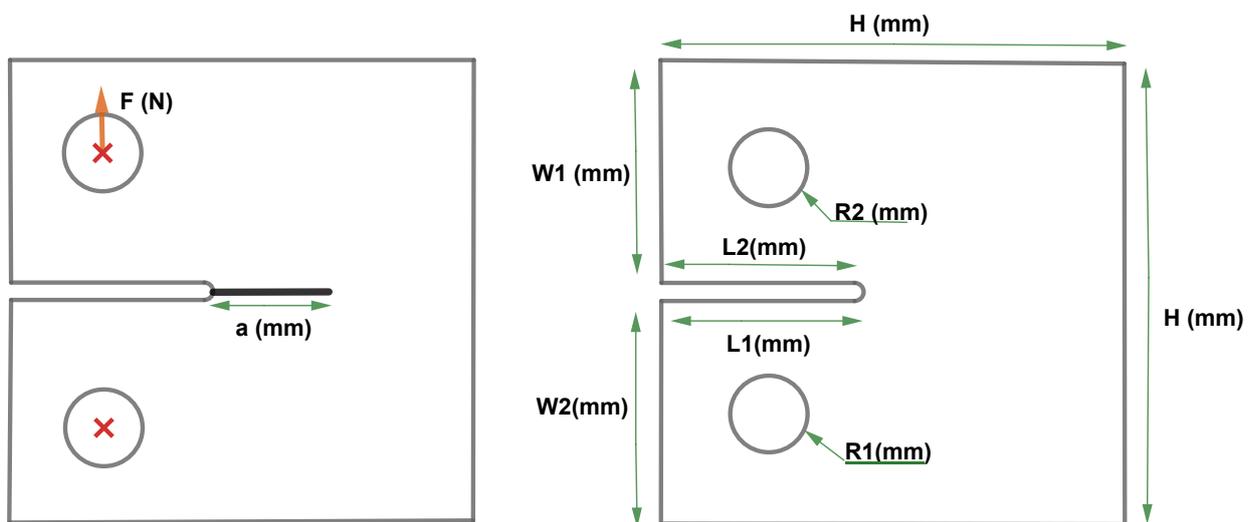


Figure III.1: Représentation schématique du modèle

Grandeurs	Valeur	Unité
La Longueur de la plaque $H * H$	60	Mm
Les Longueurs $W1 = W2$	29	Mm
Les Longueurs $L1 = L2$	25	Mm
Les Rayons du Cercle $R1 = R2$	5	Mm
La longueur initiale de la fissure $a$	1	Mm

Tableau III.1: les données géométriques de la plaque

Les propriétés des matériaux utilisés dans cette étude correspondent à un Aluminium dont les propriétés mécaniques sont résumées dans le tableau III.2. On considère que le matériau d'un comportement élastique.

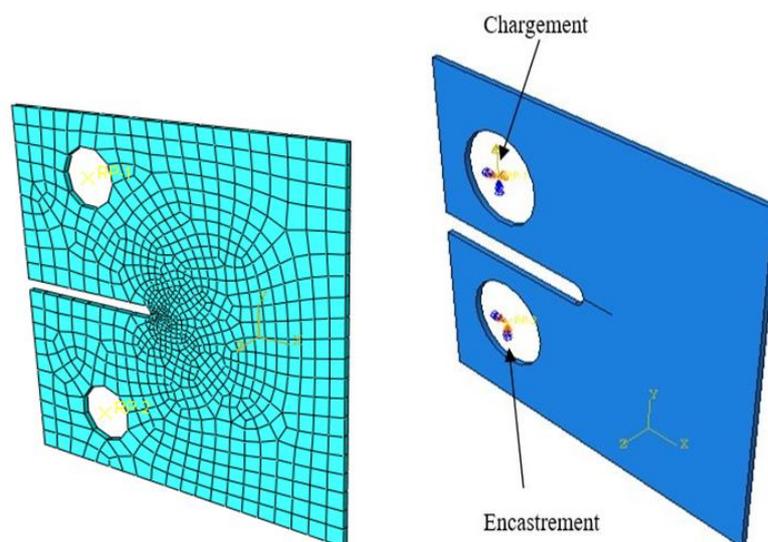
Grandeur	Valeur	Unité
Limite élastique ( $R_e$ )	100-130	MPa
Module de Young (E)	72	GPa
Coefficient de Poisson	0.3	
Ténacité $K_{IC}$	758.9466	$MPa\sqrt{mm}$

**Tableau III.2 :** Propriétés mécaniques de l'Aluminium

### III.2. Conditions aux limites et maillage du model :

L'éprouvette est soumise à un effort de traction sur le trou supérieur de l'éprouvette, et encastrée sur le trou de la partie inférieure de la plaque. (Figure III.2).

Le code de calcul utilisé pour cette étude est ABAQUS 6.14 [11], en utilisant des éléments de type un élément Brique à huit nœuds de type iso paramétrique C3D8R avec 57120 nœuds. Le nombre d'éléments est 3998.



**Figure III.2:** Conditions aux limites et maillage adapté au modèle.

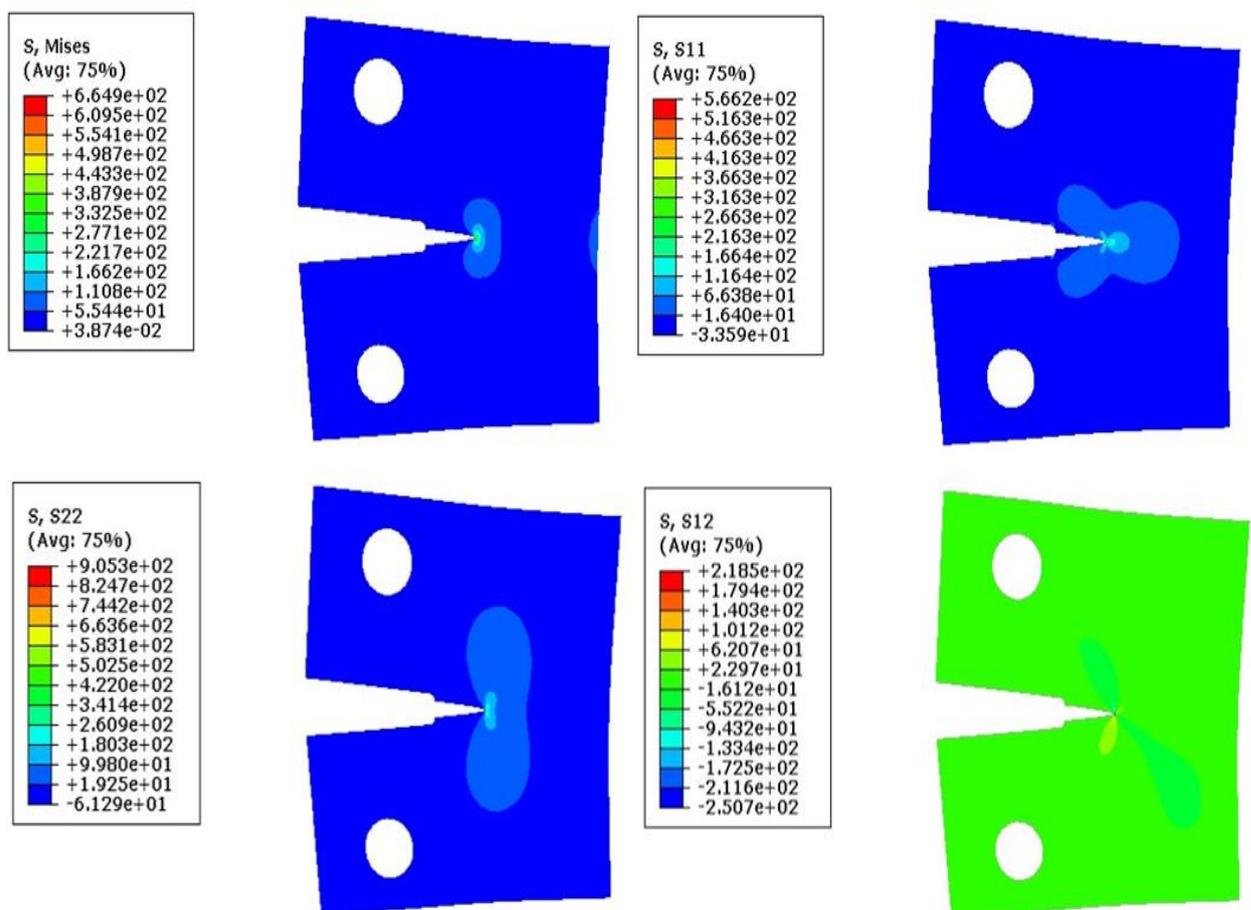
### III.3. Résultats et analyse :

L'étude numérique est faite par le code du calcul ABAQUS [11]. On varie la longueur de la fissure de (1mm/3mm/5mm/10mm).

Pour chaque longueur de fissure, le code de calcul Abaqus donne les valeurs de facteur d'intensité de contraintes en mode d'ouverture et en mode de cisaillement.

#### III.3.1 Distribution des contraintes :

Les résultats obtenus à partir de cette étude sont présentés sur la figure III.3. Cette figure montre la répartition de la contrainte équivalente et les contraintes normales suivant les trois axes dans l'éprouvette proche de la fissure. Ces données montrent clairement que les contraintes les plus élevées se situent à proximité de la fissure. Loin de cette fissure, l'éprouvette est complètement libérée de ces contraintes.



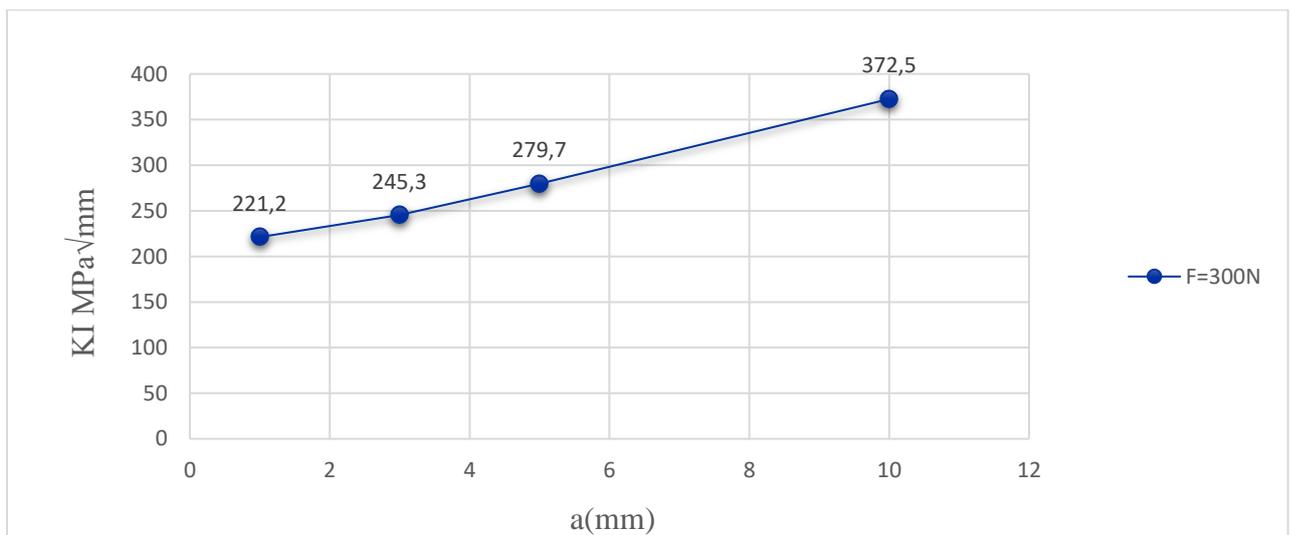
**Figure III.3 :** Distribution de la contrainte équivalente et normales pour un chargement mécanique :  $F= 300N$ .

Le tableau suivant donne les résultats trouvés numériquement :

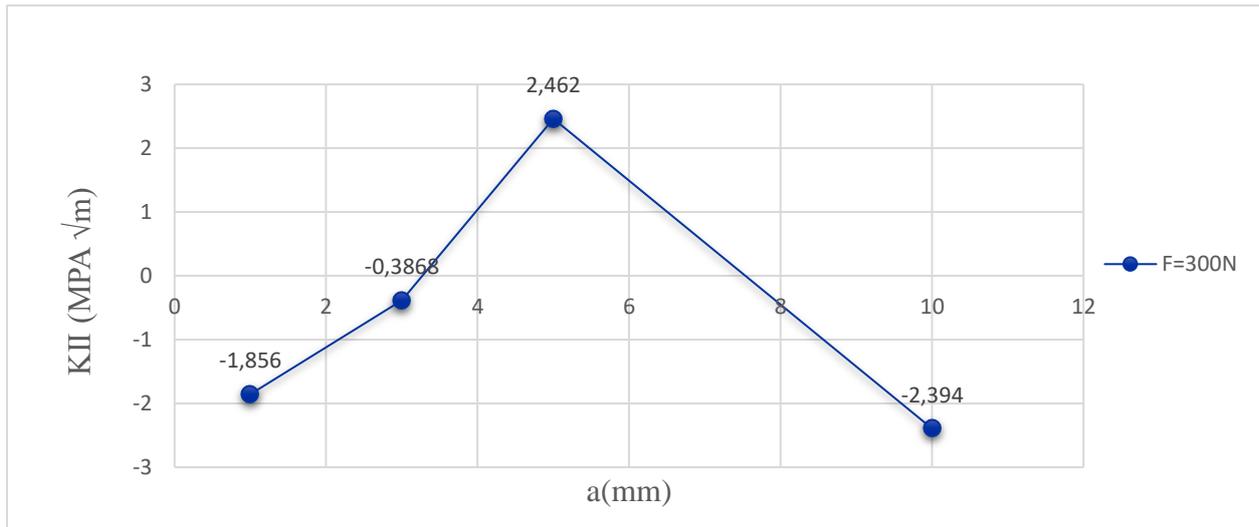
<b>a (mm)</b>	1	3	5	10
<b>KI (MPa√mm)</b>	221,2	245,3	279,7	372,5
<b>KII (MPa√mm)</b>	-2,856	-0,3868	-2,462	-3,394

**Tableau III.3 :** KI et KII pour différentes longueurs de fissure (F=300N)

Les figures III.4 et III.5 présentent respectivement la variation des facteurs d'intensité de contrainte KI et KII en fonction de la longueur de fissure a pour F= 300 N. Ces résultats montrent clairement que le facteur d'intensité de contrainte en mode d'ouverture KI augmente avec l'augmentation de la longueur de fissure. Le facteur d'intensité de contraintes KII prend des valeurs faibles et aléatoires. Donc le mode le plus dominant dans cette étude est le mode I.



**Figure III.4 :** Variation de KI en fonction de a pour F=300N

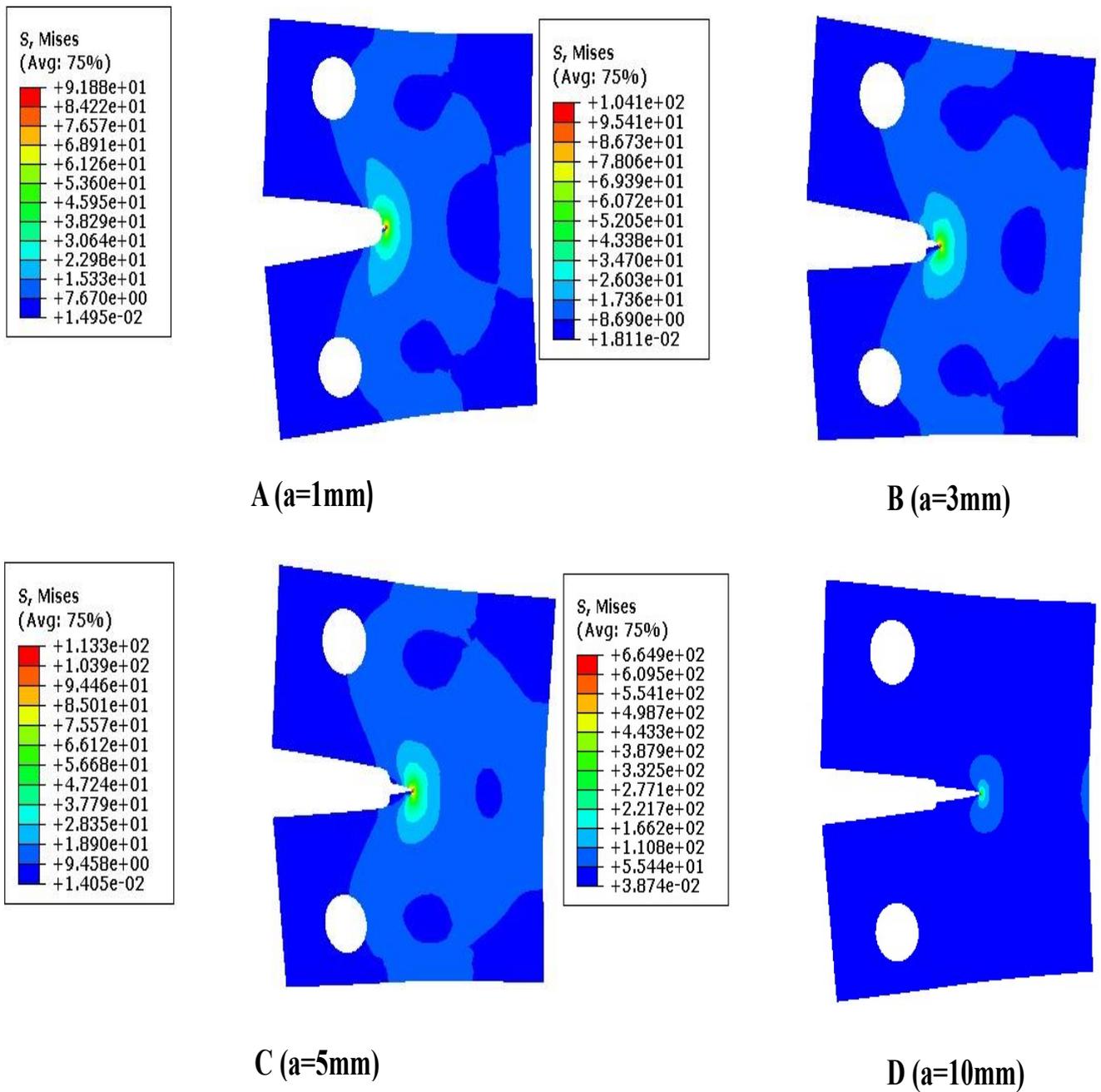


**Figure III.5:** Variation de  $K_{II}$  en fonction de  $a$  pour  $F=300\text{N}$

### III.3.2. Effet de la charge appliquée $F$ (N) :

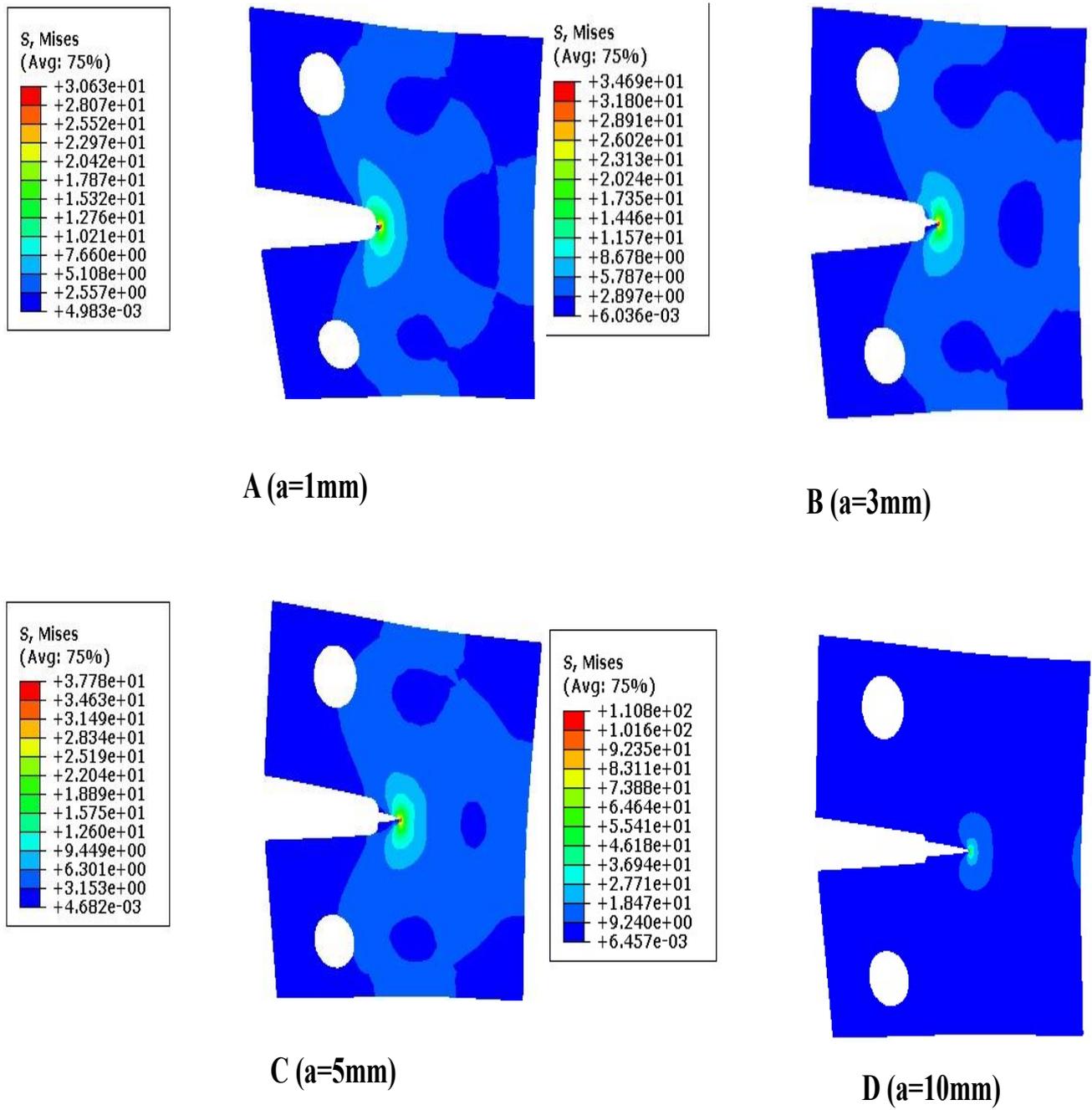
Dans cette partie d'étude, on va déterminer l'effet de la charge appliquée  $F$  sur les facteurs d'intensité de contraintes en mode I et II. Pour la même éprouvette, On a fait varier la force de 50 N jusqu'à 300 N.

L'effet du chargement mécanique sur la distribution de la contrainte équivalente de Von Mises est représenté sur les figures III.4 et III.5. Elle montre clairement qu'un chargement plus intense induit une contrainte plus forte dont le niveau atteint son maximum au tête de fissure.



**Figure III.6 :** Distribution de la contrainte équivalente pour un chargement mécanique :

$$F= 150N.$$



**Figure III.7 :** Distribution de la contrainte équivalente un chargement mécanique pour  $F=50N$ .

Les tableaux (III.4, III. 5) suivants donnent les résultats trouvés numériquement pour  $F=150N$  et  $F=50N$  :

<b>a (mm)</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>10</b>
<b>KI (MPa <math>\sqrt{mm}</math>)</b>	110,6	123,2	135,5	186,2
<b>KII (MPa <math>\sqrt{mm}</math>)</b>	-1,428	-0,1934	1,305	-1,697

**Tableau III.4 :** KI et KII pour différentes longueurs de fissure ( $F=150N$ )

<b>a (mm)</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>10</b>
<b>KI(MPa<math>\sqrt{mm}</math>)</b>	36,86	41,05	45,16	62,08
<b>KII(MPa<math>\sqrt{mm}</math>)</b>	-0,476	-0,064464	0,4351	-0,5656

**Tableau III. 5 :** KI et KII pour différentes longueurs de fissure ( $F=50N$ )

Les figures III.6 et III.7 illustrent la proportionnalité directe entre les facteurs d'intensité de contrainte en mode I et mode II avec les contraintes appliquées. On remarque aussi que quel que soit la longueur de la fissure, plus la contrainte appliquée est grande, plus les facteurs d'intensité de contrainte augmentent. Ces relations linéaires sont fondamentales pour prédire la croissance des fissures et évaluer la durabilité des structures sous charges variées.

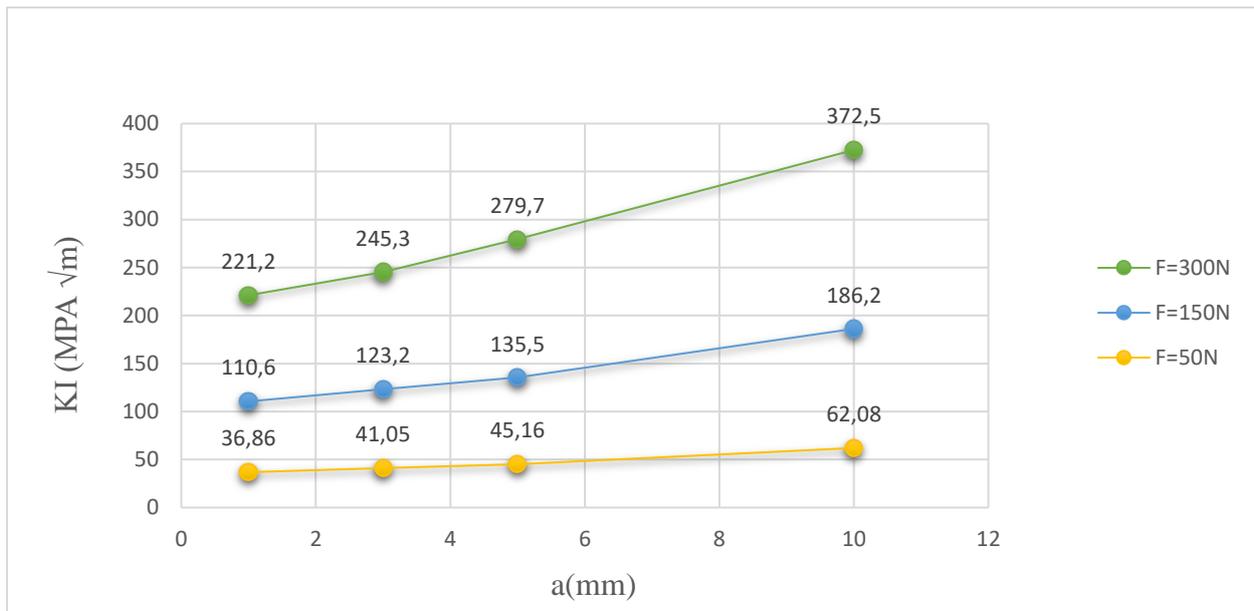


Figure III.8 : Variation de KI en fonction de a et la contrainte appliquée de traction

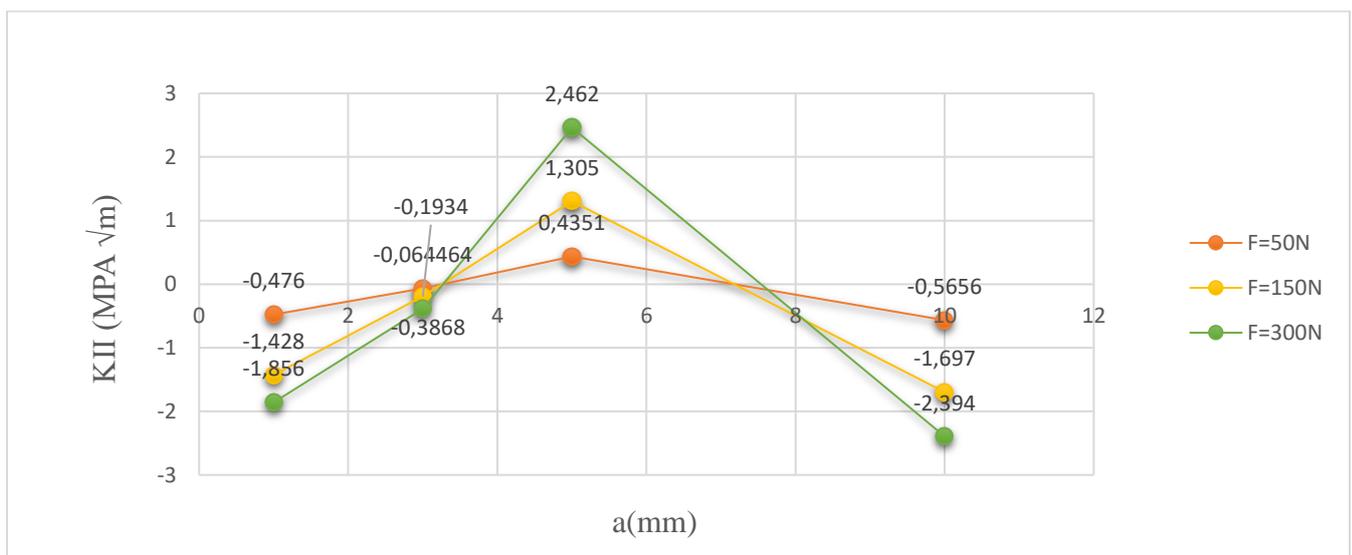
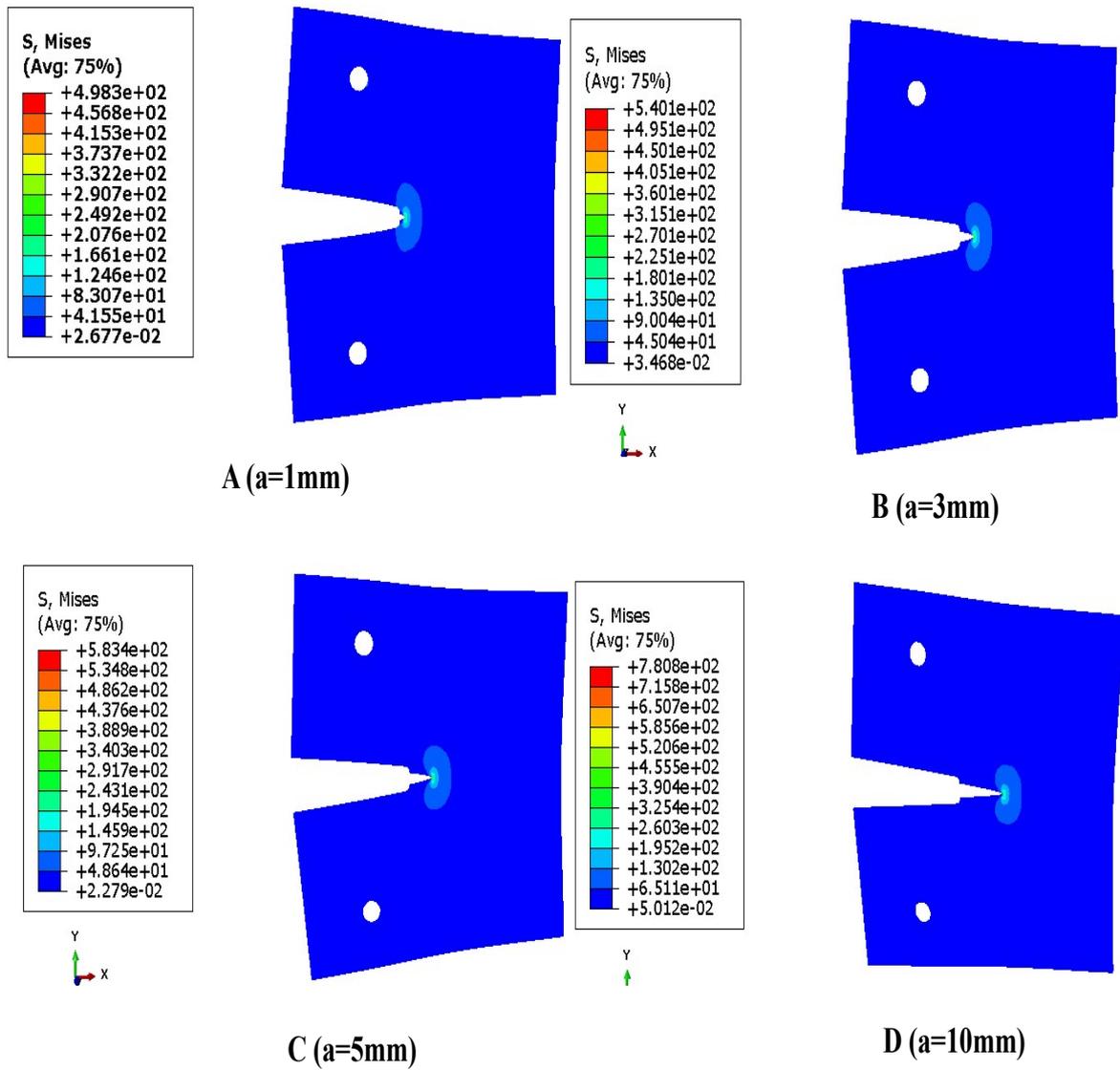


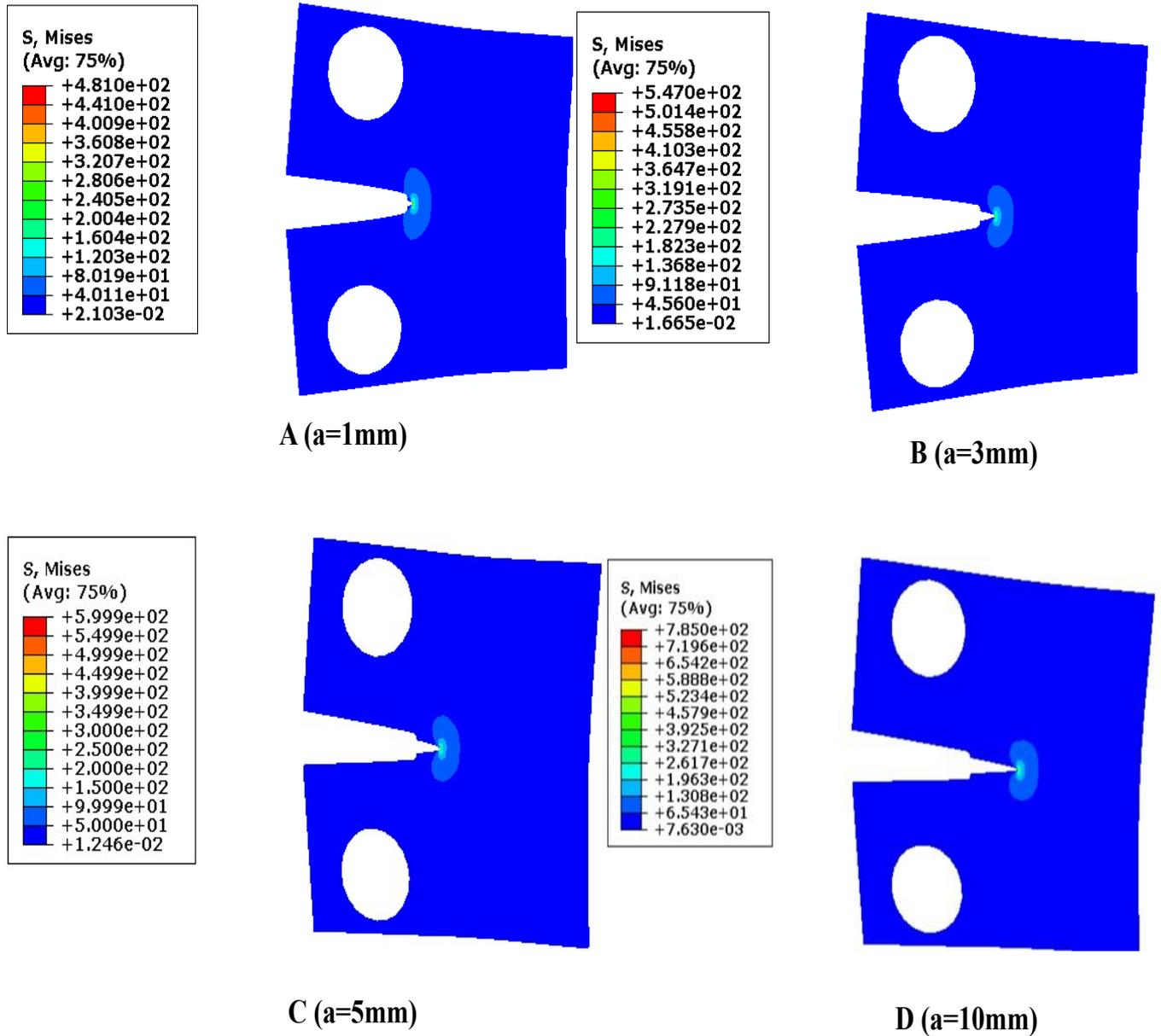
Figure III.9 : Variation de KII en fonction de a et le chargement appliqué

### III.3.3. Effet de diamètre D :

Les figures III.8, III.9 et III.10 présentent la distribution de contrainte équivalente et la variation des facteurs d'intensité de contraintes en mode I en fonction de la longueur de fissure et la charge appliquée. Ces figures montrent que le diamètre du cercle (ou trou) n'a aucun effet sur la distribution de la contrainte équivalente de Von mises et les facteurs d'intensité de contraintes en mode I et II, cela signifie que les facteurs d'intensité de contrainte en mode I et en mode II ainsi que la distribution de la contrainte équivalente, sont uniquement influencés par les paramètres géométriques de l'éprouvette CT (la longueur de la fissure) et les conditions de charge appliquée.



**Figure III.10:** Distribution de la contrainte équivalente pour un chargement mécanique :  $F=300$  N et  $d=4$  mm



**Figure III.11:** Distribution de la contrainte équivalente pour un chargement mécanique :  
 $F = 300 \text{ N}$  et un diamètre 16mm

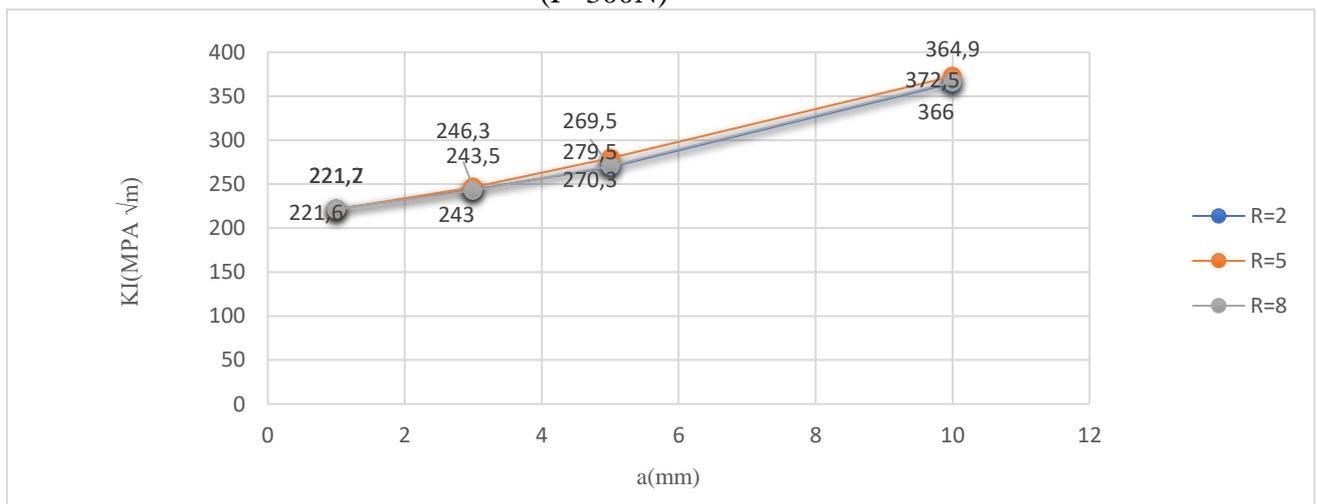
Les tableaux (III.6, III.7) suivants donnent les résultats trouvés numériquement pour F=300N et diamètre (4mm, 16mm) :

<b>a(mm)</b>	1	3	5	10
<b>KI (MPa <math>\sqrt{\text{mm}}</math>)</b>	221,6	243	269,5	366
<b>KII (MPa <math>\sqrt{\text{mm}}</math>)</b>	-1,288	-2,197	-1,524	-1,949

**Tableau III. 6 :** KI et KII pour différentes longueurs de fissure et le diamètre 4mm (F=300N)

<b>a (mm)</b>	1	3	5	10
<b>KI (MPa <math>\sqrt{\text{mm}}</math>)</b>	221,7	243,5	270,3	364,9
<b>KII (MPa <math>\sqrt{\text{mm}}</math>)</b>	-1,586	-4,437	-2,618	-1,544

**Tableau III.7 :** KI et KII pour différentes longueurs de fissure et le diamètre 16mm (F=300N)



**Figure III.12 :** Variation de KI en fonction de a pour F=300N.

**III.4. Comparaison avec la valeur théorique :**

Le facteur d'intensité de contraintes KI est donné par la relation théorique suivante [09] :

Si  $0,2 \leq \frac{a}{w} \leq 0,7$

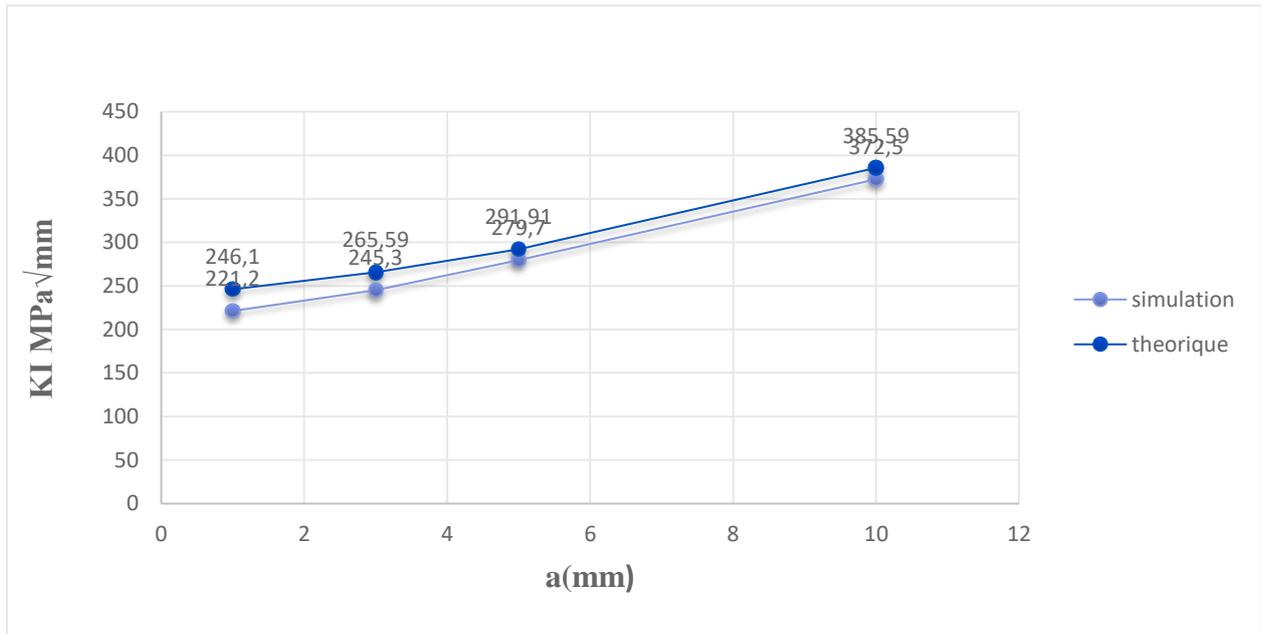
$$K_{I} = \frac{F}{B\sqrt{w}} \left[ 29,6 \left( \frac{a}{w} \right)^{\frac{1}{2}} - 185,5 \left( \frac{a}{w} \right)^{\frac{3}{2}} + 655 \left( \frac{a}{w} \right)^{\frac{5}{2}} - 1017 \left( \frac{a}{w} \right)^{\frac{7}{2}} + 638,9 \left( \frac{a}{w} \right)^{\frac{9}{2}} \right]$$

Le tableau III.8 suivant donne les résultats trouvés théoriquement :

<b>a (mm)</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>10</b>
<b>KI théorique MPa <math>\sqrt{mm}</math></b>	246,1	265,59	291,91	385,59

**Tableau III.8 :** Kth pour différentes longueurs de fissure

La variation de facteur d'intensité de contraintes théorique Kth et KI en fonction de la longueur de fissure est représenté sur la figure III.6. Cette dernière montre clairement que les variations de Kth suivent la même variation de KI. Donc, On a observé un bon accord entre les résultats théoriques et l'étude numérique.



**Figure III.13:** Variation de KI en fonction de a pour F= 300N.

---

**CONCLUSION**

**GÉNÉRALE**

---

## Conclusion générale

Les résultats obtenus numériquement par la méthode des éléments finis montrent que :

- Lorsque la longueur de la fissure augmente, le facteur d'intensité de contrainte augmente également. Cela s'explique par le fait que les contraintes près de la pointe de la fissure augmentent avec la longueur de la fissure.
- Une augmentation de la charge appliquée conduit à une augmentation linéaire du facteur d'intensité de contrainte en mode I et II. Si la charge double, KI et KII double également.
- Le diamètre du cercle (ou trou) n'a aucun effet sur la distribution du facteur d'intensité de contrainte en mode I et II.
- On a observé un bon accord entre les résultats théoriques et l'étude numérique.

Cette analyse est fondamentale pour la caractérisation de la ténacité à la rupture des matériaux, permettant de prédire la croissance des fissures et d'évaluer la durabilité des structures sous charge.

---

# **BIBLIOGRAPHIE**

---

## Bibliographie

- [1] : Ba Danh Le. " Modélisation discrète en mécanique de la rupture des matériaux fragiles " Thèse de Doctorat en génie civil. Université de Strasbourg ,2013. Français.
- [2] : MOUSSAOUI Mustafa. " ETUDE ET MODELISATION DE LA RESISTANCE A LA RUPTURE SUR DES EPROUVETTES ENTAILLEES" Thèse de Doctorat en génie mécanique. Université Constantine ,2015.
- [3] : NATECHE Tahar. "Réhabilitation et renforcement des canalisations sous pression en présence des défauts de surfaces" Thèse de doctorat en génie mécanique. Université des sciences et de la technologie- Mohamed Boudiaf- Oran.
- [4] : AMMARA Zenati Abdeljalil. "Étude du comportement des aciers API 5L X60 Sollicités par contraintes mécaniques et milieu de sol Algérien simulé" Thèse de doctorat En génie mécanique option science des matériaux. Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen (2014).
- [5] : MESLI Kamel, LAKEHAL Mohammed El Habib." ETUDE PAR ELEMENTS FINIS DE LA PROPAGATION DE LA FISSURE D'UNE PLAQUE "Mémoire MASTER II ACADEMIQUE, département génie mécanique. UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA, (2018 / 2019).
- [6] : Dr BOUAFIA Farida. Cours "mécanique de la rupture "département de génie mécanique. Université Ain temochente.
- [7] : Dr DJEBLOUN Youcef Etude Bibliographique : Mécanique linéaire élastique de la rupture (Biskra).
- [8] : ZIDANE Khaldia, BENSEGHIER Sakina. " Simulation numérique d'une éprouvette CT présentant une fissure émanant d'une entaille, en comportement en rupture, par la méthode des éléments finis étendus (XFEM) " Mémoire MASTER II ACADEMIQUE, département génie mécanique Université Ibn Khaldoun de Tiaret. (2020/2021).
- [9] : Mr. M. ALMANSBA. " L'effet du temps de maintient sur la résistance à la rupture d'un acier TRIP 304L". Mémoire de MASTER ACADEMIQUE, département génie mécanique UNIVERSITE MOULOUD MAMMERRI DE TIZI -OUZOU. (2019/2020).
- [10] : Mr Ahmed BENHAMOUDA. " Etude du comportement des fissures dans les tubes sous pression interne " Mémoire magister en génie mécanique. Université MENTOURI CONSTANTINE 1 ;2010.
- [11] : IMSI. Cours "mécanique de la rupture ". Université Oran2, 7mars 2020.

[12] : Dominique FRANÇOIS : Professeur honoraire de l'École Centrale Paris, « Essais de mesure de la ténacité - Mécanique de la rupture », Technique de l'ingénieur, 10 décembre 2007.

[13] : Alain IOST, « Détermination de la ténacité de matériaux fragiles ou ductiles à partir de l'essai d'indentation », Revue de Métallurgie, 2013.

[14] : Melle SAIB Meriem. “ Etude expérimentale et numérique d'une structure fissurée sous contrainte de fatigue « Mémoire magister en génie mécanique. Université M'HAMED BOUGARA DE BOUMERDES ;2012.

[15] : David Grégoire," Initiation, propagation, arrêt et redémarrage de fissures sous impact". Thèse 2008.

[16] : pierre-Antony Deschênes, "comportement des fissures de fatigue dans un champ de contraintes résiduelles de tension”. Thèse 2016.

[17] : BELMOKHTAR Abdelkader." Contribution au développement d'un modèle de propagation pour la prédiction de la durée de vie en fatigue " Magister en génie mécanique, Ecole Doctorale : Mécanique des Matériaux & Structures. ; Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen. 2012-2013.

[18] : NOURREDINE ait Hocine. Approches globales de la mécanique de la rupture appliquée aux élastomères. Thèse de doctorat ; Université des sciences et technologies de Lille ;1996.

[19] : Saverio Fiordalisi. "Modélisation tridimensionnelle de la fermeture induite par plasticité lors de la propagation d'une fissure de fatigue dans l'acier 304L" Thèse de doctorat ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers, 2014. Français.

[20] : Aimé-Claude Nyoungue. " Comportement à la rupture des matériaux fragiles sous sollicitations dynamiques : Application sur le verre" Thèse de doctorat des mécaniques des matériaux. Université Paul Verlaine - Metz, 2001. Français. ;2001.

[21] : Abderrahim ZEGHLOUL. Cours "CONCEPTS FONDAMENTAUX DE LA MECANIQUE DE LA RUPTURE " Master MECANIQUE, MATERIAUX, STRUCTURES, PROCEDES. Université De lorraine. (2016.2017).

[22] : Mr. Bouleftour Abderrahmane. "Evaluation d'éléments finis volumiques dans Abaqus sur des cas test non linéaires géométrique ". Mémoire De fin d'études, département de Mécanique. Université de Biskra, Juin 2011.

