



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Centre universitaire – Ain Témouchent  
Institut des Sciences et de la Technologie

---

**Cours Eléments de Machines  
destiné aux étudiants de Master 2  
Filière : Génie Mécanique  
Spécialité : Mécanique & Energétique**

**Par Dr Amine Beloufa**

## PREFACE

Le cours éléments de machines destiné aux étudiants de Master 2 spécialité Mécanique & Energétique constitue un élément de base pour ceux qui veulent comprendre, apprendre et acquérir les lois fondamentales de calcul des éléments de machines. Egalement, ce cours apportera les notions de base pour les étudiants qui souhaitent approfondir leurs connaissances en matière de conception et dimensionnement des constituants de machines.

Ce cours offre à l'étudiant l'aptitude à analyser et choisir les bonnes solutions technologiques ; ce choix repose sur plusieurs critères tels que le respect des conditions du cahier des charges et de la normalisation de calcul et de conception, la prise en compte des sollicitations extérieures et les conditions de montage...

En fin, ce cours respecte bien l'intégralité du programme d'enseignement imposé par le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique, il contribue à l'amélioration de l'enseignement de la construction mécanique ou des éléments de machines et ceci à travers de nombreux exercices qui sont présentés à la fin de chaque chapitre et leurs solutions détaillées présentées à la fin de cet ouvrage.

# Table des Matières

Introduction générale .....	12
Chapitre 1 : Principe de conception .....	17
1. Introduction .....	17
2. Bureau d'études.....	18
3. Matériaux de construction.....	19
3.1. Caractéristiques mécaniques des matériaux métalliques .....	19
4. Critère d'élasticité ou critère de rupture.....	20
4.1. Critères de Von Mises .....	20
4.2. Critères de Tresca.....	21
4.3. Coefficient de sécurité.....	21
5. Fatigue des matériaux .....	22
6. Normes et réglementation .....	22
Chapitre 2 : Liaisons mécaniques .....	25
1. Définition .....	25
2. Liaison complète .....	25
3. Liaison partielle.....	26
4. Liaison complète permanente ou non démontable.....	27
5. Liaison complète démontable .....	27
6. Symboles cinématiques des liaisons entre deux solides .....	29
6.1 Classes d'équivalence .....	30
Travaux dirigés N°1 « Liaisons mécaniques ».....	31
Chapitre 3 : Eléments d'assemblage et leur calcul.....	33
1. Assemblage des pièces par éléments de serrage .....	33
1.1 Boulons .....	33
1.2 Vis .....	34
1.3 Lacets ou Tirants .....	34
1.4 Goujons .....	34
1.5 Insert.....	35
2. Type de vis d'assemblage .....	35
3. Freinage des éléments de serrage.....	36
3.1 Freinage par adhérence .....	37
3.2 Freinage par obstacle.....	38
4. Calcul de la visserie .....	39
5. Assemblage des pièces par les rivets .....	42
6. Type de rivets.....	43
7. Les avantages et inconvénients de l'utilisation des rivets.....	43
7.1 Avantages des rivets.....	43
7.2 Inconvénients des rivets .....	43
8. Principe de formation de la rivure.....	44
8.1 Rivetage à froid d'un rivet à tête ronde.....	44
8.2 Rivetage à chaud d'un rivet à tête ronde.....	44
8.3 Rivetage à froid d'un rivet creux .....	45
8.4 Rivetage à froid d'un rivet Pop .....	45
9. Dispositions des rivets.....	46
10. Calcul de la résistance des rivets et les membrures .....	47
11. Emmanchement forcé.....	48
12. Ressorts .....	49
12.1 Matériaux des ressorts.....	50
12.2 Calcul des ressorts.....	51
Travaux dirigés N°2 « Eléments d'assemblage et leur calcul ».....	53

Chapitre 4 : Eléments de transmission du mouvement .....	58
1. Les Arbres .....	58
1.1 Définition de l'arbre .....	58
1.2 Formes de l'arbre .....	58
1.3 Matériaux de l'arbre .....	59
1.4 Sollicitations appliquées à l'arbre .....	59
1.5 Calcul et dimensionnement de l'arbre.....	61
1.5.1 Critère de déformation .....	61
1.5.2 Critère de résistance .....	63
1.5.3 Guidage .....	65
1.5.4 Critère de la vitesse de rotation critique.....	65
1.6 Facteurs intervenant dans le calcul de l'arbre .....	66
1.6.1 Concentration de contraintes .....	66
2. Les paliers lisses.....	68
2.1 Coussinets .....	68
2.1.1 Puissance perdue par frottement .....	68
2.2 Paliers hydrodynamique .....	69
2.3 Calcul des paliers lisses.....	70
3. Les roulements .....	73
3.1 Types de roulements .....	74
3.2 Choix des roulements .....	76
3.3 Montage des roulements .....	76
3.4 Lubrification des roulements.....	81
3.5 Etanchéité.....	81
3.6 Calcul et dimensionnement des roulements .....	81
3.7 Avantages et inconvénients des roulements.....	84
Travaux dirigés N° 3 « Eléments de transmission du mouvement » .....	85
Chapitre 5 : Transmission de puissance et du mouvement par courroies, chaînes et roues de friction	89
1. Transmission de puissance par lien flexible : Courroies.....	89
1.1 Le principe de fonctionnement.....	89
1.2 Poulies .....	90
1.2.1 Formes géométriques de la jante .....	90
1.3 Types de courroies .....	91
1.4 Matériaux de courroies.....	92
1.5 Disposition des courroies .....	93
1.6 Calcul des courroies .....	96
1.7 Condition de bon fonctionnement.....	98
1.8 Avantages et inconvénients.....	98
2. Transmission de puissance par lien non souple : Chaînes .....	99
2.1 Principe de fonctionnement.....	99
2.2 Types de chaîne.....	99
2.3 Calcul de la chaîne .....	101
2.4 Dispositif de tension.....	102
2.5 Lubrification.....	102
2.6 Avantages et inconvénients.....	102
3. Transmission de puissance par roues de friction.....	103
3.1 Principe de fonctionnement.....	103
3.2 Matériaux des roues de friction.....	104
3.3 Avantages et inconvénients.....	105
Travaux dirigés N° 4 « Transmission du mouvement par courroies, chaînes et roues de friction».....	106
Chapitre 6 : Transmission de puissance et du mouvement par engrenages et applications des engrenages.....	109
1. Généralités.....	109

1.2 Les différents type des engrenages .....	110
2. Profil de la denture .....	111
2.1 Développante de cercle .....	111
2.2 Condition à remplir .....	112
2.3 Caractéristiques géométriques de la denture.....	112
3. Conditions d'un bon engrènement .....	114
3.1 Vitesse de glissement .....	115
3.2 Continuité d'engrènement.....	115
3.3 Rapport de conduite .....	115
3.4 Interférence .....	116
3.5 Correction de la denture .....	116
4. Calcul et dimensionnement .....	117
4.1 Choix des matériaux.....	117
4.2 Etude cinématique .....	117
4.3 Etude dynamique.....	117
4.4 Rendement.....	120
5. Traitement thermique .....	120
5.1 Traitement global et superficiel .....	120
5.2 Différentes formes de détérioration des engrenages .....	121
6. Graissage et lubrification des engrenages .....	124
7. Applications .....	124
7.1 Réducteur de vitesse par un train d'engrenages.....	124
7.2 Trains épicycloïdaux .....	126
7.3 Boîtes de vitesses .....	130
8. Montage des roues dentées sur les arbres .....	134
Travaux dirigés N° 5 « Transmission de puissance et du mouvement par engrenages et applications des engrenages » .....	135
Chapitre 7 : Accouplements, limiteurs de couple, joints homocinétiques, embrayages & freins.....	139
1. Accouplements .....	139
1.1 Accouplements rigides .....	139
1.2 Accouplements élastiques .....	141
1.3 Calcul des accouplements .....	144
2. Les limiteurs de couple .....	145
3. Les joints homocinétiques.....	146
3.1 Différents types d'endommagement des joints de cardan.....	149
4. Les embrayages.....	150
4.1 Principe de fonctionnement.....	150
4.2 Matériaux de la garniture de friction.....	154
4.3 Calcul des embrayages.....	155
4.3.1 Embrayage multi disques .....	156
4.4 Systèmes de commande .....	157
4.5 Embrayage automatique pour boîtes vitesses automatiques .....	157
5. Les freins.....	159
5.1 Force de freinage.....	159
5.2 Durée du ralentissement jusqu'à l'arrêt .....	160
5.3 Différents types des freins.....	160
5.3.1 Freins à enroulement .....	160
5.3.2 Freins à sabot.....	161
5.3.3 Freins à tambours ou à mâchoires .....	164
5.3.4 Freins à disques .....	165
Travaux dirigés N°6 « Accouplements, embrayages & freins ».....	167
Solution des travaux dirigés N°1 « Liaisons mécaniques » .....	171
Solution des travaux dirigés N°2 « Eléments d'assemblage et leur calcul » .....	173

Solution des travaux dirigés N° 3 « Eléments de transmission du mouvement ».....	175
Solution des travaux dirigés N° 4 « Transmission du mouvement par courroies, chaînes et roues de friction» .....	182
Solution de travaux dirigés N° 5 « Transmission de puissance et du mouvement par engrenages et applications des engrenages » .....	187
Solution des travaux dirigés N°6 « Accouplements, embrayages & freins » .....	193
Bibliographie.....	198

## Liste des figures

Figure 1 : Etapes de conception d'un produit mécanique .....	17
Figure 2 : Liaison complète entre l'arbre (1) et la bielle (2) .....	25
Figure 3 : Liaison partielle : système de guidage à recirculation .....	26
Figure 4 : Liaison partielle : Translation de l'arbre (1) à l'intérieur du moyeu (2) .....	26
Figure 5 : Liaison permanente : (a) Rivetage ; (b) Soudage .....	27
Figure 6 : Les 6 degrés de liberté .....	28
Figure 7 : Liaison complète démontable entre une poulie et un arbre .....	28
Figure 8 : Schémas cinématique en 2D et 3D d'un système de commande d'axe .....	30
Figure 9 : Boulons de serrage de deux pièces (a) avec ergot (b) sans ergot .....	33
Figure 10 : Vis de serrage .....	34
Figure 11 : Serrage de deux pièces par un goujon .....	34
Figure 12 : Les différents types de vis .....	35
Figure 13 : Tête d'une vis dans un lamage .....	35
Figure 14 : Jeu entre filets de vis et écrou .....	36
Figure 15 : Dimensions de la vis .....	39
Figure 16 : Forces appliquées sur le boulon et les deux pièces à fixer (a) Force de serrage $F_0$ (b) Résultante des forces extérieures .....	40
Figure 17 : Rivets soumis (a) à la traction (b) au cisaillement .....	42
Figure 18 : Rivets du fuselage d'avion .....	42
Figure 19 : Les différents types des rivets .....	43
Figure 20 : Principe de rivetage à froid d'un rivet à tête ronde .....	44
Figure 21 : Rivetage à chaud d'un rivet à tête ronde .....	45
Figure 22 : Rivetage à froid d'un rivet creux .....	45
Figure 23 : Rivetage à froid d'un rivet Pop .....	45
Figure 24 : Dispositions usuelles des rivets .....	46
Figure 25 : Mode de cisaillement des rivures (a) section mono-cisaillée (b) sections bi-cisaillées .....	46
Figure 26 : Dimensions d'un assemblage riveté .....	46
Figure 27 : Ajustement serré de l'arbre avec l'alésage du moyeu .....	48
Figure 28 : Ressorts à compression .....	49
Figure 29 : Ressort à traction .....	49
Figure 30 : Ressorts de torsion .....	50
Figure 31 : Rondelles de Belleville .....	50
Figure 32 : (a) Ressort hélicoïdal chargé axialement (b) Fil du ressort exposé à un cisaillement direct et de torsion .....	51
Figure 33 : Poutre, barre et arbre .....	58
Figure 34 : Formes d'arbre .....	58
Figure 35 : Arbre soumis aux couples de torsion .....	59
Figure 36 : Meilleure technique de montage des organes mécaniques sur l'arbre .....	61
Figure 37 : Arbre sollicité en flexion .....	61
Figure 38 : Arbre sollicité en torsion .....	62
Figure 39 : Effort appliqué sur la clavette .....	65
Figure 40 : Distribution de la contrainte de traction dans un arbre de section constante .....	66
Figure 41 : Distribution inégale de la contrainte de traction dans la section minimale de l'arbre .....	66
Figure 42 : Paliers lisses (coussinets) .....	68
Figure 43 : Puissance perdue $P_p$ dans le palier lisse .....	69
Figure 44 : Palier hydrodynamique .....	70
Figure 45 : Pression circonférentielle $P$ de l'arbre sur le coussinet .....	70
Figure 46 : Composantes d'un roulement à billes .....	73
Figure 47 : Fléchissement de désalignement des arbres .....	76
Figure 48 : Phénomène de laminage de la bague .....	76

Figure 49 : Ajustement des bagues intérieures et extérieures dans le cas d'un arbre tournant et alésage tournant .....	77
Figure 50 : Coincement des billes à cause de la dilatation thermique de l'arbre.....	78
Figure 51 : Montage des roulements à une rangée de billes à contact radial (arbre tournant).....	78
Figure 52 : Montage des roulements à une rangée de billes à contact radial (alésage tournant).....	79
Figure 53 : Schéma du montage des roulements (cas d'un arbre tournant).....	79
Figure 54 : Montage des roulement à rouleaux ou à contact oblique .....	80
Figure 55 : Transmission du mouvement par courroie .....	89
Figure 56 : Parties de la poulie.....	90
Figure 57 : Les différentes formes de la jante.....	91
Figure 58 : Principales familles de courroie .....	92
Figure 59 : Section transversale d'une courroie trapézoïdale .....	93
Figure 60 : Désalignement parallèle et angulaire des poulies.....	93
Figure 61 : Disposition des courroies.....	94
Figure 62 : Tendeur fou.....	94
Figure 63 : Débrayage et embrayage des courroies .....	95
Figure 64 : Cinématique de la courroie.....	96
Figure 65 : Courroies parallèles et poulies multi gorges.....	97
Figure 66 : Transmission de puissance par chaîne.....	99
Figure 67 : Chaîne Galle .....	99
Figure 68 : Chaîne à rouleaux .....	100
Figure 69 : Roue de la chaîne.....	101
Figure 70 : Dispositif de tension .....	102
Figure 71 : Principe de fonctionnement des roues de friction (système de levage).....	103
Figure 72 : Tracé de la développante de cercle.....	111
Figure 73 : Profil de la dent en développante de cercle .....	111
Figure 74 : Profil de la denture .....	112
Figure 75 : Paramètres géométriques d'une denture droite .....	112
Figure 76 : Module m.....	113
Figure 77 : Positions successives d'une dent en contact au cours de l'engrènement .....	114
Figure 78 : Angle de pression .....	114
Figure 79 : Condition de continuité de l'entraînement des deux roues dentées.....	115
Figure 80 : Efforts générés au niveau d'une denture droite.....	118
Figure 81 : Efforts générés au niveau d'une denture hélicoïdale.....	119
Figure 82 : Engrenage à denture en chevron.....	119
Figure 83 : Traitement superficielle des dents par cémentation .....	121
Figure 84 : Détérioration de la dent par rupture.....	122
Figure 85 : Piqûres des dents .....	122
Figure 86 : Ecaillage des dents.....	123
Figure 87 : Train d'engrenages .....	124
Figure 88 : Engrenages extérieurs et intérieurs.....	125
Figure 89 : Réducteur spiroconique .....	125
Figure 90 : Trains épicycloïdaux.....	126
Figure 91 : Géométrie épicycloïdale .....	126
Figure 92 : Porte satellite 4 bloquée.....	127
Figure 93 : Planétaire 3 bloqué .....	127
Figure 94 : Planétaire 1 bloqué .....	128
Figure 95 : Réducteur de vitesse avec vis sans fin et train épicycloïdal.....	129
Figure 96 : Boite de vitesses à commande manuelle .....	130
Figure 97 : Positions de vitesse (point mort, 1 <sup>ère</sup> , 3 <sup>ème</sup> ).....	131
Figure 98 : Baladeur de synchronisation.....	132
Figure 99 : Fonctionnement du synchroniseur à clavette.....	133
Figure 100 : Montages des roues dentées avec l'arbre .....	134



Figure 101 : Manchon fretté.....	139
Figure 102 : Manchon à coquilles boulonnées.....	140
Figure 103 : Manchon à plateaux.....	140
Figure 104 : Défauts d'alignement des axes des arbres .....	141
Figure 105 : Joint d'Oldham .....	142
Figure 106 : Accouplements à denture bombée.....	142
Figure 107 : Accouplement élastique à plot élastomère .....	143
Figure 108 : Manchon Périflex .....	143
Figure 109 : Cisaillement des boulons dans un accouplement rigide .....	144
Figure 110 : Limiteur de couple Segor .....	145
Figure 111 : Schémas cinématiques des joints de cardan .....	146
Figure 112 : Joints de cardan homocinétiques implantés sur la traction avant de l'automobile.....	146
Figure 113 : Composantes d'un joint de cardan.....	147
Figure 114 : Positionnement de l'arbre intermédiaire pour les joints homocinétiques.....	148
Figure 115 : Mouvements du cardan dans une automobile.....	148
Figure 116 : Soufflets d'un joint de cardan.....	149
Figure 117 : Embrayage à un seul disque .....	150
Figure 118 : Phase d'embrayage .....	151
Figure 119 : Phase de débrayage.....	152
Figure 120 : Diaphragme .....	152
Figure 121 : Disque d'embrayage .....	153
Figure 122 : Diamètres intérieur et extérieur du disque d'embrayage.....	155
Figure 123 : Couples développés dans un système de transmission.....	156
Figure 124 : Embrayage multi disques.....	157
Figure 125 : Convertisseur de couple.....	158
Figure 126 : Freinage de deux corps un en translation et l'autre en rotation.....	159
Figure 127 : Frein à enroulement .....	161
Figure 128 : Frein à sabot court .....	162
Figure 129 : Parties du frein à sabot isolées.....	162
Figure 130 : Freins à mâchoires .....	164
Figure 131 : Forces appliquées sur un élément de contact de garniture .....	165
Figure 132 : Frein à disque.....	166

## Liste des Tableaux

Tableau 1 : Propriétés mécaniques de quelques matériaux métalliques .....	19
Tableau 2 : Valeurs du coefficient de sécurité .....	21
Tableau 3 : Symboles de liaison entre deux solides.....	29
Tableau 4 : Solutions pour le freinage des vis et des écrous par adhérence .....	37
Tableau 5 : Solutions pour le freinage des vis et des écrous par obstacle .....	38
Tableau 6 : Nature des sollicitations résultant d'efforts extérieurs appliqués sur les assemblages.....	40
Tableau 7 : Sollicitations et contraintes dans les membrures et rivets.....	47
Tableau 8 : Matériaux des arbres .....	59
Tableau 9 : Valeurs des coefficients de concentration de contraintes pour différentes formes d'entaille .....	67
Tableau 10 : Valeurs du produit PV admissible.....	71
Tableau 11 : Les différents types de roulements.....	75
Tableau 12 : Facteurs $X$ et $Y$ pour un roulement à billes à contact radial .....	82
Tableau 13 : Les différents types d'engrenages .....	110
Tableau 14 : Formules des engrenages droits à denture droites.....	113
Tableau 15 : Propriétés des matériaux de la garniture de friction.....	154

# **Introduction générale**

## Introduction générale

Ce cours constitue un support solide pour les étudiants du Master 2 Génie Mécanique en matière de calcul des éléments de machines (boulons, rivets, courroies, chaînes, engrenages, accouplement, embrayage, frein, etc).

Le **Chapitre 1** présente un rappel sur le principe de conception mécanique, une description détaillée des différentes étapes de la conception d'un système mécanique est alors montrée dans ce chapitre. Après conception, le système mécanique doit vérifier le critère d'élasticité pour éviter une éventuelle rupture ou une déformation plastique du matériau. Les deux critères les plus connus (critère de Tresca et de Von Mises) ont été éclaircis dans ce chapitre.

Avant d'entamer la partie de calcul des éléments d'assemblages, j'ai voulu consacrer le **Chapitre 2** à un rappel sur les différents types des liaisons mécaniques. En effet, il existe plusieurs types de liaisons mécaniques : Liaison complète (assemblage de deux pièces) ; liaison partielle (chariot glissant sur un rail) ; liaison permanente (soudage de deux pièces) ; liaison démontable (montage d'une poulie sur un arbre). Afin de faciliter la lecture du dessin d'ensemble et la compréhension rapide de fonctionnement d'un système mécanique, la représentation cinématique des différentes liaisons mécaniques et leurs classes d'équivalence ont été présentées à la fin de ce chapitre.

Le **Chapitre 3** s'intéresse à l'étude et au calcul des éléments d'assemblages des pièces mécaniques par vissage, rivetage, emmanchement forcé, etc. La première partie a été consacrée à la présentation des différents éléments d'assemblage par vissage (vis, boulon, gougeons...) et aux différentes solutions de freinage des vis pour lutter alors contre le desserrage des éléments filetés. Egalement, le calcul de la tenue mécanique des vis, le dimensionnement des vis ou des boulons sous différentes sollicitations ainsi le calcul de leur nombre et le couple de serrage ont été entrepris dans cette première partie de ce chapitre. Il faut noter que le calcul du couple de serrage est nécessaire pour éviter le décollement des pièces à assembler.

La notion de calcul des éléments rivetés notamment le calcul de leurs membrures et leur nombre pour qu'ils puissent tenir l'assemblage, ainsi le choix du bon mode de rivetage (rivetage à clin, à couvre joint, etc), toutes ces notions ont été introduites dans la deuxième partie de ce chapitre.

La dernière partie divulgue l'étude et calcul des ressorts de traction, de compression, etc. En effet, le ressort doit résister aux différentes sollicitations : Compression, traction, torsion ; le ressort doit se déformer aussi sous l'application de ces sollicitations.

La première partie du **Chapitre 4** aborde le calcul de l'élément de transmission : Arbre. L'arbre reçoit divers efforts dus à la tension des courroies, efforts des engrenages, l'action de la pesanteur... il peut être sollicité en traction, flexion, torsion, fatigue, etc. Le calcul de son diamètre minimal et sa vitesse de rotation critique, ainsi le choix du bon matériau pour cet arbre sont tous des éléments primordiaux pour éviter un tel dysfonctionnement d'une machine tournante. Le calcul des coefficients de concentration de contraintes des différentes formes des entailles existantes sur l'arbre a été étudié dans cette première partie, le calcul de résistance de l'arbre permet aussi de dimensionner les paliers ou appuis, les clavettes, les goupilles, etc.

La deuxième partie de ce chapitre concerne le calcul et dimensionnement des paliers lisses, ces paliers supportent les réactions des appuis, guident l'arbre et facilitent le mouvement. L'inconvénient de ces paliers est la dissipation élevée de l'énergie par frottement car la surface de contact entre le coussinet et l'arbre est élevée, l'énergie dissipée se transformera en chaleur. Pour remédier contre ce problème, on emploie des roulements, et c'est l'objectif de la dernière partie de ce chapitre qui étudiera les roulements, leur calcul (durée de vie et dimensionnement), leur montage, leur graissage, etc. En effet, le glissement avec frottement dans le cas des coussinets a été remplacé par le roulement afin de diminuer le frottement.

Le **Chapitre 5** donne un aperçu assez clair sur la transmission de puissance et du mouvement avec modification de vitesse par courroies, chaînes et roues de friction.

La tenue mécanique de la courroie ainsi l'adhérence de la courroie avec la poulie sont des paramètres trop exigeants, c'est pour cela, il faut choisir le bon matériau de la poulie et de la courroie. Egalement, il faut choisir la bonne géométrie de la surface de contact entre la poulie et la courroie. Dans cette première partie qui concerne les courroies, le calcul de la courroie sollicitée en traction, flexion et par la force centrifuge a été montré.

Pour supprimer le glissement existant entre la courroie et la poulie et donc avoir un rapport de vitesse constant, les chaînes de transmission de mouvement et de la puissance ont été développées. Une description du principe de fonctionnement de ces chaînes et leur calcul ont été exposés dans la deuxième partie de ce chapitre. La dernière partie de ce chapitre est réservée à l'étude et calcul des roues de friction.

Comme dans le cas de la transmission du mouvement par courroie, chaîne et roue de friction, les engrenages servent aussi à transmettre le mouvement et la puissance par obstacle entre deux arbres parallèles, concourants, orthogonaux ou quelconque et à réduire ou multiplier les vitesses de sortie.

Dans le **Chapitre 6**, nous allons présenter au début les différents types des engrenages, nous étudions ensuite le profil de la denture, la développante de cercle et les caractéristiques géométriques de la denture. Nous enrichissons la deuxième partie de ce chapitre par l'étude des conditions d'un bon engrènement et le calcul du rapport de conduite et de la vitesse de glissement, le problème des interférences et de la correction de la denture est également abordé dans cette partie.

La troisième partie est consacrée au calcul et dimensionnement des engrenages et au choix des bons matériaux qui résistent au choc, usure, fatigue, etc.

Nous nous penchons dans la quatrième partie à l'étude des différents types de détérioration des engrenages par rupture des dents, usure, grippage, écaillage, déformation plastique, etc. Des solutions pour limiter ces différents types de détérioration comme le traitement thermique et la lubrification ont été largement éclaircies dans cette quatrième partie de ce chapitre.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présentons les applications industrielles des engrenages. En effet, les engrenages interviennent dans les applications industrielles pour réaliser des réducteurs de vitesses soit par un train d'engrenages ou par des trains épicycloïdaux et pour réaliser aussi des boîtes de vitesses des machines outils ou de véhicules, le montage des engrenages est également abordé dans cette dernière partie.

Le **Chapitre 7** est composé de plusieurs parties : La première partie s'intéresse aux accouplements permanents et joints homocinétiques tandis que la deuxième partie s'intéresse aux accouplements temporaires ou embrayages (manuels et automatiques) et aux limiteurs de couple, la dernière partie est consacrée aux freins et leurs différents types.

Ce chapitre donne un aperçu sur les différents types d'accouplement : accouplement rigide, élastique, joint d'Oldham, etc. Les accouplements sont des organes utilisés pour relier l'arbre moteur à l'arbre récepteur d'une façon permanente en corrigeant les défauts d'alignement radial, axial et angulaire entre les deux arbres. Le calcul de la résistance mécanique et le dimensionnement des accouplements rigides ont été présentés dans la première partie de ce chapitre

Les joints homocinétiques comme les joints de cardan ont été également présentés dans cette première partie, ces joints permettent de transmettre le mouvement entre deux arbres moteur et récepteur mais ces deux arbres présentent un désalignement radial, axial et/ou angulaire. L'avantage des joints homocinétiques est que les vitesses des deux arbres reste égales durant leur fonctionnement.

Le limiteur de couple est un organe de sécurité qui protège le moteur contre des avaries graves et évite la rupture des organes de transmission (dents d'engrenage, arbre, etc), une description de son fonctionnement a été détaillée dans ce chapitre

La deuxième partie traite les embrayages automatiques et manuels, ces derniers qui sont des accouplements temporaires transmettent le mouvement, la vitesse et la puissance entre l'arbre moteur et l'arbre récepteur en utilisant une liaison temporaire par adhérence. Le fonctionnement des roues de friction, limiteur de couple, embrayage et frein est basé sur les forces de frottement engendrées entre les surfaces de contact, ces surfaces doivent résister aux vibrations et chocs, frottement, températures élevées, usure et pression d'appui.

Les nouvelles garnitures de friction sont réalisées en matériaux organiques (fibre de verre et des fils de cuivre et de laiton incorporés une résine). Ces matériaux sont écologiques car les métaux lourds comme le plomb et l'amiante ne sont plus utilisés.

Les freins à tambours, à sabots, à cordes et à disques ainsi leurs calculs ont pris une large importance dans la dernière partie de mon cours.

La fin de ce cours a été consacrée uniquement aux solutions des différents travaux dirigés présentés à la fin de chaque chapitre.

En fin, ce cours apportera à l'étudiant, les notions de base et les informations utiles et concrètes lui permettant de choisir, calculer et dimensionner au mieux les éléments de machines.

# **Chapitre 1**

## **Principe de conception**



# Chapitre 1 : Principe de conception

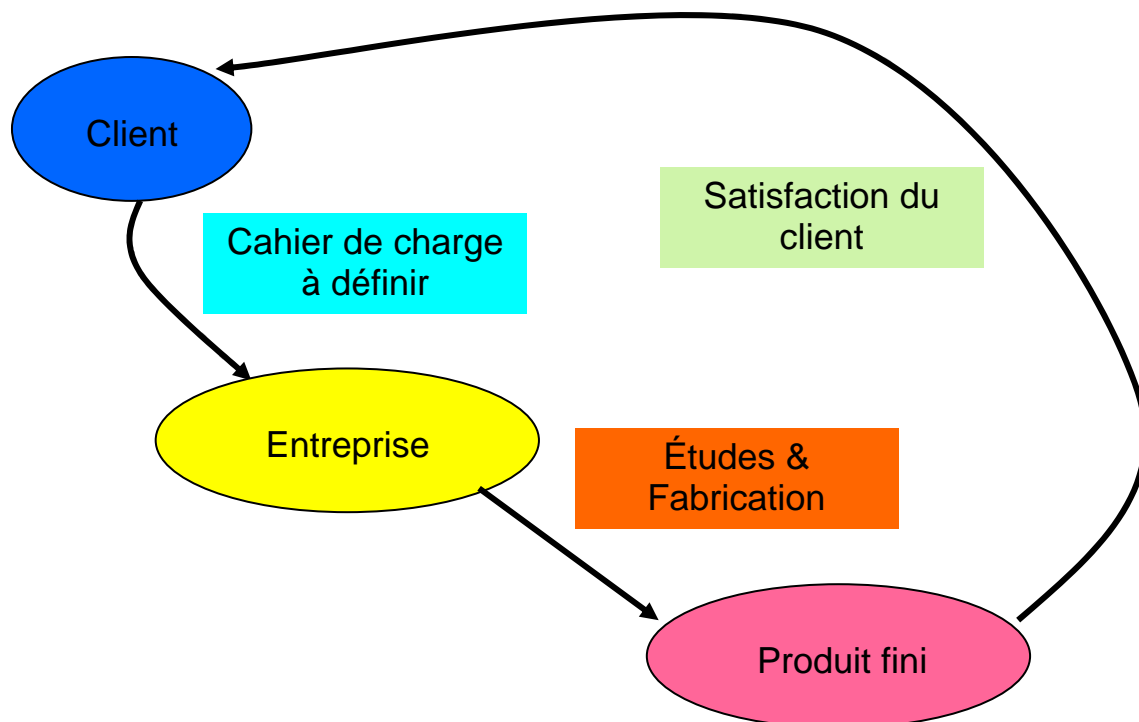
## 1. Introduction

La conception d'un produit mécanique passe par plusieurs étapes, l'étape initiale consiste à définir un cahier de charge et établir un contrat entre le client et l'entreprise. Le cahier de charge détail tous les besoins que le client souhaite les voir sur son produit final, parmi ces différents besoins, on peut citer : les fonctions de service du produit, la durée de son fonctionnement, le délai de production, le coût du produit fini, la compétitivité, la valeur du produit qui est définie par le rapport entre la qualité du produit et son coût, le poids, la fiabilité et la durabilité du produit final, l'esthétique et la facilité de manipulation du produit, la facilité de démontage et de montage des parties du produit afin de faciliter les opérations de maintenance ou de réparation , la sécurité du produit...

L'étape suivante consiste à concevoir le produit au sein du bureau d'études en essayant de respecter à la lettre les consignes définies par le cahier de charge.

L'étape finale est la fabrication du produit et la présentation d'un prototype de ce produit au client, si le client est satisfait de son produit fini, une production en série est alors lancée par l'entreprise.

La Figure 1 présente le circuit fermé des différentes étapes de réalisation d'un produit mécanique.



**Figure 1 : Etapes de conception d'un produit mécanique**

## 2. Bureau d'études

La fonction principale d'un bureau d'études est la conception d'un élément mécanique, d'autres tâches sont confiées au bureau d'études comme l'analyse du marché, analyse fonctionnelle du besoin, de la valeur et de la fiabilité, étude technique et économique du produit ainsi l'analyse fonctionnelle technique. Cette dernière consiste à faire une analyse de la sûreté de fonctionnement et une analyse de risque et de défaillance. L'endommagement d'un élément mécanique se fait soit par déformation plastique, rupture, usure, corrosion, fatigue, etc.

Le concepteur doit suivre les étapes de conception suivantes :

- L'imagination du nouveau produit (il faut imaginer un produit qui assure les fonctions de service définies dans le cahier de charge CDC).
- Trouver les différentes solutions technologiques et constructives qui assurent le fonctionnement technique de l'élément mécanique. Ces différentes solutions doivent être réalisables.
- Définition des différentes liaisons mécaniques : partielle ou complète, démontable ou non démontable ainsi les classes d'équivalence, une classe d'équivalence peut être définie comme l'ensemble des pièces mobiles en même temps. Cette étape permet d'effectuer une analyse fonctionnelle cinématique et/ou dynamique du produit à concevoir.
- Définitions des différentes sollicitations mécaniques, thermiques... qui agissent sur le produit. On peut citer quelques sollicitations extérieures : Vent, séisme, corrosion ... ou intérieures : Poids, traction, compression cisaillement, flexion, torsion, flambage, choc, vibrations, fatigue, vitesses, contact, température, fluage, etc.
- Définition des charges maximales appliquées sur le système ou bien définition des cas de calcul les plus dimensionnants ou les plus pénalisants.
- Faire un choix de matériaux qui respecte les instructions du cahier de charge.
- Conception du produit à l'aide des outils de CAO Conception Assistée par Ordinateur (Catia, SolidWorks...).
- Dimensionnement des différentes composantes mécaniques constituant le produit finale et calcul et vérification de la résistance ou la tenue thermique, mécanique de ceux-ci soit manuellement à l'aide des lois de la mécanique et de la résistance des matériaux ou par l'utilisation des outils informatiques comme les logiciels de calcul éléments finis (Ansys, Abaqus...)
- Optimisation du poids du produit final et donc diminution de son coût.

- Conception de nouveau le produit final mais cette fois-ci avec les nouvelles dimensions, établissement du dessin d'ensemble et des dessins de définition de chaque composante du produit à l'exception des composantes commerciales (vis, roulements ...), le choix et les dimensions des composantes commerciales se fait à partir des catalogues des fabricants.
- Le produit conçu doit respecter la norme de conception ainsi sa tenue mécanique, thermique ... doit respecter les critères de résistance définis par les normes et les réglementations de calcul.
- Le dessin d'ensemble du produit final ainsi les dessins de définition des différents éléments constituant ce produit vont être transmises au bureau de méthode afin de faire la fabrication et la production de ce produit.

### 3. Matériaux de construction

La plupart des matériaux utilisés dans la construction mécanique sont les matériaux métalliques (acier, fonte, aluminium, cuivre ...) et les matériaux non métalliques (plastiques, céramiques, composites). Dans ce qui suit, nous allons montrer quelques caractéristiques mécaniques de quelques matériaux métalliques.

#### 3.1. Caractéristiques mécaniques des matériaux métalliques

Le tableau suivant montre les caractéristiques mécaniques principales de quelques matériaux métalliques utilisés dans la construction mécanique [1].

Matériau	Limite d'élasticité $R_e$ (MPa) en traction	Limite d'élasticité $R_{ec}$ (MPa) en compression	Résistance à la traction ou limite à la rupture $R_r$ (MPa)	Module de Young $E$ (GPa)	Densité	Dureté Brinell HBS
Fonte C>2%	140 - 680	5* $R_e$	410-830	60-160	6,8	200-300
Acier C<2%	200-1000	200-1000	350-2000	210	7,8	120-205
Cuivre	50-350	50-350	100-400	120	8,9	92
Aluminium	20-300	20-300	65-400	76	2,7	65-95

**Tableau 1 : Propriétés mécaniques de quelques matériaux métalliques**

La limite d'élasticité  $R_e$  représente une contrainte maximale qu'on ne doit pas dépasser dans les applications pratiques, sous peine de voir les organes se déformer d'une façon plastique ou permanente. D'après le Tableau 1, nous remarquons que limite d'élasticité  $R_e$  en compression de la fonte est cinq fois supérieur à sa limite d'élasticité  $R_e$  en traction, ceci veut dire que la fonte résiste plus à la compression qu'à la traction.

Autre paramètre important est le module d'élasticité ou le module de Young  $E$ , celui-ci donne une idée sur la rigidité du matériau, il représente la pente de la courbe contrainte en fonction de la déformation dans le domaine élastique et il est calculé par la formule suivante :

$$\sigma_e = E \varepsilon_e \quad (1-1)$$

$\sigma_e$  et  $\varepsilon_e$  sont respectivement la contrainte élastique et la déformation élastique.

Selon la quantité de carbone existant dans l'acier, celui-ci peut être alors classé en plusieurs catégories :

Si le pourcentage de carbone  $C < 0,025$  % l'acier est dit acier extra doux.

Si le pourcentage de carbone  $C < 0,3$  % l'acier est dit acier doux.

Si le pourcentage de carbone est compris entre  $0,3\% < C < 0,5\%$  l'acier est dit acier mi-dur.

Si le pourcentage de carbone  $C > 0,5\%$  l'acier est dit acier très dur avec une haute résistance.

#### 4. Critère d'élasticité ou critère de rupture

La contrainte induite dans une structure est calculée en utilisant les formules de traction, de flexion, de torsion, etc. La combinaison des différentes contraintes donne une contrainte équivalente, celle-ci doit être inférieure à la contrainte admissible pour éviter une éventuelle rupture ou une déformation plastique du matériau :

$$\sigma_{eq} < \sigma_{adm} \quad (1-2)$$

Nous montrons dans ce qui suit les deux critères de rupture les plus connus qui permettent de calculer la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$ .

##### 4.1. Critères de Von Mises

Le professeur Von Mises propose au XX<sup>e</sup> siècle un critère qui considère que la matière sort du domaine élastique lorsque :

$$(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2) = 2\sigma_{eq}^2 \quad (1-3)$$

Le tenseur de contrainte est défini par :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

$\sigma_{xx}$  Est la contrainte normale au plan zy

$\tau_{xy}$  est la contrainte de cisaillement, le premier indice indique la direction de la normale au plan zy, tandis que le deuxième indice indique la direction de la force appliquée.

En fonction des contraintes principales, le critère de Von Mises devient :

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_{eq}^2 \quad (1-5)$$

#### 4.2. Critères de Tresca

Le critère de Tresca ou le critère de la contrainte de cisaillement maximale s'exprime par :

$$\sigma_{eq} = \underset{i,j=1,2,3}{Max} (\sigma_i - \sigma_j) \quad (1-6)$$

Ce critère considère que la matière sort du domaine élastique lorsque le double de la contrainte maximale de cisaillement atteint une valeur limite correspondant à la limite élastique du matériau en extension.

#### 4.3. Coefficient de sécurité

Par prudence et sécurité, la contrainte admissible ou la résistance pratique du matériau doit être inférieure à la limite d'élasticité et elle est égale :

$$\sigma_{adm} = R_p = \frac{R_e}{C_s} \quad (1-7)$$

$R_e$  est la limite d'élasticité du matériau et  $C_s$  est le coefficient de sécurité, le Tableau 2 donne les valeurs du coefficient de sécurité selon le cas d'utilisation [2].

Coefficient de sécurité	Cas d'utilisation
$2 < C_s < 4$	Pour les constructions normales.
$C_s > 10$	Pour les constructions qui mettraient la vie des personnes en danger (exemple : ascenseur, centrale nucléaire, armes, avion, etc.).

**Tableau 2 : Valeurs du coefficient de sécurité**

La contrainte admissible de cisaillement  $\tau_{adm}$  est calculée pour la plupart des matériaux par la formule suivante :

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{2} \quad (1-8)$$

## 5. Fatigue des matériaux

La fatigue d'un matériau est définie comme une sollicitation cyclique d'origine mécanique, thermique... appliquée sur ce matériau. La fatigue abrège la durée de vie des machines et des constructions. Elle est plus grave que l'usure, la corrosion ou le fluage qui altère les organes de machine d'une manière progressive alors que la fatigue provoque souvent des ruptures brutales de la pièce et peut entraîner la destruction totale d'une construction. Les facteurs qui influencent la résistance à la fatigue ou l'endurance sont la nature du métal (propriétés et traitement thermique), l'état de surface (rayures dues à l'usinage, les stries), l'effort appliqué (nature et fréquence des sollicitations), forme des pièces, assemblage des pièces et effet de l'entaille qui est le plus important[3]. La fatigue est un mode de dégradation lent mais irréversible, on peut mettre en évidence trois phases avant la rupture, la première phase est la phase d'amorçage de la fissure, puis la phase de la propagation de la rupture et à la fin la phase d'accélération avant la rupture. Pour avoir un fonctionnement normal de la construction, il ne faut jamais atteindre cette dernière phase car elle correspond à un point de non retour. En effet, l'amorçage de rupture se fait initialement dans la zone de concentration de contrainte ou dans une zone de défaut, ainsi la rupture dépend de la forme de la pièce, de la nature du matériau et du mode de sollicitation [3].

Pour éviter la rupture par fatigue, il faut que l'amplitude de la contrainte cyclique  $\Delta\sigma$  (différence entre la contrainte maximale et la contrainte minimale) soit inférieure à la contrainte d'endurance du matériau  $\sigma_d$  :

$$\Delta\sigma = (\sigma_{Max} - \sigma_{Min}) < \sigma_d \quad (1-9)$$

$\sigma_d$  La contrainte d'endurance du matériau qui est déterminée par les courbes de Wöhler. Par fois, et pour quelques matériaux, la contrainte d'endurance est inférieure même à la limite d'élasticité.

## 6. Normes et réglementation

Une norme industrielle est un référentiel publié par un organisme de normalisation comme par exemple **AFNOR**, **DIN**, **ISO** ... elle est établie par consensus et approuvée par un organisme reconnu. Dans certains cas, le fabricant devra suivre certain norme exemple : suivre les normes pour fabriquer une centrale nucléaires ou fabriquer des jouets d'enfant.

On peut citer quelques organismes internationaux de la norme :

ISO : L'Organisation internationale de normalisation.

AFNOR : Association française de normalisation.

ANSI : American National Standards Institute.

ASTM International : American society for testing and material.

DIN : Deutsches Institut für Normung.

JSA : Japanese Standards Association.

On peut distinguer quatre types de normes :

1. Les produits, elles spécifient les caractéristiques fonctionnelles et/ou techniques auxquelles ils doivent satisfaire.
2. Les services, elles décrivent souvent aussi bien le service lui même que sa prestation ainsi les moyens qui doivent être mis en œuvre pour le réaliser.
3. Les processus, elles indiquent les conditions de réalisation des produits et les règles à appliquer pour leur conception, leur fabrication, etc.
4. L'organisation, elles précisent les principes à respecter par l'entreprise, exemple : Norme ISO 9000 qui est une norme d'organisation.

# **Chapitre 2**

## **Liaisons mécaniques**



## Chapitre 2 : Liaisons mécaniques

### 1. Définition

Une liaison mécanique permet de réaliser l'assemblage d'une pièce mécanique avec une ou plusieurs d'autres pièces. Il existe plusieurs types de liaisons mécaniques :

- **Liaison complète ou encastrement:** Les deux pièces ne peuvent avoir aucun mouvement entre elles.
- **Liaison partielle :** Les deux pièces peuvent avoir un mouvement entre elles.
- **Liaison permanente ou non démontable :** Les deux pièces ne peuvent se séparer que si on détériore l'une d'elles.
- **Liaison démontable :** On peut séparer l'une des deux pièces sans avoir un risque de détériorer l'une d'elles.

### 2. Liaison complète

Si aucun mouvement relatif n'est autorisé entre deux pièces assemblées, alors la liaison est dite complète. L'exemple de la Figure 2 [20] montre une liaison complète entre l'arbre (1) et la bielle (2), le maintien de l'arbre (1) avec la bielle (2) se fait par assemblage du chapeau (3) avec la bielle (2) à l'aide du serrage des deux vis (4). En effet, il n'existe aucun degré de liberté entre l'arbre (1) et la bielle (2).

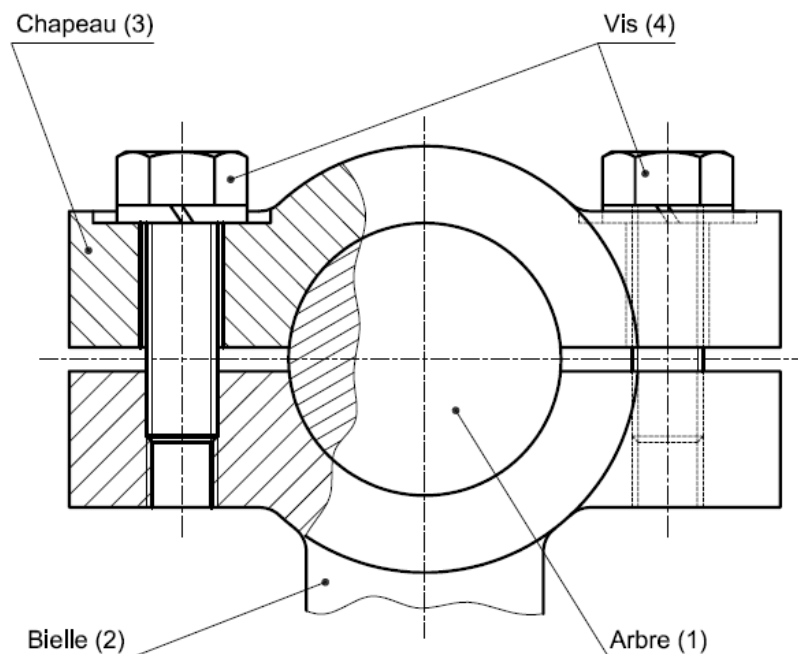
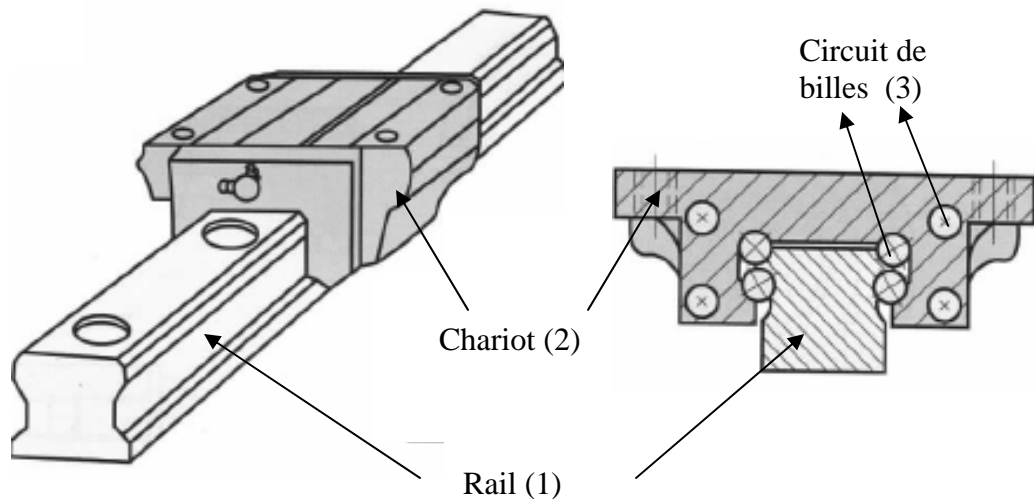


Figure 2 : Liaison complète entre l'arbre (1) et la bielle (2)

### 3. Liaison partielle

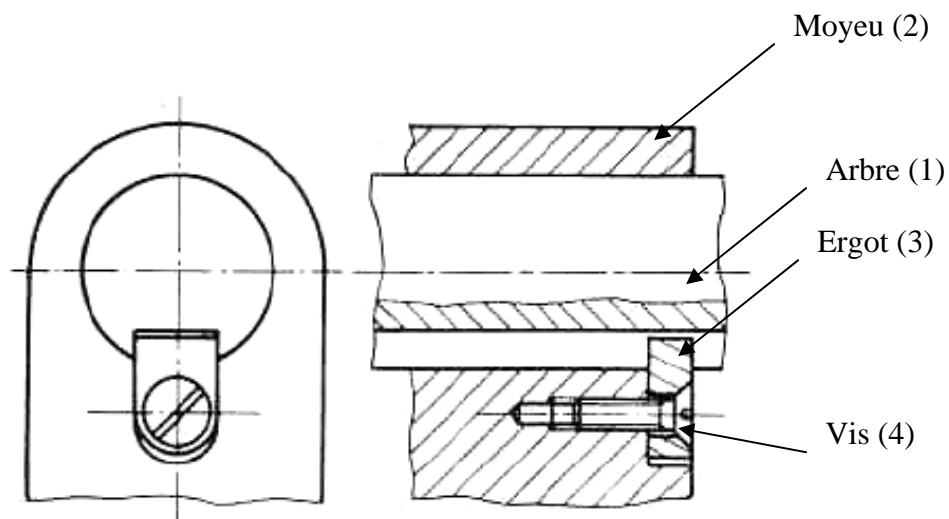
La liaison entre deux pièces est partielle lorsqu'il reste à ces deux pièces un certain nombre de degrés de liberté relative, c'est-à-dire un certain nombre de possibilités de mouvement relatif entre elles.

La Figure 3 [5] présente un système de guidage à recirculation, le chariot (2) glisse sur le rail (1), un circuit de billes diminue le frottement et supporte des charges et des couples dans toutes les directions, il permet aussi d'avoir un système de guidage rigide.



**Figure 3 : Liaison partielle : système de guidage à recirculation**

Sur la Figure 4 [20], l'ergot (3) est fixé par la vis (4) sur le moyeu alésé (2), l'arbre (1) est mené d'une rainure pour permettre une translation relative entre l'arbre (1) et le moyeu (2)



**Figure 4 : Liaison partielle : Translation de l'arbre (1) à l'intérieur du moyeu (2)**

#### 4. Liaison complète permanente ou non démontable

Une liaison complète permanente entre deux pièces est une liaison qui ne peut être désaccouplée sans la destruction des deux pièces. L'assemblage des deux pièces immobiles l'une par rapport à l'autre est modélisé sous certaines hypothèses par une liaison de type encastrement. La Figure 5 (a) et (b) [20] présente respectivement un mode d'assemblage de deux pièces par rivetage et par soudage, ces deux modes réalisent une liaison complète non démontable. D'autres modes d'assemblage par collage, sertissage, emmanchement forcé... réalisent aussi des liaisons permanentes.

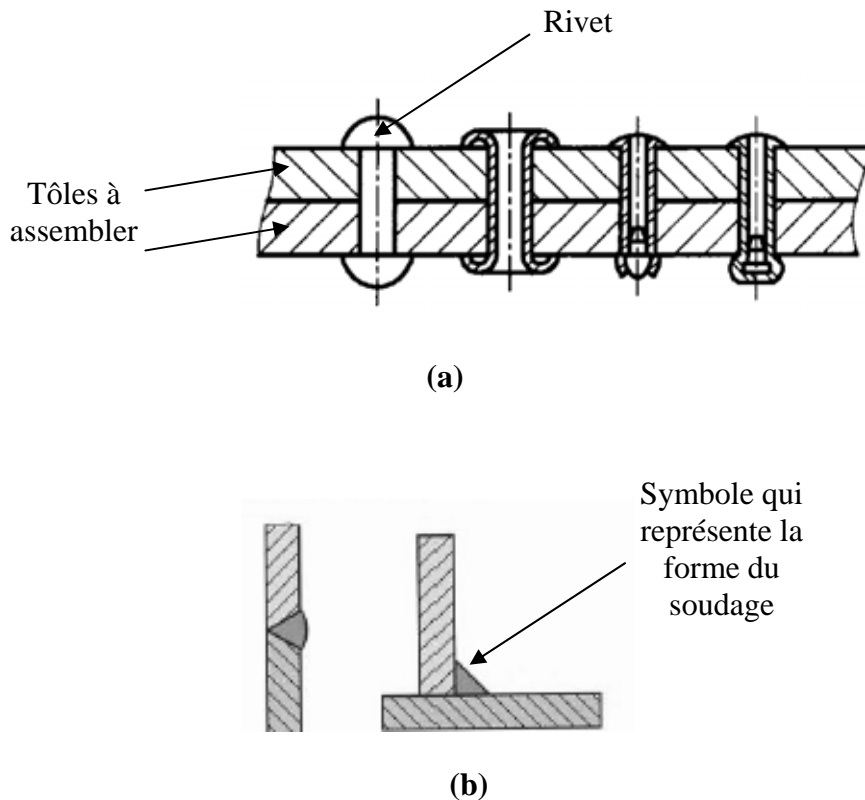
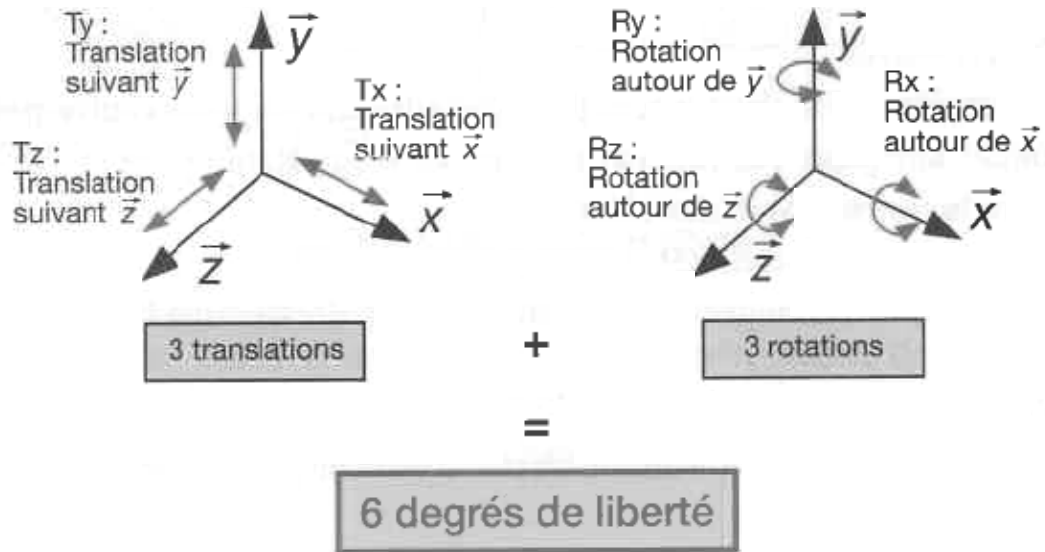


Figure 5 : Liaison permanente : (a) Rivetage ; (b) Soudage

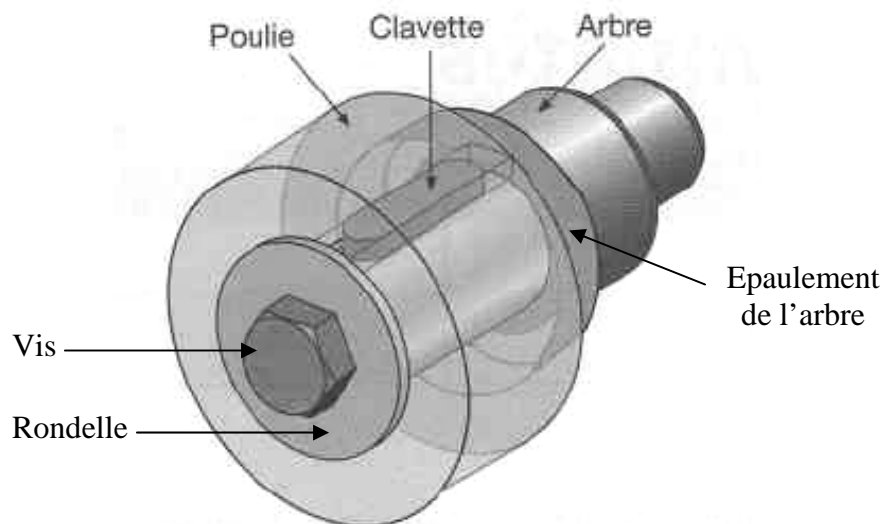
#### 5. Liaison complète démontable

Cette liaison permet de désolidariser les pièces assemblées sans les faire détériorer. Pour réaliser une liaison complète entre deux pièces, il est indispensable de supprimer les 6 degrés de liberté entre les deux pièces afin de garantir la mise en position relative (Figure 6) [4]. La suppression des 6 degrés de liberté pour une liaison complète démontable se fait soit par obstacle (goupille, clavette ...) ou par adhérence (vis, écrou ...).



**Figure 6 : Les 6 degrés de liberté**

L'exemple de la Figure 7 [4] montre une liaison complète démontable entre la poulie et l'arbre. En effet, la surface cylindrique de contact entre l'arbre et la poulie supprime 4 degrés de liberté (deux translations et deux rotations), l'épaule de l'arbre supprime par obstacle la dernière translation qui reste, la clavette supprime la dernière rotation qui reste. Au final les 6 degrés de liberté sont supprimés.



**Figure 7 : Liaison complète démontable entre une poulie et un arbre**

## 6. Symboles cinématiques des liaisons entre deux solides

Le Tableau 3 [5] ci-dessous montre différentes liaisons entre deux solides et leurs degrés de liberté ainsi il montre les symboles de représentation cinématique de ces liaisons en 2D et 3D. Ces symboles sont utilisés pour dessiner un schéma cinématique d'un mécanisme, ce schéma facilite la lecture du dessin d'ensemble et la compréhension rapide de fonctionnement du système mécanique étudié, il facilite aussi l'étude des mouvements à travers les liaisons mécaniques et l'étude des efforts.

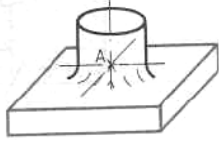


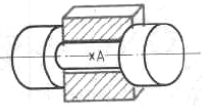


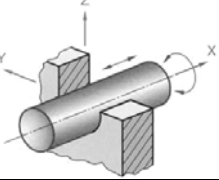


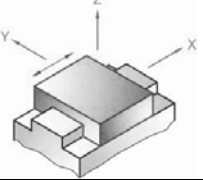
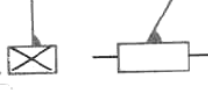
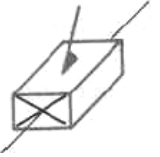
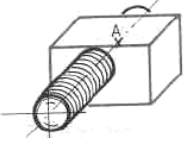
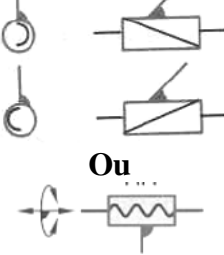
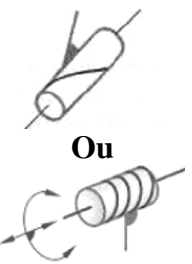
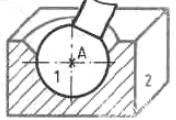


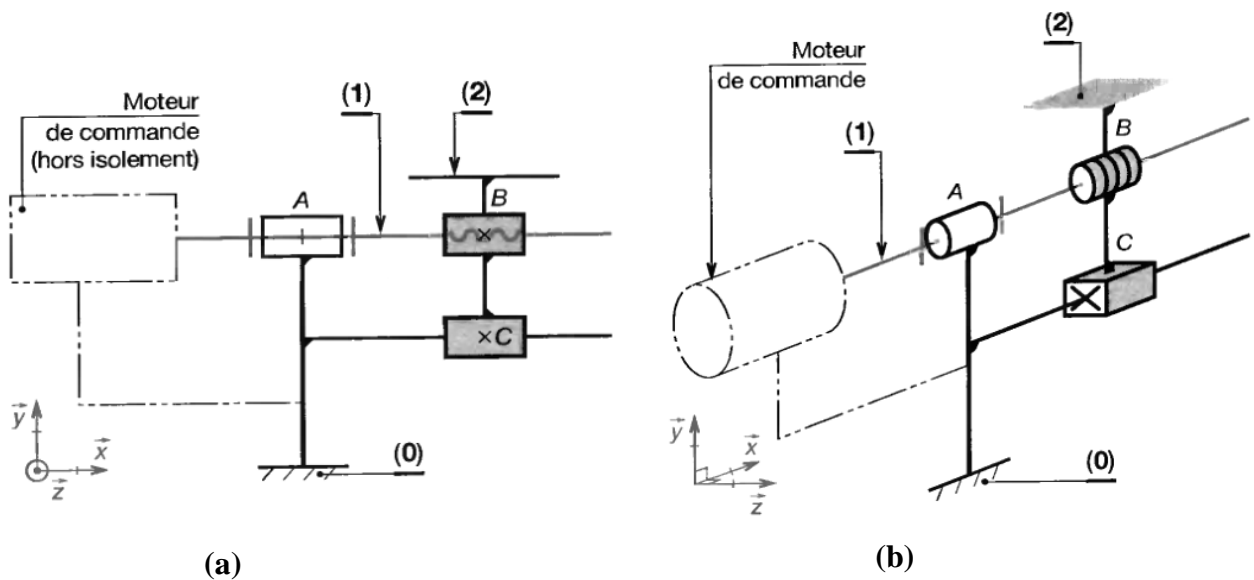
Nom de liaison	Exemple	Représentation plane	Représentation en 3D
Liaison d'encastrement 0 degré de liberté			
Liaison pivot 1 degré de liberté			
Liaison pivot - glissant 2 degrés de liberté			
Liaison glissière 1 degré de liberté			
Liaison glissière hélicoïdale 2 degrés de liberté			
Liaison rotule 3 degrés de liberté			

Tableau 3 : Symboles de liaison entre deux solides

## 6.1 Classes d'équivalence

Une classe d'équivalence représente toutes les pièces en contact n'ayant aucun mouvement relatif pendant l'usage du mécanisme que l'on étudie, à l'exception des pièces déformables (ressorts, membranes...) et des billes ou rouleaux des roulements.

La Figure 8 [6] présente un schéma cinématique plan 2D (a) et un schéma en perspective 3D (b) d'un système de commande linéaire d'une table (2) par un moteur de commande. Ces deux schémas nous permettent de comprendre le principe de fonctionnement de ce système de commande d'axe. La liaison entre l'arbre (1) et le bâti (0) est de type pivot A, donc l'arbre (1) possède un seul degré de liberté : Rotation. La liaison entre la table (2) et l'arbre (1) est de type hélicoïdale B, et la liaison entre la table (2) et le bâti (0) est de type glissière C, donc la table (2) dispose d'un seul degré de liberté : Translation. En effet, quand le moteur tourne, il fait tourner avec lui l'arbre (1) et transforme le mouvement de rotation en mouvement de translation grâce à la liaison hélicoïdale B et glissière C.



**Figure 8 : Schémas cinématique en 2D et 3D d'un système de commande d'axe**

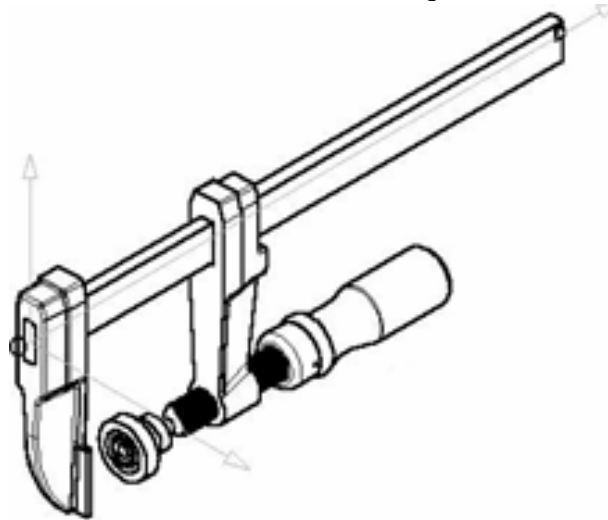
D'après le schéma ci-dessus, nous pouvons déduire 3 classes d'équivalence : La première est l'arbre (1), la deuxième est le bâti fixe (0) avec son rail, la troisième est l'ensemble : Chariot C, écrou B et la table (2).

## Travaux dirigés N°1 « Liaisons mécaniques »

« Les solutions sont données à la fin de ce cours »

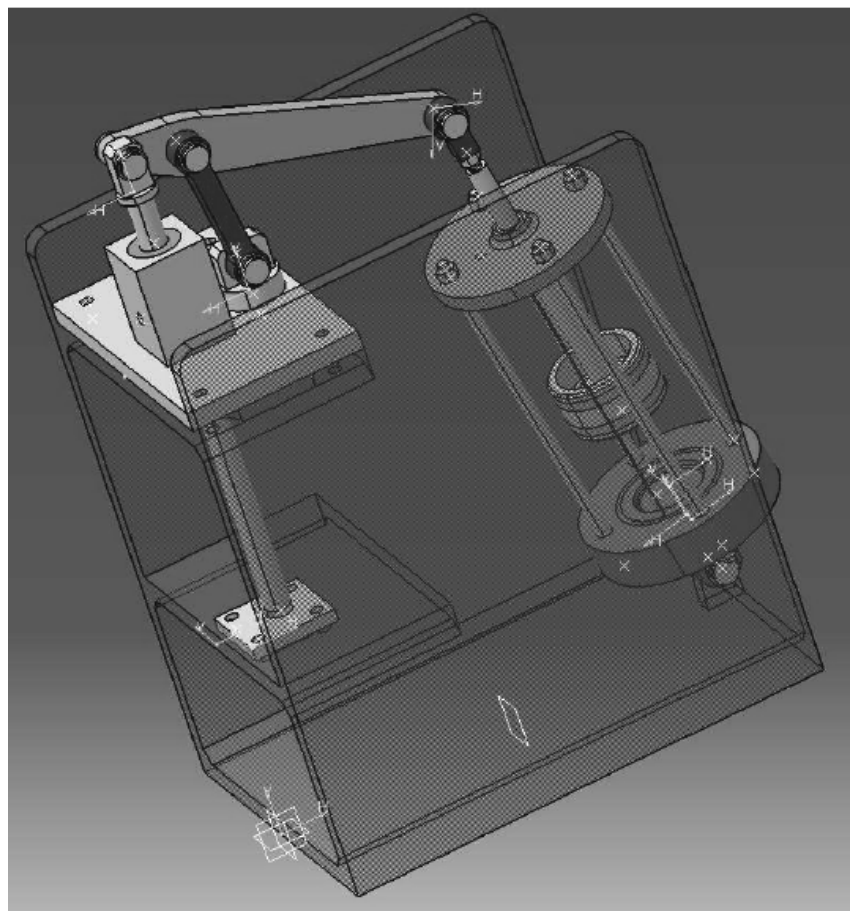
### Exercice 1 :

La figure ci-dessous montre un serre-joint, déterminer les classes d'équivalence, les différentes liaisons et leurs degrés de liberté. Tracer le schéma cinématique de ce serre-joint.



### Exercice 2 :

La figure ci-dessous montre une presse à décolleter, déterminer les classes d'équivalence, les différentes liaisons et leurs degrés de liberté. Tracer le schéma cinématique de cette presse.



# **Chapitre 3**

## **Eléments d'assemblage et leur calcul**



## Chapitre 3 : Eléments d'assemblage et leur calcul

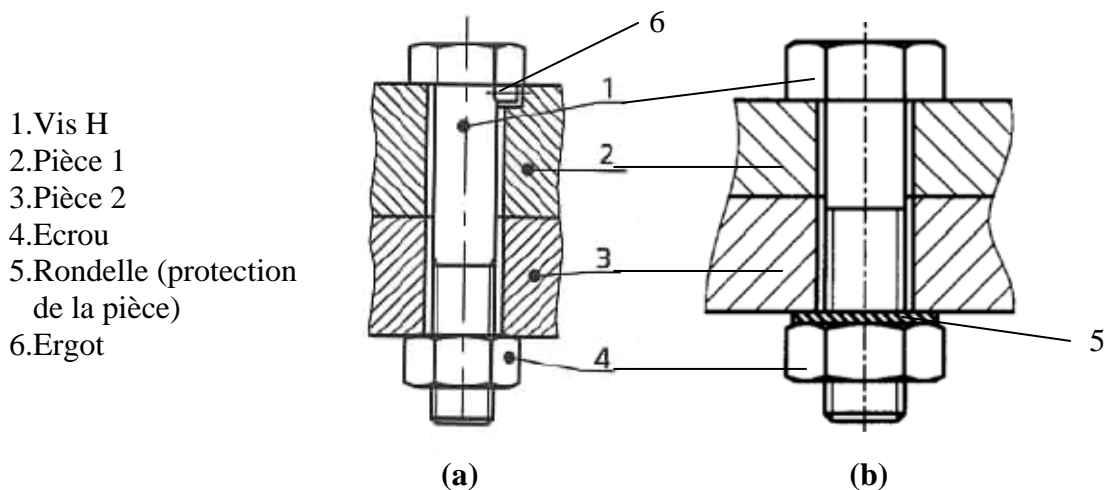
Les machines actuelles comptent des milliers de pièces, ces pièces sont assemblées avec différentes techniques (soudage, collage, rivetage, serrage, etc). Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux modes d'assemblage des pièces par serrage, par rivetage et par liaison élastique.

Le terme général, élément de serrage désignera, l'un des 4 types d'éléments : vis, boulons, goujons, lacets. Chacun de ces 4 types d'éléments répond à des règles de dimensionnement communes ou spécifiques, le rôle des éléments de serrage est de rendre les pièces à assembler solidaires entre elle.

### 1. Assemblage des pièces par éléments de serrage

#### 1.1 Boulons

On appelle boulon une tige d'assemblage dont une extrémité, appelée tête, présente un renflement de forme cylindrique ou prismatique généralement hexagonale et dont l'autre extrémité, filetée, reçoit un écrou qui permet d'exercer un effort de serrage sur l'assemblage compris entre lui-même et la tête de boulon. L'immobilisation de la rotation de la tête se fait par fois par l'emploi d'un ergot Figure 9 (a) [7].



**Figure 9 : Boulons de serrage de deux pièces (a) avec ergot (b) sans ergot**

Exemple d'assemblage boulonné : brides boulonnées pour fermeture de récipients ou pour jonctions de tuyauteries.

## 1.2 Vis

Un boulon dépourvu de l'écrou de serrage est appelé vis. Pour exercer un effort de serrage sur l'assemblage qu'il traverse, son extrémité filetée est implantée dans un trou fileté (ou taraudage) pratiqué dans une pièce, en général massive, faisant partie intégrante de l'assemblage serré par la vis. Une vis comporte trois parties qui permettent de réaliser l'assemblage : Une tête pour la manœuvre de serrage, un corps qui s'implante dans la matière et une surface d'appui qui constitue l'élément de poussée Figure 10 [7].

- 1 Pièce 1
- 2 Corps de la vis H
- 3 Pièce 2
- 4 Surface d'appui

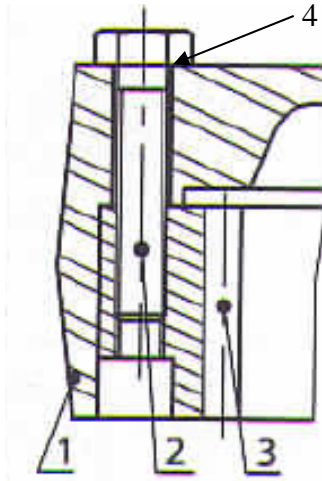


Figure 10 : Vis de serrage

## 1.3 Lacets ou Tirants

On appelle lacet une tige d'assemblage, filetée à ses deux extrémités, exerçant un effort de serrage par l'intermédiaire d'écrous montés sur chacune des extrémités filetées.

## 1.4 Goujons

Le terme de "goujon" s'applique à une tige d'assemblage, filetée à ses deux extrémités, dont l'une des extrémités est implantée dans un trou fileté (ou taraudage) pratiqué dans une pièce, en général massive, faisant partie intégrante de l'assemblage serré par la vis Figure 11 [7].

- 1 Pièce 1
- 2 Rondelle
- 3 Ecrou
- 4 Goujon
- 5 Pièce 2

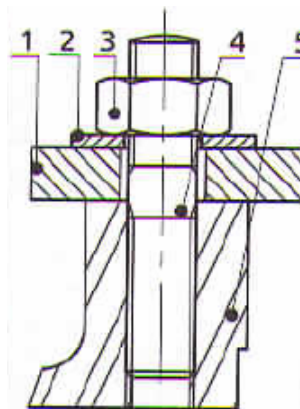


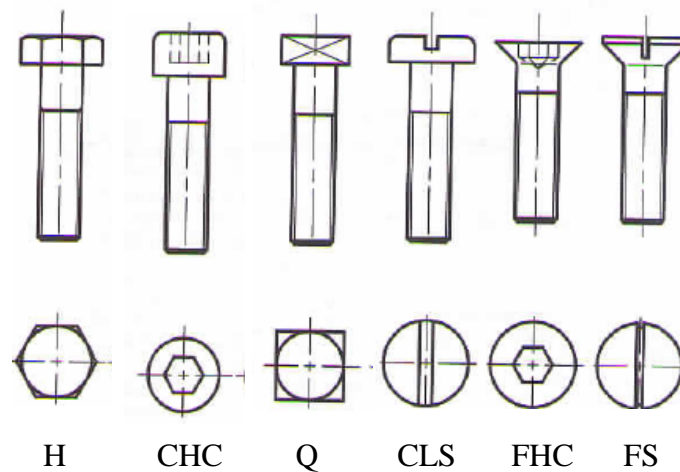
Figure 11 : Serrage de deux pièces par un goujon

## 1.5 Insert

Un insert est un élément mécanique réalisé par un matériau approprié destiné à s'interposer entre le filetage d'une vis et la pièce, son rôle est la protection de la pièce c'est-à-dire en cas où on rencontre un problème dans le filetage, on change que l'insert et la pièce reste intacte.

## 2. Type de vis d'assemblage

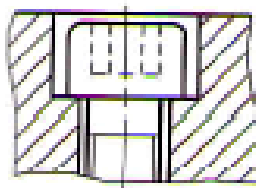
Ils existe plusieurs type de vis qu'on peut les différencier juste par leurs têtes, la Figure 12 [7] présente les différents types de vis avec leurs symboles de désignation.



**Figure 12 : Les différents types de vis**

Les vis de type H et Q sont les plus utilisées à cause de leur efficacité de serrage.

Les vis de type CHC sont fréquemment utilisées pour des raisons d'esthétique et de sécurité, la tête est noyée dans un lamage de faible diamètre Figure 13 [20].



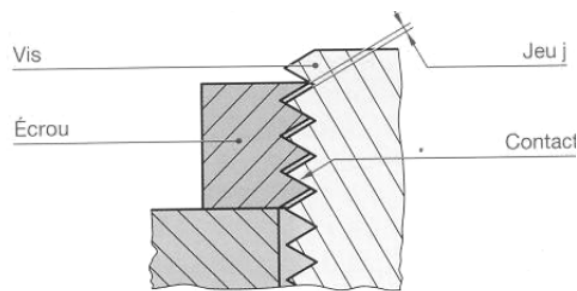
**Figure 13 : Tête d'une vis dans un lamage**

Les vis à tête fondue cylindrique CLC sont manœuvrées par un tournevis il en résulte un serrage peu énergétique. Les vis à tête fraisée FHC et FS qui se logent dans une fraisure, elles sont utilisées pour une meilleure finition esthétique.

Le serrage des vis se fait avec une clé à fourche ou clé à pipe, ces dernières permettent d'avoir un couple de serrage non précis. Pour avoir un couple de serrage avec une grande précision, nous devons utiliser une clé dynamométrique.

### 3. Freinage des éléments de serrage

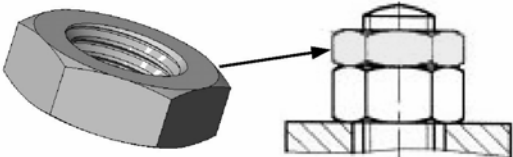
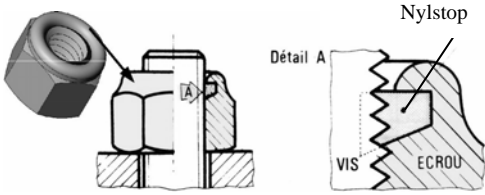
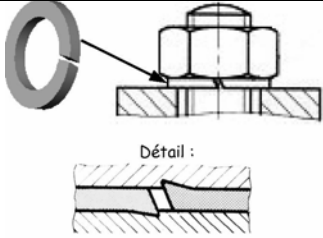
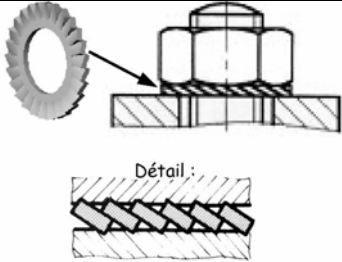
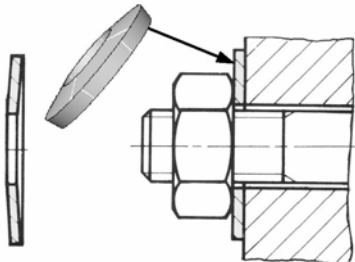
L'origine du jeu  $j$  (Figure 14) [5] existant entre les filets de l'écrou et de la vis est les tolérances de fabrication. Lorsque ce montage est soumis à certaines conditions (chocs, vibrations, variations de la température, etc), les éléments filetés peuvent se desserrer et donc ils ne pourront plus assurer le serrage des pièces, pour lutter alors contre le desserrage de ces éléments filetés, nous utilisons des éléments de freinage par adhérence ou par obstacle.



**Figure 14 : Jeu entre filets de vis et écrou**

### 3.1 Freinage par adhérence

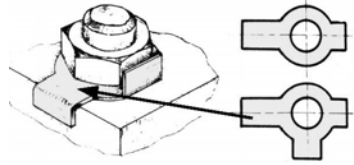
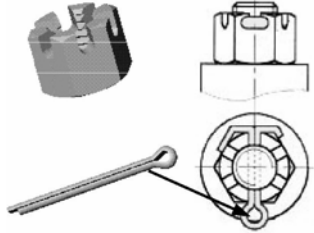
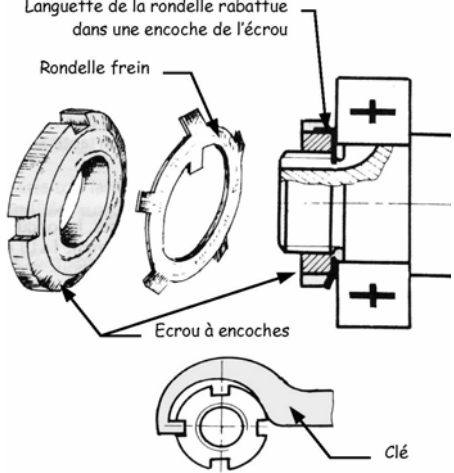
Le Tableau 4 [5] présente les différentes solutions de freinage des vis et des écrous par adhérence, ces solutions n'apportent pas la certitude absolue d'un desserrage impossible et la sécurité est relative.

Freinage	Description du fonctionnement	Schéma
Contre écrou	Deux écrous bloqués sur les filets de la vis.	
Ecrou auto freiné	Le freinage est obtenu grâce à la bague en nylon comprimée à l'intérieur de l'écrou.	
Rondelle élastique (Grower)	Le freinage est obtenu grâce à l'élasticité de la rondelle. L'efficacité est augmentée par l'incrustation des bords de la rondelle dans l'écrou et dans la pièce.	
Rondelle à dents	Le freinage est obtenu grâce à l'élasticité des dents de la rondelle. L'efficacité est augmentée par l'incrustation des arrêtes des dents dans l'écrou et dans la pièce.	
Rondelle conique lisse ((Belleville)	Après serrage, la rondelle agit comme un fort ressort axial qui applique une pression sur les filets de la vis par les filets de l'écrou.	

**Tableau 4 : Solutions pour le freinage des vis et des écrous par adhérence**

### 3.2 Freinage par obstacle

Le Tableau 5 [5] présente les différentes solutions du freinage des vis et des écrous par obstacle, ces solutions assurent un serrage et une sécurité absolue.

Freinage	Description du fonctionnement	Schéma
Plaquettes, arrêtoir à ailerons	Un bord de la plaquette est rabattu sur la pièce et l'autre est relevé sur l'écrou. Par sécurité, il faudrait changer la plaquette en cas d'opération de démontage remontage.	
Goupille (V)	Le freinage est réalisé par l'intermédiaire d'une goupille qui s'insère dans un créneau de l'écrou en passant par un trou de la vis puis elle se resserre sur le créneau opposé de l'écrou.  Dans le cas d'un dévissage volontaire, il faudrait prévoir le remplacement de l'ancienne goupille par une autre neuve.	<p>A TRAVERS L'ECROU (écrou à créneaux)</p> 
Rondelle frein	Utilisée avec un écrou à encoches pour le serrage des roulements.	<p>Langue de la rondelle rabattue dans une encoche de l'écrou</p> <p>Rondelle frein</p> <p>Ecrou à encoches</p> <p>Clé</p> 

**Tableau 5 : Solutions pour le freinage des vis et des écrous par obstacle**

## 4. Calcul de la visserie

La Figure 15 [8] présente les dimensions de la vis nécessaire pour faire le calcul de la résistance de la vis et le calcul de la force et couple de serrage.

$d_f$  : Diamètre à flanc de filet.

$d$  : Diamètre nominal par fois on l'appelle diamètre du fût lisse.

$d_n$  : Diamètre à fond de filet.

$S_n$  : Surface à fond de filet.

$$d_f = d - 0,6495 \times \text{Pas} \quad (3-1)$$

$$d_n = d - 1,2298 \times \text{Pas} \quad (3-2)$$

$$d_{\text{tête}} = 1,25d \quad (3-3)$$

$$S_n = \frac{\pi d_n^2}{4} \quad (3-4)$$

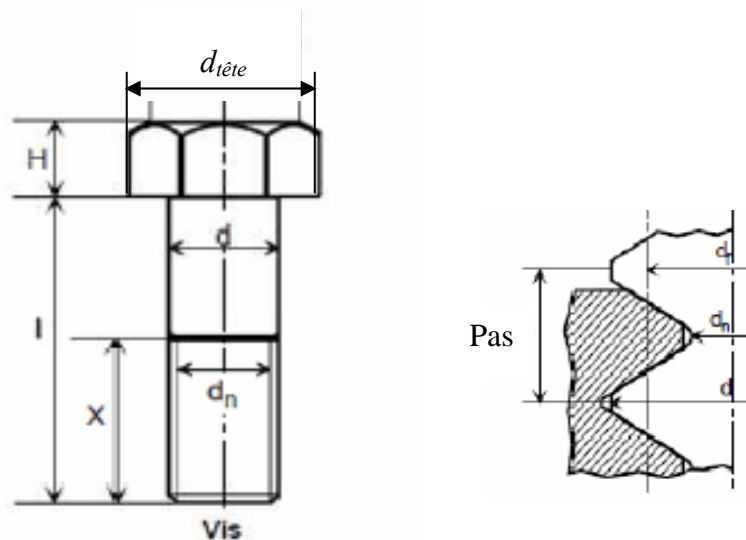
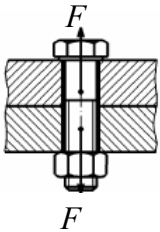
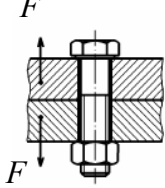
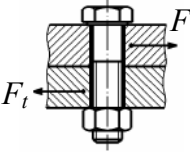
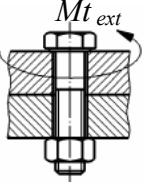


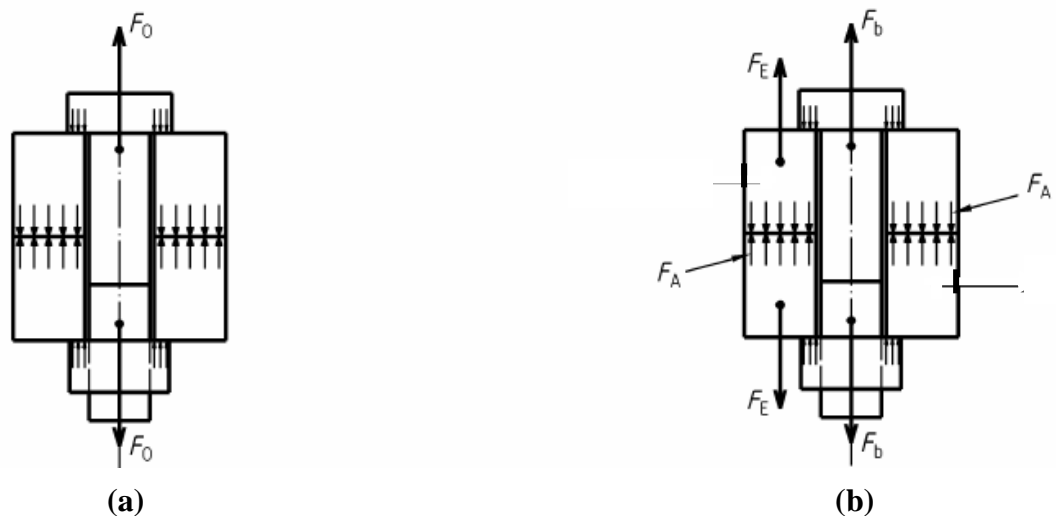
Figure 15 : Dimensions de la vis

Le calcul de la visserie s'intéresse au calcul du diamètre de la vis, le nombre des vis ou boulons et le couple de serrage. Les éléments de serrage sont exposés à plusieurs sollicitations : traction, cisaillement, flexion, torsion, fatigue, etc. Le Tableau 6 [8] suivant montre les différentes sollicitations appliquées sur l'élément de fixation et leurs contraintes correspondantes. Dans les applications industrielles, les sollicitations montrées sur le tableau ci-dessous peuvent être appliquées seuls ou d'une manière composée (exemple : combinaison de la flexion, traction avec le cisaillement).

Efforts extérieurs sur l'assemblage				
Nature de la sollicitation résultante au niveau de l'élément de fixation	Traction pure (effort axial centré)	Traction + flexion (effort axial excentré)	Effort transversal	Moment de torsion extérieur $Mt_{ext}$
Contraintes mécaniques générées	$\sigma_{tract} = \frac{F}{S_n}$ $S_n$ surface à fond de filet de la vis.	$\sigma_{tract} = \frac{F}{S_n}$ $\sigma_{flex} = \frac{32Mf_{Max}}{\pi d_n^3}$ $Mf_{max}$ Moment de fléchissant maximal $d_n$ diamètre à fond de filet de la vis.	$\tau_{cisail} = \frac{F_t}{S_n}$	$\tau_{tors} = \frac{16Mt}{\pi d_n^3}$ $Mt = Mt_{ext} + C$ $C$ est le couple de serrage.

**Tableau 6 : Nature des sollicitations résultant d'efforts extérieurs appliqués sur les assemblages**

Lors du serrage de deux pièces sollicitées par des efforts extérieurs, nous produisons une force axiale de serrage  $F_0$  (Figure 16) [8], cette force empêche le desserrage des pièces à assembler et comprime ces deux pièces.



**Figure 16 : Forces appliquées sur le boulon et les deux pièces à fixer (a) Force de serrage  $F_0$  (b) Résultante des forces extérieures**



La force extérieure  $F_E$  appliquée sur les pièces à assembler (Figure 16) contribue à augmenter la force de traction dans les boulons et à diminuer la compression des pièces à assembler. Une partie de la force  $F_E$  de traction est alors reprise par le boulon et sera égale à  $F_{Eb}$  et l'autre partie est reprise par les deux pièces à assembler et elle sera égale à  $F_{EP}$  [9] :

$$F_E = F_{Eb} + F_{EP} \quad (3-5)$$

$F_{Eb}$  et  $F_{EP}$  sont deux forces de traction. Si on a  $n$  boulons, la force extérieure pour chaque boulon est égale à la force extérieure globale divisée par le nombre de boulons  $n$ .

La partie de la force extérieure reprise par le boulon est égale à :

$$F_{Eb} = \lambda F_E \quad (3-6)$$

La partie de la force extérieure reprise par les deux pièces est égale à :

$$F_{EP} = (1 - \lambda) F_E \quad (3-7)$$

$\lambda$  est le coefficient de la rigidité des deux pièces à assembler, sa valeur est comprise entre 0 et 1.

La force totale de traction appliquée sur le boulon  $F_b$  (Figure 16) est égale à :

$$F_b = F_0 + F_{Eb} = F_0 + \lambda F_E \quad (3-8)$$

La force totale de compression des deux pièces  $F_A$  (Figure 16) est égale à :

$$F_A = F_0 - F_{EP} = F_0 - (1 - \lambda) F_E \quad (3-9)$$

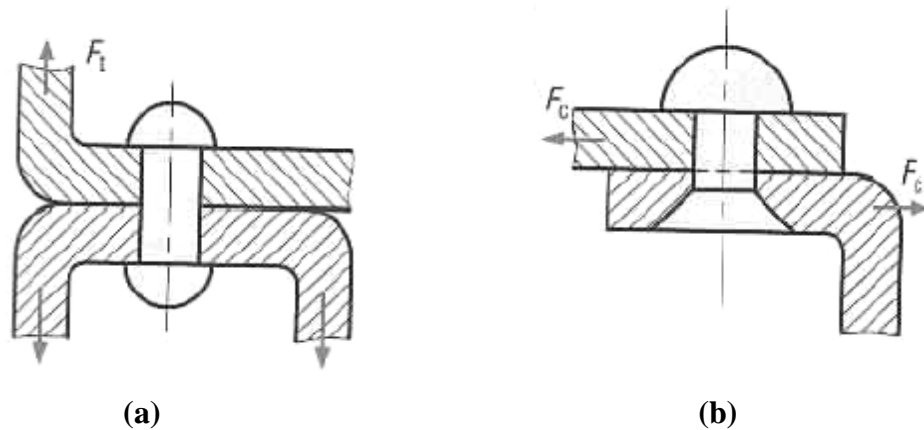
Il faut noter que **la force de serrage  $F_0$  tire le boulon et comprime les deux pièces**. Pour éviter le décollement des deux pièces ou le desserrage du boulon, il faut que la force de compression des deux pièces  $F_A$  ne soit pas nulle ou inférieure à zéro, c'est-à-dire on doit avoir :

$$F_0 > (1 - \lambda) F_E \quad (3-10)$$

Les valeurs de la force de serrage  $F_0$  et le couple de serrage sont déterminées à l'aide des tables [8] en fonction du diamètre de la vis, coefficient de frottement entre les filets de la vis et la précision de la technique utilisée pour le serrage des vis.

## 5. Assemblage des pièces par les rivets

Le rivet est une courte tige cylindrique présentant une tête à une extrémité. Le rivet est placé dans un trou percé dans des pièces à assembler, puis l'autre extrémité (rivure) est déformée pour réaliser l'assemblage des pièces. Les rivets peuvent être sollicités en traction ou en cisaillement Figure 17 [10].



**Figure 17 : Rivets soumis (a) à la traction (b) au cisaillement**

Les rivets sont utilisés couramment pour assembler les parties du fuselage et d'ailes des avions (Figure 18) [32]. En effet, l'assemblage d'une structure d'avion exige près de 2 500 000 rivets, dont la pose représente 30 % du temps total de montage. Le rivetage est encore largement utilisé dans les applications où la légèreté et la résistance demandées sont critiques, comme dans un avion.



**Figure 18 : Rivets du fuselage d'avion**

## 6. Type de rivets

La Figure 19 [32] présente les différents types des rivets, ils sont différenciés par leurs têtes.

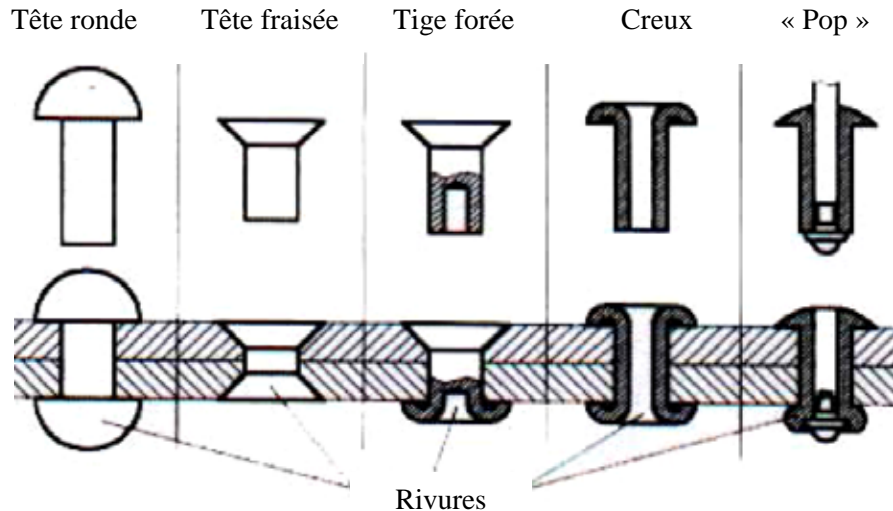


Figure 19 : Les différents types des rivets

## 7. Les avantages et inconvénients de l'utilisation des rivets

### 7.1 Avantages des rivets

- Les rivets sont recommandés pour assembler les plaques minces  $e < 0,6$  mm ou quand il y a une impossibilité de souder des plaques très épaisses.
- Ils sont utilisés dans les constructions qui travaillent en vibration, car la fiabilité des constructions soudées soumises aux vibrations est faible.
- Ils sont employés aussi pour les matériaux qui ne peuvent pas être soudés ou ne supportent pas le soudage car l'échauffement dû au soudage génère un revenu, un gauchissement et des déformations dans ces matériaux. En effet, on ne soude pas les tôles sur lesquelles des déformations ou modification des propriétés du matériau peuvent être apportées.
- Ils conviennent aux assemblages de matières et épaisseurs différentes et aux assemblages qui sont exposés au phénomène de fatigue contrairement au soudage.
- Les rivets sont moins coûteux que les boulons.

### 7.2 Inconvénients des rivets

- Le volume d'horaire pour le montage des rivets est accru.
- Les trous affaiblissent les sections actives de la construction.
- Un grand poids des rivets qui se rajoutent au poids de la construction, le cordon de soudage ne contribue pas à l'augmentation du poids total de la construction.
- Pas de possibilité de riveter les plaques très épaisses  $e > 25$  mm, il faut utiliser dans ce cas les boulons.
- Le rivetage est moins productif que le soudage.

## 8. Principe de formation de la rivure

Le rivetage se fait soit à la main ou en utilisant une riveuse, électrique, pneumatique, hydraulique, etc. Les rivets d'acier jusqu'à 12 mm de diamètre se posent à froid ; les rivets possédant un diamètre supérieur à 12 mm se posent à chaud. L'idéal est que le métal du rivet rempli tout le trou après la rivure en ne laissant aucun jeu entre le rivet et le trou. Dans le cas du rivetage à chaud, ce jeu est le résultat du rétrécissement du diamètre de la tige après son refroidissement. Ce jeu provoque aussi un défaut d'étanchéité, diminue la résistance et la rigidité de l'assemblage et favorise la rupture du rivet. En effet, la contrainte ne sera pas distribuée uniformément au niveau de la tige du rivet. Il est avantageux de chauffer seulement l'extrémité de la tige pour former la rivure.

### 8.1 Rivetage à froid d'un rivet à tête ronde

La Figure 20 [7] montre le principe de rivetage à froid par l'utilisation d'une bouterolle, celle-ci déforme l'extrémité de la tige sous l'action d'un choc discontinu (marteau manuel ou pneumatique) ou continu (presse hydraulique ou pneumatique). La partie de la tête du rivet est bloquée pendant l'opération du rivetage par une contre bouterolle. La liaison obtenue est une liaison par obstacle complète non démontable, par conséquent, le rivet travaille d'avantage en cisaillement.

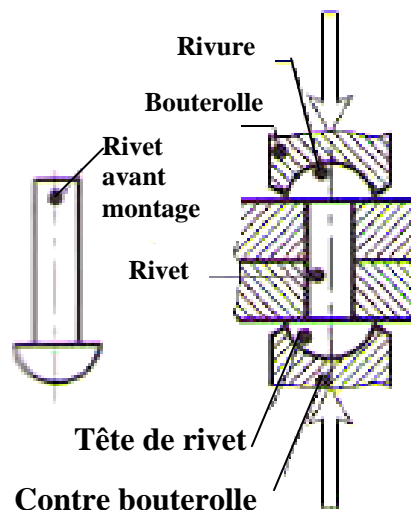


Figure 20 : Principe de rivetage à froid d'un rivet à tête ronde

### 8.2 Rivetage à chaud d'un rivet à tête ronde

Dans le cas de rivetage à chaud, après refroidissement, le rivet se rétracte longitudinalement en serrant les pièces et transversalement en créant un jeu diamétral, le rivet ne travaille plus au cisaillement mais à l'extension et liaison obtenue se fait par adhérence (Figure 21) [11].

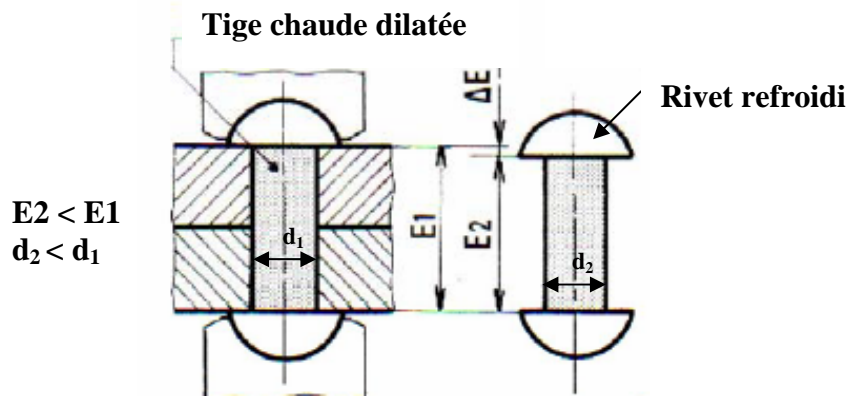


Figure 21 : Rivetage à chaud d'un rivet à tête ronde

### 8.3 Rivetage à froid d'un rivet creux

Ils se posent à froid à l'aide d'une pince formant l'ensemble bouterolle/contre bouterolle (Figure 22) [7].

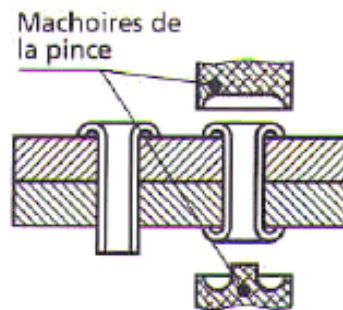


Figure 22 : Rivetage à froid d'un rivet creux

### 8.4 Rivetage à froid d'un rivet Pop

Ces rivets industriels permettent la formation d'une rivure sur une face inaccessible (Figure 23) [32]. La pince exerce un effort de traction sur la tige tout en plaquant la tête contre la pièce, l'action de traction étire la tige et la faire rompre tout en écrasant la rivure contre la face inaccessible. La figure ci-dessous montre les étapes de réalisation de ce type de rivetage.

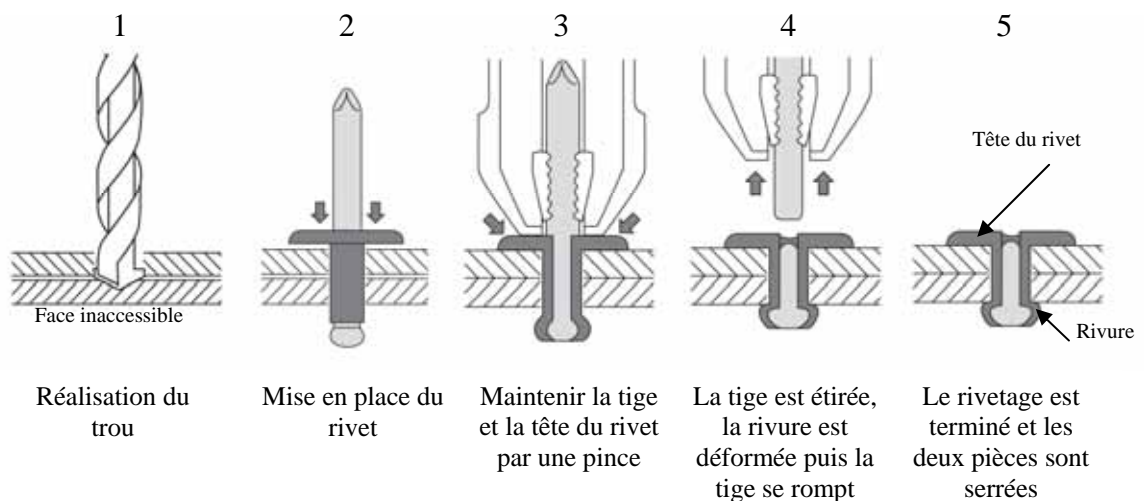
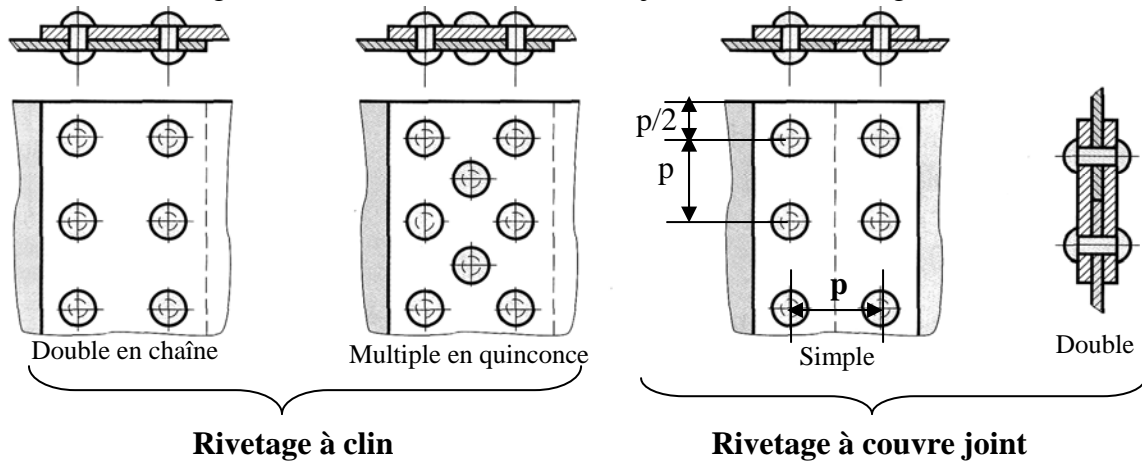


Figure 23 : Rivetage à froid d'un rivet Pop

## 9. Dispositions des rivets

On distingue les rivures par la forme de leur joint, nous avons des rivetages à couvre joint ou sans couvre joint (à clin) ; suivant la disposition des rivets on a les rivetages simples, doubles ou quinconce (voir la Figure 24[1]). En effet, les couvre joints améliore la rigidité de l'assemblage.



**Figure 24 : Dispositions usuelles des rivets**

Les rivetages double en chaîne, quinconce et simple subissent un cisaillement simple c'est-à-dire une seule section du rivet qui sera cisailée (Figure 25 (a)) [12], alors que les rivetages à couvre joint double subissent un cisaillement double c'est-à-dire deux sections du rivet qui seront cisailées (Figure 25 (b)) ces dernières sont donc plus résistantes que les premiers.



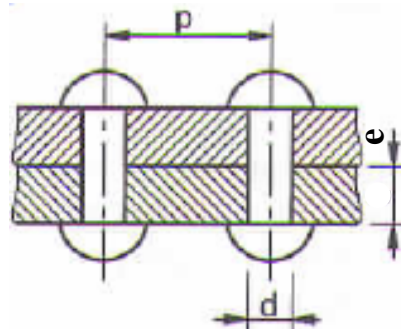
**Figure 25 : Mode de cisaillement des rivures (a) section mono-cisailée (b) sections bi-cisailées**

Le choix du diamètre  $d$  (Figure 26) [12] du rivet est en fonction de l'épaisseur  $e$  de l'élément le plus épais à assembler :

$$d = 45e / (15 + e) \quad (3-11)$$

Le diamètre de perçage est égal à  $1,1d$  ou  $1,05d$  si une étanchéité est exigée.

Le pas  $p$  entre les rivets est compris entre  $3d$  et  $10d$  (Figure 24 & Figure 26)



**Figure 26 : Dimensions d'un assemblage riveté**

## 10. Calcul de la résistance des rivets et les membrures

Le Tableau 7 montre les différentes sollicitations appliquées sur l'assemblage riveté ainsi les différentes lois de calcul de la résistance des membrures (plaques) et des rivets et le nombre des rivets nécessaire pour maintenir l'assemblage.

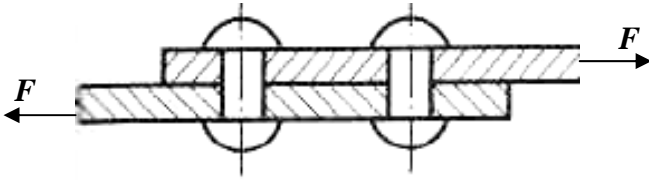
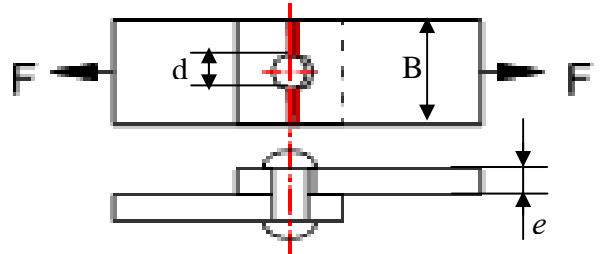
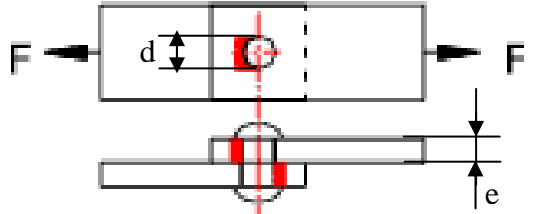
Sollicitations appliquées sur l'assemblage riveté	Contraintes générées sur la membrure et rivet
	<p>Les deux rivets sont sollicités en cisaillement, la contrainte de cisaillement est :</p> $\tau = \frac{F}{2S} ; S = \frac{\pi d^2}{4} ; d \text{ est le diamètre du rivet.}$ <p>Pour éviter la rupture des rivets il faut que :</p> $\tau < \tau_{adm} ; \tau_{adm} \text{ est la contrainte admissible de cisaillement du matériau du rivet.}$
	<p>La membrure est sollicitée en traction, la contrainte de traction dans la membrure est :</p> $\sigma = \frac{F}{(B - nd)e} ; n \text{ est le nombre des rivets d'une seule rangée perpendiculaire au chargement.}$ <p>Pour éviter la rupture des rivets il faut que :</p> $\sigma < \sigma_{adm} ; \sigma_{adm} \text{ est la contrainte admissible du matériau de la membrure.}$
	<p>Le rivet est sollicité en compression, la contrainte de compression dans le rivet est :</p> $\sigma = \frac{F}{nde} ; n \text{ est le nombre des rivets d'une seule rangée perpendiculaire au chargement.}$ <p>Pour éviter la compression des rivets il faut que :</p> $\sigma < \sigma_{adm}^c ; \sigma_{adm}^c \text{ est la contrainte admissible du matériau du rivet en compression.}$

Tableau 7 : Sollicitations et contraintes dans les membrures et rivets

## 11. Emmanchement forcé

L'emmanchement forcé permet de réaliser l'assemblage de l'arbre avec son moyeu par ajustement serré. Cette liaison est réalisée par une presse lourde ou par frettage qui est basé sur le principe de la dilatation du matériau, le démontage de la liaison nécessite la destruction de cette liaison.

La Figure 27 [1] montre le principe de l'emmanchement forcé, le diamètre  $d$  est compris entre le diamètre initial de l'arbre  $d_A$  et le diamètre de l'alésage  $d_M$ , nous obtenons ainsi un ajustement serré.

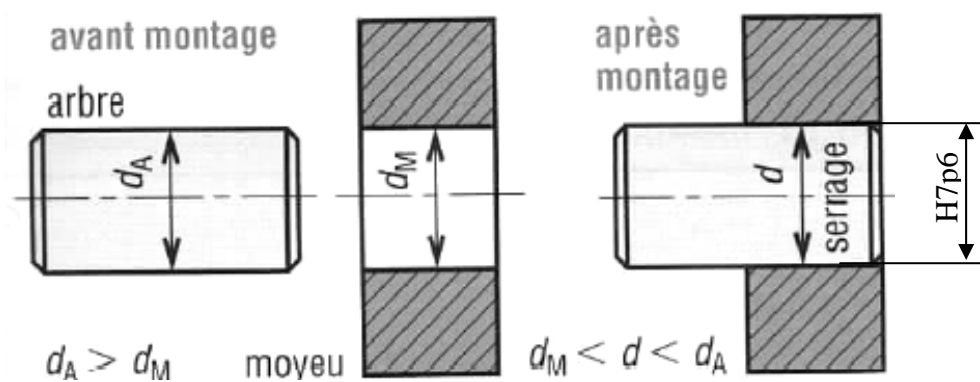


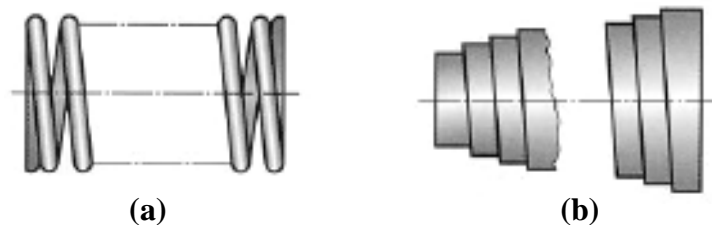
Figure 27 : Ajustement serré de l'arbre avec l'alésage du moyeu



## 12. Ressorts

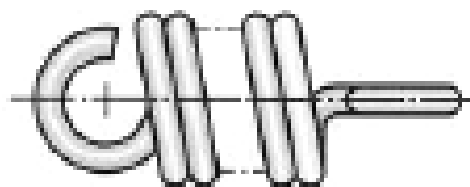
Un ressort est un élément qui emmagasine l'énergie quand on le fait comprimer, tendre ou tordre, il restitue en suite cette énergie quand il est relâché en permettant d'exercer une force ou un couple de torsion, autres types de ressorts permettent de dissiper l'énergie et amortir les vibrations comme les ressorts utilisés dans les amortisseurs d'automobiles, ils permettent aussi de rattraper le jeu.

La Figure 28 [5, 20] montre quelques types de ressorts à compression, les spires de ces ressorts ne sont pas jointives, la largeur maximale du ressort hélicoïdal à compression (Figure 28 (a)) après sa compression qui peut atteindre ne dépasse jamais la moitié de sa largeur initiale, ce qui rend ces ressorts plus encombrants, pour éviter cet inconvénient, des ressorts en volute sont utilisés (Figure 28 (b)).



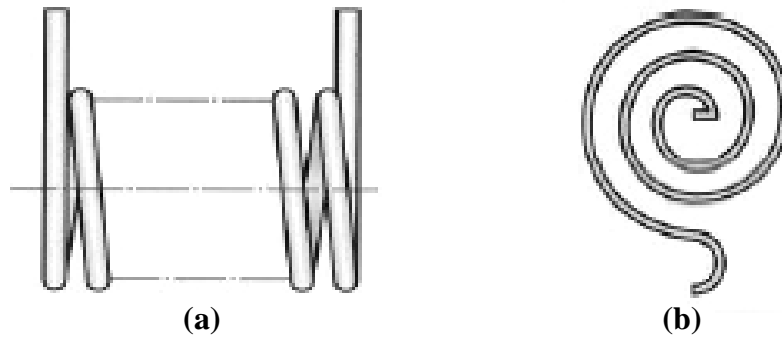
**Figure 28 : Ressorts à compression**

La Figure 29 [20] présente un ressort à traction c'est-à-dire il travaille qu'en traction, les spires de ce ressort sont jointives ou en contact au repos, ces ressorts sont préchargés par une tension initiale de traction qui provient d'une déformation élastique de flexion imposée au fil au moment de leurs fabrications. Le métal du ressort subit des déformations de flexion et de torsion. Les deux bouts du ressort ont la forme d'un crochet afin de faciliter leur montage, l'inconvénient est que les concentrations de contraintes sont élevées au niveau du crochet.



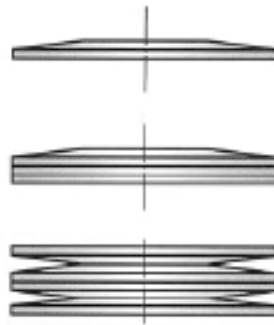
**Figure 29 : Ressort à traction**

Les ressorts de torsion sont montés sur un axe qui les traverse, les spires de ces ressorts subissent des déformations de flexion. On peut trouver des ressorts cylindriques de torsion (Figure 30 (a) [20]) ou des ressorts spirals à lame de section rectangulaire (Figure 30 (b) [20]).



**Figure 30 : Ressorts de torsion**

Les rondelles de type Belleville agissent comme un fort ressort axial qui applique une pression sur les pièces d'appui. Les rondelles peuvent être empilées en opposition (addition des flèches), en parallèle (addition des charges) ou en combinaison des deux (Figure 31) [5]. La raideur et les déformations dépendent du nombre des rondelles et de leur façon d'empilement.



**Figure 31 : Rondelles de Belleville**

### 12.1 Matériaux des ressorts

La résistance mécanique du matériau de ressort dépend du diamètre du fil de ce ressort et de son procédé d'obtention, la plupart des matériaux des ressorts sont :

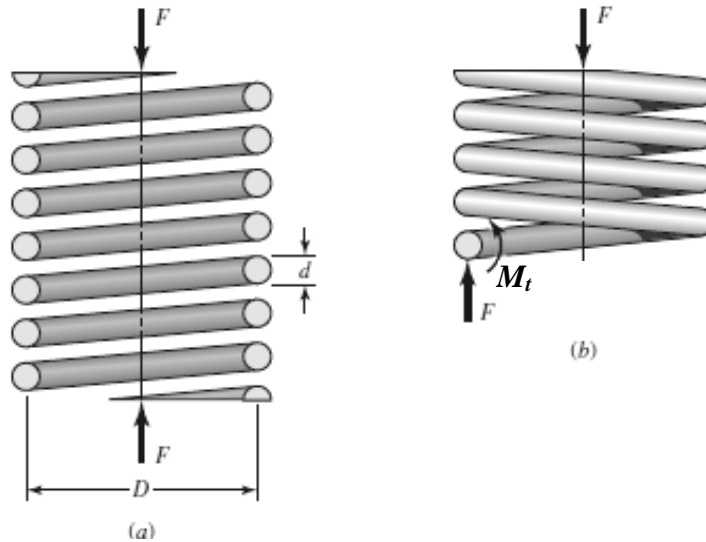
- Les aciers aux carbones trempés (C70, C95, etc), la limite d'élasticité  $R_e$  peut atteindre 2000 MPa
- Les aciers au nickel trempés après tréfilage, la résistance à la rupture  $R_r$  pour ces aciers peut atteindre 2600 MPa pour un fil de diamètre 0,05 mm et 1100 MPa pour un fil de diamètre de 13 mm.
- Les aciers au chrome vanadium 51CrV4 ( $R_e=1080$  MPa), aciers inoxydables X7CrNiAl17-7 ( $R_e=1300$  MPa)
- Les maillechort : exemple CuBe2 ( $R_r=1200$  MPa) [1].

Lorsque le ressort est exposé à la corrosion, on emploie des matériaux zingués, étamés ou des aciers revêtus.

## 12.2 Calcul des ressorts

Le fil des ressorts possède soit une section transversale carrée, rectangulaire ou ronde, le ressort doit résister aux différentes sollicitations : Compression, traction, torsion ; le ressort doit se déformer aussi sous l'application de ces sollicitations.

Figure 32 montre un ressort hélicoïdal de compression, le fil de ce ressort possède la forme ronde. Le ressort est sollicité par une force de compression  $F$ , le fil de ce ressort est exposé à un cisaillement d'origine direct et d'origine de torsion [24].



**Figure 32 : (a) Ressort hélicoïdal chargé axialement (b) Fil du ressort exposé à un cisaillement direct et de torsion**

Le calcul de la contrainte maximale de cisaillement pour ce ressort est donné comme suit :

$$\tau_{Max} = \tau_{torsion} + \tau_{direct} = \frac{M_t \cdot (d/2)}{I_p} + \frac{F}{S} \quad (3-12)$$

$I_p$  est le moment d'inertie polaire, il est égal à :

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \quad (3-13)$$

$S$  est la section du fil du ressort :

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad (3-14)$$

Le moment de torsion  $M_t$  généré au niveau fil :

$$M_t = F \cdot \frac{D}{2} \quad (3-15)$$

$d$  est le diamètre du fil du ressort,  $D$  est le diamètre moyen du ressort.

Pour éviter un cisaillement du fil du ressort, il faut que :

$$\tau_{Max} < \tau_{adm} \quad (3-16)$$

La déflexion ou l'allongement  $f$  du ressort est déterminé par le théorème de Castigliano, ce théorème indique que la déflexion  $f$  est égale à :

$$f = \frac{\partial E_{déf}}{\partial F} \quad (3-17)$$

L'énergie de déformation emmagasinée dans un ressort fabriqué avec un fil d'une longueur  $l$  est égale à :

$$E_{déf} = E_{déf \text{ de torsion}} + E_{déf \text{ de cisail}} = \frac{1}{2} K_{tors} \cdot \theta^2 + \frac{1}{2} K_{cisail} \cdot y^2 \quad (3-18)$$

Sachant que :  $M_t = K_{tors} \cdot \theta$  et  $F = K_{cisail} \cdot y$  ;  $\theta$  est l'angle de torsion en radian et  $y$  est le déplacement suivant la direction de l'application de la force  $F$ .

La rigidité en torsion  $K_{tors}$  est égale :

$$K_{tors} = \frac{GI_P}{l} \text{ (N.m)} \quad (3-19)$$

La rigidité en cisaillement  $K_{cisail}$  est égale :

$$K_{cisail} = \frac{GS}{l} \text{ (N/m)} \quad (3-20)$$

La longueur  $l$  du fil du ressort est égale :

$$l = \pi DN \quad (3-21)$$

$N$  est le nombre des spires.

A l'aide des relations précédentes, on peut écrire l'énergie de déformation  $E_{déf}$  en fonction de la force  $F$  comme suit :

$$E_{déf} = \frac{1}{2} \frac{M_t^2 l}{GI_p} + \frac{1}{2} \frac{F^2 l}{GS} \quad (3-22)$$

Remplaçons  $M_t$ ,  $S$ ,  $l$ ,  $I_p$  dans l'équation précédente, nous trouvons alors :

$$E_{déf} = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} + \frac{2F^2 DN}{d^2 G} \quad (3-23)$$

Appliquons maintenant le théorème de Castigliano, la déflexion  $f$  est égale alors à :

$$f = \frac{8F \cdot D^3 N}{d^4 G} + \frac{4F \cdot D \cdot N}{d^2 G} \quad (3-24)$$

Si  $C=D/d$ , alors la déflexion  $f$  peut être écrite sous la forme :

$$f = \frac{8F \cdot D^3 N}{d^4 G} \left( 1 + \frac{1}{2C^2} \right) \approx \frac{8F \cdot D^3 N}{d^4 G} \quad (3-25)$$

La raideur du ressort à compression est égale alors :

$$K_{compr} = \frac{F}{f} = \frac{d^4 G}{8D^3 N} \quad (3-26)$$

Cette raideur est égale pour un ressort à traction :

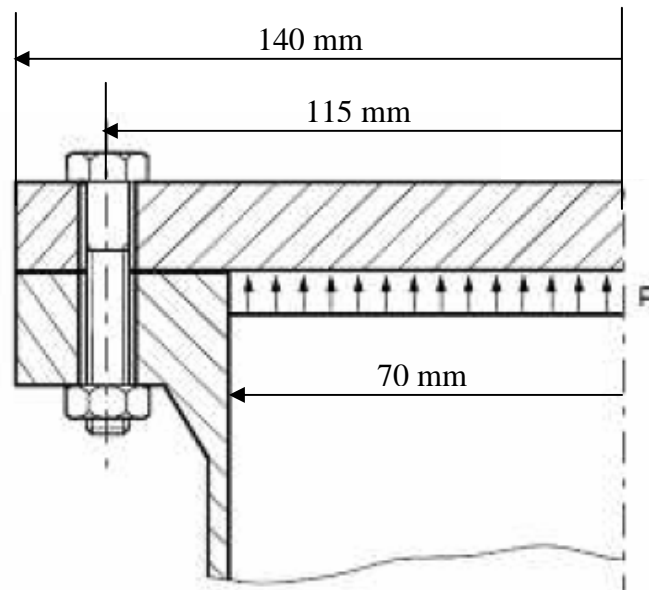
$$K_{tract} = \frac{F - F_0}{f} = \frac{d^4 G}{8D^3 N} \quad (3-27)$$

$F_0$  est la tension initiale de précharge appliquée sur le ressort.

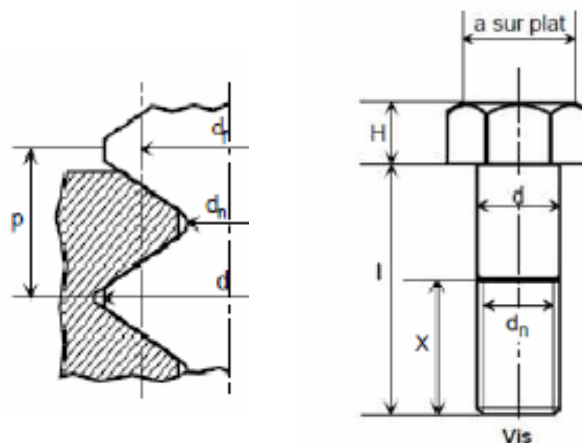
## Travaux dirigés N°2 « Eléments d'assemblage et leur calcul »

### Exercice N°1

L'assemblage suivant est composé d'un cylindre et d'un couvercle, le couvercle est assemblé au cylindre à l'aide des vis identiques de classe 8.8. Le dispositif est soumis à une pression intérieure de  $P=20$  MPa. Le diamètre nominal de la vis est M 10 X 1,5 mm, la limite d'élasticité  $R_e$  du matériau de la vis est 600 MPa, le coefficient de sécurité  $C_s$  est égal à 1,2.



Le diamètre à fond de filet  $d_n = d - 1,2268.p$ ,  $d$  est le diamètre nominal (figure ci-dessous).



1) Calculer le nombre des vis nécessaire afin qu'elles puissent tenir l'assemblage.

Nous utilisons une clé dynamométrique pour serrer les vis, cette clé appartient à la classe A de précision  $\pm 10\%$  du couple de serrage, le coefficient de frottement entre les filets de la vis et le cylindre ainsi entre la tête de la vis et le couvercle est égale à 0,20.

2) À l'aide du tableau ci-dessous (issu de la norme NF-E25-030) déterminer le couple de serrage  $T$  et la force de serrage maximale est minimale.

Classe 8.8													
d nominal (mm)	précision de serrage	$\Delta\mu = 0,06 - 0,09$			$\Delta\mu = 0,08 - 0,14$			$\Delta\mu = 0,12 - 0,18$			$\Delta\mu = 0,20 - 0,40$		
		T (N.m)	F <sub>0</sub> min (N)	F <sub>0</sub> max (N)	T (N.m)	F <sub>0</sub> min (N)	F <sub>0</sub> max (N)	T (N.m)	F <sub>0</sub> min (N)	F <sub>0</sub> max (N)	T (N.m)	F <sub>0</sub> min (N)	F <sub>0</sub> max (N)
3	A	0,66	1483	2473	0,79	1232	2388	1,02	1272	2210	1,34	804	1867
	B	0,63	1340	2473	0,76	1113	2388	0,97	1149	2210	1,28	727	1867
	C	0,60	1208	2473	0,72	1004	2388	0,93	1037	2210	1,23	655	1867
	D	0,48	604	2473	0,58	502	2388	0,75	518	2210	0,98	328	1867
4	A	1,53	2587	4293	1,82	2149	4143	2,34	2212	3830	3,07	1397	3233
	B	1,46	2337	4293	1,75	1941	4143	2,23	1998	3830	2,93	1262	3233
	C	1,40	2108	4293	1,67	1751	4143	2,14	1802	3830	2,81	1138	3233
	D	1,12	1054	4293	1,34	875	4143	1,71	901	3830	2,25	569	3233
5	A	2,99	4202	7008	3,59	3492	6772	4,63	3609	6270	6,1	2282	5299
	B	2,86	3796	7008	3,44	3155	6772	4,43	3260	6270	5,8	2062	5299
	C	2,74	3424	7008	3,29	2846	6772	4,24	2940	6270	5,6	1860	5299
	D	2,19	1712	7008	2,64	1423	6772	3,40	1470	6270	4,48	930	5299
6	A	5,2	5935	9883	6,2	4931	9545	8,0	5089	8834	10,6	3218	7464
	B	5,0	5361	9883	6,0	4455	9545	7,7	4598	8834	10,1	2907	7464
	C	4,76	4836	9883	5,7	4018	9545	7,3	4147	8834	9,7	2622	7464
	D	3,81	2418	9883	4,57	2009	9545	5,9	2073	8834	7,7	1311	7464
8	A	12,5	10822	18109	15,1	8994	17505	19,5	9314	16219	26	5895	13716
	B	12,0	9777	18109	14,4	8125	17505	18,6	8414	16219	25	5325	13716
	C	11,5	8818	18109	13,8	7328	17505	17,9	7590	16219	24	4803	13716
	D	9,2	4409	18109	11,0	3664	17505	14,3	3795	16219	18,9	2402	13716
10	A	25	17166	28804	30	14269	27855	38	14806	25827	51	9376	21856
	B	24	15508	28804	28	12890	27855	37	13376	25827	49	8470	21856
	C	23	13987	28804	27	11626	27855	35	12065	25827	47	7640	21856
	D	18	6994	28804	22	5813	27855	28	6032	25827	37	3820	21856

Sachant que la force de traction appliquée à la vis est exprimée par :

$$F_b = F_{0max} + \lambda F_E$$

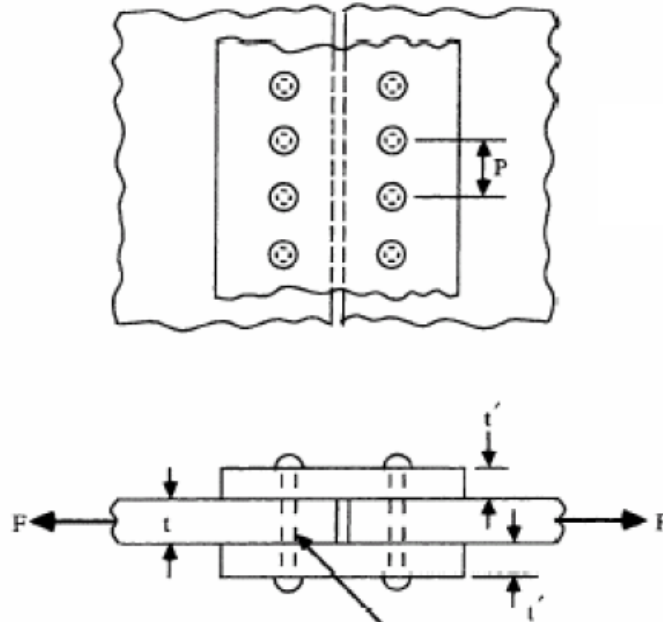
$F_E$  est l'effort axial engendré par les forces extérieures appliquées à la vis ou l'effort extérieur qui reçoit chaque boulon ; le coefficient de rigidité de l'assemblage  $\lambda = 0,1$ .

3) Calculer la contrainte maximale de traction appliquée sur la vis et vérifier bien si elle est inférieure à la contrainte admissible du matériau.

## Exercice N°2

Deux plaques sont assemblées par un double couvre joint et une seule rangée de rivet. Le matériau des éléments de ce joint est l'acier ductile.

La force de frottement entre les plaques et les couvre joints est négligeable.

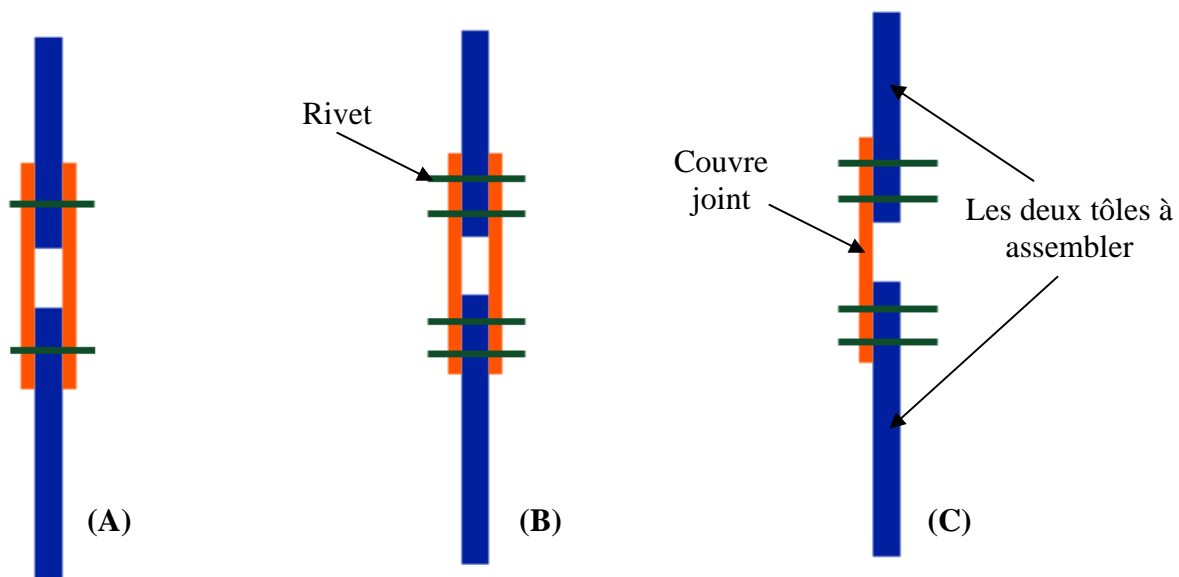


Diamètre du rivet  $d = 10 \text{ mm}$

- 1) Calculer la force transmise sur chaque rivet  $F'$  en se basant sur le critère de cisaillement, sachant que  $\tau_{adm}$  du matériau des rivets est  $170 \text{ MPa}$ .
- 2) Déterminer la valeur minimale de  $t$  et  $t'$  ( $t = 2t'$ ), ainsi le pas  $P$  qui permettent au joint de transmettre la force  $F'$  d'une manière équitable à tous les rivets, la contrainte de compression du matériau des rivets est  $Re_C = 300 \text{ MPa}$ , la contrainte de traction du matériau de la plaque est  $Re_T = 300 \text{ MPa}$ .
- 3) Calculer la force totale  $F$ ; que pouvez-vous conclure ?

### Exercice N°3

Nous voulons assembler deux tôles par rivetage avec un ou plusieurs couvre joint, indiquer quel est le montage le plus correct parmi les trois montages présentés sur la figure ci-dessous, justifier brièvement votre réponse.





# **Chapitre 4**

## **Eléments de transmission du mouvement**

# Chapitre 4 : Eléments de transmission du mouvement

## 1. Les Arbres

### 1.1 Définition de l'arbre

L'arbre est une pièce de révolution d'une longueur grande en comparaison avec son diamètre, posé sur des paliers et sur lequel sont fixés poulies, roues dentées, embrayage ou autres organes qui s'appellent rotors comme pompes centrifuges, turbines, ventilateur, compresseur, etc. La fonction principale de l'arbre est la transmission du mouvement de rotation et la puissance d'un moteur vers un autre organe de machine [13].

On appelle poutre, toute pièce sollicitée en flexion. On appelle barre, toute pièce sollicitée en traction ou compression. On appelle arbre, toute pièce subie un mouvement de rotation et sollicitée en torsion, flexion et traction Figure 33.

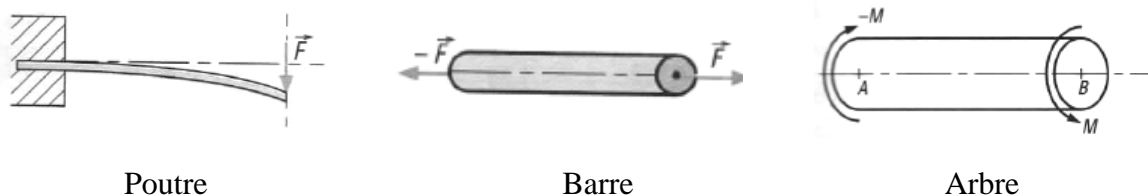


Figure 33 : Poutre, barre et arbre

### 1.2 Formes de l'arbre

La grande majorité des arbres ont un profil cylindrique pour des raisons de facilité d'usinage et de symétrie. Exceptionnellement, on trouve des arbres tubulaires qui sont plus légers mais à résistance égale avec un arbre plein, on trouve aussi des arbres cannelés.

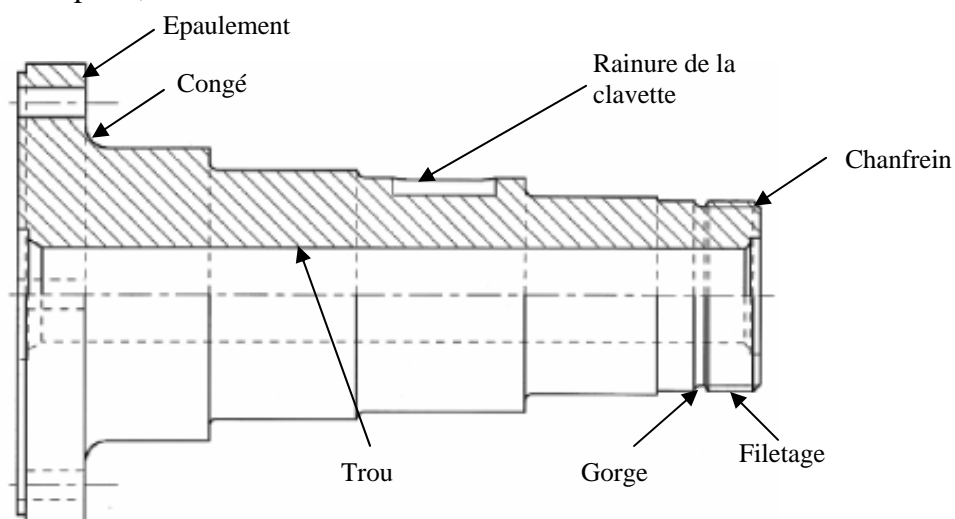


Figure 34 : Formes d'arbre

Sur l'arbre de la Figure 34 [32], nous avons une rainure qui permet d'accueillir une clavette, surface d'épaulement pour éliminer la translation d'un roulement par exemple, filetage pour fixer un écrou, gorge fabriquée en raison de l'usinage du filetage, congé pour diminuer la concentration de contrainte.

### 1.3 Matériaux de l'arbre

Les arbres sont généralement fabriqués en acier forgé, allié ou non allié avec ou sans traitement thermique, suivant la résistance que l'on veut obtenir, les plus utilisés sont décrits dans le Tableau 8 suivant [1]:

Type d'acier	Limite d'élasticité en traction $R_e$ (MPa)	Limite à la rupture $R_r$ (MPa)	Limite d'élasticité en cisaillement $R_{peg}$ (MPa)	Dureté Brinell HB
Acier doux $C < 0,3\%$	$R_e \leq 270$	$400 \leq R_r \leq 500$	$0,5 R_e$	145
Acier mi-dur $0,3\% < C < 0,5\%$	$320 \leq R_e \leq 500$	$550 \leq R_r \leq 650$	$0,7 R_e$	190
Acier dur $C > 0,5\%$	$600 \leq R_e$	$700 \leq R_r \leq 800$	$0,8 R_e$	236

Tableau 8 : Matériaux des arbres

### 1.4 Sollicitations appliquées à l'arbre

L'arbre reçoit divers efforts dus à la tension des courroies, efforts des engrenages, l'action de la pesanteur, etc.

#### a) Couple de torsion

Un arbre porté par deux appuis A et B, portant une poulie motrice C entraînée par un moteur M et deux poulies réceptrice  $D_1$  et  $D_2$  (voir la Figure 35) [14]. La poulie C est soumise au couple moteur  $C_m$  et les deux poulies  $D_1$  et  $D_2$  sont soumises aux couples résistants  $C_{r1}$  et  $C_{r2}$ . il en résulte une contrainte de torsion dans l'arbre. Au moment du démarrage et ralentissement du moteur, il se produit des accélérations et des décélérations angulaires provoquant une variation dans le moment de torsion.

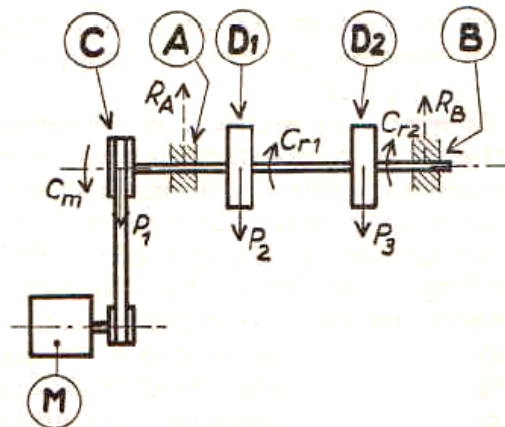


Figure 35 : Arbre soumis aux couples de torsion

## **b) Charges axiales**

Plusieurs éléments des transmissions (embrayages, engrenages coniques et hélicoïdaux, etc.), ainsi que les dilatations thermiques et d'autres organes mécaniques (ventilateur, pompes...), produisent des charges axiales qui peuvent être très importantes. Des butées doivent alors être installées sur les appuis pour reprendre ces charges axiales. Il résulte de ces charges axiales des contraintes d'extension ou de compression dans l'arbre.

## **c) Charges radiales**

Les poids des poulies et les tensions des courroies des poulies (Figure 35), ainsi les réactions aux appuis et tous forces radiales produisent des contraintes de flexion et de cisaillement dans l'arbre.

## **d) Vibrations latérales et vibrations de torsion**

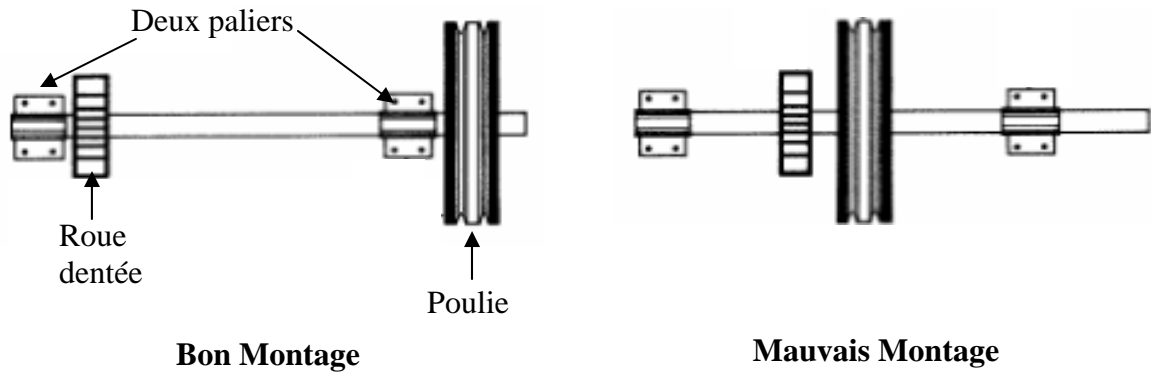
A certaines vitesses dites vitesses critiques, les arbres devient dynamiquement instables, c'est-à-dire que le centre de gravité quitte l'axe de rotation soit par un déséquilibre, soit par une flèche statique élevée. Cette instabilité conduit à un accroissement brusque de l'amplitude des vibrations et produit de fortes **vibrations latérales** pouvant amener à la rupture de l'arbre.

Pendant le fonctionnement, le déséquilibre ou ce qu'on appelle phénomène de balourd ainsi une flèche statique élevée génèrent des forces d'inertie centrifuges, qui augmentent en mouvement la flèche statique maximale (nommée aussi en mouvement flèche dynamique), ces forces centrifuges augmentent aussi les déformations de l'arbre, les contraintes mécaniques dans l'arbre, les réactions au niveau des appuis et génèrent un niveau de vibration élevé. Ceci est dangereux et nécessite un bon équilibre statique et dynamique surtout aux grandes vitesses. Un arbre est parfaitement équilibré lorsque l'un de ces trois axes de centre de gravité est confondu avec l'axe de rotation dans le cas statique (arbre au repos) et dynamique (arbre en mouvement).

Autre type de vibration que subissent les arbres en rotation est la **vibration de torsion**, la rupture de l'arbre aura lieu quand la vitesse de rotation de l'arbre atteindra une autre vitesse critique de torsion.

## **e) Disposition et nombre des paliers**

Il est avantageux de monter les éléments de transmission le plus près possible des supports de l'arbre et ceci pour diminuer le moment fléchissant et donc la contrainte de flexion (Figure 36) [9]. Pour diminuer les déformations en flexion, on réduit l'écartement (la portée) entre les paliers et on diminue le nombre des paliers pour des raisons d'économie.



**Figure 36 : Meilleure technique de montage des organes mécaniques sur l'arbre**

D'autres sollicitations comme la fatigue et les déformations thermiques peuvent être rencontrées dans les applications industrielles des arbres.

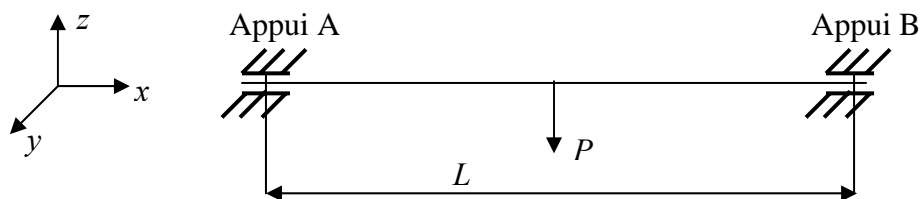
## 1.5 Calcul et dimensionnement de l'arbre

### 1.5.1 Critère de déformation

#### a) Déformation en flexion :

La flèche de déformation maximale de l'arbre doit être comprise entre 0,15 à 0,8 mm par mètre de portée entre paliers. Une flèche élevée conduit à de nombreux problèmes comme la vibration de l'arbre, la déformation de l'arbre et le risque de rupture des paliers.

L'exemple de la Figure 37 montre un arbre de diamètre  $d$  posé sur deux appuis A et B, la longueur de la portée est  $L$ , l'arbre est sollicité au centre par son propre poids  $P$ .



**Figure 37 : Arbre sollicité en flexion**

La rigidité en flexion  $k_f$  est calculée par la relation suivante :

$$P = \frac{48EI}{L^3} f = k_f \cdot f \quad (4-1)$$

$E$  est le module de Young,  $f$  est la flèche de déformation maximale calculée au point de l'application du poids  $P$ .

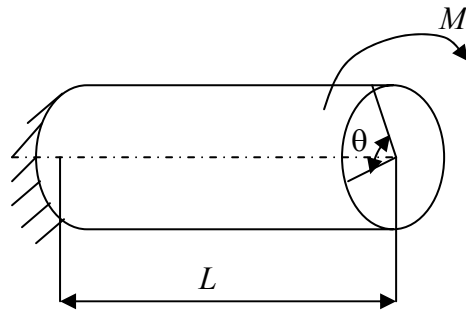
Le moment d'inertie surfacique  $I$  est calculé par la formule suivante :

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad (4-2)$$

**Exemple** : On devrait vérifier la rigidité ou la flèche de déformation par flexion d'un arbre supportant des engrenages de grande précision afin d'assurer un fonctionnement précis des engrenages.

### b) Déformation en torsion :

L'angle de torsion doit être inférieure à  $1^\circ$  sur une longueur d'arbre égale à 20 fois le diamètre de l'arbre. L'exemple de la Figure 38 montre un arbre de diamètre  $d$  et d'une longueur  $L$  subi un moment de torsion  $M_t$ .



**Figure 38 : Arbre sollicité en torsion**

La rigidité en torsion  $k_t$  est calculée par la relation suivante :

$$M_t = \frac{GI_p}{L} \theta = k_t \cdot \theta \quad (4-3)$$

Le module de cisaillement est égal :

$$G = \frac{E}{2(\nu+1)} \quad (4-4)$$

Le moment d'inertie polaire  $I_p$  est calculé par la formule suivante :

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad (4-5)$$

L'angle de torsion  $\theta$  est calculé comme ceci :

$$\theta = \frac{M_t \cdot L}{GI_p} \quad (4-6)$$

## 1.5.2 Critère de résistance

### a) Calcul du diamètre de l'arbre

Quand on conçoit un arbre il faut qu'on respecte plusieurs critères : Critère de résistance, critère de rigidité ou de déformation, critère de vitesse critique, critère de fatigue, etc. Ainsi, il faut éviter le déséquilibre de l'arbre et le désalignement des axes. Par fois nous sommes contraints de faire une optimisation de la masse de l'arbre pour réduire le coût de sa fabrication.

Le calcul de résistance permet de dimensionner l'arbre en déterminant le diamètre convenable de l'arbre pour éviter une éventuelle rupture. Si le diamètre de l'arbre est imposé, alors on vérifie seulement la tenue mécanique de l'arbre. Le calcul de résistance de l'arbre permet aussi de dimensionner les paliers ou appuis, les clavettes, les goupilles, etc.

Quelque soit la méthode de calcul de la résistance de l'arbre, nous devons suivre les étapes suivantes :

1. Calcul des réactions au niveau des appuis
2. Déterminer dans les plans vertical et horizontal la répartition des moments fléchissant et de torsion le long de l'arbre.
3. On additionne les moments fléchissant vertical et horizontal pour tracer le diagramme du moment fléchissant résultant. On détermine ainsi la valeur maximale du moment fléchissant résultant et la section dangereuse de l'arbre.
4. On calcule le moment équivalent maximal  $M_i$  tel que :

$$M_i = \sqrt{M_{fMax}^2 + M_{tMax}^2} \quad (4-7)$$

5. Déterminer la répartition des charges axiales et la valeur maximale de la charge axiale.
6. En utilisant le critère de Von Mises ou de Tresca, on peut calculer le diamètre minimal de l'arbre ou on vérifie la tenue mécanique de l'arbre.

Un arbre subi suivant son axe longitudinal ( $x$ ) une force traction  $F_{traction}$ , il est également sollicité en flexion et en torsion, le moment fléchissant maximal autour de l'axe ( $y$ ) (Figure 37) est  $M_{fMax}$  et le moment de torsion maximal autour de l'axe ( $x$ ) est  $M_{tMax}$ .

Le critère de Von Mises indique que :

$$\sqrt{(\sigma_{xx}^2 + 3\tau_{xy}^2)} < \sigma_{adm} \quad (4-8)$$

$\sigma_{adm}$  est la contrainte admissible du matériau de l'arbre.

Le critère de Tresca indique que :

$$\sqrt{(\sigma_{xx}^2 + 4\tau_{xy}^2)} < \sigma_{adm} \quad (4-9)$$

Le calcul de  $\sigma_{xx}$  est donné par :

$$\sigma_{xx} = \frac{4F_{traction}}{\pi d^2} + \frac{Mf_{\max}(d/2)}{I_y} ; I_y = \frac{\pi d^4}{64} \quad (4-10)$$

Le calcul de  $\tau_{xy}$  est donné par :

$$\tau_{xy} = \frac{Mt_{Max}(d/2)}{I_p} ; I_p = 2I_y = \frac{\pi d^4}{32} \quad (4-11)$$

Quand la force de traction est nulle, le diamètre minimal  $d$  de l'arbre peut être calculé par la relation suivante :

$$d > \sqrt[3]{\frac{32Mi}{\pi\sigma_{adm}}} \quad (4-12)$$

### b) Calcul des dimensions de la clavette

La clavette de la Figure 39 [4] est sollicitée avec une force de cisaillement provoquée par le moment de torsion  $M_t$ . Le moment  $M_t$  est calculée par la relation suivante :

$$P_u = M_t \cdot \omega \text{ avec } \omega = 2\pi N / 60 \quad (4-13)$$

$P_u$  est la puissance en Watt (N.m/s),  $\omega$  est la vitesse de rotation angulaire de l'arbre en rad/s et  $N$  est la vitesse de rotation en tr/min.

Le moment  $M_t$  est calculée aussi par :

$$M_t = T(d/2 + C) \quad (4-14)$$

$d$  est le diamètre minimal de l'arbre calculé par la formule (4-12),  $T$  est l'effort de cisaillement,  $C$  est l'épaisseur de la clavette,  $C$  et la largeur de la clavette  $b$  sont connues, l'inconnu qu'on cherche pour dimensionner la clavette est sa longueur  $l$ .

Pour qu'il n'y ait pas un cisaillement de la clavette il faut que :

$$\tau < \tau_{adm} \quad (4-15)$$

$\tau_{adm}$  est la contrainte de cisaillement admissible du matériau de la clavette.

La contrainte de cisaillement  $\tau$  de la clavette est calculée par :

$$\tau = \frac{T}{bl} \quad (4-16)$$

A partir de cette dernière formule, on peut déduire la longueur  $l$  de la clavette.



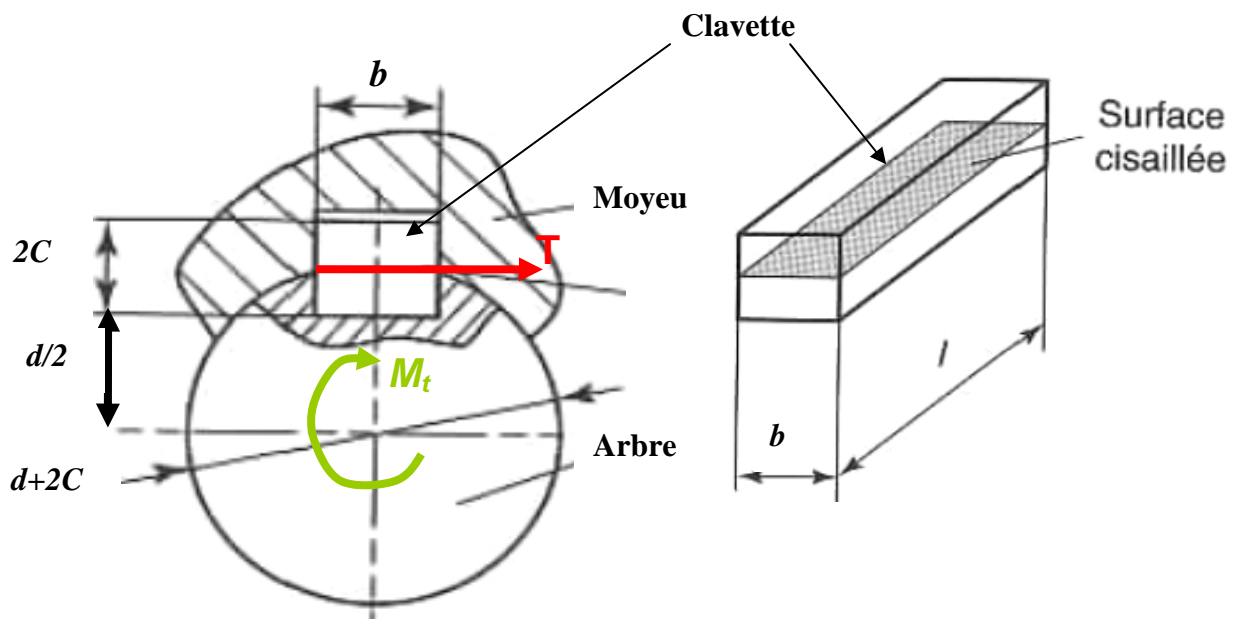


Figure 39 : Effort appliqué sur la clavette

### 1.5.3 Guidage

Il est nécessaire de guider tout corps animé d'un mouvement de rotation, l'arbre devra donc être porté par des paliers destinés d'une part à guider le mouvement de rotation et d'autre part à supporter les réactions générées par les diverses charges appliquées sur l'arbre. La lubrification et le graissage permettent de réduire les pertes de puissance par frottement.

### 1.5.4 Critère de la vitesse de rotation critique

La résonance vibratoire survient lorsque la vitesse de fonctionnement atteint une vitesse critique ou propre du système (vitesse critique de torsion ou de flexion), l'arbre dans ce cas risque de se rompre, car il aura subi des déformations excessives. A cette situation, on doit changer soit la vitesse de fonctionnement, soit le diamètre de l'arbre ou son matériau. Donc, le critère de la vitesse critique est vérifié quand la vitesse de rotation de l'arbre est différente à la vitesse critique ou à ses multiples.

## 1.6 Facteurs intervenant dans le calcul de l'arbre

### 1.6.1 Concentration de contraintes

La contrainte dans une pièce n'est pas liée seulement à sa section nette mais aussi à sa forme. Si le solide présente des variations brusques de section (épaulement, rainure, trous, filetages...), la répartition des contraintes n'est plus uniforme car il y a une concentration de contraintes. En effet, les lignes du réseau cristallin se resserrent dans la zone de concentration de contraintes ou la zone de l'entaille.

L'arbre montré sur la Figure 40 [3] est sollicité en traction, celui-ci présente une section constante le long de toute sa longueur. Par conséquent, la contrainte nominale  $\sigma_n$  est uniforme dans toute sa section.

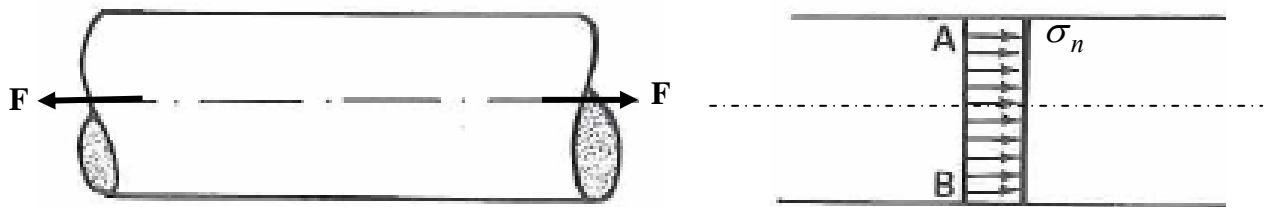


Figure 40 : Distribution de la contrainte de traction dans un arbre de section constante

Nous appliquons la même sollicitation sur le même arbre précédent Figure 41 [3] mais cette fois-ci l'arbre est entaillé car il possède une gorge. Cette entaille entraîne une répartition non uniforme de la contrainte dans la section minimale. La contrainte réelle  $\sigma_r$  est égale à la contrainte nominale  $\sigma_n$  multipliée par un coefficient de concentration de contraintes  $k_t$ , celui-ci dépend de la forme géométrique de l'entaille et de la pièce.

$$\sigma_r = k_t \sigma_n \quad (4-17)$$

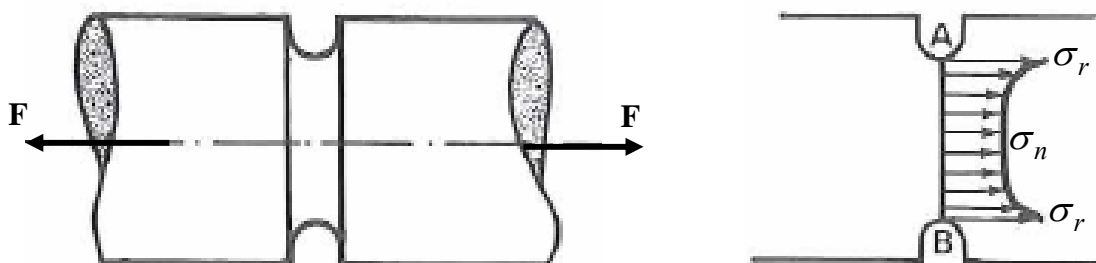
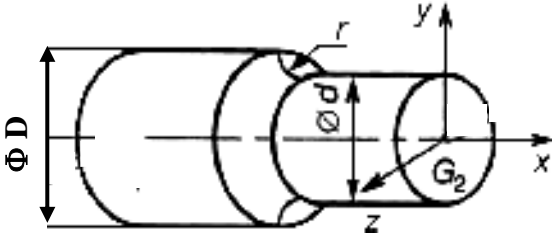
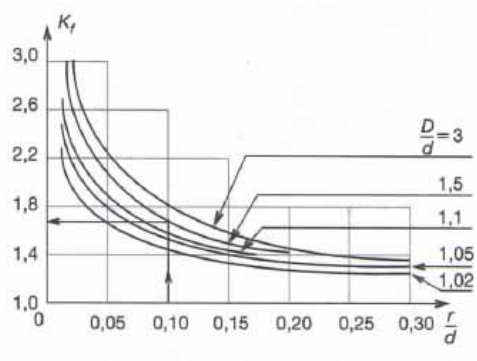
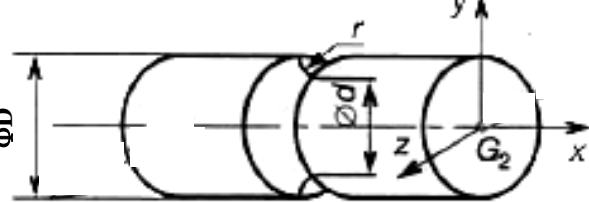
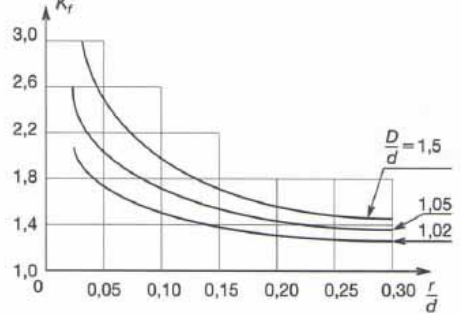
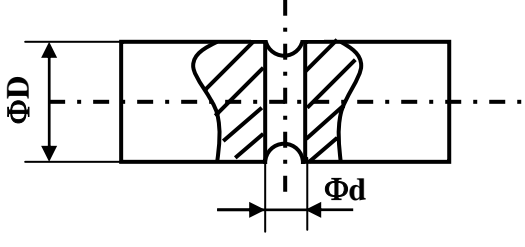
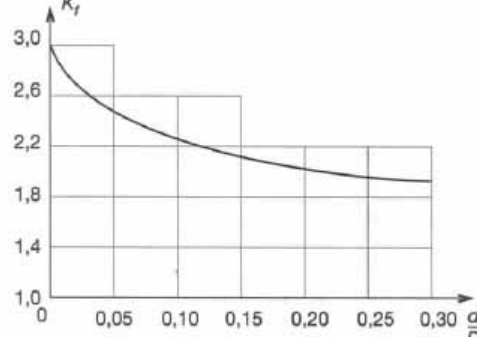


Figure 41 : Distribution inégale de la contrainte de traction dans la section minimale de l'arbre

Le Tableau 9 présente les abaques de détermination des coefficients de concentration de contraintes pour les différentes formes d'entaille qu'on peut les trouver dans un arbre (épaulement, gorge, trou, etc) [6].

Type de l'entaille	Détermination du coefficient de contrainte $k_t$
 <p style="text-align: center;"><b>Arbre épaulé</b></p>	
 <p style="text-align: center;"><b>Arbre avec gorge</b></p>	
 <p style="text-align: center;"><b>Arbre percé d'un trou</b></p>	

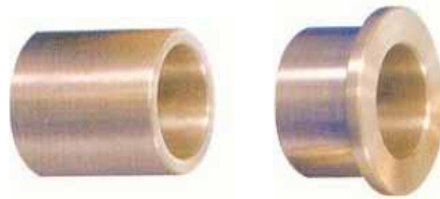
**Tableau 9 : Valeurs des coefficients de concentration de contraintes pour différentes formes d'entaille**

## 2. Les paliers lisses

Les réactions axiales et radiales calculées au niveau des paliers servent à dimensionner ces paliers. Les paliers existent sous deux types : paliers lisses et paliers à roulements, ils sont montés au niveau des appuis pour guider l'arbre ou faciliter le mouvement de rotation et pour supporter les réactions axiales et radiales.

### 2.1 Coussinets

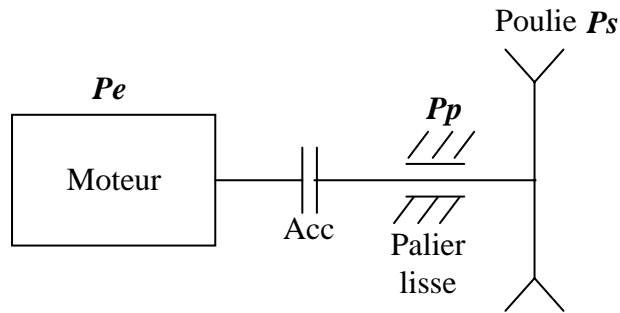
La Figure 42 [5] montre des paliers lisses de type coussinets. Les paliers lisses supportent les grandes charges et ils sont utilisés lorsque les vitesses de rotation sont élevées, ils permettent un guidage plus précis de l'arbre car le nombre des pièces qui déterminent la précision de guidage est plus petit par rapport aux paliers à roulement, ils sont faciles à remplacer en cas d'usure (bonne maintenabilité), l'huile existant entre le coussinet et l'arbre diminue le transfert du choc de l'arbre vers le bâti. L'inconvénient des paliers lisses est qu'ils dissipent beaucoup d'énergie. En effet, le frottement qui existe au contact de la partie de l'arbre (tourillon) avec le coussinet est la cause d'une perte d'énergie qui se transforme en chaleur et augmente la température du palier lisse et l'huile de graissage.



**Figure 42 : Paliers lisses (coussinets)**

#### 2.1.1 Puissance perdue par frottement

La Figure 43 un système de transmission composé d'un moteur, accouplement, palier lisse et une poulie. La puissance d'entrée du moteur est  $P_e$ , la puissance de sortie au niveau de la poulie est  $P_s$ , les puissances perdues au niveau de l'accouplement et au niveau de l'organe qui assure l'assemblage de la poulie avec l'arbre sont supposées négligeables, tandis que la puissance perdue  $P_p$  au niveau du palier lisse n'est pas nulle et ceci à cause du frottement entre le palier et l'arbre. Théoriquement, la puissance d'entrée  $P_e$  est égale à la puissance de sortie  $P_s$  et le rendement est égal à 1.



**Figure 43 : Puissance perdue  $P_p$  dans le palier lisse**

Le rendement réel est égal :

$$\eta = \frac{P_s}{P_e} = \frac{P_e - P_p}{P_e}; \eta < 1 \quad (4-18)$$

La puissance perdue  $P_p$  est calculée par la relation suivante :

$$P_p = P_e - P_s = f_r \cdot R \cdot (d/2) \cdot \omega \quad (4-19)$$

Nous remarquons bien que la puissance perdue dépend du coefficient de frottement  $f_r$  et de la réaction  $R$  au niveau du palier, diamètre de l'arbre  $d$  et sa vitesse angulaire  $\omega$ . La réaction  $R$ ,  $d$  et  $\omega$  sont des paramètres imposés, le seul paramètre qui reste à changer pour minimiser la puissance perdue  $P_p$  et diminuer l'usure et l'échauffement est le coefficient de frottement  $f_r$ .

Pour diminuer le coefficient de frottement entre l'arbre et le coussinet il faut :

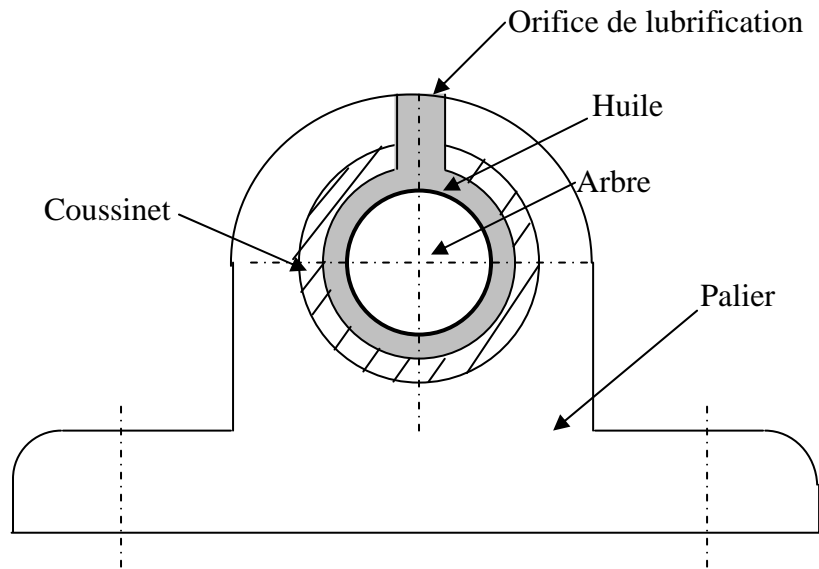
- Avoir des surfaces de contact lisses.
- Utiliser des matériaux et présentent de bonnes qualités frottantes (anti-friction) comme le bronze, plomb, graphite, PTFE, polyamide, etc.

Exemple : Le coefficient de frottement entre acier-acier varie de 0,1 à 0,3 ; alors que pour acier-bronze varie de 0,03 à 0,2.

- Lubrifier les surfaces de contact.

## 2.2 Paliers hydrodynamique

Il ressemble au précédent avec une principale différence : En fonctionnement normal il n'y a jamais contact métal sur métal entre l'arbre et le coussinet sauf au démarrage (voir Figure 44). En effet, un film d'huile sépare les deux surfaces en contact durant le fonctionnement de la machine, par conséquent, les paliers peuvent tourner plus vite et plus longtemps. Dans ces paliers, le coefficient de frottement varie entre 0,002 et 0,01.



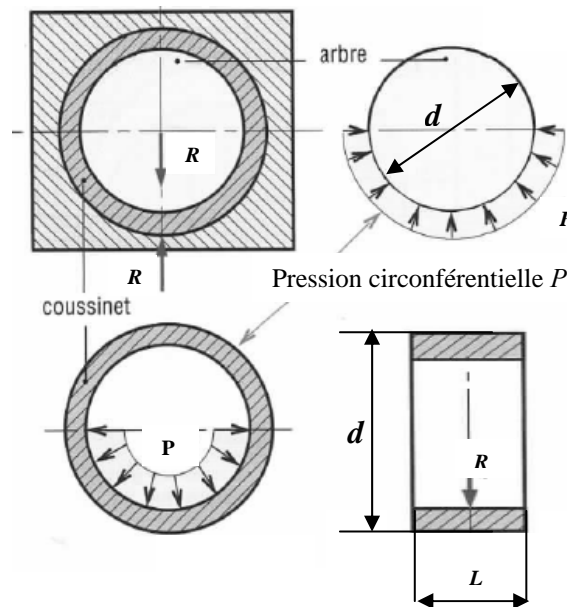
**Figure 44 : Palier hydrodynamique**

### 2.3 Calcul des paliers lisses

Les bagues lisses ou coussinets doivent résister aux efforts appliqués sur l'arbre (réactions), permettre un rattrapage de l'usure et dissipent peu d'énergie par frottement pour avoir puissance de sortie proche de la puissance d'entrée. Les coussinets sont calculés pour résister à la compression et pour éviter tout dégraissage du lubrifiant ou échauffement énorme du palier.

#### a) Résistance à la compression

La Figure 45 [1] présente la pression circonférentielle  $P$  appliquée par l'arbre sur le coussinet, celle-ci est due à la réaction  $R$  générée au niveau du palier.



**Figure 45 : Pression circonférentielle  $P$  de l'arbre sur le coussinet**

Le critère de non compression du coussinet est :

$$P < R_{ec} \text{ ou } \frac{R}{dL} < R_{ec} \quad (4-20)$$

$R_{ec}$  est la limite d'élasticité en compression du matériau du coussinet. Ce critère nous aide aussi à dimensionner le coussinet en calculant sa longueur.

### b) Non dégraissage du lubrifiant

Si la pression  $P$  dépassera la pression admissible de l'huile existant entre les surfaces de contact, alors le film d'huile se romprait et un contact métal-métal s'établirait entre les surfaces de contact.

### c) Non échauffement du palier

L'échauffement qui est dû au frottement du coussinet avec l'arbre conduit à l'augmentation de la température de l'arbre et l'huile de graissage, cette température doit être inférieure à 60°C au voisinage des surfaces frottantes pour que le graissage reste efficace, sinon il peut se produire un grippage, c'est-à-dire une altération des surfaces frottantes. Ceci provoque un arrêt de la machine et nécessite une réparation coûteuse et par fois même un remplacement des pièces. Le jeu radial entre l'arbre et le coussinet entraîne aussi un contact métal-métal et conduit à l'échauffement, grippage, rupture du film de graissage, guidage non précis...

Le calcul de la température entre les surfaces de contact est difficile car les valeurs des coefficients d'échange de la chaleur sont mal déterminées. On se content donc à calculer le produit  $PV$  qui tient en compte les facteurs essentiels de l'échauffement : La pression de l'arbre sur le coussinet  $P$  (bar) et la vitesse relative  $V$  (m/s) des surfaces de contact.

Le critère de non échauffement exige que :

$$PV < (PV)_{adm} \quad (4-21)$$

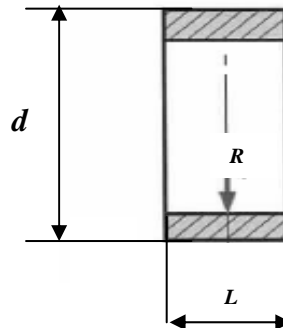
Le Tableau 10 [13] suivant donne quelques valeurs du produit admissible  $(PV)_{adm}$  et le type du refroidissement correspondant.

Valeurs du produit $(PV)_{adm}$ (bar*m/s)	Type du refroidissement du palier
10 à 30	A l'aire
50	Courant d'air rapide
90	Circulation forcée d'huile
120	Circulation d'eau

**Tableau 10 : Valeurs du produit PV admissible**

### Exemple de calcul d'un palier lisse :

Un palier support une charge radiale  $R= 1000 \text{ N}$  ; le diamètre de l'arbre  $d$  est  $40 \text{ mm}$  ; la vitesse de rotation de l'arbre  $N=500\text{tr/min}$ . Si on impose un produit  $(PV)_{adm}=2 \text{ MPa.m/s}$ , quelle doit être alors la largeur minimale  $L$  du coussinet.



On calcul au début la vitesse  $V$  :

$$V = \frac{2 \pi N}{60} \cdot \frac{d}{2} = \frac{2.3,14.500.40}{2.60} = 1046,6 \text{ mm/s}$$

Le critère de non échauffement exige que :

$$PV < (PV)_{adm} \text{ donc } \frac{R}{dL} V < 2 \Rightarrow L > \frac{RV}{2d}$$

**A.N**

$$L > \frac{1000.1046,6}{2000.40} \Rightarrow L > 13,08 \text{ mm}$$

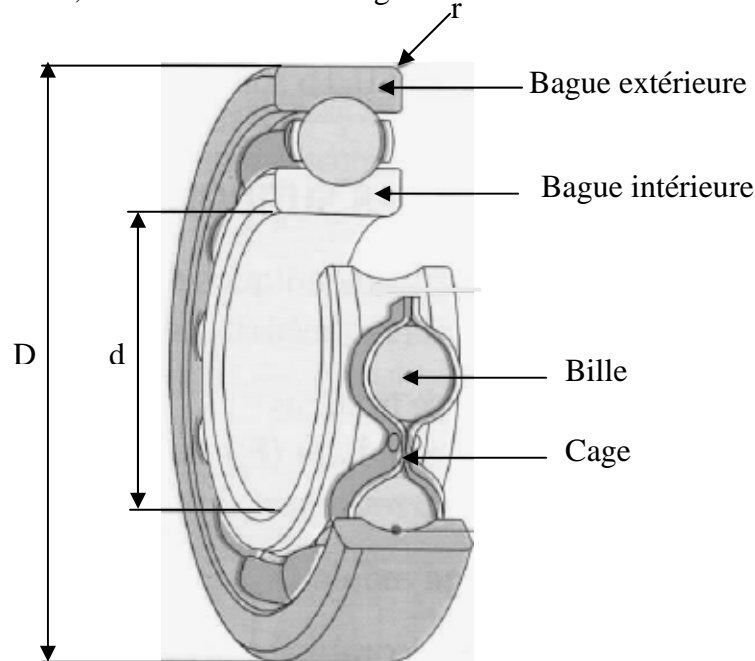
Nous allons choisir une largeur  $L$  égale à  $14 \text{ mm}$ .



### 3. Les roulements

Le glissement avec frottement dans le cas des coussinets a été remplacé par le roulement afin de diminuer le frottement.

La Figure 46 [1] illustre un roulement à billes avec ses différentes composantes. La bague extérieure se positionne dans le logement du bâti et elle est liée à son alésage, la bague intérieure est liée à l'arbre, la cage maintient l'intervalle régulier entre les éléments roulants, les éléments roulants peuvent être soit des billes, des rouleaux ou des aiguilles.



**Figure 46 : Composantes d'un roulement à billes**

La bague intérieure tourne avec une vitesse  $N$ , tandis que la bille tourne avec une vitesse nettement plus faible à  $N$  (tr/min), le frottement de la bille avec la bague intérieure est trop faible car la surface de contact est faible et par conséquent la puissance dissipée par frottement  $P_{pr}$  sera faible et elle est égale :

$$P_{pr} = Fr * V_{bille} \quad (4-22)$$

$Fr$  est la force de frottement et  $V_{bille}$  est la vitesse de la bille.

Les roulements sont fabriqués avec l'acier allié ou non allié possédant une limite d'élasticité élevée (100C6, 20NCD7, C60, etc).

### 3.1 Types de roulements

Le Tableau 11 présente les différents types de roulements et les charges qui peuvent les supporter. En effet, les roulements sont construits pour supporter soit une charge radiale, ou une charge axiale ou une charge combinée (radiale et axiale).

Roulements	Nomination	Charges supportées par le roulement	Caractéristiques
	Roulement à une rangée de billes à contact radial	Supportent des charges axiales et radiales relativement importantes.	Exige une bonne coaxialité de l'arbre et l'alésage.
	Roulement à deux rangées de billes à contact radial	Supportent des charges radiales importantes et axiales modérées.	Exige une bonne coaxialité de l'arbre et l'alésage.
	Roulement à une rangée de billes à contact oblique	Supportent des charges axiales (dans un seul sens) relativement élevées et des charges radiales modérées.	Ils sont recommandés pour les grandes vitesses de rotation et exige une bonne coaxialité. Ils n'acceptent pas les défauts d'alignement.
	Roulement à deux rangées de billes à contact oblique	Supportent des charges radiales assez importantes et des charges axiales alternées (dans les deux sens).	Les vitesses de rotations admissibles sont inférieures à celles des roulements à une rangée de bille à contact oblique.
	Roulement à rotule sur deux rangées de billes	Supportent des charges radiales moyennes et des charges axiales faibles.	Ils sont utilisés lorsque l'alignement précis des paliers est difficile, ou dans le cas de flexion.
	Roulement à rouleaux coniques	Supportent des charges radiales et axiales (dans un seul sens) relativement importantes	Ils sont utilisés par paire et montés par opposition. Vitesses de rotation élevées et exige une bonne coaxialité. Possibilité de réglage du jeu de fonctionnement.

<b>Roulements</b>	<b>Nomination</b>	<b>Charges supportées par le roulement</b>	<b>Caractéristiques</b>
	Roulement à une rangée de rouleaux cylindriques	Ne supportent que des charges radiales élevées mais aucune charge axiale ou combinée.	Le contact se fait sur une ligne donc la charge radiale à supporter est élevée. Vitesses de rotation élevées et exige une bonne coaxialité.
	Roulement à rotule sur deux rangées de rouleaux cylindriques	Supportent des charges radiales élevées et des charges axiales alternées moyennes.	Frottement élevé impose lubrification à l'huile. Vitesses de rotation moyennes
	Butée à billes	Supportent que des charges axiales relativement importantes.	La vitesse de rotation est faible afin de diminuer la force centrifuge appliquée sur les billes. Ils sont utilisés pour les arbres verticaux, fortement chargés axialement et qui tournent lentement.
	Butée à aiguilles	Supportent que des charges axiales relativement importantes.	Il y a glissement et roulement en même temps. Ils sont sensibles au choc. L'encombrement est réduit.
	Roulement à aiguilles avec ou sans bague intérieure	Ne supportent que des charges radiales importantes mais aucune charge axiale ou combinée.	Ils permettent un léger déplacement axial (liberté axiale) de l'arbre par rapport au logement.

**Tableau 11 : Les différents types de roulements**

### 3.2 Choix des roulements

Le choix d'un roulement dépend de l'importance et la nature des charges : axiales, radiales ou combinée, il dépend de la vitesse de rotation qui est limitée par la chaleur dégagée par frottement, le choix dépend aussi de : précision et rigidité exigée, coaxialité, montage et démontage (accessibilité, mis en place, réglage), l'encombrement, la durée de vie souhaité, la température de fonctionnement, désalignement et fléchissement des arbres, etc. Le fléchissement et désalignement des arbres (Figure 47) [16] peuvent être dus à un effort important à l'arbre, l'importance de la portée (distance) les paliers ou un défaut d'alignement des paliers (non coïncidence des axes des logements).

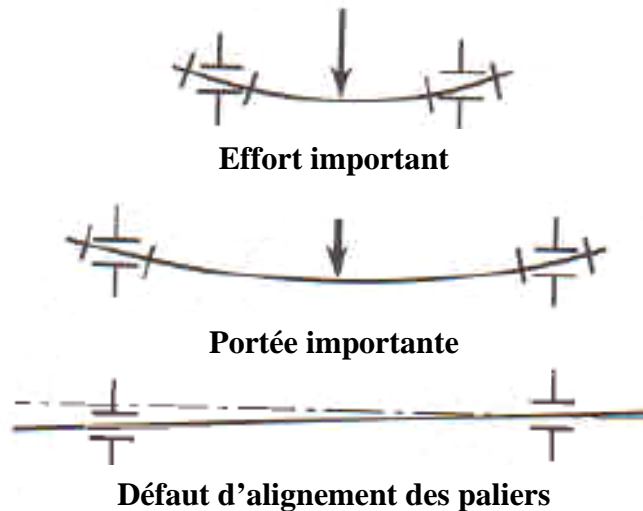


Figure 47 : Fléchissement de désalignement des arbres

### 3.3 Montage des roulements

Si la bague intérieure d'un roulement Figure 48 est montée avec un jeu radial avec l'arbre tournant, alors les billes et l'arbre se comportent comme des rouleaux de laminoir et la bague intérieure risque d'être laminée, le laminage conduit à la détérioration progressive du roulement. **Donc pour éviter ce phénomène, la bague intérieure doit être montée avec serrage**, si le logement qui tourne, alors la bague extérieure devrait être aussi montée avec serrage.

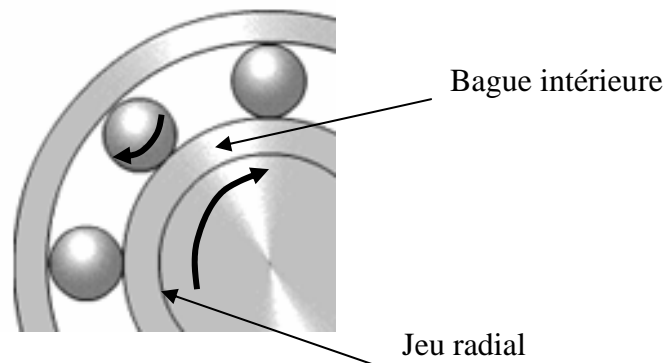
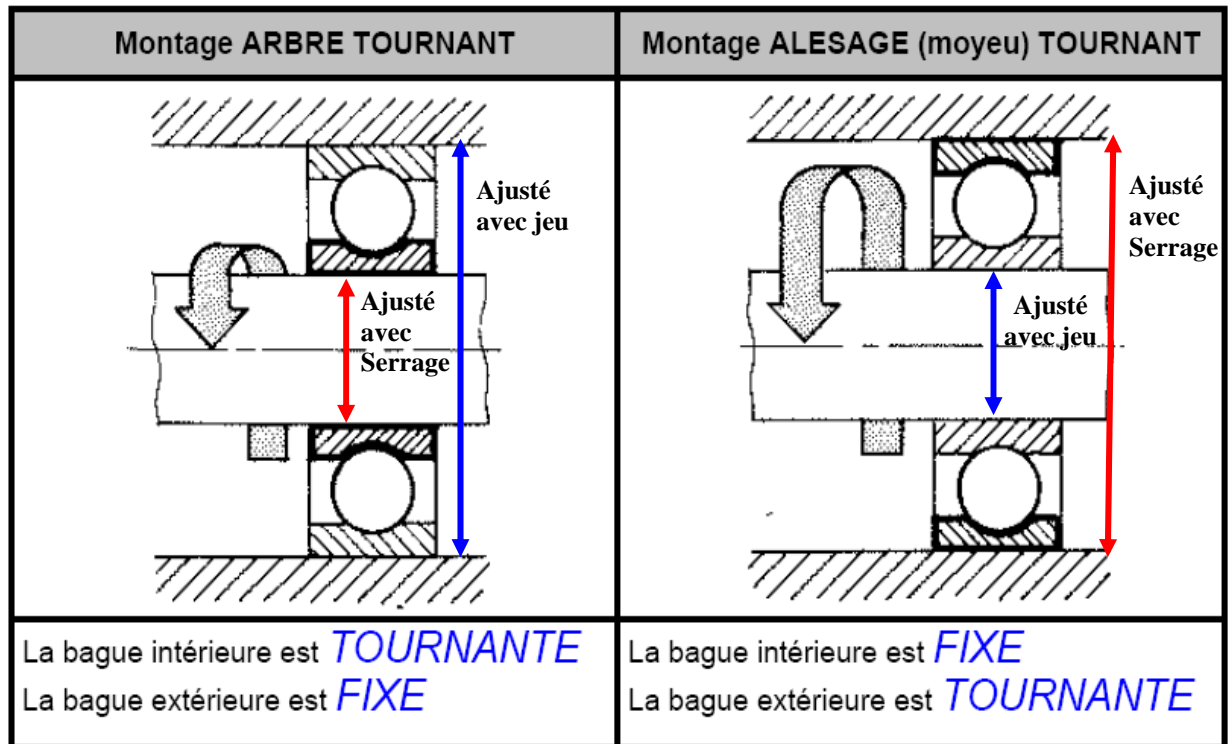


Figure 48 : Phénomène de laminage de la bague

Le montage de la Figure 49 [32] montre les ajustements apportés à l'arbre et à l'alésage dans le cas d'un arbre tournant ou d'un alésage tournant. Dans le cas d'un arbre tournant, comme on a vu précédemment que la bague intérieure doit être montée avec serrage pour éviter le laminage de celle-ci, la bague extérieure dans ce cas doit être montée avec un jeu car si elle est montée avec serrage, le jeu entre les billes et les bagues diminue, le risque d'usure augmente et la capacité de charge du roulement risque aussi de diminuer. **L'ajustement avec jeu de la bague extérieure dans le cas d'un arbre tournant préserve la possibilité de la mise en place du roulement dans l'alésage.** L'opération du serrage des bagues avec l'arbre ou l'alésage se fait par une presse ou par frettage.



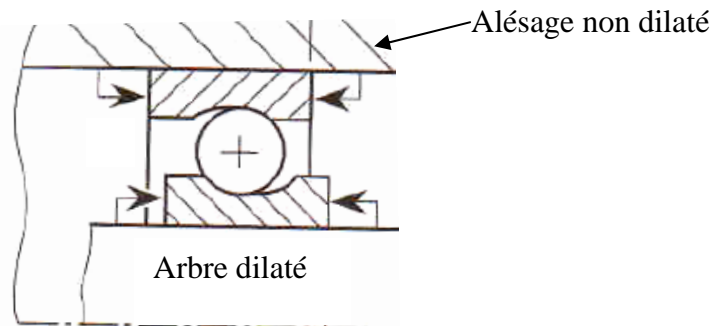
**Figure 49 : Ajustement des bagues intérieures et extérieures dans le cas d'un arbre tournant et alésage tournant**

#### a) Montage des roulements à une rangée de bille à contact radial

Un bon positionnement axial de l'arbre est atteint lorsque on fait éliminer la translation de l'arbre dans les deux sens par rapport au logement. **La surabondance d'obstacles d'arrêt axial** (anneau élastique, entretoise...) pour assurer le positionnement axial de l'arbre, fait contraindre l'alignement initial des bagues du roulement et contribue à accélérer son vieillissement. Un bon alignement des bagues est atteint lorsque les surfaces latérales droite ou gauche des deux bagues extérieure et intérieure se trouvent dans un même plan vertical.

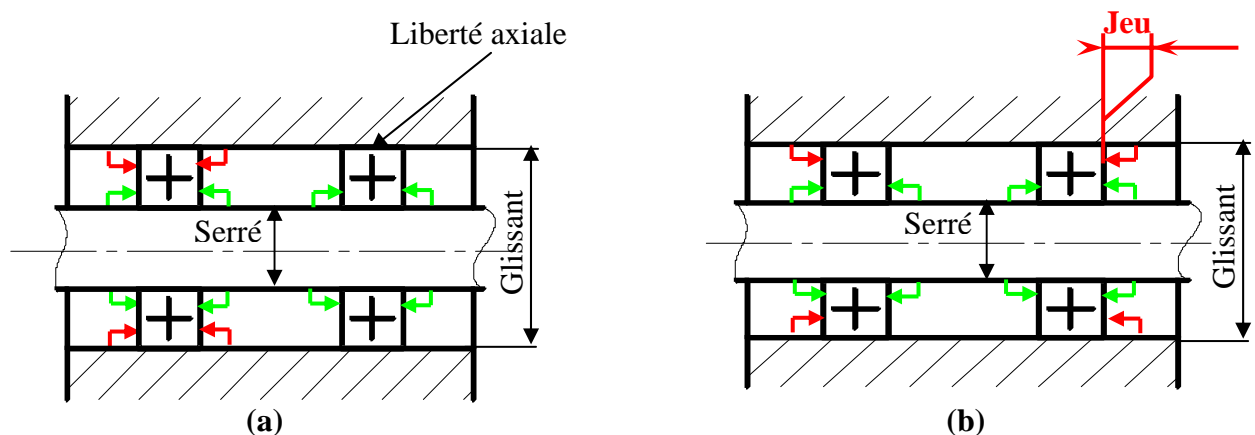
Il est impératif d'éviter tout hyperstatisme (un degré de liberté supprimé deux fois) dans l'arrêt axial de l'arbre ou une fixation surabondante. Pour ce faire, il suffit d'installer un seul arrêt dans chaque sens sur l'ensemble des bagues montées glissantes.

En effet, la **variation dimensionnelle de l'arbre et de l'alésage ou la dilatation thermique** de ces organes est due aux changements de la température de fonctionnement, le frottement est l'origine de l'augmentation de cette température, la température peut atteindre jusqu'à 200°C pour l'arbre. Dans ce cas, il faut conférer à l'arbre une liberté axiale afin d'éviter tout coincement des éléments roulants : billes, rouleaux, etc (Figure 50 [16]).



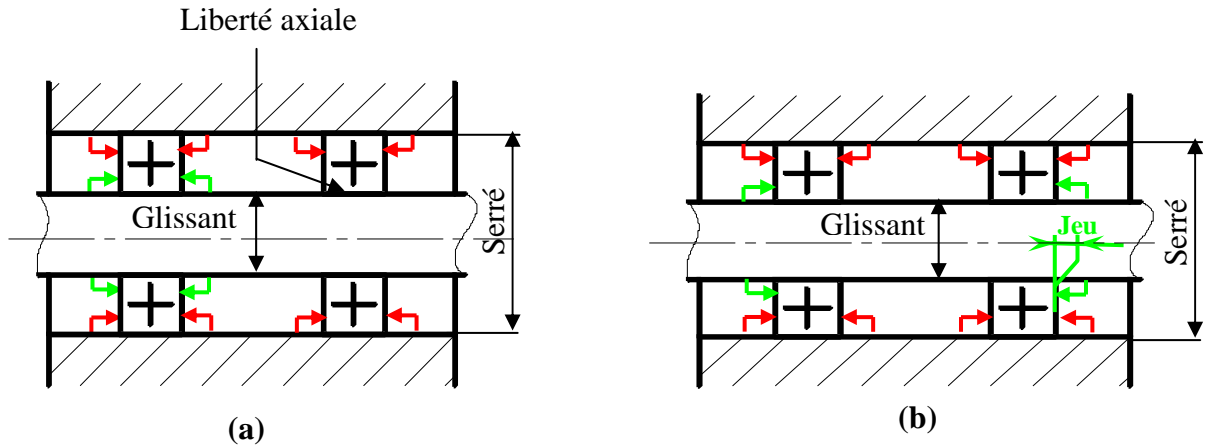
**Figure 50 : Coincement des billes à cause de la dilatation thermique de l'arbre**

La Figure 51 présente le montage des roulements pour un arbre tournant, les flèches illustrées sur cette figure indique l'endroit du blocage des bagues par les obstacles d'arrêt axial, En effet, le non blocage de la bague extérieure droite du montage Figure 51 (a) permet une liberté axiale de l'arbre afin d'éviter tout coincement des éléments roulants à cause de la dilatation thermique et permet à ce roulement de prendre librement sa place. Le montage de la Figure 51 (b) entraîne une précharge dangereuse sur les roulements et une détérioration des roulements dans le cas de la présence d'une dilatation thermique importante ou des contraintes qui sont dues aux tolérances de fabrication ou la présence d'un défaut dans les obstacles d'arrêt axial. Donc pour éviter ce problème, il faut laisser un jeu entre la bague extérieure et l'obstacle d'arrêt axial. Notons que pour les roulements à aiguilles, la mobilité axiale des aiguilles est possible même si les deux bagues (extérieure et intérieure) sont arrêtées en translation. Le blocage des bagues des roulements se fait soit par épaulement, écrou freiné, anneau élastique, entretoise ou couvercle.

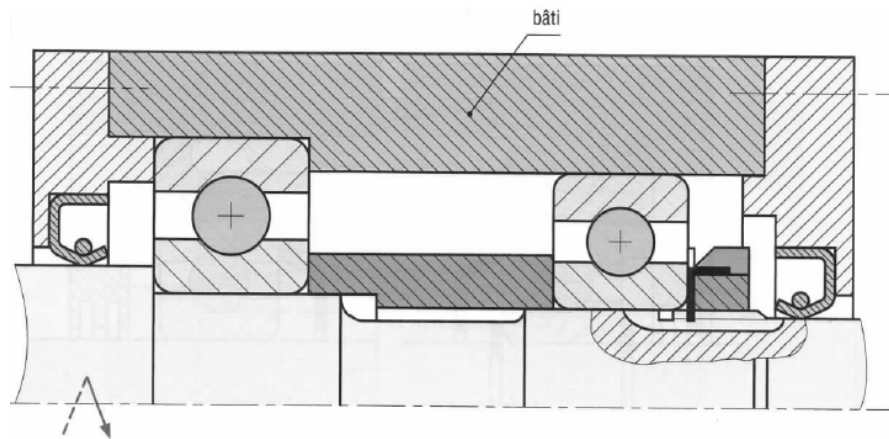


**Figure 51 : Montage des roulements à une rangée de billes à contact radial (arbre tournant)**

La Figure 52 présente le montage des roulements à une rangée de bille à contact radial mais cette fois-ci pour un alésage tournant. Le jeu se trouve entre la bague intérieure et l'obstacle d'arrêt axial (Figure 52 (b)). Le même principe de montage étudié précédemment s'applique pour le montage avec un alésage tournant.

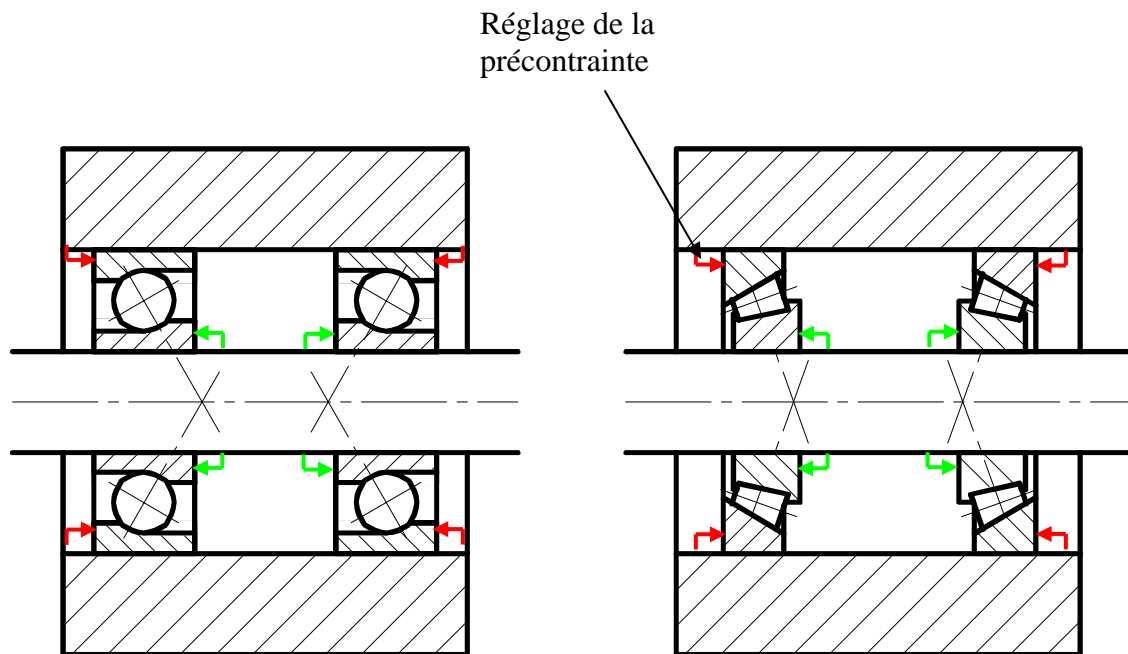


**Figure 52 : Montage des roulements à une rangée de billes à contact radial (alésage tournant)**  
L'exemple de la Figure 53 [4] montre le montage de deux roulements à contact radial dans le cas d'un arbre tournant.

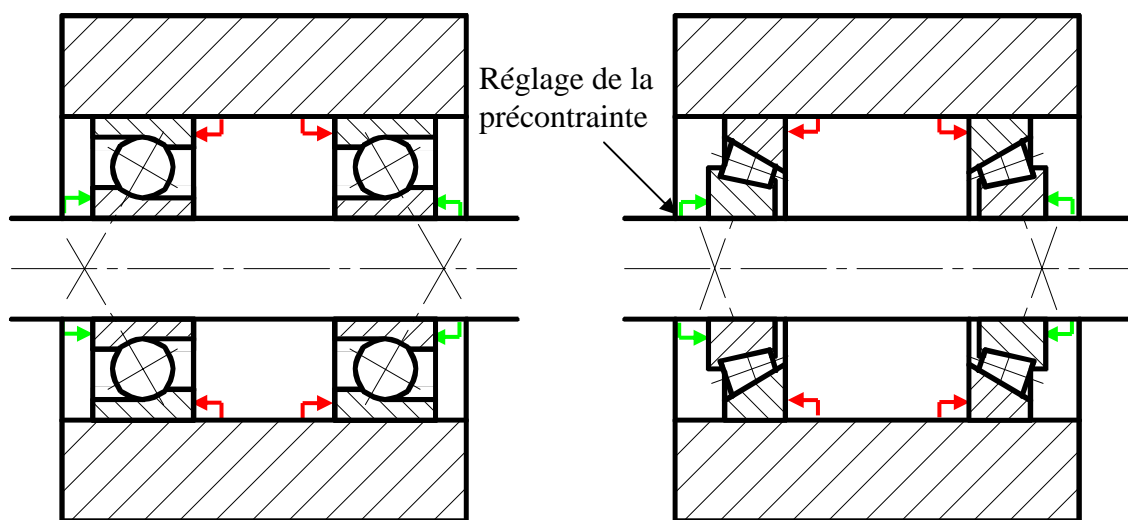


**Figure 53 : Schéma du montage des roulements (cas d'un arbre tournant)**  
**b) Montage des roulements à une rangée de bille à contact oblique ou roulement à rouleaux coniques**

Les roulements à rouleaux coniques sont constitués de bagues séparables, quand on veut faire le montage de ces roulements, il faut appliquer un effort de précontrainte sur la bague extérieure (cas d'un arbre tournant) pour assurer une bonne rigidité des roulements et annuler le jeu entre les éléments roulant et compenser l'usure. L'effort de précontrainte est assuré par un dispositif réglable pouvant pousser la bague extérieure (cas d'un arbre tournant), on peut utiliser un couvercle avec un empilage de cales pelables, écrou à encoches et rondelle frein, etc. Ces roulements sont montés en X dans le cas d'un arbre tournant ou en O dans le cas d'un alésage tournant (Figure 54). La dilatation de l'arbre tend à diminuer la charge sur les roulements et à augmenter le jeu interne de la liaison, nous aurons l'inverse dans le cas de la dilatation du logement.



(a) Montage X Arbre tournant



(b) Montage O Alésage tournant

**Figure 54 : Montage des roulement à rouleaux ou à contact oblique**

Au montage des roulements il faut avoir une bonne coaxialité et un bon alignement entre les roulements et l'arbre, sinon on aura des charges supplémentaires appliquées sur les roulements, parmi les solutions on peut mettre le roulement dans un couvercle qui nous permettra d'avoir une bonne coaxialité.



### 3.4 Lubrification des roulements

Le rôle du graissage dans le roulement est sa protection contre les piqûres de rouille, corrosion due à l'air et l'eau, empêcher la pénétration de la poussière, évacuer la chaleur, refroidir les composantes de roulement, réduire le frottement sur les chemins de celui-ci et faciliter les mouvements. Aux faibles températures on utilise une huile semi-fluide, pour les grandes températures, on utilise un lubrifiant un peu moins fluide (graisse). On peut trouver aussi des roulements qui sont graissés à vie.

### 3.5 Etanchéité

Un roulement doit être protégé contre les poussières atmosphériques, particules métalliques, les abrasifs, eau, vapeur, etc. Il faut s'opposer aux pertes de lubrifiant, pour cela, il faut obturer autant que possible les palier par l'utilisation des éléments d'étanchéité. Le choix du dispositif d'étanchéité dépend de la nature du lubrifiant (qui ne doit pas sortir) et du milieu ambiant (qui ne doit pas entrer) et de la vitesse de rotation.

### 3.6 Calcul et dimensionnement des roulements

La durée de vie d'un roulement est le nombre de millions de tours effectués par ce roulement avant l'apparition des premiers signes de fatigue (écaillage des chemins de roulement ou des éléments roulants).

La durée de vie du roulement en millions de tours  $L_{10}$  est calculée par :

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P} \right)^n \quad (4-23)$$

$C$  : Capacité de charge dynamique que peut supporter un roulement pendant 1 million de tour avant qu'ils apparaissent les premiers signes de fatigue (en Newton).

$P$  : Charge équivalente exercée sur le roulement, elle tient en compte les charges radiales et axiales (exprimée en Newton).

L'exposant  $n$  est égal à 3 pour les roulements à billes et il est égal à 10/3 pour les roulements à rouleaux.

La durée de vie en heures de fonctionnement  $L_{10H}$  est calculée par :

$$L_{10H} = \frac{L_{10} \cdot 10^6}{60 \cdot N} \quad (4-24)$$

$N$  : est la vitesse de rotation en tr/min.

On peut aussi déterminer  $C$  et les dimensions du roulement si on connaît seulement la durée de vie qu'on souhaite à atteindre  $L_{10}$  et la charge équivalente  $P$ .

La charge équivalente  $P$  est calculée par :

$$P = X.F_r + Y.F_a$$

$X, Y$  sont des facteurs de charge définis par le catalogue de constructeur (Tableau 12), ils sont liés à la nature du roulement et ses dimensions.

$F_r$  est la résultante des réactions radiales appliquée au niveau du palier,  $F_a$  est la réaction axiale appliquée sur ce même palier.

$P=F_a$  pour les butées à billes ou à aiguilles.

$P=F_r$  pour les roulements à rouleaux ou à aiguilles.

### a) Cas où $F_a, F_r$ et dimensions du roulement sont connues

Dans ce cas, nous montrons comment calculer la charge équivalente  $P$  et la durée de vie pour un roulement rigide à billes à contact radial.

Notons que  $C_0$  est la charge statique qu'il ne faut pas la dépasser si le roulement est chargé à l'arrêt ou dans le cas de la présence de petites vibrations d'origines extérieures.

A partir des dimensions du roulement et le catalogue de constructeur, on détermine  $C_0$  puis on calcul

$\frac{F_a}{C_0}$  et on détermine ensuite les valeurs de  $e$  et  $Y$  correspondantes en utilisant le Tableau 12 [1].

$\frac{F_a}{C_0}$	0,014	0,028	0,056	0,084	0,110	0,170	0,283	0,42	0,5
$X$	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56
$Y$	2,3	1,99	1,71	1,55	1,45	1,31	1,15	1,04	1,00
$e$	0,19	0,22	0,26	0,28	0,30	0,34	0,38	0,42	0,44

**Tableau 12 : Facteurs  $X$  et  $Y$  pour un roulement à billes à contact radial**

$P$  sera calculée alors en fonction des conditions suivantes :

Si  $\frac{F_a}{F_r} \leq e$  alors  $P=F_r$  ( $X=1, Y=0$ )

Si  $\frac{F_a}{F_r} > e$  alors  $P=0,56.F_r+Y.F_a$

## b) Cas où $F_a$ , $F_r$ et durée de vie sont connus

Dans ce cas, nous montrons comment calculer la charge équivalente  $P$  les dimensions du roulement rigide à billes à contact radial.

On calcul la charge dynamique  $C$  par la relation suivante :

$$C = F_r \left( \frac{N \cdot L_{10H}}{16666} \right)^{1/n} \quad (4-25)$$

Dans le tableau de constructeur, on choisit une charge dynamique  $C_1$  et la charge statique correspondante à celle-ci qu'on la nomme  $C_{0-1}$  et on fait en sorte que la charge choisie  $C_1$  soit supérieure à  $C$ . On détermine aussi par le même tableau les dimensions du roulement détenteur de la charge dynamique  $C_1$ .

On calcul ensuite  $F_a / C_{0-1}$  et on détermine les valeurs de  $e$  et  $Y$  correspondantes en utilisant le Tableau 12.

$P$  sera calculée alors en fonction des conditions suivantes :

$$\text{Si } \frac{F_a}{F_r} \leq e \text{ alors } P = F_r \quad (X=1, Y=0)$$

$$\text{Si } \frac{F_a}{F_r} > e \text{ alors } P = 0,56 \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

On calcul la nouvelle charge dynamique  $C_2$  par l'équation suivante :

$$C_2 = P \left( \frac{N \cdot L_{10H}}{16666} \right)^{1/n} \quad (4-26)$$

On compare ce nouveau  $C_2$  avec  $C_1$  :

Si  $C_2 < C_1$  alors les dimensions de notre roulement sont celles du roulement détenteur de la charge dynamique  $C_1$ .

Si  $C_2 > C_1$  alors on choisit dans le tableau de constructeur une charge dynamique  $C_3$  supérieure à  $C_2$  et on refait les mêmes étapes que précédemment, on arrête jusqu'à ce que la charge  $C$  calculée avec l'équation (4-26) soit inférieure à la charge choisie.

### 3.7 Avantages et inconvénients des roulements

Les avantages d'utilisation des roulements sont :

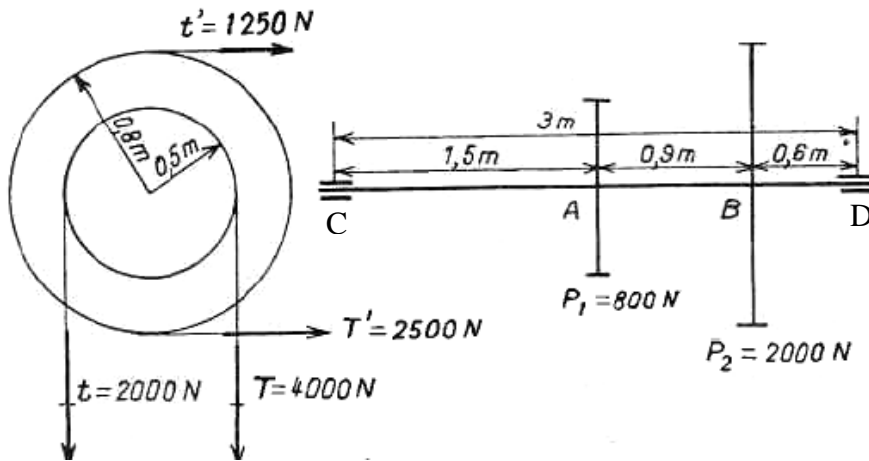
- Réduction de frottement entre l'arbre et l'alésage grâce aux billes.
- Support les charges radiales, axiales ou combinées et les grandes vitesses de rotations.
- Report de l'usure sur le roulement, ce qui protège l'alésage et l'arbre.
- Durée de vie élevée.
- Graissage moyen pas comme les paliers lisses qui demande assez de graisse ou huile pour assurer un bon fonctionnement.
- Montage et maintenance plus simplifiée par rapport aux paliers lisses.
- Assure un bon guidage (pas de jeu radial ou jeu axial et pas de décalage angulaire).

L'inconvénient principal de l'utilisation des roulements est que ceux-ci sont par fois bruyante et leur coût est un peu élevé.

## Travaux dirigés N° 3 « Eléments de transmission du mouvement »

### Exercice N°1

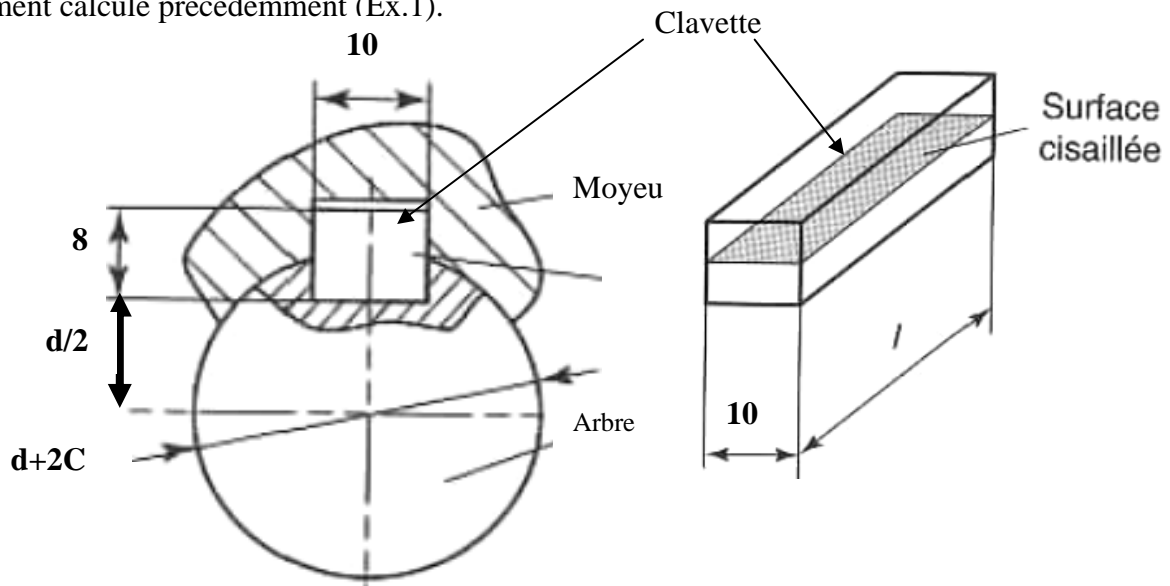
Un arbre portant 2 poulies (poulie 1 avec un diamètre de 1m et poulie 2 avec un diamètre 1,6 m) est posé sur deux appuis C et D, les tensions appliquée sur les poulies sont présentées dans la figure ci-dessous. Le matériau de l'arbre est l'acier avec une limite d'élasticité  $Re= 96$  MPa, le coefficient de sécurité est égal à 1,2.



- 1) Calculer le diamètre minimal de l'arbre  $d_{min}$ .
- 2) Sachant que la loge de la clavette pour les deux poulies est 4 mm. Dessiner la section minimale de l'arbre au niveau de la clavette et définir le diamètre définitif de l'arbre  $d$ .

### Exercice N°2

Le calcul de cisaillement d'une clavette est prépondérant par rapport au calcul de matage, donc seule la sollicitation au cisaillement de la clavette sera prise en compte. Le matériau de la clavette est l'acier avec un  $Re= 200$  MPa, le coefficient de sécurité est égal à 1,2. La largeur de la clavette est 10 mm, son épaisseur est 8 mm. Le diamètre  $d$  de l'arbre correspond au diamètre calculé précédemment (Ex.1). L'arbre est sollicité en torsion avec un couple de torsion  $M_t$  qui correspond au moment calculé précédemment (Ex.1).

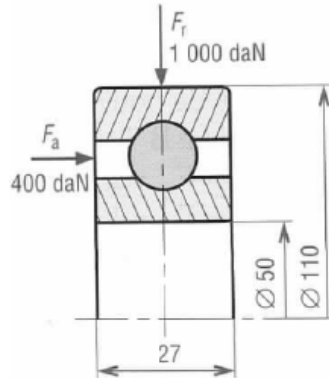


- 1) Calculer l'effort tranchant en Newton auquel est soumise la clavette.
- 2) Calculer la longueur minimale de la clavette  $l$  (sachant qu'on doit respecter le critère de résistance en cisaillement).

### Exercice N°3

Un roulement à billes à contact radial de dimensions  $d=50$  mm,  $D=110$  mm, à partir du tableau de constructeur ci-dessous on détermine la charge dynamique  $C$  et la charge statique  $C_0$ . Le roulement supporte une charge axiale  $F_a = 400$  daN et une charge radiale  $F_r = 1000$  daN.

- 1) Déterminer la durée de vie du roulement si la vitesse de rotation  $N$  de l'arbre est de 150 tr/min.



### Exercice N°4

Un roulement à une rangée de bille à contact radial de type BC (ancienne désignation) est monté sur un arbre d'un diamètre  $d$  et tourne avec une vitesse  $N = 800$  tr/min, le roulement doit supporter une force axiale  $F_a = 200$  daN et une force radiale  $F_r = 500$  daN. La durée de vie souhaitée par le constructeur est environ 5,5 ans soit environ 10000 heures (on admet que le roulement fonctionne 8 heures par jours).

- 1) Déterminer les dimensions du roulement qui assure cette durée de vie en se référant à l'annexe ci-dessous ou à la norme NF ISO 281.

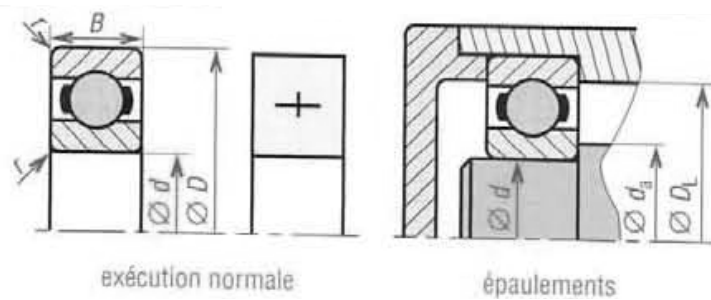
### **Annexe [1]**

Table 1

$\frac{F_a}{C_0}$	0,014	0,028	0,056	0,084	0,110	0,170	0,283	0,42	0,5
$X$	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56
$Y$	2,3	1,99	1,71	1,55	1,45	1,31	1,15	1,04	1,00
$e$	0,19	0,22	0,26	0,28	0,30	0,34	0,38	0,42	0,44

Table 2

dimensions principales				vitesse limite tr/min graisse	série de base	épaulements en mm		charges de base	
$d$ mm	$D$ mm	$B$ mm	$r$ mm			$d_a$ maxi	$D_L$ mini	$C$ daN	$C_0$ daN
30	55	13	0,5	13 000	10	36,2	48,8	1 260	820
	62	16	1,5	10 000	02	38,0	54,6	1 950	1 130
	72	19	2	9 500	03	41,7	62,3	2 800	1 580
	90	23	2,5	8 000	04	47,0	73,0	4 350	2 380
35	62	14	0,5	11 000	10	41,2	56,2	1 600	1 030
	72	17	2	9 100	02	43,8	63,7	2 550	1 530
	80	21	2,5	8 500	03	46,4	68,4	3 350	1 910
	100	25	2,5	6 700	04	53,1	81,9	5 500	3 100
40	68	15	0,5	10 000	10	46,5	61,9	1 740	1 150
	80	18	2	8 500	02	49,8	70,7	2 900	1 790
	90	23	2,5	7 500	03	52,9	77,6	4 050	2 390
	110	27	3	6 300	04	59,6	90,4	6 400	3 650
45	75	16	1	9 000	10	52,3	68,1	2 100	1 520
	85	19	2	8 000	02	54,4	76,6	3 250	2 050
	100	25	2,5	6 700	03	59,2	86,7	5 300	3 150
	120	29	3	5 600	04	66,2	99,8	7 700	4 500
50	80	16	1	8 500	10	57,3	73,1	2 180	1 660
	90	20	2	7 500	02	59,4	81,1	3 500	2 320
	110	27	3	6 000	03	65,8	95,1	6 200	3 800
	130	31	3,5	5 000	04	72,2	107,8	9 200	5 400



# **Chapitre 5**

## **Transmission de puissance et du mouvement par courroies, chaînes et roues de friction**



## **Chapitre 5 : Transmission de puissance et du mouvement par courroies, chaînes et roues de friction**

La transmission de puissance entre un arbre moteur et un organe récepteur se fait soit par :

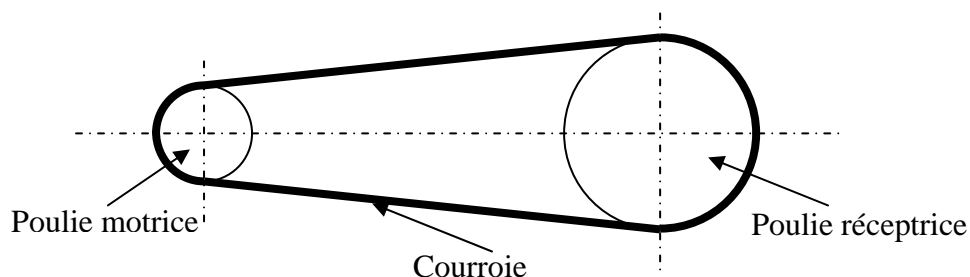
1. **Prolongement** : à l'aide d'un accouplement rigide ou élastique, embrayage.
2. **Sans prolongement** à l'aide d'une:
  - **Liaison articulée** : Joint de cardan, joint homocinétique, joint d'Oldham.
  - **Liaison par lien flexible ou souple entre arbres éloignés** : Poulies et courroies, roues et chaînes.
  - **Liaison rigide entre arbres rapprochés** : Roues de friction et engrenages.
  - **Liaison avec modification de la vitesse ou du sens de rotation** : Inverseurs, boîtes de vitesses, réducteurs de vitesses, variateurs de vitesses.
3. **Transformation du mouvement circulaire en rectiligne** : Système vis écrou, système pignon crémaillère.
4. **Transformation du mouvement circulaire en rectiligne alternatif** : Système bielle manivelle, manivelles à coulisse, cames [14].

### **1. Transmission de puissance par lien flexible : Courroies**

Le but de cette transmission est de transmettre la puissance entre 2 arbres éloignés, avec modification du couple transmis et de la vitesse ; les arbres sont le plus souvent parallèles, mais ils peuvent être orthogonaux ou quelconques.

#### **1.1 Le principe de fonctionnement**

Une roue dite poulie motrice (ou poulie menante) entraîne une poulie réceptrice (ou poulie menée) à l'aide d'un lien souple soit par adhérence courroies plates et trapèzes ou par obstacle courroies striées ou crantées. L'adhérence et l'obstacle sont nécessaires pour éviter le glissement et donc avoir un rapport de transmission plus précis (Figure 55).

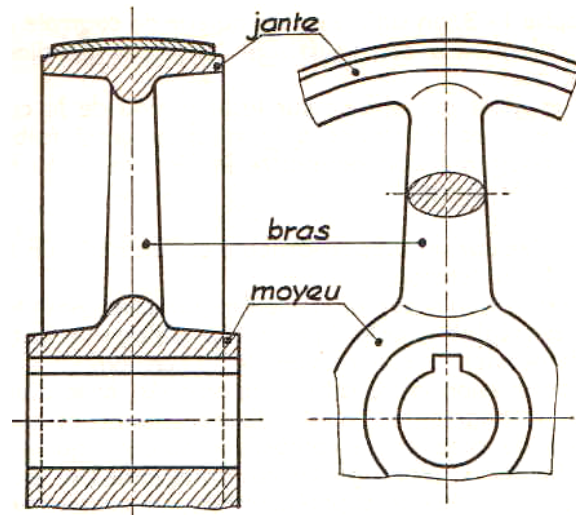


**Figure 55 : Transmission du mouvement par courroie**

## 1.2 Poulies

Une poulie est conçue pour être montée sur un arbre et pour recevoir une courroie, à cet effet, elle comporte trois parties Figure 56 [20]:

- Le moyeu qui assure la liaison avec l'arbre.
- La jante qui reçoit la courroie.
- Les bras qui relie le moyeu avec la jante.



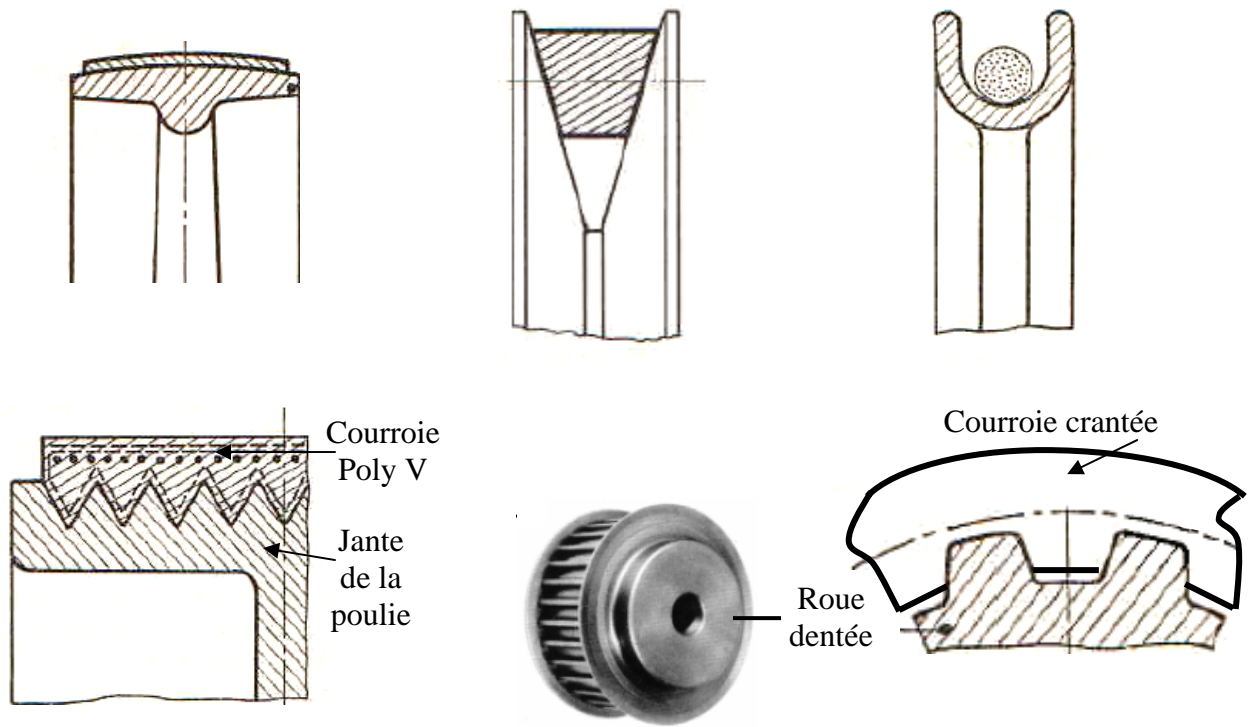
**Figure 56 : Parties de la poulie**

La poulie est montée avec l'arbre par clavette, elle est bloquée en translation par des écrous, anneaux élastiques, etc. Une bonne coaxialité du logement de la poulie avec l'arbre est exigée, le bombé de la jante assure le maintien de la courroie avec le plan médian de la jante et assure sa stabilité. Le bon choix des matériaux de la jante et la courroie permet d'avoir une bonne adhérence entre la jante et la courroie. La poulie doit être légère pour réduire les forces d'inerties, c'est l'intérêt du vide existant entre la jante et le moyeu, elle doit être bien équilibrée et résistante à l'action centrifuge. Le matériau de la poulie peut être la fonte, l'acier, l'aluminium... la poulie est fabriquée par moulage, seulement les surfaces fonctionnelles (surfaces extérieures de la jante, alésage du moyeu, surfaces latérales) qui sont usinées.

### 1.2.1 Formes géométriques de la jante

La forme de la jante peut être bombé, la jante peut avoir une gorge trapèze ou une forme V ou ronde, la jante est fabriquée sous la forme d'une roue dentée pour accueillir une courroie crantée.

La Figure 57 [20] montre des schémas de ces différentes formes de la jante.



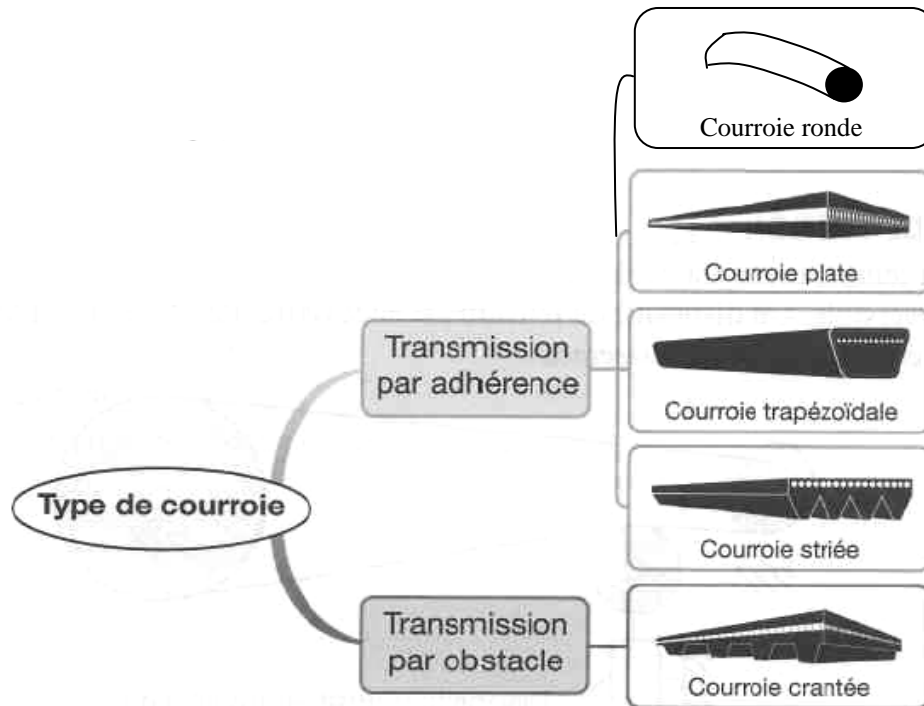
**Figure 57 : Les différentes formes de la jante**

### 1.3 Types de courroies

Il existe différentes formes de courroie, les plus courantes sont (Figure 58) [4] :

- Courroies plates : Elles sont utilisées pour les grandes vitesses avec un faible couple.
- Courroies trapézoïdales : Elles ne nécessitent pas une tension initiale, assure un meilleur rendement et une bonne adhérence, diminution de la tension de la courroie et par conséquent diminution des efforts sur les paliers, pas de glissement, chute de la courroie est impossible, possibilité de diminution du diamètre de la poulie et donc le couple mécanique et ceci par utilisation des courroies multiples, transmettent une puissance et des charges plus élevées que les courroies plates. La pression de contact dans les courroies trapèze est plus élevée par rapport aux courroies plates et ceci à cause de la surface trapèze qui est mise en contact avec la poulie, cette augmentation de pression conduit à l'augmentation de l'effort et la puissance transmissibles. Elles sont conseillées pour les grandes vitesses allant de 1000 à 5000 tr/min.
- Courroies rondes : Elles sont utilisées pour les petites mécanismes.
- Courroies striées (poly-V) : Surface de contact importante avec la poulie, les tensions dans les brins sont faibles, pas de problème d'appairage de courroie, possibilité d'utiliser le dos comme courroie plate.
- Courroies crantées : Pas de glissement, elle fonctionne comme une chaîne, bon rendement et une longue durée de vie.

On peut distinguer deux familles de courroies, les courroies asynchrones si la transmission se fait par adhérence et les courroies synchrones si la transmission se fait par obstacle sans glissement.



**Figure 58 : Principales familles de courroie**

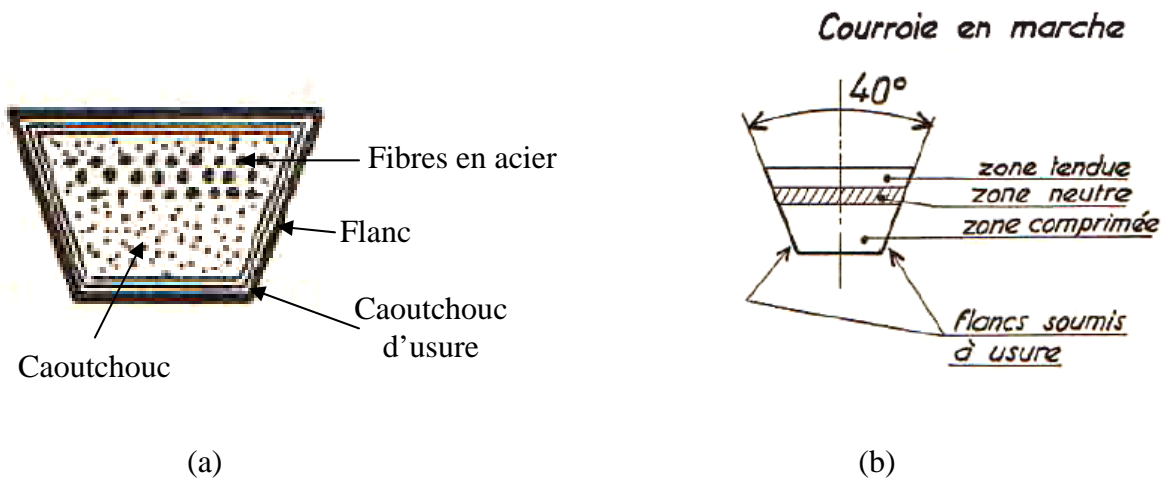
#### 1.4 Matériaux de courroies

La courroie doit avoir une bonne adhérence avec la poulie, donc un coefficient de frottement élevé est nécessaire, elle doit aussi avoir une bonne résistance mécanique, beaucoup de souplesse, élasticité et légèreté, la courroie doit résister aux agents atmosphériques, vapeur, humidité, chaleur, huile, etc. Enfin, elle doit être facile à monter, moins chère et faire un long usage.

Les matériaux utilisés pour fabriquer les courroies sont le cuir, caoutchouc naturel, caoutchouc synthétique (néoprène), soie, nylon, acier, polyuréthane...

A titre d'exemple, le cuir possède une limite d'élasticité  $Re = 6 \text{ à } 7 \text{ MPa}$ , un module de Young  $E = 130 \text{ à } 400 \text{ MPa}$ , coefficient de frottement  $f = 0,2 \text{ à } 0,5$ , masse volumique  $\rho = 1000 \text{ à } 1100 \text{ kg/m}^3$ .

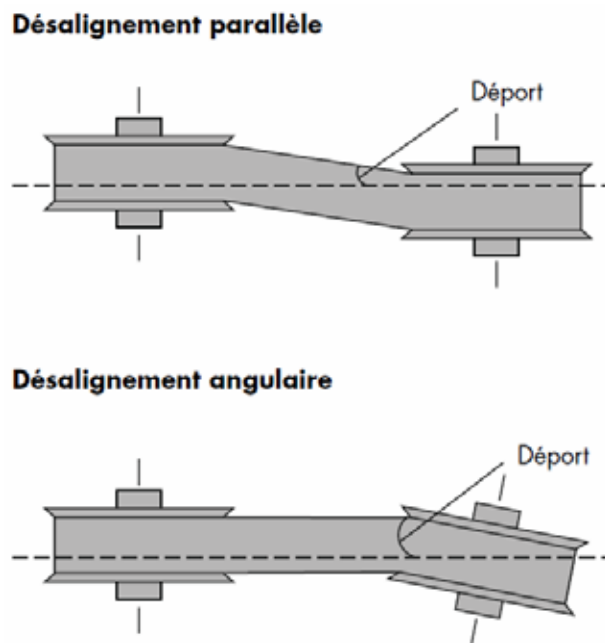
L'exemple de la Figure 59 (a) [14] montre les différentes couches qui composent une courroie trapézoïdale. La zone extérieure de la section de la courroie est tendue en marche, la zone intermédiaire ne subit aucune contrainte (zone neutre), la zone intérieure est comprimée Figure 59 (b) [14]. La couche extérieure de la courroie devra avoir un coefficient de frottement élevé (0,5 environ) car les deux flancs qui sont en contact avec la gorge de la poulie sont soumis à l'usure, des fibres en acier ou en kevlar sont placées dans la zone neutre pour éviter leur flexion et jouent le rôle d'une armature qui augmente la résistance mécanique, la zone tendue est composée de fils en caoutchouc permettant un allongement facile. Dans la zone comprimée, les fils en caoutchouc doivent être assez souples.



**Figure 59 : Section transversale d'une courroie trapézoïdale**

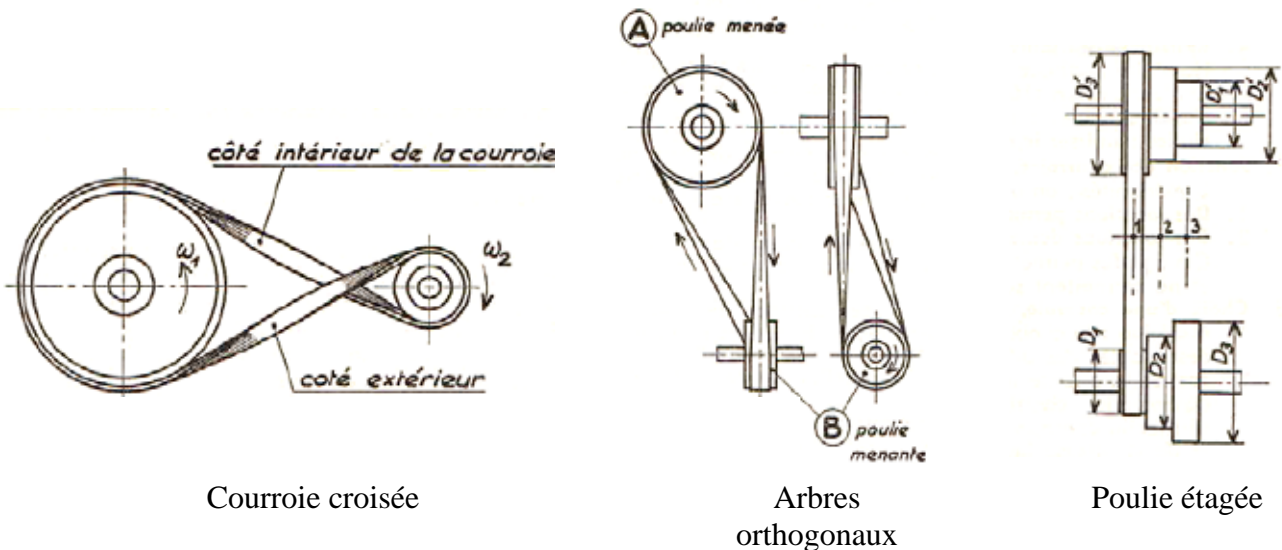
### 1.5 Disposition des courroies

Le montage nécessite un bon alignement des poulies et un réglage de la tension initiale et de l'entraxe pour effectuer le montage et le démontage. Le désalignement des poulies peut être parallèle et/ou angulaire, il est impératif d'éviter le désalignement entre les deux poulies (Figure 60) [32].



**Figure 60 : Désalignement parallèle et angulaire des poulies**

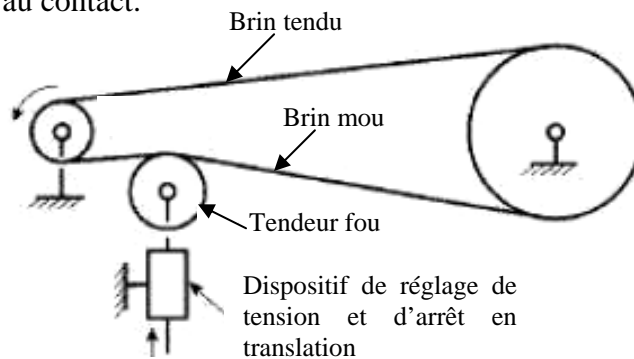
Les courroies peuvent être disposées sur des arbres parallèles d'une manière droite (Figure 55) ou croisée, comme on peut les monter sur des arbres orthogonaux ou quelconques (Figure 61 [14]). Dans le cas des courroies droites, les deux arbres tournent dans le même sens. Pour les courroies croisées, les deux arbres tournent en sens inverse ; si l'angle d'enroulement  $\alpha$  est important, alors l'adhérence serait bonne. Une courroie croisée subit des torsions successives, d'où augmentation de sa contrainte. On peut utiliser des poulies étagées si on veut avoir des vitesses de sortie variables, mais il faut choisir des diamètres de poulies de façon que la longueur de la courroie reste constante.



**Figure 61 : Disposition des courroies**

**a) L'enrouleur de courroie**

Au cours du temps, toute transmission par courroie à tendance naturellement de s'allonger d'une manière irréversible. Un dispositif de tension qui s'appelle galet enrouleur (tendeur fou) est nécessaire afin de régler la tension de la courroie et compenser ce vieillissement, il permet d'augmenter l'angle d'enroulement  $\alpha$  et par conséquent la tension de la courroie et la force d'adhérence de celle-ci avec la poulie (Figure 62 [14]). Le tendeur fou tourne sur son axe et il doit être placé sur le brin mou de la courroie. L'enrouleur provoque une flexion supplémentaire en sens inverse de la courroie, l'usure de la courroie est rapide car les deux surfaces intérieure et extérieure de la courroie sont exposées au contact.



**Figure 62 : Tendeur fou**

**b) Embrayage et débrayage**

Le montage (a) de la Figure 63 [14] permettant le débrayage (rompre la liaison) par déplacement de la poulie B vers la gauche, sur le montage (b) le débrayage se fait par déplacement du galet tendeur vers le haut. Le montage (c) permettant l'embrayage et le débrayage par emploi d'une poulie fixe et d'une poulie folle (tourne seulement sur son axe), et déplacement de la courroie par une fourchette.

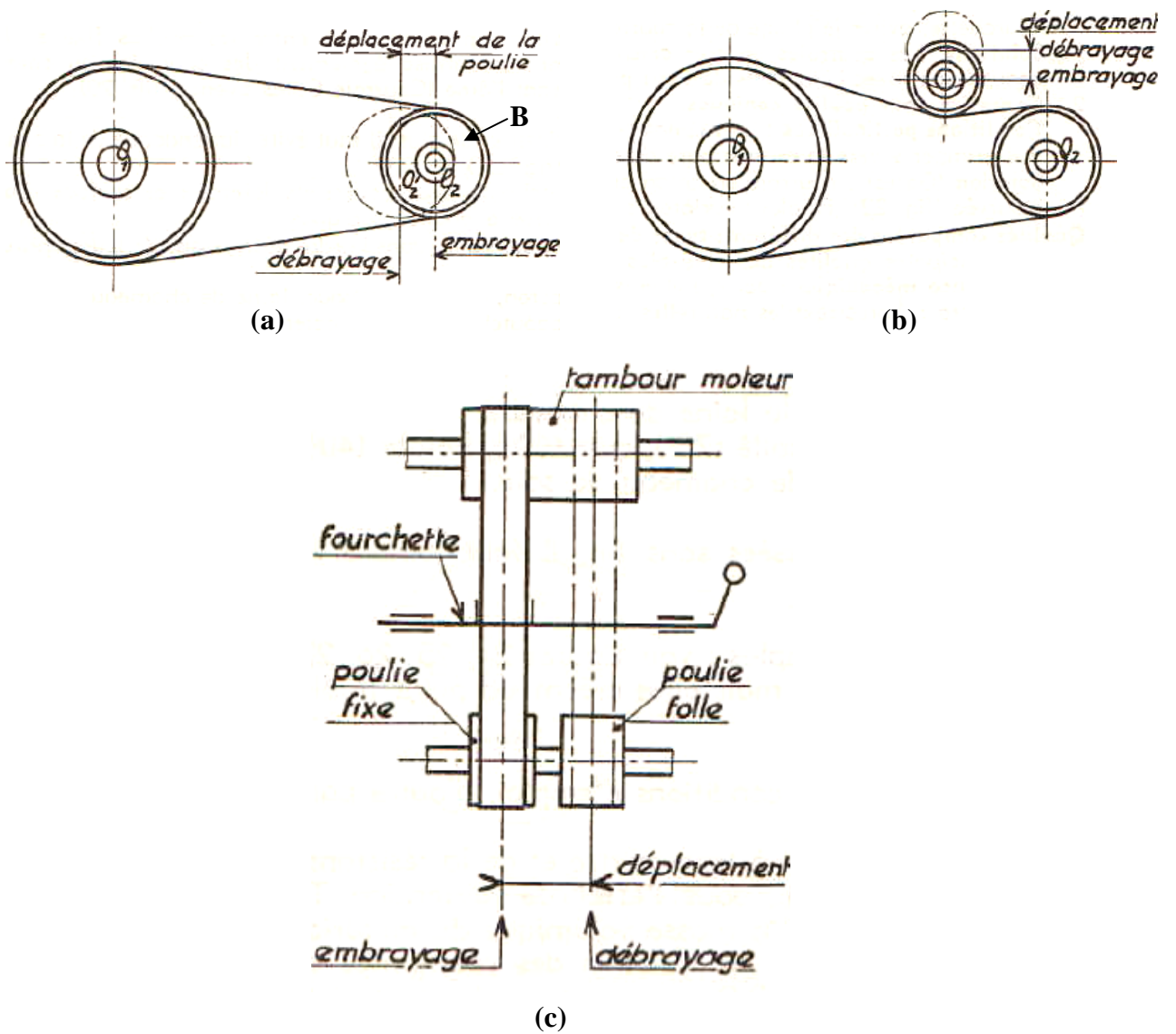


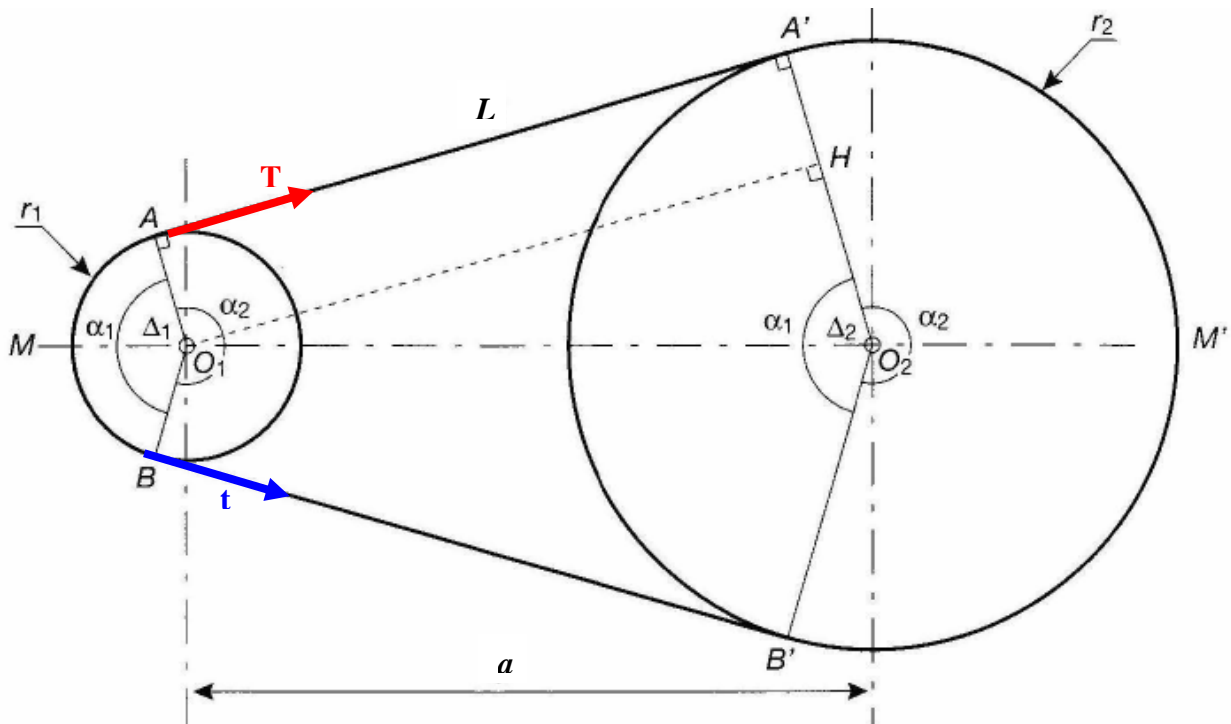
Figure 63 : Débrayage et embrayage des courroies

## 1.6 Calcul des courroies

Le rapport de transmission théorique entre deux poulies entraînées par un lien flexible est :

$$R_{théor} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{C_1}{C_2} \quad (5-1)$$

$N$  est la vitesse de rotation en tr/min,  $\omega$  est la vitesse de rotation angulaire en rad/s,  $d$  est le diamètre de la poulie en mm,  $C$  et le couple mécanique en N.mm. Il y a toujours un léger glissement de la courroie sur la poulie (de l'ordre de 2%), pour trouver la vitesse réelle de la poulie réceptrice, il faut multiplier par 98 % (rendement) la vitesse théorique réceptrice obtenue par la relation précédente. Pour remédier à cet inconvénient et si on suppose que la vitesse motrice est connue, alors on augmente le diamètre de la poulie de 1% et on diminue le diamètre de la poulie réceptrice de 1% [19].



**Figure 64 : Cinématique de la courroie**

Le rendement de la transmission est donnée par :

$$\eta = \frac{P_{Réceptrice}}{P_{Motrice}} = \frac{C_2 \cdot \omega_2}{C_1 \cdot \omega_1} = \frac{C_2 \cdot r_1}{C_1 \cdot r_2} \quad (5-2)$$

La longueur de la courroie du montage de la figure ci-dessus est donnée par la relation suivante :

$$L = \alpha_1 r_1 + \alpha_2 r_2 + 2a \sin(\alpha_1 / 2) \quad (5-3)$$

$\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les angles d'enroulement pris en radian pour le calcul de la longueur  $L$ .

La tension  $T$  est appliquée sur le brin tendu de la courroie, la force  $t$  est appliquée sur le brin mou de la courroie (Figure 64).

Pour déterminer  $T$  et  $t$ , il nous faut deux équations :

$$T - t = C_1 / r_1 = C_2 / r_2 \quad (5-4)$$



$$T = t \cdot e^{\lambda \cdot f_r \cdot \alpha_1} \quad (5-5)$$

$f_r$  est le coefficient de frottement entre la courroie et la poulie,  $\lambda f_r$  est le coefficient d'adhérence.

$\lambda$  est un facteur compris entre 0 et 1,  $\alpha_1$  est l'angle d'enroulement en radian.

Si on tient en compte la force centrifuge  $F_c$ , la relation (5-5) devient :

$$(T - F_c) = (t - F_c) e^{\lambda \cdot f_r \cdot \alpha_1} \quad (5-6)$$

$$F_c = mV^2 \quad (5-7)$$

$V$  est la vitesse linéaire de la courroie en m/s ;  $m$  est la masse d'un mètre de courroie (kg/m).

La force d'adhérence est perpendiculaire à la tension appliquée sur la courroie. La force d'adhérence augmente avec le coefficient d'adhérence ou le coefficient du frottement entre les surfaces en contact, elle croît également avec l'arc ou l'angle d'enroulement, si cette force dépasse une certaine force d'adhérence maximale, alors la courroie glisserait sur la poulie.

La Tension initiale ou tension de pose  $T_0$  est la force initiale appliquée avant fonctionnement sur chaque brin de la courroie, elle est indispensable pour garantir l'adhérence et assurer la transmission du mouvement sans glissement. A l'équilibre et quand la courroie tourne à vide, la tension de pose  $T_0$  est égale :

$$T_0 = (T - t) / 2 \quad (5-8)$$

On utilise plusieurs courroies en parallèle (Figure 65)[32] si la puissance transmise est élevée. En effet, on n'augmente pas la surface de la section de la courroie mais on multiplie seulement le nombre de courroie.



**Figure 65 : Courroies parallèles et poulies multi gorges**

Les courroies sont sollicitées en traction par la force  $T$  et en flexion, une contrainte supplémentaire engendrée par la force centrifuge  $F_c$  se rajoute aux contraintes de traction et flexion. La flexion de la courroie tend à allonger la zone supérieure et rétrécir la zone inférieure.

La contrainte totale est calculée par :

$$\sigma = \sigma_{trac} + \sigma_{centrif} + \sigma_{flexi} = \frac{T}{e.b} + \frac{F_c}{e.b} + E \frac{e}{b} \quad (5-9)$$

$E$  est le module de Young du matériau de la courroie,  $e$  est l'épaisseur de la courroie,  $b$  est sa largeur. Pour qu'il n'y ait pas rupture de la courroie il faut que :

$$\sigma < \sigma_{adm} \quad (5-10)$$

$\sigma_{adm}$  est la contrainte admissible du matériau de la courroie.

### 1.7 Condition de bon fonctionnement

Aux grandes vitesses, la force centrifuge rejette vers l'extérieur les parties courbes de la courroie et tend à décoller cette courroie de la poulie; il en résulte une diminution de l'adhérence et une augmentation du glissement, il faut donc limiter la vitesse linéaire de la courroie. Le glissement fonctionnel est un facteur favorable, il augmente avec l'élasticité de la courroie et quand l'état de surface est lisse. La raideur de la courroie empêche la courroie de s'enrouler sur la poulie et diminue l'angle d'enroulement de  $\alpha$  et donc l'adhérence de celle-ci avec la poulie, ceci est défavorable pour le bon fonctionnement de la courroie et nécessite la recherche d'une courroie plus souple.

### 1.8 Avantages et inconvénients

#### a) Avantages

Simple à positionner, économique, réduisent et amortissent les vibrations, atténuent le choc, silencieux, grandes entraxes, pas de lubrification, bon rendement, montage et entretien simple, les courroies sont successibles de transmettent des vitesses élevées allant jusqu'à 5000 tr/min et des puissances élevées allant jusqu'à 3000 kW.

#### b) Inconvénients

Nécessite un plan d'entretien périodique pour surveiller l'usure, le vieillissement et la perte d'élasticité, il faut prévoir le remplacement de la courroie, les courroies sont plus encombrantes par rapport à d'autres organes de transmission comme les engrenages, roues de friction, etc. Les frais d'installation des courroies sont peu élevés. La modification de la section de la courroie (allongement de la zone supérieure et rétrécissement de la zone inférieure) due à la flexion est d'autant plus sensible si le diamètre de la poulie est plus faible. Si l'entraxe est très grand, les vibrations du brin mou augmentent et donc la durée de vie et la précision de la transmission diminuent. Les surfaces trapèzes qui sont en contact avec la poulie limitent le glissement et augmentent la perte par frottement et par conséquence le rendement diminue.

## 2. Transmission de puissance par lien non souple : Chaînes

Les chaînes sont utilisées pour transmettre la puissance mais elles sont également utilisées dans les appareils de manutention et de convoyage. La transmission de puissance par chaîne est adaptée pour des arbres possédant des axes parallèles avec un entraxe relativement important, le rendement de la transmission avoisine 98%. Les chaînes fonctionnent dans des conditions sévères (choc, température élevée) et dans des environnements difficiles (humide, corrosif).

### 2.1 Principe de fonctionnement

Deux arbres sont liés aux deux roues dentées parallèles par un lien non souple (chaîne), la transmission par chaîne ressemble à la transmission par courroie sauf la liaison chaîne roue se fait par engrènement (Figure 66) [14], ce qui annule le glissement.

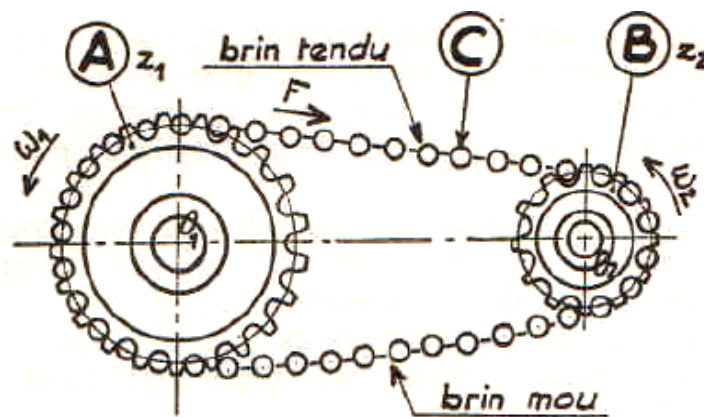


Figure 66 : Transmission de puissance par chaîne

### 2.2 Types de chaîne

#### a) Chaîne Galle

La chaîne Galle comporte des maillons ou jumelles articulés sur des axes (Figure 67 (a)) [14]. Chaque maillon comporte deux joues : intérieure et extérieure, les axes forment des encroisements et ils sont rivetés sur les joues. Pour augmenter la puissance transmise, ces chaînes peuvent être à double ou à triple maille (Figure 67 (b)) [14].

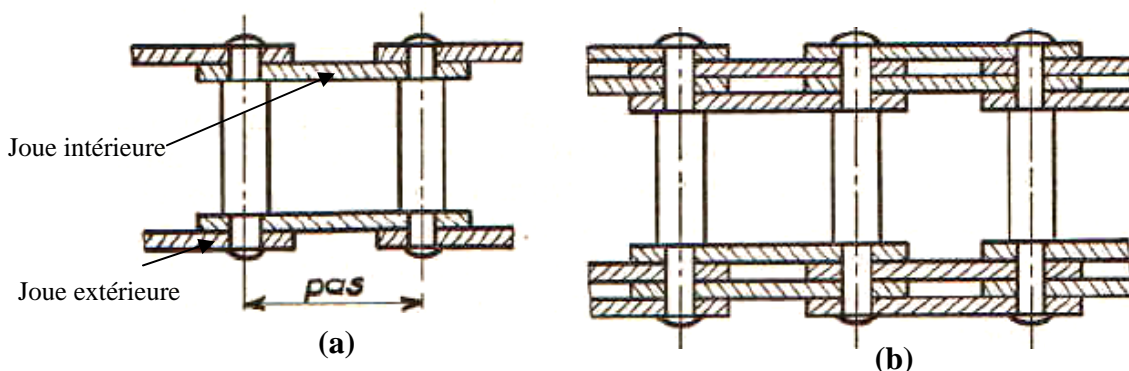


Figure 67 : Chaîne Galle

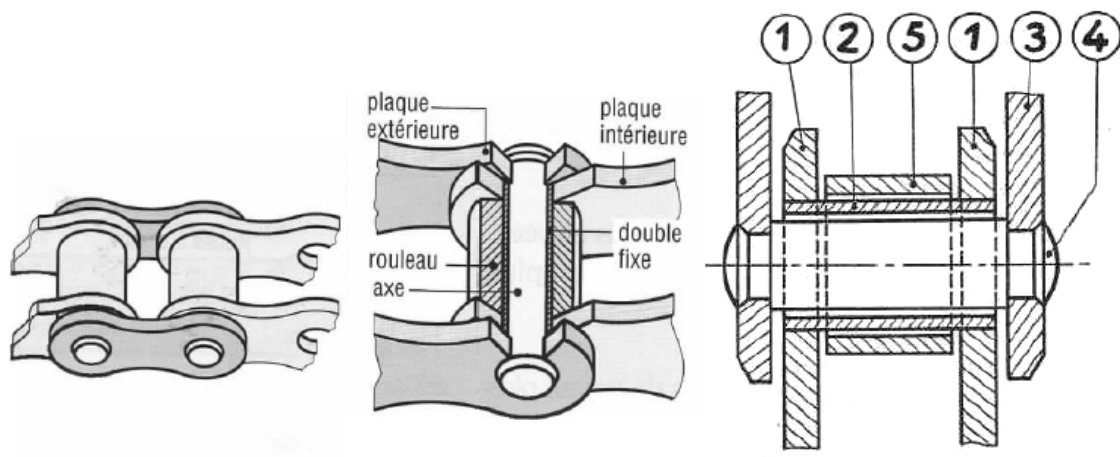
La surface de contact entre les joues et les axes est faible d'où une pression élevée appliquée sur les axes. Également, le graissage est difficile et donc l'usure apparaîtra d'une précipitée. D'autre part, l'axe glisse sur les dents de la roue, ce qui augmente le frottement, l'usure et la perte de puissance transmise.

### b) Chaîne à rouleaux

Pour remédier aux inconvénients de la chaîne Galle, on a imaginé la chaîne Galle à rouleaux (Figure 68) [1] & [14], la chaîne à rouleaux comporte :

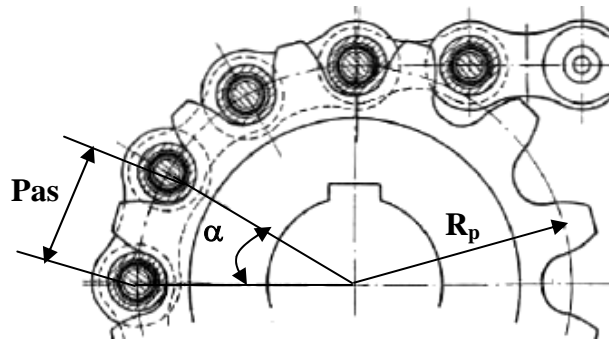
1. Des maillons intérieurs (ou jumelles) formés de deux joues (1) réunies par deux axes creux (2) [ou douilles, ou faux rouleaux], emmanchés à force sur les joues.
2. Des maillons extérieurs formés de deux joues (3) réunies par deux axes rivés (4); l'articulation des maillons s'effectue par rotation des axes (4) à l'intérieur des douilles (2), d'où surface de contact importante.
3. Des rouleaux (5), tournant librement sur les douilles (2) et roulant sur les flancs des dents des roues, d'où frottement et usure réduit.

Les rouleaux et les faux rouleaux sont fendus pour faciliter le graissage, tous ces organes avec l'axe sont en acier dur cémenté trempé, ou en acier traité Ni-Cr de cémentation.



**Figure 68 : Chaîne à rouleaux**

Le profil de flancs des dents est choisi de façon à faciliter l'entrée et la sortie des rouleaux (Figure 69) [14]. L'usure des éléments frottants détermine une diminution du diamètre des axes et une augmentation du pas de la chaîne, d'où un mauvais engrènement qui se produit, pour réduire l'usure, on emploie l'acier dur cémenté ou nitruré pour les éléments frottants (axes et rouleaux) et l'acier mi-dur traité ou acier allié pour la roue dentée. Pour augmenter la puissance transmise, plusieurs chaînes à rouleaux peuvent être montées en parallèle sur plusieurs roues dentées.



**Figure 69 : Roue de la chaîne**

Le pas est calculé par la relation suivante :

$$Pas = 2.R_p.\sin(\alpha / 2) \quad (5-11)$$

$R_p$  est le rayon primitif de la roue dentée. L'angle  $\alpha$  est calculé par :

$$\alpha = \frac{360^\circ}{Z} \quad (5-12)$$

$Z$  est le nombre des dents de la roue dentée.

### 2.3 Calcul de la chaîne

Le rapport de transmission théorique entre deux roues dentées entraînées par une chaîne non souple est :

$$R_{théor} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{C_1}{C_2} \quad (5-13)$$

$N$  est la vitesse de rotation en tr/min,  $\omega$  est la vitesse de rotation angulaire en rad/s,  $d$  est le diamètre de la roue en mm,  $Z$  est le nombre de dents de la roue dentée et  $C$  est le couple mécanique en N.mm.

La chaîne est soumise à la force de traction  $F_1$  qui est due à la puissance à transmettre  $P$ , elle est calculée par :

$$F_1 = \frac{P}{R.\omega} \quad (5-14)$$

Egalement, elle est soumise à un effort centrifuge  $F_2$  qui chasse la chaîne vers l'extérieure, il en résulte une force de traction supplémentaire, celui-ci est calculé par :

$$F_2 = m.V^2 \quad (5-15)$$

Elle est sollicitée aussi par un effort de traction  $F_3$  dû au poids du brin mou.

L'effort total de traction  $F$  est égal :

$$F = F_1 + F_2 + F_3 \quad (5-16)$$

Cet effort est repris par l'axe et les dents de la roue dentée, donc il sert à dimensionner ces organes en cisaillement.

## 2.4 Dispositif de tension

Dans une transmission par chaîne, un dispositif de tension (Figure 70) [4] est nécessaire pour :

- Adapter la longueur de la chaîne à l'entraxe entre les deux arbres afin d'éviter le «flottement» d'une chaîne trop longue ou une tension trop importante dans une chaîne trop courte.
- Compenser l'usure progressive de la chaîne.
- Atténuer les vibrations.

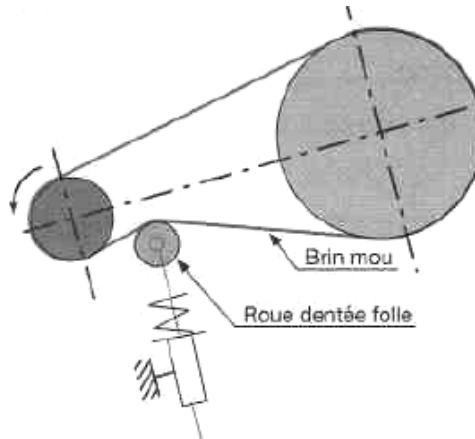


Figure 70 : Dispositif de tension

## 2.5 Lubrification

Le choix du dispositif de lubrification dépend de la puissance transmissible et de la vitesse linéaire de la chaîne, on peut effectuer la lubrification par :

- Par burette (opération manuelle),
- Par pression : Une pompe envoie un jet d'huile sur la chaîne,
- Par barbotage : La transmission baigne dans un carter fermé, étanche et rempli d'huile.

## 2.6 Avantages et inconvénients

### a) Avantages

Glissement impossible entre la roue et la chaîne d'où un rapport de vitesse constant, pas de tension initiale d'où une charge réduite sur les paliers, rendement et couple transmis élevés, le brin mou est sollicité seulement par son poids propre et non par la tension du brin, durée de vie élevée par rapport aux courroies. Les chaînes fonctionnent dans des conditions sévères (choc, température élevée) et dans des environnements difficiles (humide, corrosif).

### b) Inconvénients

Force de centrifuge non négligeable pour les grandes vitesses, fonctionnement moins souple et moins silencieux, prix plus élevé, lubrification et entretien ordinaire pour protéger la chaîne contre la poussière.

### 3. Transmission de puissance par roues de friction

Comme dans le cas de transmission de puissance par courroie ou chaîne, le but de la transmission du mouvement entre deux arbres parallèles ou concourants par de friction est de modifier la vitesse et le couple de l'arbre récepteur. La transmission par roue de friction se fait par adhérence.

#### 3.1 Principe de fonctionnement

La Figure 71 montre le un système de levage d'une charge pesant un poids  $P$  à l'aide d'un système de transmission par roue de friction. La roue réceptrice est entourée par une garniture en Ferodo.

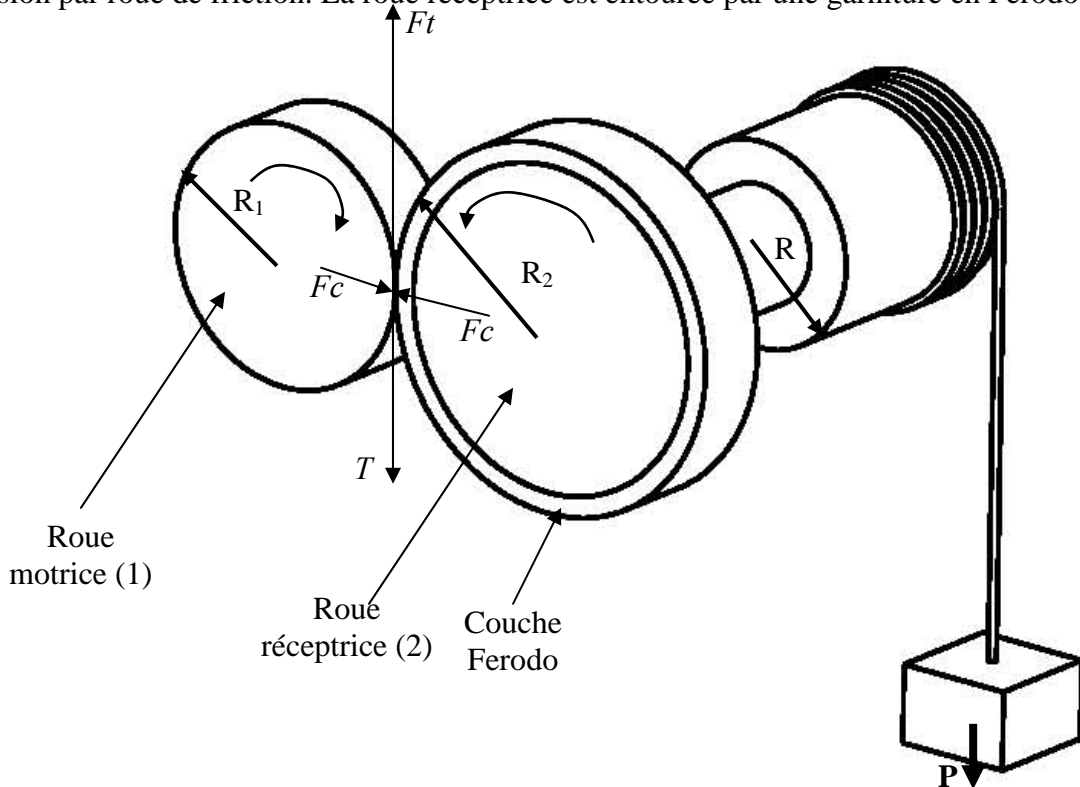


Figure 71 : Principe de fonctionnement des roues de friction (système de levage)

L'effort tangentiel résistant est calculé par :

$$F_t = f_r \cdot F_c \quad (5-17)$$

$f_r$  est le coefficient d'adhérence ou le coefficient de frottement statique,  $F_t$  est la force résistante tangentielle, la force de contact  $F_c$  doit être importante pour avoir une bonne adhérence, mais l'idéal est d'avoir une force de contact minimale  $F_c$  et une force tangentielle maximale  $F_t$  en agissant sur la forme de la surface de contact et sa nature (coefficient de frottement statique  $f_r$ ). La force  $F_c$  est appliquée à l'aide d'un ressort solidaire à la roue motrice pour avoir l'adhérence entre la roue motrice et la roue réceptrice, si la force de contact  $F_c$  est trop élevée alors même les paliers subissent une augmentation dans leurs réactions, les surfaces de contact se déforment, s'échauffent et s'usent rapidement, d'où une perte de vitesse et de rendement.

La puissance du moteur est égale :

$$P_m = C_m \cdot \omega_1 \quad (5-18)$$

Le couple moteur ou le couple à transmettre  $C_m$  est calculé par :

$$C_m = \frac{P_m}{\omega_1} = T \cdot R_1 \quad (5-19)$$

$\omega_1$  est la vitesse de rotation de la roue motrice (1) en rad/s.

Le couple d'adhérence  $C_a$  est calculé par :

$$C_a = F_t \cdot R_1 \quad (5-20)$$

La force tangentielle  $T$  provoquée par le couple moteur ne doit jamais dépasser la force résistante tangentielle  $F_t$  (Figure 71) sinon on aura un glissement, ainsi, le couple d'adhérence  $C_a$  doit être supérieur au couple à transmettre ou au couple moteur  $C_m$ .

Le couple de la roue 2 ou le couple transmissible est égal :

$$C_2 = T \cdot R_2 \quad (5-21)$$

La puissance réceptrice est égale alors :

$$P_2 = C_2 \cdot \omega_2 \quad (5-22)$$

Il y aura entraînement de la roue réceptrice (2) par la roue motrice (1) que si le couple  $C_2$  soit supérieur au couple résistant  $C_r$ , sachant que celui-ci est égal :

$$C_r = P \cdot R \quad (5-23)$$

$P$  est le poids de la charge à soulever, si le couple  $C_2$  est inférieur ou égale au couple résistant  $C_r$ , alors la roue (1) tourne sans entraîner la roue (2) et les deux roues patinent.

La force  $F_c$  doit être supérieur à :

$$F_c > \frac{P_m}{f_r R_1 \omega_1} \quad (5-24)$$

Le rapport de transmission théorique entre deux roues de friction est :

$$R_{théor} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{C_1}{C_2} \quad (5-25)$$

$N$  est la vitesse de rotation en tr/min,  $\omega$  est la vitesse de rotation angulaire en rad/s,  $d$  est le diamètre de la roue en mm et  $C$  est le couple mécanique en N.mm.

### 3.2 Matériaux des roues de friction

Les matériaux des roues de friction doivent avoir un coefficient de frottement élevé, être résistants à l'écrasement, être résistants à l'usure due au glissement entre les roues; on adopte fréquemment la fonte pour la roue; pour le galet, on utilise une garniture de bois, de cuir, de fibre ou de Ferodo sur un moyeu métallique (Figure 71).



Rappelons ici quelques matériaux et leurs coefficients de frottement statique qui sont couramment employées pour les roues de friction :

Fonte sur fonte à sec : 0,1 à 0,15.

Fonte sur papier à sec : 0,15 à 0,20.

Fonte sur Ferodo à sec : 0,25.

Fonte sur cuir à sec : 0,20 à 0,30.

Fonte sur bois à sec : 0,20 à 0,40.

Le cas le plus défavorable est celui qui correspond à un coefficient de frottement le plus faible car le glissement augmente.

### **3.3 Avantages et inconvénients**

#### **a) Avantages**

Entraînement est doux, silencieux, progressif, d'où embrayage facile en marche, sans chocs; nous avons une transmission réversible et possible dans les deux sens de rotation, le glissement entre les roues est provoqué en cas d'arrêt brusque, ou de variation brusque du couple résistant, d'où limitation du couple transmis et sécurité d'emploi; possibilité d'entraînement à grande vitesse, jusqu'à 50 m/s. l'emploi des roues de friction est plus sécurisé car l'entraînement se fait par adhérence.

#### **b) Inconvénients**

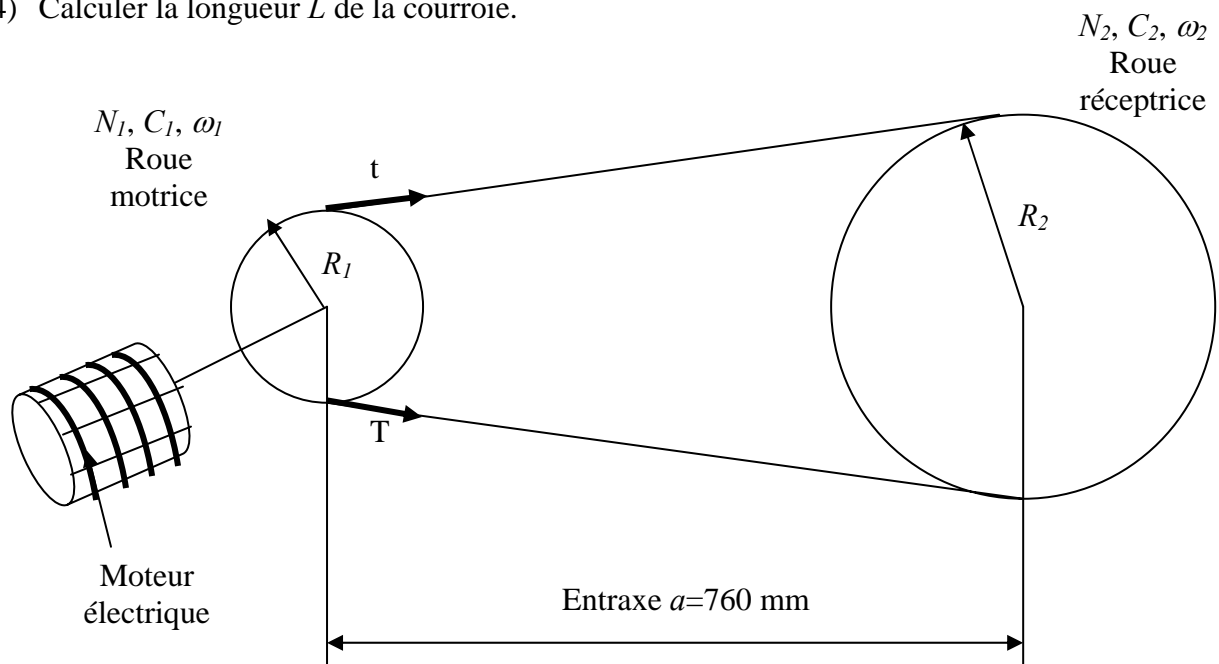
Le rapport des vitesses ne sont pas rigoureux car il existe toujours un glissement et il est variable suivant la charge, Il est donc impossible d'employer des roues de friction si le rapport des vitesses doit être rigoureusement respecté; il y a une nécessité d'appliquer une force radiale, d'où fatigue et usure des paliers; usure des roues par suite du glissement entre les surfaces; la transmission est possible seulement entre arbres rapprochés.

## Travaux dirigés N° 4 « Transmission du mouvement par courroies, chaînes et roues de friction »

### Exercice N°1

Nous voulons réaliser un réducteur de vitesse en utilisant une transmission par lien flexible (courroie plate). La puissance du moteur est 5 kW et sa vitesse de rotation est  $N_1=3000$  tr/min, le rayon de la poulie motrice est  $R_1=30$  mm. Le coefficient de frottement entre la poulie et la courroie est  $f_r=0,4$ , tandis que le facteur de coefficient d'adhérence  $\lambda=0,9$ . L'entraxe entre les deux poulies  $a = 760$  mm. Le matériau de la courroie est le caoutchouc Néoprène avec une contrainte pratique admissible égale à 30 MPa.

- 1) La vitesse de sortie désirée par le constructeur est  $N_2=1000$  tr/min, calculer le rayon de la poulie réceptrice  $R_2$ .
- 2) Calculer les tensions  $t$  et  $T$  dans les brins mou et tendu respectivement.
- 3) En négligeant la contrainte de flexion et la contrainte due à la force centrifuge générée dans la section transversale de la courroie, déterminer la largeur de la courroie si son épaisseur est égale à 4 mm.
- 4) Calculer la longueur  $L$  de la courroie.

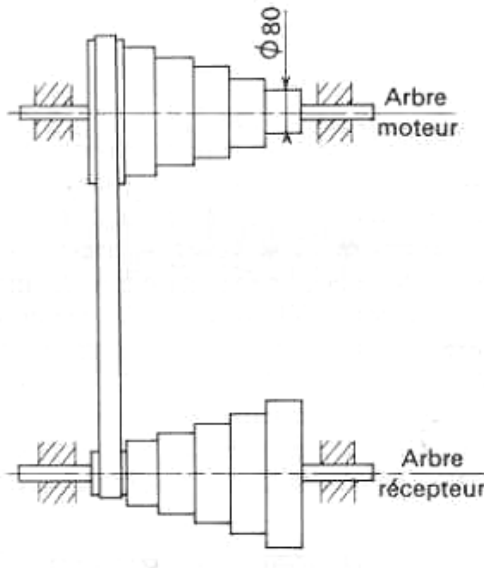


## Exercice N°2

Les deux poulies étagées du système de la figure ci-dessous sont identiques. Leurs diamètres sont en progression arithmétique. Les vitesses de rotation extrêmes de l'arbre récepteur doivent être 40 et 640 tr/mn.

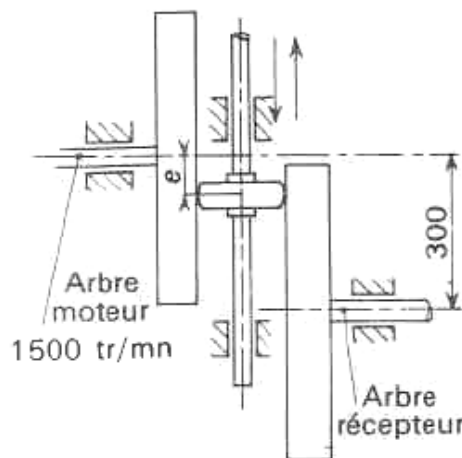
Calculer :

- 1) La vitesse de rotation avec laquelle on doit faire tourner l'arbre moteur.
- 2) Les diamètres des différents étages des poulies.
- 3) Les différentes vitesses de l'arbre récepteur au tr/min.



## Exercice N°3

La figure ci-dessous schématise un variateur de vitesse qui fonctionne avec des roues de friction, la cote  $e$  étant variable ( $50 < e < 250$  mm). Etablir la relation donnant la vitesse  $N_2$  de l'arbre récepteur en fonction de cette variable. Chiffrer les vitesses extrêmes de l'arbre récepteur.



# **Chapitre 6**

## **Transmission de puissance et du mouvement par engrenage**

# **Chapitre 6 : Transmission de puissance et du mouvement par engrenages et applications des engrenages**

## **1. Généralités**

Comme dans le cas de la transmission du mouvement par courroie, chaîne et roue de friction, les engrenages servent aussi à transmettre le mouvement et la puissance par obstacle entre deux arbres parallèles, concourants, orthogonaux ou quelconque et à réduire ou multiplier les vitesses de sortie. Les engrenages dérivent des roues de friction par adjonction des dents, celles-ci interdisent tout glissement entre les roues, d'où rapport de vitesses constant ; l'entraînement s'effectue par obstacle et non plus par adhérence, ce qui permet de transmettre des couples importants. Les engrenages sont bruyants, la lubrification est indispensable pour diminuer le frottement entre les dents.

Dans ce chapitre, nous allons présenter au début les différents types des engrenages, nous étudions ensuite le profil de la denture, la développante de cercle et les caractéristiques géométriques de la denture. Nous enrichissons la deuxième partie de ce chapitre par l'étude des conditions d'un bon engrènement et le calcul du rapport de conduite et de la vitesse de glissement, le problème des interférences et de la correction de la denture est également abordé dans cette partie.

La troisième partie est consacrée au calcul et dimensionnement des engrenages et au choix des bons matériaux qui résistent au choc, usure, fatigue, etc. L'étude statique présentée dans cette troisième partie permet de calculer le rapport de transmission, tandis que l'étude dynamique permet de calculer les efforts développés au niveau des dents afin de calculer par la suite les contraintes développées au niveau des dents et dimensionner ces dents.

Nous nous penchons dans la quatrième partie à l'étude des différents types de détérioration des engrenages par rupture des dents, usure, grippage, écaillage, déformation plastique, etc. Des solutions pour limiter ces différents types de détérioration comme le traitement thermique et la lubrification ont été largement éclaircies dans cette quatrième partie de ce chapitre.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présentons les applications industrielles des engrenages. En effet, les engrenages interviennent dans les applications industrielles pour réaliser des réducteurs de vitesses soit par un train d'engrenages ou par des trains épicycloïdaux et pour réaliser aussi des boîtes de vitesses des machines outils ou de véhicules, le montage des engrenages est également abordé dans cette dernière partie.

Nous finalisons notre chapitre par la présentation de quelques exercices des travaux dirigés afin de permettre à l'étudiant d'effectuer des applications des notions acquises au cours, la solution de ces exercices est présentée dans la fin de ce polycopie du cours.

## 1.2 Les différents type des engrenages

Le Tableau 13 ci-dessous présente les différents types d'engrenages avec leurs différentes formes et leurs différentes positions d'axes.

Engrenages	Types	Observations
	Engrenage droit à denture droite de type extérieur	Les axes des arbres sont parallèles, une seule dent en contact donc une forte pression appliquée sur les dents
	Pignon-Crémaillère	Transforme le mouvement de rotation en translation et vis versa
	Engrenage droit à denture droite de type intérieur	Les axes des arbres sont parallèles, on les utilise dans le cas où on veut avoir le même sens de rotation pour le pignon et la couronne.
	Engrenage droit à denture hélicoïdale	Les axes des arbres sont parallèles, plusieurs dents en contact, moins de bruit et de vibration. L'angle d'inclinaison est le même pour les deux roues, mais en sens inverse. Présence d'une force axiale.
	Engrenage droit à denture chevron	Les axes des arbres sont parallèles, plusieurs dents en contact mais pas de force axiale générée au niveau des arbres
	Engrenage conique à denture droite	Les axes des arbres sont concourants, perpendiculaires ou non, pas d'effort axial.
	Engrenage conique à denture hélicoïdale	Les axes des arbres sont concourants, perpendiculaires ou non, présence d'un effort axial.
	Vis sans fin (engrenage gauche)	Les axes des arbres sont orthogonaux, par fois la transmission est irréversible pour répondre aux exigences de non retour, rendement faible.

Tableau 13 : Les différents types d'engrenages

## 2. Profil de la denture

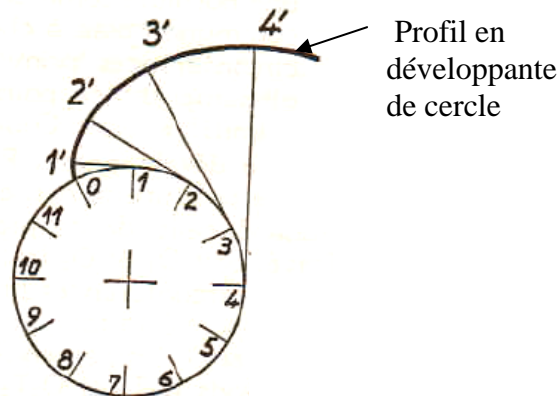
### 2.1 Développante de cercle

La développante de cercle joue un rôle important dans le tracé du profil des dents, la Figure 72 [14] montre un tracé de la développante de cercle. En effet, pour tracer celle-ci, il faut diviser le cercle de base en un certain nombre de parties égales, 12 par exemple ; en suite, on trace les tangentes aux points de division du cercle de base, la longueur de chaque tangente est égale à la longueur l'arc de chaque division multiplier par le nombre de division correspondant à cette tangente.

Exemple : La longueur  $11'$  = La longueur d'arc  $01$

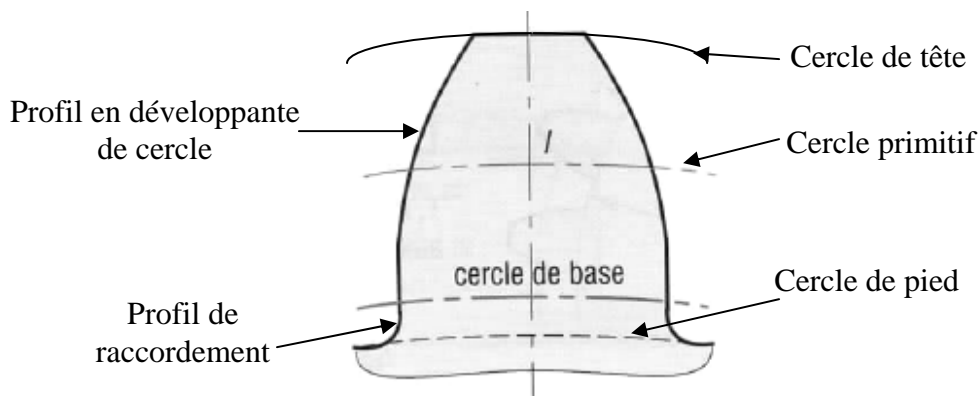
La longueur  $44'$  = La longueur d'arc  $04$

Au final, pour tracer la développante de cercle, il faudrait joindre les points  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$  et  $4'$  par un trait continu [14].



**Figure 72 : Tracé de la développante de cercle**

Un engrenage permet de transmettre une puissance par obstacle grâce aux contacts entre les dents. Afin d'assurer un roulement sans glissement des roues, le profil des dents doit être en développante de cercle (Figure 73 [1]). Celui-ci est un profil normalisé par un organisme de standardisation, la développante est identique pour toutes les dents.



**Figure 73 : Profil de la dent en développante de cercle**

## 2.2 Condition à remplir

Le profil de la denture doit remplir certaines conditions :

- Les profils développantes doivent être constamment tangents.
- Les deux profils des deux dents en contact doivent avoir à chaque instant une normale commune  $\Delta$  (Figure 74 [14]).
- Lorsque la roue A engrène avec la roue B, les cercles primitifs des deux roues doivent rouler sans glisser au point de contact des deux cercles I, ceci est traduit par une égalité des vitesses linéaires du point I des roues A et B (Figure 74).
- La normale commune  $\Delta$  doit passer à chaque instant par le point de contact I (Figure 74).

L'angle  $\alpha$  s'appelle angle de pression, la droite  $\Delta$  est la ligne de pression ou la ligne d'engrènement.

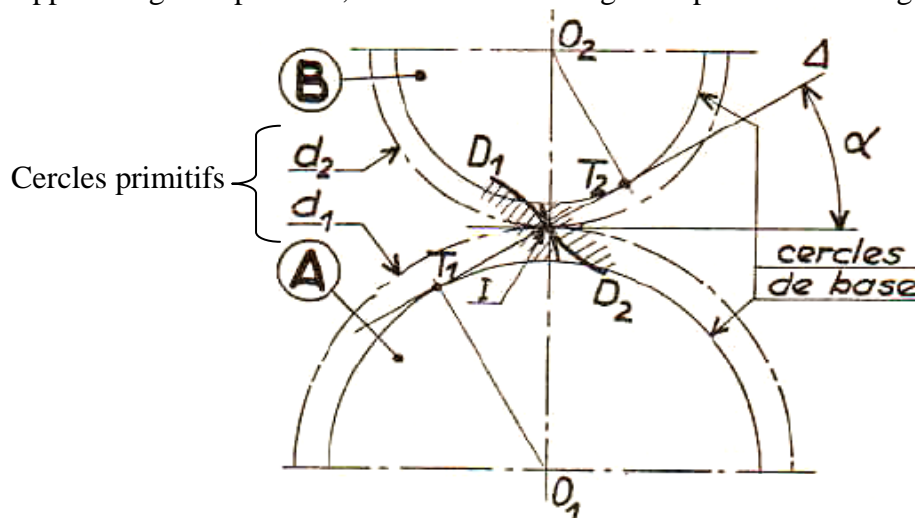


Figure 74 : Profil de la denture

## 2.3 Caractéristiques géométriques de la denture

La Figure 75 [14] présente les différents paramètres géométriques des dents d'un engrenage droit à denture droite.

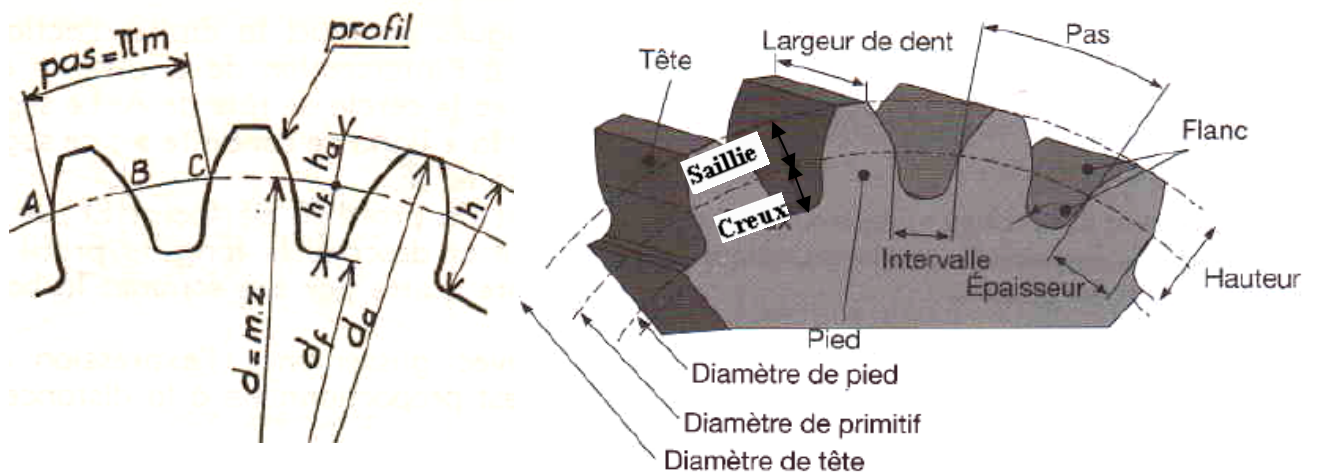


Figure 75 : Paramètres géométriques d'une denture droite

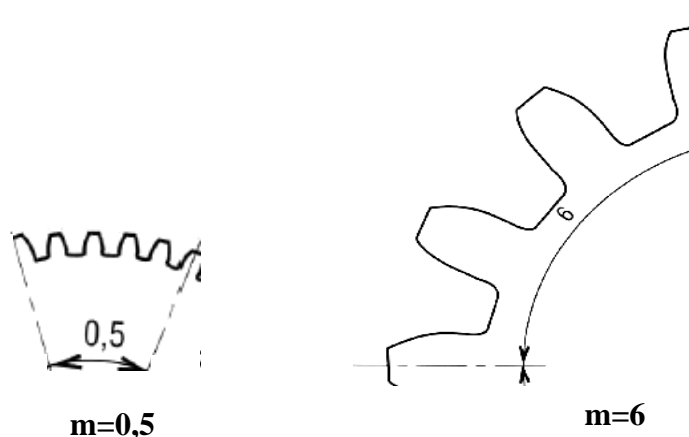


Le Tableau 14 [4] ci-dessous donne les formules nécessaires pour calculer les différents paramètres géométriques des dents d'un engrenage droit à denture droite.

<b>Module</b>	m	Déterminé par calcul
<b>Nombre de dents</b>	Z	Déterminé par calcul
<b>Pas</b>	p	$p=m \cdot \pi$
<b>Saillie</b>	ha	ha=m
<b>Creux</b>	hf	hf=1,25.m
<b>Hauteur de dent</b>	h	h=2,25.m
<b>Diamètre primitif</b>	d	d=m.Z
<b>Diamètre de tête</b>	da	da=d+2.m
<b>Diamètre de pied</b>	df	df=d-2,5.m
<b>Largeur de denture</b>	b	b=k.m (avec k entre 6 et 10)
<b>Entraxe de deux roues</b>	a	$a = d_1+d_2/2 = m(Z_1+Z_2)/2$
<b>Epaisseur de dent</b>	e	e = Pas/2

**Tableau 14 : Formules des engrenages droits à denture droites**

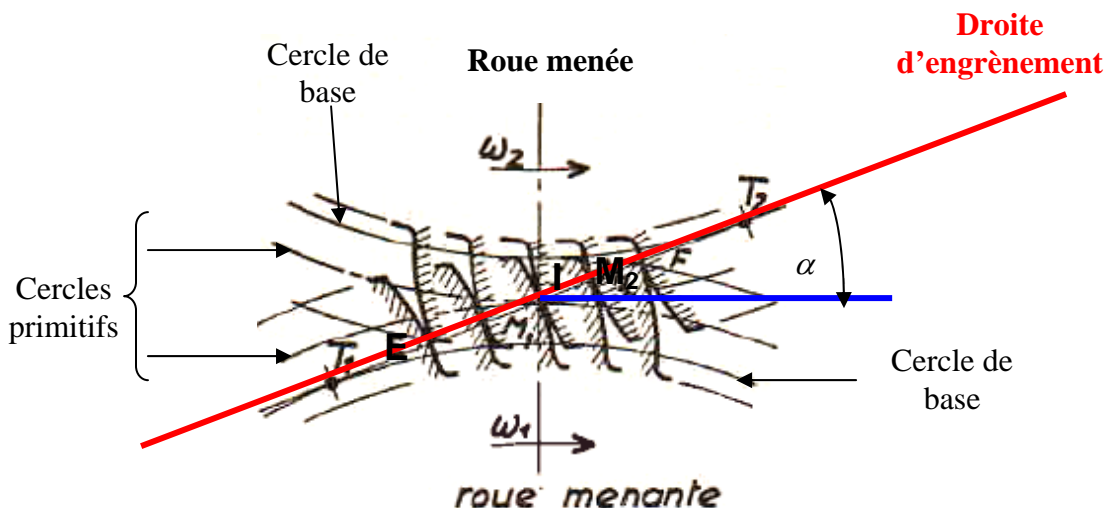
Quel que soit le nombre de dents, toutes les roues de même module et de même angle de pression  $\alpha$  peuvent être fabriquées avec le même outil de coupe. Pour limiter le nombre d'outil de coupe et les jauges de mesure, les modules m ont été normalisé, la Figure 76 [1] montre l'influence de la variation du module m sur les différents paramètres géométriques des dents. Pour que la transmission du mouvement soit possible, il est nécessaire que les deux roues dentées possèdent le même pas p et le même module m.



**Figure 76 : Module m**

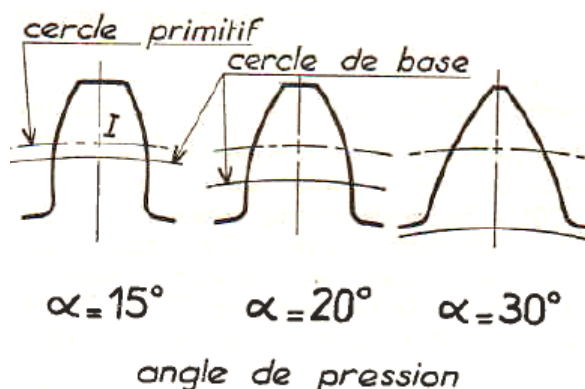
### 3. Conditions d'un bon engrènement

Pour avoir un bon engrènement, il faut que le point de contact entre les deux dents se trouve à chaque instant sur la droite d'engrènement. Pour l'exemple de la Figure 77 [14], le point de contact commence son action au point E puis M<sub>1</sub>, I, M<sub>2</sub> et termine son action au point F, après F les deux dents ne seront plus en contact, tous ces points se situent sur la ligne d'engrènement, celle-ci est tangente aux cercles de base des deux roues et porte en permanence la force de contact entre les deux dents. La tangente aux deux profils de contact est toujours perpendiculaire à la droite d'engrènement T<sub>1</sub>T<sub>2</sub>.



**Figure 77 : Positions successives d'une dent en contact au cours de l'engrènement**

L'angle de pression  $\alpha$  définit l'inclinaison de la droite de pression ou la droite d'engrènement T<sub>1</sub>T<sub>2</sub> et la forme de la dent, la pression de contact entre deux dents est exercée suivant la direction de la droite de pression. L'angle  $\alpha = 20^\circ$  est le plus utilisé, la forme des dents avec leurs cercles de bases varie avec l'angle de pression  $\alpha$  (Figure 78 [14]).



**Figure 78 : Angle de pression**

### 3.1 Vitesse de glissement

En effet, les deux cercles primitifs de la Figure 77 roulent sans glissement, par contre, le contact entre les deux dents se fait à la fois avec du roulement et du glissement. Donc, le roulement de deux profils l'un sur l'autre s'effectue avec glissement ; l'expression de la vitesse de glissement est donnée par :

$$V = (\omega_1 + \omega_2)IM \quad (6-1)$$

$M$  est un point de contact situé dans la droite d'engrènement (Figure 79 [14]),  $\omega_1$  est la vitesse de rotation angulaire de la roue menante (1),  $\omega_2$  est la vitesse de rotation angulaire de la roue menée (2). La vitesse de glissement  $V$  est donc nulle au point I et maximale aux points E (début d'approche) et F (fin de retrait) [14].

### 3.2 Continuité d'engrènement

Pour que l'action de la roue menante soit continue, il faut qu'il y ait toujours au moins un couple de dents en prise ; pour cela, il faut qu'un nouveau couple vienne en contact au point E (Figure 79) avant cessation du contact du couple précédent, le point qui correspond à la cessation du contact est le point F (Figure 79 [14]).

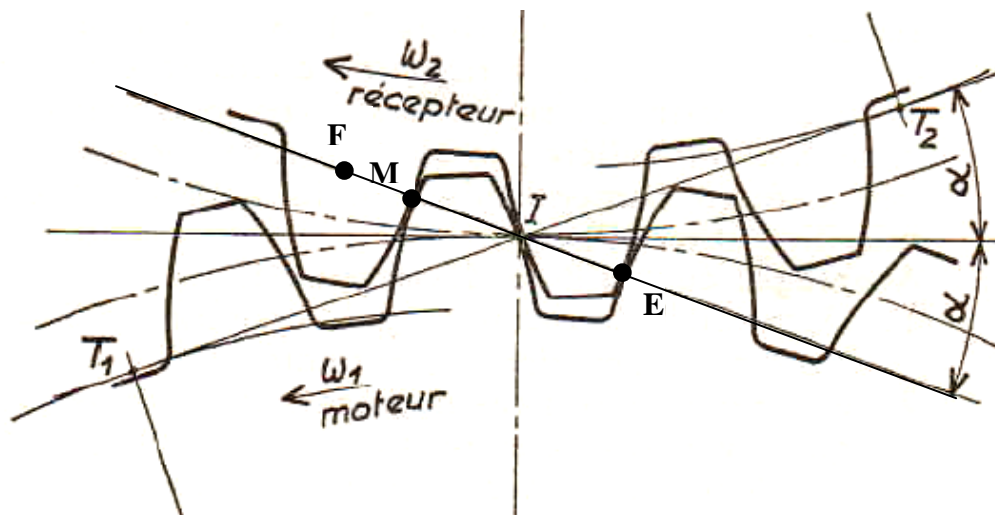


Figure 79 : Condition de continuité de l'entraînement des deux roues dentées

### 3.3 Rapport de conduite

La distance EM (Figure 79) doit être inférieure à la distance EF, le rapport de conduite est égal :

$$r = EF/EM \quad (6-2)$$

Le rapport de conduit  $r$  doit être supérieur à 1, or sa valeur augmente avec l'augmentation de la distance de la saillie  $h_a$  et le nombre de dents  $Z$ , il varie inversement avec l'angle de pression  $\alpha$ . La valeur de ce rapport doit être aussi élevée que possible, et au moins égale à 1,25 pour avoir un silence de fonctionnement et garder une bonne résistance des dents. Dans le cas des engrenages normalisés à denture normale, dans lesquels  $h_a = m$  et  $\alpha = 20^\circ$ , la continuité de l'engrènement est toujours assurée, sauf pour les très petits nombres de dents ( $Z < 9$ ).

### 3.4 Interférence

On dit qu'il y a une interférence de fonctionnement lorsque les profils des dents ont tendance à se pénétrer, ce qui rend leur fonctionnement impossible, (blocage, vibrations, variation de vitesse), la cause de l'interférence peut être la rencontre du sommet de la dent de la roue menante avec le fond de la dent de la roue menée. En effet, quand la tête des dents de la roue n'ayant pas la possibilité de se déplacer dans le creux des dents du pignon, le fonctionnement de l'engrenage devient impossible.

L'interférence qui est due au taillage des dents au moment de leur fabrication a pour origine l'enlèvement de certaines parties utiles du profil de la dent, cette interférence peut produire un affaiblissement de la dent et un entraînement défectueux. Pour remédier au problème d'interférence, il faut tailler un profil de raccordement aux pieds des dents là où se situe la zone d'interférence (Figure 73). La distance EF doit être inférieure à  $T_1T_2$  (Figure 79).

Avec un angle de pression  $\alpha = 20^\circ$ , il n'y a jamais un risque d'interférence si le nombre de dent de la roue dentée (1)  $Z_1$  est plus de 17 dents et ceci pour n'importe quel nombre de dent  $Z_2$ , un nombre de dent  $Z_1$  compris entre 13 et 17 peut conduire ou non à une interférence et ceci pour n'importe quel nombre de dent  $Z_2$ , un nombre de dent  $Z_1$  inférieur à 13 est toujours à éviter [21].

#### Remarque :

Si le nombre de dents remplit la condition de non interférence, alors la condition de continuité d'entraînement sera également remplie [14].

### 3.5 Correction de la denture

En dehors du choix du profil de raccordement, le nombre des dents, on remédie aux interférences par des corrections de denture, elles apportent, de plus des améliorations en ce qui concerne la résistance des dents par augmentation de la section d'encastrement des dents. Ces corrections permettent même l'emploi des pignons possédant un nombre de dents inférieur à 13 sans crainte d'interférences.

Les corrections sont réalisées par augmentation de l'angle de pression  $\alpha$  (quand on augmente  $\alpha$ , F se retrouve forcément dans ce cas entre la droite  $T_1T_2$  (Figure 77)), par augmentation de la hauteur de la dent ou par emploi de dentures déportées. Le déporte peut être obtenu soit avec ou sans variation d'entraxe. L'emploi des engrenages à denture déportée est très courant actuellement dans les automobiles, machines outils, etc ; mais il y a lieu de remarquer que les roues sont étudiées par couples et ne sont plus interchangeables.

## 4. Calcul et dimensionnement

### 4.1 Choix des matériaux

Le choix des matériaux des engrenages dépend de la puissance à transmettre et des efforts développés au niveau des dents. Les engrenages doivent avoir une limite d'élasticité élevée, une grande dureté pour éviter l'usure et le jeu entre les dents et le bruit qui en résulte, une dureté élevée permet d'augmenter aussi la précision. Les engrenages doivent avoir aussi une grande résilience pour résister au choc. Le coefficient de frottement entre les deux roues doit être le plus faible possible et ceci pour réduire l'échauffement et améliorer le rendement. Les matériaux utilisés sont les fontes, aciers alliés ou non alliés, les alliages d'aluminium, les alliages de cuivre surtout le bronze car possède une bonne dureté et un faible coefficient de frottement avec l'acier, d'autres matériaux comme les fibres en téflon, Céloron, nylon... sont utilisés dans les appareils électriques en raison de leur faible coefficient de frottement et leur fonctionnement silencieux.

### 4.2 Etude cinématique

Le rapport de transmission théorique entre deux roues dentées est :

$$R_{théor} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{C_1}{C_2} \quad (6-3)$$

$N$  est la vitesse de rotation en tr/min,  $\omega$  est la vitesse de rotation angulaire en rad/s,  $dp$  est le diamètre primitif de la roue dentée en mm,  $Z$  est le nombre de dents de la roue dentée et  $C$  est le couple mécanique en N.mm. La connaissance de l'entraxe  $a$  entre les deux roues (Tableau 14), le module  $m$  et les vitesses  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , permettent de déterminer le nombre de dents des deux roues  $Z_1$  et  $Z_2$ .

### 4.3 Etude dynamique

#### a) Denture droite

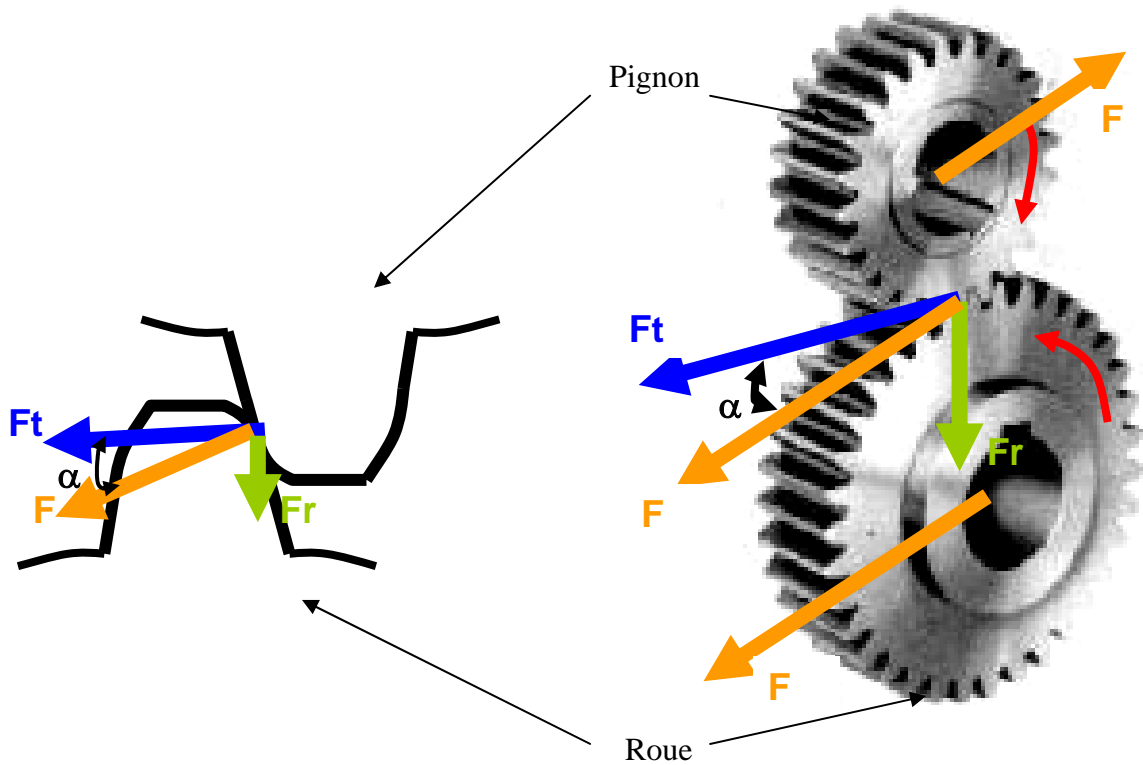
Si on néglige le frottement entre les dents, l'action de contact de la dent menante sur la dent menée pour un engrenage droit à denture droite a pendant le mouvement une direction constante suivant la ligne d'action ou la droite d'engrènement (Figure 77). La force de contact  $F$  est transmise aux arbres menant et menée, la projection de  $F$  suivant la tangente à la circonférence primitive donne une force tangentielle  $F_t$ , la projection de  $F$  suivant la normale à la circonférence primitive donne une force radiale  $F_r$  (Figure 80). Les forces  $F_t$  et  $F_r$  sont déterminées par les relations suivantes :

$$Pe = C.\omega \quad (6-4)$$

$$C = F_t \cdot \frac{dp}{2} \quad (6-5)$$

$$F_r = F_t \cdot \text{tg } \alpha \quad (6-6)$$

$Pe$  est la puissance transmise,  $\omega$  est la vitesse de rotation angulaire,  $dp$  est le diamètre primitif de la roue dentée,  $C$  est le couple mécanique,  $\alpha$  est l'angle de pression.



**Figure 80 : Efforts générés au niveau d'une denture droite**

$F_t$  et  $F_r$  provoquent une sollicitation de flexion au niveau des arbres,  $F_t$  génère également un moment de torsion dans les arbres.

### b) Denture hélicoïdale

L'inconvénient des roues à denture droite est que nous avons une seule dent en contact et donc la force tangentielle est appliquée seulement sur une seule dent, pour remédier à ce problème, des roues à denture hélicoïdales ont été introduites. Dans ces dernières, nous avons toujours 2, 3 à 4 dents en contact, donc la force tangentielle  $F_t$  se divise par 2, 3 ou 4 ce qui augmente la résistance des dents (Figure 81) [4] et permettent de transmettre des efforts plus importants que les engrenages à denture droite. Les composantes de la force de contact  $F$  sont données dans ce qui suit :

La force tangentielle  $F_t$  est calculée par la relation suivante :

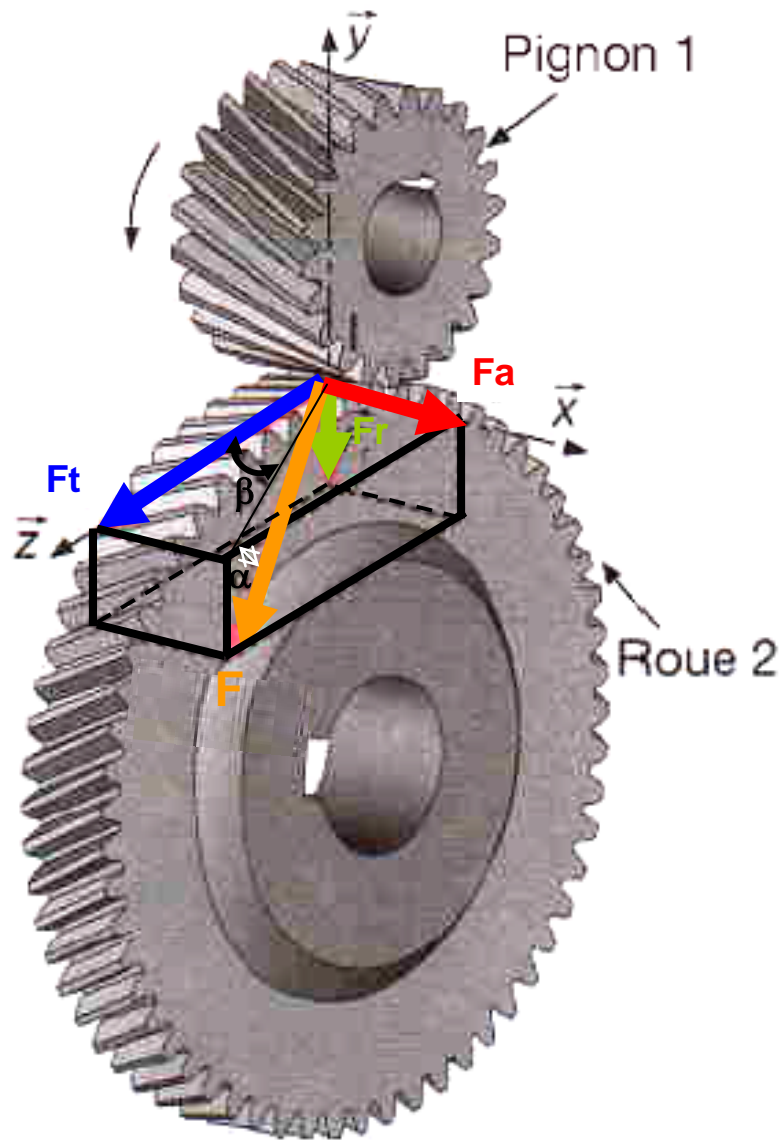
$$F_t = \frac{2Pe}{\omega \cdot dp} \quad (6-7)$$

La force axiale  $F_a$  est donnée par :

$$F_a = F_t \cdot \text{tg}\beta \quad (6-8)$$

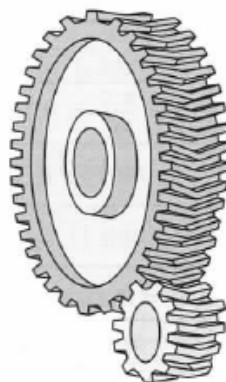
La force radiale  $F_r$  est donnée par :

$$F_r = F_t \cdot \frac{\text{tg}\alpha}{\cos\beta} \quad (6-9)$$



**Figure 81 : Efforts générés au niveau d'une denture hélicoïdale**

L'inconvénient des engranges à denture hélicoïdale est qu'ils génèrent une force supplémentaire axiale  $F_a$  qui a tendance à faire pousser et glisser la roue sur l'axe et nécessite l'emploi de paliers de butée à billes, cette force  $F_a$  génère une contrainte supplémentaire dans l'arbre. L'emploi des roues à denture en chevron supprime cette force axiale et le nombre de dents en contact doublera par rapport à un engrenage à denture hélicoïdale ce qui augmente la durée de vie des roues à denture en chevron (Figure 82 [1]).



**Figure 82 : Engrenage à denture en chevron**

### c) Contraintes développées au niveau de la dent

La dent subie des sollicitations de flexion et de cisaillement, la contrainte de cisaillement est calculée par la relation suivante :

$$\tau_{\text{cisaillement}} = \frac{F_t}{S} \text{ avec } S=e.b \quad (6-10)$$

$S$  est la section cisailée de la dent. Pour éviter le cisaillement de la dent, il faut que  $\tau_{\text{cisaillement}} < \tau_{\text{adm}}$

La contrainte de flexion maximale générée au niveau de la dent est égale à :

$$\sigma_{\text{flexion}} = \frac{(F_t.h/2).(e/2)}{(b.e^3/12)} \quad (6-11)$$

$h$  est la hauteur de la dent et elle est égale à  $2,25 m$ ,  $m$  est le module de la dent,  $b$  est la largeur de la dent et  $e$  est l'épaisseur de la dent, celui-ci est égal à :

$$e = \frac{Pas}{2} = \frac{m\pi}{2} \quad (6-12)$$

En remplaçant  $h$ ,  $e$  dans l'équation (6-11), on trouve :

$$\sigma_{\text{flexion}} = \frac{2,73.F_t}{b.m} \quad (6-13)$$

Pour éviter la flexion de la dent, il faut que  $\sigma_{\text{flexion}} < \sigma_{\text{adm}}$

## 4.4 Rendement

Le rendement de la transmission est donnée par :

$$\eta = \frac{P_{\text{Réceptrice}}}{P_{\text{Motrice}}} = \frac{C_2.\omega_2}{C_1.\omega_1} = \frac{C_2.r_1}{C_1.r_2} \quad (6-14)$$

Pour un engrenage parfait le rendement est égal à 1, mais réellement la puissance réceptrice n'est jamais égale à la puissance motrice à cause du frottement et un léger glissement entre les roues primitives.

## 5. Traitement thermique

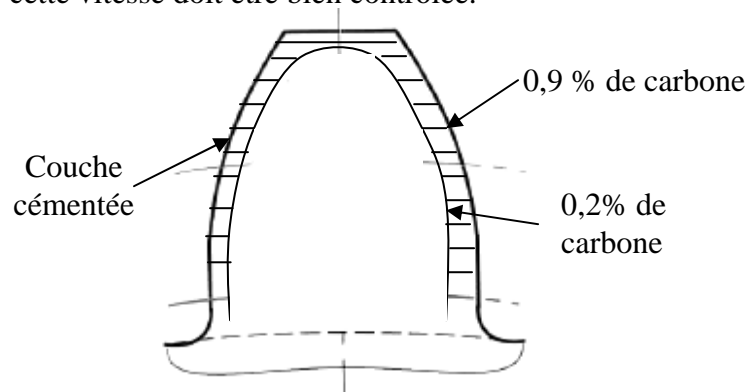
### 5.1 Traitement global et superficiel

Le traitement thermique des engrenages améliore leurs propriétés mécaniques (dureté, limite d'élasticité, limite à la rupture), diminue leurs fragilités et supprime les tensions internes dans le matériau. L'engrenage doit présenter à la fois une grande résilience et une importante résistance à l'usure. En effet, les engrenages subissent des efforts brusques (par exemple au moment de changement de la vitesse dans les boîtes de vitesses), ces efforts sont assimilables à des chocs et donc les engrenages doivent être résilients. Les dents qui subissent un frottement, doivent présenter aussi une usure minimale.



La résilience est obtenue par un traitement de trempe suivi d'un revenu. En effet, la trempe est le premier traitement thermique réalisé dans la masse des engrenages, il a pour but d'améliorer certaines propriétés mécaniques (résistance élastique, dureté, etc) au détriment des autres (résilience et ductilité). Le revenu est un traitement thermique qui est effectué toujours après la trempe, il améliore la ductilité, la résilience ou la résistance au choc en gardant une dureté raisonnable et supprime les contraintes internes créés lors de la trempe et qui sont en partie responsables de la fragilité du matériau, pour que le coeur des dents garde sa ductilité, on utilise des aciers à faible teneur en carbone (de 0,02 % à 0,5 %), l'exemple de la Figure 83 montre une teneur en carbone au cœur de la dent égale à 0,2 %.

La résistance à l'usure nécessite une grande dureté des surfaces frottantes, ceci est atteint que par un traitement superficiel qui s'appelle cémentation (Figure 83) [14]. La cémentation consiste à diffuser le carbone dans les surfaces frottantes des dents en portant ces surfaces à une température supérieure à 930° C, le traitement de cémentation est suivi d'une trempe et d'un revenu pour éviter l'écaillage de la surface cémentée au moindre choc. L'épaisseur de la couche cémentée est en général de 1 mm, la vitesse de pénétration est d'environ 1/12 mm par heure, si la vitesse de pénétration est trop rapide, la couche superficielle du matériau devient saturée en carbone ce qui augmente énormément la fragilité de cette couche, donc cette vitesse doit être bien contrôlée.



**Figure 83 : Traitement superficielle des dents par cémentation**

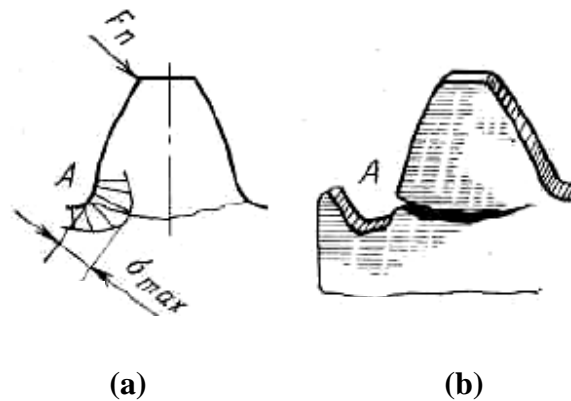
## 5.2 Différentes formes de détérioration des engrenages

Les détériorations les plus typiques sont la rupture, les piqûres, l'usure, l'écaillage, le grippage et les déformations plastiques des surfaces actives.

### a) La rupture des dents

Elle est due essentiellement à la fatigue, à un mauvais traitement thermique ou à une mauvaise répartition des charges. Chaque engrènement de deux dents produit dans ces dents des contraintes de flexion alternatives à allure périodique. La modification brusque de la forme de la dent au niveau de son congé de raccordement donne lieu à une concentration des contraintes (Figure 84 (a)) [12]. Après un certain nombre de cycles, il se produit une fissure dans la zone A (Figure 84 (b)) qui propage jusqu'à la rupture de la dent.

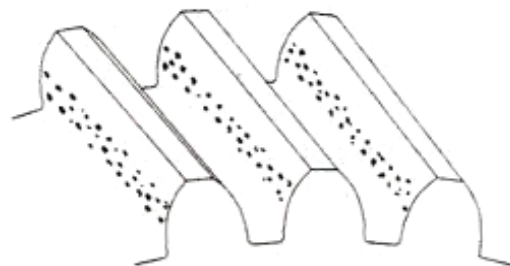
La résistance de la dent peut être accrue si on augmente l'épaisseur à la racine et le rayon de congé de raccordement et si on achève soigneusement la surface entre les dents, on augmente ainsi la rigidité de l'engrenage, on améliore la précision de fabrication et les propriétés mécaniques des matériaux des roues.



**Figure 84 : Détérioration de la dent par rupture**

### b) formation des piqûres

Autres types de détérioration des engrenages est la formation des piqûres en surface active des dents à cause de non lubrification de celle-ci (Figure 85) [32]. Les piqûres perturbent le profil de la dent et augmentent le coefficient de frottement, et donc la force de frottement et l'échauffement, ces derniers vont croître les contraintes mécaniques au niveau des dents.



**Figure 85 : Piqûres des dents**

### c) L'usure

L'usure est également un mode de défaillance des dents, il est maximal en début d'approche d'un couple de dent (racine de la dent de la roue menante) et en fin de retrait (sommet de la dent de la roue menante), là où les vitesses de glissement entre les dents sont les plus élevées. En effet, si la vitesse de glissement est élevée, alors le risque de la perte du film d'huile existant entre les deux dents est plus élevé et un contact métal-métal s'établira alors entre ces deux dents ; l'usure est faible au centre de la dent car la vitesse de glissement est nulle. L'usure s'accélère avec l'augmentation de la force de contact et avec l'insuffisance du lubrifiant car nous aurons un contact métal-métal, l'usure affecte le profil de la dent comme les piqûres et augmente le frottement. L'usure par abrasion résulte de la présence par pollution des matériaux solides dans le lubrifiant, ces matériaux font rayés les dents et accélèrent leur usure.

#### **d) L'écaillage**

L'écaillage est le détachement de petits morceaux de la couche superficielle cimentée des dents à cause d'une mauvaise cimentation ou d'une faible épaisseur de la couche cimentée ou d'un effort important appliqué sur les dents (Figure 86) [32].



**Figure 86 : Ecaillage des dents**

#### **e) Le grippage**

Le grippage des dents se produit dans la zone de rupture du film d'huile, dans cette zone, la pression de contact est élevée et les particules existantes entre les surfaces de contact se soudent avec ces surfaces. Le grippage pourra avoir lieu si la lubrification est mal choisie ou si la vitesse de glissement est élevée. Le choix correct de la nuance et de la viscosité de l'huile, de la durée d'action de la charge, de l'état de surface, de la dureté des surfaces actives, du matériau des roues, du type de rodage des dents, tous ces paramètres empêchent un éventuel grippage.

En effectuant le rodage des dents sous charge progressive, on peut augmenter la charge utile de la transmission sans crainte de grippage. Pour parer au grippage des transmissions lentes on fait appel à des graissages onctueux (bonne adhérence de la graisse avec le métal). Pour les transmissions rapides, on utilise des lubrifiants qui contiennent des additifs antigrippants prévenant le soudage des particules du métal aux dents en contact (additifs : sulfates, chlorures, phosphates, oléates ou naphténates de plomb) [12].

#### **f) Les déformations plastiques**

Les déformations plastiques résultent de l'action des forces de frottement sur les dents des engrenages en acier très chargés. Ces déformations sont plus manifestées sur les dents en acier à dureté faible, surtout sous graissage insuffisant, ainsi que dans le cas des transmissions lentes. Les huiles à viscosité plus élevée réduisent les forces de frottement et donc limitent les déformations plastiques éventuelles. Un échauffement excessif et un bruit important sont le signe indirect d'une détérioration possible des dents.

## 6. Graissage et lubrification des engrenages

Le graissage des engrenages a pour buts l'amélioration du rendement, la réduction de l'usure, la protection contre la corrosion et la réduction du bruit [21].

Il doit être prévu en tenant compte de l'efficacité, de l'économie de lubrifiant et de main-d'oeuvre et de la propreté. La lubrification est pratiquée dans tous les cas importants au moyen de carters permettant aux roues de baigner dans le lubrifiant (lubrification par barbotage). La qualité essentielle à rechercher pour le lubrifiant est l'onctuosité convenable de ce lubrifiant : son adhérence doit être suffisante pour qu'il ne soit éliminé ni par la force centrifuge, ni par la pression au contact, ni par vitesse de glissement entre les dents.

## 7. Applications

### 7.1 Réducteur de vitesse par un train d'engrenages

Un train d'engrenage a pour but de réduire la vitesse d'entrée, ce train peut se présenter sous la forme d'une succession de roues dans un même plan (Figure 87 (a)) [32] ou sous la forme d'une succession de couples de roues portés par des arbres intermédiaires, chaque arbre extrême ne portant qu'une roue (Figure 87 (b)) [32].

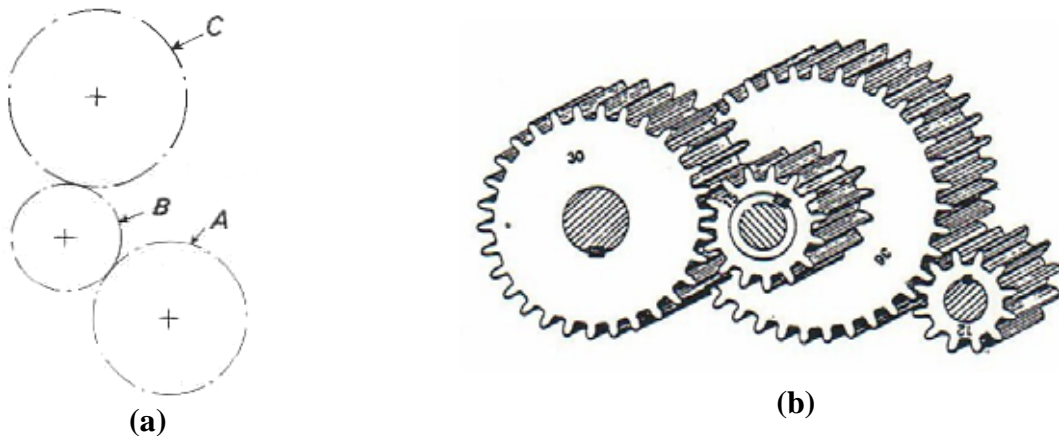


Figure 87 : Train d'engrenages

Le rapport de réduction ou ce qu'on appelle aussi la raison  $R_{s/e}$  est calculé par :

$$R_{s/e} = \frac{Ns}{Ne} = (-1)^n \frac{\text{produits des dents des roues menantes}}{\text{produits des dents des roues menées}} \quad (6-15)$$

$Ns$  est la vitesse de sortie, elle est inférieure à la vitesse d'entrée  $Ne$ . Les roues menantes sont les roues motrices et les roues menées sont les roues réceptrices.  $n$  est égal au nombre de contact pour les trains extérieurs (Figure 88 (a) [4]) et il est égal à zéro pour les trains intérieurs (Figure 88 (b)). Si le rapport  $R_{s/e}$  est négatif alors la roue de sortie aura un sens de rotation opposé à celui de la roue d'entrée.

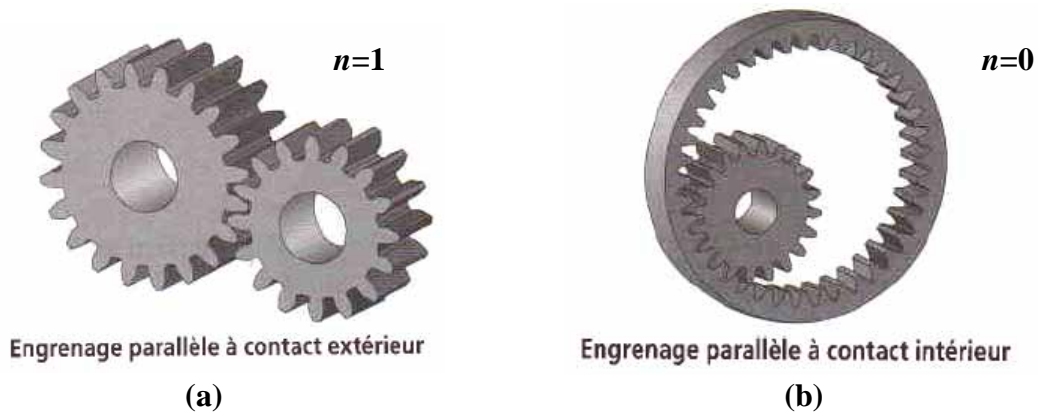


Figure 88 : Engrenages extérieurs et intérieurs

**Exemple :**

Le réducteur de vitesse spiroconique présentée sur la possède les caractéristiques suivantes [1] :

$Z_1= 32$  dents,  $Z_2= 40$ ,  $Z_3= 18$ ,  $Z_4= 72$ ,  $Z_5=22$ ,  $Z_6=24$ ,  $Z_7=30$ ,  $Z_8=17$  et  $Z_9=34$ .

Si  $N_1=1500$  tr/min, déterminer la vitesse de rotation de la roue 9 ou la roue de sortie :  $N_s=N_9$ .

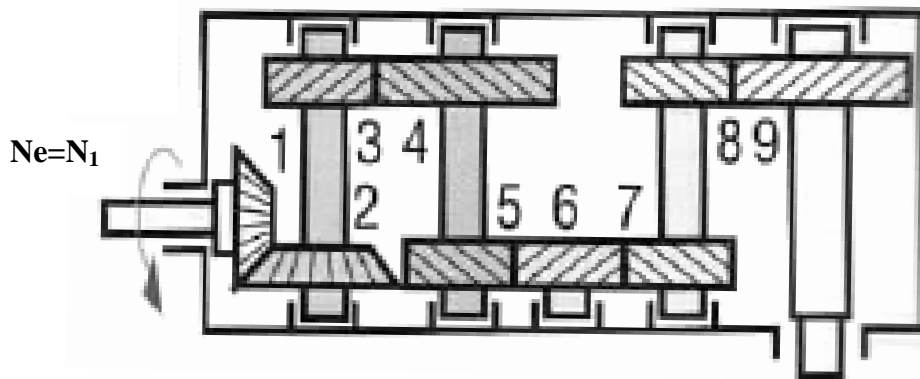


Figure 89 : Réducteur spiroconique

**Solution :**

Le rapport  $R_{s/e}$  est donnée par :

$$R_{s/e} = (-1)^n \frac{\text{produits des dents des roues menantes}}{\text{produits des dents des roues menées}} = (-1)^n \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5 \cdot Z_6 \cdot Z_8}{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_6 \cdot Z_7 \cdot Z_9}$$

Nous avons 5 contacts extérieurs, donc  $n=5$

Après calcul on trouve  $R_{s/e}$  égal à  $-0,0733$

La vitesse de rotation de la roue de sortie 9 est égale à :

$$N_s = R_{s/e} \cdot N_e \text{ donc } N_9 = R_{s/e} \cdot N_1 = -0,0733 \cdot 1500 = -110 \text{ tr/min.}$$

Le signe négatif de la vitesse de sortie indique que le sens de rotation de la roue 9 est l'inverse de celui de la roue 1.

## 7.2 Trains épicycloïdaux

Un train épicycloïdal ou train planétaire est constitué de plusieurs roues satellites, une couronne, une roue planétaire et une porte satellite. Le planétaire 2 ou 3 tourne sur lui-même comme une planète, d'où son nom planétaire. Le satellite 2 tourne sur lui-même et autour de la planétaire 2, d'où son nom satellite, les deux mouvements de rotation du satellite sont indépendants, le mouvement de satellite autour de la planétaire 2 est acquis par une porte satellite 4 qui relie les satellites 2 entre elles (Figure 90) [1]. Pour des raisons d'équilibrage, nous utilisons 3 satellites. Les trains épicycloïdaux autorisent un grand rapport de réduction de vitesse sous un faible encombrement. Comme pour les réducteurs standards, un réducteur de vitesse épicycloïdal peut être composé d'un ensemble de trains épicycloïdaux montés en série.

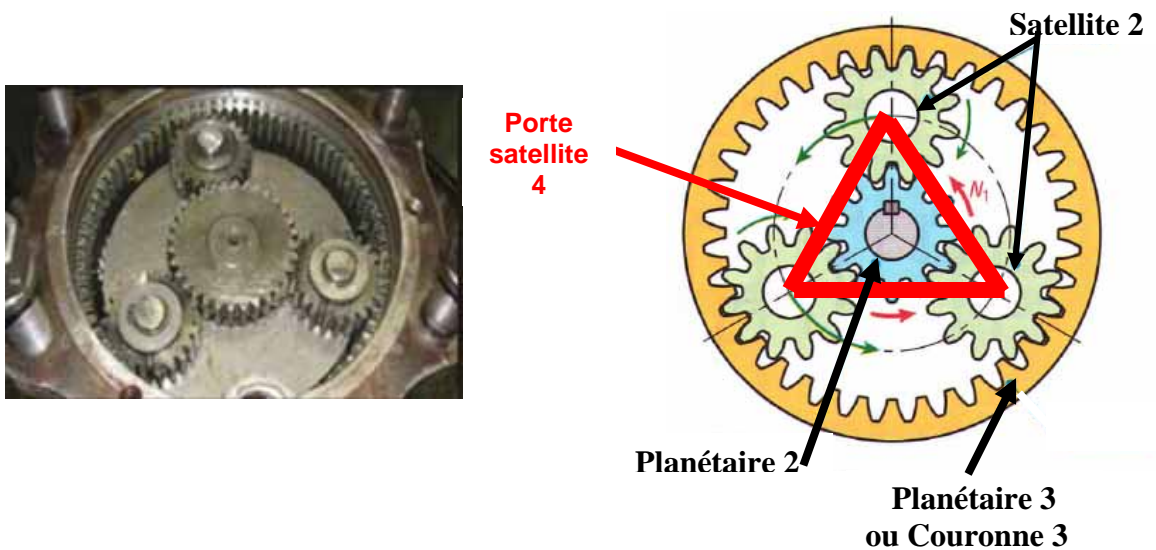


Figure 90 : Trains épicycloïdaux

### Pourquoi s'appelle-t-il épicycloïdal ?

Le nom épicycloïdal est inspiré du contour créé par un point sur la roue satellite lors de son rotation par rapport à la roue planétaire (Figure 91).

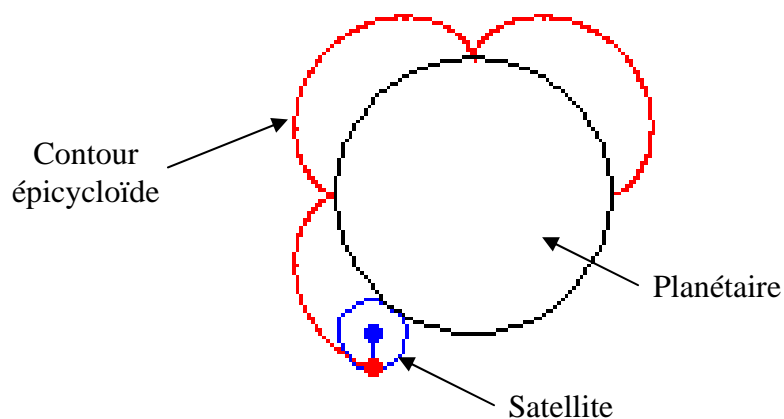
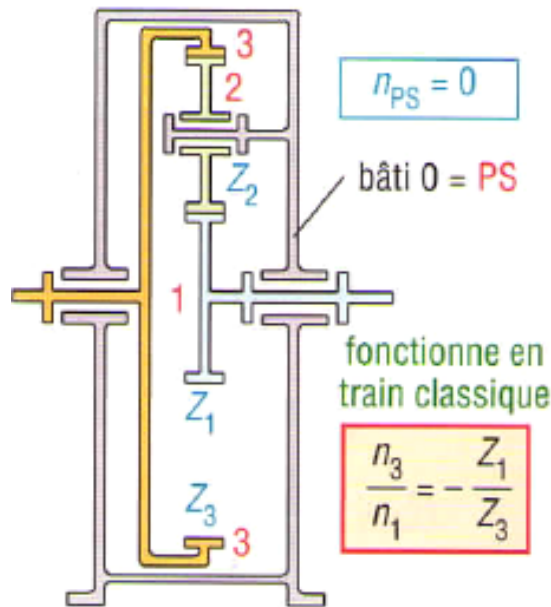


Figure 91 : Géométrie épicycloïdale

Le fonctionnement d'un train épicycloïdal n'est possible que si l'un des trois éléments principaux (planétaire 1, ou planétaire 3 ou porte satellite 4 est fixe ou entraîné par un autre dispositif). Il existe trois modes de réductions de la vitesse d'entrée :

**a) Porte satellite 4 fixe**

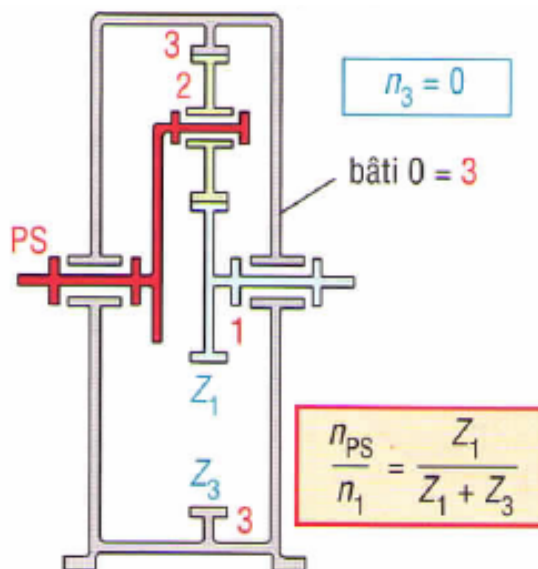
Dans ce cas la porte satellite 4 ou le bâti est bloqué (vitesse de celui-ci est nulle  $n_{PS} = 0$ ), le train se comporte alors comme un train classique,  $n_3$  est la vitesse de sortie et  $n_1$  et la vitesse d'entrée (Figure 92) [1].



**Figure 92 : Porte satellite 4 bloquée**

**b) Planétaire 3 fixe**

Dans ce cas le planétaire 3 est bloqué (vitesse de celui-ci est nulle  $n_3 = 0$ ),  $n_{PS}$  est la vitesse de la porte de satellite et elle est également la vitesse de sortie,  $n_1$  et la vitesse d'entrée (Figure 93) [1].



**Figure 93 : Planétaire 3 bloqué**

### c) Planétaire 1 fixe

Dans ce cas le planétaire 1 est bloqué (vitesse de celui-ci est nulle  $n_1 = 0$ ),  $n_{PS}$  est la vitesse de la porte de satellite et elle est également la vitesse de sortie,  $n_3$  et la vitesse d'entrée (Figure 94) [1].

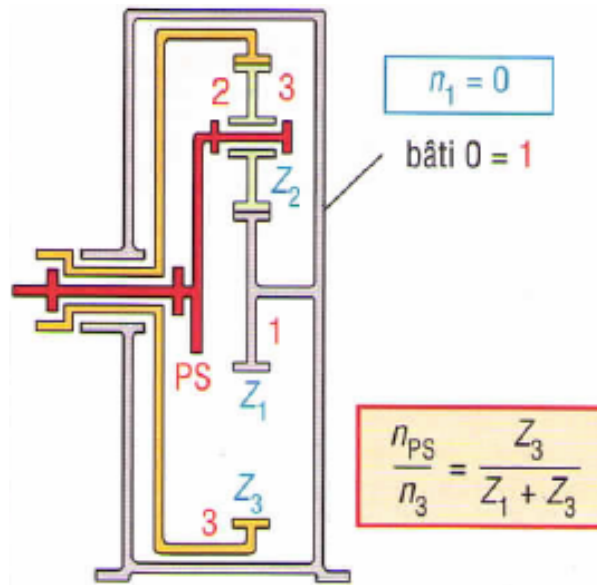


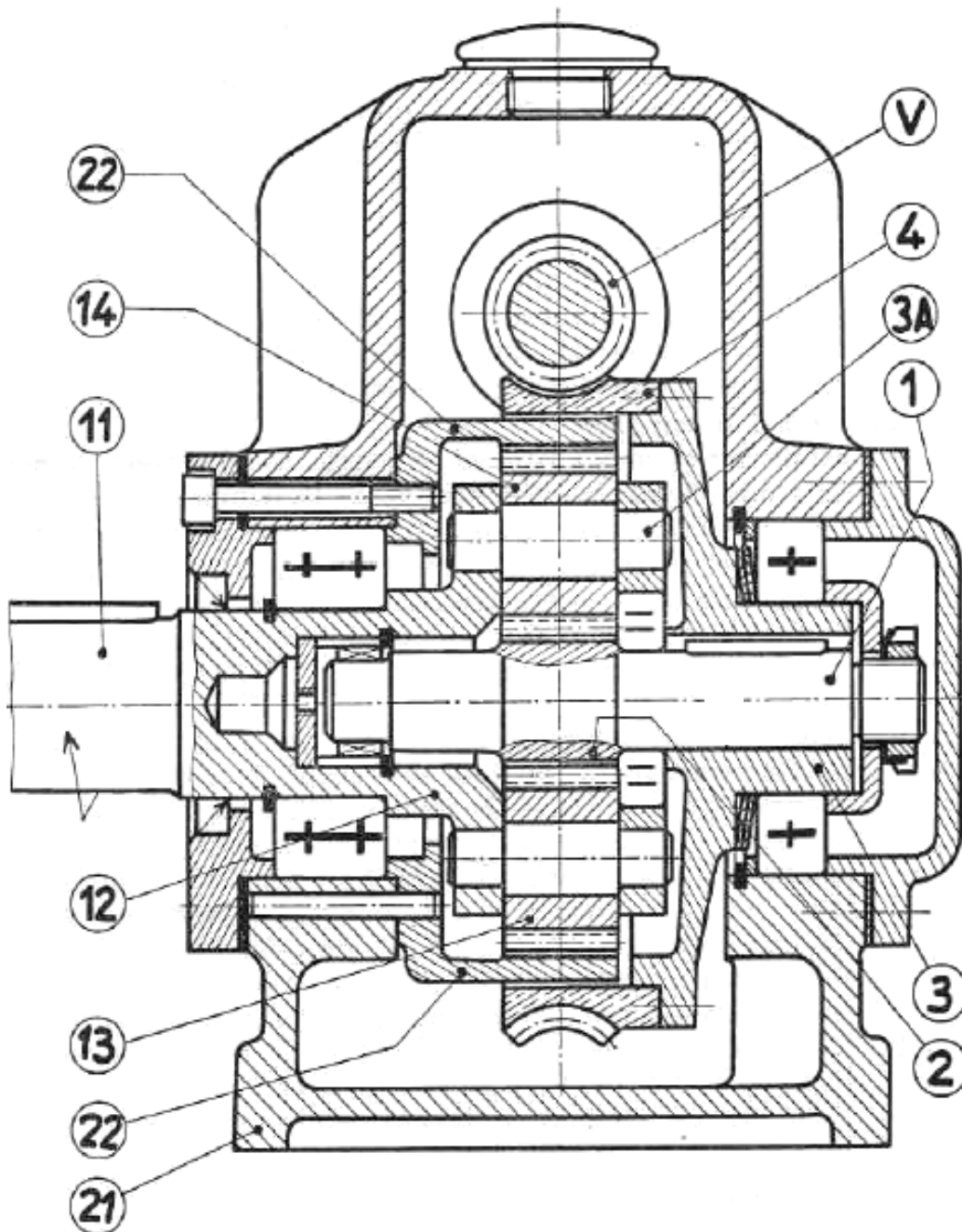
Figure 94 : Planétaire 1 bloqué



**Exemple :**

La Figure 95 [22] présente un réducteur de vitesse composé de deux réducteurs : réducteur à roue et vis sans fin, et d'un réducteur épicycloïdal de même disposition que celui qui a été présenté auparavant avec planétaire 3 fixe (pour cette exemple le planétaire 22 est fixe).

La vis sans fin V reliée au moteur entraîne la roue 3 par l'intermédiaire de la couronne dentée 4, la roue 3 fait tourner l'arbre 1 par l'intermédiaire d'une clavette montée sur cet arbre. Le pignon ou la planétaire 2 qui est solidaire à l'arbre 1 entraîne les satellites 13 et 14 qui tournent fous sur leurs axes, elles sont portées par l'arbre mené 11 (porte satellite 11). Au final, les arbres 1 et 11 tournent dans le même sens.



**Figure 95 : Réducteur de vitesse avec vis sans fin et train épicycloïdal**

### 7.3 Boîtes de vitesses

Les boîtes de vitesses sont des appareils constituées de trois arbres (un arbre moteur, arbre intermédiaire et arbre récepteur) qui portent des roues dentées afin de transmettre le mouvement avec modification de la vitesse de sortie.

La Figure 96 [22] montre une boîte de vitesses à commande manuelle, à la position point mort, la roue motrice A qui est solidaire à l'arbre moteur, elle fait tourner l'arbre intermédiaire via la roue A', les autres roues B, C et D tournent à fous par les roues B', C' et D' mais sans faire entraîner l'arbre récepteur et aucune vitesse n'est engagée à cette position point mort. Une fois que la tirette de baladeur T<sub>2</sub> est actionnée vers la droite pour passer une vitesse de 1<sup>ère</sup>, alors l'accouplement se fait entre la roue D et l'arbre récepteur grâce à un système de synchronisation 2 [22].

Le baladeur 3 porte la roue E solidaire en rotation de l'arbre récepteur mais libre en translation. Pour faire une marche arrière dans un véhicule par exemple, il faut engager la tirette T<sub>3</sub> pour engrener la roue E avec la roue F qui est elle-même entraînée par la roue G solidaire à l'arbre intermédiaire, le sens de rotation de l'arbre récepteur est l'inverse du sens de rotation de l'arbre moteur.

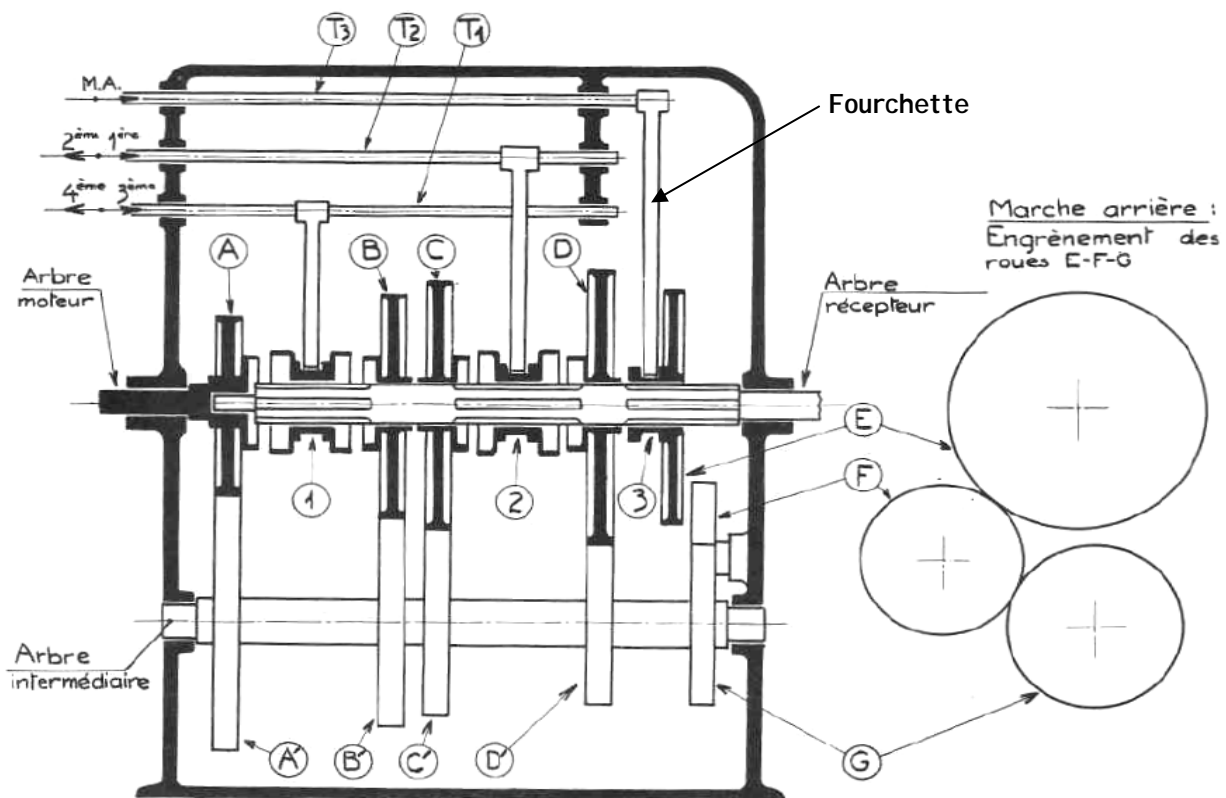
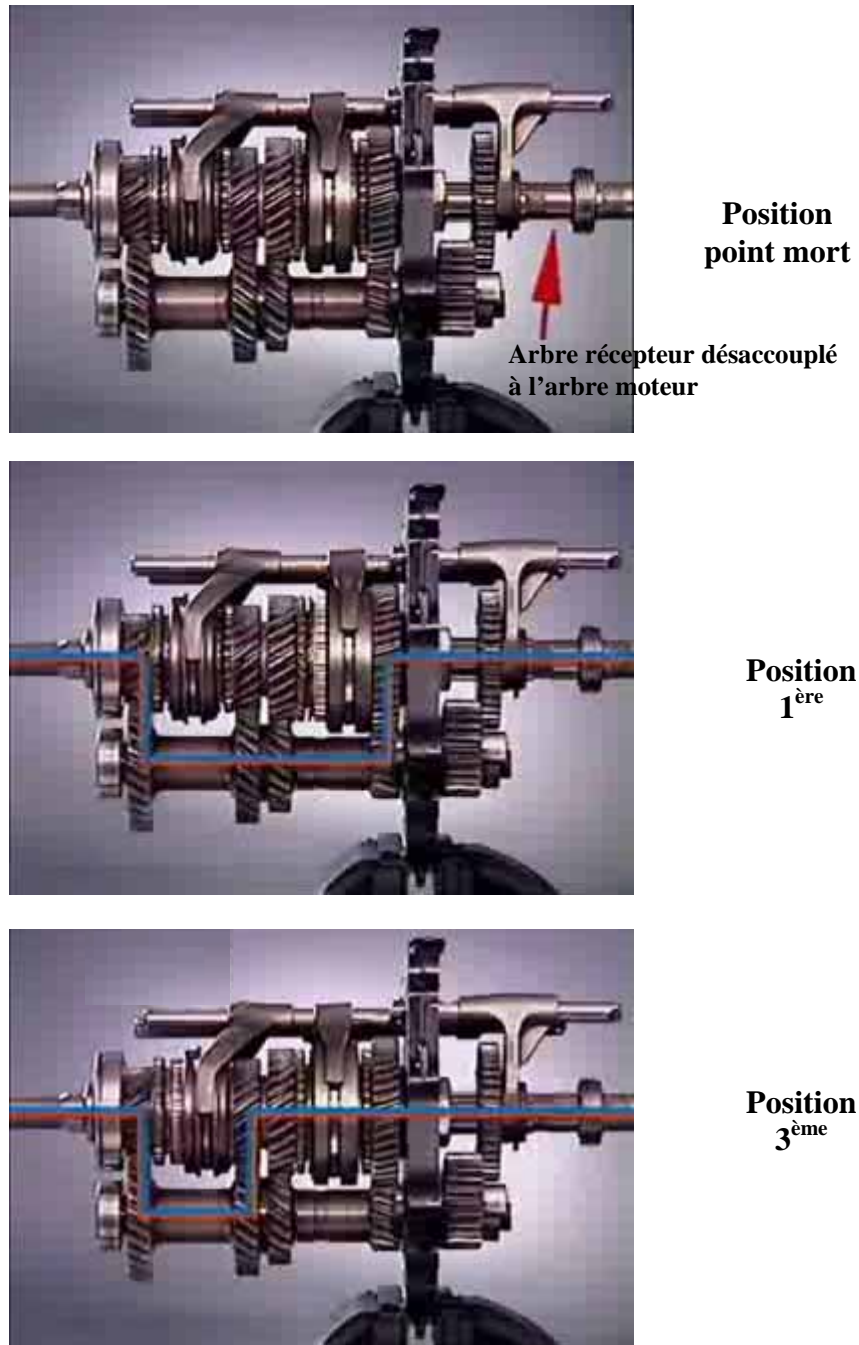


Figure 96 : Boîte de vitesses à commande manuelle

La Figure 97 [32] présente les différentes positions de vitesses dans une boîte de vitesses.

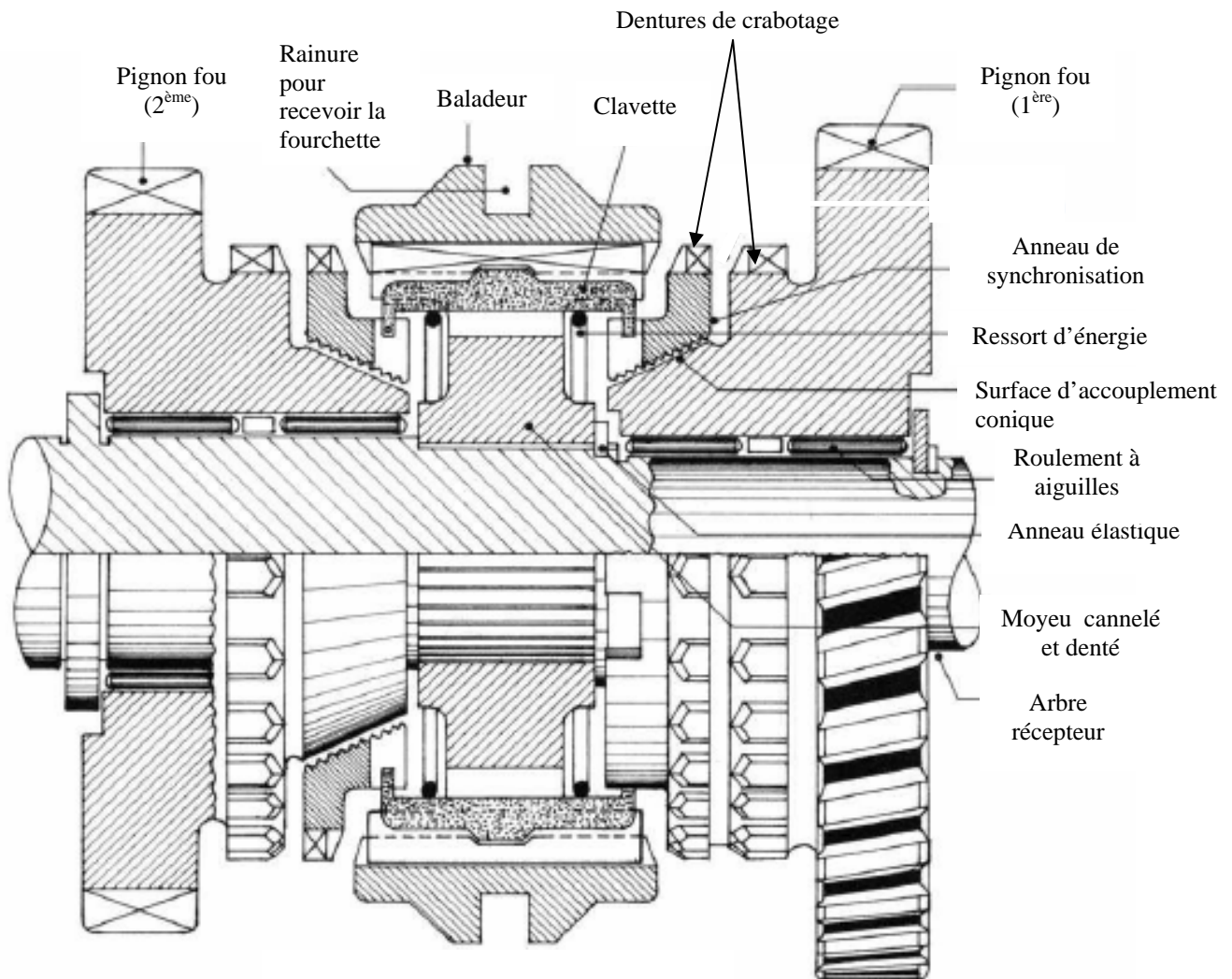


**Figure 97 : Positions de vitesse (point mort, 1<sup>ère</sup>, 3<sup>ème</sup>)**

#### **a) Système de synchronisation de vitesse**

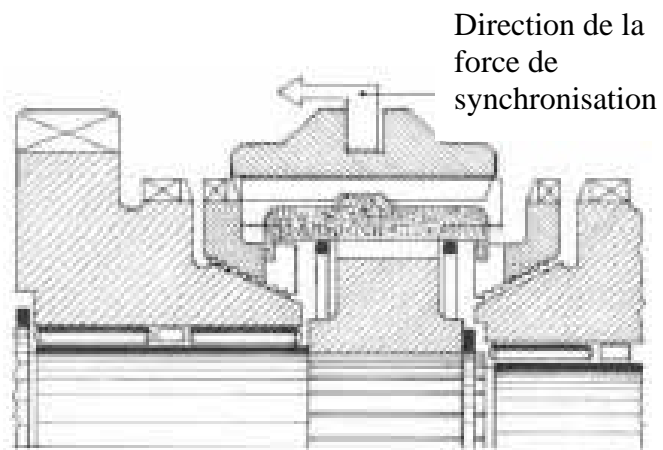
La Figure 98 [23] montre le système de synchronisation qui permet d'effectuer l'accouplement entre les roues fous et l'arbre récepteur. Ce système est composé de deux pignons fous menés des dentures de crabotage, un anneau de synchronisation possédant une surface conique striée pour assurer une bonne adhérence avec le pignon fou. Les pignons fous tournent fous sur des roulements à aiguilles.

Il est constitué également d'un baladeur possédant une rainure pour accueillir la fourchette de manœuvre et des cannelures intérieures qui s'engrènent avec les cannelures extérieures du moyeu, le baladeur peut se déplacer sur le moyeu ; celui-ci est immobilisé en translation et porte des cannelures intérieures qui s'engrènent avec les cannelures extérieures de l'arbre. Les clavettes et les ressorts assurent le déplacement souple de l'anneau de synchronisation.

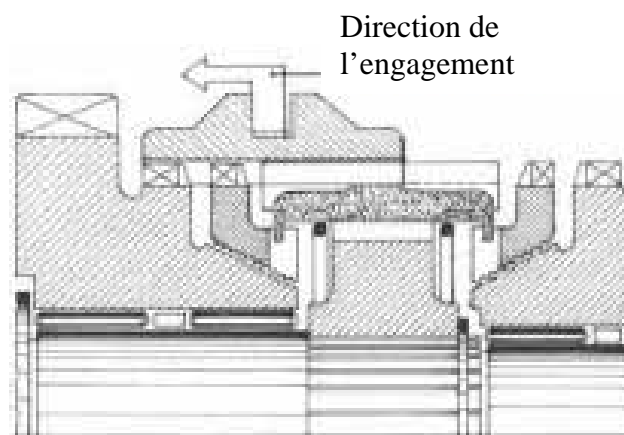


**Figure 98 : Baladeur de synchronisation**

Au moyen du levier de changement de vitesse, le conducteur commande le déplacement de la tige et le baladeur via une fourchette, ainsi, la mise en contact de l'anneau de synchronisation avec le pignon fou est faite sur une surface conique de contact (Figure 99 (a)) [23], le couple de frottement créé tend à égaliser les vitesses angulaires, la surface de contact striée et conique augmente le couple à transmettre avec l'application d'une faible force axiale. Le baladeur ou craboteur continue à se déplacer par rapport au moyeu, coiffe les dentures de crabotage de l'anneau de synchronisation et du pignon fou et réalise un accouplement entre ce pignon et l'arbre récepteur, les vitesses angulaires sont maintenant égales (Figure 99 (b)) [23].



(a)



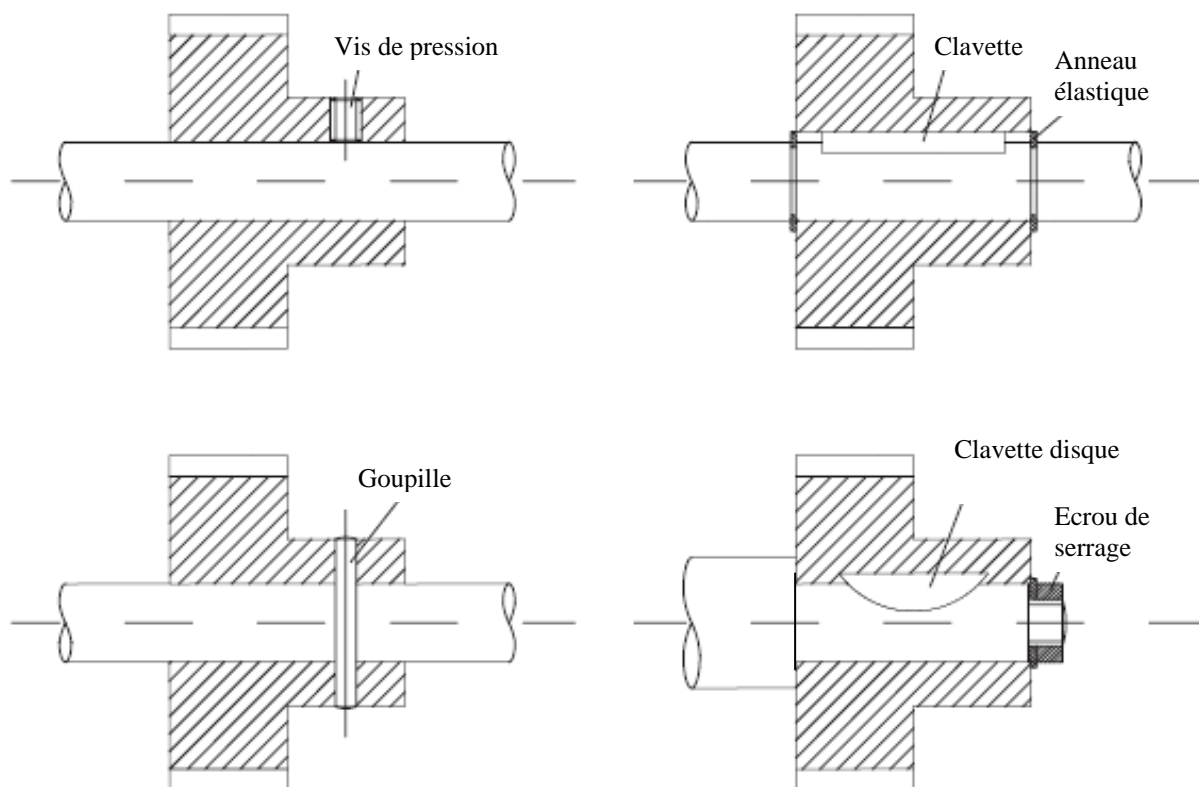
(b)

**Figure 99 : Fonctionnement du synchroniseur à clavette**

## 8. Montage des roues dentées sur les arbres

Les roues dentées sont montées immobiles en translation et rotation (Figure 100) [32], pour réaliser cette liaison, on peut utiliser :

- Vis de pression.
- Deux anneaux élastiques et une clavette.
- Goupille.
- Ecrou de serrage et clavette disque.
- On peut aussi utiliser aussi : Un arbre cannelé avec un système d'arrêt en translation, ou un ajustement serré de l'arbre avec la roue dentée (Exemple : ajustement H7p6).



**Figure 100 : Montages des roues dentées avec l'arbre**

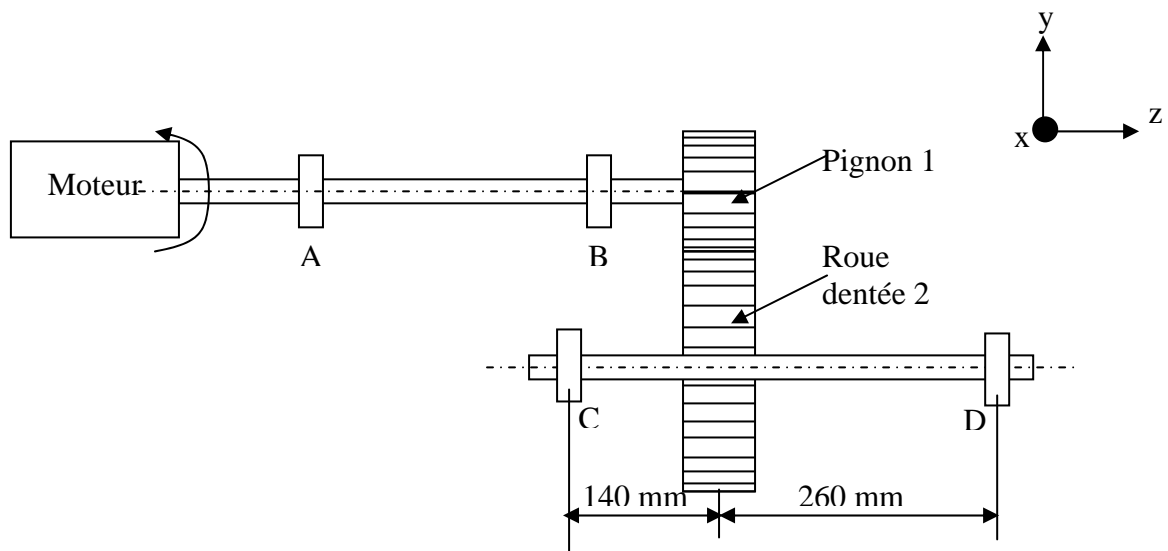
## Travaux dirigés N° 5 « Transmission de puissance et du mouvement par engrenages et applications des engrenages »

### Exercice N°1

Un réducteur de vitesse est composé de deux roues dentées à denture droite et deux arbres, l'ensemble est entraîné par un moteur d'une puissance de 15 kW et tourne avec une vitesse de 1000 tr/min.

L'arbre menant relié au moteur est posé sur deux palier A et B et porte le pignon 1 qui possède un diamètre primitif  $d_1 = 70$  mm, tandis que l'arbre récepteur est posé sur deux paliers C et D et porte la roue dentée 2 possédant un diamètre primitif  $d_2 = 210$  mm, la résistance élastique des deux arbres est  $R_e = 800$  MPa, le coefficient de sécurité est égal à 2.

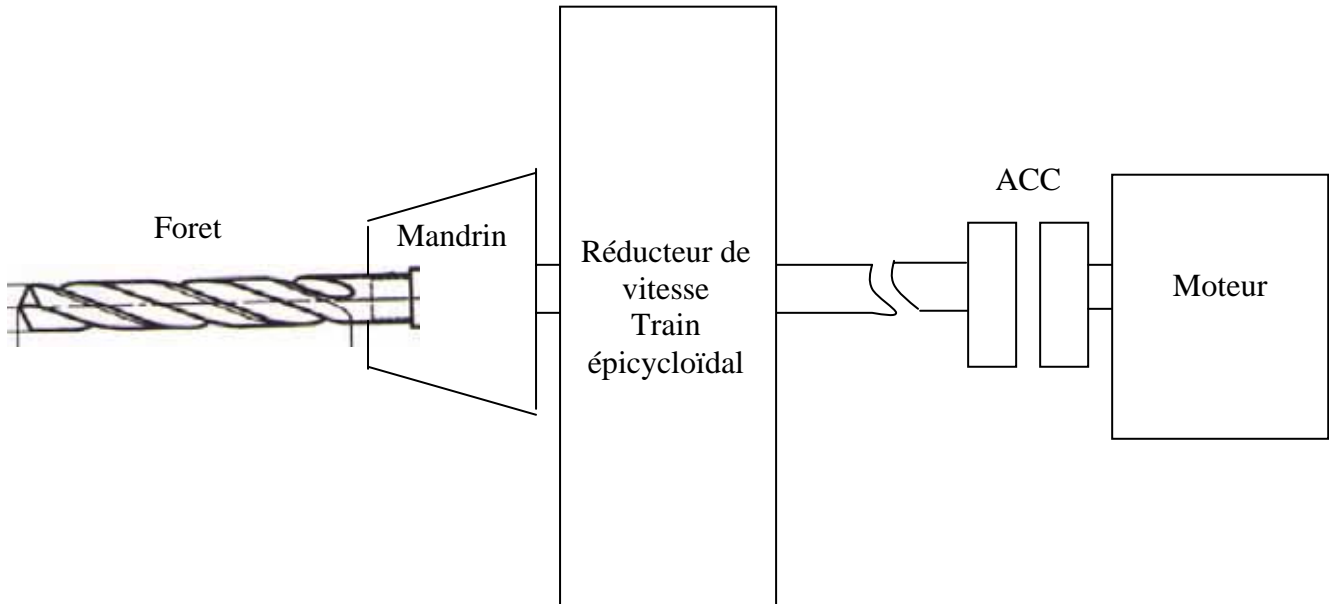
- 1) Déterminer la force tangentielle et radiale  $F_t$  et  $F_r$  exercée sur les dents en contact des deux roues dentées, sachent que l'angle de pression  $\alpha = 20^\circ$ .
- 2) Calculer les réactions au niveau des appuis C et D.
- 3) Tracer alors le moment de torsion  $M_t$  et les moments fléchissant  $M_f$  le long de l'arbre, déterminer ainsi les moments maximaux.
- 4) Déterminer le diamètre minimal de l'arbre récepteur en utilisant le critère de Tresca.



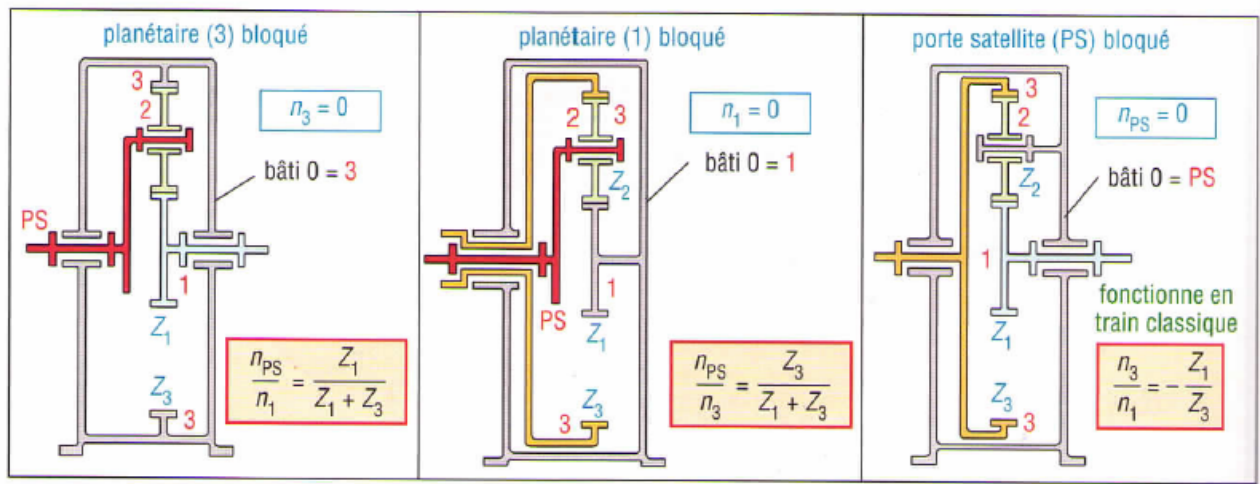
## Exercice N°2

Le schéma suivant présente une perceuse qui fonctionne à l'aide d'un réducteur de vitesse de type train épicycloïdal, la vitesse du moteur est  $N_E=1500$  tr/min.  $Z_1=20$  dents,  $Z_2=40$ ,  $Z_3=80$ .

- 1) Quel est le train le plus adapté parmi les trains simples et doubles si on admet une vitesse de sortie du foret  $N_S=375$  tr/min.



Perceuse



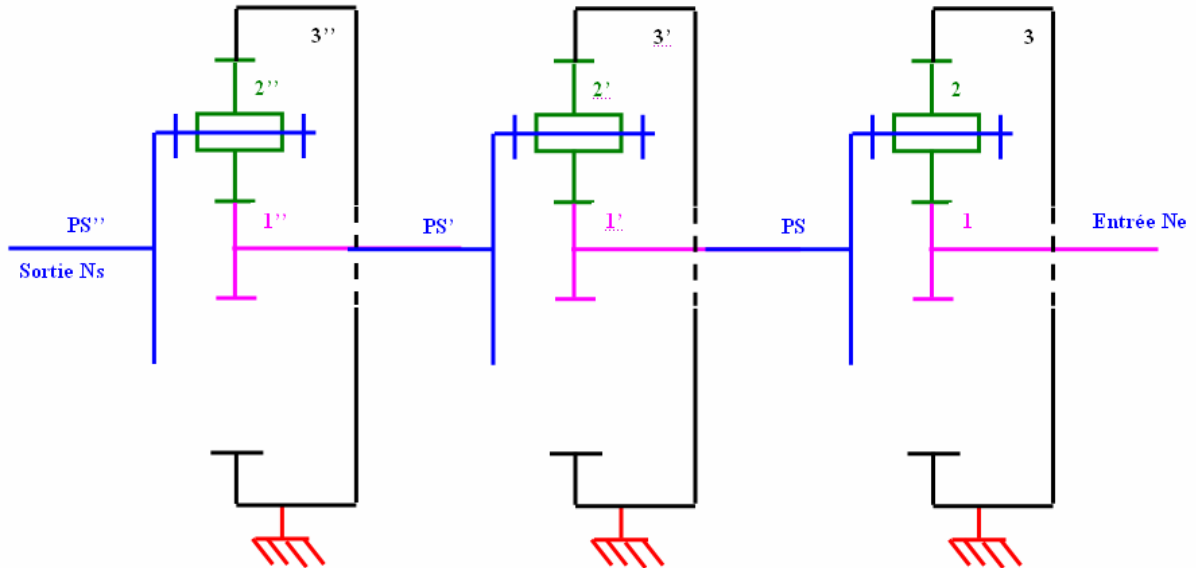
Trains simples



### Exercice N°3

Un réducteur de vitesse est composé de trois trains épicycloïdaux montés en série, les planétaires 3, 3' et 3'' sont fixes (voir la figure ci-dessous). La vitesse d'entrée du moteur est  $N_e = 9000$  tr/min.  $Z_1 = Z_1' = Z_1'' = 30$  dents,  $Z_2 = Z_2' = Z_2'' = 50$  dents,  $Z_3 = Z_3' = Z_3'' = 140$  dents.

1) Déterminer la vitesse de sortie  $N_S$ .



Notons que 
$$\frac{N_{PS}}{N_1} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

# **Chapitre 7 : Accouplements, limiteurs de couple, joints homocinétiques, embrayages & freins**

# Chapitre 7 : Accouplements, limiteurs de couple, joints homocinétiques, embrayages & freins

## 1. Accouplements

L'accouplement est un organe qui transmet le mouvement, le couple de rotation et la puissance entre un arbre moteur et un arbre récepteur sans modification de couple donc à vitesse de rotation constante, les deux arbres moteur et récepteur peuvent être désalignés ou parfaitement alignés.

L'accouplement doit être bien équilibré surtout aux grandes vitesses de rotation, sinon, il en résulte un balourd, des vibrations, l'usure et la fatigue et des contraintes importantes dans l'arbre et dans les paliers. L'accouplement doit avoir une bonne résistance mécanique et une bonne rigidité.

On peut trouver deux catégories des accouplements : Accouplements rigides et accouplements élastiques.

### 1.1 Accouplements rigides

Les accouplements rigides n'autorisent aucun défaut d'alignement des arbres et aucun mouvement relatif entre les arbres et transmettent intégralement le mouvement reçu, ils sont montés près d'un palier pour éviter la flexion de l'arbre, ils ne compensent pas les défauts d'alignement et les variations de dimensions qui sont dues aux dilatations thermiques. Ils sont utilisés que pour les mécanismes peu précis et qui tournent lentement.

#### a) Manchons frettés

Les deux coquilles sont alésées ensemble à un diamètre légèrement inférieur à celui de l'arbre, l'ajustement entre les arbres et les alésages des coquilles est de type serré, il est réalisé par frettage. Leur emploi est moins pratique que les autres accouplements cités ci-dessous mais ils sont simples et équilibrés (Figure 101) [21].

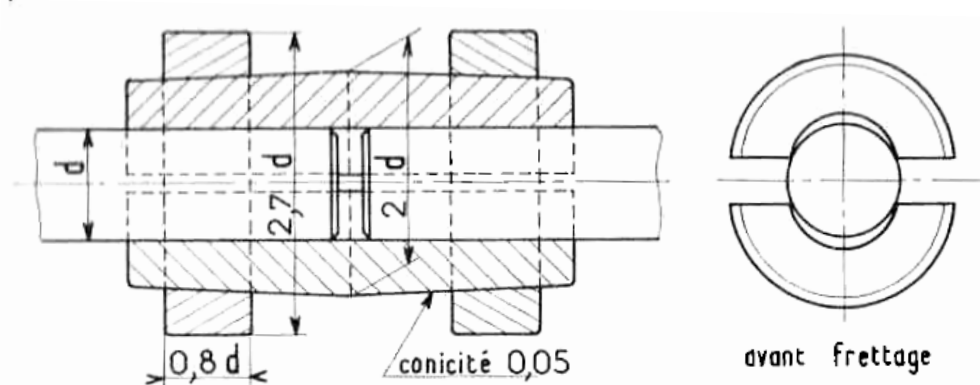


Figure 101 : Manchon fretté

### b) Manchon à coquilles boulonnées

Ils doivent avoir un grand diamètre et des évidements pour faire inclure les boulons, mais ces évidements conduisent souvent à un défaut d'équilibrage, le démontage de ces accouplements se fait radialement, la clavette permet d'accroître la sécurité de la transmission du mouvement (Figure 102) [21].

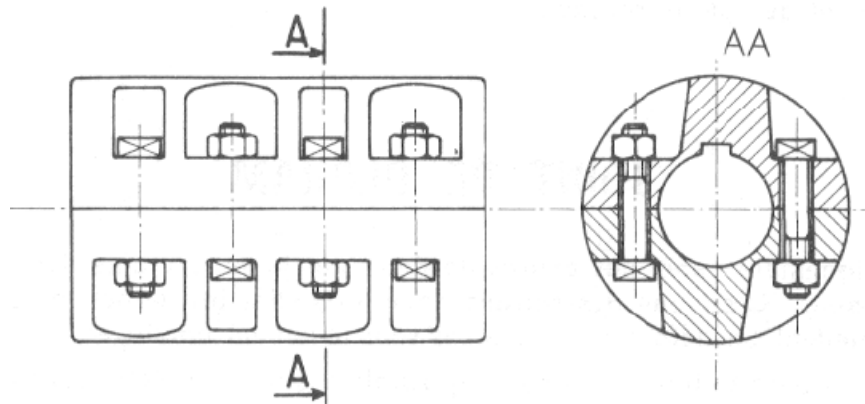


Figure 102 : Manchon à coquilles boulonnées

### c) Manchon à plateaux

Ils sont les plus utilisés, simples et équilibrés, les plateaux sont montés par emmanchement forcé sur les arbres mais les clavettes de sécurité sont indispensables pour assurer la liaison arbre-plateau en cas de perte de celle-ci par emmanchement forcé. L'entraînement se fait soit par adhérence des deux plateaux sous l'effet de serrage des boulons (Figure 103 (a)) ou par obstacle (Figure 103 (b)), dans ce dernier cas, les boulons sont sollicités en cisaillement [15, 21].

Les deux plateaux possèdent un épaulement de centrage pour centrer un plateau sur l'autre et pour que les deux arbres soient alignés, le démontage des deux plateaux nécessite un déplacement axial d'une distance égale au moins à la distance d'emboîtement, par fois, on utilise deux demi-anneaux de centrage entre les deux plateaux afin de faciliter le démontage des deux arbres. Ces accouplements exigent un bon alignement des arbres moteur-recepteur durant le fonctionnement, sinon, on aura une très grande fatigue et une usure rapide des paliers.

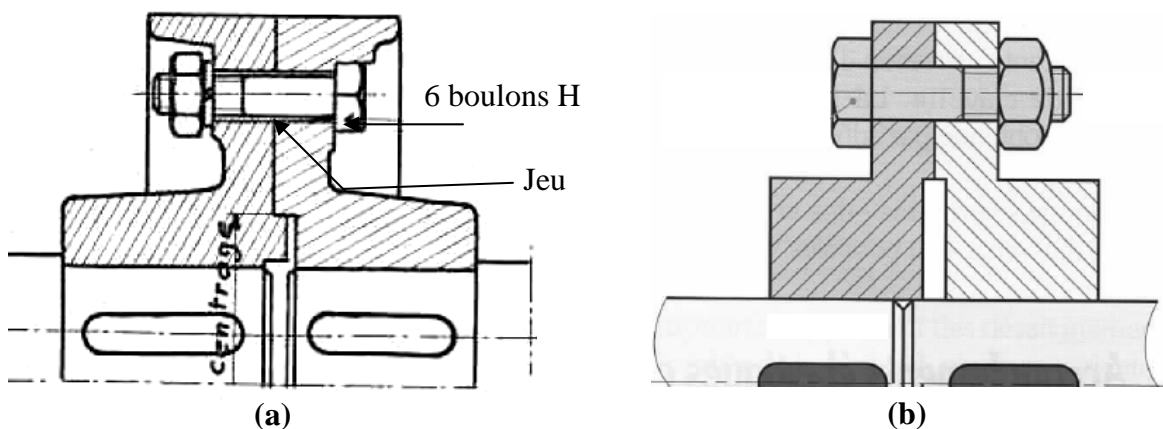


Figure 103 : Manchon à plateaux

## 1.2 Accouplements élastiques

Les accouplements élastiques ont pour rôle, comme les accouplements rigides, d'effectuer une transmission de puissance entre deux arbres en prolongement et sans modification du couple, ni de la vitesse, mais ils ont été créés pour remédier aux inconvénients des accouplements rigides. En effet, ces accouplements permettent une légère variation de la position relative des axes des arbres, ils corrigent les défauts d'alignement et de centrage entre les axes comme : Le déplacement radial ou axial et l'angle d'inclinaison de l'arbre moteur par rapport à l'arbre récepteur (Figure 104) [25].

Les accouplements élastiques absorbent les vibrations et les à-coups de la transmission (chocs), la liaison entre les deux arbres est élastique.

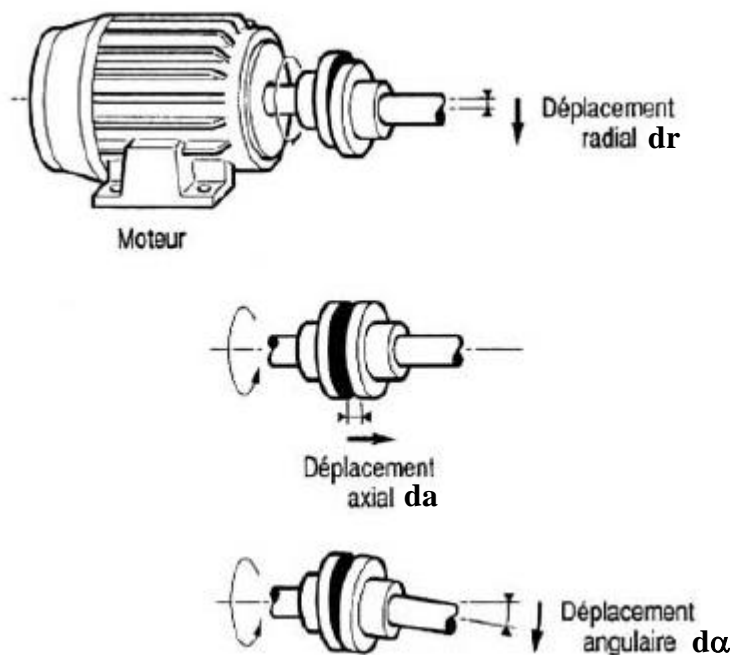
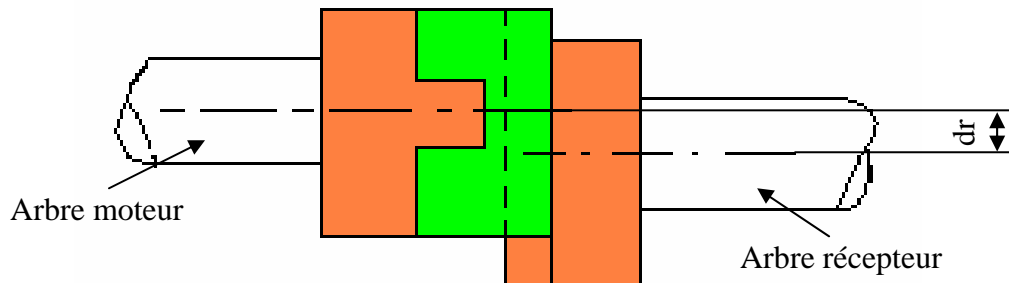
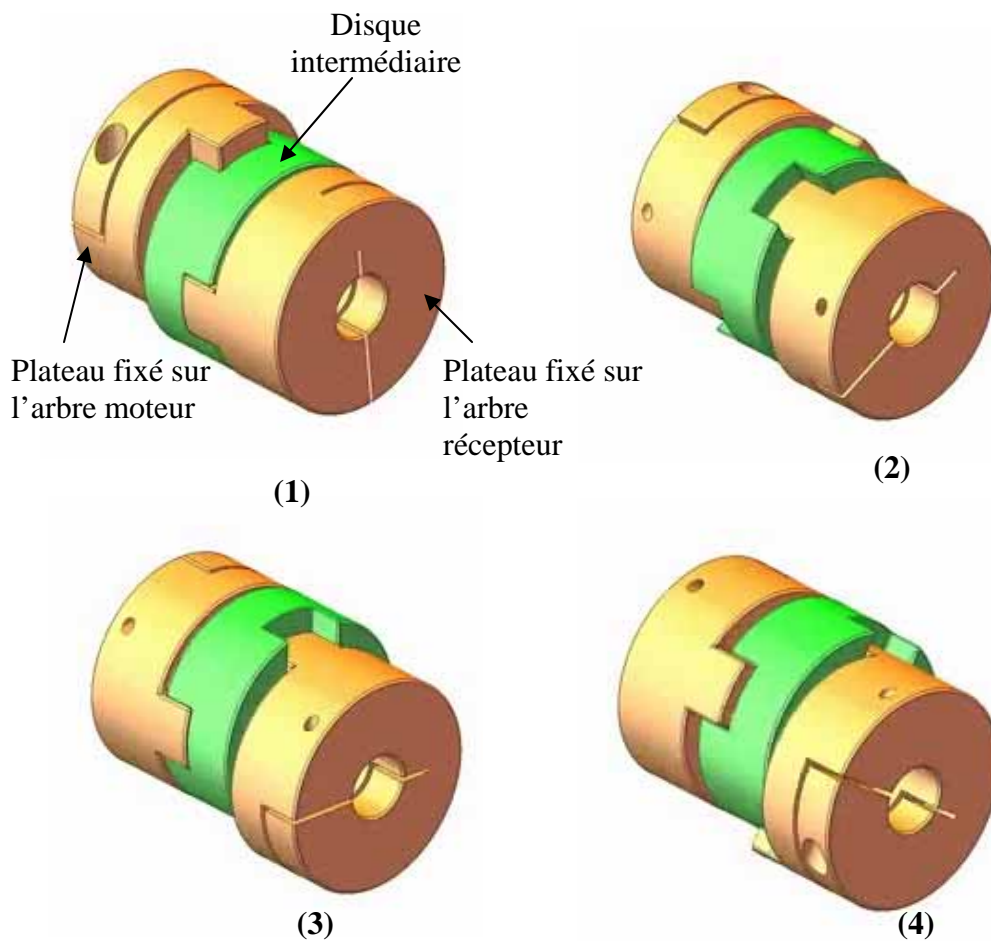


Figure 104 : Défauts d'alignement des axes des arbres

### a) Les joints d'Oldham

Ce joint corrige le défaut d'alignement de type déplacement radial, à titre d'exemple, il peut corriger ce défaut qui est dû à un affaissement vertical de la fondation sur laquelle est posé le moteur.

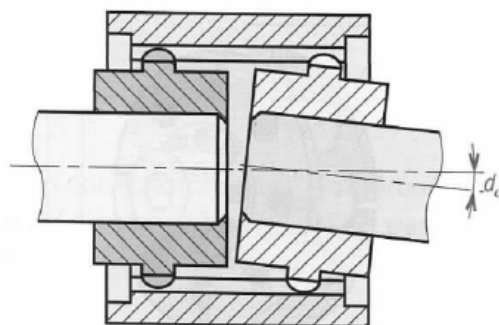
Figure 105 [32] montre quatre séquences de rotation d'un joint d'Oldham, ce joint corrige le désalignement radial  $dr$ , les deux plateaux sont clavetés sur les arbres. Durant son fonctionnement, le disque intermédiaire tourne et glisse sur les deux languettes des deux plateaux, ces deux languettes sont perpendiculaires. L'avantage de ce joint est que les rotations des deux arbres sont égales, on dit que le joint est homocinétique. Mais il reste peu employé à cause du frottement important des languettes dans les rainures. Pour le diminuer, le disque intermédiaire est souvent en bronze.



**Figure 105 : Joint d'Oldham**

**b) Accouplement à denture bombée**

Ils permettent de corriger les désalignements angulaire  $d\alpha$  grâce à la forme bombée de la denture (Figure 106) [1].



**Figure 106 : Accouplements à denture bombée**

### c) Accouplement élastique à plot élastomère

Cet accouplement est composé de trois organes : deux plateaux et des éléments élastiques interposés entre ces deux plateaux (Figure 107) [1], le matériau de cet élément peut être soit élastomère, caoutchouc ou un ressort métallique. Le rôle des plots élastiques est de compenser le désalignement axial **da**, amortir les vibrations et absorber le choc.

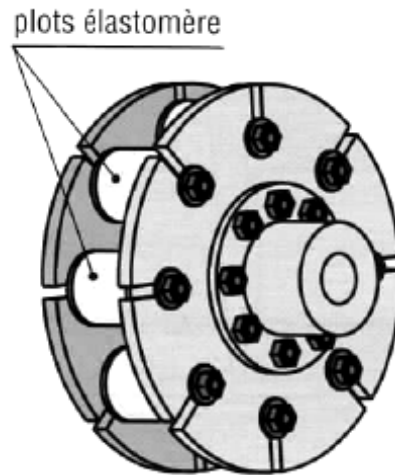


Figure 107 : Accouplement élastique à plot élastomère

### d) Manchon Périflex

Le bandage torique en élastomère interposé entre les deux plateaux supporte tous les types de désalignements et il permet même une flexibilité en torsion (Figure 108) [1], le montage du bandage ne nécessite pas le démontage des plateaux, ce manchon remplace par fois les joints de cardan.

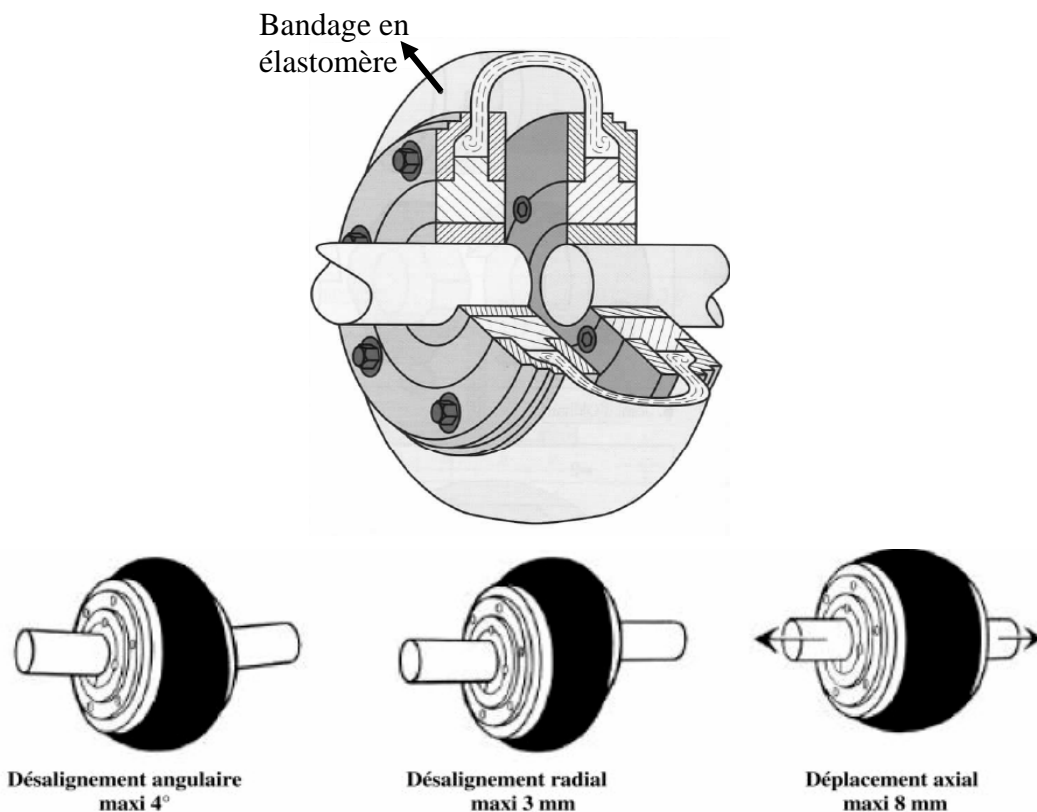


Figure 108 : Manchon Périflex

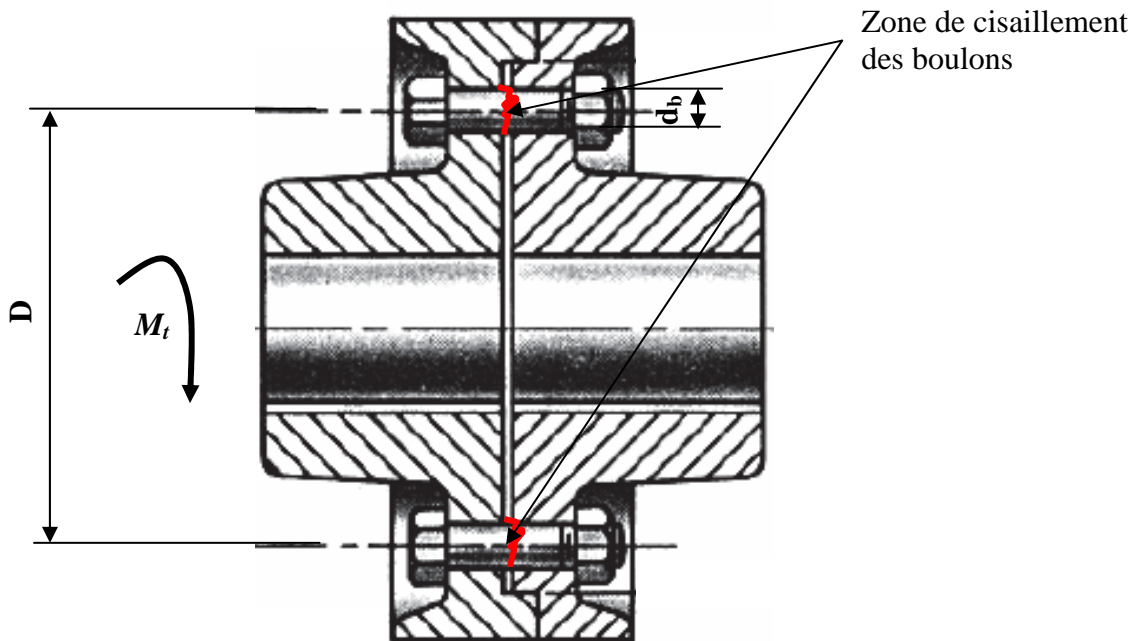
### 1.3 Calcul des accouplements

Le calcul d'un accouplement rigide est basé sur le calcul en cisaillement des boulons, le couple moteur  $C_m$  (Figure 109) [26] appliqué sur l'arbre est calculé par la relation suivante :

$$C_m = P_m / \omega \quad (7-1)$$

$P_m$  est la puissance du moteur et  $\omega$  est sa vitesse de rotation, celle-ci peut être exprimée en fonction de la vitesse de rotation  $N$  (tr/min) comme ceci :

$$\omega = 2\pi N / 60 \quad (7-2)$$



**Figure 109 : Cisaillement des boulons dans un accouplement rigide**

Si le moment de torsion est transmis complètement aux boulons, alors la force de cisaillement  $F_t$  appliquée sur chaque boulon est égale :

$$F_t = \frac{2C_m}{nD} \quad (7-3)$$

$n$  est le nombre des boulons, ils possèdent le même diamètre  $d_b$ ,  $D$  est le diamètre de répartition des boulons. Pour qu'il n'y ait pas un cisaillement des boulons, il faut que :

$$\frac{4F_t}{\pi \cdot d_b^2} < \tau_{adm} \quad (7-4)$$

$\tau_{adm}$  est la contrainte admissible en cisaillement du matériau des boulons.

Le couple d'adhérence  $C_a$  pour  $n$  boulons et pour une force de serrage  $F_0$  appliqué sur chaque boulon et pour un coefficient de frottement  $f_r$  entre les surfaces de contact des deux plateaux est égal :

$$C_a = n \cdot F_0 \cdot f_r \cdot (D/2) \quad (7-5)$$



## 2. Les limiteurs de couple

Le couple résistant dans certaines machines peut atteindre une valeur supérieure à la normale, ce qui peut provoquer la rupture de l'accouplement (exemple : Un coincement dans un concasseur de cailloux ou dans un broyeur augmente énormément le couple résistant). La solution est de limiter volontairement le couple transmis pour éviter les arrêts brutaux, d'où le rôle d'un limiteur de couple.

Les limiteurs de couple ne transmettent l'effort que jusqu'à une limite prévue.

Figure 110 [21] présente un limiteur de couple « Segor », il est composé de deux plateaux 2 et 3 enserrant un troisième plateau 1 muni de deux garnitures 4 en Ferodo à fort coefficient de frottement, les deux plateaux 2 et 3 sont entraînés par le plateau 1 par l'intermédiaire des garnitures 4. L'usure des garnitures nous contraint d'utiliser un clavetage coulisseau sur le plateau 2 et des rondelles de Belleville, l'adhérence et le tarage du couple sont obtenus par compression de ces rondelles.

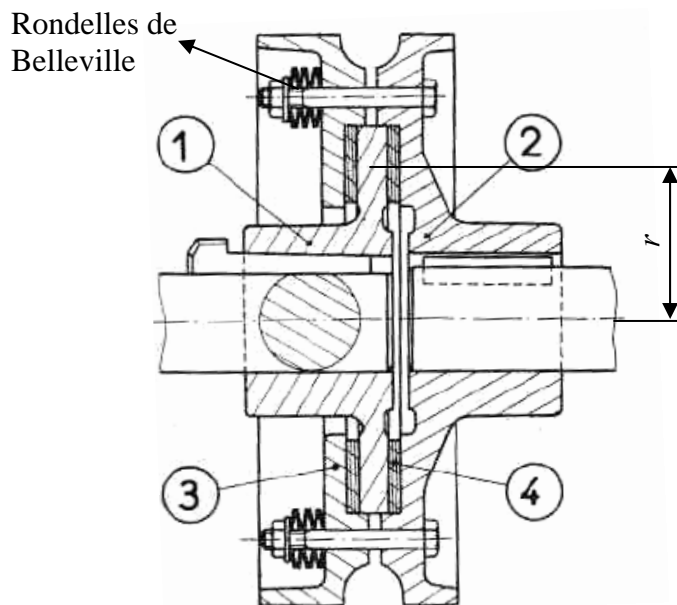


Figure 110 : Limiteur de couple Segor

Le couple d'adhérence  $C_a$  pour  $n$  boulons et pour une force de serrage  $F_0$  appliquée sur chaque boulon et pour un coefficient de frottement  $f_r$  entre les surfaces de contact du plateau 1 avec les garnitures de Ferodo :

$$C_a = 2n.F_0.f_r.r \quad (7-6)$$

Dans la relation précédente, le nombre 2 indique le nombre de garnitures,  $r$  est le rayon moyen de des garnitures de Ferodo [13]. Le limiteur précédent patine (c'est-à-dire l'arbre moteur et donc le plateau 1 tournent dans le vide) dès que le couple moteur  $C_m$  dépasse le couple d'adhérence  $C_a$ , ce qui évite la rupture des boulons. Il patine aussi dans le cas où le couple résistant du récepteur sera supérieur au couple transmissible, ce qui protège le moteur contre des avaries graves et évite la rupture des organes de transmission (dents d'engrenage, arbre, etc).

### 3. Les joints homocinétiques

Les joints de cardan transmettent le mouvement entre deux arbres concourants, la vitesse angulaire n'est pas constante et varie (Figure 111 (a)) [21], si  $\theta$  étant l'angle fait par les deux arbres :

Le rapport des vitesses  $\omega_B / \omega_A$  varie de  $\cos \theta$  à  $1/\cos(\theta)$

Le montage de deux cardans (Figure 111 (b)) [21] permet dans certains cas de retrouver un mouvement uniforme ( $\omega_A = \omega_B$ ), le joint est appelé alors joint homocinétique permettant une transmission uniforme à condition que les angles  $\theta$  soient identiques.

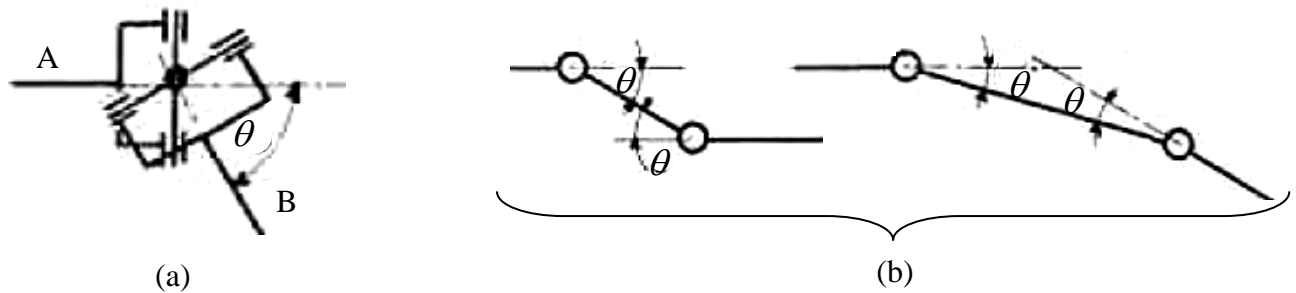


Figure 111 : Schémas cinématiques des joints de cardan

Les joints de cardan sont utilisés par exemple dans les véhicules pour réaliser un accouplement entre l'arbre moteur et l'axe des roues motrices dans le cas où les deux arbres présentent des désalignements axial, radial et/ou angulaire (Figure 112) [27], les irrégularités de la route sont à l'origine de ces désalignement, donc, le rôle des cardans est de corriger ces désalignements et de transmettre le mouvement et la puissance vers les roues motrices.

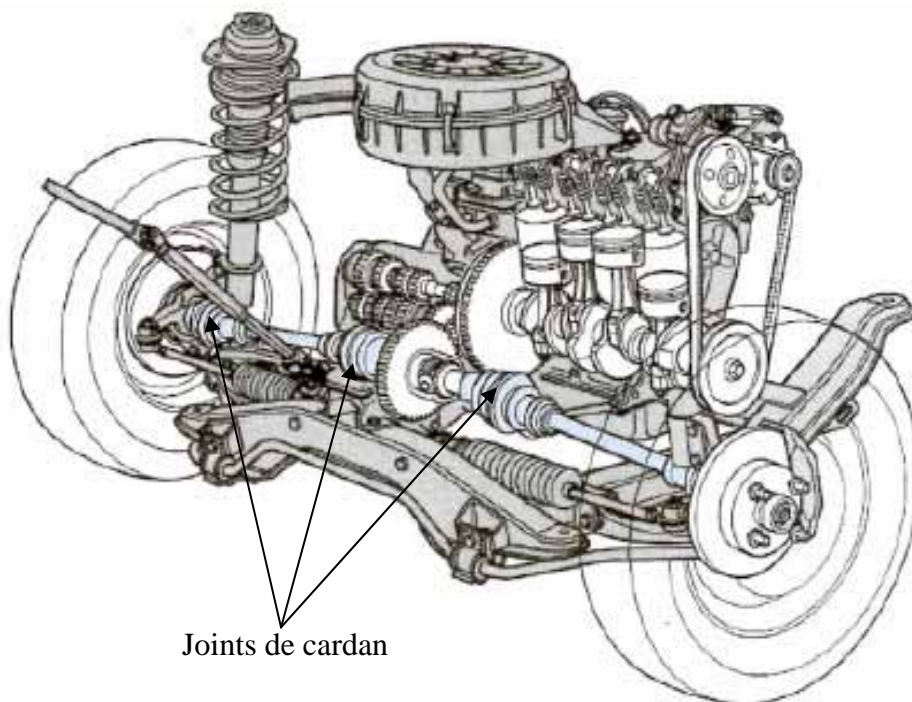
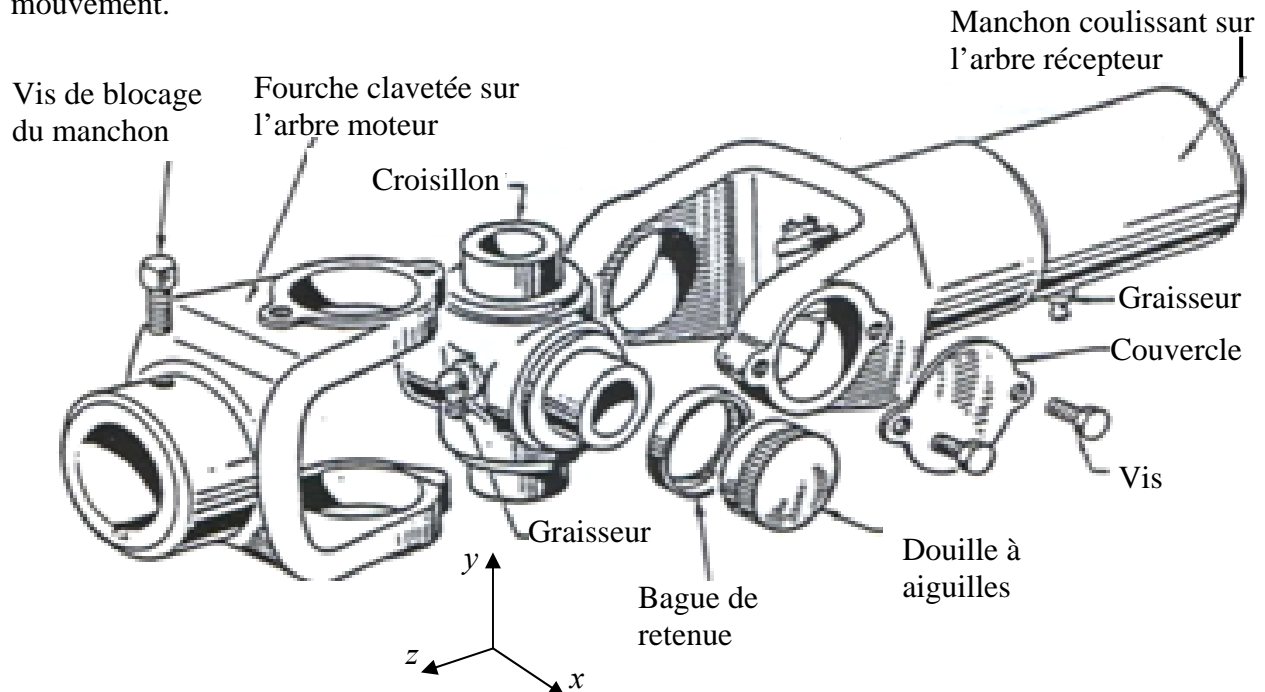


Figure 112 : Joints de cardan homocinétiques implantés sur la traction avant de l'automobile

La Figure 113 [32] montre un dessin descriptif d'un joint de cardan, le mouvement est transmis de l'arbre moteur vers l'arbre récepteur par l'intermédiaire d'un croisillon libre en rotation par rapport aux deux fourches, ces dernières sont en liaison pivot avec ce croisillon et peuvent tourner autour des trois axes ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ). La douille à aiguilles est montée forcée sur la fourche et avec jeu sur le croisillon, les aiguilles supportent que les charges radiales, réduisent le frottement et facilitent le mouvement.

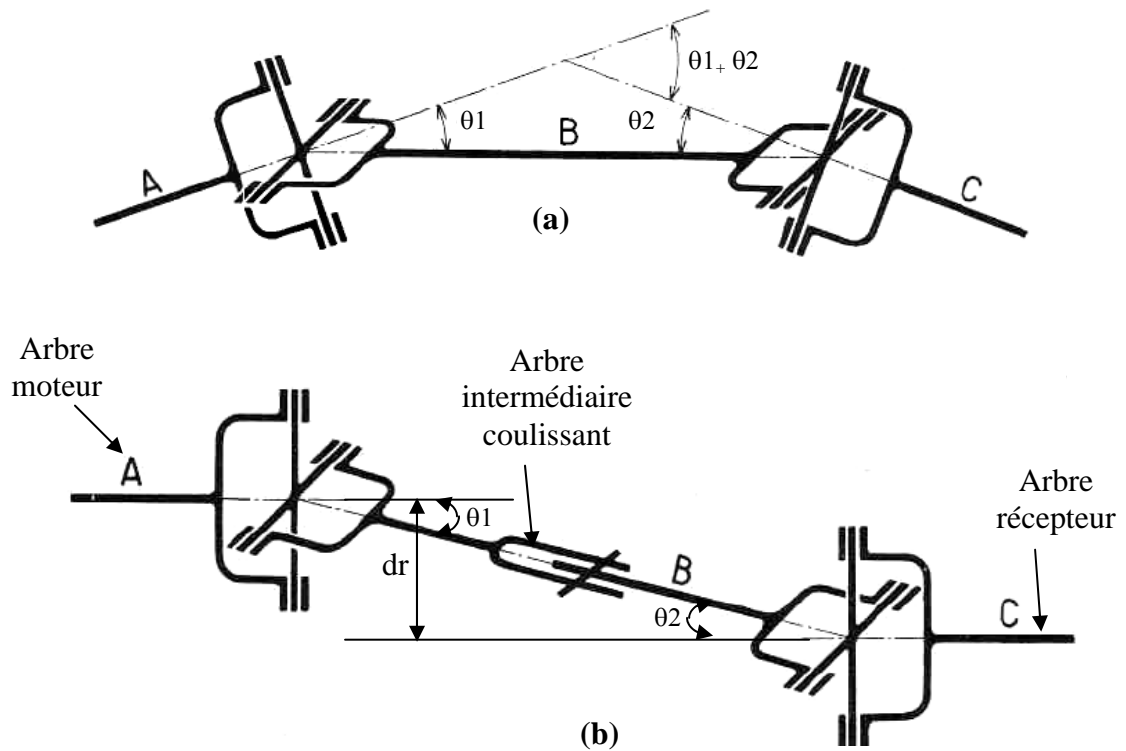


**Figure 113 : Composantes d'un joint de cardan**

Si le joint de cardan n'est pas homocinétique : à titre d'exemple, la vitesse de l'arbre mené est un multiple de la vitesse de l'arbre menant, donc si celle-ci augmente alors la vitesse de l'arbre mené devient très grande, ce qui provoque des vibrations et la fatigue de cette arbre mené, pour remédier à ce problème, on peut :

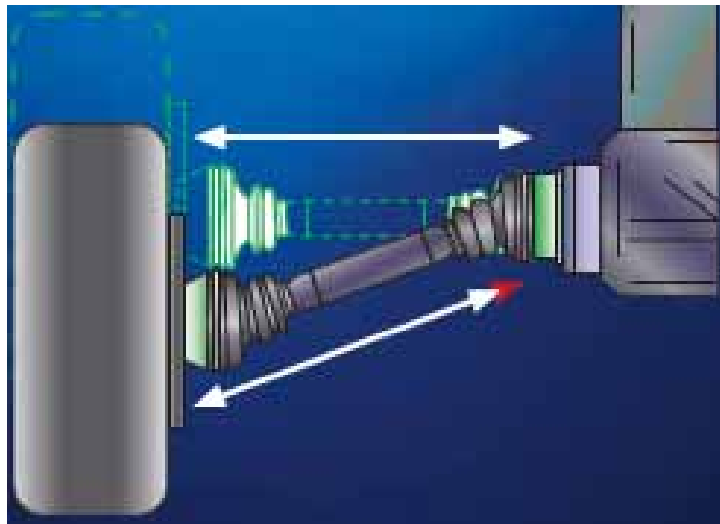
- Réduire la vitesse de l'arbre menant ou l'angle de débattement ou de brisure  $\theta$ .
- Utiliser des joints de cardan successifs pour les angles de brisure  $\theta$  supérieurs à  $30^\circ$  (Figure 111 (b)), mais pour avoir un joint homocinétique parfait, il faut que les deux fourches de l'arbre intermédiaire soient situées dans le même plan (pour les arbres concourants Figure 114 (a) et parallèles Figure 114 (b) [21]) et que les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  soient égaux et par conséquence les vitesses angulaires  $\omega_A$  et  $\omega_B$  seront aussi égales.

Le mécanisme de la Figure 114 (b) est préférable que le joint d'Oldham dès que la distance du désalignement radial  $d_r$  devient notable, si cette distance est susceptible de varier au cours du temps, alors la longueur de l'arbre intermédiaire varie aussi, ceci nécessite l'utilisation d'un arbre intermédiaire composé de deux pièces avec un assemblage coulissant (arbre intermédiaire télescopique voir la Figure 114 (b)).



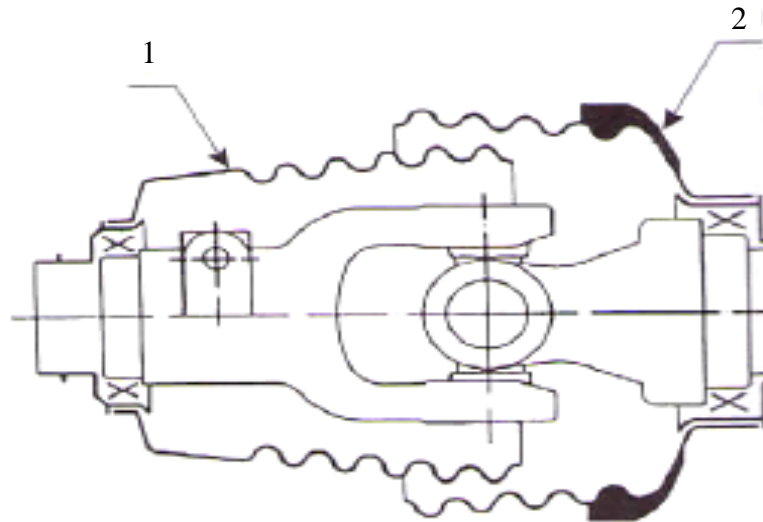
**Figure 114 : Positionnement de l'arbre intermédiaire pour les joints homocinétiques**

La Figure 115 [32] montre la modification de la longueur de l'arbre intermédiaire du joint de cardan et l'angle de débattement  $\theta$  dans un joint de cardan de l'automobile. On peut trouver d'autres types des joints homocinétiques comme : Joint Glaenzer – Spicer, joint Rzeppa, joint tripode, etc.



**Figure 115 : Mouvements du cardan dans une automobile**

La lubrification des douilles à aiguilles se fait soit par un graisseur et une canalisation usinée à l'intérieur du croisillon pour permettre le passage de la graisse ou par l'utilisation des soufflets ou carters de protection 1 et 2 (Figure 116) [18]. Le graissage est à vie dans ce cas et l'emploi des soufflets supprime l'emploi des graisseurs, le soufflet de cardan joue deux rôles : Un organe d'étanchéité et un récipient à graisse.



**Figure 116 : Soufflets d'un joint de cardan**

### 3.1 Différents types d'endommagement des joints de cardan

Les symptômes de l'endommagement de joints homocinétiques sont : L'élévation des niveaux de vibrations et des bruits durant le fonctionnement, dès lors, il faut changer le joint. Les origines de la plus part des détériorations des joints de cardan sont : Blocage de l'arbre récepteur qui peut conduire à la rupture du croisillon, l'usure des dents d'engrenages qui a pour conséquence directe une augmentation de la longueur de l'arbre intermédiaire, une fissuration des soufflets de cardan à cause de l'augmentation excessive de l'angle du débattement  $\theta$ , ce qui entraîne une perte de la graisse et donc un usure rapide des surfaces de contact et par conséquence un coincement du joint. Le choc et les négligences de montage ne représentent qu'un faible pourcentage des causes de défaillance des joints de cardan.

## 4. Les embrayages

L'embrayage est un accouplement temporaire qui transmet le mouvement, la vitesse et la puissance entre l'arbre moteur et l'arbre récepteur en utilisant une liaison temporaire par adhérence. Dans le cas du débrayage (phase de désaccouplement), un glissement réglable est possible par la variation de la pression normale aux surfaces de contact. Dans le cas de la phase de l'embrayage, aucun glissement n'est autorisé. L'embrayage est utilisé dans un but de simplification de la conduite de la machine (changement de la vitesse dans un véhicule), de sécurité, d'emploi (arrêt rapide) et d'économie de puissance. Les embrayages n'autorisent pas les défauts d'alignement.

### 4.1 Principe de fonctionnement

La Figure 117 présente un dessin d'ensemble d'un embrayage à un seul disque utilisé dans les automobiles [17].

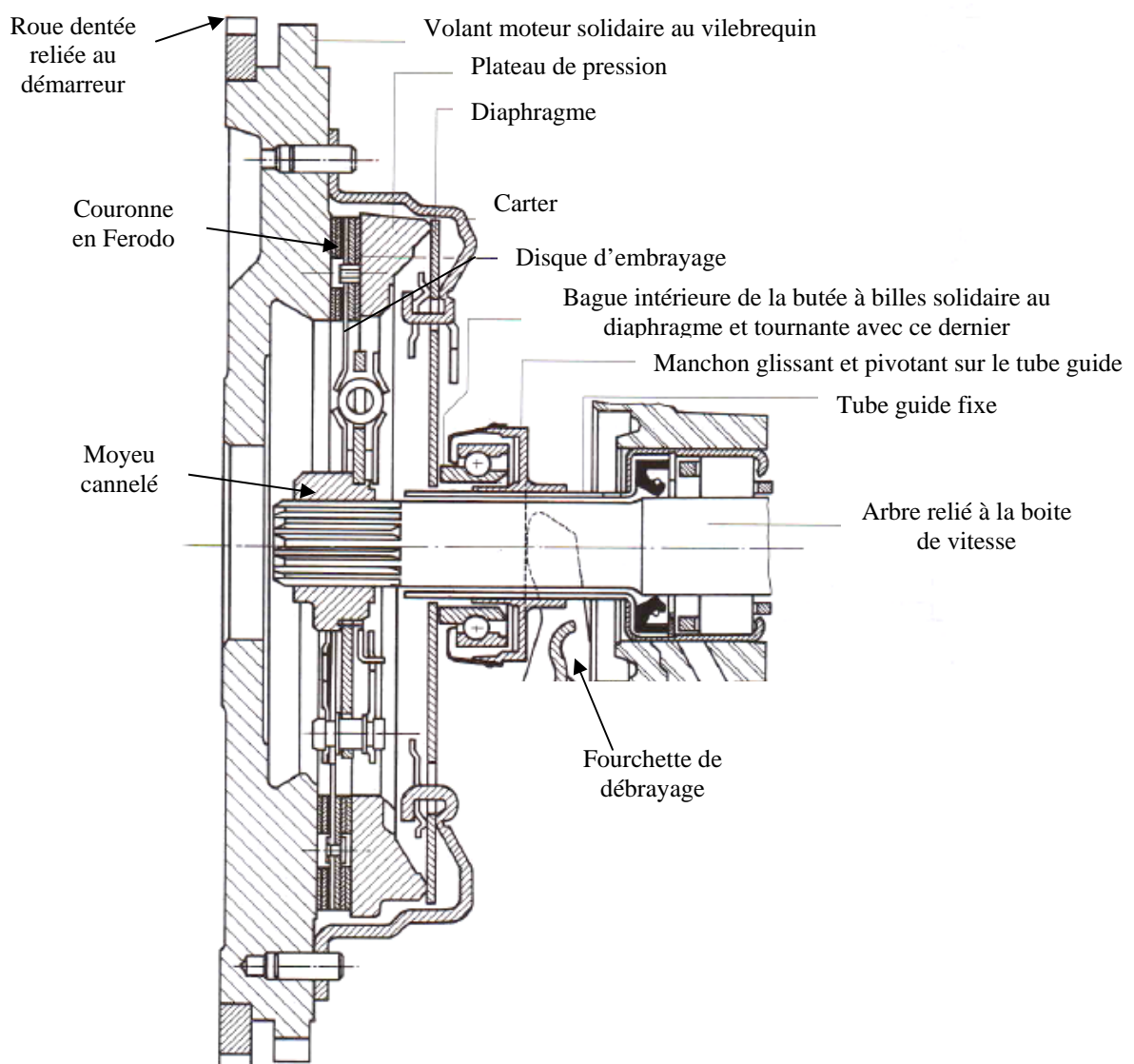


Figure 117 : Embrayage à un seul disque

Le volant moteur est actionné soit au démarrage par un démarreur via une roue dentée soit en régime normale du véhicule par le moteur à combustion interne via le vilebrequin.

À la phase de l'embrayage, aucune action n'est exercée sur la pédale d'embrayage (Figure 118) [28], le diaphragme appuie sur le plateau de pression qui à son tour applique une pression de contact sur un coté des couronnes de Ferodo, l'autre coté des couronnes de Ferodo est poussé contre le volant moteur, l'ensemble (volant moteur, plateau de pression, carter, diaphragme et disque d'embrayage) tourne avec la même vitesse et l'arbre récepteur tourne aussi avec cette vitesse grâce à la liaison cannelée moyeu-arbre (Figure 117), l'arbre récepteur est couplé au moteur et la puissance dans ce cas est transmise du moteur vers l'arbre récepteur.

À la phase de débrayage, la fourchette de débrayage appuie sur le manchon glissant (Figure 117) suite à une action appliquée sur la pédale d'embrayage (Figure 119) [28], ce manchon appuie à son tour sur les languettes du diaphragme, celui-ci se déforme alors et permet au plateau de pression de se déplacer et libérer le disque d'embrayage, l'arbre récepteur est désaccouplé au moteur.

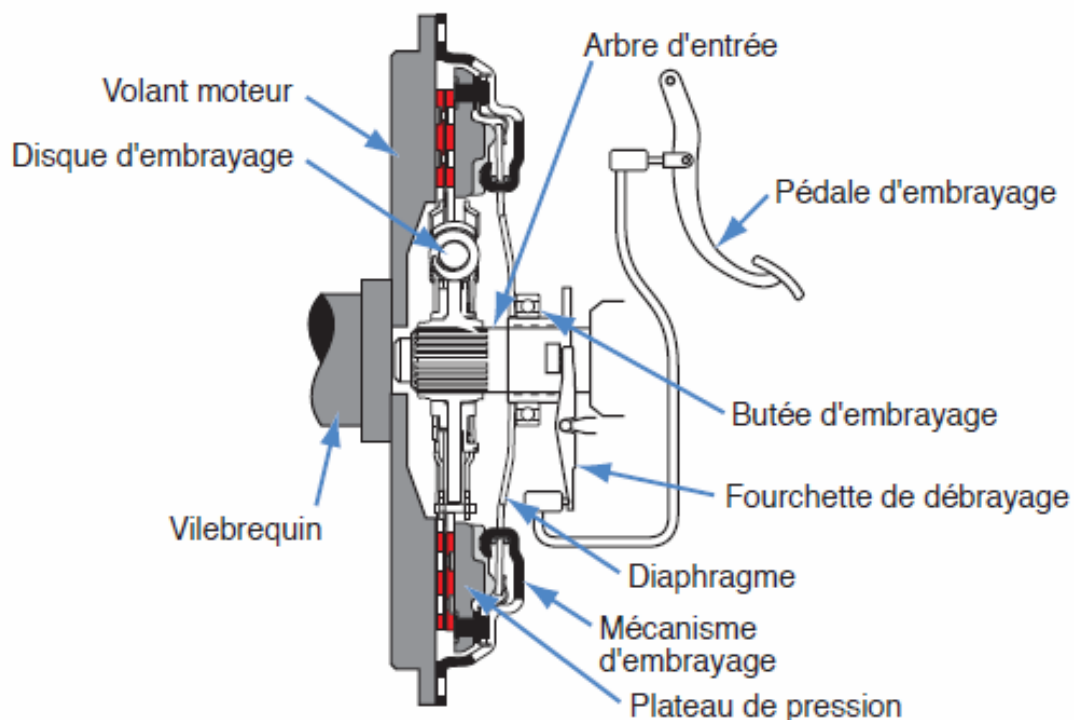
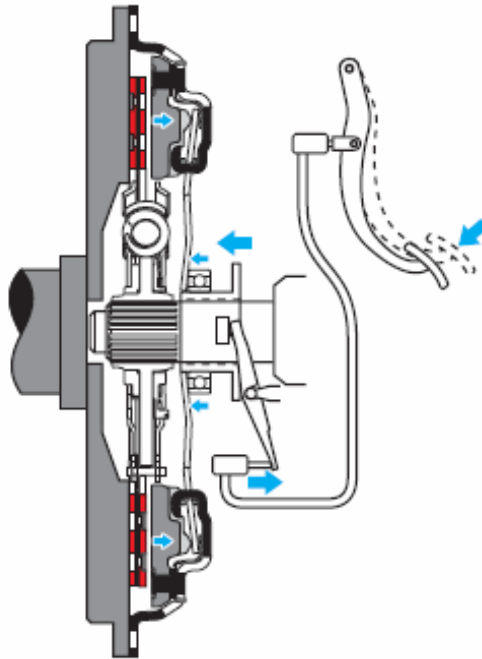


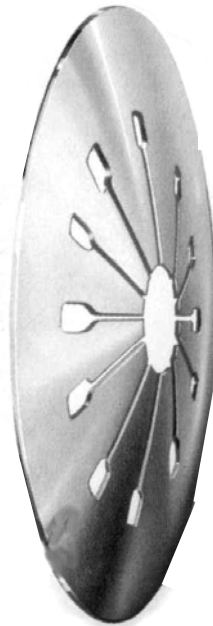
Figure 118 : Phase d'embrayage



**Figure 119 : Phase de débrayage**

#### **a) Diaphragme**

Le diaphragme est composé de plusieurs languettes ressorts trempées (Figure 120) [32], le rôle du diaphragme est l'application de la pression d'appui nécessaire pour avoir un couple d'adhérence entre les plateaux et la couronne de Ferodo. La forme circulaire du diaphragme permet d'appliquer une pression uniforme sur toute la surface circulaire de la garniture en Ferodo. L'effort du débrayage reste toujours faible par rapport à l'effort de pression d'appui afin de faciliter la manœuvre du débrayage.



**Figure 120 : Diaphragme**



## b) Disque d'embrayage

Le disque d'embrayage est composé de la garniture de friction possédant un coefficient de frottement élevé, un moyeu cannelé qui permet d'établir la liaison entre le disque d'embrayage et l'arbre primaire de la boîte de vitesses, un disque qui relie les garnitures avec le moyeu et des ressorts ; le rôle des ressorts est d'amortir les vibrations de torsion du moteur, amortir le choc de la transmission et évitent les à-coups de démarrage qui sont dus au patinage des garnitures d'embrayage (Figure 121) [17] ; l'amortissement permet aux pignons de la boîte de vitesses de s'engrener sans à-coups, il réduit également les vibrations et donc le bruit.

Les garnitures de friction sont assemblées avec le disque par des rivets, leur matériau est le Ferodo (matière à base d'amiante armé de fil de laiton), le coefficient de frottement sur la fonte est de l'ordre de 0,3 ; ce matériau résiste à l'usure, à la pression d'appui et aux températures élevées qui peuvent atteindre les 300°C.

Ressorts résorbent les vibrations de torsion

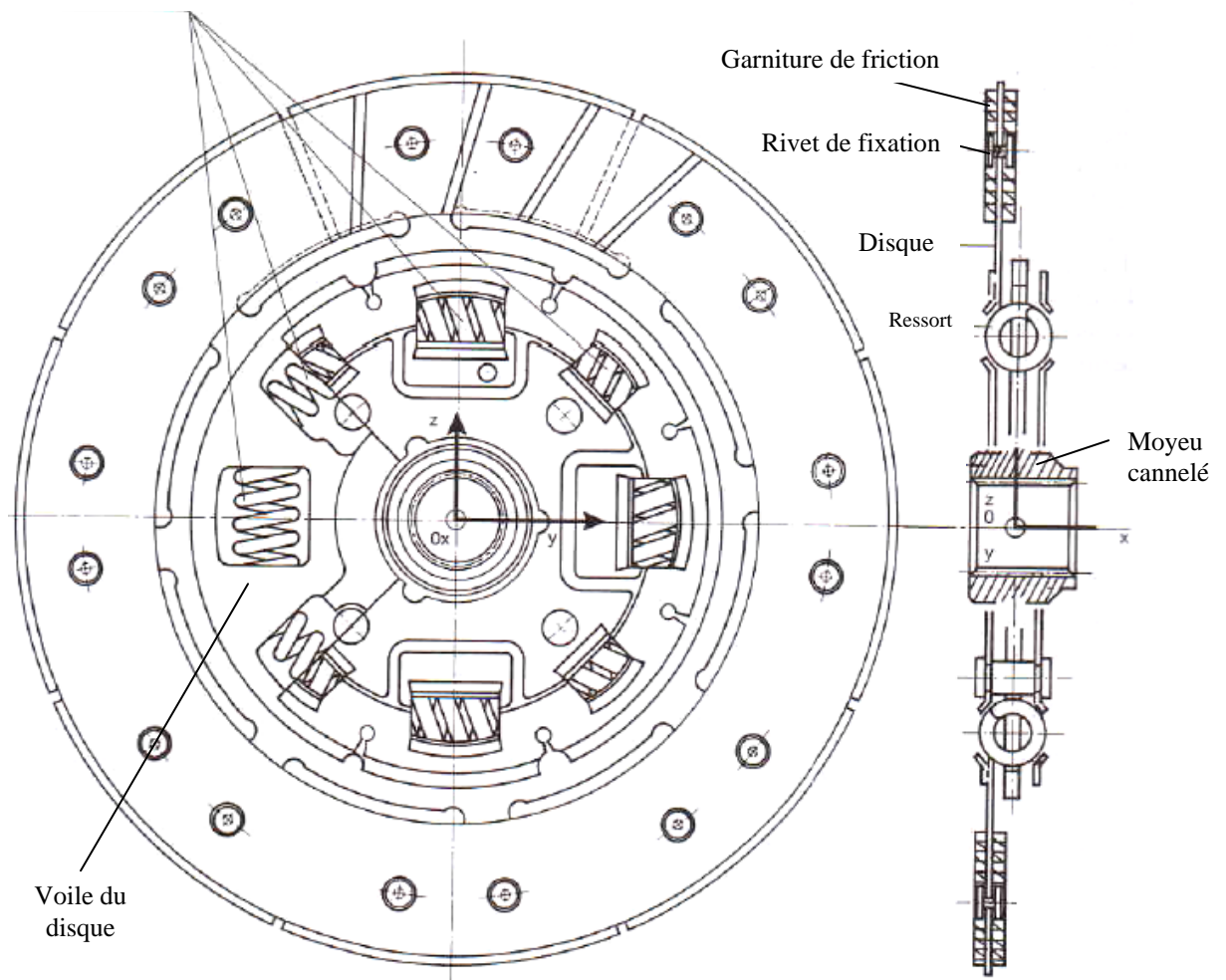


Figure 121 : Disque d'embrayage

## 4.2 Matériaux de la garniture de friction

Le fonctionnement des roues de friction, limiteur de couple, embrayage et frein est basé sur les forces de frottement engendrées entre les surfaces de contact, ces surfaces doivent résister aux vibrations et chocs, frottement, températures élevées, usure et pression d'appui.

Les nouvelles garnitures de friction sont réalisées en matériaux organiques (fibre de verre et des fils de cuivre et de laiton incorporés une résine). Ces matériaux sont écologiques car les métaux lourds comme le plomb et l'amiante ne sont plus utilisés.

En effet, le coefficient du frottement dépend de la nature des matériaux en friction, de l'état des surfaces en contact et de la température d'utilisation, la température et la pression maximales qu'on ne doit pas les dépasser pour une garniture de friction dépendent du matériau de ce dernier.

Le Tableau 15 [9] donne quelques valeurs du coefficient de frottement, température et pression maximale pour certains matériaux utilisés dans les garnitures des freins et embrayages.

<b>Matériau de la garniture</b>	<b>Matériau du plateau</b>	<b>Coefficient de frottement (à sec)</b>	<b>Température maximale (°C)</b>	<b>Pression maximale (MPa)</b>
Cuir	Fonte ou acier	0,3 – 0,5	100	0,25
Feutre	Fonte ou acier	0,22	140	0,1
Amiante	Fonte ou acier	0,2 – 0,5	250	1

**Tableau 15 : Propriétés des matériaux de la garniture de friction**

### 4.3 Calcul des embrayages

Pour un seul disque d'embrayage (Figure 122), la force axiale appliquée sur ce disque est donnée par la relation suivante :

$$F = P.S = P \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \quad (7-7)$$

$P$  est la pression d'appui des plateaux sur la garniture du disque,  $S$  est la surface de contact,  $D$  est le diamètre extérieur du disque et  $d$  est le diamètre intérieur.

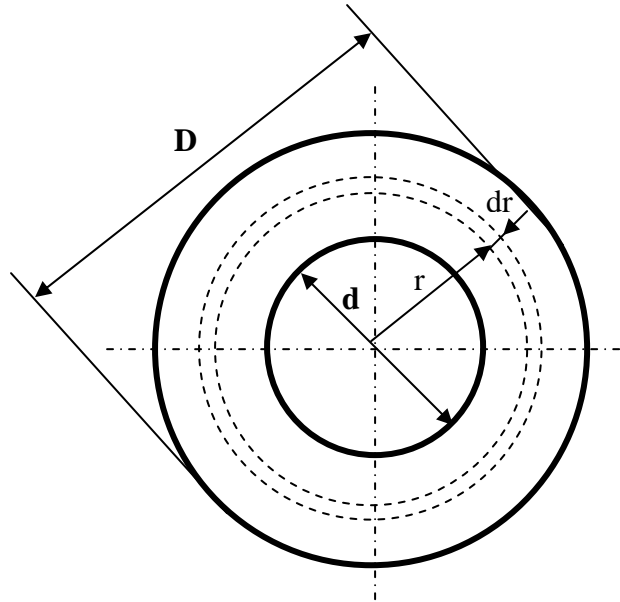


Figure 122 : Diamètres intérieur et extérieur du disque d'embrayage

On suppose que nous avons que deux surfaces qui frottent avec un coefficient de frottement  $f_r$ , l'une contre l'autre c'est-à-dire une paire de surfaces de contact, le couple d'adhérence est calculé alors par :

$$C_a = \int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_{d/2}^{D/2} P \cdot f_r \cdot r^2 dr \quad (7-8)$$

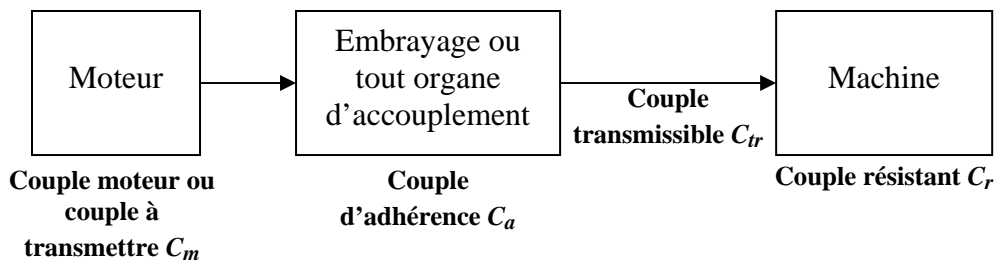
$$C_a = \frac{\pi \cdot P \cdot f_r}{12} (D^3 - d^3) \quad (7-9)$$

La pression d'appui doit être inférieure à la pression maximale admissible du matériau de la garniture de friction afin d'éviter l'écrasement de celle-ci, la température générée par friction doit être elle aussi inférieure à la température maximale admissible.

### 4.3.1 Embrayage multi disques

Dans un système de transmission (Figure 123), le couple transmissible est inférieur au couple moteur car une partie de ce couple est perdue par frottement dans les paliers, engrenages, etc. Le couple développé au niveau de l'organe d'accouplement est le couple d'adhérence provoqué par la force d'adhérence nécessaire pour maintenir les deux plateaux de l'organe d'accouplement en contact. Les conditions suivantes doivent être vérifiées pour avoir une bonne transmission :

- Le couple moteur  $C_m$  doit être inférieur au couple d'adhérence  $C_a$  pour éviter le patinage du disque d'embrayage.
- Le couple transmissible  $C_{tr}$  doit être supérieur au couple résistant  $C_r$  pour entraîner la machine.
- Le couple moteur  $C_m$  doit être supérieur au couple résistant  $C_r$  sinon le moteur cale.



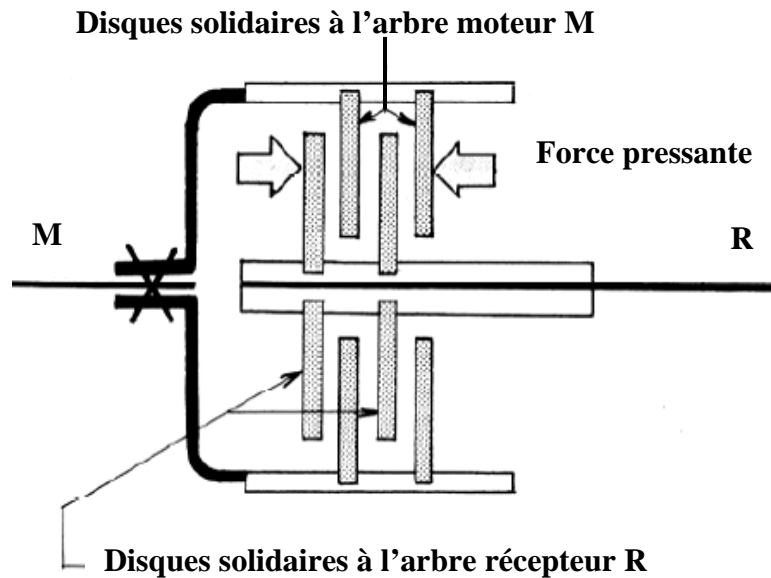
**Figure 123 : Couples développés dans un système de transmission**

Pour faire entraîner une charge très importante comme un camion chargé de marchandise, il faut avoir un couple transmissible très important et supérieur au couple résistant de ce camion, ceci veut dire qu'il faut augmenter le couple moteur et par conséquent le couple d'adhérence. En effet, comme nous l'avons vu que pour un seul disque, le couple d'adhérence est proportionnel au coefficient de frottement, diamètre moyen de la garniture de friction et la pression d'appui. L'augmentation de la pression d'appui afin d'augmenter le couple d'adhérence peut nuire le matériau de la garniture, ainsi l'augmentation du diamètre moyen rend l'embrayage plus encombrant, la seule solution est de multiplier le nombre des disques et donc le nombre des surfaces frottantes afin d'augmenter le couple d'adhérence. La multiplication des disques a un aspect avantageux sur la répartition de l'usure sur tous les disques et prolonge la durée de vie du système.

Le couple d'adhérence est donné par :

$$C_a = \frac{\pi \cdot n \cdot P \cdot f_r}{12} (D^3 - d^3) \quad (7-10)$$

$n$  est le nombre de paires des surfaces en contact. L'exemple de la Figure 124 [32] montre un embrayage multi disques, le nombre  $n$  est égal à 3.



**Figure 124 : Embrayage multi disques**

#### 4.4 Systèmes de commande

L'énergie du système de commande du débrayage peut être :

Mécanique : Le câble d'embrayage est l'organe qui actionne la fourchette,

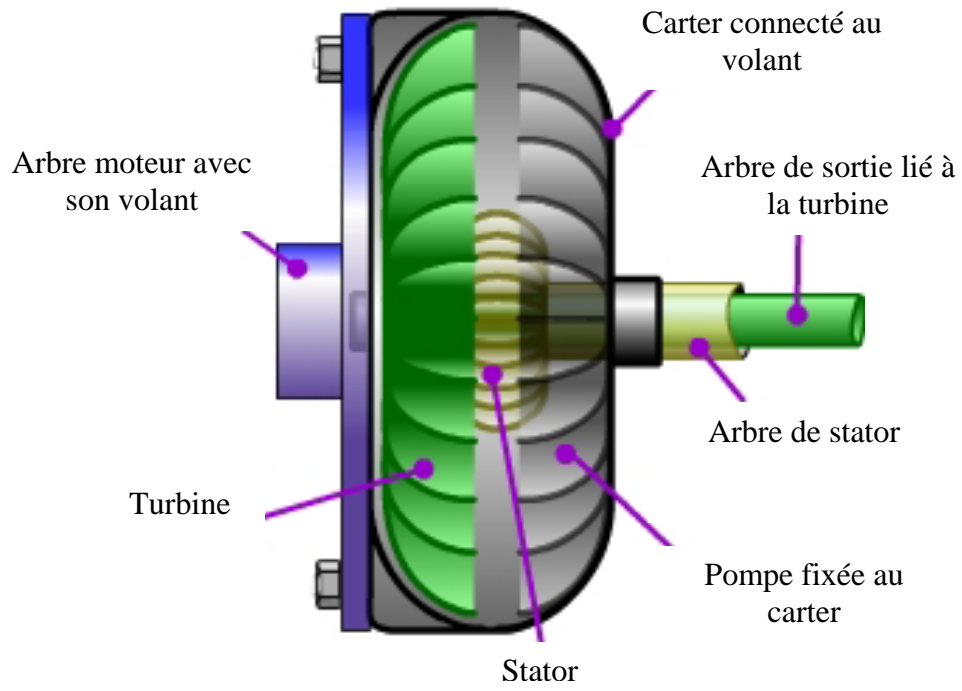
Electromagnétique : Le champ magnétique crée, attire le plateau de pression qui serre la garniture de friction contre le volant moteur,

Hydraulique ou pneumatique : Ce système de commande réduit l'effort appliqué sur la pédale du débrayage, cette commande compense l'usure de la garniture de friction par augmentation du volume d'injection d'huile dans le cas d'un système de commande hydraulique ou par augmentation du volume d'air comprimé dans le cas d'un système de commande pneumatique.

#### 4.5 Embrayage automatique pour boîtes vitesses automatiques

C'est un convertisseur de couple qui ressemble au coupleur avec la seule différence est l'ajout d'un stator entre la turbine et la pompe (Figure 125) [29], ces deux derniers réalisent seules un coupleur hydraulique, le stator est l'organe qui permet d'effectuer la conversion du couple en multipliant ou en démultipliant le couple moteur. La pompe est reliée à l'arbre moteur, la turbine est reliée à l'arbre récepteur tandis que le stator est monté entre les deux. A la position d'arrêt, il y a que la pompe qui tourne, la turbine est immobilisée. Au moment du démarrage du moteur, le stator joue un rôle de bouchon, la vitesse de la turbine est réduite, ce qui fait croître le couple du démarrage.

Les convertisseurs de couple sont montés dans la majorité des cas sur les boîtes de vitesses automatiques.



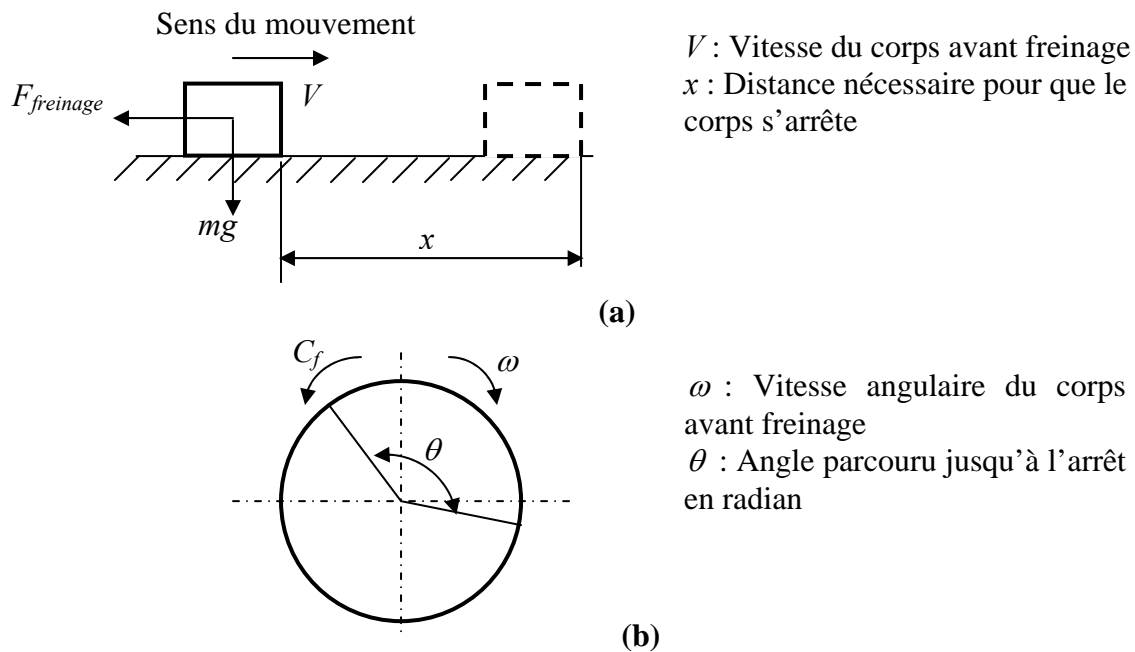
**Figure 125 : Convertisseur de couple**

## 5. Les freins

Le frein est un organe de sécurité destiné soit à immobiliser complètement le mouvement d'une machine ou véhicule (exemple : frein à main) ; soit à régler la vitesse de rotation, ralentir ou arrêter le mouvement d'un mécanisme. Un frein est très semblable à un embrayage mais la seule différence est que pour le frein un disque est fixe et l'autre est mobile alors pour un embrayage, les deux disques sont mobiles.

### 5.1 Force de freinage

On considère deux corps, le premier corps est animé d'un mouvement de translation (Figure 126 (a)) et le deuxième corps est animé d'un mouvement de rotation (Figure 126 (b)).



**Figure 126 : Freinage de deux corps un en translation et l'autre en rotation**

Le frein moteur (frottement mécanique de la transmission, résistance à l'air) des corps précédents reste insuffisant car il ne permet pas un arrêt rapide, il faudrait appliquer une force de freinage ou un couple de freinage sur le corps en mouvement à l'aide d'un système de friction pour avoir un arrêt rapide.

La force de freinage d'un corps animé en mouvement de translation est calculée par le théorème de l'énergie cinétique :

$$\sum W_{ext} = \Delta E_c \quad (7-11)$$

La vitesse à l'arrêt est nulle, donc l'énergie cinétique à l'arrêt est aussi nulle, la relation précédente devient :

$$F_{freinage} \cdot x = \frac{1}{2} m V^2 \quad (7-12)$$

La force exercée  $F_{freinage}$  sur le corps pour effectuer le freinage est proportionnelle à la masse du corps  $m$ , au carrée de la vitesse  $V$  du corps et inversement proportionnelle à la distance d'arrêt nécessaire pour que le corps s'arrête  $x$ .

Le couple de freinage d'un corps animé en mouvement de rotation est calculé par le théorème de l'énergie cinétique décrit dans la relation (7-11). La vitesse angulaire à l'arrêt est nulle, donc l'énergie cinétique à l'arrêt est aussi nulle, la relation (7-11) devient :

$$C_f \cdot \theta = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (7-13)$$

La couple exercé  $C_f$  sur le corps pour effectuer le freinage est proportionnel au moment d'inertie massique de la roue  $J$ , au carrée de la vitesse angulaire  $\omega$  du corps et inversement proportionnel à l'angle  $\theta$  parcouru jusqu'à l'arrêt. L'énergie cinétique des corps mobiles est transformée en chaleur après freinage puis se dissipera dans l'air ambiant.

## 5.2 Durée du ralentissement jusqu'à l'arrêt

Le temps nécessaire pour que les corps animés en mouvement de translation et de rotation est calculé par la deuxième loi de la dynamique :

En translation :

$$\sum F = m\gamma = F_{freinage} \text{ avec } \gamma = V/t \quad (7-14)$$

$\gamma$  est la décélération linéaire, le temps nécessaire au corps animé en mouvement de translation pour qu'il s'arrête après freinage est donné par :

$$t = mV / F_{freinage} \quad (7-15)$$

En rotation :

$$\sum M = J \dot{\omega} = C_f \text{ avec } \dot{\omega} = \omega/t \quad (7-16)$$

$\dot{\omega}$  est la décélération angulaire, le temps nécessaire au corps animé en mouvement de rotation pour qu'il s'arrête après freinage est donné par :

$$t = J\omega / C_f \quad (7-17)$$

## 5.3 Différents types des freins

### 5.3.1 Freins à enroulement

Ils sont utilisés dans les appareils de levage (grue, pont roulant, treuil, monte-charge, etc), une partie de câble, bande ou corde est enroulé sur une poulie (Figure 127) [30], une extrémité du câble est fixe, l'autre extrémité est lié à un tendeur mécanique du câble. Le couple de freinage est généré par la force appliquée sur le brin tendu  $T$ , cette force est dirigée en sens inverse du mouvement de la poulie et elle est supérieure à la force du brin mou  $t$ .



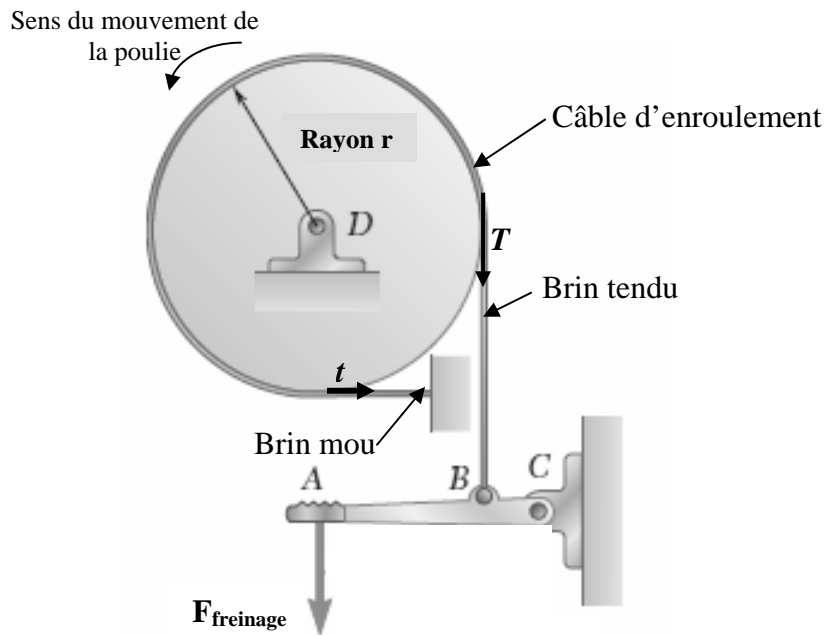
Nous avons vu dans le **Chapitre 5** (paragraphe 1.6) que la force  $T$  est calculée par :

$$T = t.e^{\lambda.f_r.\alpha_1} \quad (7-18)$$

$f_r$  est le coefficient de frottement entre la courroie et la poulie,  $\lambda f_r$  est le coefficient d'adhérence.  $\lambda$  est un facteur compris entre 0 et 1,  $\alpha_1$  est l'angle d'enroulement en radian.

Le couple de freinage est égal :

$$C_f = (T - t).r \quad (7-19)$$

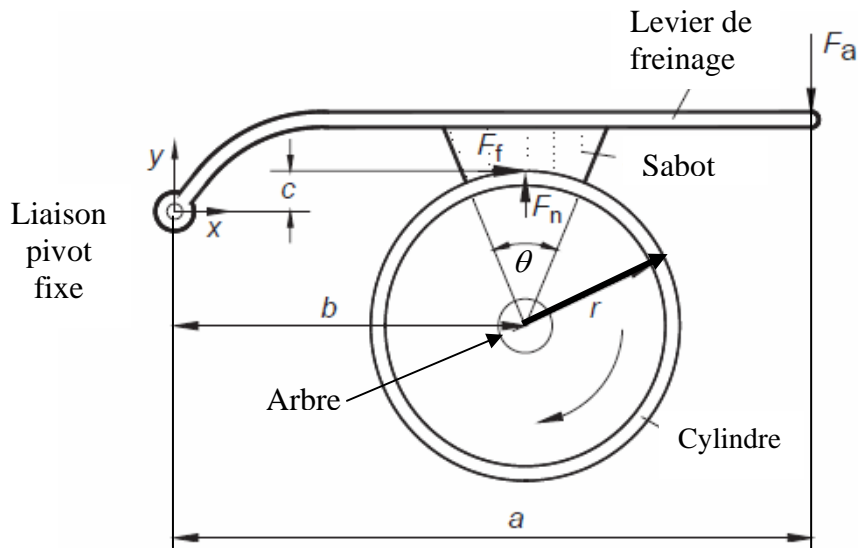


**Figure 127 : Frein à enroulement**

### 5.3.2 Freins à sabot

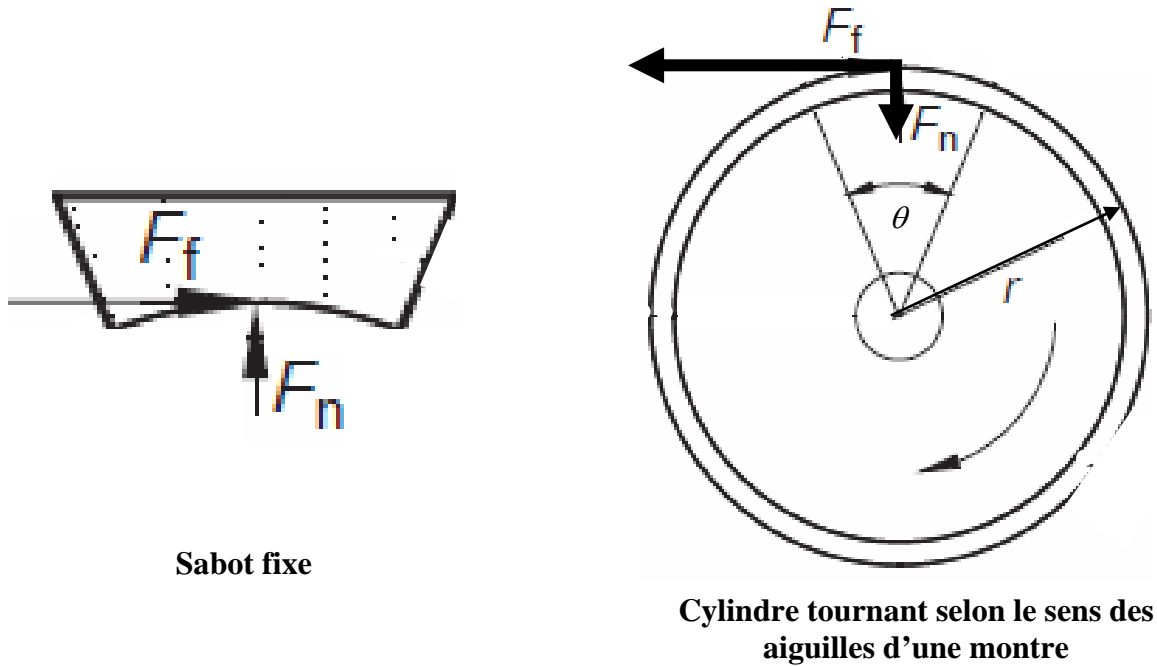
Ils sont utilisés dans les véhicules hippomobiles, wagons, locomotives, etc. Le frein à sabot est constitué d'un levier de freinage muni d'un sabot (Figure 128) [23], celui-ci applique la force de friction ou le couple de freinage sur le cylindre qui à sont tour freine l'arbre, le matériau de ce sabot possède un coefficient de frottement élevé, il peut atteindre 0,5 pour un frottement bois sur acier ou fonte, ainsi nous devons pas dépasser la pression maximale admissible du contact pour éviter l'écrasement du sabot, cette pression maximale admissible est une caractéristique propre au matériau du sabot. La pression appliquée par le sabot sur la surface du cylindre est supposée constante.

Une grande force  $F_a$  provoque une augmentation de la flexion de l'arbre et une augmentation des réactions au niveau des appuis.



**Figure 128 : Frein à sabot court**

En isolant les deux parties actives du frein (sabot et cylindre), nous obtenons la distribution des forces de contact et de frottement comme c'est indiqué sur la figure ci-dessous [23] :



**Figure 129 : Parties du frein à sabot isolées**

Sur le cylindre, la force tangentielle ou la force de frottement est dirigée en sens inverse du mouvement de rotation du cylindre, elle s'oppose au mouvement de celui-ci, cette même force tend à entraîner le sabot dans le même sens du mouvement de rotation du cylindre.

La force  $F_{n\ Max}$  maximale qu'on doit pas la dépasser est donnée par :

$$F_{n\ Max} = P_{Max} \cdot r \cdot \theta \cdot b \quad (7-20)$$

$P_{Max}$  est la pression maximale admissible du matériau du sabot,  $b$  est la largeur du sabot et  $\theta$  est l'angle de contact entre le sabot et le cylindre, il est exprimé en radian.

La force de friction  $F_f$  est calculée par :

$$F_f = f_r \cdot F_n \quad (7-21)$$

$f_r$  est le coefficient de frottement entre le cylindre et le sabot.

Le couple de freinage  $C_f$  est alors égal à :

$$C_f = F_f \cdot r = f_r \cdot F_n \cdot r \quad (7-22)$$

La somme des moments par rapport au point pivot (voir Figure 128) est égale à :

$$aF_a + cF_f - bF_n = 0 \quad (7-23)$$

Remplaçons la valeur  $F_f$  dans l'équation précédente :

$$aF_a + c \cdot f_r \cdot F_n - bF_n = 0 \quad (7-24)$$

La force normale  $F_n$  est égale alors :

$$F_n = \frac{aF_a}{b - cf_r} \quad (7-25)$$

La force de friction  $F_f$  devient égale alors :

$$F_f = \frac{f_r a F_a}{b - cf_r} \quad (7-26)$$

Le couple de freinage  $C_f$  est alors égal à :

$$C_f = \frac{r f_r a F_a}{b - cf_r} \quad (7-27)$$

En effet, la valeur de  $b$  doit être supérieure à  $cf_r$ , sinon on aura une force d'action  $F_a$  nulle ou négative, ce qui rend le système verrouillé (auto-serreur), il faut éviter cette situation en prenant  $b > cf_r$ .

Si le cylindre de la Figure 128 tourne en sens inverse des aiguilles d'une montre alors, la force d'action  $F_a$  et le couple de freinage seront toujours positives et le frein à tendance d'être auto-serrage [9], le couple de freinage  $C_f$  sera égal à :

$$C_f = \frac{r f_r a F_a}{b + cf_r} \quad (7-28)$$

Les réactions  $R_x$  et  $R_y$  sont égales à :

$$R_x = -F_f \quad (7-29)$$

$$R_y = F_a - F_n \quad (7-30)$$

### 5.3.3 Freins à tambours ou à mâchoires

Le frein à mâchoires (Figure 130) [23] est utilisé généralement dans les automobiles, il est composé de deux mâchoires munies de deux garnitures de friction et un tambour fixé sur la roue mobile. Les deux parties inférieures des deux mâchoires pivotent sur deux axes fixes, les deux parties supérieures sont actionnées par un vérin hydraulique à deux pistons par lequel est fourni l'effort de freinage, un ressort de rappel permet d'annuler la force de freinage quand la pédale de freinage est lâchée en décompressant le vérin hydraulique.

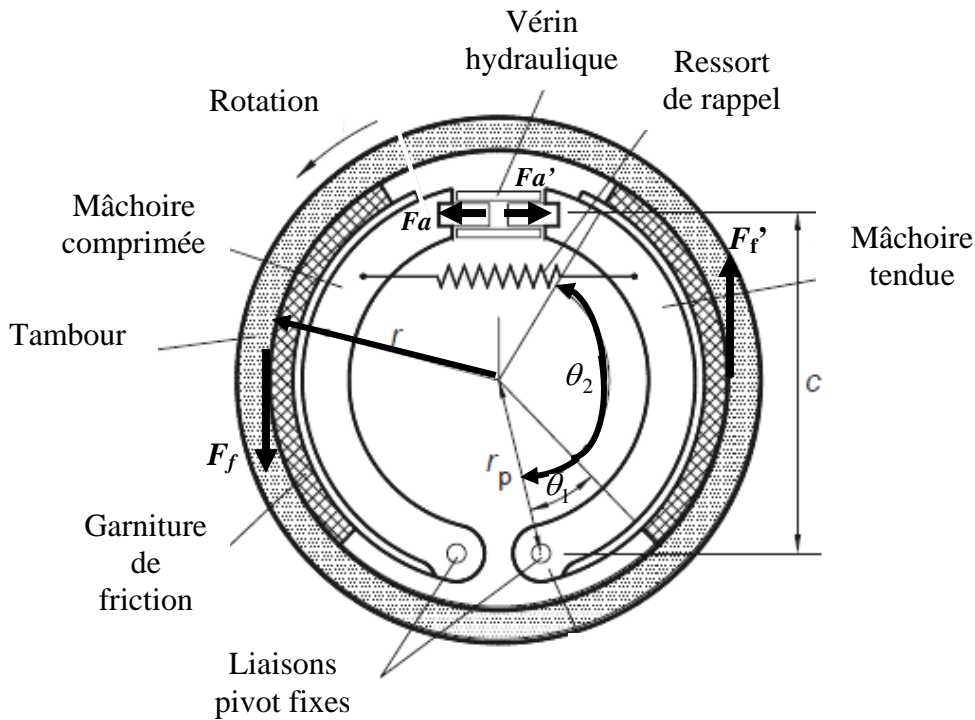


Figure 130 : Freins à mâchoires

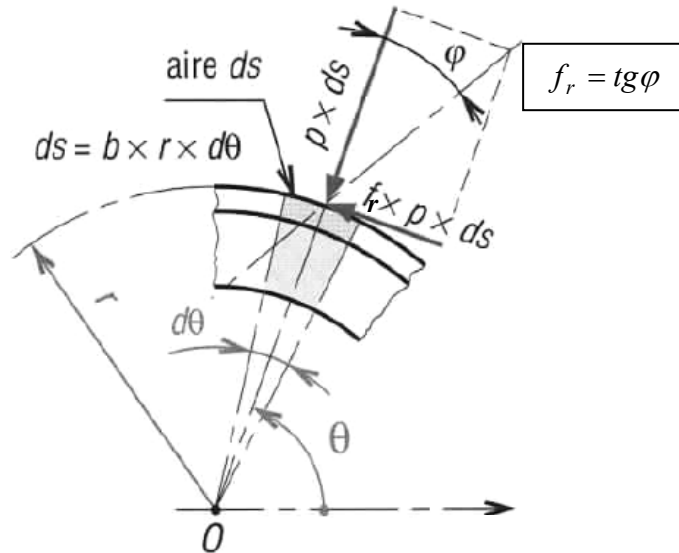
La force tangentielle  $F_f$  dirigée suivant le sens de rotation du tambour et la force de freinage  $F_a$  tendent à pousser et à comprimer la mâchoire gauche contre le pivot fixe, d'où son nom mâchoire comprimée ou poussée.

La force tangentielle  $F_f'$  et la force de freinage  $F_a'$  s'exercent en sens contraire, tendent à tendre et à tirer la mâchoire droite de son axe d'articulation, d'où son nom mâchoire tendue.

La pression radiale  $p$  exercée par la garniture de friction sur le tambour pour n'importe quel angle  $\theta$  compris entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$  est :

$$p = P_a \frac{\sin \theta}{\sin \theta_a} \quad (7-31)$$

$P_a$  est la pression radiale maximale exercée par la garniture sur le tambour,  $\theta_a$  est l'angle auquel se trouve la pression maximale.



**Figure 131 : Forces appliquées sur un élément de contact de garniture**

En se servant de la Figure 131 [1], la force de frottement  $F_f$  est égale à :

$$F_f = \int_{\theta_1}^{\theta_2} f_r \cdot p \cdot dS = \int_{\theta_1}^{\theta_2} f_r \cdot p \cdot b \cdot r \cdot d\theta \quad (7-32)$$

$f_r$  est le coefficient de frottement entre la garniture de friction et le tambour,  $b$  est la largeur de la garniture,  $r$  est le rayon de la garniture ou le rayon intérieur du tambour.

Le couple de freinage  $C_f$  est alors égal à :

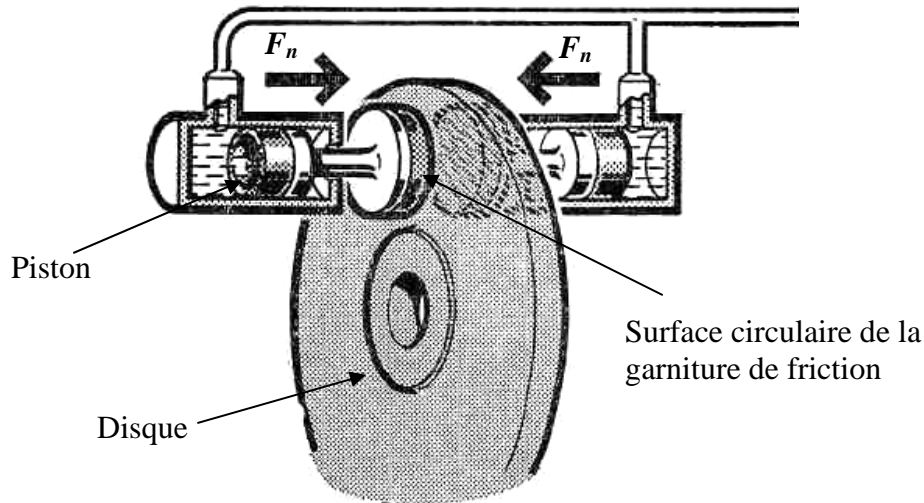
$$C_f = \int_{\theta_1}^{\theta_2} f_r \cdot p \cdot b \cdot r^2 \cdot d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} f_r \cdot P_a \cdot \frac{\sin \theta}{\sin \theta_a} \cdot b \cdot r^2 \cdot d\theta \quad (7-33)$$

$$C_f = \frac{f_r \cdot P_a \cdot b \cdot r^2}{\sin \theta_a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (7-34)$$

Les freins à mâchoires sont plus puissants mais moins stables en ce qui concerne le couple de freinage, alors que les freins à disques sont moins puissants mais plus stables.

### 5.3.4 Freins à disques

L'arbre à freiner est muni d'un disque plan (Figure 132) [31] qui tourne à l'intérieur d'un étrier muni de deux plaquettes de friction situées de part et d'autre du disque et pouvant être rapprochées simultanément par deux pistons hydrauliques, des joints toriques sont mises à l'intérieur des cylindres des deux vérins pour assurer l'étanchéité entre le piston et le cylindre, les plaquettes sont munies d'une garniture de friction très dure, collée ou directement montée sur les plaquettes. Ce type de frein offre des surfaces de friction planes, ce qui permet d'avoir un contact absolument régulier.



**Figure 132 : Frein à disque**

La force normale  $F_n$  est calculée par :

$$F_n = p \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad (7-35)$$

$p$  est la pression du piston exercée sur la garniture,  $d$  est le diamètre de la garniture.

Le couple de freinage  $C_f$  est alors égal :

$$C_f = 2F_t \cdot r = 2f_r \cdot F_n \cdot r \quad (7-36)$$

Le nombre 2 dans la relation précédente indique le nombre de surfaces de contact entre la garniture de friction et le disque.  $f_r$  est le coefficient de frottement entre la garniture et le disque,  $F_t$  est la force de friction ou la force tangentielle et  $r$  est le rayon du disque.

#### a) Avantages des freins à disques

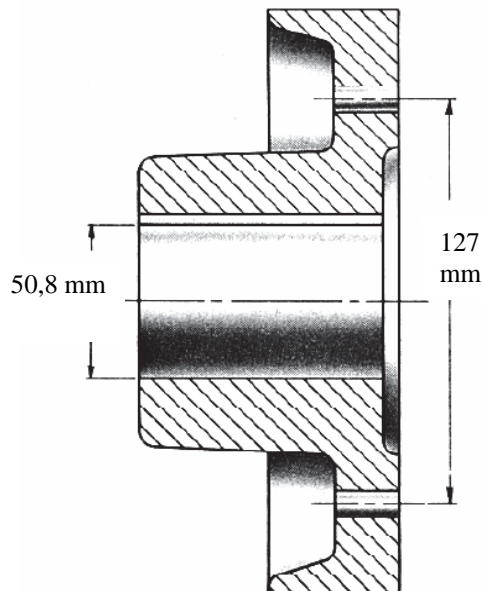
- Meilleure évacuation de la chaleur du disque car la garniture de friction recouvre qu'une partie de la périphérie du disque,
- Meilleure stabilité par suite de la facilité du refroidissement et de l'absence de déformation du disque sous l'effet du chauffage,
- Pas de force axiale appliquée sur le disque car les deux efforts appliqués sur le disque sont opposés et symétriques,
- Moins de déformations que les tambours,
- Remplacement rapide et facile des garnitures,
- Facilité de contrôle de l'usure des garnitures de friction, les garnitures doivent être remplacées une fois que l'usure atteint le fond de la fente de l'une d'elles, cette fente est réalisée sur cette garniture au moment de sa fabrication, elle a le rôle d'une jauge pour mesurer l'usure.
- Rattrapage du jeu créé par l'usure de la garniture.

## Travaux dirigés N°6 « Accouplements, embrayages & freins »

### Exercice N°1

Le plateau d'un accouplement rigide (figure ci-dessous) comporte 4 trous qui peuvent accueillir 4 boulons de serrage, le matériau de l'arbre est le même que le matériau des boulons, il s'agit de l'acier avec une contrainte d'écoulement  $R_e$ , le diamètre de l'arbre est  $D = 50,8\text{mm}$ , le diamètre du cercle qui passe par le centre des 4 boulons est  $D' = 127\text{mm}$ . Le facteur de concentration de contrainte pour effectuer le calcul de fatigue ou de choc de cet accouplement est  $K_t = 1,2$ .

- 1) En négligeant le couple résistant qui est dû au frottement entre les deux surfaces de contact des deux plateaux. Déterminer le diamètre minimal nécessaire de chaque boulon dans le cas où le couple de l'arbre menant sera transmis complètement aux 4 boulons.

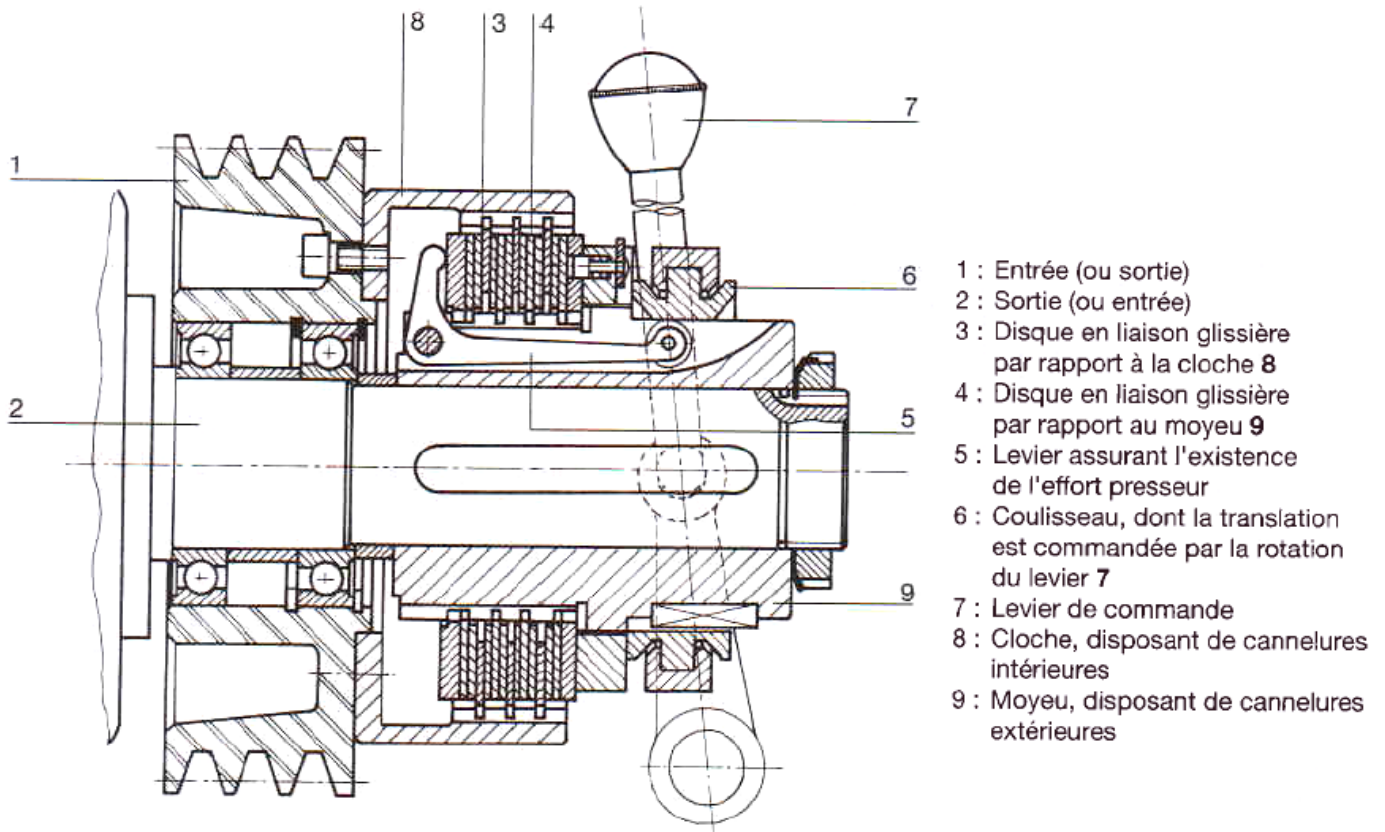


**Plateau d'un accouplement rigide**

## Exercice N°2

Un moteur d'une puissance  $P_u = 3800$  Watt tourne avec une vitesse de rotation  $N=750$  tr/min, le moteur fait tourner via une courroie multi-trapèze la poulie 1 (figure ci-dessous), celle-ci transmette le couple moteur à l'arbre mené à travers un embrayage multi-disque à commande mécanique. Le rayon intérieur des disques de la garniture d'embrayage est  $r_i = 38,1$  mm, le rayon extérieur est  $r_e = 69,85$  mm, les matériaux des disques sont bronze et acier, le coefficient de frottement bronze-acier est  $f_r = 0,1$  et la pression admissible des disques est  $P_{adm} = 0,35$  MPa.

- 1) Déterminer le nombre total  $n$  nécessaire des disques de bronze et acier.

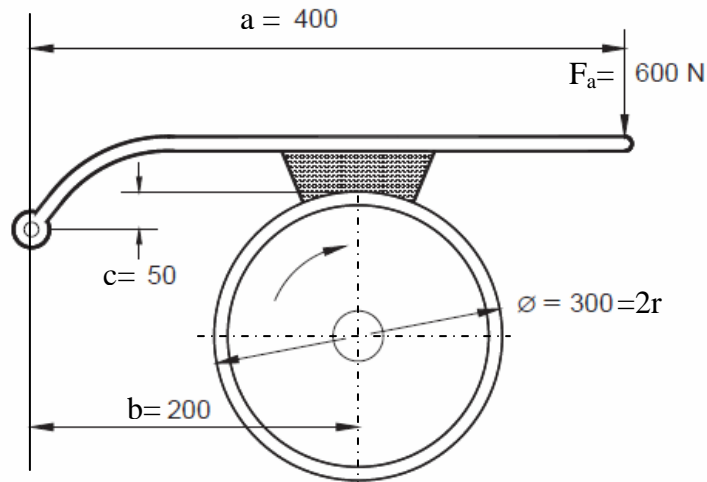


Embrayage multi disque à commande mécanique



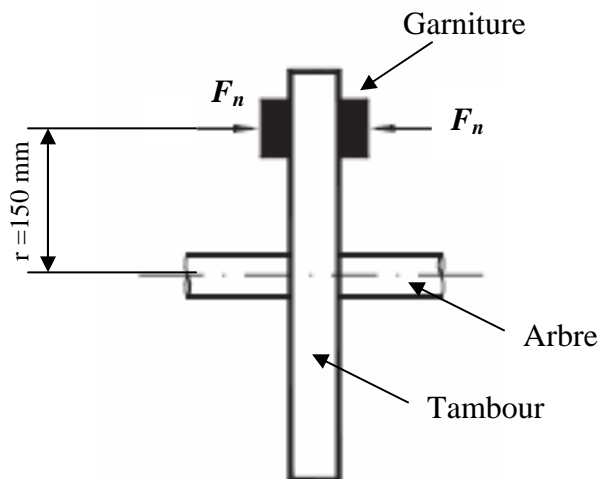
### Exercice N° 3

Déterminer le couple de freinage du frein à sabot décrit dans la figure ci-dessous, le coefficient de frottement  $f_r$  entre le sabot et le cylindre est égal à 0,35. Les dimensions sont en millimètres.



### Exercice N° 4

Un tambour possède un moment d'inertie massique  $J=100 \text{ kg.m}^2$  par rapport à son axe de rotation, tourne avec une vitesse angulaire  $\omega = 20 \text{ rad/s}$  ; le freinage de ce tambour se fait par deux garnitures qui applique sur celui-ci deux forces normales opposées  $F_n$  (voir figure ci-dessous), le freinage total est réalisé après 6 seconds pendant 3 tours. Sachant que le coefficient de frottement entre la garniture et le tambour est de 0,5, déterminer le couple de freinage et la force  $F_n$  qui correspond à ce couple.



# **Solutions des Travaux Dirigés**

## Solution des travaux dirigés N°1 « Liaisons mécaniques »

### Exercice 1 :

**Les classes d'équivalence :** Il existe 4 classes d'équivalences (voir figure ci-dessous)

Classe 1 E1 : Tige de guidage fixe

Classe 2 E2 : Glissière

Classe 3 E3 : Vis de serrage

Classe 4 E4 : Patin mobile de serrage

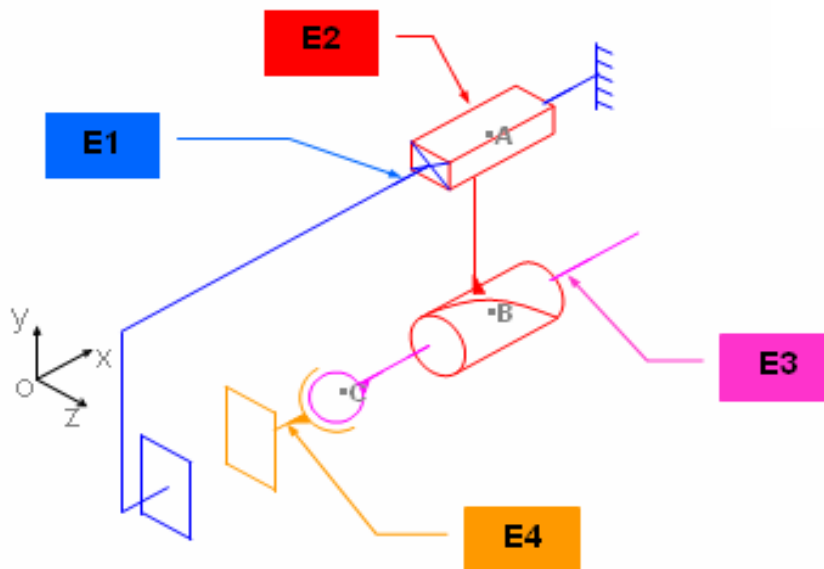
**Les différentes liaisons et leurs degrés de liberté :**

Liaison glissière entre classe 1 et classe 2 (Un degré de liberté : Une translation)

Liaison hélicoïdale glissière entre classe 2 et classe 3 (2 ddl : Une translation et une rotation)

Liaison rotule entre classe 3 et classe 4 (3 ddl : 3 rotations)

**Le schéma cinématique du serre-joint est :**



## Exercice 2 :

**Les classes d'équivalence :** Il existe 6 classes d'équivalences (voir figure ci-dessous)

Classe 1 E1 : Bâti fixe

Classe 2 E2 : Cylindre du vérin

Classe 3 E3 : Piston pneumatique

Classe 4 E4 : Bras de levier

Classe 5 E5 : Axe support

Classe 6 E6 : Poinçon

**Les différentes liaisons et leurs degrés de liberté :**

Liaison pivot entre classe 1 et classe 2 (Un degré de liberté : Une rotation).

Liaison glissière entre classe 2 et classe 3 (Un degré de liberté : Une translation).

Liaison pivot entre classe 3 et classe 4 (Un degré de liberté : Une rotation).

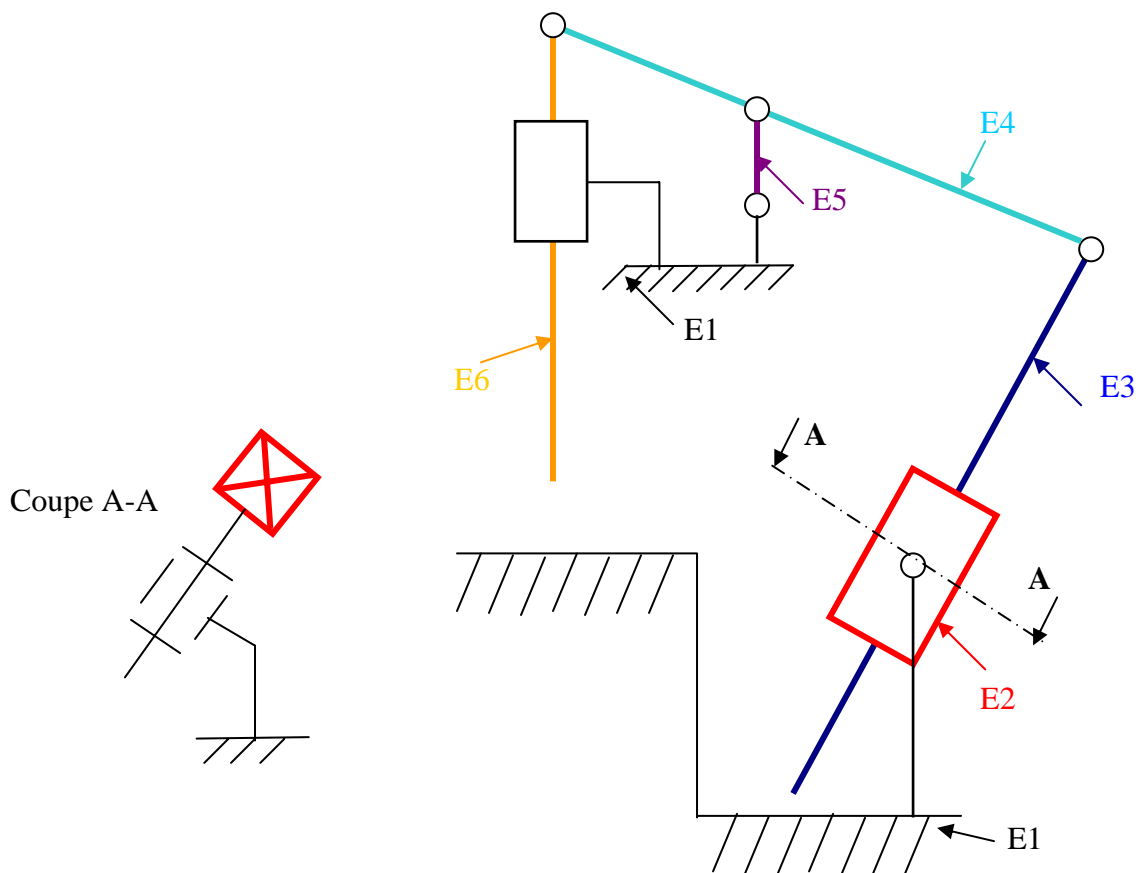
Liaison pivot entre classe 4 et classe 5 (Un degré de liberté : Une rotation).

Liaison pivot entre classe 5 et classe 1 (Un degré de liberté : Une rotation).

Liaison pivot entre classe 4 et classe 6 (Un degré de liberté : Une rotation).

Liaison glissière entre classe 6 et classe 1 (Un degré de liberté : Une translation).

**Le schéma cinématique du serre-joint est :**



## Solution des travaux dirigés N°2 « Eléments d'assemblage et leur calcul »

### Exercice N°1

1) Calculer le nombre des vis nécessaire afin qu'elles puissent tenir l'assemblage.

Calcul de la force extérieure générée par la pression  $P=20$  MPa :

$$F_{ext} = P.S = P.\pi.r^2, r \text{ est le rayon intérieur du cylindre, il est égal à } 70 \text{ mm.}$$

$$\text{A.N. } F_{ext} = 307720 \text{ N}$$

Calcul de la surface totale  $S_t$  des boulons

$$\text{En effet, } \frac{F_{ext}}{S_t} \leq \sigma_{adm} = \frac{Re}{Cs} \Rightarrow S_t \geq \frac{F_{ext}.Cs}{Re}$$

$$\text{A.N. } S_t \geq 615,44 \text{ mm}^2$$

Calcul de la section minimale au fond de filet pour chaque vis

Le diamètre nominal  $d$  de la vis est 10 mm, le pas des filets est  $p = 1,5$  mm, le diamètre à fond de filet  $dn$  est calculé par :

$$dn = d - 1,2268.p ; \text{ A.N. } dn = 8,1598 \text{ mm}$$

La section d'une seule vis au fond de filet est :

$$S_{vis} = \pi \frac{dn^2}{4} ; \text{ A.N. } S_{vis} = 52,26 \text{ mm}^2$$

Le nombre des vis est égal :

$$\text{Nombre des vis} \geq \frac{S_t}{S_{vis}} ; \text{ A.N. Nombre des vis} = 12$$

2) À l'aide du tableau (issu de la norme NF-E25-030) déterminer le couple de serrage  $T$  et la force de serrage maximale est minimale.

$$T = 51 \text{ N.m} ; F_{0min} = 9376 \text{ N} ; F_{0max} = 21856 \text{ N.}$$

3) Calculer la contrainte maximale de traction appliquée sur la vis et vérifier bien si elle est inférieure à la contrainte admissible du matériau.

Calcul de l'effort extérieur qui reçoit chaque boulon  $F_E$

$$F_E = \frac{F_{ext}}{\text{Nombre des vis}} ; \text{ A.N. } F_E = 25643,33 \text{ N}$$

La force de traction appliquée à chaque vis est exprimée par :

$$F_b = F_{0max} + \lambda F_E ; \text{ le coefficient de rigidité de l'assemblage } \lambda = 0,1.$$

$$\text{A.N. } F_b = 24420,33 \text{ N}$$

La contrainte de traction appliquée sur chaque vis est  $\sigma_{trac} = F_b / S_{vis}$

$\sigma_{trac} = 467,28$  MPa ; cette contrainte est bien inférieure à la contrainte admissible  $Re/Cs$  et qui est égale à 500 MPa ; on peut conclure qu'il n'y a pas un risque de rupture des boulons.

## Exercice N°2

1) Calculer la force transmise sur chaque rivet  $F'$  en se basant sur le critère de cisaillement, sachant que  $\tau_{adm}$  du matériau des rivets est 170 MPa.

Nous avons deux sections cisailées, le critère de cisaillement dit que :

$$\frac{F'}{2S} < \tau_{adm} \Rightarrow F' < 2\pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot \tau_{adm} ; d \text{ est le diamètre du rivet } d = 10 \text{ mm.}$$

$$\text{A.N.} \Rightarrow F' < 26690 \text{ N.}$$

2) Déterminer la valeur minimale de  $t$  et  $t'$  ( $t=2t'$ ), ainsi le pas  $P$ .

Le critère de compression à l'interface du rivet est exprimé par la relation suivante :

$$\frac{F'}{d \cdot t} < \text{Re}_C \Rightarrow t > \frac{F'}{d \cdot \text{Re}_C}$$

$$\text{A.N. } t > 8,9 \text{ mm} ; \text{ puisque } t = 2t' \text{ alors l'épaisseur } t' \text{ doit être supérieure à } t/2 \text{ ou } 4,45 \text{ mm.}$$

Le critère de traction de la plaque pour un pas  $P$  est :

$$\frac{F'}{t(P-d)} < \text{Re}_T \Rightarrow P > \frac{F'}{t \cdot \text{Re}_T} + d$$

$$\text{A.N. } P > 20 \text{ mm}$$

3) Calculer la force totale  $F$  ; que pouvez-vous conclure ?

Pour avoir une distribution équitable des forces sur tous les rivets, la force totale  $F$  doit être inférieure à quatre fois la force appliquée  $F'$  sur chaque rivet.

$$F < 4F' \Rightarrow F < 106760 \text{ N}$$

On peut conclure que pour éviter la défaillance du joint dimensionné précédemment, il faut appliquer une force  $F$  ne dépassant pas 106760 N.

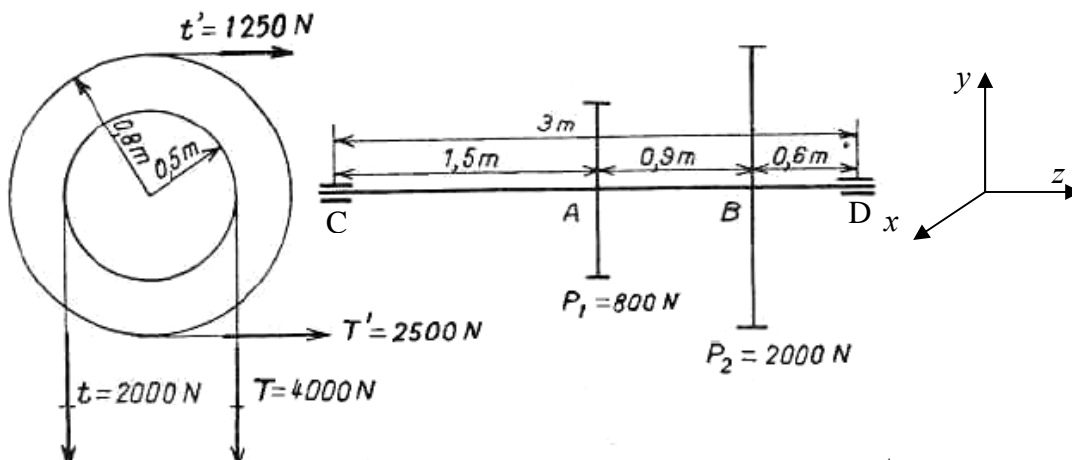
## Exercice N°3

Le montage le plus correct est le montage B car nous avons 4 sections des rivets qui peuvent être cisailées, alors que dans le montage A nous avons que 2 sections et le montage C aura 2 sections également mais n'est pas équilibré, ce dernier rivetage est similaire à un mauvais montage réalisé sur un avion japonais pour réparer une fissure, ce mauvais rivetage était la cause de la catastrophe aérienne mortelle de cet avion et qui a coûté la vie de 520 personnes.

# Solution des travaux dirigés N° 3 « Eléments de transmission du mouvement »

## Exercice N°1

1) Calculer le diamètre minimal de l'arbre  $d_{min}$ .



Calcul des réactions suivant le plan vertical  $y$

$$\sum F_{/y} = 0 \Rightarrow R_{Cy} + R_{Dy} - t - T - P_1 - P_2 = 0$$

$$\sum M_{/C} = 0 \Rightarrow -3R_{Dy} + 1,5(t + T + P_1) + 2,4P_2 = 0$$

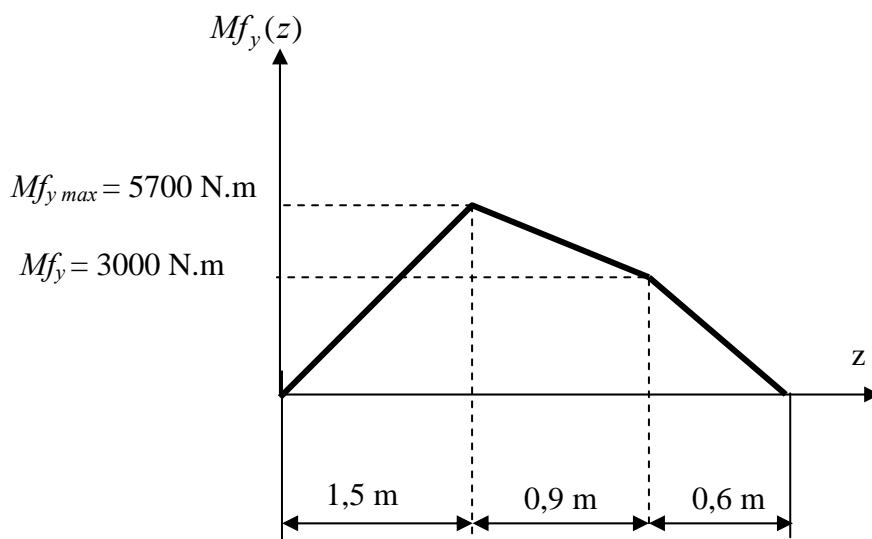
En résolvant les deux équations de la statique précédentes, on trouve  $R_{Cy} = 3800N$  et  $R_{Dy} = 5000N$ .

Diagramme du moment fléchissant  $Mf_y(z)$

$$0 < z < 1,5 ; Mf_y(z) = R_{Cy} \cdot z = 3800z$$

$$1,5 < z < 2,4 ; Mf_y(z) = R_{Cy} \cdot z - (t + T + P_1)(z - 1,5) = -3000z + 10200$$

$$2,4 < z < 3 ; Mf_y(z) = R_{Cy} \cdot z - (t + T + P_1)(z - 1,5) - P_2(z - 2,4) = -5000z + 15000$$



Calcul des réactions suivant le plan vertical  $x$

$$\sum F_{/x} = 0 \Rightarrow R_{Cx} + R_{Dx} - t' - T' = 0$$

$$\sum M_{/C} = 0 \Rightarrow -3R_{Dx} + 2,4(t' + T') = 0$$

En résolvant les deux équations de la statique précédentes, on trouve  $R_{Cx} = 750N$  et  $R_{Dx} = 3000N$ .

Diagramme du moment fléchissant  $Mf_x(z)$

$$0 < z < 2,4 ; Mf_x(z) = R_{Cx} \cdot z = 750z$$

$$2,4 < z < 3 ; Mf_x(z) = R_{Cx} \cdot z - (t' + T')(z - 2,4) = -3000z + 9000$$

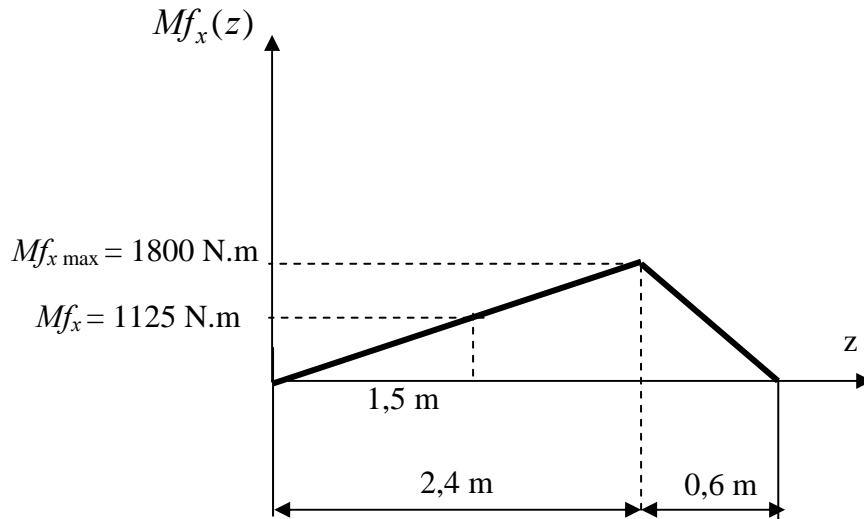
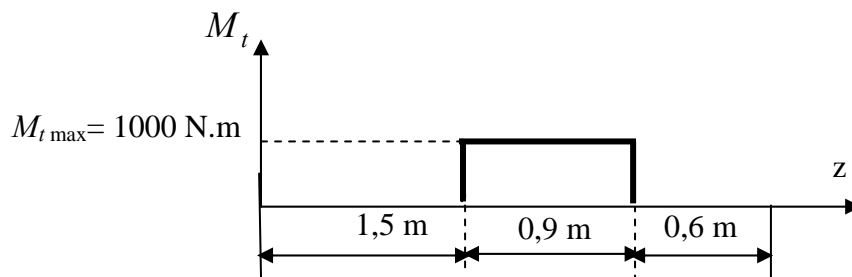


Diagramme du moment de torsion  $M_t(z)$

$$M_t = \frac{1}{2}(T - t) = 0,8(T' - t')$$

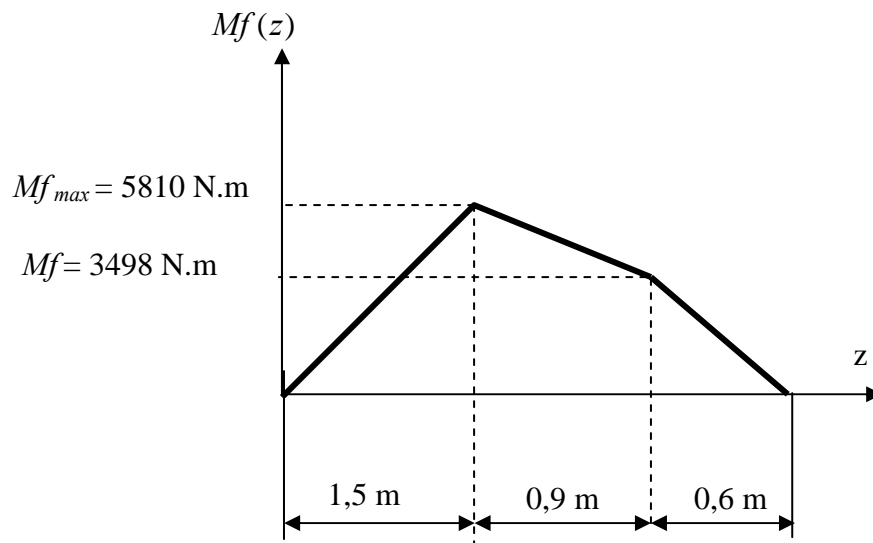
A.N.  $M_t = 1000 N.m$





On additionne les moments fléchissant vertical et horizontal et on trace le diagramme du moment fléchissant résultant pour déterminer le moment fléchissant résultant maximal. Le moment fléchissant résultant est calculé par la relation suivante :

$$Mf(z) = \sqrt{Mf_x^2(z) + Mf_y^2(z)}$$



On calcule le moment équivalent maximal  $Mi$  tel que :

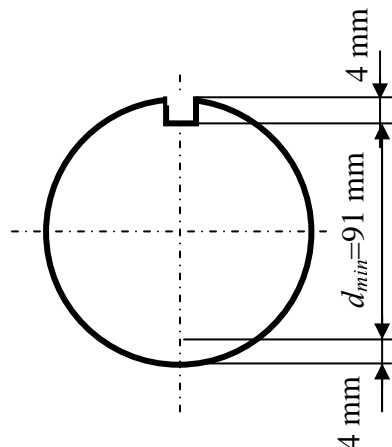
$$Mi = \sqrt{Mf_{max}^2 + M_{t_{max}}^2} = \sqrt{5810^2 + 1000^2} = 5895 \text{ N.m}$$

Le diamètre minimal  $d_{min}$  de l'arbre peut être calculé par la relation suivante :

$$d > \sqrt[3]{\frac{32Mi}{\pi\sigma_{adm}}}, \text{ la contrainte admissible } \sigma_{adm} = Re/Cs = 96/1,2 = 80 \text{ MPa}.$$

A.N.  $d_{min} > 91 \text{ mm}$

2) Sachant que la loge de la clavette pour les deux poulies est 4 mm. Dessiner la section minimale de l'arbre au niveau de la clavette et définir le diamètre définitif de l'arbre  $d$ .



Le diamètre définitif de l'arbre  $d$  sera égal : 99 mm.

## Exercice N°2

1) Calculer l'effort tranchant en *Newton* auquel est soumise la clavette.

Le diamètre de l'arbre  $d$  qu'on a calculé précédemment est égal à 99 mm. Le moment de torsion est :

$$M_t = T \cdot \frac{d}{2}$$

Nous déduisons alors l'effort tranchant  $T$  :

$$T = \frac{2M_t}{d} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 1000}{99} = 20202 \text{ N}$$

2) Calculer la longueur minimale de la clavette  $l$  (sachant qu'on doit respecter le critère de résistance en cisaillement).

Calcul de la contrainte de cisaillement admissible  $\tau_{adm}$  :

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{2} = \frac{Re/Cs}{2} = \frac{200/1,2}{2} = 83,33 \text{ MPa}$$

La contrainte de cisaillement générée au niveau de la clavette est :

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{T}{l \cdot 10}, \text{ cette contrainte doit être inférieure à la contrainte admissible } \tau_{adm} \text{ pour éviter le}$$

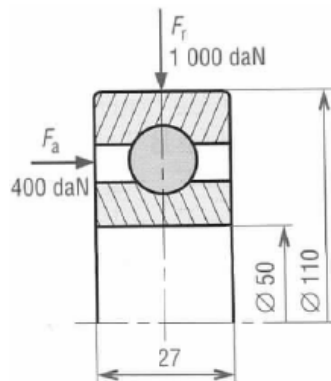
cisaillement de la clavette, l'inconnue qu'on cherche est la longueur de la clavette, elle sera calculée par :

$$\tau < \tau_{adm} \Rightarrow \frac{T}{10l} < \tau_{adm} \Rightarrow l > \frac{T}{10 \cdot \tau_{adm}}$$

A.N.  $l > 24,24 \text{ mm}$

### Exercice N°3

1) Déterminer la durée de vie du roulement si la vitesse de rotation  $N$  de l'arbre est de 150 tr/min.



En utilisant la Table 2 de l'annexe présentée dans l'énoncé de l'exercice 4 (TD3) et en connaissant les dimensions de notre roulement  $d=50$  mm,  $D=110$  mm, alors nous pouvons déterminer la charge  $C=6200$  daN et  $C_0 = 3800$  daN

Calcul de la charge équivalente  $P$  :

Pour déterminer  $Y$ , il faut qu'on calcul le rapport  $F_a/C_0$

$\frac{F_a}{C_0} = 0,105$  ; d'après la Table 1 de l'annexe présentée dans l'énoncé de l'exercice 4 (TD3), cette

valeur 0,105 est comprise entre 0,084 et 0,110, par correspondance la valeur de  $e$  sera située entre 0,28 et 0,30 et la valeur de  $Y$  entre 1,45 et 1,55, par interpolation on trouve  $Y = 1,47$  et  $e = 0,296$ .

$$P = 0,56.F_r + Y.F_a \text{ car } \frac{F_a}{F_r} = 0,4 > e$$

$$\text{A.N. } P = 1148 \text{ daN}$$

Sachant que  $n=3$  car il s'agit d'un roulement à billes, la durée de vie en millions de tours est égale :

$$L_{10} = (C/P)^n = 157,5 \text{ millions de tours}$$

La durée de vie en heures de fonctionnement :

$$L_{10H} = \frac{L_{10} \cdot 10^6}{60.N} = 17500 \text{ heures}$$

## Exercice N°4

1) Déterminer les dimensions du roulement qui assure la durée de vie de 10000 heures en se référant à l'annexe présenté dans l'énoncé de cet exercice (TD 3) du Chapitre 4.

Au début, on calcule la capacité de charge  $C$

$$C = F_r \left( \frac{N \cdot L_{10H}}{16666} \right)^{1/n}, \quad n=3 \text{ car il s'agit d'un roulement à billes, } L_{10H} \text{ est égale à 10000 heures, } F_r \text{ est la}$$

charge radiale appliquée sur le roulement, elle est égale à 500 daN,  $N$  est la vitesse de rotation, elle vaut 800 tr/min.

$$\text{A.N. } C = 3915 \text{ daN}$$

On choisit dans la Table 2 pour le diamètre du roulement  $d=30$  mm, un  $C_1 > C$ , donc  $C_1 = 4350$  daN et son  $C_{0-1}$  correspondant est égale à 2380 daN.

Calcul du rapport  $F_a/C_{0-1}$ , sachant que  $F_a$  est égale à 200 daN.

$$\frac{F_a}{C_{0-1}} = 0,084, \text{ à l'aide de la Table 1 de l'annexe présenté dans l'énoncé de cet exercice, on trouve :}$$

$$X = 0,56 ; Y = 1,55 ; e = 0,28.$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,4 > e \text{ alors } P = 0,56 \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

$$\text{A.N. } P = 590 \text{ daN.}$$

$$\text{On calcule de nouveau la charge } C_2 = P \left( \frac{N \cdot L_{10H}}{16666} \right)^{1/n}$$

A.N.  $C_2 = 4619$  daN, nous avons  $C_2 > C_1$  donc le diamètre choisi  $d = 30$  mm n'est pas bon, il faudrait qu'on choisisse un autre diamètre par exemple  $d = 35$  mm et en refait les calculs de nouveau.

On choisit dans la Table 2 pour le diamètre du roulement  $d=35$  mm, un  $C_3 > C_2$ , donc  $C_3 = 5500$  daN et son  $C_{0-3}$  correspondant est égale à 3100 daN.

Calcul du rapport  $F_a/C_{0-3}$ , sachant que  $F_a$  est égale à 200 daN.

$$\frac{F_a}{C_{0-3}} = 0,064, \text{ à l'aide de la Table 1 de l'annexe présenté dans l'énoncé de cet exercice et par}$$

interpolation mathématique, on trouve :

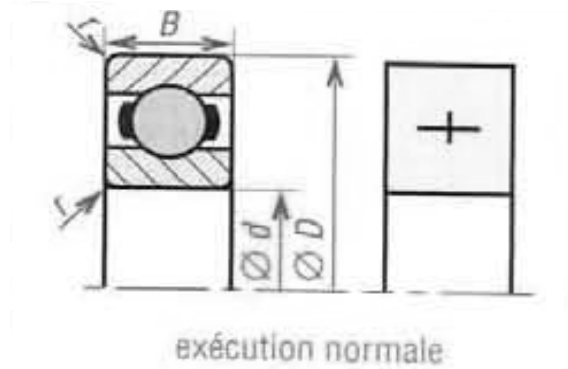
$$X = 0,56 ; Y = 1,664 ; e = 0,266.$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0,4 > e \text{ alors } P = 0,56 \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

$$\text{A.N. } P = 613 \text{ daN.}$$

On calcul de nouveau la charge  $C_4 = P \left( \frac{N \cdot L_{10H}}{16666} \right)^{1/n}$

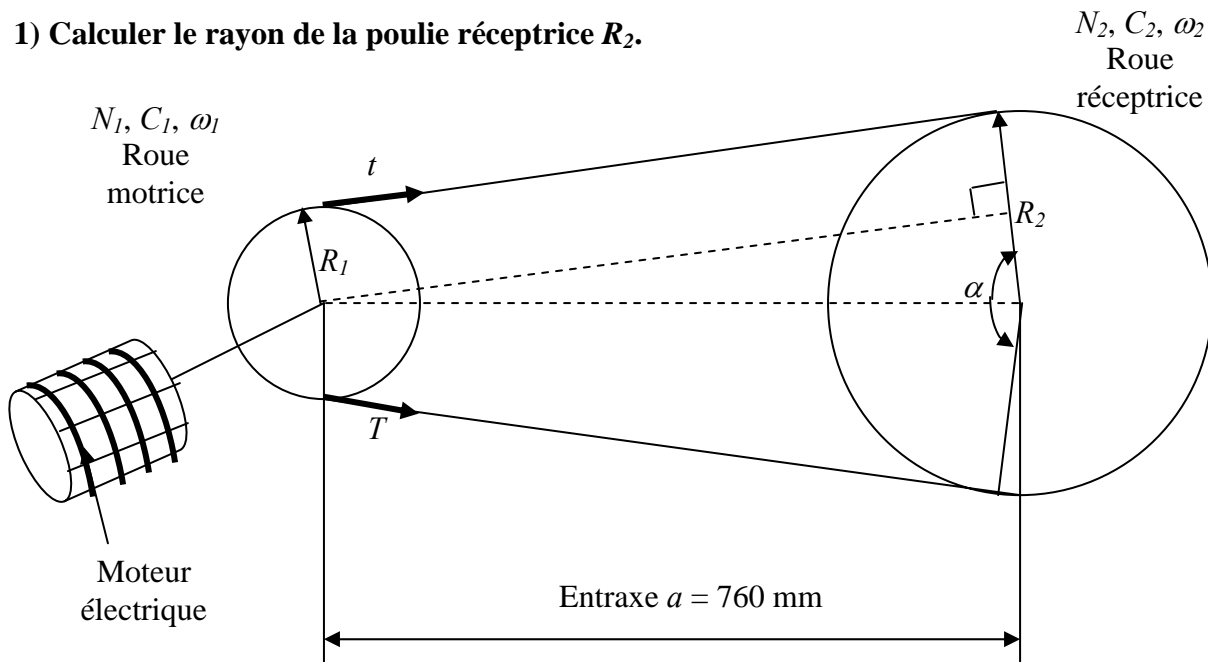
A.N.  $C_4 = 4800$  daN, nous avons  $C_4 < C_3$  alors les dimensions de notre roulement sont celles du roulement détendeur de la charge dynamique  $C_3$ , d'après la Table 2 de l'annexe, les dimensions sont :  $d = 35$  mm;  $D = 100$  mm;  $B = 25$  mm;  $r = 2,5$  mm.



# Solution des travaux dirigés N° 4 « Transmission du mouvement par courroies, chaînes et roues de friction »

## Exercice N°1

1) Calculer le rayon de la poulie réceptrice  $R_2$ .



Le rapport de transmission  $R$  est égal :

$$R = \frac{R_1}{R_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow R_2 = \frac{N_1 \cdot R_1}{N_2} ; N_1 = 3000 \text{ tr/min} ; N_2 = 1000 \text{ tr/min} ; R_1 = 30 \text{ mm.}$$

A.N.  $R_2 = 90 \text{ mm}$

2) Calculer les tensions  $t$  et  $T$  dans les brins mou et tendu respectivement.

L'angle  $\alpha$  est calculé est déduit de la relation suivante

$$\cos(\alpha/2) = \frac{R_2 - R_1}{a} \Rightarrow \alpha = 2 \arccos\left(\frac{R_2 - R_1}{a}\right), \text{ après calcul on trouve } \alpha = 171^\circ = 2,98 \text{ rad.}$$

Pour calculer  $T$  et  $t$ , nous pouvons utiliser les trois équations suivantes :

$$(T - t) \cdot R_1 = C_1$$

$$(T - t) \cdot R_2 = C_2$$

$$T = t \cdot e^{\lambda \cdot f_r \cdot \alpha} ; \alpha \text{ est prise en radian.}$$

En résolvant les 3 équations précédentes, on trouve  $t$  égal :

$$t = \frac{C_1}{R_1} \frac{1}{(e^{\lambda \cdot f_r \cdot \alpha} - 1)} \text{ avec le couple } C_1 = \frac{P}{\omega_1} = \frac{60 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot N_1}, P \text{ est la puissance qui vaut } 5 \text{ kW, le coefficient}$$

de frottement entre la poulie et la courroie est  $f_r = 0,4$ , tandis que le facteur de coefficient d'adhérence  $\lambda = 0,9$ .

A.N.  $t = 275 \text{ N}$  et  $T = 804 \text{ N}$ .

**3) En négligeant la contrainte de flexion et la contrainte due à la force centrifuge générée dans la section transversale de la courroie, déterminer la largeur de la courroie si son épaisseur est égale à 4 mm.**

Le matériau de la courroie est le caoutchouc Néoprène avec une contrainte pratique admissible égale à 30 MPa.

La courroie est sollicitée en traction, donc la contrainte de traction au quelle cette courroie est soumise est égale :

$$\sigma = \frac{T}{b.e} < \sigma_{adm} \Rightarrow b > \frac{T}{e.\sigma_{adm}}$$

et non  $T-t$ , épaisseur  $e$  de la courroie est égale à 4 mm.

A.N.  $b > 6,7$  mm

**4) Calculer la longueur  $L$  de la courroie.**

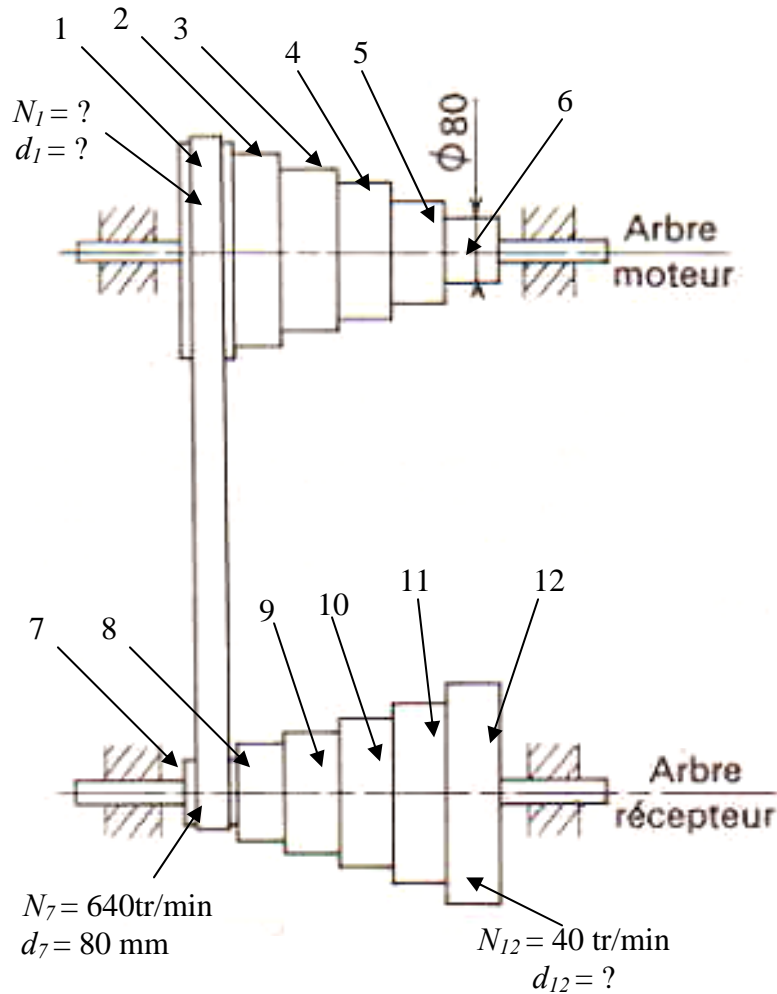
La longueur de la courroie du montage de la figure ci-dessus est donnée par la relation suivante :

$$L = \alpha.R_1 + (2\pi - \alpha)R_2 + 2a \sin(\alpha/2), \text{ l'entraxe est } a=760 \text{ mm, } \alpha = 171^\circ = 2,98 \text{ rad.}$$

A.N.  $L = 1,9$  m.

## Exercice N°2

1) Calculer la vitesse de rotation avec laquelle on doit faire tourner l'arbre moteur.



En effet, la vitesse de rotation du moteur  $N_m$  est égale à la vitesse de rotation des poulies 1 à 6 car elles sont toutes montées sur l'arbre moteur :

$$N_m = N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = N_5 = N_6$$

Les diamètres suivants sont égaux :

$$d_1 = d_{12} ; d_2 = d_{11} ; d_3 = d_{10} ; d_4 = d_9 ; d_5 = d_8 ; d_6 = d_7 = 80 \text{ mm} ;$$

Le rapport de transmission entre la poulie 1 et la poulie 7 est :

$$R = \frac{d_1}{d_7} = \frac{N_7}{N_1} \Rightarrow R = \frac{d_1}{80} = \frac{640}{N_m}$$

Ce même rapport de transmission est égal aussi entre la poulie 6 et la poulie 12 :

$$R = \frac{d_6}{d_{12}} = \frac{N_{12}}{N_6} \Rightarrow R = \frac{80}{d_1} = \frac{40}{N_m}$$

Nous remarquons que d'après les deux relations précédentes nous avons deux inconnus  $d_1$  et  $N_m$ , en résolvant le système linéaire de ces deux dernières équations, nous obtenons :

$$N_m = 160 \text{ tr/min} ; d_1 = d_{12} = 320 \text{ mm.}$$



## 2) Calculer les diamètres des différents étages des poulies.

Les diamètres sont en progression arithmétique, ceci veut dire que :

$$d_1 - x - x - x - x - x = d_6 \Rightarrow d_1 - 5x = d_6 \Rightarrow 320 - 5x = 80 \Rightarrow x = 48$$

Pour n'importe quel n, nous avons :  $d_n = d_1 - (n-1)x$

$$d_1 = 320 \text{ mm}$$

$$d_2 = d_1 - x = 272 \text{ mm}$$

$$d_3 = d_1 - 2x = 224 \text{ mm}$$

$$d_4 = d_1 - 3x = 176 \text{ mm}$$

$$d_5 = d_1 - 4x = 128 \text{ mm}$$

$$d_6 = 80 \text{ mm}$$

## 3) Calculer les différentes vitesses de l'arbre récepteur au tr/min.

Nous avons vu précédemment que :

$$N_m = N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = N_5 = N_6 = 160 \text{ tr/min}$$

Nous savons aussi que  $N_7 = 640 \text{ tr/min}$  et  $N_{12} = 40 \text{ tr/min}$ , il nous reste à calculer que les vitesses de rotation  $N_8$  ;  $N_9$  ;  $N_{10}$  ;  $N_{11}$  (voir la figure ci-dessus).

La vitesse de rotation de la poulie 8 est calculée par :

$$\frac{d_2}{d_8} = \frac{N_8}{N_2} \Rightarrow \frac{d_2}{d_5} = \frac{N_8}{N_m} \Rightarrow N_8 = \frac{N_m \cdot d_2}{d_5}$$

$$\text{A.N. } N_8 = \frac{160 \cdot 272}{128} = 340 \text{ tr/min}$$

La vitesse de rotation de la poulie 9 est calculée par :

$$\frac{d_3}{d_9} = \frac{N_9}{N_3} \Rightarrow \frac{d_3}{d_4} = \frac{N_9}{N_m} \Rightarrow N_9 = \frac{N_m \cdot d_3}{d_4}$$

$$\text{A.N. } N_9 = \frac{160 \cdot 224}{176} = 203,6 \text{ tr/min}$$

La vitesse de rotation de la poulie 10 est calculée par :

$$\frac{d_4}{d_{10}} = \frac{N_{10}}{N_4} \Rightarrow \frac{d_4}{d_3} = \frac{N_{10}}{N_m} \Rightarrow N_{10} = \frac{N_m \cdot d_4}{d_3}$$

$$\text{A.N. } N_{10} = \frac{160 \cdot 176}{224} = 125,7 \text{ tr/min}$$

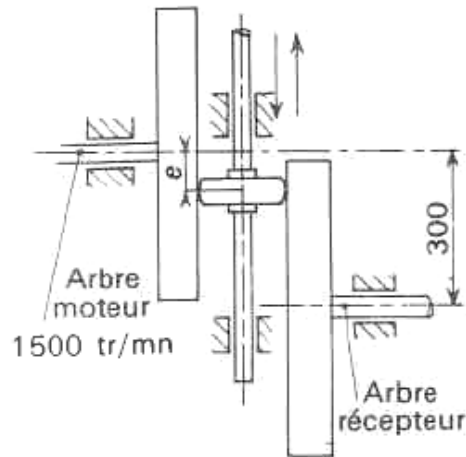
La vitesse de rotation de la poulie 11 est calculée par :

$$\frac{d_5}{d_{11}} = \frac{N_{11}}{N_5} \Rightarrow \frac{d_5}{d_2} = \frac{N_{11}}{N_m} \Rightarrow N_{11} = \frac{N_m \cdot d_5}{d_2}$$

$$\text{A.N. } N_{11} = \frac{160 \cdot 128}{272} = 75,2 \text{ tr/min}$$

### Exercice N°3

1) Etablir la relation donnant la vitesse  $N_2$  de l'arbre récepteur en fonction de la variable  $e$ , sachant que  $e$  est comprise entre 50 et 250 mm



La vitesse tangentielle (mm/min) du galet peut s'exprimer de deux façons suivantes :

$$V = 2\pi.e.N_1 ; N_1 = 1500 \text{ tr/min est la vitesse de l'arbre moteur.}$$

$$V = 2\pi.(300 - e).N_2 ; N_2 \text{ est la vitesse de l'arbre récepteur.}$$

En faisant l'égalité entre les deux équations précédentes, nous obtenons :

$$2\pi.e.N_1 = 2\pi.(300 - e).N_2 \Rightarrow N_2 = 1500 \cdot \frac{e}{(300 - e)}$$

### 2) Chiffrer les vitesses extrêmes de l'arbre récepteur

Puisque  $e$  est comprise entre 50 et 250 mm, alors la vitesse la plus basse que l'arbre récepteur peut atteindre est égale :

$$N_2 = 1500 \cdot \frac{50}{(300 - 50)} = 300 \text{ tr/min}$$

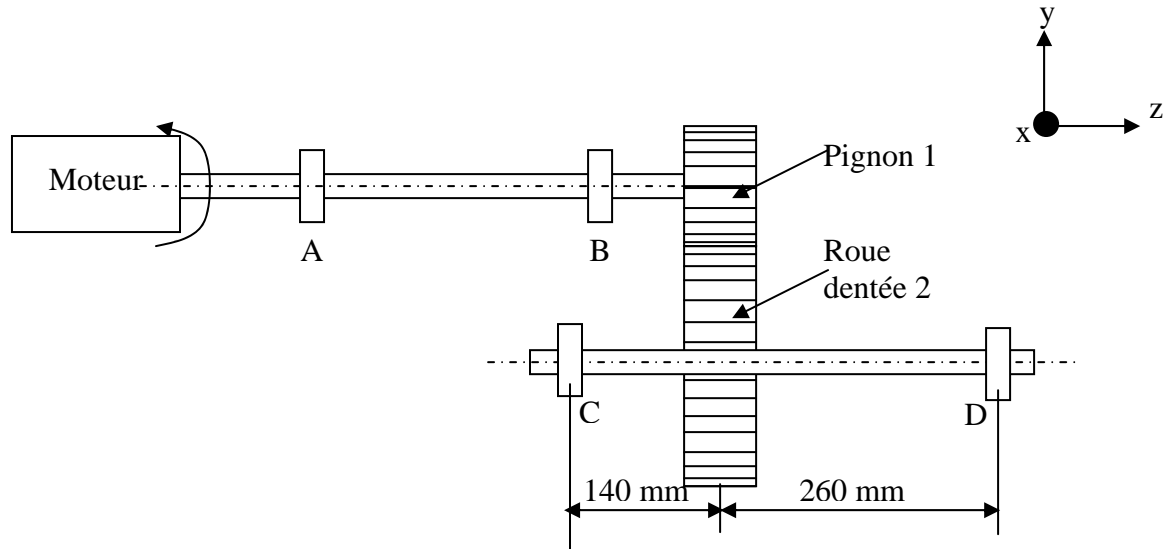
La vitesse la plus élevée que l'arbre récepteur peut atteindre est égale :

$$N_2 = 1500 \cdot \frac{250}{(300 - 250)} = 7500 \text{ tr/min}$$

## Solution de travaux dirigés N° 5 « Transmission de puissance et du mouvement par engrenages et applications des engrenages »

### Exercice N°1

1) Déterminer la force tangentielle et radiale  $F_t$  et  $F_r$  exercée sur les dents en contact des deux roues dentées, sachant que l'angle de pression  $\alpha = 20^\circ$ .



$P = C\omega$  ;  $C$  est le couple (N.m),  $P$  est la puissance 15 kW et  $\omega$  est la vitesse angulaire en rad/s  
Sachant que la vitesse de rotation  $N$  est égale à 1000 tr/min alors  $\omega$  est égale :

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = 104,66 \text{ rad/s}$$

$$C = \frac{P}{\omega} = \frac{15000}{104,66} = 143,31 \text{ N.m}$$

La force tangentielle  $F_t$  appliquée au niveau du contact de la dent d'engrenage du pignon 1 avec la dent de la roue dentée 2 est calculée par :

$$C = F_t * \frac{d_1}{2} \Rightarrow F_t = 2C / d_1 \quad ; \text{ le pignon 1 possède un diamètre } d_1 = 70 \text{ mm}$$

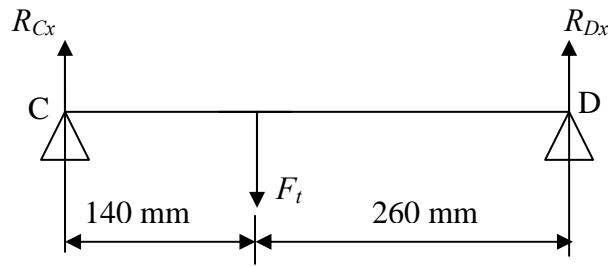
$$\text{A.N. } F_t = 4094,57 \text{ N}$$

L'angle de pression  $\alpha$  est égal  $20^\circ$ , la force radiale  $F_r$  sera égale alors :

$$F_r = F_t * \text{tg}\alpha = 1490,3 \text{ N}$$

## 2) Calculer les réactions au niveau des appuis C et D.

Calcul des réactions  $R_{Cx}$ ,  $R_{Dx}$



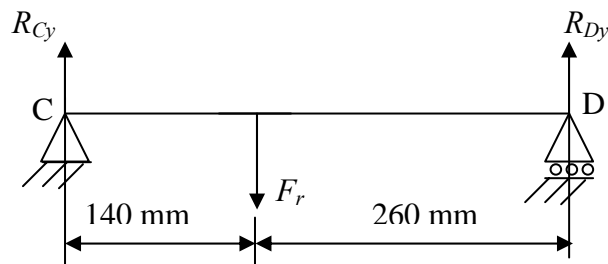
$$\sum F = 0 \Rightarrow R_{Cx} + R_{Dx} - F_t = 0$$

$$\sum M_{/C} = 0 \Rightarrow F_t * 0,14 = R_{Dx} * 0,4 \Rightarrow R_{Dx} = \frac{4094,57 * 0,14}{0,4} = 1433,1N$$

La première équation nous permet de déduire  $R_{Cx}$ :

$$R_{Cx} = F_t - R_{Dx} = 4094,57 - 1433,1 = 2661,47N$$

Calcul des réactions  $R_{Cy}$ ,  $R_{Dy}$



$$\sum F = 0 \Rightarrow R_{Cy} + R_{Dy} - F_r = 0$$

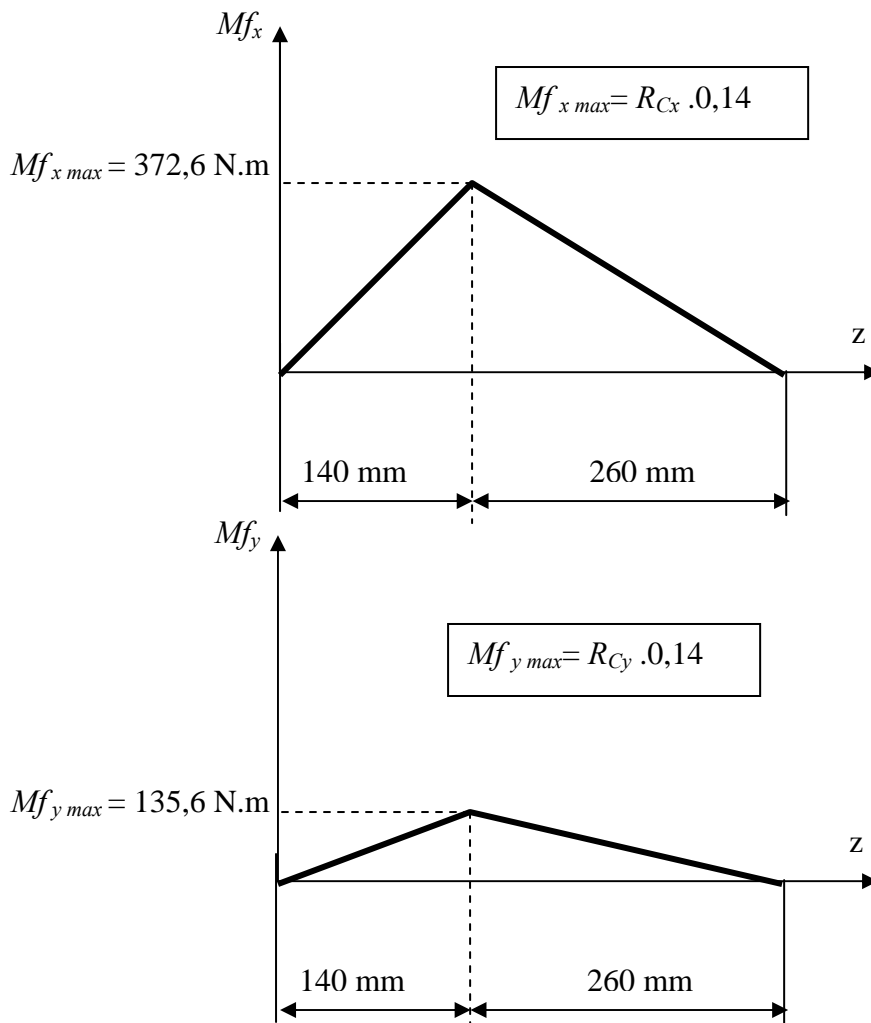
$$\sum M_{/C} = 0 \Rightarrow F_r * 0,14 = R_{Dy} * 0,4 \Rightarrow R_{Dy} = \frac{1490,3 * 0,14}{0,4} = 521,6N$$

La première équation nous permet de déduire  $R_{Cy}$ :

$$R_{Cy} = F_r - R_{Dy} = 1490,3 - 521,6 = 968,7N$$

3) Tracer alors le moment de torsion  $M_t$  et les moments fléchissant  $M_f$  le long de l'arbre, déterminer ainsi les moments maximaux.

Diagrammes des moments fléchissant  $M_{f_x}$  et  $M_{f_y}$  :

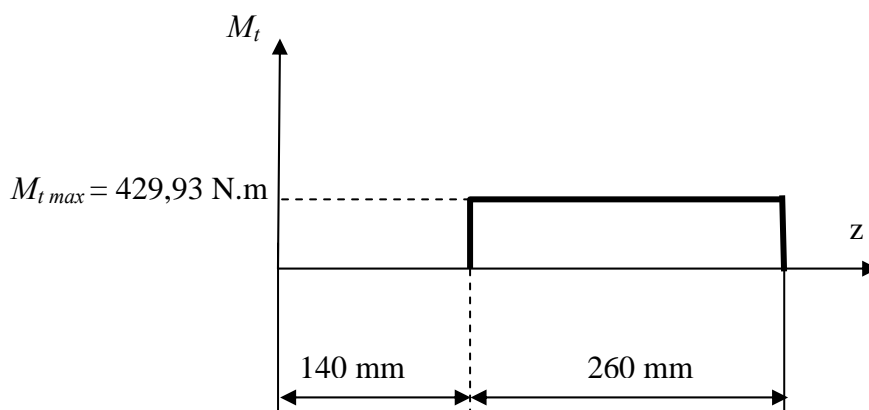


$$M_{f_{\max}} = \sqrt{M_{f_{x\max}}^2 + M_{f_{y\max}}^2} = 396,5 \text{ N.m}$$

Le moment de torsion  $M_t$  est égal :

$$M_t = F_t \cdot \frac{d_2}{2} = 4094,57 \cdot 0,105 = 429,93 \text{ N.m}$$

Le diagramme du moment de torsion  $M_t$  :



#### 4) Déterminer le diamètre minimal de l'arbre récepteur en utilisant le critère de Tresca.

La contrainte admissible ou la résistance pratique de l'arbre est égale à  $Re/C_s$  avec  $C_s$  coefficient de sécurité égal à 2 et  $Re$  est la résistance élastique de l'arbre égale à 800 MPa.

Donc la contrainte admissible  $R_p$  sera égale à 400 MPa.

Le critère de Tresca dit que  $\sqrt{\sigma_{zz \max}^2 + 4\tau_{zx \max}^2} < R_p$

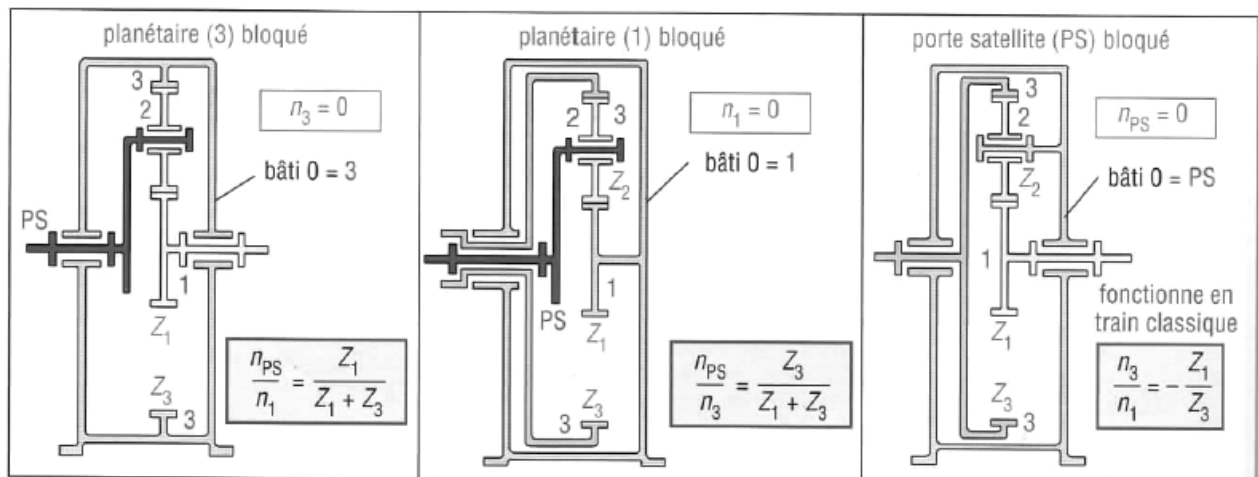
$$\text{Avec } \sigma_{zz \max} = \frac{Mf_{\max} \cdot d/2}{\pi \cdot d^4 / 64}; \quad \tau_{zx \max} = \frac{M_{t \max} \cdot d/2}{\pi \cdot d^4 / 32}$$

$$d > \sqrt[3]{\frac{32}{\pi R_p} \left( \sqrt{Mf_{\max}^2 + M_{t \max}^2} \right)}$$

$$d > 24,6 \text{ mm}$$

#### Exercice N°2

1) Quel est le train le plus adapté parmi les trains simples et doubles si on admet une vitesse de sortie du foret  $N_S = 375 \text{ tr/min}$ .



#### a) Calcul de la vitesse de sortie pour le planétaire (3) bloqué

On calcul la vitesse de sortie pour le train épicycloïdal avec planétaire (3) bloqué (voir figure ci-dessus), l'entrée se fait par la roue dentée (1), donc  $N_E = N_1$  et la sortie se fait par la porte satellite PS, donc  $N_{PS} = N_S$ .

$$\frac{N_{PS}}{N_1} = \frac{N_S}{N_E} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \Rightarrow N_S = N_E \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \right)$$

$$\text{A.N. } N_S = 1500 \left( \frac{20}{20 + 80} \right) = 300 \text{ tr/min donc ce n'est pas le bon train car la vitesse qu'on souhaite à}$$

avoir est 375 tr/min.

**b) Calcul de la vitesse de sortie pour le planétaire (1) bloqué**

On calcul la vitesse de sortie pour le train épicycloïdal avec planétaire (1) bloqué (voir figure ci-dessus), l'entrée se fait par la couronne (3), donc  $N_E = N_3$  et la sortie se fait par la porte satellite PS, donc  $N_{PS} = N_S$ .

$$\frac{N_{PS}}{N_3} = \frac{N_S}{N_E} = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} \Rightarrow N_S = N_E \left( \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} \right)$$

A.N.  $N_S = 1500 \left( \frac{80}{20 + 80} \right) = 1200$  tr/min donc ce n'est pas le bon train car la vitesse qu'on souhaite à avoir est 375 tr/min.

**c) Calcul de la vitesse de sortie pour porte satellite (PS) bloquée**

On calcul la vitesse de sortie pour le train épicycloïdal avec porte satellite (PS) bloquée (voir figure ci-dessus), l'entrée se fait par la roue dentée (1), donc  $N_E = N_1$  et la sortie se fait par la couronne (3), donc  $N_S = N_3$ .

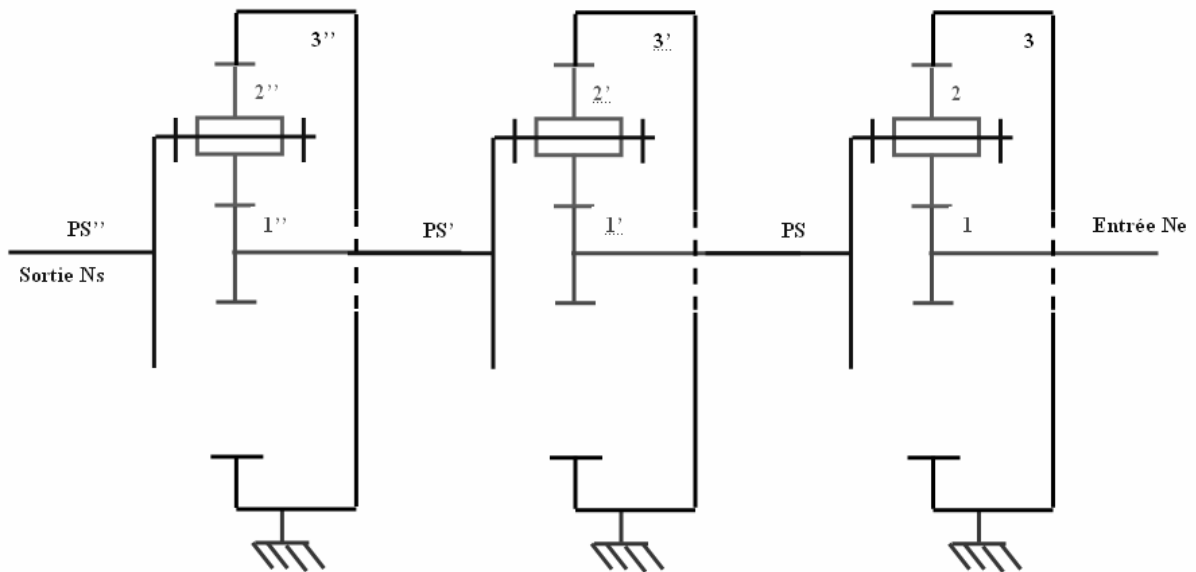
$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{N_S}{N_E} = -\frac{Z_1}{Z_3} \Rightarrow N_S = \left| N_E \left( -\frac{Z_1}{Z_3} \right) \right|, \text{ le signe moins indique que le sens de rotation de la roue (1)}$$

est l'inverse du sens de rotation de la couronne (3).

A.N.  $N_S = 1500 \left| -\left( \frac{20}{80} \right) \right| = 375$  tr/min donc c'est le bon train car la vitesse de sortie qu'on souhaite à avoir est 375 tr/min.

### Exercice N° 3

1) Déterminer la vitesse de sortie  $N_S$ .



Pour le premier train nous avons :

$$\frac{N_{PS}}{N_1} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

Les planétaires 3, 3' et 3'' sont fixes (voir la figure ci-dessous). La vitesse d'entrée du moteur est  $N_e = N_1 = 9000$  tr/min.

$$Z_1 = Z_1' = Z_1'' = 30 \text{ dents}, Z_2 = Z_2' = Z_2'' = 50 \text{ dents}, Z_3 = Z_3' = Z_3'' = 140 \text{ dents}.$$

Pour les trois trains en série nous avons :

$$\frac{N_{PS'}}{N_{PS}} = \frac{Z_1'}{Z_1' + Z_3'} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

$$\frac{N_{PS''}}{N_{PS'}} = \frac{N_S}{N_{PS'}} = \frac{Z_1''}{Z_1'' + Z_3''} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

A partir des trois équations précédentes, nous pouvons conclure que  $N_S$  est égale :

$$N_S = N_1 \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \right)^3$$

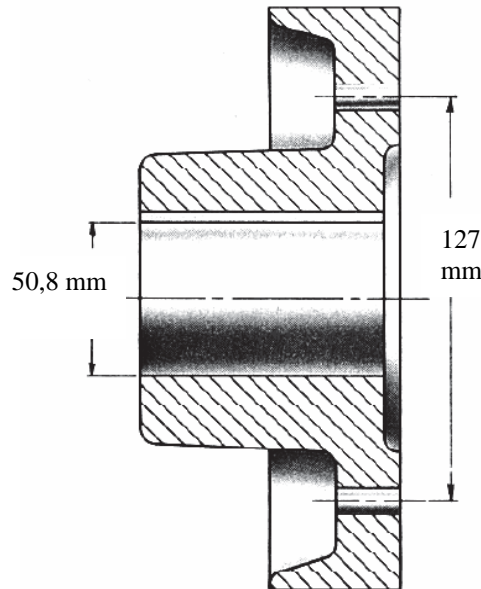
$$\text{A.N. } N_S = 9000 \left( \frac{30}{30 + 140} \right)^3 = 49,46 \text{ tr/min}$$



## Solution des travaux dirigés N°6 « Accouplements, embrayages & freins »

### Exercice N°1

1) En négligeant le couple résistant qui est dû au frottement entre les deux surfaces de contact des deux plateaux. Déterminer le diamètre minimal nécessaire de chaque boulon dans le cas où le couple de l'arbre menant sera transmis complètement aux 4 boulons.



Plateau d'un accouplement rigide

La contrainte de  $\tau$  cisaillement au niveau de l'arbre est égale :

$$\tau_{\text{arbre}} = K_t \frac{M_t (D/2)}{(\pi D^4 / 32)}, \text{ cette contrainte doit être inférieure à la contrainte de cisaillement admissible}$$

du matériau de l'arbre  $\tau_{\text{arbre}} < \tau_{\text{adm}}$ .

La contrainte de cisaillement au niveau de chaque boulon est égale :

$$\tau_{\text{boulon}} = \frac{F'}{(\pi d^2 / 4)}, \text{ cette contrainte doit être inférieure à la contrainte de cisaillement admissible du}$$

matériau de la vis, la vis et l'arbre possèdent le même matériau  $\tau_{\text{boulon}} < \tau_{\text{adm}}$ . En effet,  $F'$  est la force de cisaillement appliquée sur chaque boulon.

Puisque le couple de l'arbre menant  $M_t$  sera transmis complètement aux 4 boulons, donc le couple  $M_t$  pour ces 4 boulons sera égal :

$M_t = 4(F' \cdot (D'/2))$ , remplaçons maintenant ce couple  $M_t$  dans l'équation de  $\tau_{\text{arbre}}$ , nous obtenons :

$$\tau_{\text{arbre}} = K_t \frac{4(F' \cdot (D'/2))(D/2)}{(\pi D^4 / 32)} = \frac{32F'D'K_t}{\pi D^3}$$

En faisant l'égalité entre  $\tau_{arbre}$  et  $\tau_{boulon}$ , nous déduisons par la suite le diamètre  $d$  de chaque boulon :

$$\tau_{arbre} = \tau_{boulon} \Rightarrow \frac{32F'D'K_t}{\pi D^3} = \left( \frac{F'}{\pi d^2 / 4} \right)$$

$$\Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{D^3}{8D'K_t}}$$

A.N.  $d = \sqrt[3]{\frac{50,8^3}{8 \cdot 127 \cdot 1,2}} = 10,36 \text{ mm}$

## Exercice N°2

### 1) Déterminer le nombre total $n$ nécessaire des disques de bronze et acier.

Pour éviter le patinage du disque d'embrayage, le couple moteur  $C_m$  doit être inférieur au couple d'adhérence  $C_a$  ( $C_m < C_a$ ), calculons tout d'abord le couple moteur  $C_m$  :

$$C_m = \frac{Pu}{\omega} = \frac{60Pu}{2\pi N} = \frac{60 \cdot 3800}{2 \cdot 3,14 \cdot 750} = 48,41 \text{ N.m}$$

Le couple d'adhérence est égal :

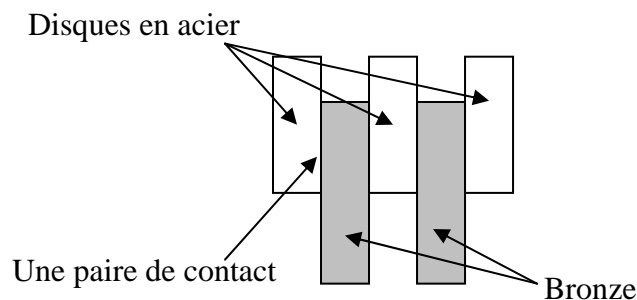
$$C_a = \frac{2\pi \cdot n \cdot P_{adm} \cdot f_r (r_e^3 - r_i^3)}{3};$$

$$C_m < C_a \Rightarrow C_m < \frac{2\pi \cdot n \cdot P_{adm} \cdot f_r (r_e^3 - r_i^3)}{3}$$

$$\Rightarrow n > \frac{3C_m}{2\pi \cdot P_{adm} \cdot f_r (r_e^3 - r_i^3)}$$

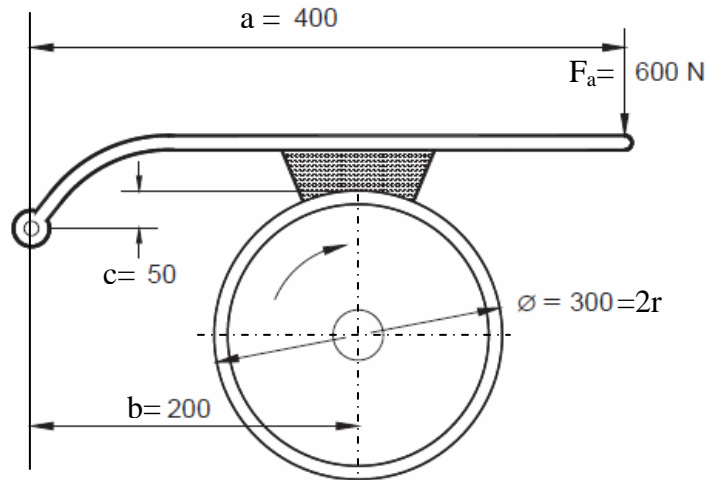
A.N.  $n > \frac{3 \cdot 48410}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,35 \cdot 0,1 (69,85^3 - 38,1^3)} \Rightarrow n > 2,31$

On va choisir le nombre quatre paires des surfaces en contact c'est-à-dire  $n = 4$  (voir figure ci-dessous).



### Exercice N°3

Déterminer le couple de freinage du frein à sabot décrit dans la figure ci-dessous, le coefficient de frottement  $f_r$  entre le sabot et le cylindre est égal à 0,35. Les dimensions sont en millimètres.



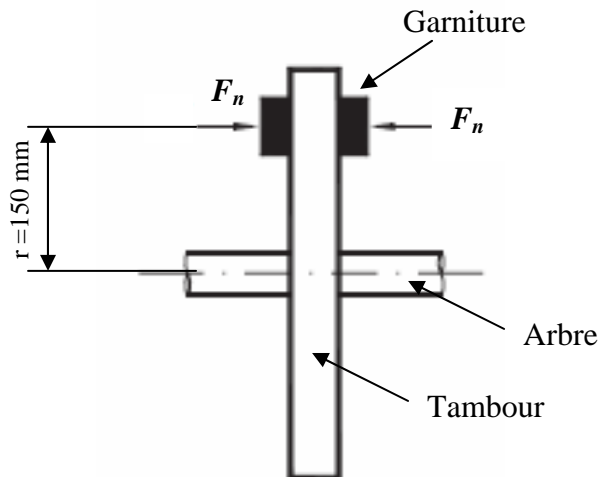
Nous utilisons l'équation qu'on a vue au cours (**Chapitre 7**) pour calculer le couple de freinage :

$$C_f = \frac{r f_r a F_a}{b - c f_r}$$

$$\text{A.N. } C_f = \frac{150 \cdot 0,35 \cdot 400 \cdot 600}{200 - (50 \cdot 0,35)} = 69041 \text{ N.mm}$$

### Exercice N°4

Déterminer le couple de freinage  $C_f$  et la force  $F_n$  qui correspond à ce couple.



Le couple de freinage  $C_f$  d'un corps animé en mouvement de rotation est calculé par le théorème de l'énergie cinétique :

$$\sum W_{ext} = \Delta E_c \Rightarrow C_f \cdot \theta = \frac{1}{2} J \omega^2, \theta = 3 \text{ tours donc } 6\pi \text{ rad.}$$

$$\Rightarrow C_f = \frac{1}{12\pi} J \omega^2$$

$$\text{A.N.} \Rightarrow C_f = \frac{1}{12,3,14} 100.20^2 = 1061,6 \text{ N.m}$$

Calcul de la force  $F_n$  :

$$\text{Nous savons que } C_f = 2F_f.r = 2(f_r.F_n).r \Rightarrow F_n = \frac{C_f}{2f_r.r}$$

$$\text{A.N. } F_n = \frac{1061,6.1000}{2.0,5.150} = 7077,33 \text{ N}$$

# **Bibliographie**

## **Bibliographie**

- [1]. J.L. Fanchon, Guide des sciences et technologies industrielles, Ed Nathan, Paris, 2006.
- [2]. P. Thomas, Notions de mécanique, Ed Eyrolles, Paris, 1964.
- [3]. Guide du dessinateur : les concentrations de contraintes, publications CETIM, 2000.
- [4]. P. Lussiez, Construction mécanique et dessin industriel, Ed Dunod, Paris, 2012.
- [5]. A. Chevalier, Guide du dessinateur industriel, Ed Hachette, Paris, 2004.
- [6]. D. Spenlé et R. Gourhant, Guide du calcul en mécanique, Ed Hachette, Paris, 2012.
- [7]. M. Aublin et all, Construction mécanique, Ed Hachette, Paris, 2005.
- [8]. Norme pour le calcul de la visserie NF 25-030.
- [9]. G. Drouin et all, Eléments de Machines, Ed de l'école polytechnique de Montréal, Montréal, 1986.
- [10]. R. Quatremer et all, Précis de construction mécanique Tome 1, Ed Nathan, Paris, 2006.
- [11]. A. Ricordeau, Dossier de technologie de construction, Ed Casteilla, Paris, 1993.
- [12]. V. Dobrovolski et all, Eléments de machines, Ed Mir, Moscow, 1974.
- [13]. R. Prudhomme et all, Eléments de construction à l'usage de l'ingénieur Tome 3, Ed Dunod, Paris, 1972.
- [14]. M. Norbert et all, Technologie de construction mécanique Tome 2, Ed Capitelte, Paris, 1982.
- [15]. W. Dewulf, Technologie de construction, Ed Dunod, Paris, 1959.
- [16]. F. Esnault, Construction mécanique Tome1, Ed Dunod, Paris, 2009.
- [17]. F. Esnault, Construction mécanique Tome2, Ed Dunod, Paris, 2009.
- [18]. F. Esnault, Construction mécanique Tome3, Ed Dunod, Paris, 2009.
- [19]. C. Lemasson, Mécanique Tome 1, Ed Dunod, Paris, 1973.
- [20]. G. Lenormand, R. Mignée, Construction mécanique : éléments de technologie Tome 2, Ed Foucher, Paris, 1971.
- [21]. G. Lenormand, R. Mignée, Construction mécanique : éléments de technologie Tome 3, Ed Foucher, Paris, 1971.
- [22]. L. Bastian et all, La technologie et son expression graphique, Ed Armand Colin, Besançon, 1969.
- [23]. Peter R. N. Childs, Mechanical Design Second edition, Ed Elsevier, Oxford, 2004.
- [24]. Richard G. Budynas et J. Keith Nisbett, Shigley's Mechanical Engineering Design 9<sup>th</sup> edition, Ed Mc GrawHill, New York, 2011.
- [25]. G. Valembois, Accouplements d'arbres, Techniques de l'Ingénieur, B5800.

- [26]. A. S. Hall et all, Machine Design, Schaum's outline series, Ed McGraw Hill, New York, 1981.
- [27]. P. Guimbretière, joints homocinétiques, Techniques de l'Ingénieur, B5815.
- [28]. Manuel de diagnostics AISIN, embrayages, CL050801, Japan.
- [29]. Formation technique : Transmission des Véhicules légers Types, fonctions et diagnostics, Généralités sur les embrayages, Ets SACHS & ZF Trading GmbH.
- [30]. F. Beer et all, vector mechanics for engineers, Statics and Dynamics, 9<sup>th</sup> edition, Ed McGraw Hill, New York, 2009.
- [31]. M. Desbois et all, L'automobile, technologie professionnelle générale, Tome 2, Ed Foucher, Paris, 1972.
- [32]. Sites Web