

République algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب
Université -Ain-Temouchent- Belhadj Bouchaib
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de génie civil et travaux publics



Projet de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme de Master en :
Domaine : SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
Filière : Génie civil
Spécialité : Structures
Thème

**L'Effet d'Echelle sur le comportement des Plaques renforcées par
des nano Plaquettes de Graphène**

Présenté Par :

- 1) DJELLOUL BEN CHERIF Rania.
- 2) HAFDA ALLAH Jihen.

Devant le jury composé de :

Mr.AMARA.M	MAA	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Président
MR GUELIL.M	MCB	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Examineur
Mme ATTIA .A	M CA	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Encadrant

Année universitaire 2021/2022

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicace :

A celle qui a tant sacrifié pour moi et qui m'a toujours été une très bonne conseillère et sous laquelle je ne serais pas devenu ce que je suis puisse-t-elle-trouver en ce travail une marque de

Reconnaissance et l'expression de mon immense gratitude A ma très chère mère Maman.

A celui qui a toujours guider mes pas et qui sans lui je ne serais pas qui je suis, Mon tant aimé Père « Djelloul ben cherif djelloul » dont je suis fier d'être la perite et la seule fille, sans oublier ma grande mère « Khadija » Dieu l'a préservée pour nous.

A Ceux qui ont partagé avec moi tous les moments d'émotion lors de la réalisation de ce travail. Ils m'ont chaleureusement supporté et encouragé tout au long de mon parcours à mon petit frère « Mohamed el amine »,

Mes tantes : Leila, Nesrine, Fatima, Houaria est ses enfants : sakina, Kenza, abd El illah, à mon chère oncle « Hichem ».

A mon binôme : hafda Allah jihen.

A mes proches et à ceux qui me donnent de l'amour et de la vivacité.

A tous mes amis qui m'ont toujours encouragé, et à qui je souhaite plus de succès.

A tous ceux que j'aime.

Rania

Dédicace :

Je dédie ce modeste travail à : A mes parents, aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de l'amour Dont ils ne cessent de me combler.

Que dieu leur procure bonne santé et longue vie.

A celui que j'aime beaucoup et qui m'a soutenue tout au long de
Ce projet : mon fiancé Mouffok Boucif, et bien sûr A mes frères Imad,
Chaker, Zakaria, Amine, Riad, Ramzi, Kinan.

A toute ma famille, et mes amis, A mon binôme djeloul ben chrif
Rania.

Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que
Ce projet je vous dis merci.

JIHANE

REMERCIEMENTS :

On tient en premier lieu à remercier "ALLAH" le Tout Puissant de nous avoir

Donné la volonté, la force, la patience, le courage, la santé... pour réaliser ce travail.

Nous tenons à exprimer notre gratitude à notre directrice de thèse Madame **Attia Amina**,
Maître de Conférences (A) à l'Université Ain Temouchent, pour son accueil.

Responsable d'un sujet de recherche prestigieux et passionnant.

Nous tenons à lui exprimer notre gratitude pour sa grande aide, sa rigueur

Scientifiquement, la confiance que vous nous accordez, sa grande disponibilité et son
importance

Pour ses nombreux conseils et pour avoir mis à notre disposition tous les moyens nécessaires
pour finaliser la thèse.

Nous vifs remerciements à Monsieur **Amara** Professeur à l'Université De Ain Témouchent,
pour nous avoir fait l'honneur de présider le jury.

Nous exprimons notre profonde gratitude aux membres du jury

Merci d'accepter de faire partie du jury et de découvrir notre travail.

Nous espérons que tous ceux qui ont contribué à la réalisation de cette thèse trouvent ici leur
expression.

Merci beaucoup

Nous remercions également tous nos professeurs pour leur générosité et leur grande patience
malgré leurs charges académiques et professionnelles.

Enfin, nous saluons toute notre famille et nos amis pour le soutien qu'ils nous ont apporté.

Pendant toutes ces années d'études.

Résumé :

Dans ce travail, La propagation des ondes des nano plaques Fonctionnellement Graduée composite en polymère renforcées par des nanoparticules de graphène (GNP) est présentée en utilisant la théorie non locale et la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé. Les propriétés matérielles sont calculées en se basant sur le modèle "Halpin_Tsai". Le principe d'Hamilton est considéré pour obtenir Les équations qui régissent la propagation des ondes dans la plaque simplement appuyées. La relation de dispersion analytique de la plaque est obtenue en résolvant un problème de valeur propre. Des discussions numériques sont effectuées pour étudier l'effet de différents paramètres tels que le paramètre non local, la fraction de GNP, et le nombre d'onde sur la propagation des ondes dans les nano plaques.

Mot clés : propagation des ondes ; nanoparticules de graphène ; nano plaques composite

Abstract:

In this work, the wave propagation of polymer composite Nano plates reinforced with graphene Nano platelets (GNPs) is presented using the non-local theory and a higher-order shear deformation theory. The material properties are based on the Halpin-Tsai model. The governing equations of the wave propagation in the plate are derived by employing the Hamilton's principle. The analytical dispersion relation ship of the functionally graded plate is obtained by solving an eigenvalue problem. Numerical discussions are carried out to study the effect of different parameters such as non-local parameter, GNP fraction, and wavenumber on the wave propagation in the nanoplate.

Keywords: wave propagation; graphene Nano platelets; composite Nano plates

ملخص :

في هذا العمل انتشار الموجات لمركب من البوليمر معززا بالجرافين النانوي (GNP) والنظرية غير المحلية. باستخدام نظرية تشوه القص ذات رتبة عليا. وتحسب خصائص المواد من نموذج "Halpin_Tsai". يتم استنتاج المعادلات التي تحكم انتشار الموجات في الصفيحة مسندة على دعائم بسيطة باستخدام مبدأ هاملتون. يتم الحصول على معادلات الانتشار التحليلية للوحة من خلال حل إشكالية القيم الذاتية. وتجري عمليات التشويش العددي لدراسة تأثير المعاملات المختلفة مثل المعامل غير المحلي، وجزء الناتج القومي الإجمالي، وعدد الموجات على انتشار الموجات في الصفيحة.

كلمات البحث: انتشار الموجات، لمركب من البوليمر، الصفيحة

Table des Matières

Résuméi
Abstract.....ii
ملخص.....iii
Liste des Matière.....9
Liste des Tableaux.....12
Liste des figures.....13
Liste des Notations.....15
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....18

Chapitre I

**Les Matériaux Composites et les Matériaux fonctionnellement
Graduée**

I.1. Introduction22
I.2. Les matériaux composite22
I.2 .1 Définition22
I.2 .2 . Les types de matériaux composites23
I.2 .3 La composition des matériaux composites23
I.2 .4 Un premier exemple de matériau composite : le bétonarmé.....25
I.2 .5 Applications des matériaux composites en génie civil25
I.3. Les matériaux fonctionnellement graduée.....27
I.3 .1 Définition27
I.3 .2 Lois régissant la variation des propriétés matérielles des plaques FGMs.....29
I.3 .3 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM30
I.3 .3 Propriétés Matérielles de la Plaque S-FGM31
I.3 .3. Les propriétés matérielles de la plaque E-FGM32
I.3 .4 Domaines d'applications des matériaux fonctionnellement gradués (FGM)33
I.3 .5 Applications des matériaux FGM en génie civil34

I.4 Comparaison entre matériaux composites et FGM35
I.5.Conclusion36

Chapitre II

Généralité sur Les Nanotechnologies

II.1.introduction.....39
II.2.Définition39
II.3.Les Nanotechnologies Dans Le Domaine De Génie Civil40
II.3.1.Application De La Nanotechnologie En Matériaux De Construction.....41
II.3.2.Nanotechnologie et Le Béton.....42
II.3.3.Nanotechnologie et de l'acier.....43
II.3.4.Nanotechnologies et Bois44
II.3.5.Nanotechnologie dans les matériaux d'étanchéité de construction45
II.3.6 Nanotechnologie et béton autocicatrisant.....45
II.3.7. Peintures et revêtements46
II.3.8 verre46
II.4.Conclusion46

Chapitre III

Propagation des Ondes

III.1.Introduction49
III.2.Quelques phénomènes ondulatoires dans la Nature49
III.3.Le phénomène de propagation des ondes51
III.3.Condition de propagation52
III.4. Les divers types d'ondes élastiques52
III.5.Eléments de propagation55
III.6. Equation de propagation55
III.7.Les équations générales de la propagation d'onde62
III.8.Conclusion64

Chapitre IV

Théorie des Plaques

IV.1.Introduction	65
IV.2 Modèles analytiques pour les plaques FGM.....	65
IV.2.1 Théorie classique des tôles de Love-Kirchhoff (CPT).....	65

IV.2.2 Théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT)	67
IV.2.3 Théorie de la déformation par cisaillement d'ordre supérieur (HSDT).....	68
IV.3. Examen de différents modèles de théorie d'ordre supérieur	71
IV.4. Conclusion	75

Chapitre V

Etude analytique des Plaques

V.1.Introduction.....	76
V.2.Propriétés matérielles	76
V.3.Formulation du Problème	79
V.3.1.Ordre élevée cinq variable	79
V.3.2.Propagations des ondes.....	84
V.3.3.seconde ordre sept variables	85
V.3.4.Propagations des ondes.....	88
V.4. Conclusion	90

Chapitre VI

Résultat et discussion

VI.1.Introduction.....	92
VI.2.Validation de la présente théorie	92
VI.3.Résultats de la présente théorie	94
VI.4.Conclusion.....	99
Conclusion Générale	102
Références	106

Liste des Figures :

Liste des Figures	P.
Chapitre I	
Figure (I.01) : présentation d'un matériau composite	22
Figure (I.02) : Principales applications de renforcement par composite collés sur ouvrages [Riad BENZAID, 2015]	26
Figure (I.03) : Le changement dans la composition des FGMs	28
La figure (I.04) : Géométrie d'une plaque en FGM.	29
Figure(I.05) : Variation de la fraction volumique dans une plaque P-FGM.	30
La figure(I.06) : Variation de la fraction volumique dans une plaque S-FGM	32
Figure(I.07) : Variation du module de Young dans une plaque E-FGM	33
Figure (I .08) Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels [Koizumi 1996]	36
Chapitre III	
Figure(III.01) : Représentation schématique d'ondes transversales vues de profile [H.sazdjian,2013]	52
Figure(III.02) :phénomène d'onde	53
Figure(III.03) : onde de Reyleigh : la polarisation est elliptique et rétrograde près de la surface [O.Xeridat 2011]	54
Figure(III.04) : propagation d'onde stationnaire [P.Puzo.2012]	55

Figure(III.05) : vitesse de propagation d'onde monochromatique	56
Figure(III.06) ; propagation d'une onde dans une corde [Djelouah.h,2007]	58
Figure(III.07) : a)Vitesses de phase et b) Vitesse de groupe [M. Nicolas 2010]	60
Figure(III.08) ; Courbes de dispersion [Boukli. H, 2015]	61
Chapitre IV	
Figure (IV.01) : Illustration de la plaque de Love Kirchhoff [Reddy, 1997].	67
Figure(IV.02) : Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin [Reddy, 1997].	68
Figure (IV.03):Illustration de la plaque d'ordre élevé [Reddy, 1997].	69
Chapitre V	
Figure (V.01) : Fig. 1 Une nano plaque renforcée de PNB [modifiée de Fu et al .2014].	77
Figure (V.02) : Géométrie du stratifié avec un ensemble d'axes de référence, des éléments De déplacement et d'orientation des fibres.	80
Chapitre VI	
Figure (VI.01): Comparaison de la vitesse de phase dans une naoplaque rectangulaire	94
Figure(VI. 02) : Variation de la vitesse de phase pour différentes théories ($G_{gnp}=0,01$ (a) UD (b) FG	97
Figure(VI.03) : Relation de dispersion de la vitesse de phase pour diverses fractions pondérales GNP à $\mu=1$ nm(a) UD (b) FG	98

Liste des Tableaux

Liste des Tableaux	P.
Chapitre I	
Tableau(I.01) Comparaison des propriétés des céramiques et des métaux	29
Chapitre IV	
Tableau (IV-1) comparaison comparaisons entre différents modèles	76
Chapitre VI	
Tableau(VI.01) : comparaison des fréquences (ω) de la présent théorie d'une plaque isotrope	93
Tableau (VI.02) : fréquence naturelle (Hz) d'une nano plaque fonctionnellement graduée en polymère renforcée par nano plaquette des graphènes	94
Tableau(VI.03) : phase velocities (km/s)d'une nano plaque fonctionnellement graduée en polymère renforcée par nano plaquette des graphène	95
Tableau(VI.04) : fréquence naturelle (Hz) d'une nano plaque fonctionnellement graduée en polymère renforcée par nano plaquette des graphènes ($\mu = 1$)	95
Tableau(VI.05): phase velocities (km/s)d'une nano plaque fonctionnellement graduée en polymère renforcée par nano plaquette des graphène ($\mu = 1$)	96

Liste des Notations :

$\{ \}$	Vecteur colonne
$[]$	Matrice
E_m	Module d'Young métal
E_c	Module d'Young céramique
$U \quad V \quad W$	Les déplacements dans les directions x, y et z
$u_0 \quad v_0 \quad w_0$	composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
$\psi(z)$	Fonction de forme (gauchissement)
γ_{13}, γ_{23}	Champ de déformation transversal virtuel
$(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23})$	Déformation dans la direction x, y et z
$(\sigma_{11}, \sigma_{22})$	Contraintes normales
$\tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23}$	Contraintes de cisaillement
μ	Paramètre non local
∇	Laplacien
$N_{11}, N_{22}, N_{12}, N_{13}, N_{23}$	Efforts normaux
$M_{11}^b, M_{22}^b, M_{12}^b, M_{13}^b$	Moments de flexion
$M_{11}^s, M_{22}^s, M_{13}^s, M_{23}^s$	Moments supplémentaire du au cisaillement transverse
L_{11}, L_{12}	Résultantes des contraintes
ϕ_{13}, ϕ_{23}	Résultantes des contraintes
R_{13}, R_{23}	Résultantes des contraintes
I_0, I_1, I_2, I_3, I_4	Inerties de masse
$A_{ij}; B_{ij}; C_{ij}; D_{ij}; E_{ij}; F_{ij}; G_{ij}; K_{ij}; H_{ij}$	les composantes de rigidité
∂	Dérivée partielle
[Mij]	Matrice de masse
[Kij]	Matrice de rigidité

C_p	La vitesse de phase
K	Nombre d'onde
$u, v, w,$	Les déplacements dans les directions x, y et z
$\varphi_1 ; \varphi_2$	Déplacement additionnel
$\{A_{ij}; B_{ij}; C_{ij}; D_{ij}; E_{ij}\}$	les composantes de rigidité
$Q_{11}, Q_{12}, Q_{21}, Q_{22}, Q_{44}, Q_{55}, Q_{66}$	Constante matérielle
h	Épaisseur de la plaque
b	Largeur de la plaque
A	Longueur de la plaque
Σ	Surface
\int	Intégrale
FSDT	La théorie de déformation de cisaillement de la troisième de Reddy
CPT	La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchoff
HSDT	Hyperbolic Shear Déformation Plate Théory
SSDT	La théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé
Gnp	Nono plaquette de Graphène
Cet	Théorie classique d'élasticité
NET	Théorie non locale d'élasticité
$E(z)$	Module d'Young en fonction de z
$\nu(z)$.	Coefficient de Poisson en fonction de « z »
i, j	Nombres naturels
gGnp	Graphène
NI	Nombre des couche

Liste des abréviations

FGM	Fonctionnellement graduée
CPT	Théorie classique de Love Kirchhoff
FSDT	Théorie de déformation 1 ^{er} ordre
HSDT	Théorie de déformation d'ordre élevée
UD	Distribution uniforme
GNP	graphène
CET	Théorie classique d'élasticité
NET	Théorie non locale d'élasticité
SSDT	Seconde ordre élevée
FG-PC	Fonctionnellement graduée

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

Le graphène est considéré comme un matériau révolutionnaire de large perspectives d'application dans les domaines de nanotechnologie, énergie et biomédecine. Récemment le flambement, la flexion et la vibration des structures renforcées par des nano plaquettes de graphène (GNPs) et plaquettes de graphène (GPLs) ont été étudié par certains chercheurs (Arefi et al. 2019, Jiao and Alavi 2018, Yang 2020 ,Aditya 2019, Arefi 2018, Liu *et al.* 2020, Sahmani *et al.* 2018,).

Cependant les recherches sur la propagation des ondes dans les Macro, Micro et nanostructures renforcées par GPNs ou GPLs sont très limitées. Gao *et al.* (2020) ont étudié la propagation des ondes élastique dans les plaques carré renforcées par GPL en considérant différente distribution GPL et en utilisant différentes théories des plaques. Il ont considéré le model Halpin Tsai pour calculer les propriétés des matériaux. Li *et al.* (2020) ont proposé une méthode semi analytique pour étudier la propagation des ondes dans les plaques renforcées par GPLs en utilisant la théorie de Reissner-Mindlin. Ebrahimi et al. (2019) ont analysé les coques poreuses en matériau composite renforcées par GPLs en utilisant la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre.

En effet, les travaux traitant les propagations des ondes dans les nanoplaques renforcées par GPL ou GPN sont très limites, et les recherches sur les Propagations d'ondes dans les structures renforcées par GPL ou GPN Basés sur la théorie non classique de l'élasticités sont encore plus limités. Dans le cadre de la théorie non locale (Eringen 1998), Ebrahimi et Dabbagh (2018) ont discuté Les caractéristiques de la propagation des ondes dans les nano plaques renforcées par des plaques de graphène (GPL). Il est à noter que La théorie non locale de l'élasticité contient un seul paramètre qui peut capturer les caractéristiques mécaniques de certaines nanostructures et qui peut caractériser l'effet d'adoucissement de la rigidité. Il convient de mentionner que la théorie non locale de l'elasticité NET (Eringen 1998, Barretta et de Sciarra, 2019, Barretta et al. 2019, Chivalek et Demir 2016, Civalek et al. 2020, Ertah et Mohammed 2020a, Emam et al. 2018, Eltah et al. 2020b, Wu Zunhe Civalek 2019, Taherifar et al. 2019, Numanoglu et al. En 2018, Heydari2018, Heydari et Shariati 2018, Malikan et al. 2020b) est différente de la théorie classique traditionnelle (Moradi Mansouri 2012, Hadji, et al. 2018)

Dans ce mémoire, la déformation non locale est présentée pour étudier la propagation des ondes élastiques dans les composites polymères renforcées par GNP. Aussi, l'effet d'échelle et un champ de déplacement d'ordre élevé de cinq variables est considéré. L'équation d'onde non classique est dérivée en utilisant le principe d'Hamilton. L'influence de différents paramètres sur la propagation des ondes dans les nanoplaques renforcées par les GNP.

Le présent travail de thèse s'articule autour de quatre chapitres qui se résument comme suit :

L'aspect théorique comprend quatre chapitres :

Le premier chapitre présente les matériaux composites ; et le matériau FG l'histoire de leur développement, leurs méthodes de fabrication, ainsi que leurs domaines d'application

Le deuxième chapitre présente introduction sur la nanotechnologie.

Au troisième chapitre , la définition du phénomène de propagation des ondes élastiques.

Le quatrième chapitre, les différentes théories des plaques ont été étudiées et analysées.

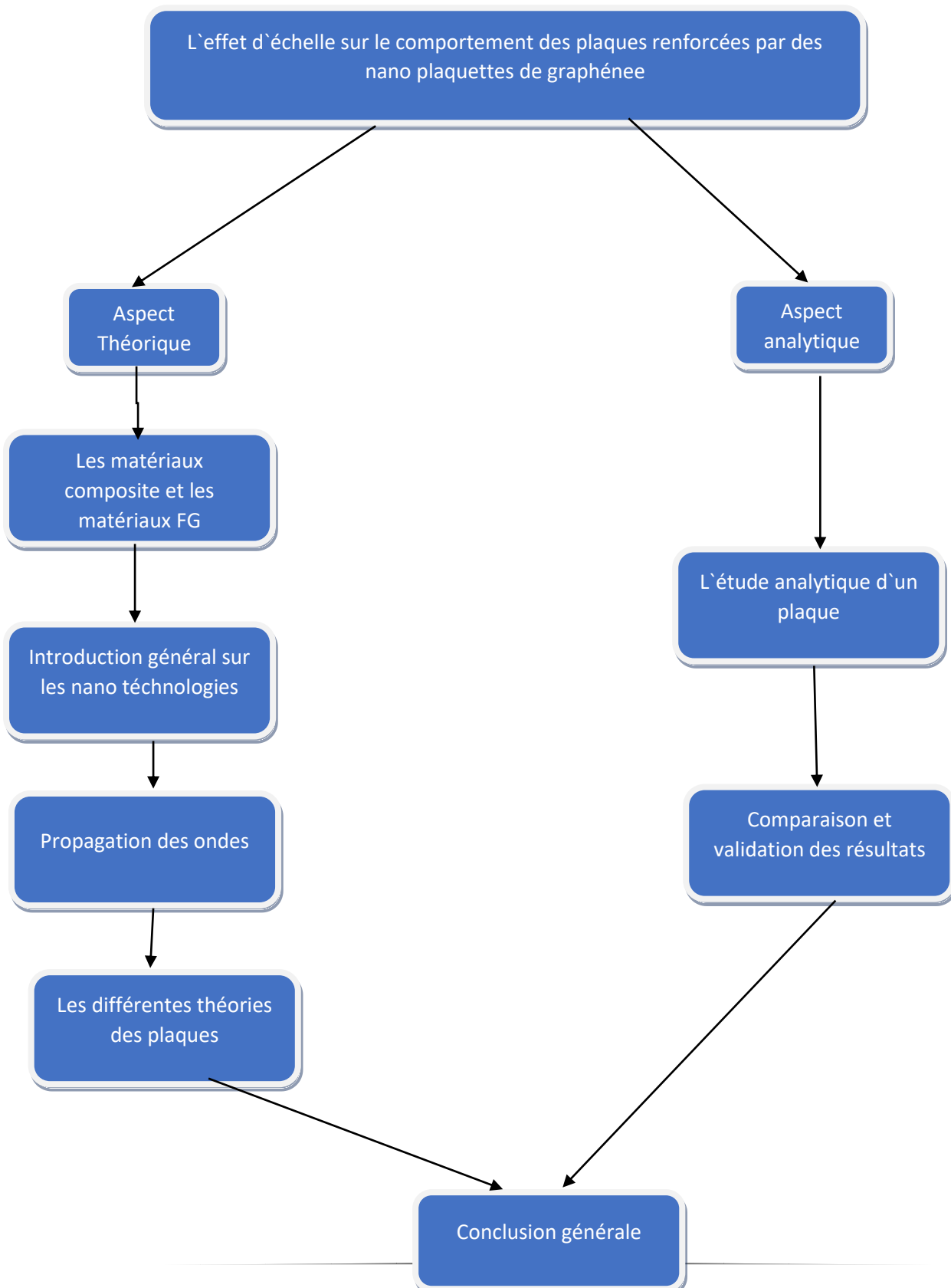
Au cinquième chapitre, l'étude analytique d'une plaque en utilisant deux théories de déformation de cisaillement.

Le sixième chapitre est consacré à la validation du modèle proposé, tout en le comparant

Avec ceux trouvés dans la littérature.

En fin, ce travail se termine par une conclusion générale.

L'organisation générale de ce présent travail est illustrée par l'organigramme suivant :



CHAPITRE I

Les Matériaux Composites et les Matériaux
Fonctionnellement Gradués.

I.1.Introduction :

Les composites, produits de joints, concurrencent les métaux car ils sont légers, immuables, et leur résistance dépasse celle de l'acier (leur rapport résistance/poids est très élevé), en effet les panneaux FRP sont au moins 2 à 10 fois plus lourds que 20% de acier, mais plus solide que l'acier. Pour le renforcement en génie civil, les matériaux composites en fibres de verre, d'aramide ou de carbone ont connu plusieurs interventions dans la construction au cours de la dernière décennie ; nous recherchons leur souplesse, leur facilité de pose et l'adaptation des propriétés mécaniques qui leur permettent d'intervenir dans des structures de forme complexe.

Ces matériaux conviennent à toutes les formes et à tous les supports, ne nécessitent aucune peinture sous pression et consolident les propriétés de la structure, ce qui n'est pas possible avec les méthodes traditionnelles (béton armé ou tôles collées).

I.2.Les matériaux composite :

I.2 .1 Définition :

Un matériau composite est un matériau composé d'au moins deux matériaux aux propriétés différentes. Lorsque nous combinons deux ou plusieurs matériaux, nous obtenons un matériau plus performant car il possède toutes les propriétés des matériaux utilisés. Le choix du matériau se fait en fonction des propriétés recherchées, selon que l'on souhaite avoir un matériau plus ou moins résistant aux chocs ou à la chaleur, résistant à l'eau ou encore durable.

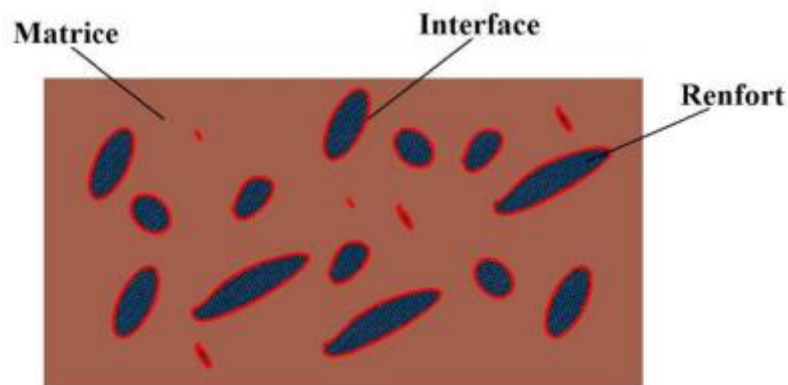


Figure (I.01) : présentation d'un matériau composite

I.2 .2 . Les types de matériaux composites :

En général, le domaine des composites est très vaste, on peut décomposer les types de matériaux composites en quatre [BENAHMED Abdelkrim, 2018] :

- Composites à renforts de particules,
- Composites à renforts de fibres,
- Composites à renforts de paillettes,
- Composites stratifiés.

I.2 .3 La composition des matériaux composites :

La composition du matériau composite est la suivante : matrice ou résine + renfort

❖ La matrice :

Une matrice est un matériau qui assure la résistance chimique et la cohésion du matériau tout en donnant au produit final la forme souhaitée. La matrice entoure et protège le renfort. Lorsque le matériau composite a une matrice organique, celle-ci est appelée résine

Les matrices sont principalement divisées en 3 catégories :

- CMO ou matériau composite à matrice organique.
- Ce sont les matériaux les plus courants, notamment les thermoplastiques et les thermodurcissables.

Les composites à matrice organique sont divisés en deux catégories :

- Matériaux composites largement utilisés :

Ce sont des matériaux composites aux performances moindres et au coût plus abordable.

Ils sont utilisés dans plus de 95% des cas, notamment lors de production de masse,

- Matériaux composites hautes performances :

Ces matériaux ont d'excellentes propriétés mécaniques et donc un coût plus élevé.

Ils sont fréquemment utilisés dans l'aviation et la construction.

- CMC ou composites à matrice céramique comme l'aluminium, le titane ou le magnésium.
- CMM ou matériau composite à matrice métallique comme le carbone ou le carbure de silicium

❖ Le renfort :

Les renforts constituent l'ossature de la pièce et assurent l'essentiel des propriétés mécaniques. Typiquement, les renforts sont des fibres telles que les fibres de verre (les plus courantes), les fibres de carbone, les fibres d'aramide ou encore les fibres végétales (renouvelables).

Le renfort peut également prendre la forme de particules.

Les matériaux de renforcement rendent les matériaux plus efficaces. Différents renforts pour composites Avantages des matériaux composites Selon la composition des matériaux composites, ils peuvent avoir de nombreuses propriétés et donc de nombreux avantages.

Les matériaux composites permettent une liberté d'assemblage quasi illimitée, ce qui permet de créer des matériaux « à la carte » aux propriétés souhaitées en fonction du produit fabriqué.

Les matériaux composites présentent 3 avantages de taille :

- Leur résistance : le matériau peut notamment supporter de nombreux chocs et pressions externes grâce au renfort,
- Leur faible volume : la masse est plus compacte et donc moins volumineuse, ce qui entraîne un allègement parfois considérable du produit final,
- Leur durée de vie : du fait de leur résistance, le matériau est durable et ne s'abîme pas ou peu avec le temps.

I.2 .4 Un premier exemple de matériau composite : le béton armé

Le béton est un matériau de construction omniprésent dans les structures en génie civil. Il

S'agit d'un mélange de graviers, de sable, de ciment et d'eau. Le rôle du sable est de combler

Ses vides entre les autres granulats. Le ciment est composé de calcaire, d'argile et de gypse.

Quand l'eau s'évapore, le béton initialement pâteux se solidifie. Le ciment assure sa cohésion.

On peut conclure que le béton est un matériau composite, les composants gravier/sable est le

Renfort et le ciment est la matrice.

Le module de Young du béton en compression est atteint les 40 GPa (suivant le dosage du

Ciment), ce qui est très correct. Par contre, en traction, les valeurs sont dix fois plus faibles par rapport à la compression ; Cela constitue son principal point de faiblesse.

L'acier présente un module de Young en traction de 210 GPa. Cependant, il est bien sûr hors de question de construire des bâtiments entièrement en acier, il devient trop cher, trop lourd et incompatible avec de nombreuses contraintes techniques.

La première démarche en 1848 par le chercheur Louis Lambot, est de tirer parti à la fois du béton et de l'acier. Cependant, les barres d'acier sont disposées dans un coffrage (un moule) et remplies le moule par le béton frais. Quand celui-ci est solidifié, le coffrage est retiré.

On obtient du béton armé, dont le brevet fut déposé en 1892 par François Hennebique. Il obtient un meilleur module de Young de l'ensemble en traction que le béton ordinaire, lorsque l'effort est exercé suivant l'axe des barres. Les barres en acier constituent le renfort, le béton est la matrice. La forme de relief sur la surface des tiges à la manière d'une vis, assure la négligence de glissement entre le béton et les barres d'acier.

I.2 .5 Applications des matériaux composites en génie civil :

Le génie civil est actuellement peu consommateur de matériaux composites comparativement à d'autres secteurs tels que l'industrie de l'automobile ou celle de l'aérospatiale. Cependant, il existe de réelles perspectives dans les prochaines années quant à leur utilisation structurelle pour la réhabilitation des constructions civiles et industrielles.

D'où l'intérêt et l'engouement apportés par les différents centres et laboratoires de recherche à travers

Le monde, pour étudier les différents aspects d'éléments structuraux en bétons renforcés ou réparés par des «PRF» [Riad BENZAID, 2015].

D'une manière générale, les matériaux composites présentent des avantages considérables dès qu'il s'agit de la protection, de la réparation et du renforcement d'ouvrages ou d'éléments

d'ouvrages en béton armé tels que les poutres, poteaux, dalles ou les murs [Riad BENZAID, 2015].

➤ Les poutres :

Le renforcement vis à vis la résistance à la flexion d'une poutre en béton armé simplement appuyée en utilisant les composites «PRF» est généralement réalisé par collage externe des lamelles «PRF» sur le support de la poutre concernée .Avant l'application de la lamelle «PRF», le support doit être préparé. Le but de la préparation d'une surface adéquate est d'enlever la couche faible de la surface du béton et d'exposer la totalité du béton pour améliorer la liaison avec le «PRF», et de fournir une surface uniforme [Riad BENZAID, 2015]

➤ Les dalles :

Le procédé de renforcement de dalle consiste à coller, à la surface des zones de béton tendues, des plaques ou des bandes de renfort. De nos jours, seules sont appliquées des bandes de renforts. Pour des raisons évidentes de mises en œuvre, on préfère coller les bandes de renfort en sous face de la dalle. Dans le cas d'une mise en œuvre à la surface d'une dalle, il faut prendre en compte des problèmes de remise à niveau du plancher traité [Riad BENZAID, 2015].

Les techniques sont similaires à celles utilisées pour renforcer les poutres pour reprendre les efforts de flexion. On rencontre donc le collage de plaques ou de bandes sur les dalles. Encore une fois, lors de ces dernières années la méthode de mise en œuvre de bandes s'est imposée plutôt que l'installation de plaques [Riad BENZAID, 2015].

➤ Les Poteaux :

Différentes techniques ont été développées pour renforcer ou réhabiliter des poteaux existante en béton armé en utilisant des composites «PRF» [Riad BENZAID, 2015].

Les poteaux peuvent être renforcées vis -à vis des efforts axiaux, en les enveloppant par des colles «PRF» [Riad BENZAID, 2015].

Les figures suivantes présentent la description des principales applications de renforcement par composites collés sur ouvrages de génie civil



Figure (I.02) : Principales applications de renforcement par composite collés sur ouvrages
[Riad BENZAID, 2015]

I.3. Les matériaux fonctionnellement Gradués :

I.3.1 Définition :

Les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) sont des matériaux composites spéciaux dont les propriétés changent continuellement avec l'épaisseur. Le FGM est généralement fabriqué à partir d'un mélange de céramiques et de métaux, de sorte qu'il peut résister à des environnements à haute température tout en conservant sa ténacité. La technologie FGM est le matériau de fabrication original fourni par Sendai Group au Japon en 1984. Ils sont utilisés dans des applications très différentes telles que les cuves de réacteur, les dispositifs d'énergie de fusion, le secteur biomédical, les avions, les engins spatiaux, l'industrie de la défense et d'autres structures d'ingénierie. En fait, les propriétés mécaniques des éléments structuraux avec FGM sont d'une importance considérable dans les domaines de la recherche et de l'industrie.

L'avantage d'utiliser des FGM est qu'ils peuvent résister à des environnements à gradient de température élevé tout en conservant leur intégrité structurelle.

Par exemple, dans les revêtements de barrière thermique typiques et les applications à haute température, les couches discrètes de matériau céramique sont limitées aux structures métalliques. Cependant, les transitions dans les propriétés des matériaux à travers les interfaces

entre différents matériaux peuvent entraîner de fortes contraintes inter laminaires et entraîner une déformation plastique ou une fracture.

Le côté haute température	<p>Céramique</p> <ul style="list-style-type: none"> - Bonne résistance à la chaleur ; - Bonne résistance à l'oxydation ; - Faible conductivité thermique.
Continuité du matériel d'un point à un autre "couches intermédiaires"	<p>Céramique- métal</p> <ul style="list-style-type: none"> - Coup de problèmes d'interface ; - Détend les contraintes thermiques.
Le côté basse température	<p>Métal</p> <ul style="list-style-type: none"> - Bonne résistance mécanique ; - Haute conductivité thermique ; - Très bonne ténacité.

Tableau(I.01) Comparaison des propriétés des céramiques et des métaux.

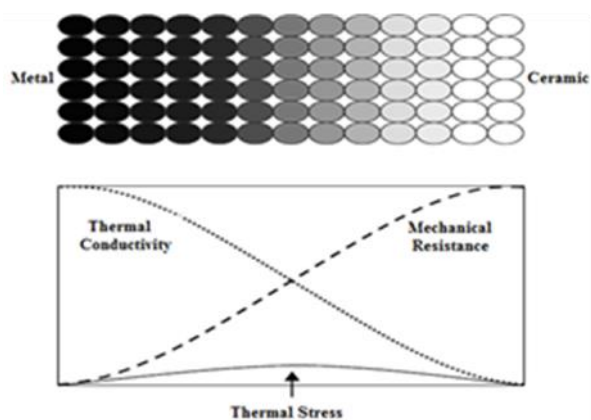


Figure (I.03) : Le changement dans la composition des FGMs

1.3.2 Lois régissant la variation des propriétés matérielles des plaques FGMs:

Le matériau à gradient de propriété "FGM" se compose de deux combinaisons

Les matériaux ayant des propriétés structurales et fonctionnelles différentes ont des transitions

Composition continue idéale, structure et distribution des pores

Ces matériaux sont utilisés pour optimiser les propriétés des structures qu'ils forment.

La caractéristique la plus distinctive des matériaux FGM est leur microstructure

Inhomogénéité des propriétés macroscopiques avec gradation spatiale. Les MGF peuvent être définies par les changements de fraction volumique. La plupart des chercheurs utilisent

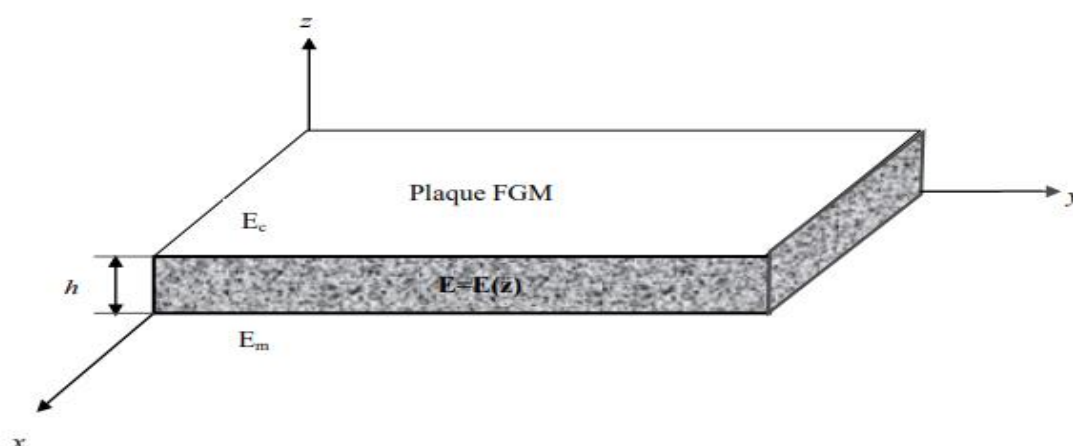
puissances, fonctions exponentielles ou fonctions sigmoïdes pour décrire des fractions

le volume.

La liaison entre les particules doit être suffisamment dure à l'intérieur pour résister fissures, et est également assez solide à l'extérieur pour résister à l'effilochage

Considérons une plaque rectangulaire en FGM d'épaisseur h , d'une longueur a suivant la direction de x , et de largeur

b suivant la direction de y , comme indiqué sur la figure I.4



La figure (I.04) : Géométrie d'une plaque en FGM.

- Les coordonnées x et y définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe z

Perpendiculaire à la surface médiane et à l'épaisseur de la plaque.

Propriétés des matériaux, y compris le module de Young et le coefficient de Poisson

Les surfaces supérieures et inférieures sont différentes mais déterminées sur demande exécution.

- Cependant, le module de Young et le coefficient de Poisson changent constamment, Dans le sens de l'épaisseur (axe z), soit : $E = E(z)$, $\nu = \nu(z)$. Module d'Young

La direction de l'épaisseur de la plaque FGM est basée sur la loi de puissance (P-FGM) ou Fonction exponentielle (E-FGM) ou fonction sigmoïde (S-FGM).

I.3.2 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM :

La fraction volumique de la classe P-FGM obéit à une fonction de loi de puissance.

$$V(z) = \left(\frac{z + h/2}{h} \right)^p ; p \geq 0 \quad (I.1)$$

où p est le paramètre du matériau et h est l'épaisseur de la plaque. une fois le score

Le volume local V(z) a été défini et les propriétés matérielles de la plaque P-FGM peuvent être

Déterminé par la loi des mélanges [Bao, 1995] :

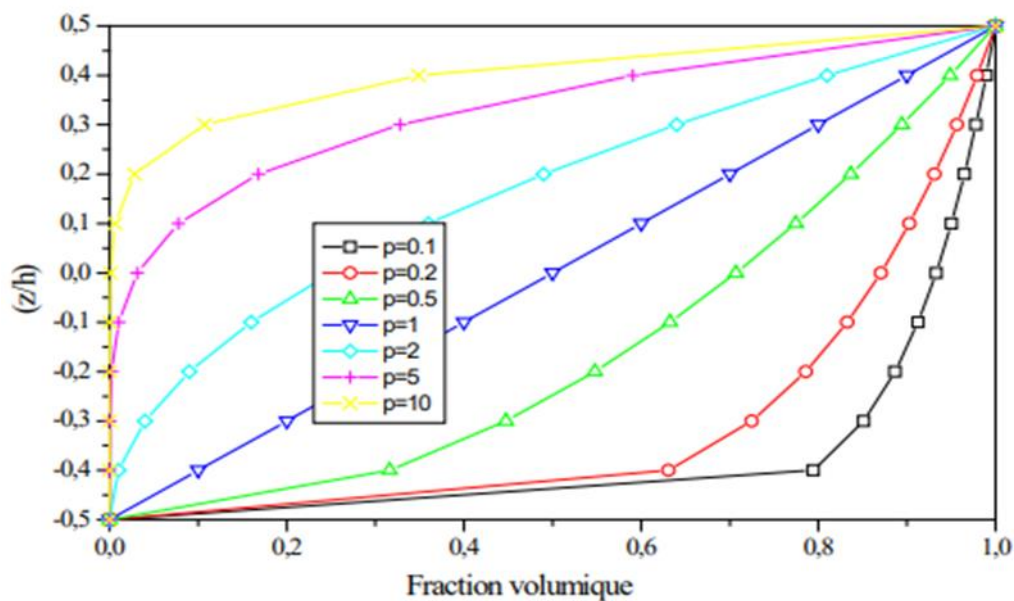
$$E(z) = E_m + (E_c - E_m)V(z) \quad (I.2)$$

où E_m et E_c sont les modules d'Young de la surface inférieure, respectivement

($z = -h/2$) et la surface supérieure de la plaque FGM ($z = h/2$), variation de moule

La direction de l'épaisseur de Young de la plaque P-FGM est illustrée à la Figure I.6, elle est montre clairement que la fraction volumique change rapidement près de la surface inférieure

Pour $p < 1$, et pour $p > 1$, il augmente rapidement près de la surface supérieure. [Bao, 1995]



Figure(I.05) : Variation de la fraction volumique dans une plaque P-FGM.

Dans le cas de l'ajout à la plaque FGM , une fonction singulière simple au composites multicouches,les concentrations apparaissent sur l'une des interfaces ou la matière est continue mais changent rapidement.

Par conséquent , Chung et chi définissent la fraction volumique de puissance en utilisant deux fonction afin d'assurer la bonne distribution des contraintes de toutes les interfaces [Chung et Chi,2006].Les deux fonctions sont définis par :

$$V_1(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{h/2 - z}{h/2} \right)^p \text{ pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{I.3.a})$$

$$V_2(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{h/2 + z}{h/2} \right)^p \text{ pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{I.4.a})$$

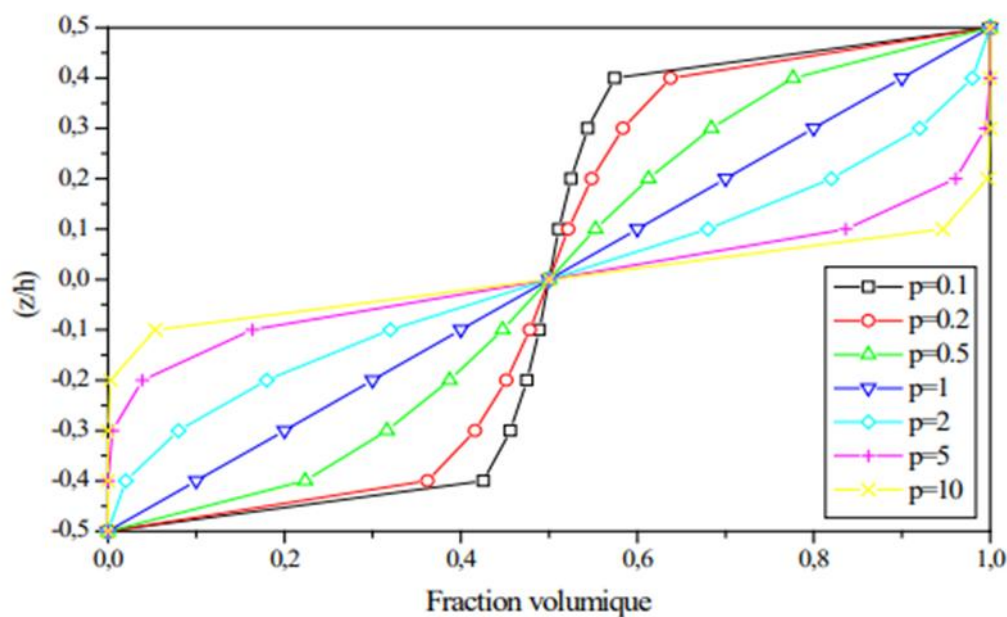
En utilisant la loi des mélanges, la propriété S de la plaque S-FGM peut être

Calculé par :

$$S(z) = V_1(z)S_1 + [1 - V_1(z)]S_2 \text{ pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{I.4.a})$$

$$S(z) = V_2(z)S_1 + [1 - V_2(z)]S_2 \text{ pour } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0 \quad (\text{I.4.b})$$

La figure I.06 montre que la variation de la fraction volumique dans les équations (I.4.a) et (I.4.b) représente les distributions sigmoïdes, et cette plaque FGM est appelée (Plaque S-FGM). [Chung et chi .2003]



La figure(I.06) : Variation de la fraction volumique dans une plaque S-FGM

I.3 .3. Les propriétés matérielles de la plaque E-FGM :

Pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la plupart des chercheurs

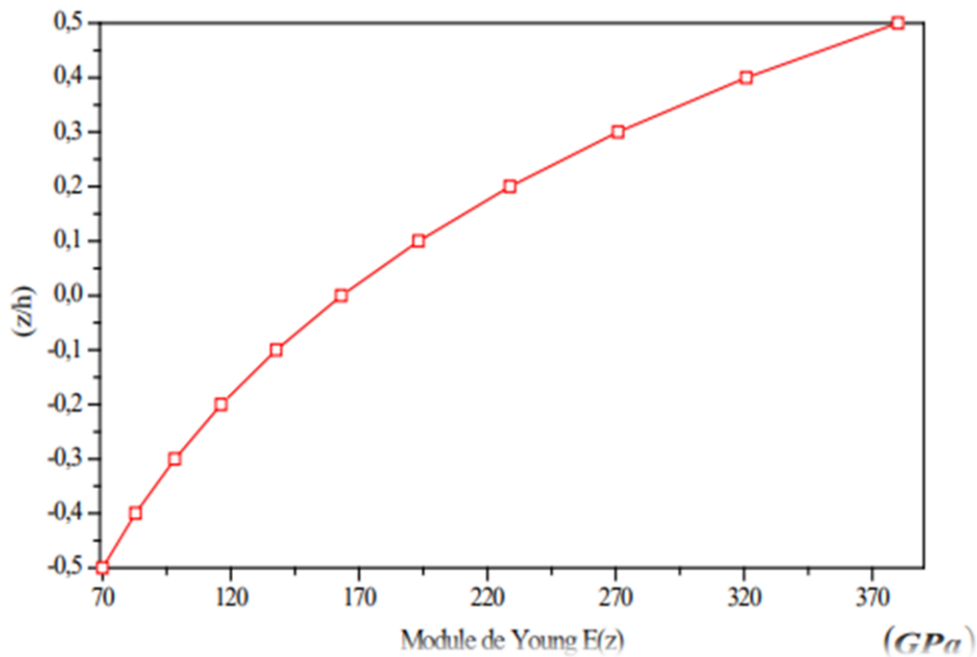
Utiliser une fonction exponentielle écrite sous la forme [Delale, 1983] :

$$E(z) = E_c e^{B(z+h/2)} \quad (\text{I.5.a})$$

Avec :

$$B = \frac{1}{h} \ln \left(\frac{E_m}{E_c} \right) \quad (\text{I.5.b})$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la plaque E-FGM est représentée dans la figure I.7 [Delale et Erdogan 1983]



Figure(I.07) : Variation du module de Young dans une plaque E-FGM

I.3 .4 Domaines d'applications des matériaux fonctionnellement gradués (FGM) :

Le concept de matériaux à gradient de propriété s'applique à de nombreux domaines.

De par leurs propriétés mécaniques et thermiques, ces matériaux sont utilisés dans différents domaines tels que : Les FGM aérospatiaux sont très prometteurs et peuvent être utilisés dans le domaine aérospatial plus large car les FGM peuvent résister à des gradients thermiques très élevés, ce qui les rend également adaptés à une utilisation dans la structure et le fuselage de la navette spatiale. Utilisé dans les composants de moteurs de fusée [L.Marin, 2005]

❖ . Médecine :

Les mutilations génitales féminines sont appliquées aux os, aux articulations et aux dents. Parce que ces tissus vivants sont décrits comme des matériaux naturels fonctionnellement gradués [S. Matsuo, 2001]

❖ Matériaux industriels :

De nombreuses applications de FGM ont récemment été réalisées dans les matériaux industriels. La FGM peut être utilisée dans l'électronique comme les fibres optiques pour la transmission à haute onde,

Les FGM sont également utilisés dans les dispositifs de conversion d'énergie. Ils constituent également des barrières thermiques et sont utilisés comme revêtements protecteurs pour les aubes de turbine des turbomachines [M. Niino et al., 2005].

Les parois internes des réacteurs nucléaires sont en FGM (céramique/métal) ; les cylindres des moteurs automobiles sont en FGM.

I.3 .5 Applications des matériaux FGM en génie civil :

Avec le soutien de projets de recherche menés à l'Université de Stuttgart, différentes classes de matériaux de construction (béton, textiles, bois, métaux et polymères), méthodes de production et domaines d'application (structures porteuses, enveloppes de bâtiments, technologie hybride) ont été basées sur le concept FGM. Rechercher et évaluer certains éléments architecturaux. Il convient de noter que l'idée de béton à gradient fonctionnel permet de réaliser des façades plus minces par rapport à des systèmes composites d'isolation thermique comparables, avec une conductivité thermique bien inférieure à celle du polystyrène. La présente invention conduit à une augmentation de la recyclabilité et à une économie de ressources économiques. Un autre aspect de cette technologie impliquant des matériaux à propriétés graduées est l'incorporation de différents matériaux dans une transition progressive et continue.

On peut utiliser les matériaux FGM dans les domaines du génie civil suivant :

➤ LES chaussées rigides :

Le FGM peut être utilisé sur des chaussées rigides en béton, sa granulométrie est obtenue par la variation de la fraction volumique de fibres, la technologie est destinée à être utilisée sur les autoroutes et les routes à fort trafic où les chaussées souples en béton bitumineux ne sont pas recommandées, les pavages industriels, les pistes d'aéroport, car ils offrent une résistance et une durabilité élevées, l'objectif est d'optimiser l'épaisseur de la chaussée pour utiliser des matériaux rigides sur la surface de roulement et des matériaux moins rigides sur le sol de fondation.

➤ Chaussées flexibles :

les FGM peuvent être utilisés dans les chaussées flexibles pour éliminer la couche d'adhérence entre la couche d'asphalte en gravier et la couche d'usure en béton bitumineux, empêchant le

glissement entre les deux couches, économisant l'épaisseur de la couche, tout en obtenant des performances optimisées et en augmentant la capacité portante de la chaussée. Ainsi que la durabilité ultérieure.

➤ Grand vitrage en zone chaude :

Les vitrages sont en FGM, ce qui permet de contrôler la température dans la zone chaude et d'éviter les vitrages multiples.

➤ Tunnels :

Les surfaces exposées des parois intérieures des tunnels doivent être en matériaux réfractaires et rigides, et les surfaces en contact avec le sol et les rochers doivent être en matériaux imperméables. L'utilisation des MGF semble être une solution valable.

➤ Joints dans les ossatures métalliques :

Dans certains cas d'ossatures métalliques, lors de l'assemblage des éléments, il est nécessaire de souder entre des éléments de poids et de teintes différents tels que l'acier/l'aluminium. Dans ce cas, des rondelles en acier ordinaires sont utilisées. L'inconvénient de ce type d'articulation est qu'elle subit une accumulation intense de concentration de contraintes et qu'elle est plus susceptible de se blesser en cas d'action cyclique. L'utilisation de joints FGM est une solution optimale.

I.4 Comparaison entre matériaux composites et FGM :

Généralement, les matériaux composites présentant des caractéristiques macroscopiquement inhomogènes. Le changement continu dans la composition de la microstructure du matériau composites illustré dans la figure I.8 [Koizumi 1996]. Il en obtenu un facteur gradient qui déterminera les propriétés matérielles des FGM. Dans certains cas, on peut avoir un FGM constitué d'un même matériau mais de microstructure différente [Boch 1986].

Les matériaux fonctionnellement gradués peuvent être utilisé dans divers domaines pour des usages structuraux. Entre les années de 80 et 90 et pendant cinq ans, plusieurs programmes ont été conduits pour développer l'architecture des FGM, et d'étudier ces matériaux pour l'utiliser dans des plaques a hautes résistances à la températures (par exemple, éléments pour navettes spatiales hypersoniques) ainsi que pour des applications fonctionnelles (par exemple,

convertisseurs thermoélectriques et thermo-ioniques). Ces études ont conduit au développement de la conception architecturale du FGM et de ses perspectives.



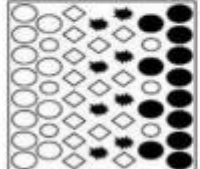
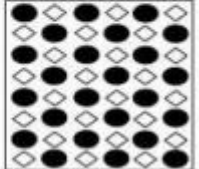
Propriétés	<p>1 Résistance mécanique</p> <p>2 Conductivité thermique</p>		
Structure	<p>Eléments constitutifs:</p> <p>céramique ○</p> <p>métal ●</p> <p>microporosité ◊</p> <p> fibre ✱</p>		
Matériaux	exemple	FGM	NON-FGM

Figure (I .08) Caractéristiques des matériaux composites FGM en comparaison avec les matériaux composites conventionnels [Koizumi 1996]

I.5.Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons défini les matériaux composite et les matériaux fonctionnellement graduée « FGM », l’histoire de leur développement, leurs propriétés, leurs principales méthodes de fabrication et leurs domaines d’application La variation spatiale et progressive des propriétés des matériaux à gradient de propriétés permet de créer des structures innovantes qui peuvent être exploitées dans de nombreux domaines d’application à savoir les structures spéciales et de génie civil.

CHAPITRE II

Généralité Sur Les Nanotechnologies

II.1.introduction :

La nanotechnologie est un domaine de recherche et de développement multidisciplinaire basé sur la connaissance et la maîtrise des infinitésimaux. Plus précisément, ils regroupent toutes les technologies capables de fabriquer, manipuler et caractériser la matière à l'échelle nanométrique. La nanotechnologie est la formalisation de concepts et de processus issus des nanosciences, la science qui vise à étudier et comprendre les propriétés de la matière aux échelles atomique et moléculaire.

II.2.Définition :

« Nanotechnologie » est un terme général qui décrit des applications dans de nombreux domaines scientifiques, mais couvre généralement l'étude des principes et des propriétés qui existent à l'échelle nanométrique, c'est-à-dire au niveau atomique et moléculaire. L'objectif de la nanotechnologie est de produire des objets ou des matériaux de taille inférieure à 100 nanomètres. Ces nanomatériaux sont composés de nanoparticules, qui sont produites intentionnellement, par opposition aux particules très fines issues de sources naturelles ou de la combustion. Les nanomatériaux peuvent être des métaux, des céramiques, des carbones, des polymères ou encore des silicates, et ils présentent l'avantage d'avoir des propriétés spécifiques par rapport à un même matériau à l'échelle macroscopique. L'acquisition de ces nouvelles propriétés physico-chimiques ouvre ainsi un vaste champ de recherche fondamentale et appliquée sous le nom de « nanosciences ».

II.3.Les Nanotechnologies Dans Le Domaine De Génie Civil :

La nanotechnologie est l'utilisation de très petites particules de matière, soit par elles-mêmes, soit par leur manipulation, pour créer de nouveaux matériaux à grande échelle. La nanotechnologie n'est pas une nouvelle science, ni une nouvelle technologie, mais une extension de la science et de la technologie développée depuis de nombreuses années. La nanotechnologie est la reconception des matériaux en contrôlant la matière à l'échelle atomique. La clé de la nanotechnologie est la taille des particules, car les propriétés des matériaux sont considérablement affectées en dessous de l'échelle nanométrique [10⁻⁹ mètres].

De plus, à mesure que la taille des particules devient nanométrique, la proportion d'atomes de surface augmente par rapport aux atomes internes, ce qui entraîne de nouvelles propriétés. Le béton est plus solide, plus durable et plus facile à travailler, l'acier est plus dur et le verre devient autonettoyant. La solidité et la durabilité accrue font également partie de la volonté de réduire

l'empreinte écologique de l'environnement bâti grâce à une utilisation efficace des ressources. Utilisation efficace de l'énergie grâce à une efficacité énergétique accrue, qui est obtenue avant le processus de construction en réduisant la pollution pendant la production de matériaux (par exemple le ciment) et en service. « Isolation ». Deux nanoparticules qui se distinguent dans les applications des matériaux de construction sont le dioxyde de titane (TiO₂) et les nanotubes de carbone (CNT).

Le premier est utilisé pour décomposer la saleté et la contamination sur tous les matériaux, du béton au verre, avant d'être emportés par la pluie. Le second est utilisé pour renforcer et surveiller le béton. En raison des nombreuses propriétés uniques des produits nano technologiques, les nouveaux produits basés sur les nanotechnologies peuvent réduire considérablement les problèmes actuels de génie civil. Fondamentalement, le bâtiment sera traité avec les matériaux et procédés de haute technologie utilisés par ces derniers. Par conséquent, il existe d'énormes possibilités d'appliquer les nanotechnologies aux matériaux de construction, qui pourraient avoir l'impact sociétal le plus important.

II.3.1 Application De La Nanotechnologie En Matériaux De Construction :

De nombreuses disciplines du génie civil, y compris les processus de conception et de construction, peuvent bénéficier des nanotechnologies. Par exemple, de nouveaux matériaux de construction aux propriétés uniques, des composites légers et plus résistants, une isolation ignifuge, des matériaux insonorisant, des revêtements nécessitant peu d'entretien, des hydrofuges, des polymères de nano argile chargés, des surfaces auto-assainissantes, des lampes UN, des purificateurs d'air, des nano- capteurs dimensionnés, pastilles conductrices ultra-fines, cellules solaires, etc. Juste pour en nommer quelques-uns. Nous présenterons brièvement les domaines d'application des nanotechnologies dans le génie civil et les sciences et technologies pour améliorer les performances. En outre, les défis actuels auxquels sont confrontés les scientifiques et les technologues pour exploiter le potentiel des nanotechnologies sont mis en évidence.

II.3.2. Nanotechnologie et Le Béton:

Le béton est un matériau macroscopique fortement influencé par les propriétés à l'échelle nanométrique, et la compréhension de ce matériau à ce nouveau niveau offre de nouvelles voies pour améliorer la résistance, la durabilité et la suivabilité.

Une grande partie de l'analyse du béton est effectuée à l'échelle nanométrique pour comprendre sa structure à l'aide de diverses techniques développées telles que la microscopie à force atomique (AFM), la microscopie électronique à balayage (SEM) et le faisceau d'ions focalisé (FIB).

La silice (SiO_2) est présente dans le béton conventionnel dans le cadre d'une distribution normale. Cependant, l'une des avancées apportées par l'étude du béton à l'échelle nanométrique est que les particules de remplissage du béton peuvent être renforcées grâce à l'utilisation de nano silice, conduisant à une densification des micro- et nanostructures. Le béton est un matériau macroscopique fortement influencé par ses propriétés et sa compréhension à l'échelle nanométrique. Ce nouveau niveau de matériau offre de nouvelles façons d'améliorer la résistance, la durabilité et la suivabilité.

Améliorer les propriétés mécaniques. L'ajout de nano-silice aux matériaux cimentaires peut également contrôler la dégradation de la réaction basique CSH (hydrate de silicate de calcium) du béton causée par la lixiviation du calcium dans l'eau, ainsi que l'infiltration d'eau, améliorant ainsi la durabilité.

Emballage de particules amélioré, broyage à haute énergie du clinker de ciment Portland ordinaire (OPC) et du sable standard, entraînant une plus grande réduction de la taille des particules par rapport à l'OPC conventionnel, entraînant une augmentation de 4 à 6 de la résistance à la compression du matériau raffiné fois (à différents âges). Une autre nanoparticule qui est ajoutée au béton pour améliorer ses propriétés est le dioxyde de titane (TiO_2)

Le dioxyde de titane est un pigment blanc qui peut être utilisé comme un excellent revêtement réfléchissant. Il est ajouté sous forme de nanoparticules et, en raison de ses propriétés germicides, il est ajouté aux peintures, au ciment et aux fenêtres, car le TiO_2 décompose les polluants organiques, les composés organiques volatils et les films bactériens par une puissante réaction catalytique. Par conséquent, lorsqu'il est appliqué sur des surfaces extérieures, il réduit les polluants atmosphériques. De plus, il est hydrophile, lui conférant ainsi des propriétés autonettoyantes sur la surface de son application. Le processus par lequel cela se produit est que l'eau de pluie est attirée à la surface et forme des flocons qui absorbent les polluants et les particules de saleté précédemment décomposés et les emportent. Le béton résultant a été utilisé dans des projets partout dans le monde, et il a une couleur blanche qui, contrairement aux bâtiments, conserve très efficacement sa couleur blanche. Construit à partir de matériaux traditionnels contaminés. Autre nanoparticule aux propriétés remarquables, les nanotubes de

carbone (NTC) et des recherches sont actuellement en cours pour étudier l'intérêt de les ajouter au béton.

Les nanotubes de carbone sont des formes cylindriques trouvées en Russie, mais ont commencé à être utilisées au Japon à la fin des années 90. Ils sont cylindriques et leur nom vient de leur diamètre nanométrique. Ils peuvent mesurer plusieurs millimètres de longueur et avoir une « couche » ou paroi (nanotubes à simple paroi) ou plus d'une paroi (nanotubes à parois multiples). Ils ont 5 fois le module d'Young de l'acier, 8 fois la résistance (100 fois théoriquement) et 1/6 la densité. L'ajout d'une faible quantité (1 % en poids) de NTC permet d'améliorer les propriétés mécaniques des échantillons constitués des phases principales de ciment Portland et d'eau.

Les nanotubes multi parois oxydés (MWNT) ont montré la meilleure amélioration de la résistance à la compression (+25 N/mm²) ou de la résistance à la flexion (+8 N/mm²) par rapport aux échantillons normaux.

En théorie, l'oxydation de fortes concentrations de défauts à la surface des MWNT pourrait conduire à une meilleure liaison entre les nanostructures et les liants, améliorant ainsi les propriétés mécaniques des composites d'une manière similaire à la déformation des barres d'acier. En fait, même certaines règles structurelles spécifiques sont en fait dérivées empiriquement d'observations comportementales en nanotechnologie.

L'étude des composants fondamentaux du béton peut ouvrir la voie à une véritable compréhension de la structure et de la longévité du béton sur la base de matériaux d'ingénierie aux propriétés prédéterminées.

Ceci est étroitement lié à l'étude de la durée de vie à travers une modélisation multi-échelle couvrant des échelles multidimensionnelles allant du nanomètre au mètre.

À titre d'exemple d'un tel additif ajouté au béton, des études ont montré que des micro-organismes anaérobies (qui ne nécessitent pas d'oxygène) incorporés dans l'eau de gâchage du béton produisent une résistance de 25 % à 28 jours. Les micro-organismes *Shewanella* ont été utilisés à une concentration de 105 cellules/ml.

Des observations à l'échelle nanométrique ont révélé une couche de dépôts de matrice ciment-sable à sa surface. Cela provoque la croissance du matériau de remplissage dans les pores de la matrice sable-ciment et une augmentation de sa résistance. Le béton autoplaçant (SCC) est un type de béton qui ne nécessite pas de vibration pour niveler et obtenir la consolidation. Cela représente une avancée majeure dans la réduction de l'énergie nécessaire à la construction

d'ouvrages en béton. C'est donc un enjeu de développement durable. De plus, le SCC peut offrir jusqu'à 50 % d'avantages en termes de coût de main-d'œuvre, car il coule 80 % plus rapidement et utilise moins de coffrage.

Le matériau se comporte comme un fluide visqueux et peut être obtenu en utilisant du poly carboxylate, un matériau de type plastique développé à l'aide de la nanotechnologie. Les mélanges SCC avec des niveaux tuélevés de fines nécessitent un système de dispersion très efficace pour la fluidité et la maniabilité à de faibles rapports eau/ciment (des rapports E/C élevés entraînent un risque de ségrégation) et ne sont possibles qu'avec des poly carboxylates répondant à ces exigences. De plus, bien que la résistance à long terme du béton superplastique conventionnel soit très élevée, la première résistance, surtout en hiver, n'est pas suffisante pour retirer le coffrage et la vapeur rapidement et en toute sécurité, des durcisseurs sont donc utilisés pour accélérer l'hydratation du ciment.

Enfin, le béton fibré est aujourd'hui courant pour renforcer les éléments structurels en béton existants. Les progrès de cette procédure impliquent l'utilisation d'une feuille fibreuse (matrice) contenant des particules de nano-silice et un durcisseur. Ces nanoparticules pénètrent et ferment de petites fissures dans la surface du béton, et pour la résistance, ces matrices forment une liaison solide entre la surface du béton et le renfort en fibres. Pendant le renforcement, des câbles et des feuilles de carbone imprégnés de matrice (fibres) sont placés sur la surface de béton préparée et collés à l'aide de rouleaux rainurés.

Les brins de carbone améliorent considérablement la capacité de l'échantillon à résister aux charges après la fissuration, et la matrice et l'interface sont durables dans des conditions humides, sèches et d'encrassement (rayures). De plus, la capacité de charge maximale n'a pas diminué après des cycles répétés de mouillage et de séchage ou d'encrassement.

II.3.3.Nanotechnologie et de l'acier :

L'acier a été largement utilisé depuis la deuxième révolution industrielle à la fin du 19e et au début du 20e siècle, et il a joué un rôle important dans l'industrie de la construction depuis lors. La fatigue est un problème important qui peut entraîner la défaillance de structures en acier soumises à des charges cycliques, telles que des ponts ou des tours.

Cela peut se produire à des forces bien inférieures à la résistance à la rupture du matériau et entraîner une durée de vie nettement plus courte de la structure.

Les philosophies de conception actuelles impliquent une ou plusieurs des trois mesures de limitation : basées sur une réduction significative de la contrainte admissible, une durée de vie admissible raccourcie ou une conception qui nécessite des régimes d'inspection périodiques. Les états de surface augmentent la contrainte à l'origine des fissures, qui sont la principale cause de fissuration par fatigue, et des études ont montré que l'ajout de nanoparticules de cuivre réduit la rugosité de surface de l'acier, limitant ainsi le nombre de régions augmentant les contraintes et limitant ainsi la fissuration par fatigue.

Les progrès de cette technologie devraient améliorer la sécurité, réduire le besoin de suivi et utiliser des matériaux plus efficaces dans les bâtiments sujets aux problèmes de fatigue. Lorsqu'elles sont soumises à des charges dynamiques soudaines, les soudures et la zone affectée par la chaleur (ZAT) à proximité des soudures peuvent devenir cassantes et échouer sans avertissement, et la ténacité des soudures est un problème important, en particulier dans les zones à forte activité sismique.

Les défaillances de soudage et de ZAT ont conduit à une réévaluation des joints structuraux soudés après le tremblement de terre de Northridge en 1994 dans la région de Los Angeles, les concepts de conception actuels incluent l'affaiblissement sélectif de la structure pour créer une déformation contrôlée loin des joints soudés cassants ou le surdimensionnement délibéré de la structure pour maintenir tous les stress sont tous faibles. Cependant, des recherches en cours ont montré que l'ajout de nanoparticules de magnésium et de calcium rend les grains HAZ dans les tôles d'acier plus fins (environ 1/5 de la taille des matériaux conventionnels), améliorant ainsi la ténacité des soudures.

Il s'agit d'un problème de durabilité et de sécurité, car la ténacité accrue au niveau du joint soudé entraînera moins de besoins en ressources, car moins de matériau est nécessaire pour maintenir la contrainte dans la plage autorisée. Deux produits relativement nouveaux lancés aujourd'hui sont l'acier Sandvik Nanoflex et l'acier MMFX2. Ils sont résistants à la corrosion, mais ils ont des propriétés mécaniques différentes qui sont le résultat de différentes applications de la nanotechnologie. Traditionnellement, le compromis entre résistance et ductilité de l'acier a été un problème important pour l'acier, les forces dans les bâtiments modernes nécessitent une grande résistance, et la redistribution pour la sécurité (en particulier dans les zones sismiques) et les contraintes nécessite une grande malléabilité.

Cela conduit à des matériaux ductiles à faible résistance dans des tailles plus grandes, ce qui n'est pas réalisable avec des matériaux fragiles à haute résistance, c'est donc une question de

durabilité et d'utilisation efficace des ressources. Sandvik Nanoflex possède les qualités souhaitables d'un module d'Young élevé et d'une résistance élevée, et est également résistant à la corrosion en raison de la présence de nanoparticules très dures dans la matrice d'acier.

En fait, il combine une résistance élevée avec une excellente formabilité et est actuellement utilisé dans la production de diverses pièces telles que des dispositifs médicaux et des composants de bicyclettes, cependant, ses applications sont de plus en plus diverses. En raison du coût élevé, l'utilisation de barres d'armature en acier inoxydable dans les structures en béton est généralement limitée aux environnements à haut risque.

Cependant, l'acier MMFX2, tout en possédant les propriétés mécaniques de l'acier conventionnel, possède une nanostructure modifiée qui le rend résistant à la corrosion et constitue une alternative moins coûteuse à l'acier inoxydable conventionnel.

II.3.4.Nanotechnologies et Bois :

Les nanotubes de carbone sont une nouvelle découverte, tandis que le bois est un matériau ancien, utilisé depuis l'aube de la civilisation.

Sans surprise cependant, compte tenu du processus d'évolution naturel, le bois est également composé de nanotubes ou « nanofibrilles », c'est-à-dire d'éléments de lignocellulose (tissu ligneux) deux fois plus résistants que les nano fibrilles conduiraient à un nouveau paradigme de la construction, car la production et l'utilisation seront partie d'un cycle renouvelable Certains développeurs spéculent que les fonctionnalités construites sur des surfaces lignocellulosiques à l'échelle

nanométrique pourraient conduire à des domaines tels que les surfaces auto-désinfectantes, l'auto-guérison intérieure et l'électronique lignocellulosique Ouvrir de nouvelles opportunités.

De par son origine naturelle, le bois est à l'avant-garde des recherches interdisciplinaires et des techniques de modélisation. Dans un premier temps, BASF a développé un revêtement hydrofuge basé principalement sur l'action des feuilles de lotus après incorporation de nanoparticules de silice et d'alumine et de polymères hydrophobes. D'autre part, les études mécaniques des os s'appliquent également aux⁴³modèles en bois, par exemple lors du séchage.

II.3.5.Nanotechnologie dans les matériaux d'étanchéité de construction :

Les matériaux de construction étanches sont un problème depuis 1 000 ans. En raison du manque de compréhension des matériaux structurés à l'échelle nanométrique, cette question

n'a pas été entièrement étudiée. Les nouveaux développements scientifiques et technologiques ont permis, avec l'aide de la nanotechnologie moderne, de produire des produits écologiques en silicone pour l'imperméabilisation de presque tous les différents types de matériaux de construction. La nanotechnologie garantit que le cycle de vie de cette approche se traduira par un cycle de vie de plus de 20 à 30 ans, mais à un coût

Les matériaux de construction sont connus pour les infiltrations d'eau, où l'eau fuit à travers les pores et les microfissures inhérents. L'imperméabilisation est un traitement censé rendre un matériau imperméable. Au cours des 50 dernières années, de nombreux développements techniques et de produits ont eu lieu dans divers mastics, en particulier en utilisant des produits à base de polymères et divers autres matériaux. Un autre problème sérieux avec l'imperméabilisation est la prévention de la perte de résistance structurelle des matériaux de construction en béton, en particulier en raison de l'ASR (Alkali Silica Reaction), des pluies acides, de l'attaque des sulfates. Il empêche également la pénétration des chlorures, qui peuvent provoquer la corrosion des barres d'acier.

II.3.6 Nanotechnologie et béton autocicatrisant :

Des expériences avec du béton autocicatrisant sont également en cours. Lorsque le béton se fissure, les microcapsules intégrées se rompent et libèrent l'agent de réparation dans la zone endommagée par capillarité. L'agent de réparation est en contact avec le catalyseur en suspension dans l'air et leur polymérisation referme la surface de la fissure. Lors des tests de rupture, le composite auto-cicatrisant a retrouvé 75% de sa résistance d'origine.

Ils peuvent augmenter la durée de vie des composants structuraux de deux à trois fois. Lorsque des fissures se forment dans ce béton autocicatrisant, elles décomposent les microcapsules, libérant un agent cicatrisant qui entre alors en contact avec un catalyseur qui initie une réaction de polymérisation qui scelle les fissures.

II.3.7. Peintures et revêtements :

Le marché de la peinture et des revêtements a rapidement adopté les nanotechnologies. Cet ensemble d'applications restera dans sa principale niche de valeur pour les 10 prochaines années. La première application est une peinture anti-rayures. Une seule couche de nanomatériau est aussi efficace que trois revêtements conventionnels. La promesse des nanomatériaux est intéressante dans le domaine des surfaces fonctionnelles comme les surfaces autonettoyantes à effet lotus. On trouvera des nanomatériaux pour améliorer la qualité perçue

et le confort, des revêtements aux fonctions sensorielles, antistatiques, isothermes, hydrophiles, hydrophobes, antibactériennes, des revêtements irisés, des verres électrochromes ou chromés à chaud, des protections – anti-reflet brise Wait. Échelle d'application prévue.

II.3.8 verre :

Le verre A titre d'exemple, dès le XVI^e siècle, les verriers de Murano donnaient à leurs produits une couleur rubis en y ajoutant un peu d'or. Des connaissances scientifiques récentes ont montré que les atomes d'or forment des nanoagrégats grâce à un traitement thermique approprié, donnant cette fameuse couleur rubis. La plupart des produits verriers actuels - comme les verres optiques photochromiques qui s'assombrissent au soleil - sont conçus selon le même principe - en intégrant des nanoagrégats de sels d'argent à l'origine de la couleur sombre

II.4.Conclusion :

La nanotechnologie est un domaine très prometteur avec de nombreuses applications possibles dans un large éventail de domaines. En effet, les nano-objets, qu'il s'agisse de nanotubes de carbone ou de nanoparticules à noyaux magnétiques, ouvrent une nouvelle voie de recherche. La nanotechnologie pourrait un jour voir le jour grâce à l'invention de machines toujours plus puissantes et de microscopes toujours plus précis

CHAPITRE III

propagation des ondes

III.1.Introduction :

De nombreux phénomènes physiques sont décrits par les propriétés de propagation des ondes. On peut citer les ondes se propageant à la surface de l'eau après la chute d'un objet, les ondes se déplaçant à la surface de la mer, les ondes générées sur des cordes vibrantes, les ondes sonores, les ondes radio, les ondes lumineuses, etc. D'un point de vue mathématique, le mouvement et les propriétés de ces ondes peuvent être bien approximés par la même équation, l'équation d'Alembert (dans une ou plusieurs dimensions spatiales, selon le cas). fluctue à un niveau très général.

On peut distinguer deux catégories d'ondes. La première correspond aux ondes d'origine mécaniques, élastique, thermodynamique, ou hydrodynamique, qui, pour se manifester ont besoin d'un support matériel préexistant, tel que système de ressorts couplés, corde, gaz, liquide, etc. La seconde correspond aux ondes électromagnétiques (ondes radio, ondes optiques, rayons X, etc.) dues à la propagation de quantas d'énergie appelés photons, pouvant se déplacer dans le vide, indépendamment de tout milieu matériel préexistant.

C'est la théorie de la relativité qui a mis en évidence, au début du vingtième siècle, ce dernier aspect. Auparavant, on supposait que les ondes électromagnétiques se propageaient, par analogie avec les autres types d'onde, dans un milieu ambiant inobservé, appelé éther. Les équations de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, appelées équations de Maxwell, peuvent être considérées comme des équations fondamentales de la Physique Classique (dans la mesure où les forces gravitationnelles des échelles de l'Astronomie ou de l'Astrophysique ne sont pas considérées), alors que les équations des ondes de la première catégorie sont en général obtenues à partir d'approximations concernant le milieu considéré et l'amplitude des oscillations correspondantes (approximations des petits mouvements ou des petites oscillations) [H. Sazdjian, 2013].

III.1.Quelques phénomènes ondulatoires dans la Nature :

Il est possible d'emblée de séparer les phénomènes ondulatoires en deux catégories distinctes suivant leur nature physique. La première d'entre elles est constituée d'ondes mécaniques générées par des petites perturbations d'un milieu matériel. Ces ondes sont naturellement conditionnées par la nature physique de celui-ci, et se décrivent le plus simplement dans le

référentiel attaché à ce milieu. Donnons quelques exemples d'ondes mécaniques [Dan Israel]:

- a) les ondes acoustiques ou ondes sonores dans les fluides, dont nous avons l'expérience quotidienne, sont générées par de petits déplacements des molécules du fluide autour de leur position statistique d'équilibre, ou de manière équivalente par de petites variations de pression. Ces perturbations peuvent se propager dans les trois dimensions du fluide ;
- b) les ondes acoustiques dans les solides sont de nature assez voisine. La structure du solide est formée de manière schématique de noyaux atomiques (ou d'ions) ordonnées suivant un réseau de manière rigide (contrairement aux molécules de fluide, libres de se déplacer). Un déplacement de ces noyaux par rapport à leur position d'équilibre dans le réseau engendrera la production d'une onde. Leur étude peut être plus complexe que celle des ondes dans les fluides car un solide possède souvent des directions ou axes privilégiés spécialement dans le cas d'un cristal qui influenceront la propagation des ondes ;
- c) les ondes sismiques correspondent à un cas particulier d'ondes acoustiques, à la fois dans les solides (dans les roches) et les fluides (le manteau qui est assimilable à un fluide très visqueux), dont l'analyse permet de sonder la composition interne de la Terre ; en biologie et médecine, la propagation des ondes ultrasonores dans les tissus biologiques est impliquée par exemple dans les échographies. Les tissus biologiques étant majoritairement constitué d'eau elles sont assimilables à des ondes se propageant dans les fluides (mais néanmoins non homogènes) ;
- d) les ondes sur les cordes vibrantes sont dues au déplacement transversal d'une corde tendue par rapport à sa position d'équilibre ;
- e) les ondes de gravité ou ondes de surface : sont des ondes à deux dimensions se

propageant à l'interface de deux fluides, en présence de la gravité. L'exemple le plus commun de telles ondes est donné par les vagues à la surface de la mer, ou à une échelle plus réduite les rides émises par le jet d'un objet dans l'eau. Dans ce cas l'onde est évidemment confinée à deux dimensions car elle est liée au déplacement de la position de l'interface. La force responsable du retour à l'équilibre de l'interface est la poussée d'Archimède, générée en la présence du champ de pesanteur.

f) les ondes océaniques et atmosphériques : Ces ondes ne sont pas de natures fondamentalement différentes de celles évoquées plus haut mais ont lieu à des très grandes échelles, telles que la rotondité de la terre et son mouvement de révolution agissent de manière significative. Les exemples les plus connus sont les ondes de Rossby, qui influencent grandement la circulation de l'atmosphère aux latitudes tempérées, et les ondes de Kelvin qui sont des ondes de gravité sur l'océan parallèles aux côtes.

Il est courant de devoir tenir compte de plusieurs types d'ondes mécaniques pour décrire complètement un phénomène. Prenons l'exemple d'une guitare. En pinçant la corde le joueur produit une onde sur la corde vibrante. Ces vibrations seront transmises à la table de la guitare par le chevalet. Il faut alors considérer des ondes mécaniques dans le bois de la table. Les vibrations de la table mettront alors l'air en mouvement, générant des ondes sonores dans l'air.

Les phénomènes ondulatoires de la deuxième catégorie ne nécessitent pas de milieu matériel pour se propager. Elles diffèrent donc des ondes précédentes dans le sens où elles ne correspondent pas aux perturbations d'un système matériel. Il existe essentiellement deux sortes d'ondes de ce type.

a) les ondes électromagnétiques correspondent aux variations locales, conjointes, des champs électriques et magnétiques. Ces ondes peuvent parfaitement se propager dans le vide, mais également dans les milieux matériels pourvu que ceux-ci soient suffisamment transparents. Lorsque ces ondes sont détectables par l'œil, c.-à-d dans le domaine de longueur d'onde visible, elles sont communément appelées ondes lumineuses. Il s'agit d'un des domaines principaux d'application de la physique ondulatoire ;

b) les ondes gravitationnelles sont de nature nettement plus exotique. Elles sont prédites par la théorie de la relativité générale d'Einstein et correspondent à la propagation de déformations de l'espace-temps, générées par des objets massifs sous certaines conditions. Bien que non encore détectées directement, leur existence est confirmée par plusieurs phénomènes astrophysiques.

III.2. Le phénomène de propagation des ondes :

Une onde est généralement produite par la déformation localisée d'un milieu continu ; celle-ci, après sa création, se déplace dans le milieu. Ce phénomène de déplacement est appelé propagation. Les exemples les plus visibles d'ondes sont les vagues à la surface de la mer et les excitations créées sur une corde tendue. On peut caractériser une onde par son amplitude, qui représente la "hauteur" de la déformation par rapport au milieu, par sa position moyenne à l'instant d'observation, par sa taille autour de sa position moyenne, et par sa vitesse de propagation ou « célérité » [H. Sazdjian, 2013].

La figure 1.1 représente schématiquement des ondes unidimensionnelles transversales (corde vibrante, vague à la surface de l'eau, etc.)



Figure(III.01) : Représentation schématique d`ondes transversales vues de profile

[H.sazdjian,2013]

III.3. Condition de propagation :

La propagation d'une onde s'exprime pas le déplacement des composants du matière à grande échelle, mais plutôt leur oscillation ou la variation des propriétés du milieu traversé.

Pour les ondes mécaniques, ce n'est pas la matière qui est transportée, mais la quantité de mouvement.

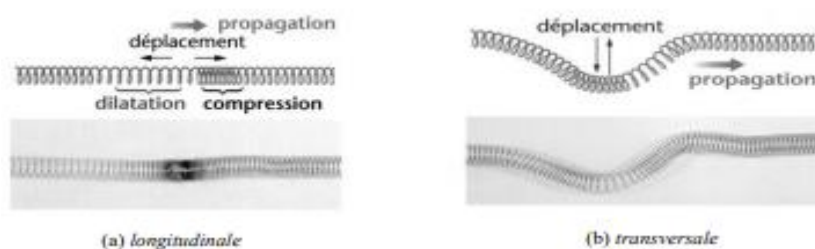
III.4. Les divers types d'ondes élastiques :

- **Ondes longitudinales et transversales :**

Les ondes longitudinales encore appelées ondes de compression, sont caractérisées par un déplacement des particules parallèle à la direction de propagation par exemple les ondes acoustiques , un système de ressort (figure III.2.a), les ondes longitudinales ne se propagent réellement que dans les solides et les liquides.

Les ondes transversales appelées aussi ondes de cisaillement sont obtenues lorsque les vibrations des particules se font dans un plan normal à la direction de propagation de l'onde (figure.III.2.b). Par conséquent le glissement des plans parallèles ne donne lieu à aucune variation de volume puisque les distances entre les plans sont conservées. Si ces vibrations se font infiniment dans toutes les directions contenues dans ce plan, l'onde transversale est dite

polarisée. Autrement dit, elles sont caractérisées par une polarisation perpendiculaire au vecteur d'onde ou tout simplement, les particules oscillent de part et d'autre de la droite de leur position initiale. Les ondes transversales ne se propagent que dans les solides ou dans les liquides visqueux [S. Bouhedja.2007].



Figure(III.02) :phénomène d'onde

- **Ondes de Surface :**

A la frontière plane d'un milieu semi-infini, on trouve des ondes de surface dont l'amplitude varie exponentiellement avec la distance normale à partir de la surface (ou l'interface) le long de laquelle leur propagation se fait. Les ondes de surface n'affectent que les particules d'un matériau qui se trouve à proximité immédiate de sa surface de séparation avec l'air ou avec un autre milieu. Elles se propagent, généralement, sur une épaisseur correspondante à une longueur d'onde [W.L.Bond 1975].

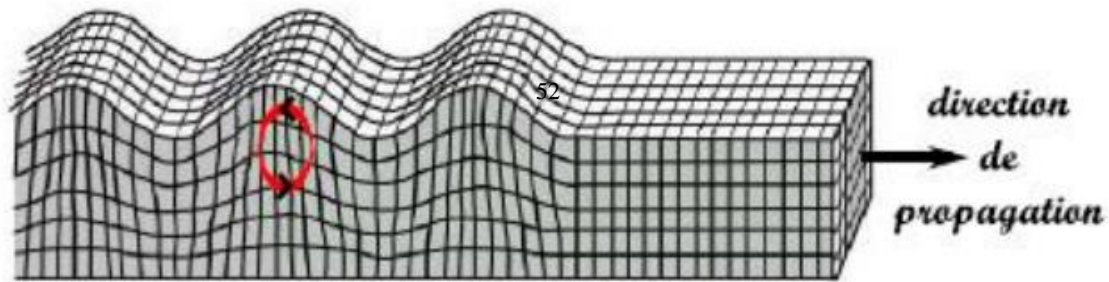
Dans un matériau donné, les vitesses de propagation des ondes de surface sont toujours inférieures à celles des ondes de volume. Cela est dû au fait que les particules qui se trouvent à la surface libre ne subissent les forces de cohésion élastiques que d'un seul côté, alors que les ondes de volume affectent des particules qui sont entourées de tous les côtés dans le milieu. Ces ondes de surface sont très complexes et les vibrations des particules peuvent être diverses.

- **Ondes de Rayleigh :**

L'existence d'une onde sur la surface libre plane d'un milieu semi-infini a été découverte par Lord Rayleigh en 1885, ce type d'onde est connu sous le nom d'onde de Rayleigh. Ce mode d'ondes acoustiques de surface est constitué par la superposition des ondes longitudinale et transversale se propageant le long de la surface libre avec une vitesse de phase commune figure.II.6. Selon la nature de l'interface, vide/solide ou liquide/solide, les ondes qui s'y

propagent sont appelées ondes de Rayleigh ou ondes de Rayleigh généralisées [D. A. Davids 1989].

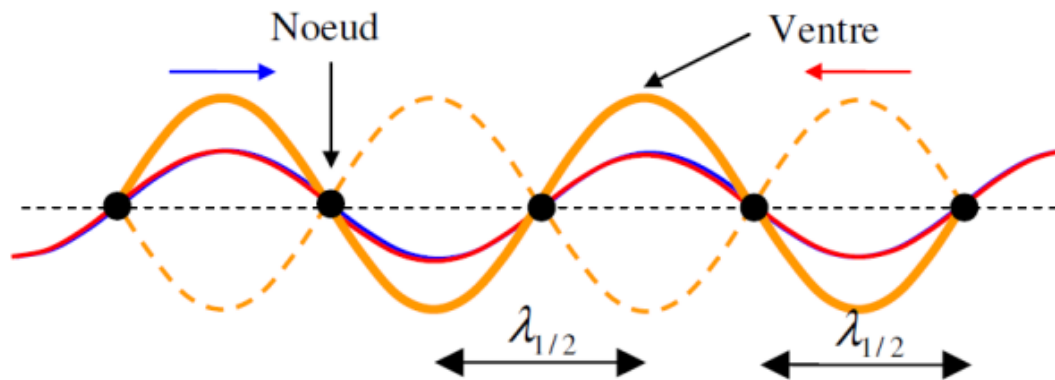
Les ondes de Rayleigh ont reçu un intérêt considérable grâce à leur utilité pour la détection des défauts de surface dans le test non destructif ultrasonique des matériaux. En plus, elles ont été employées dans la construction des lignes à retard électromécaniques utilisées pour les radars et les systèmes de télécommunication



Figure(III.03) : onde de Reyleigh : la polarisation est elliptique et rétrograde près de la surface [O.Xeridat 2011]

▪ **_Ondes progressives et ondes stationnaires :**

Il est d'usage dans la communauté scientifique de distinguer les ondes progressives des ondes stationnaires. Les ondes progressives, avancent dans l'espace. Une onde progressive est une perturbation périodique (qui se répète dans le temps) et qui se déplace dans l'espace, tels les vagues à la surface de l'eau, les ondes sonores, ou les ondes électromagnétiques. On appelle onde stationnaire le phénomène vibratoire résultant de la superposition de deux ondes progressives sinusoïdales de même pulsation ω se propageant en sens contraire figure I.4. Exemple typique d'une corde tendue qui peut aussi bien vibrer à sa fréquence fondamentale Les ondes stationnaires se produisent par exemple par la superposition d'une onde incidente et de son onde réfléchiée par un obstacle.



Figure(III.04) : propagation d'onde stationnaire [P.Puzo.2012]

À un temps t fixé, une onde stationnaire ressemble à une onde progressive. En revanche, son évolution temporelle est totalement différente. Une onde stationnaire possède des minima (nœuds) et des maxima (ventres) d'amplitude fixes dans l'espace. Ainsi, si on se place aux nœuds de cette onde, l'amplitude est nulle quel que soit le temps. Avec une onde progressive, nous aurions vu l'amplitude évoluer, de façon sinusoïdale avec le temps dans le cas d'une onde harmonique. Une façon simple de construire une onde stationnaire est de superposer deux ondes progressives se propageant en sens inverse. C'est d'ailleurs ce qui se passe lorsqu'une onde se réfléchit sur un miroir parfait. Les ondes stationnaires sont des objets physiques très courants et se rencontrent notamment dans les cavités laser ou les lignes hyperfréquence.

III.5.Eléments de propagation :

des ondes Pour décrire avec précision les propriétés physiques d'une onde, il est nécessaire de la représenter par une fonction S décrivant la déformation du milieu en chacun de ses points ; dans les exemples les plus simples vus plus haut, S représentera la hauteur de la déformation d'une corde ou celle d'une vague à la surface de l'eau. S sera une fonction de plusieurs variables et paramètres utilisés pour avoir la description la plus complète. Ainsi, comme l'onde évolue au cours du temps, S sera une fonction de la variable temps, représentée par le symbole t . Pour préciser la position de l'onde dans l'espace, S sera aussi une fonction des coordonnées x, y, z . néanmoins, dans un mouvement unidimensionnel, une seule coordonnée, x par exemple, sera suffisante. Si la propagation de l'onde se fait avec une célérité constante C (cas des milieux non-résistants ou non-visqueux), S dépendra du paramètre C .

Dans le cas d'un milieu non-dissipatif et en l'absence des forces extérieures, l'onde se propage en conservant sa forme ; dans ce cas, un paramètre h ou A peut représenter la hauteur maximale

de l'onde ou son amplitude (mais celle-ci peut être une quantité algébrique, positive ou négative, ou même complexe). Si l'onde possède des propriétés de périodicité, des paramètres correspondants, tels que pulsation, longueur d'onde ou période, peuvent aussi apparaître.

III.6. Equation de propagation :

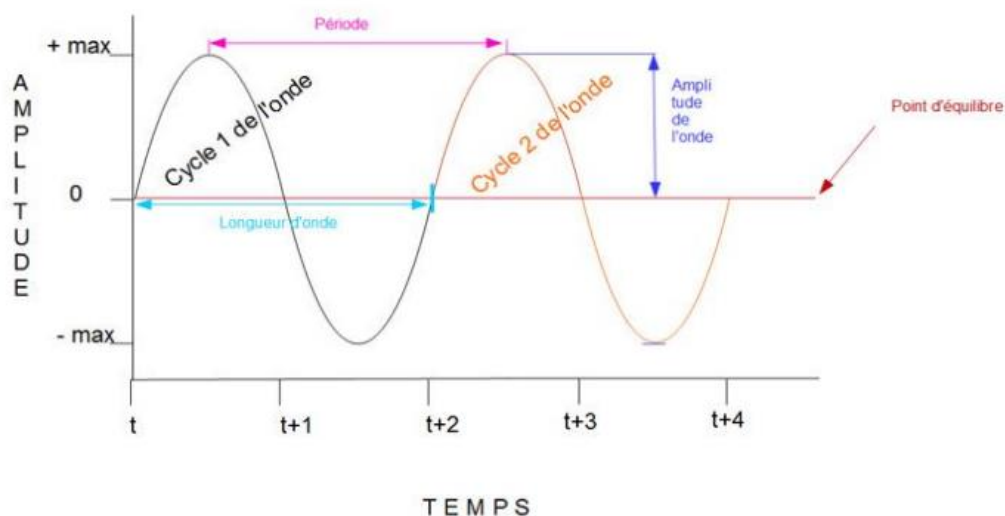
Dans les phénomènes vibratoires présentés précédemment, nous nous sommes intéressés à des phénomènes ou des grandeurs physiques qui dépendaient d'une seule variable, le temps. Nous allons maintenant examiner toute une série de phénomènes qui sont décrits par une fonction qui dépend à la fois du temps t et d'une variable d'espace, x par exemple.

Ces phénomènes sont régis par une équation aux dérivées partielles, appelée équation d'onde ou équation de propagation à une dimension de la forme :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III-1})$$

dans laquelle V est une grandeur physique qui a les dimensions d'une vitesse et sera appelée dans la suite vitesse de propagation, elle est liée à sa longueur d'onde λ , à sa fréquence f et à sa période T par les égalités suivantes :

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T} \quad (\text{III-2})$$



Figure(III.05) : vitesse de propagation d'onde monochromatique

Avec :

λ : la longueur d'onde (en m)

T : la période temporelle (en s)

v : la célérité de l'onde (en m.s⁻¹)

f : la fréquence temporelle (en Hz)

▪ **Vitesse de phase :**

Considérons une onde progressive sinusoïdale qui se propage dans le sens des x croissant. Un point d'abscisse x possède, à l'instant t, l'élongation :

$$s(x, t) = s_0 \cos(\omega t - kx) \quad (\text{III-3})$$

Entre l'instant t et t + Δt l'onde progresse d'une quantité Δx. A l'instant t + Δt, le point d'abscisse x + Δx possède la même élongation que celle que possédait le point d'abscisse x à l'instant antérieur t. Ceci se traduit par l'égalité :

$$s(x, t) = s(x + \Delta x, t + \Delta t) \quad (\text{III-4})$$

$$S_0 \cos(\omega t - kx) = S_0 \cos[\omega(t + \Delta t) - k(x + \Delta x)] \quad (\text{III-5})$$

Cette égalité est satisfaite si les phases instantanées sont égales :

$$\omega t - kx = \omega(t + \Delta t) - k(x + \Delta x) \quad (\text{III-6})$$

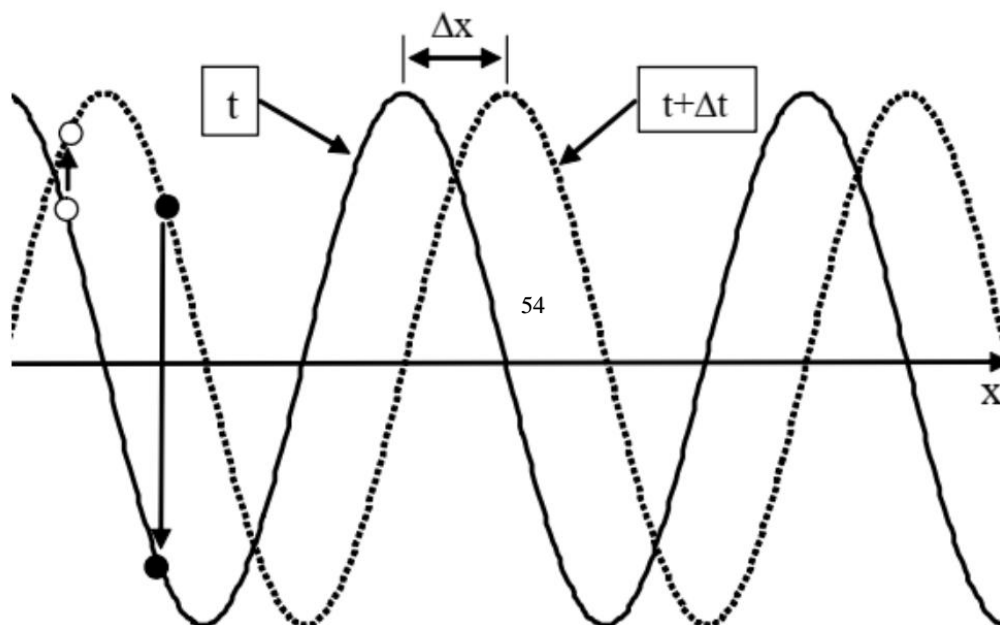
Soit encore :

$$\omega \Delta t = k \Delta x \quad (\text{III-7})$$

On définit la vitesse de phase $V_\phi = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ qui s'exprime en fonction de ω et k par :

$$V_\phi = \frac{\omega}{k} \quad (\text{III-8})$$

Si la vitesse de phase ne dépend pas de ω , le milieu est dit non dispersif. Dans le cas contraire il est dit dispersif. La figure ci-dessous permet d'illustrer la notion de vitesse de phase en considérant deux représentations à des instants différents d'une corde parcourue par une onde. La courbe continue représente l'ensemble des points de la corde à l'instant t . Le point de la corde d'abscisse x est représenté par le point blanc, tandis que le point d'abscisse $x+\Delta x$ est représenté par le point noir. On constate qu'entre les instants t et $t+\Delta t$ chacun de ces points suit une trajectoire rectiligne et le déplacement du point noir à l'instant $t + \Delta t$ est égal au déplacement du point blanc à l'instant t . En particulier la crête de la corde, correspondant à une valeur particulière de la phase instantanée, semble se déplacer dans le sens de propagation de l'onde avec la vitesse de V_ϕ mais la trajectoire de chaque point matériel est une trajectoire rectiligne perpendiculaire à la direction de propagation [Djelouah.h,2007]



Figure(III.06) ; propagation d'une onde dans une corde [Djelouah.h,2007]

- **Vitesse de groupe :**

La vitesse de phase V_ϕ n'est pas nécessairement la vitesse que l'on observe lorsqu'on analyse un mouvement ondulatoire. En général une onde n'est pas parfaitement sinusoïdale mais a une durée limitée et se présente sous la forme d'un train d'onde appelé communément « pulse » ou « groupe » qui se propage avec une vitesse V_g appelée vitesse de groupe. Cette onde sous la forme d'un pulse contient plusieurs fréquences. Si la vitesse de phase est indépendante de la fréquence (Milieu non dispersif) alors toutes les fréquences qui constituent le pulse se propagent

à la même vitesse et le pulse se propage avec une vitesse de groupe égale à la vitesse de phase. Mais si le milieu est dispersif (la vitesse de phase dépend de la fréquence), alors le pulse se propage avec une vitesse de groupe différente de la vitesse de phase. Pour illustrer ce phénomène, considérons une onde constituée de deux ondes de fréquence différente et de même amplitude. En $x = 0$, cette onde s'écrit par exemple sous la forme :

$$S(0, t) = S_0 \cos(\omega_1 t) + S_0 \cos(\omega_2 t) \quad (\text{III-9})$$

Cette onde peut s'écrire encore

$$S(0, t) = 2S_0 \cos(\omega_B t) \cdot S_0 \cos(\omega t) \quad (\text{III-10})$$

Ou :

$$w_B = \frac{w_2 - w_1}{2} \quad \text{Et} \quad w = \frac{w_2 + w_1}{2} \quad (\text{III-11})$$

Si ω_1 est voisine de ω_2 , la vibration résultante se présente sous la forme d'une sinusoïde de pulsation ω dont l'amplitude est modulée par un battement de pulsation ω_B (Modulation d'amplitude). En un point $x > 0$, l'onde obtenue résulte de la superposition de ces deux ondes qui se sont propagées à des vitesses différentes car le milieu de propagation est supposé dispersif :

$$S(x, t) = S_0 \cos(\omega_1 t - k_1 x) + S_0 \cos(\omega_2 t - k_2 x) \quad (\text{III-12})$$

S (x, t) peut s'écrire :

$$S(x, t) = 2S_0 \cos(\omega_B t - k_B x) + \cos(\omega t - kx) \quad (\text{III-13})$$

Dans cette expression :

$$k_B = \frac{k_2 - k_1}{2} \quad \text{et} \quad k = \frac{k_2 + k_1}{2} \quad (\text{III-14})$$

L'amplitude du battement se propage à une vitesse qui est la vitesse de groupe définie par la relation :

$$Vg = \frac{w_B}{k_B} = \frac{w_2 - w_1}{k_2 - k_1} = \frac{dw}{dk} \quad (\text{III-15})$$

Comme ω_2 est peu différente de ω_1 , la vitesse de groupe est définie par :

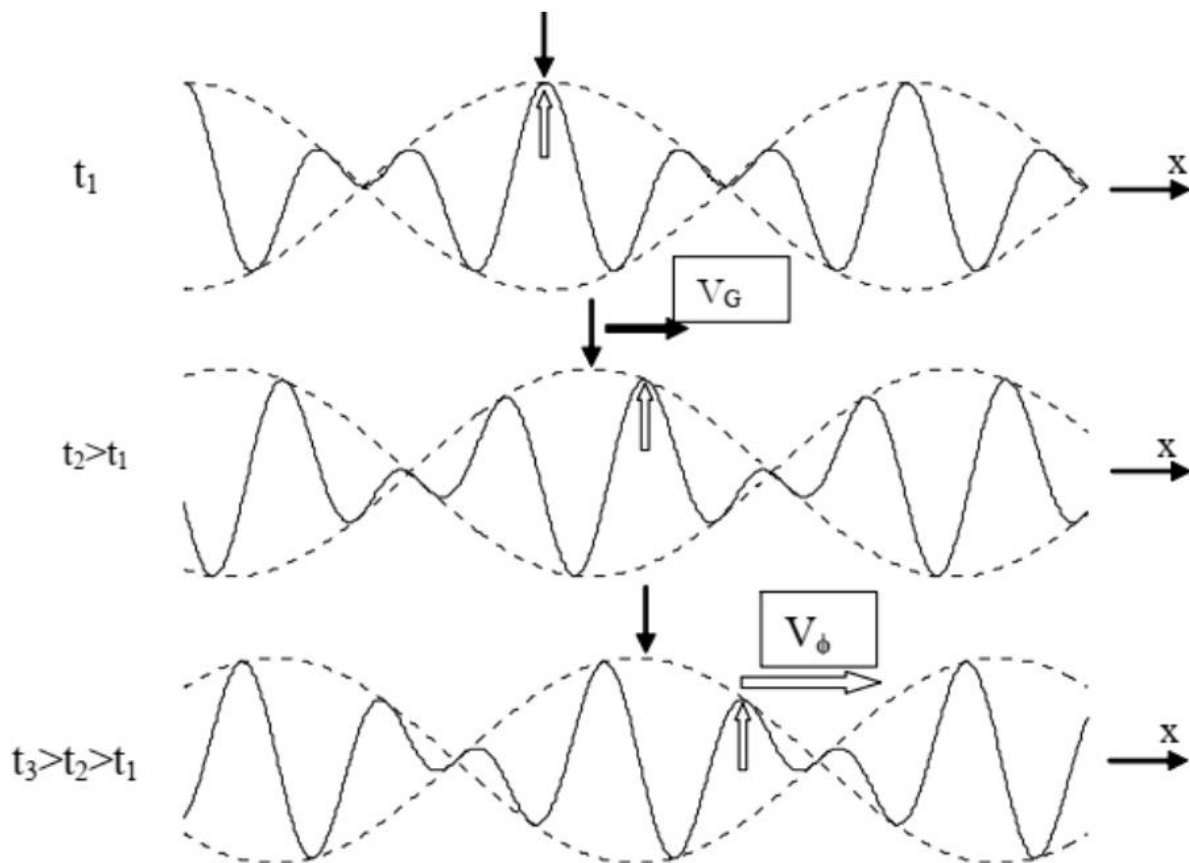
$$V_g = \frac{dw}{dk} \quad (\text{III-16})$$

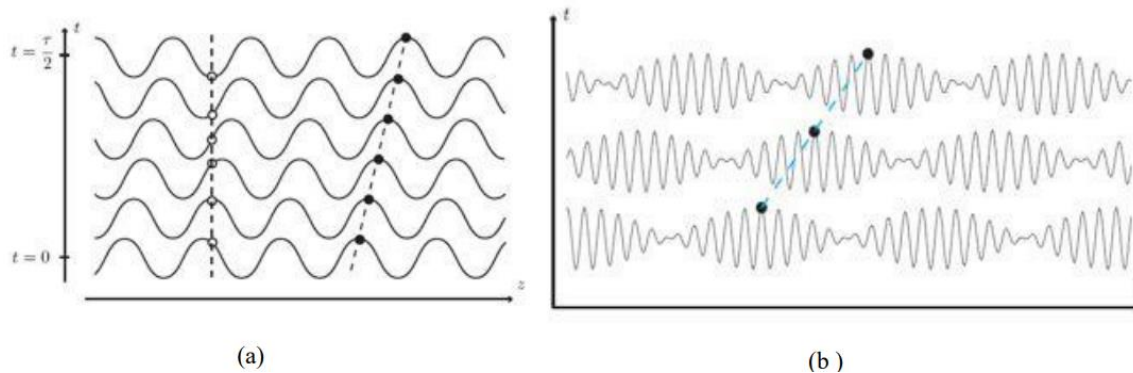
Tandis que la sinusoïde contenue à l'intérieur du battement se propage à la vitesse de phase :

$$V_\phi = \frac{\omega}{k} \quad (\text{III-17})$$

Les flèches verticales noires correspondent au maximum des battements qui se propagent à la vitesse de groupe.

Les flèches verticales blanches correspondent au maximum des vibrations qui se propagent à la vitesse de phase [Djelouah.h, 2007].





Figure(III.07) : a) Vitesses de phase et b) Vitesse de groupe [M. Nicolas 2010]

▪ **Types de milieux de propagation :**

Il existe deux types de milieux [Boukli. H, 2015] :

a- Milieu dispersif :

La célérité de l'onde dépend des caractéristiques du milieu et de la longueur d'onde, telle que

$$V_g = \frac{dw}{dk} \quad \text{Les composantes se propagent avec des vitesses de phase différentes.}$$

Toute fois si le signal de l'onde n'est pas déformé il se compose d'un groupe d'ondes dont les fréquences se situent dans une bande très étroite.

Nous avons dans ce cas, la vitesse du groupe V_g avec laquelle se déplace le groupe d'onde. -

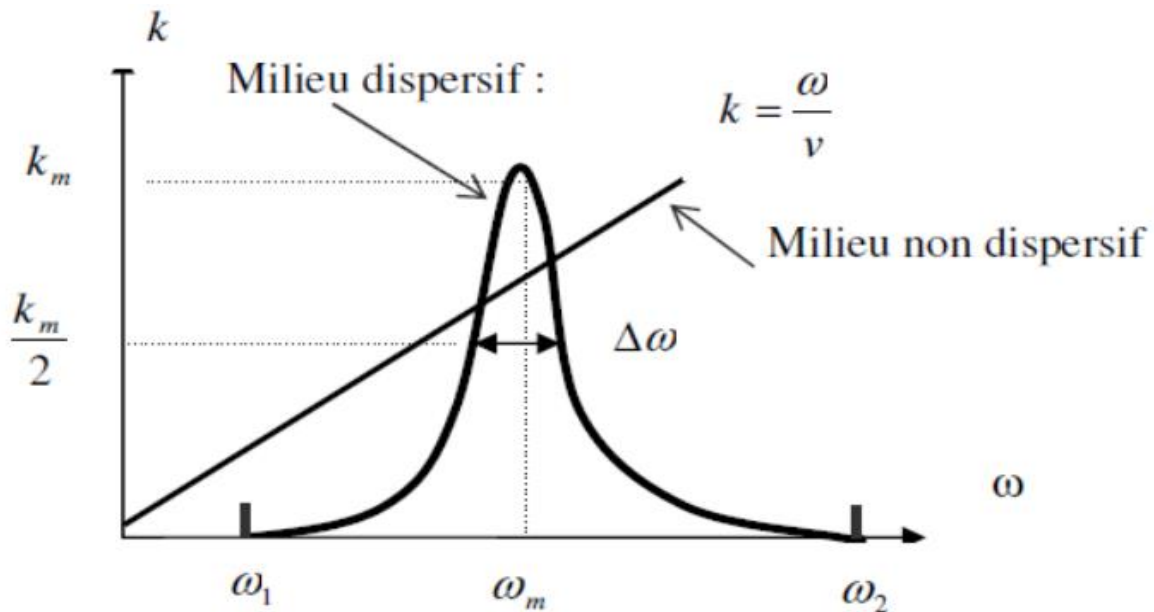
- **Exemple:** ce phénomène se perçoit par exemple dans l'air lorsque l'amplitude est importante (dans le cas du tonnerre, les ondes de haute fréquences se propagent plus rapidement que les ondes de basse fréquence, l'air est dispersif).

b- Milieu non dispersif :

La célérité dépend uniquement des propriétés du milieu de propagation, telle que

$$k(w) = \frac{w}{V} = \cos \tan te$$

Elle ne dépend pas de la fréquence, c'est le cas de la propagation des ondes sonores dans l'air, toutes les composantes d'un son, quelque soient leurs fréquences, se déplacent à la même vitesse. C'est ainsi qu'on peut écouter de la musique sans déformation exécutée par un orchestre.



Figure(III.08) ; Courbes de dispersion [Boukli. H, 2015]

III.7. Les équations générales de la propagation d'onde :

- **Équation d'Alembert :**

En physique, dans l'étude des ondes et de leur propagation, l'équation de d'Alembert décrit la variation dans le temps et dans l'espace d'une quantité ondulante.

Elle est nommée d'après Jean le Rond d'Alembert qui l'énonça dans ses recherches sur les cordes vibrantes en 1747, comme solution du problème de la corde vibrante.

C'est historiquement la première équation d'onde.

Soit ϕ une quantité, scalaire ou vectorielle, dépendant de la position et du temps.

Alors elle vérifie l'équation de d'Alembert lorsque :

$$\Delta S - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III-19})$$

Avec Δ l'opérateur Laplacien (vectoriel ou non) et v une quantité scalaire positive, appelée vitesse ou célérité de l'onde.

On peut encore l'écrire, en introduisant l'opérateur d'alembertien \square :

$$\square S = 0 \tag{III-20}$$

Il s'agit d'une équation de conservation dans l'espace-temps :

toute variation dans le temps est compensée par une variation dans l'espace.

Elle néglige de fait tout effet diffusif et toute anisotropie. Cette relation étant linéaire, on peut montrer de plus qu'une onde vérifiant l'équation de d'Alembert n'est pas déformée au cours de sa propagation.

C'est la plus simple des équations d'onde. Les cas plus complexes ne peuvent plus être traités par l'équation de d'Alembert, mais par d'autres modèles comme les équations des télégraphistes par exemple. Leurs solutions ne sont toutefois pas triviales.

- Manifestations et résolution :

Cette équation différentielle, linéaire, apparaît dans de nombreux phénomènes ondulatoires comme approximation au premier ordre.

En particulier, d'Alembert l'appliqua aux mouvements de la corde vibrante. On peut l'appliquer, moyennant certaines approximations, à l'étude des ondes dans les fluides. Pour la dérivation de l'équation des ondes acoustiques à partir de l'équation d'Euler des fluides parfaits, on pourra consulter le schéma très complet : équation d'Euler / équation des ondes,

- **Solution générale de la propagation d'onde :**

Les solutions de l'équation de d'Alembert sont exactement les fonctions ϕ , dont la projection sur chacun des axes de coordonnées est de la forme :

$$S_i(x_i, t) = f_+ \left(t - \frac{x_i}{v} \right) + f_- \left(t - \frac{x_i}{v} \right) \tag{III-21}$$

avec x_i chacune des coordonnées, t le temps et v la vitesse de l'onde. Les deux fonctions $+ f$ et $- f$ ne dépendent que d'une variable et sont définies à partir des conditions initiales. Elles représentent respectivement une onde se propageant sans se déformer vers $+\infty$ et une onde se propageant sans se déformer vers $-\infty$.

La grandeur $f \left(t - x / v \right) +$ s'est donc propagée dans la direction des x croissants, appelée direction de propagation, sans déformation et à une vitesse v .

La fonction $f(t + x/v)$ – correspond à une propagation vers les x négatifs. On parle pour $+f$ d'onde progressive et pour $-f$ d'onde régressive.

✓ **Solutions harmoniques :**

L'équation d'Alembert étant par ailleurs linéaire, on peut sans restriction considérer uniquement les solutions sinusoïdales, dites harmoniques ou monochromatiques.

En effet, toute configuration peut être ramenée à une somme de sinusoïdes par la transformée de Fourier. Supposons l'onde unidimensionnelle, selon x , se propageant vers $+\infty$. On peut l'écrire :

$$S(x, t) = S_0 \cos(\omega t - kx) \tag{III-22}$$

Avec k le nombre d'onde, S_0 l'amplitude et ω la pulsation.

En dérivant deux fois par rapport à x , on obtient :

$$\partial_x^2 S = -S_0 k^2 \cos(\omega t - kx) = -k^2 S \tag{III-23}$$

En dérivant deux fois par rapport à t , on obtient :

$$\partial_t^2 S = -S_0 \omega^2 \cos(\omega t - kx) = -\omega^2 S \tag{III-24}$$

Elle vérifie donc l'équation d'Alembert à la seule condition que :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \tag{III-25}$$

Avec : v et ω sont des quantités positives, donc cela équivaut à :

$$k = \pm \frac{\omega}{v} \tag{III-26}$$

Cette dernière relation est appelée relation de dispersion. Appliquée aux conditions initiales, cette décomposition en sinusoïdes permet notamment l'étude analytique de la propagation des ondes, ou la simulation informatique de tels phénomènes.

III.8.Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons défini le phénomène de propagation des ondes élastiques dans les milieux dispersifs et non dispersifs ; puis nous avons mentionné certains éléments de la propagation des ondes, tels que la fréquence, la vitesse de phase et la vitesse de groupe ; modélisant ainsi les équations différentielles de la propagation des ondes ; ensuite nous avons présenté les courbes de dispersion et les équations générales de propagation des ondes.

CHAPITRE IV

théorie des plaques

IV.1.Introduction :

Il est nécessaire de choisir la bonne théorie pour décrire correctement le comportement statique et dynamique de la structure et la méthode de résolution. Appliqué. . C'est en 1888 que Love utilise les hypothèses de [Gustav Kirchhoff], elles-mêmes inspirées des hypothèses d'Euler-Bernoulli, pour établir la théorie des plaques minces (aussi appelée théorie classique ou théorie de Kirchhoff ff-Love théorie). Mindlin a consolidé la théorie de la plaque demi-épaisse (théorie de la déformation du premier ordre) à partir des travaux de [Rayleigh (1877)], [Timoshenko (1921)], [Reissner (1945)] et [Uflyand (1948).]

Puis, à mesure que l'épaisseur de la plaque devient plus grande, les théories d'ordre supérieur commencent à affiner les hypothèses des théories classiques et du premier ordre. Il existe également une théorie basée sur l'élasticité tridimensionnelle (théorie 3-D), qui n'a aucune hypothèse limitative sur le déplacement de la plaque. Nous présentons dans ce chapitre quelques modèles sur la théorie des plaques développés dans la littérature pour Afin de résoudre les problèmes structuraux avec des poutres et des plaques FGM comme éléments structuraux dans le domaine améliorer l'évolution du champ de déplacement avec des changements d'épaisseur de plaque.

IV.2 Modèles analytiques pour les plaques FGM :

IV.2.1 Théorie classique des tôles de Love-Kirchhoff (CPT) :

On parle de+ plaques minces, lorsque la flèche due à la déformation en cisaillement est négligeable par rapport kià la flèche due à la déformation en flexion de la plaque. Dans le cas de plaques homogènes isotropes, la part de cisaillement dans la flèche est directement liée à l'élanement (L). h La Théorie Classique des Plaques Minces (CPT) repose sur l'hypothèse de Love Kirchhoff selon laquelle les droites perpendiculaires au plan moyen de la plaque restent verticales après déformation (Figure IV.1), ce qui revient à ignorer les effets de la déformation en cisaillement transverse. Ce modèle de plaque peut faire référence à Timoshenko et Woinowsky-Krieger [Timoshenko, 1959], [Reddy, 1997], [Reddy, 1999],

ci-dessus, le champ de En se basant sur les hypothèses déplacement basé sur est donné par :

$$U(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (\text{IV-1-a})$$

$$V(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (IV-1-b)$$

$$W(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (IV-1-c)$$

Avec $((u_0, v_0, w_0))$ sont les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque ($z=0$)

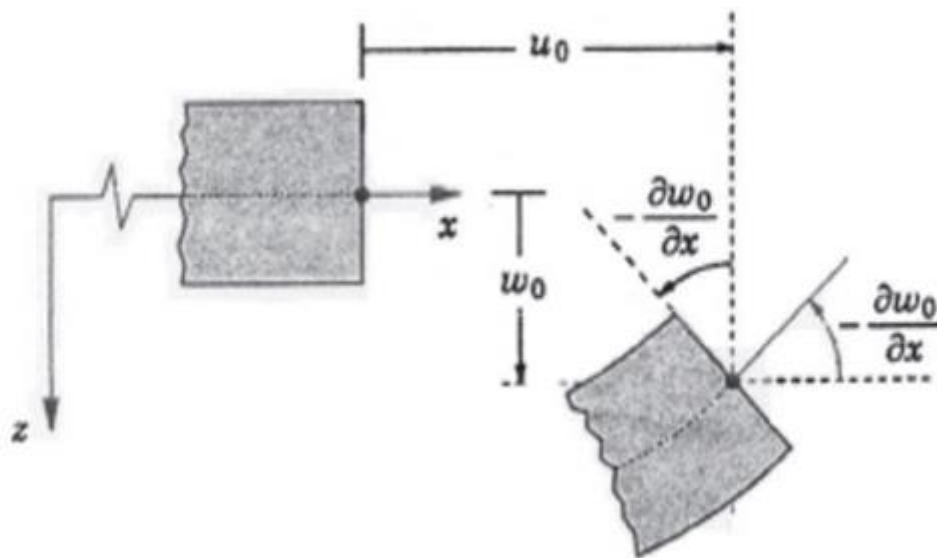


Figure (IV.01) : Illustration de la plaque de Love Kirchhoff [Reddy, 1997].

Puisque ce modèle ne tient pas en compte l'effet de cisaillement transverse, il donne des résultats imprécis pour les plaques épaisses.

IV.2.2 Théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT) :

La théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre étend la théorie classique des plaques en considérant les effets de cisaillement transverses, dans lesquels la contrainte et la déformation sont constantes sur l'épaisseur de la plaque, ce qui force l'introduction de un

facteur de correction. Une étude sur la théorie de la déformation de cisaillement de premier ordre (FSDT) peut être trouvée dans [Reissner, 1945], [Mindlin, 1951] Cela a conduit au modèle de plaque Reissner-Mindlin. Et Timoshenko et Woinowsky-Krieger [Timoshenko, 1959], [Reddy, 1997], [Reddy, 1999].

La théorie du premier ordre est basée sur les champs de déplacement suivants :

$$U(x, y, z) = u_0(x, y) + z\varphi_1(x, y) + z\varphi_2(x, y) \quad (\text{IV-2-a})$$

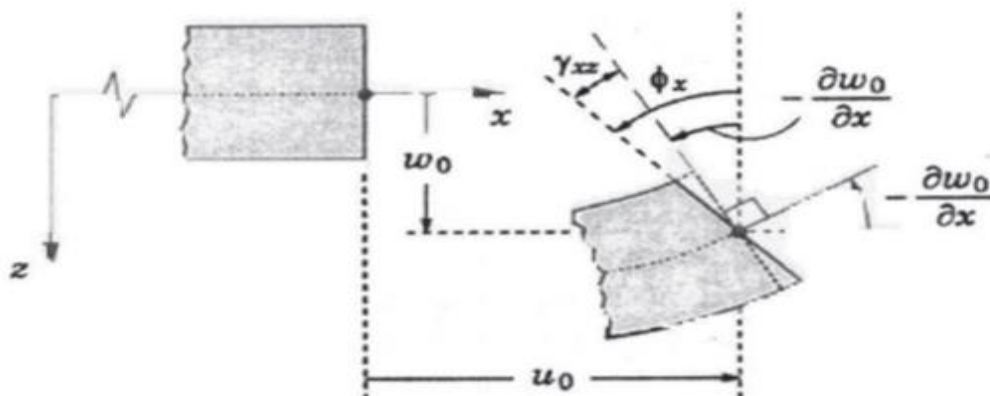
$$V(x, y, z) = v_0(x, y) + z\psi_1(x, y) + z\psi_2(x, y) \quad (\text{IV-2-b})$$

$$W(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (\text{IV-2-c})$$

Avec : (u_0, v_0, w_0) et (φ_x, φ_y) sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes x et y, respectivement.

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit :

$$\varphi_1 = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \varphi_2 = -\frac{\partial w_0}{\partial y}$$



Figure(IV.02) : Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin [Reddy, 1997].

D'ailleurs pour éviter l'introduction d'un facteur de correction, des théories de déformation en cisaillement d'ordre élevée ont été développées.

IV.2.3 Théorie de la déformation par cisaillement d'ordre supérieur (HSDT) :

contrairement aux théories CPT et FSDT, qui supposent une distribution linéaire du déplacement le long de l'épaisseur, la théorie d'ordre supérieur est basée sur la distribution non linéaire du champ d'épaisseur. Par conséquent, l'effet de la déformation de cisaillement transversale et/ou de la déformation normale transversale est pris en compte. Ces modèles ne nécessitent pas de facteurs de correction.

Se référer à cette classe Figure IV.3 : Illustration d'une plaque de Reissner-Mindlin [Reddy, 1997].

Des modèles peuvent être trouvés dans [Hildebrand, 1949], [Naghdi, 1957], [Reissner, 1975], [Reddy, 1984] et [Kant, 2002]. Nous introduisons ici quatre modèles de plaques pour analyser le comportement des matériaux à gradient de propriétés.

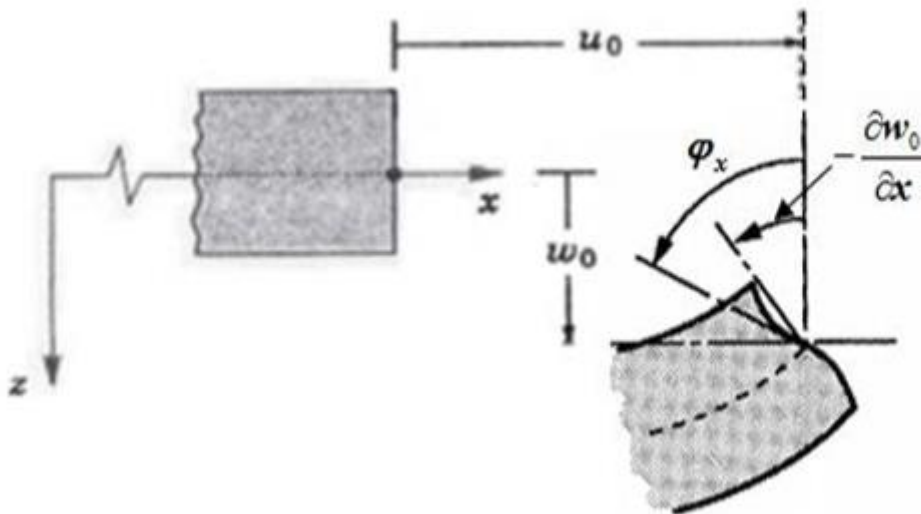


Figure (IV.03): Illustration de la plaque d'ordre élevé [Reddy, 1997].

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit :

$$U(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} + \psi(z) \varphi_1(x, y) \quad (\text{IV-3-a})$$

$$V(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} + \psi(z) \varphi_2(x, y) \quad (\text{IV-3-b})$$

$$W(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (\text{IV-3-c})$$

Avec : (u_0, v_0, w_0) et (φ_x, φ_y) sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes x et y , respectivement, $\Psi(z)$ est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes. En effet, les déplacements de la théorie classique de plaque (CPT) est obtenue par en prenant $\Psi(z)=0$, alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue par $\Psi(z)=z$.

Les déplacements de théorie de déformation de cisaillement de la troisième de Reddy (TSDT) [Reddy, 1997], [Reddy, 1999] sont obtenus par :

$$\psi(z) = z \left(1 - \frac{4}{3h^2} z^2 \right) \quad (\text{IV-4})$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique. Le modèle donne une bonne approximation de la contrainte de cisaillement transverse par rapport à la solution pour l'élasticité tridimensionnelle. La contrainte de cisaillement transverse est répartie paraboliquement sur l'épaisseur, satisfaisant les conditions aux limites sur la surface libre. [Touratier, 1991] a proposé le modèle sinusoïdal (SSDT), qui diffère des autres modèles d'ordre supérieur car il n'utilise pas de fonctions polynomiales. Par conséquent, une fonction sinus-trigonométrique a été introduite pour modéliser la répartition de la contrainte de cisaillement dans l'épaisseur.

La fonction de cisaillement transverse s'écrit

$$\psi(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (\text{IV-.5})$$

La contrainte de cisaillement transverse (sinus) déterminée par le modèle prend la forme d'un cosinus dans l'épaisseur de la poutre. Le modèle est plus précis que la théorie de Reddy en termes de solutions exactes. Une version exponentielle de la théorie des plaques déformées par cisaillement d'ordre supérieur (ESDPT) développée par Karama et al. [Pindera, 1994] obtenu par :

$$\psi(z) = ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad \text{et} \quad \varphi(z) = 0 \quad (\text{IV-6})$$

La version hyperbolique de la théorie de déformation par cisaillement d'ordre supérieur (Hyperbolic Shear Déformation Plate Théory HSDPT) développée par [Ait Atmane, 2010] est obtenue par :

$$\psi(z) = \frac{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{h}{\pi}\right) \sinh\left(\frac{\pi}{h}z\right)}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1\right]} z \frac{1}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1\right]} \quad (\text{IV-7})$$

Et $\varphi(z) = 0$

IV.3. Examen de différents modèles de théorie d'ordre supérieur :

Pour surmonter les limites de la théorie du premier ordre, plusieurs auteurs ont apporté des contributions importantes pour développer des modèles d'ordre supérieur qui se distinguent dans la littérature par l'expression de la fonction de cisaillement $\psi(z)$. Ces modèles sont basés sur la distribution non linéaire du champ de déplacement dans le sens de l'épaisseur, qui peut représenter le gauchissement de la section

Configuration déformée (Fig. II.3) [Whitney, 1973], [Nelson, 1974], [Row, 1977], [Touratier, 1991]. Nous citons notamment :

- la méthode d'Ambartsumyan [Ambartsumyan, 1969]

$$\psi(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad (\text{IV-8})$$

- L'approche de Reissner [Ambartsumyan, 1969] avec :

$$\psi(z) = \frac{5}{4} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{IV-9})$$

- L'approche de Levinson, Murthy [Murthy, 1981] et Reddy Avec :

$$\psi(z) = z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad (\text{IV-10})$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique et le déplacement normal w est constant [Reddy, 1984]. Ce modèle donne une bonne approximation de la contrainte de cisaillement transverse de la solution élastique 3D dans le cas homogène [Duong, 2008]. La répartition des contraintes de cisaillement transverse est parabolique dans toute l'épaisseur (pour plusieurs couches, elle doit être parabolique par couche).

Les conditions aux limites sur la surface libre sont satisfaites. Les résultats du modèle de Reddy sont également très proches des deux modèles d'ordre supérieur proposés par [Kan, 2002]. Touratier propose un modèle (sinusoïdal) qui diffère des autres modèles d'ordre supérieur car il n'utilise pas de fonctions polynomiales.

Par conséquent, une fonction sinus-trigonométrique a été introduite pour modéliser la distribution des contraintes de cisaillement le long de la direction de l'épaisseur [Touratier, 1991]. La fonction de cisaillement transverse est la suivante :

$$\psi(z) = \left(\frac{h}{\pi} \right) \sinh \left(\frac{\pi}{h} z \right) = \frac{h}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{r!(2n+1)!} \left(\frac{\pi z}{h} \right)^{(2n+1)} = z \left(1 - \frac{\pi^2 z^2}{3!h^2} + \frac{\pi^4 z^4}{5!h^4} - \frac{\pi^6 z^6}{7!h^6} + \dots \right) \quad (\text{IV-11})$$

La contrainte de cisaillement transverse (sinusoïdale) déterminée par le modèle a une forme en cosinus sur l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle est meilleure que la théorie de [Reddy, 1984] en termes de solutions exactes. Sur la base des travaux de Touratier, [Polit, 1997] et [Dau, 2006] ont construit des éléments finis triangulaires à six nœuds pour des structures multicouches géométriquement non linéaires. Plus récemment, [Afaq et al, 2003] ont proposé un modèle exponentiel avec une cinématique plus riche. La fonction de distribution de cisaillement transverse a la forme suivante :

$$\psi(z) = ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \tag{IV-12}$$

Le choix de la fonction exponentielle permet des expansions en puissance paires et impaires de la variable z , alors que la fonction (sinusoïdale) de [Touratier, 1991] n'autorise que des expansions en puissance impaires. Bien que le modèle d'ordre supérieur assure la continuité du déplacement et de la déformation à l'interface, la contrainte de cisaillement interlaminaire et la contrainte d'interface restent discontinues. Ceci présente un inconvénient lors de l'analyse locale à l'interface de structures multicouches dont les couches ont des propriétés très différentes [Duong, 2008]. Nous avons rassemblé différentes fonctions d'écrêtage et des comparaisons entre différents modèles dans le tableau ci-dessous.

Théorie	Intitulé	Fonction de cisaillement $\Psi(z)$	Distribution de γ_{xz} et γ_{yz} suivant z	Coefficient de correction de cisaillement	Domaine de validité
CPT. Kirchoff [kirchoff,1850a] Et [kirchoff,1850b]	Théorie classique des plaques	0	Plaque minces
FSDT Midlin [Midlin, 1951]	Théorie de déformation des plaques du 1 ^{er} ordre	Z	Constante	Nécessaire	Plaque mince et moyennement épaisses
Ambartsumian [Ambartsumian, 1958]	Théorie d'ordre supérieure	$\psi(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$	Quadratiques	Non Nécessaire	Plaque mince et moyennement épaisses
Reissner [Reissner,1975]	Théorie d'ordre supérieure	$\psi(z) = \frac{5}{4} z \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right)$	Paraboliques	Non Nécessaire	Plaque mince et moyennement épaisses

TSDPT , touratier [touratier,1991]	Théorie de déformation trigonométrique des plaques	$\psi(z) = \left(\frac{h}{\pi}\right) \sinh\left(\frac{\pi}{h} z\right)$	Paraboliques	Non Nécessaire	Plaque mince et moyennement épaisses
ESDPT,karama et al. [karama,2003]	Théorie de déformation exponentielle des plaques	$ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}$	Paraboliques	Non Nécessaire	Plaque mince et moyennement épaisses
PSDPT ,levinson [levinson, 1980] , Reddy[Reddy,1984]	Théorie de déformation parabolique des plaques	$z\left(1 - \frac{4z^2}{3h^2}\right)$	Paraboliques	Non Nécessaire	Plaque mince et moyennement épaisses
Aydogdu [Aydogdu, 2009]	Théorie de déformation exponentielle des plaques	$z\alpha - \frac{2\left(\frac{z}{h}\right)}{\ln(\alpha)}$ $\alpha > 0$	Paraboliques	Non requise	Plaque mince et moyennement épaisses
Elmeiche,Tounsi et al [Elmayche,2011]	Théorie raffinée des plaques	$\frac{\left(\frac{h}{\pi}\right) \sinh\left(\frac{\pi}{h} z\right)}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1\right]}$	Paraboliques	Non Nécessaire	Plaque mince et moyennement épaisses
Ait atmane et al [Ait atmane,2010]	Théorie raffinée des plaques		Paraboliques	Non Nécessaire	Plaque mince et

		$\frac{\sinh\left(\frac{\pi}{2}\right)z}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)-1\right]} \frac{\left(\frac{h}{\pi}\right)\sinh\left(\frac{\pi}{h}z\right)}{\left[\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)-1\right]}$			moyennement épaisses
Shimpi [Shimpi,2002]	Théorie raffinée des plaques	$h\left[\frac{1}{4}-\left(\frac{z}{h}\right)-\frac{5}{3}\left(\frac{z}{h}\right)^3\right]$	Paraboliques	Non Nécessaire	Plaque mince et moyennement épaisses

Tableau (IV-1) comparaison comparaisons entre différents modèles

IV.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous donnons un aperçu de la théorie des plaques et des modèles analytiques pour les plaques, à savoir la théorie classique des plaques (CPT), la théorie des déformations de cisaillement du premier ordre (FSDT) et la Théorie de la déformation de cisaillement d'ordre élevé (HSDT). Sa formulation est basée sur les hypothèses de chaque théorie dans l'approche élastique bidimensionnelle, suivies des équations de la cinématique pour tout point de la plaque en fonction du déplacement généralisé.

CHAPITRE V

Etude analytique des plaques

V.1.Introduction :

Le but de toute théorie est le calcul approché des grandeurs généralisées sur la base du système d'équations d'équilibre, de compatibilité, de conditions aux limites sur les bords, complété par une loi de comportement reliant les contraintes et les déformations généralisées.

Ce chapitre est consacré à l'analyse de propagation des ondes et l'effet d'échelle en utilisant une nouvelle théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé de cinq variables simple et efficace.

En se basant sur les relations contrainte-déformation et les conditions aux limites, les équations d'équilibre sont obtenues par l'utilisation du principe de Hamilton. Les résultats analytiques sont tirées des solutions de Navier

V.2.Propriétés matérielles :

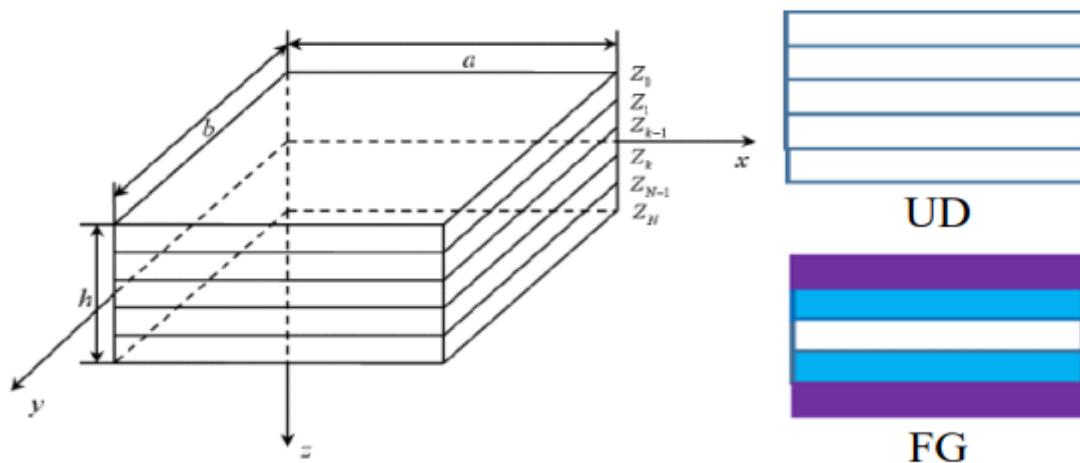


Figure (V.01) : Fig. 1 Une nano plaque renforcée de PNB [modifiée de Fu et al .2014].

- La figure (V.01) montre une illustration de nano plaque FG-PC renforcée par Gnp reposant sur des fondations élastiques. La durée ; largeur ; épaisseur, les couches totales] de la nano plaque sont symbolisées par un[a ; b ; h ; N] avec $\Delta h=h/N$.

Utilisation de la modèle Halpin-Tsai micromécanique, propriétés des matériaux au niveau de la couche k peut être écrit par [Arefi et al. 2019] comme suit :

$$\begin{aligned}
 E_c = \frac{3Em}{8} & \left[1 - \frac{\left(1 + \frac{2l_{Gnp}}{h_{Gnp}} \left(\frac{\frac{E_{Gnp}}{Em} - 1}{\frac{E_{Gnp}}{Em} + 2 \frac{l_{Gnp}}{h_{Gnp}}} \right) \right) \left(\frac{g_{Gnp}}{g_{Gnp} + \left(\frac{\rho_{Gnp}}{\rho_m} \right) (1 - g_{Gnp})} \right)}{\left(\frac{\frac{E_{Gnp}}{Em} - 1}{\frac{E_{Gnp}}{Em} + 2 \frac{l_{Gnp}}{h_{Gnp}}} \right) \left(\frac{g_{Gnp}}{g_{Gnp} + \left(\frac{\rho_{Gnp}}{\rho_m} \right) (1 - g_{Gnp})} \right)} \right] \\
 + \frac{5Em}{8} & \left[1 - \frac{\left(1 + \frac{2w_{Gnp}}{h_{Gnp}} \left(\frac{\frac{E_{Gnp}}{Em} - 1}{\frac{E_{Gnp}}{Em} + 2 \frac{w_{Gnp}}{h_{Gnp}}} \right) \right) \left(\frac{g_{Gnp}}{g_{Gnp} + \left(\frac{\rho_{Gnp}}{\rho_m} \right) (1 - g_{Gnp})} \right)}{\left(\frac{\frac{E_{Gnp}}{Em} - 1}{\frac{E_{Gnp}}{Em} + 2 \frac{l_{Gnp}}{h_{Gnp}}} \right) \left(\frac{g_{Gnp}}{g_{Gnp} + \left(\frac{\rho_{Gnp}}{\rho_m} \right) (1 - g_{Gnp})} \right)} \right]
 \end{aligned}
 \tag{V-1}$$

$$\rho_c = \rho_{Gnp} \left(\frac{g_{Gnp}}{g_{Gnp} + \left(\frac{\rho_{Gnp}}{\rho_m} \right) (1 - g_{Gnp})} \right) + \rho_m \left(\frac{g_{Gnp}}{g_{Gnp} + \left(\frac{\rho_{Gnp}}{\rho_m} \right) (1 - g_{Gnp})} \right)
 \tag{V-2}$$

$$V_c = V_{Gnp} \left(\frac{g_{Gnp}}{g_{Gnp} + \left(\frac{\rho_{Gnp}}{\rho_m} \right) (1 - g_{Gnp})} \right) + V_m \left(\frac{g_{Gnp}}{g_{Gnp} + \left(\frac{\rho_{Gnp}}{\rho_m} \right) (1 - g_{Gnp})} \right)
 \tag{V-3}$$

- Em et E_{Gnp} sont le module de Young de la matrice polymérique et les nano charges.
- ρ_m et ρ_{Gnp} sont masse volumique de la matrice polymérique et les nano charges.
- V_m et V_{Gnp} sont coefficient de Poisson de la matrice polymérique et les nano charges.
- l_{Gnp} et w_{Gnp} et h_{Gnp} sont la moyenne la longueur, la largeur et l'épaisseur des Gnp.

- en outre, la fraction pondérale du Le nano composite polymère GNP pour la couche k est symbolisé Par Ici $G_{gnp}^{(k)}$, nous considérons deux types de PNB distributions avec [Arefi et al. 2019] Pour cas UD.

$$G_{gnp}^{(k)} = G_{gnp}^* \quad (V-4-a)$$

Pour cas FG :

$$G_{gnp}^{(k)} = \frac{4g_{Gnp}^* \left(\frac{N_L+1}{2} - \left| k - \frac{N_L+1}{2} \right| \right)}{(2 + N_L)} \quad (V-4-b)$$

V.3. Formulation du Problème :

V.3.1. Ordre élevée cinq variable :

Le but de ce chapitre est d'étendre la théorie de la déformation de cisaillement d'ordre élevée (5 variable) développer par [Khedir et Reddy 1999].

- Le champ de déplacement de cinq variable pour les plaques isotropes est défini par :

$$U(x, y, z, t) = u_0(x, y) - z \left(\frac{\partial}{\partial x} w(x, y) + \psi(z) \gamma_{13}(x, y) \right) \quad (V-5a)$$

$$V(x, y, z, t) = v_0(x, y) - z \left(\frac{\partial}{\partial y} w(x, y) + \psi(z) \gamma_{23}(x, y) \right) \quad (V-5-b)$$

$$W(x, y, z, t) = w_0(x, y) \quad (V-5-c)$$

Avec $U(x, y, z, t)$, $V(x, y, z, t)$, $W(x, y, z, t)$ sont les déplacements dans les directions x, y, z ; u_0, v_0 et w_0 sont les déplacements centraux moyens. γ_{23} , γ_{13} , désignent les rotations flexionnelles des plans YZ et XZ, respectivement,, $\psi(z)$ représente la fonction de forme déterminant la distribution des déformations et des contraintes de cisaillement transversales sur l'épaisseur.

- Dans ce travail, le présent « ordre élevé » est obtenus par l'utilisation de la fonction suivante [Reddy, 1997], [Reddy, 1999] :

$$\psi(z) = z \left(1 - \frac{4}{3h^2} z^2 \right) \quad (V-6)$$

Dans la détermination des équations nécessaire, un ensemble de supposition supplémentaire est considéré :

- De petites déformations élastiques sont supposées (c'est-à-dire que les déplacements et les rotations sont faibles et obéissent à la loi de Hooke).
- La structure est composée d'un certain nombre de couches qui sont supposées être parfaitement collées.
 - Le point de départ de la théorie actuelle de la plaque isotrope est la théorie d'élasticité ordre élevée cinq variable exprimée en coordonnées curvilignes générales en surface parallèle ; tandis que la coordonnée d'épaisseur est normale à la surface de référence (au centre) comme représenté sur la figure (V.02)

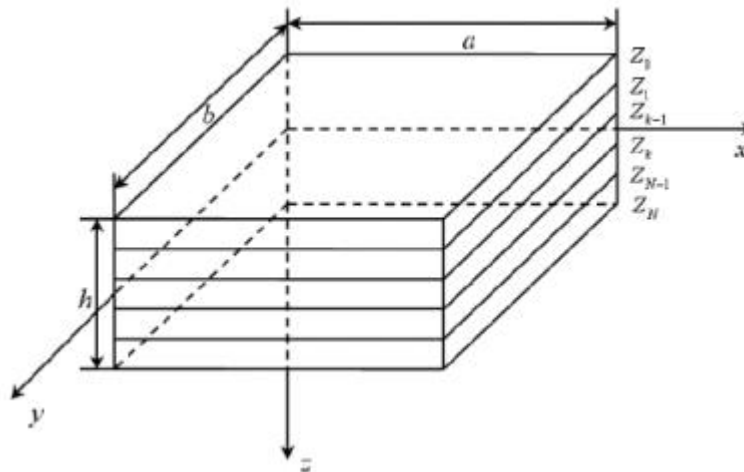


Figure (V.02) : Géométrie du stratifié avec un ensemble d'axes de référence, des éléments
De déplacement et d'orientation des fibres.

- La déformation- déplacement basé sur cette formule est exprimé comme suit :

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial}{\partial x} u_0(x, y) - z \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} w(x, y) + \psi(z) \left(\frac{\partial}{\partial x} \gamma_{13}(x, y) \right) \right) \quad (\text{V-7-a})$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial}{\partial x} v_0(x, y) - z \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} w(x, y) + \psi(z) \left(\frac{\partial}{\partial y} \gamma_{23}(x, y) \right) \right) \quad (\text{V-7-b})$$

$$\gamma_{12} = \frac{\partial}{\partial y} u_0(x, y) - 2z \left(\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} w(x, y) \right) + \psi(z) \left(\frac{\partial}{\partial y} \gamma_{13}(x, y) \right) + \frac{\partial}{\partial x} v_0(x, y) + \psi(z) \left(\frac{\partial}{\partial x} \gamma_{23}(x, y) \right) \quad (\text{V-7-c})$$

$$\gamma_{13} = \psi(z) \frac{\partial \gamma_{13}}{\partial z} \quad (\text{V-7-d})$$

$$\gamma_{23} = \psi(z) \frac{\partial \gamma_{23}}{\partial z} \quad (\text{V-7-e})$$

- Les équations contrainte de déformations sont basé sur la théorie non locale est :

$$(1 - \mu^2 \nabla^2) \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{V-8})$$

Dans lequel $(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23})$ sont les contraintes et $(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23})$ sont les composants de la déformation, et sont les constantes matérielles dans le système de coordonnées du stratifié. Le principe de Hamilton est appliqué au cas présent, et les expressions suivantes sont obtenues :

$$\int_0^t \delta \Pi dt = \int_0^t (\delta \Pi u - \delta \Pi v) dt = 0 \quad (\text{V-9})$$

- Avec $(\delta \Pi, \Pi u, \Pi v)$ sont (énergie total, énergie de déformation, énergie cinétique) et :

$$\int_0^t \delta \Pi dt = \int_0^t \left[\int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{11} \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \varepsilon_{22} + \tau_{12} \varepsilon_{12} + \tau_{13} \varepsilon_{13} + \tau_{23} \varepsilon_{23}) dx dy dz \right] dt - \int_0^t \left[\int_{-h/2}^{h/2} \rho [(\ddot{u}u) dx dy dz + (\ddot{v}v) dx dy dz + (\ddot{w}w) dx dy dz] \right] dt = 0 \quad (\text{V-10})$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^t \left[\int_{-h/2}^{h/2} \left[\begin{aligned} &N_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + N_{22} \frac{\partial v}{\partial y} + N_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \phi_{13} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + \phi_{23} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + M_{11} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \\ &+ M_{12} \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + \varphi_1(\phi_{13}) + L_{11} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \right) + L_{12} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right) + \varphi_2(2R_{13}) + M_{22} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \right) \\ &+ M_{12} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \right) + \Phi_1(\phi_{23}) + L_{22} \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \right) + \Phi_2(-2R_{23}) \end{aligned} \right] dx dy - \right. \\
 &\quad \left. \int_{-h/2}^{h/2} \left[I_0(\ddot{u} + \ddot{w}) + I_1(\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\Phi}_1 + \ddot{u}) + I_2(\ddot{\varphi}_2 + \ddot{\Phi}_2 + \ddot{\varphi}_1 + \ddot{u}) + I_3(\ddot{\varphi}_2 + \ddot{\varphi}_2 + \ddot{\Phi}_2 + \ddot{\Phi}_1) + I_4(\ddot{\varphi}_2 + \ddot{\Phi}_2) \right] dx dy \right] dt \\
 &= \int_0^t \left[\int_{-h/2}^{h/2} \left[\begin{aligned} &N_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + N_{22} \frac{\partial v}{\partial y} + N_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \phi_{13} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + \phi_{23} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + M_{11} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \\ &+ M_{12} \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + \varphi_1(\phi_{13}) + L_{11} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \right) + L_{12} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right) + \varphi_2(2R_{13}) + M_{22} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \right) \\ &+ M_{12} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \right) + \Phi_1(\phi_{23}) + L_{22} \end{aligned} \right] dx dy - \right. \\
 &\quad \left. \int_{-h/2}^{h/2} \left[I_0 \ddot{u} + I_1 \left(\frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + \ddot{v} + \ddot{u} \right) + I_2 \left(\dot{\gamma}_{13} - \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} - \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + \ddot{u} + \ddot{v} \right) + I_3 \left(\dot{\gamma}_{23} + \dot{\gamma}_{13} - \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} - \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \right) + I_4 (\dot{\gamma}_{13} + \dot{\gamma}_{23}) \right] dx dy \right] dt
 \end{aligned}
 \tag{V-11}$$

Ou N_i , M^b_i et M^s_i sont les résultantes des intégrations

Suivantes :

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ N_{13} \\ N_{23} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} dz, & \begin{Bmatrix} M_{11}^b \\ M_{22}^b \\ M_{12}^b \\ M_{13}^b \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} Z^* \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} dz, & \text{, ,} & \begin{Bmatrix} M_{11}^s \\ M_{22}^s \\ M_{13}^s \\ M_{23}^s \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} f(z)^* \begin{Bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} dz
 \end{aligned}
 \tag{V-12}$$

Et les termes d'inertie I_i ($i=0.1.2.3.4.5$) sont définis comme suite :

$$\begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{Bmatrix} = \sum_{K=1}^{Nl} \int_{z^{(k)}}^{z^{(k+z)}} \begin{Bmatrix} 1 \\ Z \\ Z^2 \\ f(z)^* z \\ f(z)^2 \end{Bmatrix} \rho_c dz
 \tag{V-13}$$

- Les équations du mouvement peuvent être dérivées de l'équation (V-10) en intégrant les gradients de déplacement par parties et en mettant les coefficients δu , δv , δw , $\delta\gamma_{13}$, $\delta\gamma_{23}$, égale à zéro séparément, et l'équation suivante peut être obtenue :

$$\begin{aligned}
 \delta u : \frac{\partial N_{11}}{\partial x} + \frac{\partial N_{12}}{\partial y} &= I_0 \ddot{u} - I_1 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} - I_2 \ddot{\gamma}_{13} \\
 \delta v : \frac{\partial N_{22}}{\partial y} + \frac{\partial N_{12}}{\partial x} &= I_1 \ddot{v} - I_2 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} - I_3 \ddot{\gamma}_{23} \\
 \delta w : \frac{\partial^2 M^b_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M^b_{22}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M^b_{12}}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 M^b_{12}}{\partial x \partial y} &= I_1 \ddot{u} - I_2 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} - I_3 \ddot{\gamma}_{13} \\
 \delta\gamma_{13} : \frac{\partial M^s_{11}}{\partial x} + \frac{\partial M^s_{22}}{\partial y} + \frac{\partial M^s_{13}}{\partial z} &= I_2 \ddot{u} - I_3 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} - I_4 \ddot{\gamma}_{13} \\
 \delta\gamma_{23} : \frac{\partial M^s_{22}}{\partial y} + \frac{\partial M^s_{12}}{\partial x} + \frac{\partial M^s_{23}}{\partial z} &= I_2 \ddot{v} - I_3 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} - I_4 \ddot{\gamma}_{23}
 \end{aligned} \tag{V-14}$$

En substituant les relations contrainte-déformation dans les définitions de force et de moment résultantes de la théorie actuelle donnée dans l'équation (V-12) par les coefficients de rigidité .sont définis par :

$$\begin{aligned}
 &\{A_{ij}; B_{ij}; C_{ij}; D_{ij}; E_{ij}; F_{ij}; G_{ij}; K_{ij}; H_{ij}\} \\
 &= \sum \int_{-h/2}^{h/2} \left\{ 1, z, z^2, \psi(z)^2, z * \psi(z), z * \psi(z)^2, z * \frac{\partial \psi(z)}{\partial z}, f(z) * \frac{\partial \psi(z)}{\partial z}, f(z)^2 * \frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \right\} q_{ij} dz
 \end{aligned} \tag{V-15}$$

V.3.2.Propagations des ondes :

Pour la solution analytique des équations aux dérivées partielles données dans l'équation (V-15),

En utilisant la méthode d'ordre élevé, la solution des variables de déplacement satisfaisant les

Conditions aux limites d'appuis simples peut être exprimée dans les séries suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} U(x, y, z, t) \\ V(x, y, z, t) \\ W(x, y, z, t) \\ \gamma_{13}(x, y, z, t) \\ \gamma_{23}(x, y, z, t) \end{array} \right\} = \sum \left\{ \begin{array}{l} u_1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ v_1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ w_1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ \gamma_{13} 1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ \gamma_{23} 1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \end{array} \right\} \tag{V-16}$$

En remplaçant la solution de Navier dans les équations du mouvement en fonction du déplacement on obtient le système matricielle suivant :

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{V-17})$$

Et les éléments de [Mij] et [Kij] en equation (V-17) sont donnés :

$$\begin{aligned} K_{11} &= A_{11}K_1^2 + A_{66}K_2^2 ; & K_{12} &= (A_{12} + A_{66})K_1K_2 ; & K_{14} &= B_{11}K_1^2 + B_{66}K_2^2 ; \\ K_{15} &= D_{11}K_1^2 + D_{66}K_2^2 \\ K_{21} &= (A_{12} + A_{66})K_1K_2 ; & K_{22} &= A_{22}K_1^2 + A_{66}K_1^2 ; & K_{24} &= (B_{12} + B_{66})K_1K_2 ; \\ K_{25} &= (D_{12} + D_{66})K_1K_2 ; & K_{33} &= A_{44}K_2^2 + A_{55}K_1^2 ; & K_{34} &= iA_{55}K_1 ; & K_{35} &= 2iB_{55}K_1 ; \\ K_{41} &= B_{11}K_1^2 + B_{66}K_2^2 ; & K_{42} &= (B_{12} + B_{66})K_2^2 ; & K_{43} &= -iA_{55}K_1 ; & K_{44} &= D_{11}K_1^2 + E_{66}K_2^2 + 2B_{55} ; \\ K_{51} &= D_{11}K_1^2 + D_{66}K_2^2 ; & K_{52} &= (D_{12} + D_{66})K_1K_2 ; & K_{53} &= -2iB_{55}K_1 ; \\ K_{54} &= E_{11}K_1^2 + E_{66}K_2^2 + 2B_{55} ; & K_{55} &= F_{11}K_1^2 + F_{66}K_2^2 + 4D_{55} \end{aligned}$$

$$\text{Avec ; } K_{13} = K_{23} = K_{31} = K_{32} = 0$$

Et ;

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{22} = M_{33} = (K_1^2 + K_2^2)I_0 ; & M_{14} &= M_{41} = (K_1^2 + K_2^2)I_1 ; \\ M_{15} &= M_{44} = M_{51} = (K_1^2 + K_2^2)I_2 ; & M_{45} &= M_{54} = (K_1^2 + K_2^2)I_3 \\ M_{55} &= (K_1^2 + K_2^2)I_4 \end{aligned}$$

$$\text{Avec ; } M_{12} = M_{13} = M_{21} = M_{23} = M_{24} = M_{25} = M_{31} = M_{32} = M_{34} = M_{35} = M_{52} = M_{53} = 0$$

- La vitesse de phase peuvent être données par la formule suivante :

$$C_p = \frac{\omega}{K} \quad ; \quad \text{Avec : } K = K_1 = K_2 \quad (\text{V-18})$$

V.3.3.seconde ordre sept variables :

- La théorie de la déformation de cisaillement de second ordre sept variable dicte un champ de déplacement de [Khdeir et Reddy 1999] défini par :

$$U(x, y, z, t) = u(x, y) + Z\varphi_1 + Z^2\varphi_2 \quad (\text{V-18-a})$$

$$V(x, y, z, t) = v(x, y) + Z\Phi_1 + Z^2\Phi_2 \quad (\text{V-18-b})$$

$$W(x, y, z, t) = w(x, y) \quad (\text{III-18-c})$$

Avec $U(x, y, z, t)$, $V(x, y, z, t)$, $W(x, y, z, t)$ sont les déplacements dans les directions x , y , z de [Khdeir et Reddy 1999] ; u, v et w sont les déplacements centraux moyens.

- La déformation- déplacement basé sur cette formule est exprimé comme suit :

$$\xi_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} + Z \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + Z^2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \quad (\text{V-19-a})$$

$$\xi_{22} = \frac{\partial v}{\partial y} + Z \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} + Z^2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \quad (\text{V-19-b})$$

$$\gamma_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + Z \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + Z^2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + Z \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + Z^2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \quad (\text{V-19-c})$$

$$\gamma_{13} = \varphi_1 + 2Z\varphi_2 + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{V-19-d})$$

$$\gamma_{23} = \Phi_1 + 2Z\Phi_2 + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{V-19-e})$$

- Les équations contrainte de déformations sont basé sur la théorie non locale est :

$$(1 - \mu^2 \nabla^2) \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{V-20})$$

Dans lequel $(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23})$ sont les contraintes et $(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23})$ sont les composants de la déformation, et sont les constantes matérielles dans le système de coordonnées du stratifié. Le principe de Hamilton est appliqué au cas présent, et les expressions suivantes sont obtenues :

$$\int_0^t \delta \Pi dt = \int_0^t (\delta \Pi u - \delta \Pi v) dt = 0 \quad (\text{V-21})$$

- Avec $(\delta \Pi, \Pi u, \Pi v)$ sont (énergie total, énergie de déformation, énergie cinétique) et :

$$\begin{aligned} \int_0^t \delta \Pi dt &= \int_0^t \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{11} \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \varepsilon_{22} + \tau_{12} \varepsilon_{12} + \tau_{13} \varepsilon_{13} + \tau_{23} \varepsilon_{23}) dx dy dz dt \\ &- \int_0^t \int_{-h/2}^{h/2} \rho [(i\ddot{u}) dx dy dz + (\ddot{v}) dx dy dz + (\ddot{w}) dx dy dz] dt = 0 \end{aligned} \quad (\text{V-22})$$

Ou N_i, M_i et ϕ_i, R_i, L_i sont les résultantes des intégrations

Suivantes :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ N_{13} \\ N_{23} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} dz, & \begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} Z^* \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} dz, & \begin{Bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{23} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} Z^* \begin{Bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} dz, \\ & \begin{Bmatrix} L_{11} \\ L_{12} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} Z^2 \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} dz & ; & \begin{Bmatrix} R_{13} \\ R_{23} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} Z^* \begin{Bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} dz \end{aligned} \quad (\text{V-23})$$

Et les termes d'inertie I_i ($i=0.1.2.3.4.5$) sont définis comme suite :

$$\begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{Bmatrix} = \sum_{K=1}^{NI} \int_{z(k)}^{z(k+z)} \begin{Bmatrix} 1 \\ Z \\ Z^2 \\ Z^3 \\ Z^4 \end{Bmatrix} \rho_c dZ \quad (V-24)$$

Les équations du mouvement peuvent être dérivées de l'équation (V-10) en intégrant les gradients de déplacement par parties et en mettant les coefficients δu , δv , δw , $\delta \varphi_1$, $\delta \varphi_2$, $\delta \Phi_1$, $\delta \Phi_2$, égale à zéro séparément, et l'équation suivante peut être obtenue :

$$\begin{aligned} \delta u : \frac{\partial N_{11}}{\partial x} + \frac{\partial N_{12}}{\partial y} &= -I_0 \ddot{u} - I_1 \ddot{\varphi}_1 - I_2 \ddot{\varphi}_2 \\ \delta v : \frac{\partial N_{22}}{\partial y} + \frac{\partial N_{12}}{\partial x} &= -I_0 \ddot{v} - I_1 \ddot{\Phi}_1 - I_2 \ddot{\Phi}_2 \\ \delta w : \frac{\partial \phi_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{23}}{\partial y} &= -I_0 \ddot{w} \\ \delta \varphi_1 : \frac{\partial M_{11}}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial y} + \phi_{13} &= -I_1 \ddot{u} - I_2 \ddot{\varphi}_1 - I_3 \ddot{\varphi}_2 \\ \delta \varphi_2 : \frac{\partial L_{11}}{\partial x} + \frac{\partial L_{12}}{\partial y} + 2R_{13} &= -I_2 \ddot{u} - I_3 \ddot{\varphi}_1 - I_4 \ddot{\varphi}_2 \\ \delta \Phi_1 : \frac{\partial M_{22}}{\partial y} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x} + 2\phi_{23} &= -I_1 \ddot{v} - I_2 \ddot{\Phi}_1 - I_3 \ddot{\Phi}_2 \\ \delta \Phi_2 : \frac{\partial L_{22}}{\partial y} + \frac{\partial L_{12}}{\partial x} + 2R_{23} &= -I_2 \ddot{v} - I_3 \ddot{\Phi}_1 - I_4 \ddot{\Phi}_2 \end{aligned} \quad (V-25)$$

En substituant les relations contrainte-déformation dans les définitions de force et de moment résultantes de la théorie actuelle donnée dans l'équation (V-12), par les coefficients de rigidité .sont définis par :

$$\begin{aligned} &\{A_{ij}; B_{ij}; C_{ij}; D_{ij}; E_{ij}\} \\ &= \int_{-h/2}^{h/2} \{1, z, z^2, z^3, z^4\} q_{ij} dz \end{aligned} \quad (V-26)$$

V.3.4. Propagations des ondes :

Pour la solution analytique des équations aux dérivées partielles données dans l'équation (V-14),

En utilisant la méthode de Navier, la solution des variables de déplacement satisfaisant les Conditions aux limites d'appuis simples peut être exprimée dans les séries de Fourier Suivantes :

$$\begin{Bmatrix} U(x, y, z, t) \\ V(x, y, z, t) \\ W(x, y, z, t) \\ \varphi_1(x, y, z, t) \\ \varphi_2(x, y, z, t) \\ \Phi_1(x, y, z, t) \\ \Phi_2(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = \sum \begin{Bmatrix} u_1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ v_1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ w_1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ \varphi_1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ \varphi_2 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ \Phi_1 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \\ \Phi_2 * e^{i(xk_1 + yk_2 - \omega t)} \end{Bmatrix} \quad (V-27)$$

En remplaçant la solution de Navier dans les équations du mouvement en fonction du déplacement on obtient le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{17} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & K_{27} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{37} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{47} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} & K_{57} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} & K_{67} \\ K_{71} & K_{72} & K_{73} & K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{77} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} & M_{17} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} & M_{27} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} & M_{36} & M_{37} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} & M_{46} & M_{47} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} & M_{56} & M_{57} \\ M_{61} & M_{62} & M_{63} & M_{64} & M_{65} & M_{66} & M_{67} \\ M_{71} & M_{72} & M_{73} & M_{74} & M_{75} & M_{76} & M_{77} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \\ \varphi_2 \\ \varphi_2 \\ \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (V-28)$$

Et les éléments de [Mij] et [Kij] en équation (V-28) sont donnés :

$$\begin{aligned} K_{11} &= A_{11}K_1^2 + A_{66}K_2^2 ; & K_{12} &= (A_{12} + A_{66})K_1K_2 ; & K_{14} &= B_{11}K_1^2 + B_{66}K_2^2 ; \\ K_{15} &= D_{11}K_1^2 + D_{66}K_2^2 ; & K_{16} &= (B_{12} + B_{66})K_1K_2 ; & K_{17} &= (D_{12} + D_{66})K_1K_2 ; \end{aligned}$$

$$K_{21} = (A_{12} + A_{66})K_1K_2 ; \quad K_{22} = A_{22}K_1^2 + A_{66}K_2^2 ; \quad K_{24} = (B_{12} + B_{66})K_1K_2 ;$$

$$K_{25} = (D_{12} + D_{66})K_1K_2 ; \quad K_{26} = B_{22}K_2^2 + B_{66}K_1^2 ; \quad K_{27} = D_{22}K_2^2 + D_{66}K_1^2 ;$$

$$K_{33} = A_{44}K_2^2 + A_{55}K_1^2 ; \quad K_{35} = 2iB_{55}K_1 ; \quad K_{36} = iA_{44}K_2 ; \quad K_{37} = 2iB_{44}K_2 ;$$

$$K_{41} = B_{11}K_1^2 + B_{66}K_2^2 ; \quad K_{42} = (B_{12} + B_{66})K_2^2 ; \quad K_{43} = -iA_{55}K_1 ; \quad K_{44} = D_{11}K_1^2 + D_{66}K_2^2 + A_{55} ;$$

$$K_{45} = E_{11}K_1^2 + E_{66}K_2^2 + 2B_{55} ; \quad K_{46} = (D_{12} + D_{66})K_1K_2 ; \quad K_{47} = (E_{12} + E_{66})K_1K_2 ;$$

$$K_{51} = (D_{12} + D_{66})K_1K_2 ; \quad K_{53} = -2iB_{55}K_1 ; \quad K_{54} = E_{11}K_1^2 + E_{66}K_2^2 + 2B_{55} ;$$

$$K_{55} = F_{11}K_1^2 + F_{66}K_2^2 + 2D_{55} ; \quad K_{56} = (E_{12} + E_{66})K_1K_2 ; \quad K_{57} = (F_{12} + F_{66})K_1K_2 ;$$

$$K_{61} = (B_{12} + B_{66})K_1K_2 ; \quad K_{62} = B_{22}K_2^2 + B_{66}K_1^2 ; \quad K_{63} = -iA_{44}K_2$$

$$K_{64} = (D_{12} + D_{66})K_1K_2 ; \quad K_{65} = E_{12}K_1K_2 + E_{66}K_1K_2 ; \quad K_{66} = D_{22}K_2^2 + D_{66}K_1^2 + A_{44} ;$$

$$K_{67} = E_{22}K_2^2 + E_{66}K_1^2 + 2B_{44} ; \quad K_{71} = (D_{12} + D_{66})K_1K_2 ; \quad K_{72} = D_{22}K_2^2 + D_{66}K_1^2 ;$$

$$K_{73} = -2iB_{44}K_2 ; \quad K_{74} = (E_{12} + E_{66})K_1K_2 ; \quad K_{75} = (F_{12} + F_{66})K_1K_2 ;$$

$$K_{76} = E_{22}K_2^2 + E_{66}K_1^2 + 2B_{44} ; \quad K_{77} = F_{22}K_2^2 + F_{66}K_1^2 + 4D_{44}$$

Avec ; $K_{13} = K_{23} = K_{31} = K_{32} = 0$

Et ;

$$M_{11} = M_{22} = M_{33} = (K_1^2 + K_2^2)I_0$$

$$M_{14} = M_{26} = M_{41} = M_{62} = (K_1^2 + K_2^2)I_1$$

$$M_{15} = M_{27} = M_{44} = M_{66} = (K_1^2 + K_2^2)I_2$$

$$M_{51} = M_{71} = (K_1^2 + K_2^2)I_2$$

$$M_{54} = M_{76} = (K_1^2 + K_2^2)I_3$$

$$M_{55} = M_{77} = (K_1^2 + K_2^2)I_4$$

Avec ;

$$M_{12} = M_{13} = M_{21} = M_{23} = M_{24} = M_{25} = M_{31} = M_{32} = M_{34} = M_{35} = M_{36} =$$

$$M_{37} = M_{42} = M_{43} = M_{46} = M_{47} = M_{52} = M_{53} = M_{56} = M_{57} = M_{61} = M_{63} =$$

$$M_{64} = M_{65} = M_{72} = M_{73} = M_{74} = M_{75} = 0$$

- La vitesse de phase peut être donnée par la formule suivante :

$$C_p = \frac{\omega}{K} ; \quad \text{Avec : } K = K_1 = K_2 \quad (\text{V-29})$$

V.4. Conclusion :

Dans notre étude, nous avons étudié la propagation des ondes des nano plaques FG-PC renforcées par les GNPs ont été étudiées. Dans ce chapitre le modèle de gradient de déformation non local pour les nano plaques a été développé en utilisant la théorie de la déformation par cisaillement d'ordre élevé et de second ordre. Les analyses de propagation des ondes sont résolues à l'aide de tests une fonction. L'exactitude de ce chapitre sera vérifiée par Comparaison avec les résultats existants dans le chapitre suivant

CHAPITRE VI

Résultat et discussion

VI.1.Introduction :

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats de la propagation des ondes dans les nano plaques renforcées par des nano plaquettes de graphène en utilisant une théorie de déformation de cisaillement de cinq variables. En commençant en premier lieu par la validation et la comparaison des résultats obtenus par la présente théorie avec d'autres théories trouvées dans la littérature. Les résultats sont représentés par des tableaux et des courbes de fréquences propres et vitesse de phase de la propagation des ondes pour le cas d'une plaque renforcé par des GNPs.

Pour étudier Les effets du paramètre non local dans les plaques (FG-PC), on a étudié deux (02) modèles de distribution de graphène (UD et FG) pour couvrir le comportement des nano plaques renforcées par GNPs , dans ce travail une évaluation et étude de la convergence et validation des résultats ont été faites. Les effets du paramètre non local, la fraction du graphène, la géométrie sur la vibration libre et la vitesse de phase des nano plaques sont discutées.

VI.2.Validation de la présente théorie :

- la fraction pondérale des GNP est symbolisée par g_{Gnp}^* dans le calcul ultérieur ;

$E_m=3\text{GPa}$, $V_m=0.34$, et $\rho_m =1200 \text{ kg/m}^3$; $E_{Gnp} =1.01\text{TPa}$, $V_{Gnp} =0.186$, $\rho_{Gnp} =1060 \text{ kg/m}^3$; $h=20 \text{ nm}$, $l_{Gnp} =3 \text{ nm}$, $h_{Gnp} =0.7 \text{ nm}$, $w_{Gnp} =1.8 \text{ nm}$ [Liu et al.2017].

- Le tableau (VI. 01) présente la fréquence circulaire calculée en utilisant la présente théorie. Les résultats sont comparés avec ceux trouvés dans les références (Hooman Aminipour 2017 , Nami and Janghorban 2014). Hooman Aminipour (2017) à étudié la propagation des ondes dans les plaques anisotropes en utilisant une théorie trigonométrique de cisaillement. Nami and Janghorban (2014) a étudié la propagation des ondes dans les nanoplaques rectangulaires. Les fréquences calculées sont en bon accord avec les résultats de Hooman Aminipour (2017) et aussi de Nami and Janghorban(2014) pour le cas des plaques isotropes.

Tableau(VI.01) : comparaison des fréquences (ω) de la présent théorie d'une plaque isotrope ($\nu=0.3$, $E=210\text{Gpa}$, $P=7480\text{kg/m}^3$, $h= 0.01\text{m}$, $k_1=k_2$)

Nombre d'onde k (m-1)	2	5	8	11	14	17	20	23
Hooman Aminipour (2017)	128.46	802.28	2050.90	3869.44	6250.88	9186.18	12664.47	16673.20
Nami and Janghorban (2014)	128.27	801.71	2052.38	38880.28	6285.41	9264.77	12827.37	16964.19
Présente	128.26	801.07	2048.17	3865.30	6246.27	9183.16	12666.32	16684.63

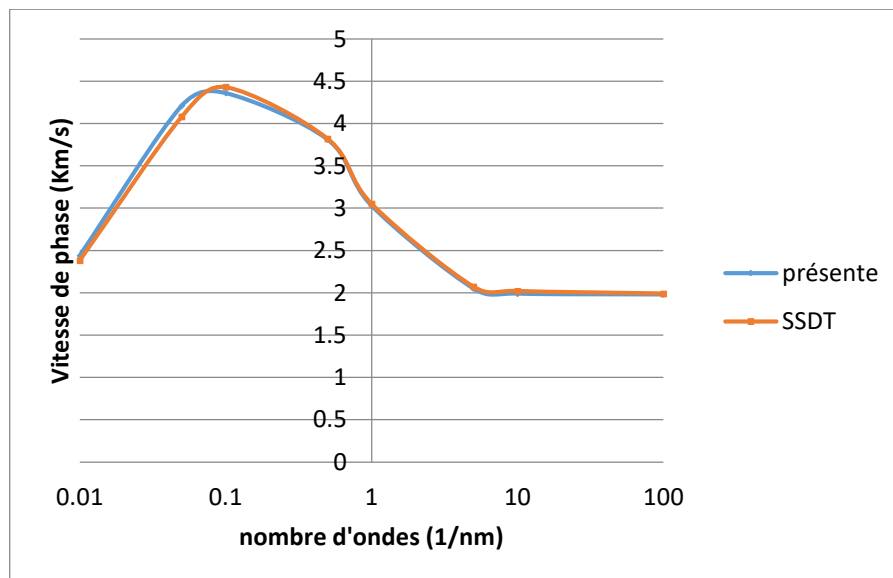


Figure (VI.01): Comparaison de la vitesse de phase dans une naoplaque rectangulaire, ($E=70\text{GPa}$, $\rho=2702\text{ kg/m}^3$, $\nu=0.3$, $h=100\text{ nm}$, $\mu=1\text{ nm}$)

Dans la figure (VI.01), une autre vérification de la présente théorie, les résultants sont comparés avec ceux calculés en utilisant la théorie de déformation de cisaillement de seconde ordre (SSDT), comme il est montré, un bon accord entre les résultats est observé. Il est à noter que la théorie de déformation de cisaillement de seconde ordre possède sept variables tandis que la présente théorie possède cinq variables ce qui la rend facile pour la l'étude analytique de la propagation des ondes dans les nano plaques renforcées par des nano plaquettes de graphène.

VI.3.Résultats de la présente théorie :

Les tableaux (VI.02) et(VI.03)présentent les fréquences circulaires et les vitesses de phase d'une nanplaque fonctionnellement graduée en composite polymère renforcées par des nano plaquettes de graphène pour différents nombre d'ondes, paramétré non local et pourcentages de grapheme . dans les deux tableaux, on peut remarquer que l'influence du paramètre non local disparaître avec la diminition du nombre d'ondes. Autrement dit l'augmentation du paramètre non local influent les fréquences naturelles et les vitesses de phase pour des valeurs supérieures du nombre d'onde.

Tableau (VI.02) : fréquence naturelle (Hz) d'une nano plaque fonctionnellement graduée en polymère renforcée par nano plaquette des graphènes.

		K				
μ	Gnp	0.01	0.1	1	10	100
0	0	0.967	76.27	1346.38	13584.89	1.358*10 ⁵
	0.005	0.987	77.844	1374.775	24295.915	2.422*10 ⁵
	0.01	1.006	79.403	1402.975	14154.841	1.412*10 ⁵
1	0	0.967	75.519	777.337	958.662	1683.755
	0.005	0.987	77.84	793.773	978.395	978.357
	0.01	1.006	78.620	809.969	1748.553	1747.420
2	0	0.967	74.790	602.138	677.624	1190.180
	0.005	0.987	76.333	614.834	1210.171	692.580
	0.01	1.006	77.861	627.426	1235.278	706.630
3	0	0.967	74.081	508.895	553.841	969.194
	0.005	0.987	75.609	519.634	564.226	565.034
	0.01	1.006	77.123	530.272	576.728	1008.359

Tableau(VI.03) : phase velocities (km/s) d'une nano plaque fonctionnellement graduée en polymère renforcée par nano plaquette des graphène

		K				
μ	Gnp	0.01	0.1	1	10	100
0	0	0.0967	0.7627	1.34638	1.358489	1.358
	0.005	0.0987	0.7784	1.374775	2.4295915	2.422
	0.01	0.1006	0.79403	1.402975	1.4154841	1.412
1	0	0.0967	0.75519	0.777337	0.0958662	0.01683755
	0.005	0.0987	0.77077	0.793773	0.0978395	0.00978357
	0.01	0.1006	0.78620	0.809969	0.1748553	0.1747420
2	0	0.0967	0.74790	0.602138	0.677624	0.1190180
	0.005	0.0987	0.76333	0.614834	0.1210171	0.00692580
	0.01	0.1006	0.77861	0.627426	0.1235278	0.00706.630
3	0	0.970	0.74081	0.508895	0.553841	0.00969194
	0.005	0.990	0.75609	0.519634	0.564226	0.00565034
	0.01	0.101	0.77123	0.530272	0.576728	0.01008359

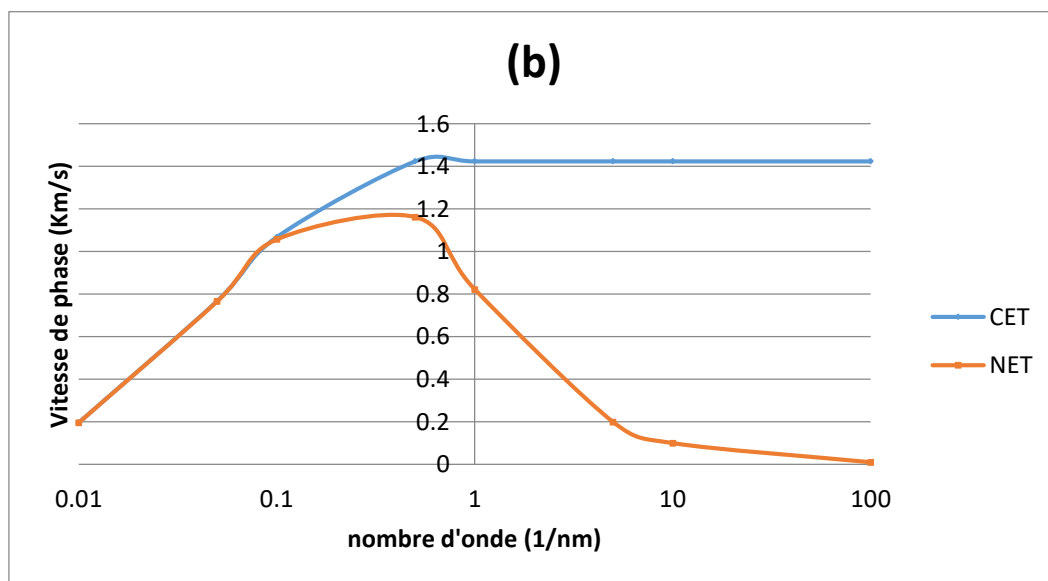
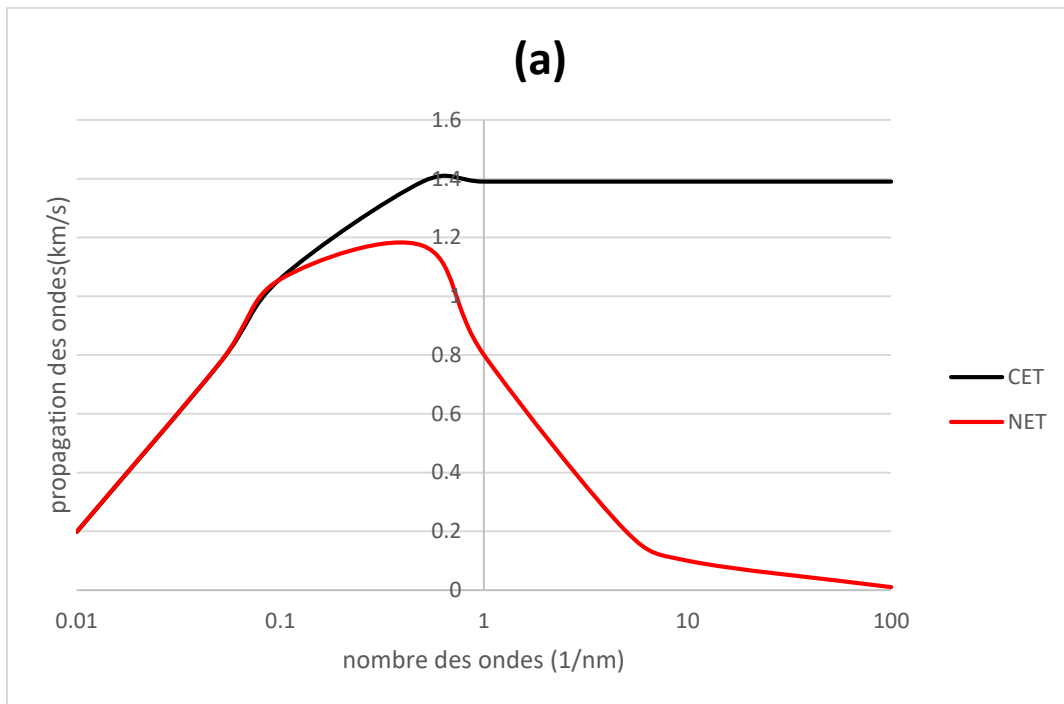
Tableau(VI.04) : fréquence naturelle (Hz) d'une nano plaque fonctionnellement graduée en polymère renforcée par nano plaquette des graphènes ($\mu = 1$)

		K				
h	Gnp	0.01	0.1	1	10	100
10	0	0.967	75.519	777.337	958.662	1683.755
	0.005	0.987	77.84	793.773	978.395	978.357
	0.01	1.006	78.620	809.969	1748.553	1747.420
20	0	1.191	106.2090	795.298	1678.37	960.396
	0.005	1.9549	108.419	812.298	1713.650	979.466
	0.01	1.993	110.609	828.453	997.825	1752.111
30	0	2.828	118.835	783.841	1676.365	959.258
	0.005	2.886	121.321	800.583	1713.855	1717.954
	0.01	2.943	123.784	817.583	998.392	1000.223

Tableau(VI.05): phase velocities (km/s) d'une nano plaque fonctionnellement graduée en polymère renforcée par nano plaquette des graphène ($\mu = 1$)

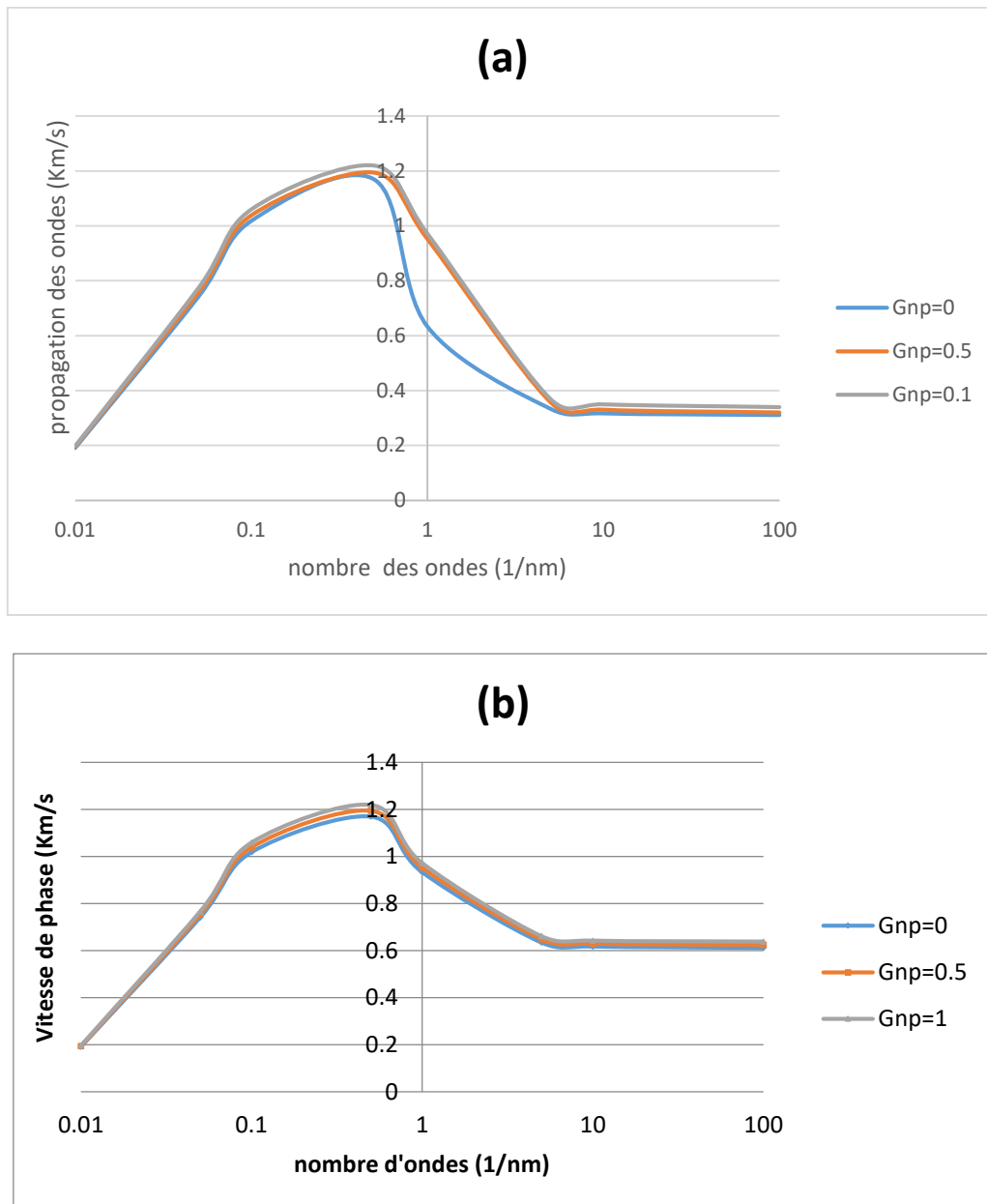
		K				
h	Gnp	0.01	0.1	1	10	100
10	0	0.0967	0.75519	0.777337	0.0958662	0.01683755
	0.005	0.0987	0.77077	0.793773	0.0978395	0.00978357
	0.01	0.1006	0.78620	0.809969	0.1748553	0.1747420
20	0	0.191	1.062090	0.795298	0.167837	0.00960396
	0.005	0.19549	1.08419	0.812298	0.1713650	0.979466
	0.01	0.1993	1.10609	0.828453	0.0997825	0.1752111
30	0	2.828	1.18835	0.783841	0.1676365	0.00959258
	0.005	0.2886	1.21321	0.800583	0.1713855	0.01717954
	0.01	0.2943	1.23784	0.817	0.0998392	0.01000223

Les tableaux (VI.04) et (VI.05) présentent les fréquences circulaires et les vitesses de phase d'une nano plaque fonctionnellement graduée en composite polymère renforcées par des nano plaquettes de graphène pour différents nombre d'ondes, hauteur et pourcentages de graphène. D'après les résultats obtenues, on note que les fréquences et les vitesses de phase augmentent avec l'augmentation de la hauteur h, et cela avec toutes les valeurs des nombres d'onde.



Figure(VI. 02) : Variation de la vitesse de phase pour différentes théories ($G_{gnp}=0,01$) (a) UD

(b) FG



Figure(VI.03) : Relation de dispersion de la vitesse de phase pour diverses fractions pondérales GNP à $\mu=1$ nm(a) UD (b) FG

- La figure(VI. 02) montrant deux courbes de propagation des ondes (KM/s) en termes de nombre des ondes (1/nm).
- La première courbe représente théorie classique d'élasticité CET avec $\nu = 0$, où l'on remarque que la courbe croissante de 0,1 à 0,2 nm

Ensuite, il reste stable de 0.5 à 100 nm

- La deuxième courbe représente théorie non locale d'élasticité NET avec $\nu=1$, où l'on remarque que la courbe ascendante de 0,1 à 0,2 nm

Puis il diminue progressivement jusqu'à ce qu'il cesse d'exister à 100 nm.

Donc on conclue que le paramètre non local μ montre l'effet d'adoucissement de la rigidité. Bien sûr, les effets de taille ne fonctionnent que lorsque le nombre d'onde est suffisamment grand.

- La Figure (VI.03) montrant les diagrammes de la propagation des ondes (KM/s) en termes de nombre des ondes (1/nm).

Pour les nano plaques avec une fraction pondérale différente GNP (=0, 0,5 %, 1 %), avec $\nu=1$,

- On remarque que les 3 courbes sont les mêmes, décroissant de 0.01 à 1 nm
- En suite il reste stable de 1 jusqu'à 100 nm.

Comme on le voit, la vitesse de phase a tendance à augmenter avec l'augmentation de GNP.

- On conclue que l'augmentation de la fraction pondérale GNP, la vitesse de propagation de l'onde montre une tendance.

VI.4.Conclusion :

Dans ce chapitre, l'étude de la propagation des ondes dans les nano plaques fonctionnellement graduées en composite polymère (FG-PC) renforcées par des nano plaquette de graphène (GNPs) en utilisant une théorie d'ordre élevé à cinq variables a été comparée une théorie de déformation de cisaillement de seconde ordre (SSDT).

Nous avons utilisé le principe d'Hamilton pour dériver les équations des mouvements. Une étude approfondie a été présentée dans la section résultats et validation.

La distribution du graphène a été considérée comme ayant une distribution uniforme et non uniforme dans les nano plaques.

A partir des résultats obtenus, on peut conclure que les courbes de fréquence et de vitesse de phase sont considérablement influencées par le paramètre non local et le pourcentage du graphène.

Enfin, on peut voir l'efficacité de la méthode actuelle pour prédire la propagation des ondes dans les nano plaques.

En conclusion, on peut dire que le modèle proposé est simple pour la résolution de la propagation des ondes dans les nano plaques fonctionnellement graduées en composite polymère (FG-PC) renforcées par des nano plaquette de graphène (GNPs).

Conclusion Générale

Conclusion Générale :

Dans ce travail nous avons présenté un travail de recherche analytique et numérique pour l'analyse des nano plaques fonctionnellement graduée en composite polymère (FG-PC) renforcée par des nanoplaquets de Graphène(GNPs) .en utilisant un Modèle de déformation de cisaillement d'ordre élevée à cinq variable. Deux objectifs ont été visés à travers cette thèse. Le premier consiste à une analyse de la propagation des ondes dans les nano plaques avec une théorie de déformation de cisaillement de second ordre (SSDT). Le second objectif de cette thèse consiste à une étude de l'effet d'échelle sur le comportement des plaques renforcées par des nano plaquettes de graphéene, tous ce travail fait avec une propagation d'onde uniforme et non uniforme avec la fonction ordre élevée à cinq variable.

A travers l'interprétation des graphes et résultats obtenu nous avons une vision très claire sur le comportement ou la réaction de la propagation des ondes dans les nano plaques fonctionnellement Graduée.

Dans ce travail, Toutes les études comparatives effectuées dans cette étude soit entre les fréquences, vitesse de phase ont montrées que les résultats obtenus pour l'analyse de comportement des nano plaques parfaits sont presque identiques à ceux obtenus avec d'autres théories de déformation par cisaillement.

il peut être conclu que la théorie utilisée a montré sa précision pour la détermination des caractéristiques vibratoires et de propagation des ondes dans les nano plaques FGM ainsi le nouveau modèle proposé est simple pour la résolution de la propagation des ondes dans les nano plaques fonctionnellement graduées en composite polymère (FG-PC) renforcées par des nano plaquette de graphéne (GNPs).

Les Références

- [Abdelkader BOUDERBA ,2019] SAOULA, Abdelkader SAOULA , BOUDERBA Bachir 2 Janvier ,2019Université Ibn Khaldoun de Tiaret, BP 78 Zaaroura, 14000, Algérie N° 60 : 60-67. ANALYSE DES PLAQUES SANDWICHES FGM SOUS L'EFFET DES CHARGES MÉCANIQUES ET DANS UN ENVIRONNEMENT THERMIQUE.
- [Aditya ,2019] NURHILALIA, N., RAHMAN Kadir, A., MAHLIA, M., JUSNI, J., & ADITYA, H. P. K. P. (2019). Determinant of market orientation on SME performance: RBV and SCP perspective. *Journal of Distribution Science*, 17(9), 35-45.
- [Afaq ,2003] Karama. M, K.S. Afaq., S. Mistou, (2003). —Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity, *Int. J. Solids Structures*; 40 (6): 1525-1546.
- [Ait atmane.H,2010] Ait Atmane H., Tounsi A., Mechab I., Adda Bedia E.A, “Free vibration analysis of functionally graded plates resting on WinklerPasternak elastic foundations using a new shear deformation theory”. *Int. J. Mech. Mater. Design*; 6 (2): 113-121(2010).
- [Ait Atmane H Novembre ,2011] 3P-128, Univesité Hassiba Benbouali de Chlef, Algérie
- [Ambartsumian, 1958] “On theory of bending plates”, *IszOtd Tech Nauk AN SSSR*, 5, 69– 77.
- [Ambartsumyan, 1969] S.A. Ambartsumyan. Theory of anisotropic plate. Technomic Publishing Co, 1969.
- [Arefi ,2018] Arefi, M., & Zenkour, A. M. (2018). Size-dependent electro-elastic analysis of a sandwich microbeam based on higher-order sinusoidal shear deformation theory and strain gradient theory. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 29(7), 1394-1406.
- [Arefi et al,2019] Arefi-Oskoui, S., Khataee, A., Safarpour, M., Orooji, Y., & Vatanpour, V. (2019). A review on the applications of ultrasonic technology in membrane bioreactors. *Ultrasonics sonochemistry*, 58, 104633.
- [Aydogdu, 2009] Aydogdu, M. (2009). A general nonlocal beam theory: its application to nanobeam bending, buckling and vibration. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(9), 1651-1655.
- [Bao ,, G., Wang, L, 1995] "Multiple cracking in functionally graded ceramic/metal coatings", *Int. J; Solids Structures*; 32 (19): 2853–2871,
- [Barretta, 2019] Barretta, R., Faghidian, S. A., & De Sciarra, F. M. (2019). Stress-driven nonlocal integral elasticity for axisymmetric nanoplates. *International Journal of Engineering Science*, 136, 38-52.
- [Bao, 1995] Bao, W., Threefoot, S. A., Srinivasan, S. R., & Berenson, G. S. (1995). Essential hypertension predicted by tracking of elevated blood pressure from childhood to adulthood: the Bogalusa Heart Study. *American journal of hypertension*, 8(7), 657-665.
- Boch et al(1986) Boch. P Chartier . Huttepain. M Tapa casting of AL2O3/ZrO2 laminated composites, 1986.
- [Boukli. H, 2015] Cours «ondes mécaniques» Université Hassiba Benbouali De Chlef 2014 /2015

- [Barretta et de Sciarra,2019] Barretta, R., & de Sciarra, F. M. (2019). Variational nonlocal gradient elasticity for nano-beams. *International Journal of Engineering Science*, 143, 73-91.
- [BENAHMED Abdelkrim, 2018] Contribution à l'étude du comportement mécanique des plaques composites en utilisant des théories d'ordre élevé avec un nombre réduit de variables
- [Civalek et al,2020] Civalek, Ö., & Avcar, M., "Analyses libres de vibrations et de flambage de plaques non rectangulaires stratifiées renforcées de CNT par méthode de convolution singulière discrète", *Engineering with Computers*, 1-33
- [Chivalek et Demir ,2016] . <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01168-8>
« Un modèle mathématique simple de microtubules entourés d'une matrice élastique par des méthode des éléments finis », *Appl. Math. Comput.*, 289, 335-352.
<https://doi.org/10.1016/j.amc.2016.05.034>
- [Chung et Chi,2006]. Chi. Shyang-ho., Chung Yen-Ling. (2003), —Cracking in coating-substrate composites of multilayered and sigmoid FG
- [Dan Israel]: Cours «Ondes Mécaniques et Lumineuses» Université Pierre et Marie Curie
- [D. A. Davids 1989]. D. A. Davids, P. Y. Wu, and D. Chizhik, Restricted Aperture Acoustic Microscope Lens for Rayleigh Wave Imaging, *Appl. Phys. Lett.*, 54, (1989), p. 1639.
- [Delale.Erdogan,1983] Delale, F, Erdogan, F., "The crack problem for a nonhomogeneous plane", *ASME J ApplMech*, , 609-614.<https://doi.org/10.1115/1.3167098> .
- [Djelouah.h,2007] cours« ondes & vibrations» université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène 2006 /2007.
- [Duong,2008]. Van Anh DUONG Développement en dynamique d'un élément fini multicouche avec interfaces imparfaites Thèse de doctorat de l'école national des ponts et chaussées, 2008.
- [Ebrahimi et Dabbagh ,2018[] Dispersion des vagues caractéristiques des plaquettes de graphène incorporées renforcées microplaques composites », *Euro. Phys. J. Plus*, 133, 151.
<https://doi.org/10.1140/epjp/i2018-11956-5>.
- [Ebrahimi et al ,2019] "Caractéristiques de dispersion des ondes de coques composites poreuses renforcées de plaquettes de graphène », *Struct. Ing. Sei.*, ,99-107.
<https://doi.org/10.12989/sem.2019.71.1.099>.
- [Elmayche ,2011] Elmayache, N., Tounsi, A., Ziane, N., Mechab, I. et Adda Bedia : Une nouvelle théorie de déformation de cisaillement hyperbolique pour le flambement et la vibration de plaque sandwich gradation fonctionnelle. *International Journal of Mechanical Sciences*, 237– 247, (2011)
- [Eltah et al ,2020] « Vibration de non local

- nanofaisceaux perforés avec conditions générales aux limites », *Intelligent. Structure. Syst.*, 501-514.
<https://doi.org/10.12989/sss.2020.25.4.501>.
- [Emam et al,2018] « Post-flambement et vibration libre des multicouches nanofaisceaux imparfaits sous une charge de précontrainte », *Appl. Sci.- Bâle*, 2238.
<https://doi.org/10.3390/app8112238>.
- [Eringen ,1998] Sur les équations différentielles de non local élasticité et solutions de dislocation de vis et de surface vagues », *J. Appl. Phys.*, 4703-4710.
<https://doi.org/10.1063/1.332803>.
- [Ertah et Mohammed ,2020] Mohammed, A. H., Hamdi, M. M., Rashid, S. A., & Shantaf, A. M. (2020, June). An optimum design of square microstrip patch antenna based on fuzzy logic rules. In *2020 International Congress on Human-Computer Interaction, Optimization and Robotic Applications (HORA)* (pp. 1-7). IEEE.
- [Gao et al,2020] "Propagation des ondes dans des plaques poreuses fonctionnellement graduées renforcées de plaquettes de graphène", *Aerosp. Sci. Technol.*, 105860.<https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.105860>.
- [Hadji et al,2018] Une nouvelle théorie de déformation par cisaillement supérieur quasi-3D pour la vibration de poutres composites renforcées de nanotubes de carbone à gradient fonctionnel reposant sur une fondation élastique », *Struct. Ing. Méc.*, 771-781.
<https://doi.org/10.12989/sem.2018.66.6.771>.
- [Hadj Mostefa Adda , MERDACI Slimane ,juillet 2018] Un aperçu des matériaux fonctionnellement gradués « FGM
- [Heydari ,2018] "Analyses exactes des vibrations et du flambement de la gradation arbitraire d'une poutre rectangulaire d'ordre nano-supérieur", *Steel Compos. Structu.*,589-606.
<https://doi.org/10.12989/scs.2018.28.5.589>.
- [Heydari et Shariati , 2018] "Analyse de flambage d'une nano-poutre bdfgm conique sous compression axiale variable reposant sur un milieu élastique", *Struct. Ing. Méc.*, 737-748.
<https://doi.org/10.12989/sem.2018.66.6.737>.
- [Hildebrand,1949] F.B. Hildebrand., E. Reissner., G.G. Thomas, Notes sur les fondements de la théorie des petits déplacements des coques orthotropes. NACA TN N° : 1833, (1949)
- [Hooman Aminipour ,2017] Cours «Ondes» Université Paris-Sud 11 Orsay 2012-2013
- [H. Sazdjian, 2013].
- [Jiao and Alavi ,2018] Jiao, P., & Alavi, A. H. (2018). Buckling analysis of graphene-reinforced mechanical metamaterial beams with periodic

- webbing patterns. *International Journal of Engineering Science*, 131, 1-18.
- [Kant,2002]. Kant, T, Swaminathan, K., "Analytical solutions for the static analysis of laminated composite and sandwich plates based on a higher order refined theory", *Compos Struct*, 56, 329–344.
- [Karama ,2003] Karama, M, Afaq, KS, Mistou, S., “Mechanical behavior of laminated composite beam by the new multilayered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity”, *Int J Solid Struct*, 40(6), 1525–1546
- [Karama ,2003] Karama, M, Afaq, KS, Mistou, S., “Mechanical behavior of laminated composite beam by the new multilayered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity”, *Int J Solid Struct*, 40(6), 1525–1546.
- [Koizumi 1996] Kirchhoff, G.R: Sur la balance et le mouvement d'un disque élastique. *J. Reine Angew. Math. (Crelle)*, 40, 51-88, (1850a)
- [krichhoff,1850] Kirchhoff, G.R: À propos des vibrations d'une plaque élastique circulaire. *Poggendorffs Annalen.*, 81, 258–264, (1850b)
- [krichhoff,1850] “Free vibrations of laminated composite plates using second-order shear deformation theory”, *Comput. Struct.*, , 617-626. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(98\)00301-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(98)00301-0).
- [Khedir et Reddy ,1999]. KHETIR, H., BACHIR BOUIADJRA, M., BOUKHELF, F., & FEKRAR, A. ETUDE ANALYTIQUE DU COMPORTEMENT DES PLAQUES A L'ECHELLE NANOMETRIQUE.
- KHETIR Hafid1 , BACHIR BOUIADJRA Mohamed1-3 , BOUKHELF Fouad1 , FEKRAR Abdelkader2-3
- [levinson.M,1980] “An accurate simple theory of the statics and dynamics of elastic plates”, *Mech Res Commun*, 7, 343–350.
- [Liu et al ,2017].
- [Liu et al 2020]
- [L.Marin, 2005] “Numerical solution of the Cauchy problem for steady-state heat transfer in two dimensional functionally graded materials,” *Int J Solids Struct*, vol. 42, pp. 4338-4351
- [Malikan et al,2020]
- [Mindlin.RD, 1951] “Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates”, *J ApplMech*, 18, 31–38.
- [M. Niino et al ,2005] The functionally gradient materials,” *J Jap Soc Compos Mat*, vol.13, (2005), pp. 257-264.
- [M. Nicolas 2010] cours« ondes & vibrations» polytech Marseille 2009 /2010
- [Niino, M., Hirai, T. and Feasibility study of FGM technology in space solar power systems (SPSS),” *Mater Sci Forum*, vol. 492, pp. 163– 168,
- [Watanabe, R ;2005] “Thermal postbuckling analysis of fiber–metal laminated plates including interfacial
- [modifiée de Fu et al ,2014]. *Aerosp. Sci. Technol.*, 98, 105702. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.105702>.
- [Moradi Mansouri ,2012] “On instabilities and post-buckling of piezomagnetic and flexomagnetic nanostructures”, *Int. J. Eng. Sci.*, 157, 103395. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103395>
- [Murthy,1981] M.V.V. Murthy. An improved transverse shear deformation theory for laminated anisotropic plate. *Rapport technique*, NASA, 1981.
- [Naghdi, 1957], P.M. Naghdi, “On the theory of thin elastic shells”. *Quarterly Appl. Math*, 14: 369-380. (1957).

- [Nelson,1974], Nelson. R.B & D.R.Lorch: Une théorie raffinée pour platesl orthotrope stratifié. ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.41, pages 177-183, (1974)
- [Northridge en ,1994]
[O.Xeridat 2011] Olivier Xeridat, Etude expérimentale de la propagation, de la diffusion et de la localisation des ondes de Lamb. Thèse de doctorat, Université Nice Sophia Antipolis, France2011.
- [Pindera,1994]
[Polit,1997] Polit. O and M. Touratier: Un nouvel élément triangulaire Interface fini laminé pour assurer la continuité des déplacements et stresses. Composite Structures, 38(1-4):37-44, (1997)
- [P.Puzo.2012]
[Rayleigh ,1877] Notes de cours d' électromagnétisme classique Strutt, J. W., & Rayleigh, J. W. S. B. (1877). *The theory of sound* (Vol. 1). Macmillan.
- [Reddy ,1984]. A simple higher-order theory for laminated composite plates”, ASME-Journal of Applied Mechanics, 51(4), 745–752
- [Reddy,1999] .N. Reddy, Theory and Analysis of Elastic plates. Taylor & Francis, Philadelphia .
- [Reissner ,1945] Reissner.E : Une théorie simple d'ordre supérieur pour platesl composite stratifiée. J. Appl. Mech., vol. 12, pages 69/77, (1945).
- [Reissner[1975], Reissner. E: Sur flexion transversale de plaques, y compris les effets de déformation transversale de cisaillement. Int. J. Solids Structures; 25(5):495-502, (1975)
- [Riad BENZAID, 2015]. Riad BENZAID Habib Abdelhak MESBAH Nasr-eddine CHIKH, « Contribution à l'Étude des Matériaux Composites Dans le Renforcement et la Réparation Des Éléments Structuraux Linéaires en Béton ».
- [Sahmani *et al* ,2018]
[S. Bouhedja.2007]. Bouhedja S. Etude des vitesses des ondes de surface et de l'atténuation du mode de rayleigh via un capteur fonctionnant en champ noir ; Thèse de doctorat d'état en physique, Université mentouri constantine(2000)
- [Shimpi ,2002] Shimpi, R.P: Théorie des plaques raffinée et ses variantes. AIAA Journal, 137–146, (2002).
- [Shyang-ho,2003] Chi . Shyang-ho. Chung Yen-Ling, Cracking in coating-substrate composites of multi-layered and sigmoid FGM coatings. Engineering Fracture Mechanics; 70 (10), 1227–1243, (2003)
- [S. Matsuo,2001] Matsuo, S., Watari, F. and Ohata, N. , “Fabrication of functionally graded dental composite resin post and core by laser lithography and finite element analysis of its stress relaxation effect on tooth root”, Dental Mater J, vol.20(4), pp. 257–274, (2001).
- [Taherifar et al,2019] Do, L. N., Taherifar, N., & Vu, H. L. (2019). Survey of neural network-based models for short-term traffic state prediction. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery*, 9(1), e1285.
- [Timoshenko ,1921], "On the correction of transverse shear deformation of the differential equations for transverse vibrations of prismatic bars", Philosophical Magazine, Vol. 41 (series 46) p. 744–746,
- [Timoshenko,1959] S.P. Timoshenko., S.Woinowsky-Krieger, Theory of Plates and Shells.McGraw-Hill, New York, 1959.

- [Touratier,1991] “An efficient standard plate theory”, *Int. J. Eng. Sc*; 29 (8): 901-916,
- [Whitney,1973] Whitney. J.M: Facteurs de correction de cisaillement pour les stratifiés orthotropes sous loads statique. *Mécanique J.Applied*, Vol.40, pages 302-304, (1973).
- [W.L.Bond 1975]. W. L. Bond, C. C. Culter, R. A. Lemons and C. F. Quate, Dark Field and Stereo Viewing with the Acoustic Microscope, *Appl. Phys. Lett.*, 27, (1975), p. 270
- [Yang ,2020] Liu, W., Zhang, Q. I., Chen, J., Xiang, R., Song, H., Shu, S., ... & Liu, Y. (2020). Detection of Covid-19 in children in early January 2020 in Wuhan, China. *New England Journal of Medicine*, 382(14), 1370-1371.
- [Bachir Bouderbera a,*, Abdelrahmane Bekaddour Benyamina b.2018] JOURNAL OF MATERIALS AND ENGINEERING STRUCTURES 5 (2018) 33–45
- [Ait Atmane H Tounsi A , Adda Bedia E.A.,.17 nov 2014] INVACO2 : Séminaire International, INNOVATION & VALORISATION EN GENIE CIVIL & MATERIAUX DE CONSTRUCTION
- [HAMIDI Ahmed1 , ZIDOUR Mohamed2 , TOUNSI Abdelouahed3 , ADDA BEDIA EI Abbas4. October 30-31, 2016] ICEMAEP2016, Constantine,Algeria