وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب

كلية العلوم الاقتصادية العلوم التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة أولى جذع مشترك

ميدان العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير

محاضرات وتمارين محلولة في مقياس الإحصاء 01

من إعداد:

د. مخضار سليم

السنة الجامعية: 2024 – 2025

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرس المحتويات:

		الصفحة
المحور الأول	**مدخل لعلم الإحصاء**	
أولا	تطور علم الإحصاء	05
ثانيا	الهدف من دراسة علم الإحصاء:	06
ثالثا	أهمية علم الإحصاء وعلاقته بمختلف العلوم الأخرى	06
رابعا	مفهوم الإحصاء	07
خامسا	مفاهيم أساسية متعلقة الإحصاء	07
سادسا	جمع وتبويب البيانات	11
	تمارين المحور الأول	20
المحور الثاني	**تبويب وعرض البيانات وتمثيلها**	
أولا	عرض البيانات في جدول التوزيع التكراري	26
ثانيا	التكرار المطلق والنسبي والتجميعي الصاعد والنازل	35
ثالثا	التمثيل البياني	40
	تمارين المحور الثاني	48
المحور الثالث	**مقاييس النزعة المركزية**	
أولا	. المتوسط الحسابي	57
ثانيا	المتوسط الهندسي	60
ثالثا	الوسيط	63
رابعا	المنوال	67
خامسا	الوسط التوافقي	69
سادسا	الوسط التربيعي	70
سابعا	الربيعات	71
ثامنا	العشيرات	75

	تمارين المحور الثالث	79
المحور الرابع	**مقاييس التشتت**	
أولا	مقاييس التشتت (بيانات سلسلة إحصائية أو البيانات الغير مبوبة)	93
ثانيا	مقاييس التشتت (حالة البيانات المبوبة بدون فئات)	96
ثالثا	مقاييس التشتت (حالة البيانات المبوبة على شكل فئات)	99
	تمارين المحور الرابع	103
	قائمة المراجع	

المحور الأول

مدخل لعلم الاحصاء

تمهيد:

تعتبر عملية جمع المعلومات ومعالجتها وتحليلها من صميم العمليات الإدارية في اتخاذ القرار، من هنا يأتي علم الإحصاء الذي يختص بجمع المعلومات ومعالجتها وتحليلها بهدف الكشف عن خصائص الظواهر المراد دراستها سواء كانت اقتصادية ،اجتماعية، بيولوجية، وفي العصر الحديث ومع التطور التكنولوجي، أصبح استخدام الأساليب الإحصائية واسع الانتشار من خلال استخدام العديد من البرمجيات التي من شأنها تسهيل إدارة البيانات والمعلومات المتعلقة بالظاهرة المدروسة وتحليلها واتخاذ القرار بكفاءة عالية. في هذا الإطار لا بد من الإشارة إلى أن علم الإحصاء لا يقتصر على جمع وتبويب المعلومات وحساب النتائج فقط ، بل يجب على المستخدم أن يكون على دراية تامة بالأدوات الإحصائية ووظائفها ومجالات تطبيقها.

I.تطور علم الاحصاء:

نشأ علم الاحصاء خلال العصور الوسطى كنتيجة لاهتمام الدول بإحصاء ثروات الأفراد من أجل تحصيل الضرائب لتمويل الجيش واحتياجات إدارة شؤون الدولة، وبعد ذلك تطور الاحصاء ليشمل كل من المواليد والوفيات والاستهلاك والدخل والانتاج، وتنظيم البيانات في شكل جداول وتمثيلها بيانيا واستغلالها وقت الحاجة، وقد سميت هذه الطرق آنذاك بعلم الدولة أو علم الملوك ومن بعدها علم الاحصاء.

اشتقت كلمة statistics من كلمة status التي تعني الدولة باللغة اللاتينية، حيث كان يعرف عن علم الاحصاء آنذاك بالعلم الذي يختص بالطرق العلمية لجمع البيانات وتبويبها على شكل جداول وتمثيلها في شكل منحنيات أو أشكال هندسية. ونتيجة للتطور الذي عرفته البشرية خلال القرنين السابع عشر والثامن عشر ظهرت الحاجة الماسة لتحليل البيانات والتنبؤ بسلوك الظواهر الاجتماعية والاقتصادية على وجه الخصوص كالتنبؤ بالإنتاج والدخل والاستهلاك وتعداد السكان مما أدى إلى امتداد التحليل الاحصائي إلى شتى الميادين كالطب والبيولوجيا والزراعة وعلم الاجتماع، نتيجة التطور التكنولوجي خلال القرن العشرين[1].

بعد الحرب العالمية الثانية عرف علم الإحصاء تطورا كبيرا نتيجة ظهور الحواسيب الالكترونية التي تعالج عددا كبيرا من البيانات بطريقة سريعة وخالية من الأخطاء، وفي القرن الحادي والعشرين أصبح علم الإحصاء من أهم العلوم التي ترتكز عليها مختلف البرامج التنموية سواء الاقتصادية والاجتماعية، وكذا مختلف السياسات الدولية والهيئات الاقتصادية على مستوى العالم ككل، وذلك

[1] أماني موسى أحمد، التحليل الاحصائي للبيانات، معهد البحوث والدراسات الاحصائية، جامعة القاهرة، مصر، 2007، ص5.

راجع بالأساس إلى ارتباط كل القرارات المتعلقة بالمشاريع الكبرى بالنتائج التي يقدمها علم الإحصاء من أجل التخطيط الامثل واتخاذ القرار المبني على أسس علمية ومنطقية.

II.الهدف من دراسة علم الإحصاء:

يكمن الهدف الأسمى لدراسة علم الإحصاء من طرف الباحثين ومتخذي القرار من خلال دراسة العينات والحصول على البيانات المتعلقة بالظواهر الاقتصادية والاجتماعية والعلمية وتحليلها وعرضها بشكل يسمح بتقديم وصف رقمي وأكثر دقة للواقع واتخاذ القرار بشأن الظاهرة المدروسة. من هذا المنطلق فإن تدريس مقياس الإحصاء للطلاب في الجامعات والمعاهد المتخصصة تهدف إلى تمكين الطالب من الإلمام بطبيعة علم الإحصاء وأهميته ومختلفة مجالات استخدامه، وتدريبه على طرق واساليب جمع والبيانات وتبويبها وكيفية عرضها في جداول ورسوم بيانية. من ناحية أخرى فإن استخدام الأساليب الإحصائية تمكن الطالب من الإلمام بعملية تخطيط المشاريع سواء كانت مشاريع خاصة أو مشاريع عامة تخص المجتمع، وتساعده مستقبلا على عملية اتخاذ القرار سواء كان القرار تجاري يتعلق بعملية الشراء أو بيع المنتجات، أو تحديد أجور العمال ومكافئاتهم، أو كان القرار متعلق بالزراعة أو الصناعة أو الطب وغيرها من مجالات الحياة.

III. أهمية علم الإحصاء وعلاقته بمختلف العلوم الأخرى:

لعلم الاحصاء أهمية كبيرة باعتباره أحد الوسائل الأساسية في عملية البحث العلمي وذلك من خلال جمع البيانات والمعلومات وتحليلها بهدف الوصول إلى النتائج التي تمكن متخذ القرار من اتخاذ القرار المبني على الأسس العلمية. للإحصاء كذلك دور بارز في وضع الخطط المستقبلية من خلال التنبؤ ، وفي مجال الاقتصاد وعلم الاجتماع يكمن دور الاحصاء في إجراء بحوث حول تعداد السكان، لأنه من أجل تخطيط دقيق وموضوعي للتنمية الاقتصادية والاجتماعية يجب تحديد الكثافة السكانية بهدف اتخاذ القرار لإنشاء المصانع ورسم سياسات التشغيل وإنشاء المستشفيات والمدارس والجامعات والسكنات وشق الطرق وكل المرافق العمومية الأخرى[2]، وفي ميدان الزراعة يأتي دور الإحصاء في جمع المعلومات والبيانات حول طبيعة المناطق الزراعية، وجودة التربة والمساحات المسقية واستخدام النتائج في عملية التخطيط لتحقيق الأمن الغذائي.

بالنسبة للصناعة فإن الاحصاء يعتبر أكثر من ضروري، خاصة لما يتعلق الأمر بتحديد القطاعات الصناعية المنتجة وكمية الانتاج من أجل تخطيط عملية الاستيراد والتصدير وتحديد احتياجات الدولة من مختلف المواد الاولية الواجب توفيرها في عملية التصنيع، والمنتوجات الواجب توفيرها

[2] عماد توماكرش وآخرون، علم الاحصاء، المعهد التقني الموصل، العراق، 2014، ص11.

لتلبية حاجيات المواطن اليومية والمتزايدة بتزايد عدد السكان، وأخيرا في مجال الطب والصحة العمومية، فإن معرفة عدد المواليد والوفيات والتكفل بمختلف الأمراض يعتبر مؤشرا هاما على المستوى الصحي الذي يميز أي دولة، ومدى تقدمها أو تخلفها كما أصبح الاحصاء من أهم الأساليب التي المستخدمة في تحليل العلاقة بين مختلف الأمراض وطرق علاجها وتحديد الأدوية والعقاقير الواجب انتاجها. لهذا فإن الاحصاء يعتبر وسيلة يتم استخدامها في كل مجالات البحث العلمي.

IV. مفهوم الإحصاء:

من المفاهيم المعروفة لدى الكثيرين حول الاحصاء ما هو إلا أرقام تفسر تعداد السكان أو الطلاب، عدد المواليد والوفيات، عدد حوادث المرور خلال فترة زمنية وهذا ما يسمى بعملية عد الأشياء وحصرها والتعبير عنها بأرقام فقط، لكن في الحقيقة يعتبر الإحصاء كعلم بحد ذاته وسيلة يستخدمها الباحثون في دراسة وتحليل العديد من الظواهر العلمية، الاقتصادية الاجتماعية وغيرها بطريقة علمية، وذلك بجمع البيانات وتبويبها وتلخيصها بشكل يجعل متخذ القرار يستفيد منها ويصل إلى قرارات سليمة في ظل ظروف عدم التأكد من خلال القياس التحليل والتنبؤ بالمستقبل.
هناك عدة تعاريف متعلقة بالإحصاء، فهناك من عرف الاحصاء بأنه " الطريقة العلمية التي تختص بجمع البيانات والحقائق بشكل يسهل عملية تحليلها وتفسيرها ومن ثم استخلاص النتائج واتخاذ القرار على ضوء ذلك"[3]، وهناك من عرف الاحصاء بأنه العلم الذي يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول إلى استنتاجات وقرارات مناسبة.

من أهم التعاريف التي وردت عن مختلف الباحثين نذكر:

عرف مراد ابراهيم الدعمة الاحصاء بأنه "العلم الذي يبحث في الأساليب العلمية والطرق المناسبة لجمع البيانات وتبويبها وتنظيمها من أجل الوصول إلى نتائج تساعد على اتخاذ القرار"[4].

وتم تعريفه بأنه فرع من فروع علم الرياضيات يحتوي على نظريات وطرق خاصة بجمع البيانات ووصفها والاستقراء واتخاذ القرار ويتميز باستخدام الأرقام والرموز والدوال الرياضية والمقاييس والجداول والرسومات البيانية[5].

---

[3] نفس المرجع، ص10.

[4] مراد ابراهيم الدعمة، مازن حسن الباشا، أساسيات في علم الاحصاء مع تطبيقات SPSS، الطبعة الاولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، 2013، ص16.

[5] مصطفى زايد، علم الاحصاء، الطبعة الثانية، مطابع الدار الهندسية، القاهرة، 2008، ص20.

كما يعرف الاحصاء بأنه " العلم الذي يدرس مختلف طرق ووسائل جمع البيانات الكمية عن مختلف الظواهر الاقتصادية والاجتماعية وغيرها، وترتيبها وتبويبها وتحليلها وتقديمها في أشكال وجداول بهدف تسهيل اتخاذ القرار على أساس سليم"[6].

وعرفه بيلي وكرار بأنه "مجموعة الوسائل والطرق العلمية لجمع وتبويب وتحليل البيانات الرقمية بالنظر لمجال استخدامها من أجل استخراج نتائج واتخاذ القرار"[7]

من خلال التعاريف السابقة فإن الإحصاء هو فرع من فروع الرياضيات الذي يهتم بجمع المعلومات والبيانات وتنظيمها وتحليلها وتفسير النتائج المتعلقة بالظاهرة المدروسة من أجل اتخاذ القرار المناسب بشأنها بطريقة علمية.

ينقسم الإحصاء إلى نوعين أساسين هما الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي، فالإحصاء الوصفي يعتمد على جمع وتنظيم البيانات وعرضها أما الإحصاء الاستدلالي فهو يهتم بتحديد معالم المجتمع الإحصائي بالاعتماد على معلومات يتم الحصول عليها من عينة ممثلة للمجتمع المدروس باستخدام طرق معينة.

IV.1.الإحصاء الوصفي:

يتمثل في الطرق الاحصائية المستخدمة في جمع البيانات والمعلومات المتعلقة بظاهرة ما سواء كانت اقتصادية أو اجتماعية أو غيرها، وذلك بجمع البيانات وتبويبها وتلخيصها، لأنه لا يمكن الاستفادة من البيانات الخام ووصف الظواهر محل الدراسة إلا إذا تم جمع البيانات وتحليلها وعرضها في شكل جدول أو منحنى بياني، وحساب مختلف المؤشرات الاحصائية التي تساعد متخذ القرار على فهم الظاهرة ومختلف جوانبها واتخاذ القرار الأمثل حيالها.

IV.2.الإحصاء الاستدلالي:

يعتبر من أهم الأساليب المستخدمة في مجال البحث العلمي، حيث يستند على الاستدلال من خلال جمع عينة ممثلة للمجتمع وإجراء الدراسة عليها وتعميم النتائج على مجتمع الدراسة، وتتم عملية الاستدلال الاحصائي من خلال التقدير واختبار الفرضيات.

1. التقدير:

يتم من خلاله حساب مؤشرات باستخدام بيانات العينة واستخدامها كتقدير لمؤشرات المجتمع والتي تسمى بالمعلمات، حيث يطلق على المقاييس الاحصائية الوحيدة التي يتم حسابها من بيانات

[6] محمد راتول، الاحصاء الوصفي، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006، ص6.

[7] P.Bailly, C.Carrére, Statistiques descriptives l'économie et les chiffres, Presses universitaires de Grenoble, France, 2015, P7.

العينة بالتقدير النقطي، أما عملية حساب المقاييس من بيانات العينة على شكل مجالات باحتمال معين يسمى بالتقدير بفترة ثقة.

2. اختبار الفرضيات:

من أجل الوصول إلى قرارات سليمة حول مشكلة اقتصادية أو اجتماعية يتم إجراء اختبار حول صحة فرضية من عدمها باستخدام أساليب وطرق احصائية تتم عبر عدة مراحل تبدأ بتحديد الفرضية العدمية والبديلة وتنتهي باتخاذ القرار.

V. مفاهيم أساسية متعلقة الإحصاء:

يتميز علم الاحصاء كباقي العلوم الأخرى بعدة مصطلحات ومفاهيم جوهرية ينبغي فهمها، فعند ذكر مصطلح الإحصاء لا بد من الإلمام بالعديد المفاهيم المرتبطة به وهي:

II.1. المجتمع:

هو مجموع الوحدات المراد دراستها، والتي تشترك فيما بينها في نفس الخصائص أو لها نفس الصفة الأساسية المراد دراستها سواء كانت هذه الوحدات أفراد، أشياء، أو قياسات لها سمات محددة جغرافية أو سياسية أو اجتماعية أو اقتصادية، مثال على ذلك إذا كنا بصدد دراسة إحصائية حول المستوى الدراسي للطلاب في الجزائر المجتمع الإحصائي في هذه الحالة هو جميع الطلاب على المستوى الوطني. قد يكون المجتمع الإحصائي محدودا يمكن حصر عدد أفراده أو غير محدود.

II.2. العينة:

هي جزء من مجتمع الدراسة يشترك عناصره في نفس الخصائص، وتؤخذ العينة بطريقة معينة بحيث تكون ممثلة تمثيلا حقيقيا للمجتمع للاستدلال على خواصه، لذلك لا يمكن الوصول إلى نتائج صحيحة لأي دراسة احصائية مالم يتم تحديد نطاق المجتمع المدروس وضرورة اختيار العينة بالطريقة المثلى، ومثال على ذلك من أجل معرفة عمر المصابيح المنتجة في مصنع ما، يجب أخذ عينة وإجراء التجارب عليها دون إجراء التجارب على كل المصابيح المنتجة. وتنقسم العينات إلى عدة أقسام سيتم التطرق إليها لاحقا وهي العينة العشوائية البسيطة، العينة العشوائية الطبقية، العينة العشوائية متعددة المراحل، العينة العشوائية المنتظمة، العينة الحصصية، العينة العمدية.

II.3. المعلمة:

المعلمة هي مقياس يعبر عن خاصية المجتمع الإحصائي، ويتم استنتاجه على أساس بيانات العينة الممثلة لهذا المجتمع، كالوسط الحسابي في شكل متوسط الاستهلاك أو متوسط الدخل للأسر في دولة معينة، نسبة القطع المعيبة من الإنتاج في مؤسسة ما...إلخ.

II.4. الوحدة الإحصائية:

هي العنصر أو المفردة التي تميز العينة والتي تجرى عليها الدراسة الاحصائية أو المعاينة، حيث يتم الحصول عليها من خلال عملية جمع البيانات، ويشترط في الإحصائية أن تكون معرفة بصورة واضحة ودقيقة، وتأخذ الوحدة الاحصائية عدة أشكال كالأفراد، الطلاب، الموظفين، المؤسسات، السيارات وغيرها.

II.5. الصفة أو الخاصية:

يقصد بها مقدار أو سمة يمكن ملاحظتها على المفردة التي تأخذ قيم أو كيفية أو حالة كل عنصر في مجتمع الدراسة كدخل الأسر في مدين معينة، أو مستوى المبيعات لمنتوج معين خلال فترة زمنية معينة.

II.6. المتغير:

هو عنصر له خصائص رقمية (كمية) أو غير رقمية (نوعية) تتغير قيمته أو نوعه من عنصر إلى آخر من عناصر المجتمع الإحصائي أو العينة، فعند دراسة ظاهرة معينة كالوزن أو الطول أو الحالة العائلية أو الذكاء فإن البيانات التي تعبر عن متغير الطول أو الوزن هي بيانات كمية (رقمية) أما بيانات متغير الحالة العائلية والذكاء فيم التعبير عنها بطريقة نوعية (غير رقمية).

أ. المتغيرات النوعية (الكيفية):

هي بيانات وصفية للظاهرة المدروسة لا تخضع للقياس العددي ولا يعبر عنها بصورة رقمية وتنقسم إلى نوعين هما:

متغيرات نوعية تصنيفية غير مرتبة: تعرف بالمتغيرات الاسمية لأنها تصنف البيانات على أساس الصفة التي تميز مفردات المجتمع كالحالة العائلية (أعزب(ة)، متزوج(ة)، مطلق(ة)، أرمل(ة))، او اللون (أصفر أخضر، أزرق،...).

متغيرات نوعية مرتبة: هي البيانات مصنفة وفق درجة الاستحقاق، حيث تكون القيم التي يأخذها المتغير تخضع لترتيب تسلسلي منطقي كترتيب مستوى الطلاب (فاشل، مقبول، جيد، ممتاز) حيث تعطى لكل صفة من هذه الصفات رتبة خاصة نقيس بها الظاهرة، ومثال على ذلك شهادة النجاح لتخرج الطلبة تأخذ القيم (مقبول، حسن، حسن جدا، جيد، جيد جدا، ممتاز).

ب. المتغيرات الكمية:

هي بيانات عددية تعبر عن الظاهرة المدروسة، وتنقسم المتغيرات الكمية بدورها إلى نوعين هما المتغيرات المستمرة (المتصلة) والمتغيرات المتقطعة (المنفصلة)، فالمتغيرات المتقطعة تأخذ قيما يمكن عدها كالأعداد الطبيعية، أما المتغيرات المستمرة تأخذ قيما يتم حصرها في مجالات.

المتغيرات الكمية المتقطعة (المنفصلة): هي متغيرات تأخذ قيما متقطعة يمكن عدها تنتمي إلى الأعداد الحقيقية كعدد أفراد الأسرة، نقاط الطلبة، عدد حوادث المرور. في الكثير من الحالات فإن المتغير المتقطع يأخذ قيما غير قابلة للتجزئة أو التقسيم

المتغيرات الكمية المستمرة (المتصلة): هي المتغيرات التي تأخذ قيما مستمرة على شكل مجالات كأوزان الطلبة.

VI. جمع وتبويب البيانات:

إن عملية جمع البيانات هي من أهم مراحل الدراسات الإحصائية، فمن أجل الوصول إلى نتائج دقيقة ينبغي أن تكون يتم جمع البيانات بطريقة علمية صحيحة. وفي غالب الأحيان فإن البيانات الأولية تكون غير مرتبة يصعب دراستها أو استنتاج أي نتيجة منها، وهذا مايستدعي تنظيمها وتحليلها واستخلاص النتائج منها.

VI.1. مصادر جمع البيانات:

1.جمع البيانات:

يقصد بجمع البيانات عملية الحصول على معلومات وصفية أو رقمية لها صفة الدقة والصحة عن ظاهرة اقتصادية او اجتماعية أو غيرها من مصدر معين وخلال فترة زمنية محددة[8]، لأن البيانات الاحصائية لا يتم جمعها عبثا وإنما لتحقيق هدف معين أو حل مشكلة يواجهها متخذ القرار، فمن أجل دراسة أي مشكلة لابد من تحديد هيكلها وذلك عن طريق جمع البيانات سواء كانت كمية أو نوعية وتحليلها واستخلاص النتائج واتخاذ القرار. حتى تكون نتائج أي دراسة احصائية ذات مصداقية لا بد أن تكون مبنية على بيانات دقيقة وسليمة خالية من التحيز. من أجل جمع البيانات هناك عدة طرق وهي المصادر التاريخية والمصادر الميدانية.

أ. المصادر التاريخية:

في هذه الحالة يتم الحصول على البيانات بطريقة غير مباشرة، وتسمى بالبيانات الثانوية التي يتم جمعها خلال فترات سابقة بصفة دورية منتظمة، وتكون على شكل إحصاءات رسمية منشورة يتولى

[8] سياغ أحمد رمزي، محاضرات في الاحصاء الوصفي، جامعة قاصدي مرباح، ورقلة، 2015، ص4.

جمعها وتصنيفها دوائر حكومية متخصصة أو وكالات وهيئات احصائية مختصة أو بواسطة باحثين آخرين أو منظمات وهيئات رسمية متخصصة كالبنوك، الديوان الوطني للإحصاء، البنك الدولي.

لا بد من الإشارة إلى أن هذه المصادر توفر للباحث أو متخذ القرار عناء عملية الحصول على البيانات من الميدان وما يترتب عن ذلك من جهد وتكاليف تكون في غالب الأحيان مرتفعة.

ب. المصادر الميدانية:

تتمثل في المصادر التي يتم من خلالها الحصول على البيانات بطريقة مباشرة، حيث يقوم الباحث بجمع المعلومات بنفسه ومن المصدر، ويتميز هذا النوع من المصادر بالدقة في جمع البيانات لكن بالمقابل تعتبر عملية جمع البيانات في هذه الحالة شاقة وتحتاج إلى مجهودات كبيرة كما أنها مكلفة في بعض الأحيان من الناحية المادية. يلجأ الباحث أو متخذ القرار إلى هذا النوع من البيانات عندما لا تكون متاحة في قاعدة البيانات الرسمية، ويتم تجميعها من المصادر الأصلية التي لها صلة مباشرة بموضوع البحث أو المشكلة، وذلك بانتهاج أساليب التجربة والملاحظة والمسح والمقابلة.

VI.2. أسلوب جمع البيانات:

يتم جمع البيانات وفق أسلوبين مختلفين هما أسلوب الحصر الشامل و أسلوب المعاينة.

1. أسلوب الحصر الشامل:

تستخدم هذه الطريقة عندما يكون الهدف من الدراسة حصر جميع مفردات المجتمع بدون استثناء، وتتميز هذه الطريقة بالشمولية وعدم التحيز ودقة النتائج، لكنها تحتاج إلى وقت طويل ومجهودات كبيرة وتكاليف عادة تكون كبيرة. يتم استخدام هذا الأسلوب في بعض الحالات أهمها[9]:

- البيانات المطلوبة بصفة فردية من مفردات المجتمع.
- الحصول على نتائج البحث على مستوى عال من الدقة.
- في حالة عدم تجانس مفردات المجتمع.
- في حالة حجم المجتمع صغير نسبيا.

2. أسلوب العينات:

تتمثل هذه الطريقة في معاينة عينة من مجتمع الدراسة وتحليلها وتعميم النتائج على المجتمع المدروس، وتتميز بقلة التكاليف الوقت كما أن هذا الأسلوب يفضل في الدراسات التي يصعب فيها إجراء الحصر الشامل.

[9] نفس المرجع، ص5.

من خلال هذ الأسلوب يتم دراسة صفات العينة من خلال المفردات التي تم اختيارها والتي تمثل أحسن تمثيل لمجتمع الدراسة، وفي خطوة ثانية يتم تعميم النتائج المحصل عليها من بيانات العينة على المجتمع ككل. هناك العديد من البحوث التي تتم وفق هذا الأسلوب باعتباره الأكثر شيوعا في الدراسات الميدانية إلا أن النتائج المترتبة عن استخدام هذا الأسلوب في جمع البيانات أقل دقة من نتائج أسلوب الحصر الشامل، كما قد يتعرض الباحث لبعض الأخطاء عند استخدام هذا الأسلوب منها خطأ الصدفة الذي يحدث عن عدم تجانس مفردات المجتمع أو حجم العينة، وخطأ التحيز الذي ينشأ نتيجة عوامل شخصية سببه مرتبط باختيار العينة.

في ظل هذا الأسلوب فإن التعامل مع العينات لا يشتمل على جمع البيانات فقط بل في معرفة كيفية الحصول عليها، وكيفية اختيار العينة بالطريقة المناسبة التي تبنى على أساس عدة اعتبارات كطبيعة التباين والاختلاف بين مفردات المجتمع، والتكاليف التي يتحملها الباحث، لكن في غالب الأحيان قد يلجأ الباحثين في دراساتهم على طرق الاختيار العشوائي للعينات المرتبطة بالاحتمالات. من بين العينات المستخدمة في التحليل الاحصائي:

أ. العينة العشوائية البسيطة:

هي عينات يتم اختيارها من مجتمع الدراسة بحيث جميع المفردات لها نفس فرصة الظهور بمعنى لها نفس احتمال الظهور، كما أن المجتمع متجانس ومثال على ذلك من أجل دراسة أسباب التدخين لدى الذكور نلاحظ أن المجتمع متجانس لأن جميع مفردات المجتمع هم الذكور والصفة المشتركة هي التدخين.

مثال على العينة العشوائية البسيطة، إذا أراد مدير مؤسسة تشكيل لجنة مكونة من 4 أشخاص من مجموعة مكونة من 50 موظف بطريقة عشوائية، فإنه يقوم بكتابة أسماء جميع الموظفين على بطاقات ووضعها في صندوق ويتم سحب بطاقة في كل مرة بحيث كل البطاقة متكافئة الفرص في الظهور.

ب. العينة العشوائية المنتظمة:

هي عينة يتم اختيارها من مجتمع يكون موزعا على أساس معين بانتظام، حيث يتم اختيار مفردة أولى بطريقة عشوائية وباقي المفردات يتم الحصول عليها بزيادة مقدار منتظم، حيث الفرق بين مفردتين متتاليتين يكون ثابتا، لاختيار مفردات العينة العشوائية المنتظمة يتم اتباع الخطوات التالية[10]:

[10] بنية صابرينة، محاضرات في الاحصاء الوصفي (إحصاء1)، جامعة ابن خلدون، تيارت، 2017-2018، ص19.

- ترقيم مفردات المجتمع من الرقم 1 إلى حجم المجتمع قيد الدراسة.
- اختيار مفردات البداية للعينة بطريقة عشوائية.
- تحديد مقدار الزيادة المنتظمة باستخدام العلاقة: الزيادة المنتظمة = حجم المجتمع/حجم العينة.
- إضافة مقدار الزيادة بالتتابع إلى غاية الحصول على مفردات العينة المطلوبة.

مثال:

لدينا عينة عشوائية حجمها 30 مفردة من مجتمع حجمه 600 مفردة، كيف يتم تحديد عينة عشوائية منتظمة؟

الحل:

تحديد مقدار الزيادة المنتظمة:

$$M = \frac{N}{n} = \frac{600}{30} = 20$$

نختار مفردة البداية وتكون أقل من 20 ولتكن 9.

تحديد مفردات العينة المنتظمة بإضافة مقدار الزيادة M والحصول على العينة التالية:

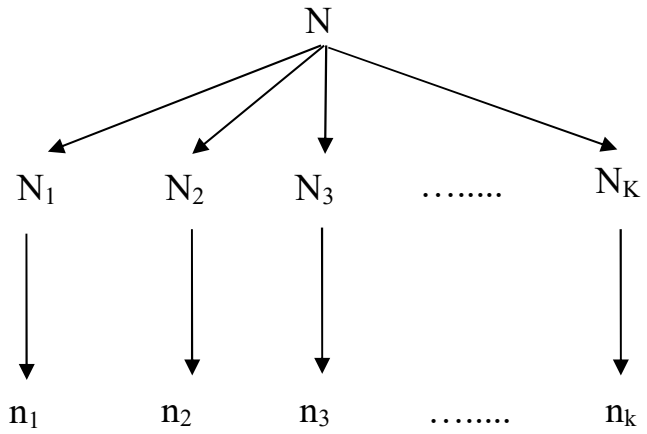
9, 9+20, 9+20+20, 9+20+20+20,.....

9, 29, 49, 69, 89,.....609.

ج. العينة العشوائية الطبقية:

يتم اختيار هذا النوع من العينات عندما يكون المجتمع غير متجانس، حيث يتم تقسيم المجتمع إلى عدة طبقات تعتبر مجتمعات متجانسة، ومن كل طبقة يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة يتناسب حجمها مع حجم الطبقة، ثم تجمع جميع العينات للحصول علة العينة الطبقية[11]. ففي حالة دراسة المستوى العلمي لطلبة جامعة ما فإن هذا المجتمع غير متجانس من حيث التخصص حيث هناك تخصص الاقتصاد، الميكانيك، الرياضيات، اللغات، الحقوق، الآداب، الكيمياء، الفيزياء....، مما يستدعي تقسيم هذا المجتمع إلى عدة طبقات وفق الشكل التالي:

[11] عماد توماكرش وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص17.



المصدر: عماد توماكرش وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص17

حيث:

N: حجم المجتمع.

N_i: حجم الطبقة i.

n_i: حجم العينة من الطبقة i.

n: حجم العينة المطلوبة.

$N=N_1+N_2+N_3+.....+N_k$

$n=n_1+n_2+n_3+.....+n_k$

لايجاد حجم العينة ni من الطبقة i نطبق العلاقة التالية:

$$ni = \frac{Ni}{N} \times n$$

مثال:

مجتمع مكون من 5000 مفردة مكون من 5 طبقات حجمها 800، 600، 1200، 900، 1500، المطلوب هو كيفية سحب عينة ذات الحجم 200 من هذا المجتمع.

الحل:

لدينا:

$N=5000$

$N_1=800,\ N_2=600,\ N_3=1200,\ N_4=900,\ N_5=1500$

ومنه حجم العينات الطبقية هو:

$$n_1 = \frac{N_1}{N} \times n = \frac{800}{5000} \times 200 = 32$$
$$n_2 = \frac{N_2}{N} \times n = \frac{600}{5000} \times 200 = 24$$
$$n_3 = \frac{N_3}{N} \times n = \frac{1200}{5000} = 200 = 48$$
$$n_4 = \frac{N_4}{N} \times n = \frac{900}{5000} \times 200 = 36$$
$$n_5 = \frac{N_5}{N} \times n = \frac{1500}{5000} \times 200 = 60$$

وبالتالي حجم العينة المطلوبة هو:

$n=32+24+48+36+60=200$

د. العينة المتعددة المراحل (العنقودية):

هي عينة يتم بموجبها تقسيم المجتمع إلى وحدات أولية، ثم يتم اختيار عينة عشوائية من هذه الوحدات الأولية، ثم يتم تقسيم الوحدات الأولية إلى وحدات ثانوية يأخذ منها عينة عشوائية ثانية تقسم إلى وحدات أقل، وهكذا إلى غاية الوصول للعينة المطلوبة في الدراسة[12]. مثال على ذلك ومن أجل قياس المستوى العلمي لطلبة جامعة ما، فإن العينة التي يتم سحبها بطريقة صحيحة تكون على أساس تقسيم الجامعة إلى الكليات الموجودة، والكليات يتم تقسيمها على أساس الأقسام، وكل قسم على أساس الشعب، والشعب يتم تقسيمها إلى التخصصات إلى غاية الوصول إلى العينة الممثلة لطلاب الجامعة ككل.

هـ. العينة العمدية:

يتم اختيار عناصرها بصفة مقصودة وغير عشوائية بحيث تتماشى وتتناسب مع أهداف الدراسة، ففي بعض البحوث قد يلجأ الباحث إلى اختيار عناصر العينة وفق شروط محددة تمكنه من الوصول إلى نتائج أفضل في دراسته أو بحثه. ومثال على ذلك توزيع استبيان على مجموعة مختارة من الأساتذة للإجابة على أسئلة الاستبيان أو فحصه وتحكيمه.

VI.1. تبويب البيانات:

تطرقنا سابقا لطرق جمع البيانات من خلال المصادر الميدانية أو التاريخية، ففي المرحلة الأولى تكون البيانات المتعلقة بالظاهرة قيد الدراسة على شكل بيانات غير مصنفة وغير منظمة، مما يجعل

[12] بنية صابرينة، مرجع سبق ذكره، ص 19.

الباحث غير قادر على استخلاص النتائج، ويتعذر عليه القيام بالتحليل الاحصائي، وهو الأمر الذي يستدعي تنظيم وتبويب تلك البيانات كخطوة في عملية التحليل.

مراجعة البيانات: بعد الانتهاء من عملية جمع البيانات يجب مراجعتها وتدقيقها والتأكد من مطابقتها مع الدراسة.

أ. **تصنيف البيانات:** بعد التأكد من دقة البيانات التي تم جمعها يتم فرز تلك البيانات وفق خصائص الظاهرة المدروسة ويكون التصنيف على أساس الوزن، الطول، العمر، الجنس وغيرها من الخصائص.

ب. تبويب البيانات: بعد الانتهاء من عملية التصنيف يتم تفريغ البيانات المصنفة في جداول خاصة بحيث كل جزء من البيانات المصنفة عن الظاهرة المدروسة يعود إلى مستوى معين لتلك الدراسة، إن الهدف من عملية التبويب هو جمع البيانات وعرضها في جداول تمكن الباحث من تكوين فكرة عنها، ويختلف أسلوب تبويب البيانات وفق عدة أشكال أهمها[13]:

ج. التبويب الزمني: هو عبارة عن تجميع البيانات المصنفة والمرتبة في جداول على أساس وحدات زمنية كاليوم، السنة، الشهر. مثال على ذلك نعرض الجدول الذي يوضح عدد الطلبة المتخرجين من جامعة ما سنويا.

السنة	عدد المتخرجين
2010	269
2011	350
2012	401
2013	496
2014	510
2015	602
المجموع	**2628**

د. التبويب الجغرافي: في هذه الحالة يتم تقسيم البيانات إلى مجموعات كل واحدة منها خاصة بوحدة جغرافية أو تقسيم إداري، كالبلديات، الولايات، الدول، القارات، ومثال على ذلك يمكننا تبويب عدد السكان (أرقام غير رسمية) حسب الولايات وفق الجدول التالي:

[13] عماد توماكرش وآخرون، مرجع سبق ذكره، ص 21.

الولاية	عدد السكان
تلمسان	823121
الجزائر العاصمة	2165308
سيدي بلعباس	921569
وهران	1526932
عين تموشنت	754623
معسكر	823564
المجموع	**7015117**

هـ. **التبويب الكمي**: في هذه الحالة يتم تقسيم البيانات إلى مجموعات خاصة بوحدة معينة كالوزن، الطول، المساحة. ومثال على ذلك الجدول التالي يوضح أجور عمال أحد المؤسسات بالدينار الجزائري.

الأجر	عدد العمال
أقل من 10000 دج	25
أقل من 25000 دج	35
أقل من 50000 دج	41
أقل من 60000 دج	21
أقل من 70000 دج	17
أكبر من 75000 دج	10
المجموع	**149**

و. **التبويب على أساس صفة معينة:** في هذه الحالة تجمع وترتب البيانات على أساس مجموعة من الخصائص كالجنس، اللون، الحالة العائلية كما هو موضح من خلال الجدول.

الحالة العائلية	عدد الموظفين
أعزب	9
متزوج	32
مطلق	5

أرمل	6
المجموع	**52**

تمارين المحور الأول

تمرين 01:

من بين المتغيرات التالية حدد في جدول المتغيرات الكمية والنوعية ؟

لون السيارة، المستوى الدراسي، عدد الغيابات، مكان الازدياد ، عدد سنوات التعليم، الجنسية، عدد الحوادث، عدد أفراد الأسرة، الحالة العائلية، القوائم الانتخابية، نقاط الطلبة، رقم الأعمال، الجنس، الدخل الشهري للموظفين، أوزان الطلبة، أطوال العمال، عدد غيابات الموظفين، عدد الأسهم المباعة يوميا في البورصة، أجور أساتذة جامعة ما، دول الاتحاد الافريقي، معدل النمو الاقتصادي، السعر عند الاستهلاك، الميزان التجاري، طبيعة عقد العمل.

تمرين 02:

حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الاحصائي ونوعه في الحالات التالية:

- مدة حياة المصابيح الكهربائية المنتجة في مصنع.
- دراسة المستوى التعليمي للعمال بإدارة عمومية.
- قياس نسبة السكر في الدم لدى 80 مريض .
- عدد الغرف في المسكن الواحد لعينة من 200 مسكن بولاية عين تموشنت .
- دراسة الأجور الشهرية لعمال مؤسسة ما.
- عدد السيارات في بلد ما حسب الصنف.
- تصنيف الأحزاب السياسية حسب عدد الأصوات المكتسبة في الانتخابات.
- دراسة المستوى المعيشي للعائلات في مدينة ما.

تمرين 03:

قامت مؤسسة صناعية بدراسة إحصائية لمعرفة مدى رضا المستهلكين حول جودة إحدى المنتوجات التي تصنعها.

- ما هو الهدف من هذه الدراسة ؟
- حدد مجتمع الدراسة، المتغير المدروس ونوعه ؟
- ما هو الأسلوب الأنسب لإجراء الدراسة ؟
- ما هو مصدر جمع البيانات؟

تمرين 04:

أجريت دراسة احصائية على 120 موظف في مؤسسة، حيث تم جمع البيانات المتعلقة بالمتغيرات التالية: الحالة العائلية، الجنس، الأجر الشهري، عدد أيام الغياب، السن، الوزن، ظروف العمل، عدد الأفراد في كفالته.

المطلوب:

- حدد طبيعة المتغيرات المدروسة (كمية أو نوعية)؟.
- حدد قياسين ممكنين لكل متغير من المتغيرات المدروسة؟.
- ما هو حجم العينة لهذه الدراسة؟

تمرين05:

الجدول التالي يبين كمية الدراجات المصنوعة في مؤسسة خلال شهر.

نوع الدراجة X_i	n_i
دراجة حجم 20	15
دراجة حجم 30	27
دراجة حجم 40	29
دراجة حجم 50	16
دراجة حجم أكثر من 50	13
المجموع	**100**

المطلوب تحديد العناصر التالية: المجتمع، حجم العينة، المتغير ونوعه،

حلول تمارين المحور الأول:

تمرين01 :

المتغيرات الكمية (العددية)	المتغيرات النوعية (الكيفية)
عدد الغيابات	لون السيارة
عدد سنوات التعليم	المستوى الدراسي
عدد الحوادث	مكان الازدياد
عدد أفراد الأسرة	الجنسية
نقاط الطلبة	الحالة العائلية
رقم الأعمال	القوائم الانتخابية
الدخل الشهري للعمال	الجنس
وزن الطلبة	دول الاتحاد الافريقي
أطوال العمال	طبيعة عقد العمل
عدد غيابات الموظفين	
عدد الأسهم المباعة يوميا في البورصة	
أجور أساتذة جامعة ما	
معدل النمو الاقتصادي	
السعر عند الاستهلاك	
الميزان التجاري	

تمرين02:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الاحصائي	نوع المتغير
المصابيح الكهربائية المنتجة في مصنع	مصباح واحد	مدة حياة المصابيح	كمي
عمال الإدارة العمومية	عامل واحد	المستوى التعليمي	نوعي
80 مريض	مريض واحد	نسبة السكر	كمي
200 مسكن بولاية عين تموشنت	مسكن واحد	عدد الغرف	كمي
عمال مؤسسة ما	عامل واحد	الأجور الشهرية	كمي

عدد السيارات	سيارة واحدة	صنف السيارة	نوعي
الأحزاب السياسية	الحزب الواحد	عدد الأصوات	كمي
عائلات مدينة ما	عائلة واحدة	المستوى المعيشي	نوعي

تمرين03:

الهدف من الدراسة : معرفة مدى رضا المستهلكين حول جودة إحدى المنتوجات المصنعة من طرف الشركة

مجتمع الدراسة: المستهلكين

المتغير المدروس: رضى المستهلك

نوع المتغير: نوعي

أسلوب الدراسة : إن الأسلوب الأنسب لجمع بيانات الدراسة هو أسلوب المعاينة و ذلك لصعوبة الحصر الشامل لكافة مستهلكي منتوج الشركة .

مصدر جمع البيانات : الاتصال المباشر بالمستهلكين عن طريق الاستجواب أو توزيع استبيان

تمرين04:

المتغير	نوعه	قياسين ممكنين لكل متغير
الحالة العائلية	كيفي	أعزب متزوج
الجنس	كيفي	ذكر أنثى
الأجر الشهري	كمي	30000 دج 50000دج
عدد أيام الغياب	كمي	3 أيام 5أيام
السن	كمي	35 سنة 40سنة
الوزن	كمي	68 كغ 75كغ
ظروف العمل	كيفي	جيدة

		سيئة
عدد الأفراد في كفالته	كمي	5 3

3. حجم العينة لهذه الدراسة هو 120

تمرين05:

- المجتمع: هو مجموع الدراجات المصنوعة.
- حجم العينة: 100 دراجة.
- المتغير ونوعه: عدد الدراجات المصنوعة وهو متغير كمي متقطع.

المحور الثاني

تبويب وعرض البيانات وتمثيلها

تمهيد:

تعتبر عملية ترتيب البيانات في الدراسات الإحصائية عملية بالغة الأهمية، فبعد جمع البيانات من المصادر المتخصصة في ذلك أو عن طريق المعاينة الميدانية عادة ما تكون هذه البيانات غير مرتبة مما يصعب تحليلها واستخلاص النتائج منها، لذلك يجب ترتيبها بطريقة يمكن من خلالها حساب مختلف المقاييس أو المؤشرات المطلوبة وتحديد النتائج حول الظاهرة المدروسة.

إن عرض البيانات في جداول تدعى جداول التوزيع التكراري هي عملية أساسية، حيث يتم من خلالها ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا.

I. عرض البيانات في جدول التوزيع التكراري:

في أي دراسة إحصائية نجد أن البيانات تكون غير مرتبة مما يستدعي ترتيبها بشكل منظم ويكون ذلك من خلال جداول إحصائية يتم فيها ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا ما يسمى بجدول التوزيع التكراري حيث توزع البيانات تصاعديا (من أدنى قيمة إلى أعلى قيمة) على شكل فئات أو قيم وكل فئة أو قيمة تحتوي على عدد من الوحدات أو الأفراد وهو ما يسمى بالتكرار المطلق للفئة n_i. لابد أن يحتوي جدول التوزيع التكراري على العناصر التالية:

- العنوان الذي يحدد موضوع الجدول.
- وحدة القياس المستخدمة (دينار، مليون وحدة، طن، متر، نسبة مئوية...)
- الأسطر التي تمثل القيم التي يأخذها المتغير المدروس والأعمدة التي تمثل التعريف بالمتغير والتكرار المطلق لكل قيمة يأخذها المتغير.
- مصدر الجدول (الهيئة أو الباحث الذي قام بإنجاز الجدول)

I.1. جدول التوزيع التكراري في حالة متغير نوعي:

في حالة إجراء دراسات أو بحوث على ظواهر اقتصادية أو اجتماعية بحيث لا يمكن قياس تلك الظواهر بطريقة كمية يتم إعطاء أوزان لكل حالة من الحالات التي تأخذها الظاهرة المدروسة بمعنى تحويل المتغير من حالته النوعية (الكيفية) التي لا تقبل القياس إلى متغير قابل للقياس وذلك من أجل امكانية ترتيب البيانات المحصل عليها في جدول التوزيع التكراري.

مثال1:

من أجل إجراء دراسة إحصائية للحالة العائلية لموظفي إحدى المؤسسات تم الاعتماد على عينة مكونة من 40 شخص في هذه الدراسة. بالنسبة للبيانات المحصل عليها من المعاينة الميدانية لهذه الدراسة هي كالتالي:

أعزب (ة)، أرمل (ة)، مطلق (ة)، أرمل (ة)، أعزب (ة)، متزوج(ة)، مطلق (ة)، متزوج(ة)، أعزب (ة)، أعزب (ة)، مطلق (ة)، متزوج(ة)، أرمل (ة)، مطلق (ة)، متزوج(ة)، أعزب (ة)، متزوج(ة)، أعزب (ة)، أعزب (ة)، متزوج(ة)، أعزب (ة)، مطلق (ة)، أعزب (ة)، أرمل (ة)، أعزب (ة)، مطلق (ة)، أعزب (ة)، مطلق (ة)، أرمل (ة)، مطلق (ة)، أعزب (ة)، مطلق (ة)، ، أرمل (ة)، متزوج(ة)، متزوج(ة)، متزوج(ة)، أعزب (ة)، أعزب (ة)، أرمل (ة)، أعزب (ة).

المطلوب ترتيب البيانات في جدول التوزيع التكراري؟.

الحل:

بما أن الحالة العائلية لا يمكن قياسها نقوم بإعطاء الحالات الأربع (أعزب(ة)، متزوج(ة)، أرمل(ة)، مطلق(ة)) الأرقام التالية على الترتيب (1،2،3،4) على التوالي.

بالنسبية للبيانات المحصل عليها من المعاينة الميدانية لهذه الدراسة وبعد تحويل الحالات من طبيعتها الكيفية أو النوعية إلى الطابع الكمي هي كالتالي:

1.3.1.1.2.2.2.3.4.1.4.3.4.1.4.1.3.1.4.1.2.1.1.2.1.2.4.3.2.4.1.1 2.4.2.1.3.4.3.1.

ومنه جدول التوزيع التكراري للحالة العائلية لموظفي هذه المؤسسة هو كالتالي:

الجدول: التوزيع التكراري للحالة العائلية لموظفي المؤسسة

الحالة العائلية	التكرارالمطلق n_i
1	15
2	9
3	7
4	9
المجموع	20

مثال2:

أجريت دراسة عن عينة مكونة من 108 زبون من أجل معرفة مستوى رضى الزبائن عن جودة منتوج تقدمه إحدى المؤسسات، فكانت البيانات المحصل عليها كما هو مبين في الجدول التالي:

الجدول: مستويات رضى الزبائن عن جودة منتوج المؤسسة

عالي	عالي جدا	عالي	منخفض جدا	منخفض	متوسط
متوسط	متوسط	متوسط	عالي	عالي	منخفض

منخفض جدا	متوسط	منخفض	عالي جدا	منخفض	متوسط
متوسط	متوسط	عالي	عالي	متوسط	عالي
عالي	متوسط	متوسط	منخفض جدا	عالي	متوسط
متوسط	عالي	عالي جدا	عالي جدا	متوسط	عالي
عالي جدا	منخفض	متوسط	عالي	منخفض	عالي جدا
عالي جدا	متوسط	عالي	متوسط	عالي	متوسط
متوسط	منخفض	منخفض	عالي	متوسط	منخفض
عالي	عالي	متوسط	منخفض جدا	عالي	عالي جدا
منخفض جدا	متوسط	عالي جدا	عالي	عالي جدا	متوسط
عالي	عالي	عالي	عالي جدا	متوسط	عالي جدا
منخفض جدا	متوسط	متوسط	متوسط	عالي	منخفض جدا
عالي	منخفض جدا	عالي	منخفض جدا	متوسط	عالي جدا
منخفض	متوسط	منخفض جدا	متوسط	عالي جدا	عالي
متوسط	عالي	متوسط	عالي	عالي جدا	متوسط
عالي	متوسط	منخفض	متوسط	عالي	منخفض
متوسط	منخفض	متوسط	منخفض	متوسط	منخفض

المطلوب: انجز جدول التوزيع التكراري لهذه الدراسة؟

الحل:

بما أن مستوى الرضا يمثل سلوك الزبائن فإنه من غير الممكن انجاز جدول التوزيع التكطراري بدون تحويل مستويات الرضى من الطابع الكيفي إلى أوزان يتم قياسها بحيث نعطي للمستويات (منخفض جدا، منخفض، متوسط، عالي، عالي جدا) الأرقام (1، 2، 3، 4، 5) على التوالي.

فيصبح الجدول السابق على الشكل التالي:

الجدول: أوزان مستويات رضى الزبائن عن جودة منتوج المؤسسة

3	2	1	4	5	4
2	4	4	3	3	3
3	2	5	2	3	1

4	3	4	4	3	3
3	4	1	3	3	4
4	3	5	5	4	3
5	2	4	3	2	5
3	4	3	4	3	5
2	3	4	2	2	3
5	4	1	3	4	4
3	5	4	5	3	1
5	3	5	4	4	4
1	4	3	3	3	1
5	3	1	4	1	4
4	5	3	1	3	2
3	5	4	3	4	3
2	4	3	2	3	4
2	3	2	3	2	3

ومنه جدول التوزيع التكراري لمستويات رضى الزبائن عن جودة منتوج المؤسسة محل الدراسة هو كالتالي:

الجدول: التوزيع التكراري لمستويات رضى الزبائن عن جودة منتوج المؤسسة

مستوى رضى الزبائن	التكرارالمطلق n_i
1	10
2	15
3	38
4	30
5	15
المجموع	**108**

I.2. جدول التوزيع التكراري في حالة متغير كمي:

1. جدول التوزيع التكراري لمتغير كمي مستمر (متصل):

في حالة متغير كمي مستمر ومن أجل إنجاز جدول التوزيع التكراري نقوم بتجميع البيانات على شكل فئات، حيث كل فئة تتشكل من حد أدنى وحد أعلى وتكون على الشكل $[L_n \; . \; L_{n+1}[$.

أ. تحديد عدد الفئات:

يتم تحديد عدد الفئات K كما يلي:

- إذا كان مجموع التكرارات المطلقة N أقل أو يساوي 100 فإن عدد الفئات يحسب وفق قانون ستورج (Sturges)[14]:

$$K = 2.5 \times \sqrt[4]{N}$$

- إذا كان مجموع التكرارات المطلقة N أكبر من 100 فإن عدد الفئات يحسب وفق قانون يول (Yule)[15]:

$$K = 1 + 3.3 \log (N)$$

ب. تحديد طول الفئة:

يتم تحديد طول الفئة بقسمة المدى العام لقيم المتغير المدروس (والذي يساوي الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة) على عدد الفئات.

$$C = \frac{R}{K}$$

حيث:

R: المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

K: عدد الفئات

ج. تحديد حدود الفئة:

تتميز كل فئة بحد أعلى وحد أدنى، وفي غالب الأحيان الحد الأعلى لا ينتمي إلى الفئة. فإذا كانت الفئة ممثلة في المجال [L_n ، L_{n+1} [فمعنى ذلك أن الحد الأعلى "L_{n+1} " لا ينتمي إلى الفئة.

[14] Abdennasser Chekroun, statistiques descriptives et exercices, université abou bekr belkaid, tlemcen, 2017-2018, P35.
[15] Ibid, P35.

د. تحديد مركز الفئة:

يمثل مركز الفئة تلك القيمة التي تقع في منتصف المجال، بمعنى أخر هي القيمة المتوسطة للحد الأعلى والحد الأدنى للفئة، ويرمز لها بالرمز X_i ويتم تحديد مركز الفئة بالعلاقة التالية:

$$Xi = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأقصى للفئة}}{2}$$

مثال1:

من أجل إجراء دراسة إحصائية لأوزان موظفي بنك ما، قام أحد الطلبة بمعاينة ميدانية على مستوى البنك ل 20 موظف فكانت أوزانهم بالكيلوغرام كالتالي:

(67.8 - 71.4 - 63.2 – 78.5 – 66.2 – 54.9 – 56.4 – 79.5 – 77.4
– 67.4 – 68.7 – 61.3 – 74.4 – 77.8 – 71.6 – 59.4 – 71.2 – 74.3
– 63.3 – 63.2)

أنجز جدول التوزيع التكراري لهذه الدراسة؟.

الحل:

أصغر قيمة هي 54.9 كغ

أكبر قيمة هي 79.5 كغ

المدى (R)=79.8-54.9= 24.9

تحديد عدد الفئات:

$$K = 2.5 \times \sqrt[4]{20}$$
$$K \approx 5$$

تحديد طول الفئة:

$$C = \frac{R}{K} = \frac{24.9}{5} \approx 5$$

جدول التوزيع التكراري لأوزان موظفي البنك

الفئات	التكرار المطلق n_i
[54.9 ، 59.9 [	3
[59.9 ، 64.9 [	4
[64.9 ، 69.9 [	4

[69.9 ، 74.9]	5
[74.9 ، 79.9]	4
المجموع	20

مثال2:

قام أحد الطلبة بإجراء دراسة إحصائية لطول طلبة الفوج الذي ينتمي إليه، فكانت الأطوال المحصل عليها (بالسنتيمتر) كالتالي:

165، 170، 167، 171، 178، 166، 178، 179، 162، 159، 158، 176، 180، 181، 180، 179، 181، 165، 176، 177، 180، 173، 174، 162.

أنجز جدول التوزيع التكراري لهذه الدراسة؟

الحل:

أصغر قيمة هي 158 سم

أكبر قيمة هي 181 سم

حساب المدى:

المدى (R)=181-158= 23

تحديد عدد الفئات:

$$K = 2.5 \times \sqrt[4]{24}$$
$$K \approx 6$$

تحديد طول الفئة:

$$C = \frac{R}{K} = \frac{23}{6} \approx 4$$

جدول التوزيع التكراري:

جدول التوزيع التكراري لطول الطلبة

الفئات	التكرار المطلق n_i
[158 ، 162]	2
[162 ، 166]	4
[166 ، 170]	2
[170 ، 174]	3

[174 ، 178]	4
[178 ، 182]	9
المجموع	24

4. جدول التوزيع التكراري لمتغير كمي متقطع (منفصل):

مثال1:

من أجل إجراء دراسة احصائية حول عدد الأطفال لموظفي إحدى المؤسسات تم توزيع استبيان حول عدد الأطفال ل 30 موظف متزوج فكانت النتائج كالتالي:

(3، 1، 4، 2، 5، 7، 6، 1، 2، 4، 7، 3 ، 0، 5، 3، 1، 1، 2، 4، 0، 6، 3، 2، 1، 0، 2،1، 3، 4، 6).

المطلوب:

إيجاد جدول التوزيع التكراري التوزيع العمال حسب عدد الأطفال؟

الحل:

جدول التوزيع التكراري لعدد الأطفال

الفئة (عدد الأطفال)	التكرار المطلق n_i
0	3
1	6
2	5
3	5
4	4
5	2
6	3
7	2
المجموع	**30**

مثال2:

أراد مدير مؤسسة اقتصادية إجراء دراسة لمعرفة مستوى الخبرة المكتسبة لدى موظفي المؤسسة بهدف برمجة دورات تكوينية لفائدتهم، فكانت البيانات المتعلقة بعدد سنوات الخدمة على النحو التالي:

1، 10، 3، 2، 15، 20، 1، 1، 5، 6، 4، 7، 17، 16، 13، 14، 18، 7، 8، 19، 4، 7، 6، 9، 2، 3، 2، 4، 6، 8، 5، 9، 3، 2، 1، 3، 4، 6، 7، 10، 13، 16، 20، 15، 14، 13، 5، 6، 9، 8، 7، 4، 3، 2، 6، 7، 18، 9، 10، 13، 17، 16، 22، 20، 14، 17، 5، 21، 20، 1، 7، 9، 8، 6، 5، 4، 2، 2، 3، 10، 16، 19.

المطلوب: أنجز جدول التوزيع التكراري لهذه الدراسة؟

الحل:

من أجل إنجاز جدول التوزيع التكراري نقوم بتحديد التكرارات المطلقة لكل قيمة من قيم سنوات الخدمة في المؤسسة كما هو مبين أدناه.

جدول التوزيع التكراري لسنوات الخدمة

سنوات الخدمة	التكرار المطلق n_i
1	5
2	7
3	6
4	6
5	5
6	7
7	7
8	4
9	5
10	4
11	0
12	0
13	4
14	3

15	2
16	4
17	3
18	2
19	2
20	4
21	1
22	1
المجموع	**82**

II. التكرار المطلق والنسبي والتجميعي الصاعد والنازل:

II.1. تعريف:

1. التكرار المطلق:

هو عدد الوحدات أو الأفراد التي تتشكل منها كل فئة ويرمز لها بالرمز n_i.

2. التكرار النسبي:

يعبر عن الأهمية النسبية لتكرار كل متغير بالنسبة لإجمالي التكرارات، وهو حاصل قسمة التكرار المطلق لكل فئة على مجموع التكرارات (N).

$$F_i = \frac{n_i}{N}$$

حيث:

$$N = \sum n_i$$

مع الأخذ بعين الاعتبار أن مجموع التكرارات النسبية تساوي 1 أي:

$$\sum F_i = \sum \frac{n_i}{N} = \sum \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} + \cdots + \frac{n_k}{N} = 1$$

3. التكرار التجميعي الصاعد:

هو مجموع التكرارات المطلقة المقابلة لكل فئة وذلك من الفئة الأولى إلى الفئة الأخيرة. فالتكرار التجميعي الصاعد للفئة الأولى هو عبارة عن التكرار المطلق للفئة الأولى n_1 ، والتكرار التجميعي الصاعد للفئة الثانية يساوي (n_1+n_2) وهكذا إلى غاية الوصول للتكرار التجميعي الصاعد للفئة الأخيرة والذي يساوي $(N=\sum ni)$.

4. التكرار التجميعي النازل:

يتم الحصول على التكرار التجميعي النازل بطرح التكرارات المطلقة المقابلة لكل فئة. التكرار التجميعي النازل للفئة الأولى يساوي مجموع التكرارات (N) ، والتكرار التجميعي النازل للفئة الثانية يساوي ($N-n_1$) وهكذا إلى غاية الوصول للتكرار التجميعي النازل للفئة الأخيرة الذي يساوي التكرار المطلق للفئة الأخيرة.

II.2. حالة متغير كمي متقطع (منفصل):

مثال:

قام أحد الباحثين بإجراء دراسة إحصائية لتوزيع العائلات حسب عدد الاطفال فكانت البيانات المحصل عليها حسب كل عائلة كما يلي:

1، 3، 2، 6، 1، 2، 4، 5، 6 ،2، 4، 5، 2، 4، 1، 2، 3، 4، 2، 1، 3، 2، 1، 2، 4، 2، 5، 2، 1، 3.

المطلوب:

أوجد جدول التوزيع التكراري للعائلات حسب عدد الأطفال؟

أوجد التكرار التجميعي الصاعد والنازل والتكرار النسبي والتكرار التجميعي النسبي الصاعد والنازل؟

الحل:

جدول التوزيع التكراري:

جدول التوزيع التكراري للعائلات حسب عدد الأطفال

(Xi)	التكرار المطلق n_i
1	6
2	10
3	4
4	5
5	3
6	2
المجموع	**30**

التكرار التجميعي الصاعد والنازل والتكرار النسبي والتكرار التجميعي النسبي الصاعد والنازل:

Xi	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي Fi	التكرار التجميعي		التكرار التجميعي النسبي	
			الصاعد	النازل	الصاعد	النازل
1	6	0.20	6	30	0.20	1
2	10	0.33	16	24	0.53	0.80
3	4	0.13	20	14	0.66	0.47
4	5	0.17	25	10	0.83	0.34
5	3	0.10	28	5	0.93	0.17
6	2	0.07	30	2	1	0.07
المجموع	**30**	**1**				

II.3. حالة متغير نوعي (كيفي):

مثال:

من أجل الوقوف على جودة الخدمات المقدمة للطلبة في إحدى الإقامات قام مدير الخدمات الجامعية بتوزيع استبيان ل 40 طالب، بحيث كل طالب يختار إجابة واحدة من بين الإجابات (رديئة جدا)، (رديئة)، (متوسطة)، (جيدة)، (ممتازة). فكانت الإجابات المحصل عليها كما يلي:
(رديئة جدا)، (متوسطة)، (جيدة)، (رديئة)، (رديئة جدا)، (رديئة)، (جيدة)، (متوسطة)، (رديئة)، (متوسطة)، (جيدة)، (رديئة جدا)، (متوسطة)، (رديئة)، (متوسطة)، (رديئة)، (متوسطة)، (جيدة)، (متوسطة)، (رديئة)، (رديئة جدا)، (ممتازة)، (رديئة)، (متوسطة)، (رديئة)، (متوسطة)، (رديئة)، (ممتازة)، (رديئة جدا)، (رديئة جدا)، (رديئة جدا)، (رديئة جدا)، (متوسطة)، (متوسطة)، (رديئة)، (رديئة)، (رديئة)، (رديئة)، (رديئة).

المطلوب:

أنجز جدول التوزيع التكراري لهذ الدراسة؟

أوجد التوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل والتكرار النسبي والتكرار التجميعي النسبي الصاعد والنازل؟

الحل:

قبل إنجاز جدول التوزيع التكراري لابد من تحويل البيانات النوعية إلى بيانات كمية قابلة للقياس، حيث نعطي للإجابات (رديئة جدا)، (رديئة)، (متوسطة)، (جيدة)، (ممتازة) الأرقام (1، 2، 3، 4، 5) على التوالي. حيث تصبح البيانات على الشكل التالي:

(1)، (3)، (4)، (2)، (1)، (2)، (4)، (3)، (2)، (3)، (4)، (1)، (3)، (2)، (3)، (2)، (3)، (4)، (3)، (2)، (1)، (5)، (2)، (3)، (2)، (3)، (2)، (3)، (5)، (1)، (1)، (1)، (1)، (3)، (3)، (2)، (2)، (2)، (2)، (2).

جدول التوزيع التكراري:

جدول التوزيع التكراري لجودة الخدمات

(Xi)	التكرار المطلق n_i
1	8
2	14
3	12
4	4
5	2
المجموع	**40**

جدول التكرار التجميعي الصاعد والنازل والتكرار النسبي والتكرار التجمعي النسبي الصاعد والنازل:

Xi	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي Fi	التكرار التجميعي		التكرار التجميعي النسبي	
			الصاعد	النازل	الصاعد	النازل
1	8	0.20	8	40	0.20	1
2	14	0.35	22	32	0.55	0.80
3	12	0.30	34	18	0.85	0.45
4	4	0.10	38	6	0.95	0.15
5	2	0.05	40	2	1	0.05
المجموع	**40**	**1**				

II.4. حالة متغير مستمر (متصل):

في حالة المتغيرات الكمية المستمرة فإنه يوجد عدد كبير من البيانات مما يستحيل تشكيل جدول التوزيع التكراري يشمل كل قيمة على حدى وبالتالي لا يمكن تحديد الفئات كما هو في السابق، مما يجعل عملية ترتيب البيانات تتم بتحديد فئات في شكل مجالات متساوية أو غير متساوية مع إيجاد طول كل فئة وعدد الفئات، بحيث يمكن للباحث حساب مختلف المقاييس والمؤشرات المتعلقة بالظاهرة المدروسة، وتتم هذه العملية وفق عدة مراحل نعرضها من خلال المثال التالي:

مثال:

قام مدير التجارة لإحدى المدن بإجراء دراسة احصائية لمعرفة تطور المبيعات، فكانت البيانات المتمثلة في قيمة المبيعات الشهرية ل 50 محل تجاري موضحة في ما يلي:

(الوحدة: مائة ألف دينار)

36	45	31	28	41	32	29	26	48	32
30	28	33	27	40	31	30	40	35	45
32	37	36	31	35	33	38	39	41	30
38	42	35	33	36	38	39	37	45	23
36	46	30	35	32	49	43	37	22	34

المطلوب:

انجاز جدول التوزيع التكراري مع حساب مراكز الفئات والتكرار النسبي والتكرار التجميعي المطلق الصاعد والنازل والتكرار التجميعي النسبي الصاعد والنازل؟.

الحل:

تحديد عدد الفئات:

$$K = 2.5 \times \sqrt[4]{50} = 6.64 \approx 7$$

تحديد طول الفئة:

$$C = \frac{49 - 22}{7} = 3.85 \approx 4$$

جدول التوزيع التكراري:

الفئة	التكرارالمطلق n_i	مركز الفئة Xi	التكرار النسبي Fi	التكرار التجميعي المطلق		التكرار التجميعي النسبي	
				الصاعد	النازل	الصاعد	النازل
]26 -22]	2	24	0.04	2	50	0.04	1
]30 -26]	5	28	0.10	7	48	0.14	0.96
]34 -30]	14	32	0.28	21	43	0.42	0.86
]38 -34]	12	36	0.24	33	29	0.66	0.58
]42 -38]	9	40	0.18	42	17	0.84	0.34
]46 -42]	5	44	0.10	47	8	0.94	0.16
]50 -46]	3	48	0.06	50	3	1	0.06
المجموع	50	/	1				

III. التمثيل البياني:

بعد جمع البيانات وتبويبها وإنشاء جدول التوزيع التكراري الخاص بالظاهرة المدروسة يتم تمثيلها بيانيا بالاعتماد على جدول التوزيع التكراري.

III.1. المدرج التكراري:

هو عبارة عن مجموع مستطيلات تكون قاعدتها مساوية لطول الفئة وارتفاعها يساوي التكرار المطلق للفئة، وتكون عبارة عن أعمدة متلاصقة إذا كان المتغير مستمر، وعلى شكل أعمدة متباعدة إذا كان المتغير متقطع (منفصل).

1. حالة متغير مستمر:

مثال:

الجدول التالي يمثل توزيع 50 عاملا في مؤسسة حسب الأجر الساعي.

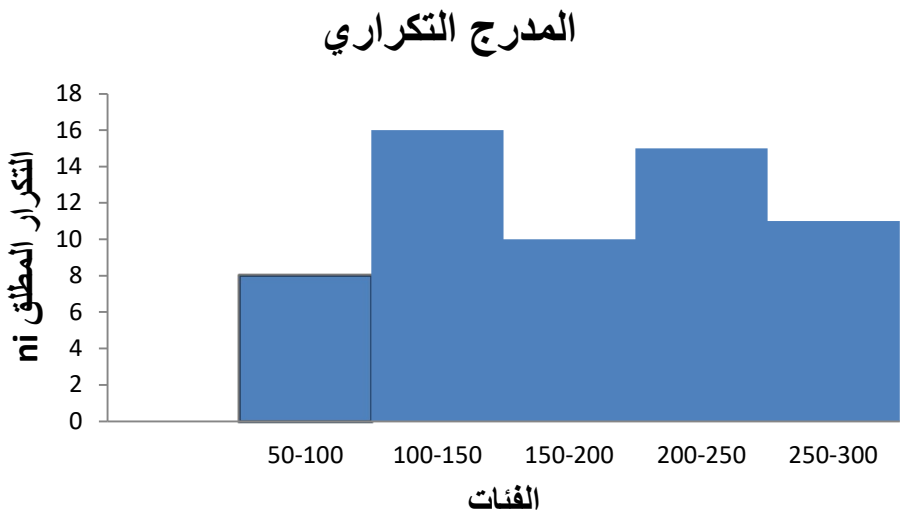
الفئة	التكرارالمطلق n_i

]100 -50]	8
]150 -100]	16
]200 -150]	10
]250 -200]	15
]300 -250]	11
المجموع	60

المطلوب: تمثيل المدرج التكراري لتوزيع العمال حسب الأجر الساعي؟.

الحل:

التمثيل البياني للمدرج التكراري:



2. حالة متغير متقطع:

عندما تتعلق الدراسة الاحصائية بمتغير متقطع فإن تمثيل المدرج التكراري يكون على شكل أعمدة متباعدة بحيث طول كل عمود يمثل التكرار المطلق لكل فئة.

مثال:

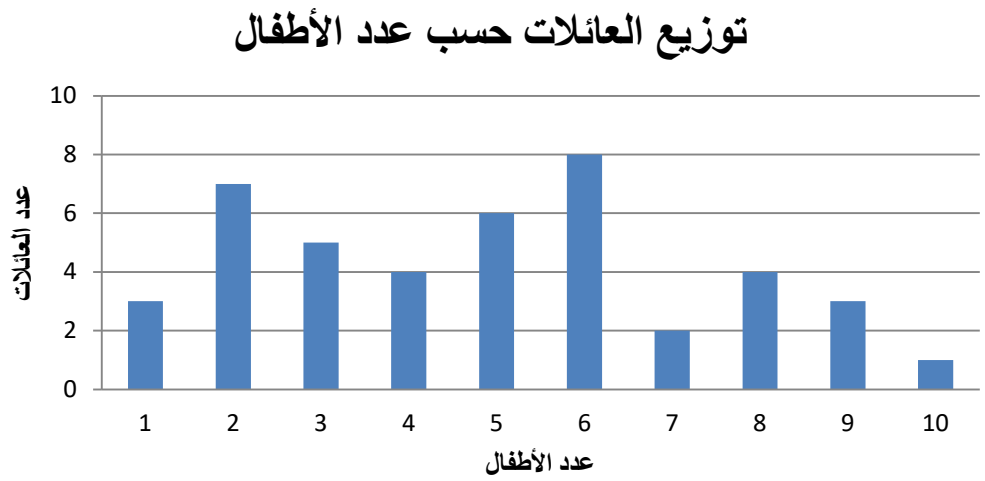
في قرية مكونة من 43 عائلة تتوزع هذه الأخيرة حسب عدد الأطفال وفق الجدول التالي:

عدد الأطفال	التكرار المطلق n_i

1	3
2	7
3	5
4	4
5	6
6	8
7	2
8	4
9	3
10	1
المجموع	43

المطلوب: رسم المدرج التكراري؟.

الحل:



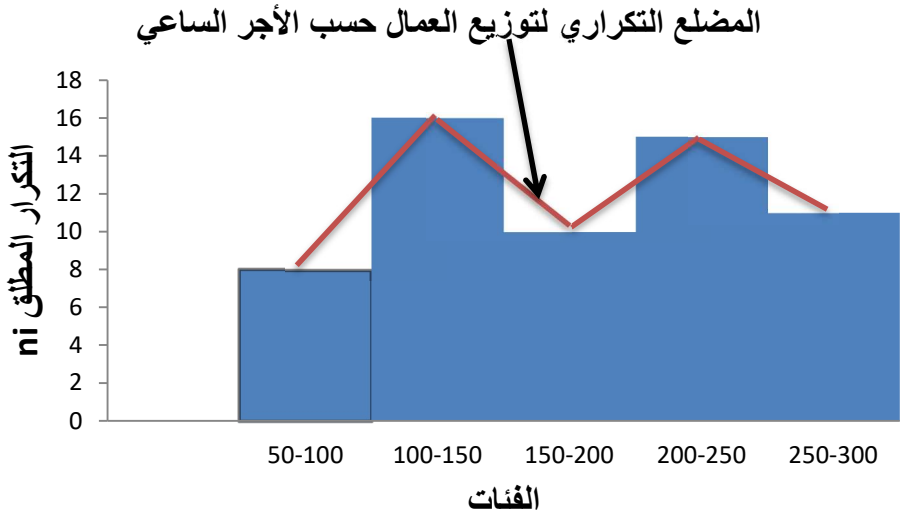
III.2. المضلع التكراري:

1.حالة متغير مستمر:

في حالة المتغير المستمر يتم الحصول على المضلع التكراري بالاعتماد على المدرج التكراري وذلك بتحديد منتصف كل فئة والربط بينها.

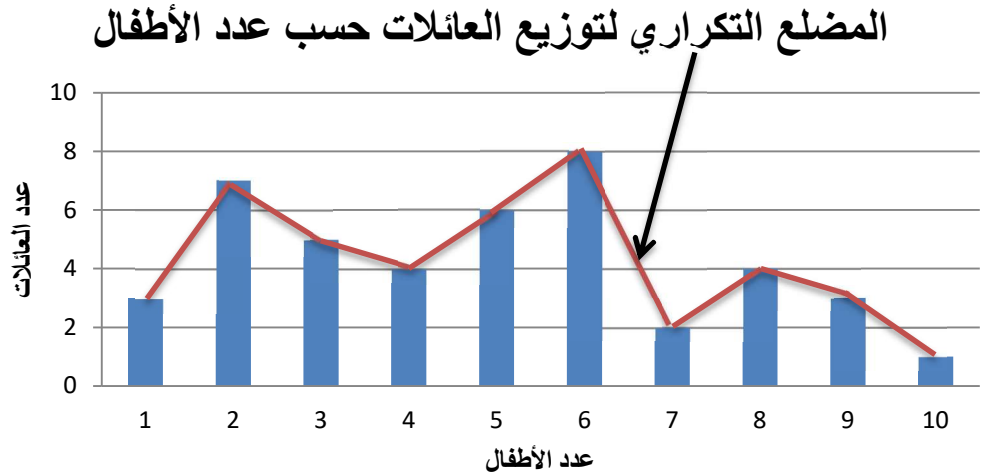
مثال: نفس المثال السابق والمطلوب رسم المضلع التكراري.

الحل: لرسم المضلع التكراري لابد من رسم المدرج التكراري وتحديد منتصف كل فئة والربط بينها بقطع مستقيمة.



1.حالة متغير متقطع:

في حالة المتغير المتقطع يتم الحصول على المضلع التكراري بالربط بين رؤوس الأعمدة التي تمثل المدرج التكراري كما هو مبين في الشكل أدناه.



III.3. منحنى التكرار المتجمع:

1. حالة متغير مستمر:

مثال:

لدينا جدول التوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرارالمطلق n_i
]100 -50]	4
]150 -100]	6
]200 -150]	10
]250 -200]	15
]300 -250]	5
المجموع	40

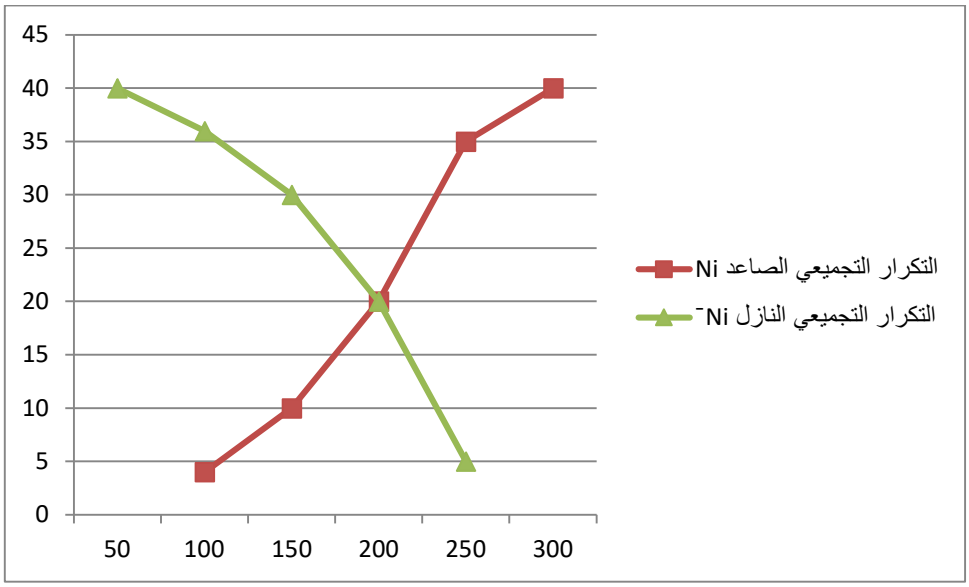
المطلوب: رسم منحى التكرار التجميعي الصاعد والنازل؟.

الحل:

لرسم المنحنى يجب حساب التكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة كما هو موضح في الجدول أدناه.

الفئات	التكرار المطلق n_i	التكرار التجميعي الصاعد $Ni\uparrow$	التكرار التجميعي النازل $Ni\downarrow$
]100 -50]	4	4	40
]150 -100]	6	10	36
]200 -150]	10	20	30
]250 -200]	15	35	20
]300 -250]	5	40	5
المجموع	**40**	/	/

منحنى التكرار التجمعي الصاعد والنازل:



2. حالة متغير متقطع:

إن رسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد والنازل في هذه الحالة يختلف عما هو عليه الحال بالنسبة المتغير المستمر.

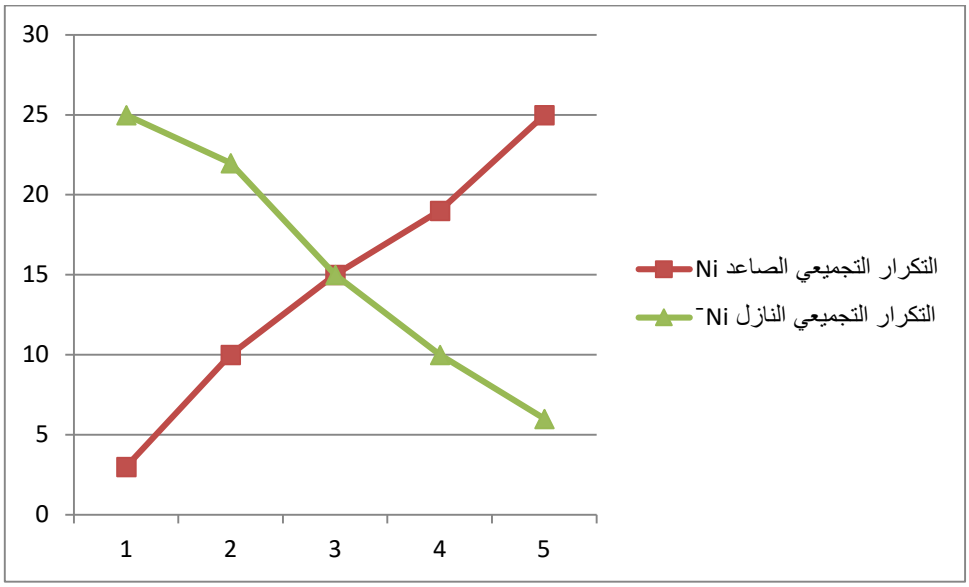
مثال:

نفس المثال السابق الخاص بتوزيع الأسر حسب عدد الأطفال والمطلوب هو رسم منحنى التكرار التجميعي الصاعد والنازل؟.

الحل:

Xi	التكرارالمطلق n_i	التكرار التجميعي الصاعد Ni↑	التكرار التجميعي النازل Ni↓
1	3	3	25
2	7	10	22
3	5	15	15
4	4	19	10
5	6	25	06
المجموع	25	/	/

منحنى التكرار التجمعي الصاعد والنازل:



III.4. التمثيل البياني بالدوائر:

مثال:

يتشكل الناتج المحلي الخام في إحدى الدول من القطاعات التالية:

قطاع الصناعة خارج المحروقات: 6000 (مليون دج)

قطاع المحروقات: 25000 (مليون دج)

قطاع الفلاحة : 1000 (مليون دج)

قطاع السياحة : 500 (مليون دج)

قطاع البناء : 2000 (مليون دج)

قطاع الخدمات: 4000 (مليون دج)

المطلوب: مثل بيانيا بالدوائر مساهمة القطاعات في الناتج المحلي الخام.

الحل:

$$PIB = 6000+25000+1000+500+2000+4000 = 38500$$

$$RN= 38500 \quad \longrightarrow 360°$$

ومنه:

نسبة مساهمة قطاع الصناعة خارج المحروقات هي $\frac{6000}{38500}$ = 16%، وبالدرجات هي $\frac{6000\times360}{38500}$ = 56°.

نسبة مساهمة قطاع المحروقات= 65% وبالدرجات 234°.

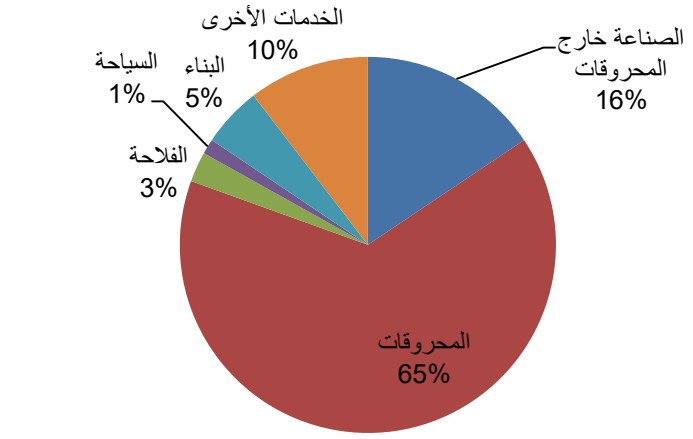
نسبة مساهمة قطاع الفلاحة = 3% وبالدرجات 9°.

نسبة مساهمة قطاع السياحة = 1% وبالدرجات 5°.

نسبة مساهمة قطاع البناء = 5% وبالدرجات 19°.

نسبة مساهمة قطاع الخدمات = 10% وبالدرجات 37°.

نسبة مساهمة القطاعات في الناتج المحلي الخام



تمارين المحور الثاني

تمرين 01:

البيانات التالية تتعلق بتقدير شهادة نهاية التخرج ل 30 طالب في طور الليسانس:

حسن–حسن جدا– حسن– قريب من الحسن– مقبول– حسن– حسن جدا– مقبول– مقبول– مقبول– حسن– قريب من الحسن– حسن جدا– حسن– حسن– حسن– مقبول– قريب من الحسن– مقبول– مقبول– حسن– حسن– قريب من الحسن– حسن– مقبول– حسن جدا– مقبول– مقبول– حسن– مقبول.

المطلوب:

- عرف المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه؟
- إعداد جدول التوزيع التكراري وتمثيله باستخدام الأعمدة البيانية؟
- ما هو عدد الطلبة الذين تحصلوا على تقدير قريب من الحسن على الأقل؟

تمرين 02:

لدينا البيانات المتعلقة بنقاط فوج يتكون من 30 طالب في مقياس الإحصاء في كلية الاقتصاد

19	20	15	15.5	10.5	11.5	11	12	12.5	14.5
8.5	8.5	6.5	5	4	3.5	3	2	2.5	2
9	7	13	12	12.5	18	16.5	16	17	6

المطلوب:

- عرف المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه؟
- حدد عدد الفئات باستخدام معادلة يول وطول الفئة؟
- أنشئ جدول التوزيع التكراري ومثله بيانيا باستخدام المدرج التكراري؟
- ماهو عدد الطلبة الذين تحصلوا على نقطة أقل من 11؟
- ماهو عدد الطلبة الذين تحصلوا على النقطة 14 على الأقل؟

تمرين 03:

ليكن التكرار المتجمع الصاعد للظاهرة (Xi) على الشكل التالي 10 30 70 90 100

- لخص المعلومات في جدول التوزيع التكراري؟
- مثل بيانيا جدول التوزيع التكراري باستخدام المضلع التكراري والمدرج التكراري؟

- احسب كل من مراكز الفئات التكرار النسبي والتكرار النسبي المئوي، التكرار المتجمع الصاعد والنازل، التكرار النسبي المئوي الصاعد والنازل؟
- مثل بيانيا كل من التكرار المتجمع الصاعد والنازل؟

حلول تمارين المحور الثاني

تمرين01:

.1

المجتمع الإحصائي هو الطلبة.

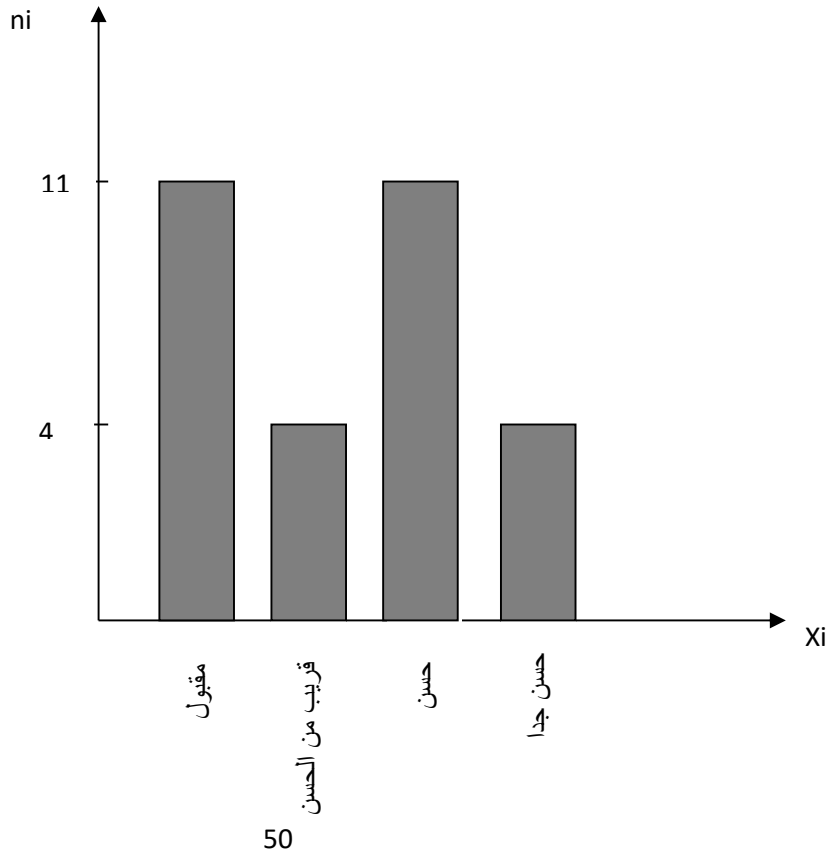
الوحدة الإحصائية هي طالب واحد

المتغير الإحصائي هو تقدير الشهادة

نوع المتغير هو متغير كيفي

2. جدول التوزيع التكراري وتمثيله بالأعمدة.

المتغير xi	التكرار ni
مقبول	11
قريب من الحسن	4
حسن	11
حسن جدا	4
المجموع	30



.3

عدد الطلبة الذين تحصلوا على تقدير قريب من الحسن على الأقل هو:

$n_2+n_3+n_4= 4+11+4=19$

تمرين02:

.1

المجتمع الإحصائي هو الطلبة.

الوحدة الإحصائية هي طالب واحد

المتغير الإحصائي هو نقاط مقياس الإحصاء

نوع المتغير هو متغير كمي متصل

.2

عدد الفئات:

$$N = 30$$

$$K = 2.5\sqrt[4]{N}$$

$$K = 2.5\sqrt[4]{30}$$

$$K = 2.5\left[(30)^{1/4}\right]$$

$$K = 5.85 \approx 6$$

ومنه عدد الفئات يساوي 6 فئات

تحديد طول الفئة C:

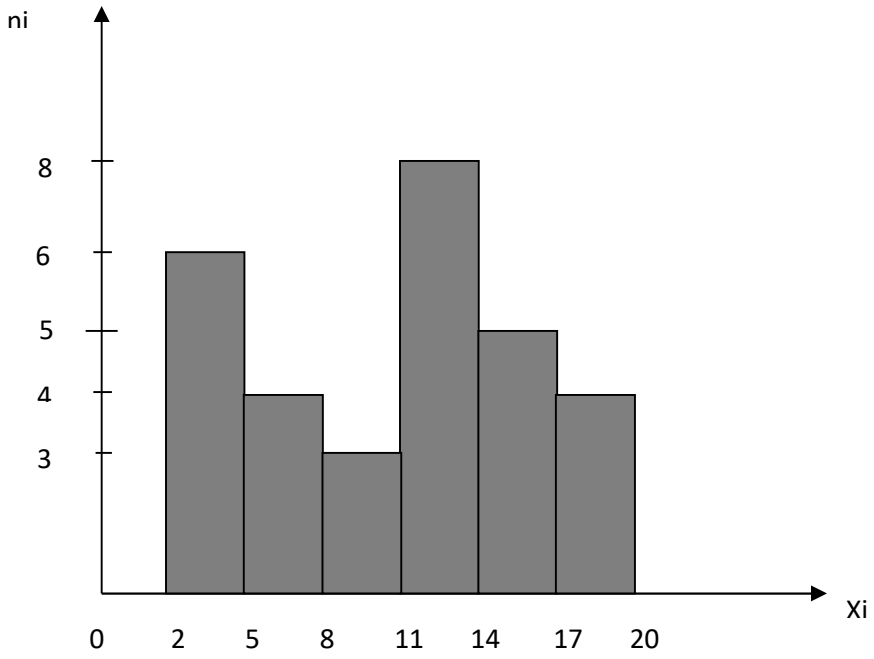
$$C = \frac{R}{K} = \frac{20-2}{6} = 3$$

3. جدول التوزيع التكراري:

الفئات	التكرار ni
]5،2]	6
]8،5]	4
]11،8]	4
]14،11]	7
]17،14]	5
[20،17]	4

المجموع	30

المدرج التكراري:



4. عدد الطلبة الذين تحصلوا على نقطة أقل من 11 يساوي:

$$n_3 + n_2 + n_1 = 4 + 4 + 6 = 14$$

5. عدد الطلبة الذين تحصلوا على النقطة 14 على الأقل يساوي:

$$n_5 + n_6 = 5 + 4 = 9$$

تمرين 03:

لدينا:

$$N_1 = 10, \mathrm{N}_2 = 30\,, \mathrm{N}_3 = 70, \mathrm{N}_4 = 90\,, \mathrm{N}_5 = 100$$

حيث: $\mathrm{N_i}$ هو التكرار التجميعي الصاعد.

$$N_1 = n_1 \Rightarrow n_1 = 10$$
$$N_2 = N_1 + n_2 \Rightarrow n_2 = 30 - 10 = 20$$
$$n_3 = N_3 - N_2 \Rightarrow n_3 = 70 - 30 = 40$$
$$n_4 = N_4 - N_3 \Rightarrow n_4 = 90 - 70 = 20$$
$$n_5 = N_5 - N_4 \Rightarrow n_5 = 100 - 90 = 10$$

حساب طول الفئة:

$$C = n_1 \times n_5 \Rightarrow C = 10 \times 10 = 100$$

الحد الأعلى للفئة الثالثة:

$$L_4 = n_2 \times n_4 \Rightarrow L_4 = 20 \times 20 = 400$$

الحد الأدنى للفئة الثالثة:

$$L_3 = L_4 - C \Rightarrow L_3 = 400 - 100 = 300$$

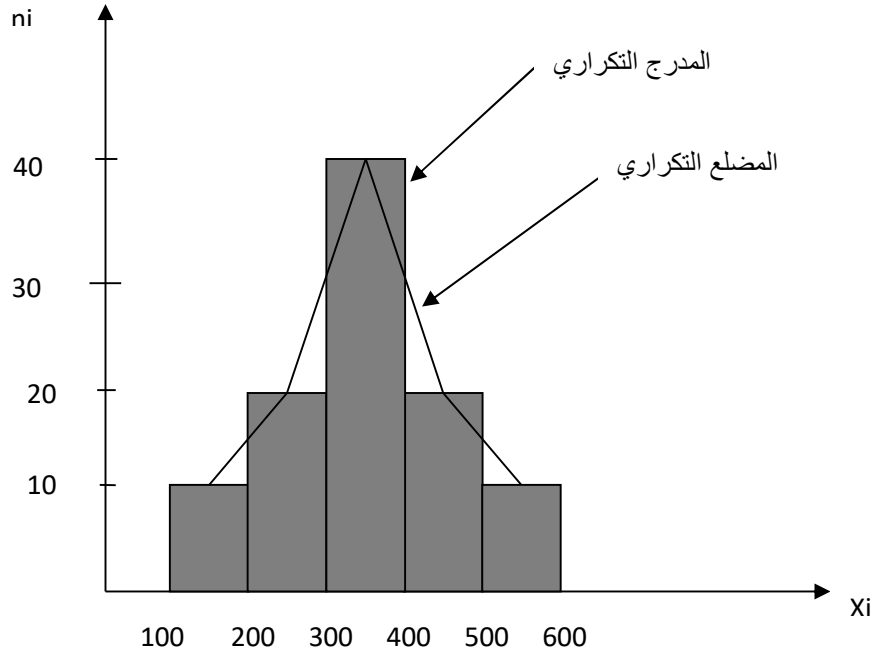
بحيث تكون الفئات على الشكل التالي:

الفئات	التكرار ni
] L2 , L1[	10
] L3 , L2[	20
] L4 , L3[	40
] L5 , L4[	20
] L6 , L5[	10
المجموع	100

1. تلخيص المعطيات في جدول التوزيع التكراري:

الفئات	التكرار ni
]200،100[	10
]300،200[	20
]400،300[	40
]500،400[	20
]600،500[	10
المجموع	100

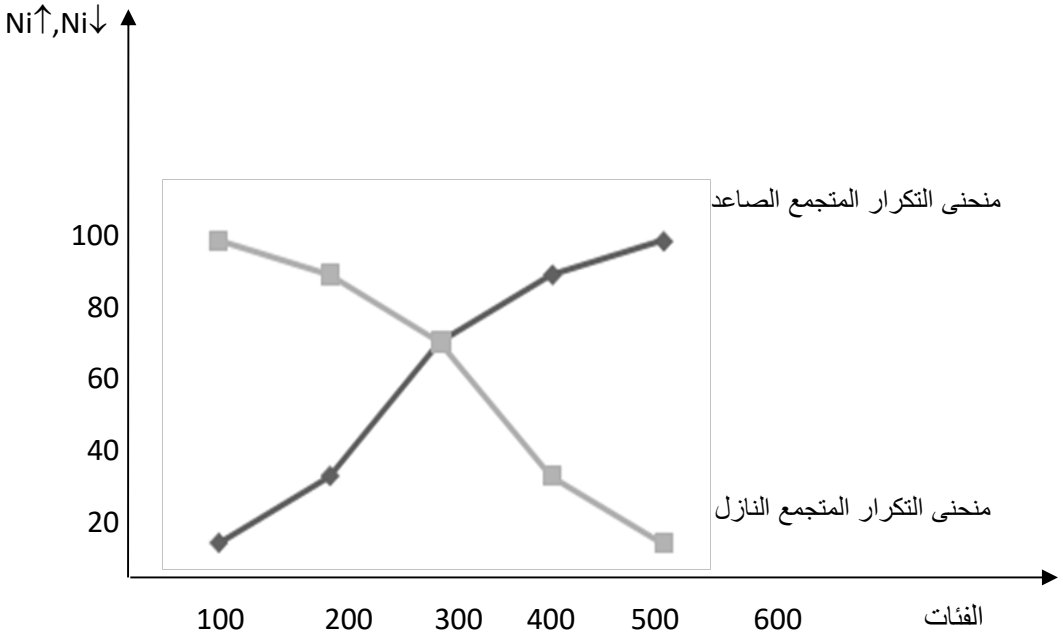
2. التمثيل البياني:



.3

الفئات	التكرار ni	مركز الفئة Xi	التكرار التجميعي الصاعد	التكرار التجميعي النازل	التكرار النسبي	التكرار النسبي المئوي	التكرار النسبي المئوي الصاعد	التكرار النسبي المئوي النازل
]200،100]	10	150	10	100	0.1	%10	%10	%100
]300،200]	20	250	30	90	0.2	%20	%30	%90
]400،300]	40	350	70	70	0.4	%40	%70	%70
]500،400]	20	450	90	30	0.2	%20	%90	%30
]600،500]	10	550	100	10	0.1	%10	%100	%10
المجموع	100	-	-	-	1	%100	-	-

4. التمثيل البياني للتكرار التجميعي الصاعد والنازل:


Ni↑,Ni↓
100
80
60
40
20
منحنى التكرار المتجمع الصاعد
منحنى التكرار المتجمع النازل
100
200
300
400
500
600
الفئات

المحور الثالث

مقاييس النزعة المركزية

تمهيد:

تطرقنا في الفصل السابق إلى كيفية جمع البيانات وترتيبها وعرضها في جدول التوزيع التكراري مع تمثيلها بيانيا، من أجل معرفة جميع الخصائص التي تميز الظاهرة المدروسة، لكن يبقى التمثيل البياني يفتقد إلى الدقة لمعرفة خصائص المجتمع الإحصائي، وبالتالي يتم اللجوء لطرق القياس الكمي لمعرفة تلك الخصائص، ومن بين أهم المقاييس المستخدمة في ذلك هي المتوسط الحسابي، المتوسط الهندسي، المتوسط التوافقي، الوسط التربيعي، الوسيط والمنوال.

I. المتوسط الحسابي:

يسمى أيضا الوسط الحسابي، وهو من بين أهم مقاييس النزعة المركزية ويرمز للمتوسط الحسابي للعينة ب $\overline{X}$ ، ويمكن تعريفه بأنه القيمة المتوسطة لجميع قيم العينة. لحساب المتوسط الحسابي يجب التمييز بين حالتين هما حالة البيانات الغير مبوبة (البيانات التي لم يتم وصفها في جداول تكرارية)، وحالة البيانات المبوبة (البيانات الموجودة في جداول تكرارية). يتم حساب المتوسط الحسابي وفق العلاقة التالية:

1.I. حالة بيانات غير مبوبة:

إذا كان لدينا n مشاهدة غير مرتبة في جدول تكراري فإن المتوسط الحسابي يساوي مجموع المشاهدات على عددها.

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

مثال: إذا كانت علامات 8 طلبة في مقياس الإحصاء كالتالي: 10، 2، 14، 1، 16، 9، 5، 8. أحسب المتوسط الحسابي؟.

الحل:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{\sum n_i} = \frac{10 + 2 + 14 + 1 + 16 + 9 + 5 + 8}{8} = 8.125$$

2.I. حالة بيانات مبوبة:

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

مثال:

الجدول التالي يمثل توزيع 50 عامل حسب الأجر الساعي.

الفئات	التكرار المطلق n_i
]150 -50[	10
]250 -150[	12
]350 -250[	15
]450 -350[	9
]550 -450[	4
المجموع	**50**

المطلوب: حساب المتوسط الحسابي للأجر الساعي؟.

الحل: الخطوة الأولى قبل حساب المتوسط وهي تحديد مراكز الفئات.

الفئات	التكرار المطلق n_i	Xi	Xi.ni
]150 -50[	10	100	1000
]250 -150[	12	200	2400
]350 -250[	15	300	4500
]450 -350[	9	400	3600
]550 -450[	4	500	2000
المجموع	**50**	/	**13500**

$$\overline{X} = \frac{13500}{50} = 270$$

هذا معناه أن الأجر الساعي المتوسط للعمال هو 270 وحدة نقدية.

مثال2: في مؤسسة جامعية قامت الإدارة بقياس أطوال الطلبة لفوج يتكون من 50 طالب فكانت النتائج كما يلي:

الطول (سم)	التكرار n_i
155	3

5	157
2	159
4	160
7	165
11	169
9	170
1	172
8	180
50	**المجموع**

المطلوب: حساب المتوسط الحسابي لأطوال الطلبة؟.

الحل:

الطول (سم) Xi	**التكرار n_i**	**Xi.ni**
155	3	465
157	5	785
159	2	318
160	4	640
165	7	1155
169	11	1859
170	9	1530
172	1	172
180	8	1440
المجموع	**50**	**8364**

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{8364}{50} = 167.28$$

متوسط طول الطلبة هو 167.28 سم.

II. المتوسط الهندسي:

يعرف المتوسط الهندسي لمجموعة من البيانات عددها n بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم ويرمز له بالرمز G.

1.II. حالة بيانات غير مبوبة:

في حالة وجود بيانات غير مرتبة في جدول تكراري فإن حساب الوسط الهندسي يتم وفق العلاقة التالية:

$$G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times X_3 \dots \dots X_n}$$

يمكن التعبير عن العلاقة التالية بصيغة أخرى كما يلي:

$$G = (X_1 \times X_2 \times X_3 \dots \dots X_n)^{1/n}$$

كما يتم حساب المتوسط الهندسي وفق العلاقة التالية:

$$G = 10^{\left(\frac{1}{n}\sum \log Xi\right)}$$

حيث يشير log إلى اللوغاريتم العشري.

مثال: أحسب المتوسط الهندسي للبيانات التالية:

$3 - 4 - 6 - 9 - 7 - 10 - 25 - 13 - 12 - 10 - 12 - 8 - 6 - 5 - 2$

$.1 - 3 - 7 - 8 - 9 - 5 - 2 -$

الحل:

الطريقة الأولى:

$$G = \sqrt[22]{2 \times 5 \times 6 \times 8 \times 12 \times 10 \times 12 \times \dots \dots \times 5 \times 9 \times 8 \times 7 \times 3 \times 1}$$

$$G = 6.04$$

الطريقة الثانية: نقوم بوضع البيانات في جدول مع حساب اللوغاريتم العشري كل قيمة مما يسهل عملية حساب المتوسط الهندسي.

Log Xi	Xi
0.301	2
0.699	5
0.778	6

0.903	8
1.079	12
1	10
1.079	12
1.114	13
1.398	25
1	10
0.845	7
0.954	9
0.778	6
0.602	4
0.477	3
0.301	2
0.699	5
0.954	9
0.903	8
0.845	7
0.477	3
0	1
17.186	**المجموع**

$$G = 10^{\left(\frac{1}{n}\sum \log Xi\right)} = 10^{\left(\frac{1}{22}\times 17.186\right)} = 6.04$$

2.II. حالة بيانات مبوبة:

في حالة وجود بيانات مرتبة في جدول تكراري فإن المتوسط الهندسي يحسب وفق العلاقة التالية:

$$G = \sqrt[N]{{X_1}^{n_1} \times {X_2}^{n_2} \times {X_3}^{n_3} \times \dots\dots\dots\dots \times {X_m}^{n_m}}$$

أو:

$$G = (X_1^{n_1} \times X_2^{n_2} \times X_3^{n_3} \times \dots\dots\dots\dots \times X_m^{n_m})^{1/N}$$

حيث:

$$N = \sum_{i=1}^{m} n_m$$

كما يحسب المتوسط الهندسي وفق العلاقة التالية:

$$G = 10^{\left(\frac{1}{N}\sum n_i \log Xi\right)}$$

مثال:

لدينا الجدول التكراري التالي:

n_i التكرار	Xi
2	10
4	15
7	22.5
8	37.5
9	50.625
30	**المجموع**

المطلوب: حساب المتوسط الهندسي؟.

الحل:

الطريقة الأولى:

$$G = (10^2 \times 15^4 \times 22.5^7 \times 37.5^8 \times 50.625^9)^{1/30} = 29.51$$

الطريقة الثانية:

ni Log Xi	Log Xi	n_i التكرار	Xi
2	1	2	10
4.7040	1.1760	4	15

9.4647	1.3521	7	22.5
12.5920	1.5740	8	37.5
15.3387	1.7043	9	50.625
44.0994	/	**30**	**المجموع**

$$G = 10^{\left(\frac{1}{30}\times 44.0994\right)} = 29.51$$

III. الوسيط :

الوسيط هو القيمة التي تتوسط المشاهدات بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا، حيث نجد نصف المشاهدات أصغر من الوسيط والنصف الآخر أكبر منه، ويرمز له ب Me.

III.1. تحديد الوسيط:

1. حالة متغير متقطع:

أ. عدد المشاهدات (أو التكرارات) عدد فردي:

في هذه الحالة يكون عدد المشاهدات أو عدد التكرارات على الشكل: N=2P+1 ، وبالتالي فإن ترتيب الوسيط هو: $P + 1 = \frac{N+1}{2}$

مثال: لتكن السلسلة الإحصائية التالية المرتبة ترتيبا تصاعديا.

$9 - 10 - 11 - 11 - 12 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 16 - 17 - 17.$

حدد الوسيط؟

الحل:

عدد المشاهدات يساوي 13، ومنه:

$N=2P+1=13 \quad \Rightarrow \quad P=6$

ترتيب الوسيط هو : $\frac{N+1}{2} = 7$

ومنه الوسيط يساوي: $Me = 13$.

ب. عدد المشاهدات (أو التكرارات) عدد زوجي:

إذا كان عدد المشاهدات أو عدد التكرارات زوجيا من الشكل : N=2P ، فإن الوسيط يكون محصورا بين المشاهدة ذات الرتبة P والمشاهدة ذات الرتبة P+1 ، ويساوي القيمة المتوسطة لهما $\frac{P+(p+1)}{2}$.

مثال:

أحسب الوسيط لسلسلة البيانات التالية:

$10 - 11 - 11 - 12 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 16 - 17 - 17.$

الحل:

لدينا $N=2P=12$ ومنه :

القيمة التي تقابل $P=6$ هي 13.

القيمة التي تقابل $P+1=7$ هي 14.

وبالتالي الوسيط يساوي:

$$Me = \frac{13 + 14}{2} = 13.5$$

1. حالة متغير كمي مستمر (متصل):

تحديد الوسيط في هذه الحالة يتم بإتباع الخطوات التالية:

- حساب التكرار التجميعي الصاعد للفئات.
- تحديد الفئة الوسيطة وهي الئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية ل $\frac{N}{2}$ أو يساويها.
- حساب قيمة الوسيط وفق العلاقة التالية:

$$Me = L + \left[\frac{\frac{N}{2} - N\uparrow_{Me-1}}{n_{Me}}\right] \times C_{Me}$$

حيث:

L: الحد الأدنى للفئة الوسيطة.

N: مجموع التكرارات.

$N\uparrow_{Me-1}$: التكرار التجميعي الصاعد للفئة التي هي قبل الفئة الوسيطة.

n_{Me}: التكرار المطلق للفئة الوسيطة.

C_{Me}: طول الفئة الوسيطة.

مثال:

لدينا جدول التوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرار المطلق n_i
]4 - 0]	3
]8 - 4]	15
]12 - 8]	20
]16 -12]	10
]20 -16]	2
المجموع	**50**

المطلوب: حساب الوسيط.

الحل:

أول خطوة نقوم بها هي حساب التكرار التجميعي الصاعد.

الفئات	التكرار المطلق n_i	Ni↑
]4 - 0]	3	3
]8 - 4]	15	18
]12 - 8]	20	38
]16 -12]	10	48
]20 -16]	2	50
المجموع	**50**	/

- تحديد رتبة الوسيط:

$$\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

- حساب الوسيط:

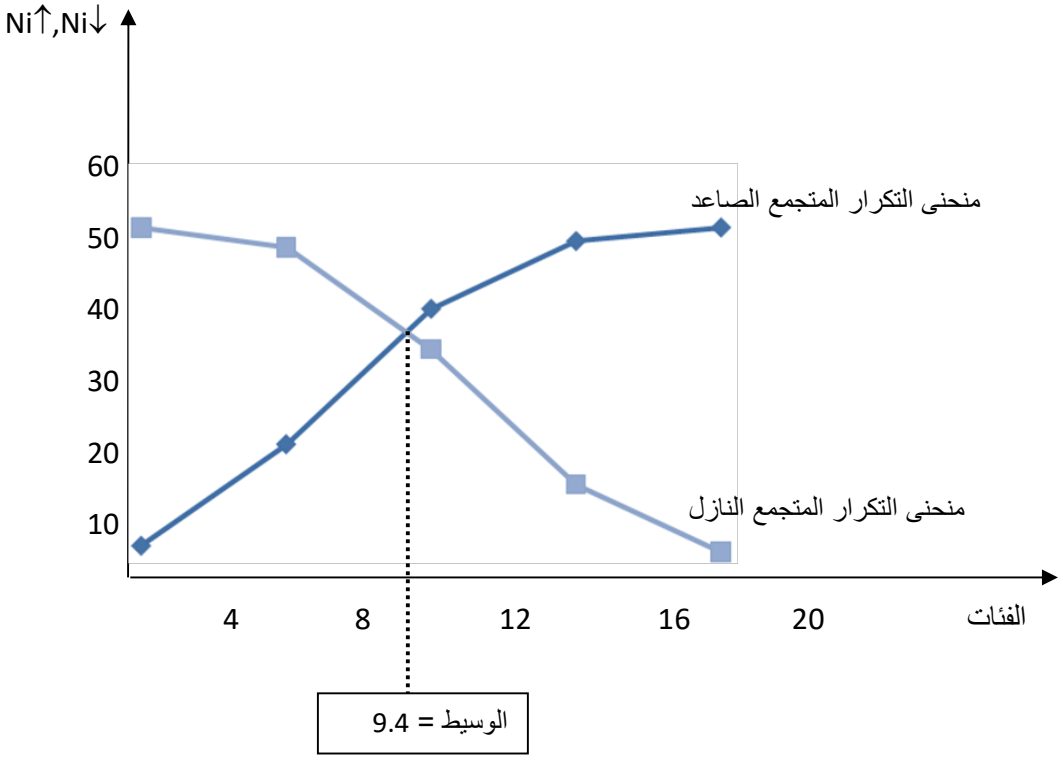
$$Me = 8 + \left[\frac{\frac{50}{2} - 18}{20}\right] \times 4$$

$$Me = 9.4$$

2.III. تحديد الوسيط بيانيا:

من خلال المثال السابق فإن تحديد الوسيط بيانيا يتم برسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد والنازل، حيث نقطة تقاطع المنحنيين تمثل الوسيط.

Ni↓	Ni↑	التكرار المطلق n_i	الفئات
50	3	3	]4 - 0]
47	18	15	]8 - 4]
32	38	20	]12 - 8]
12	48	10	]16 -12]
2	50	2	]20 -16]
/	/	**50**	المجموع



IV. المنوال:

هو القيمة التي تقابل أكبر تكرار مطلق أو نسبي في السلسلة الإحصائية، وهو عبارة عن القيمة الأكثر شيوعا.

مثال:

حدد المنوال للسلسلة الإحصائية التالية:

$$9-9-8-8-7-7-7-7-6-6-5-5-5-4-2$$

الحل:

المنوال هو 7 لأنه القيمة الأكثر تكرارا مقارنة بالقيم الأخرى.

1.IV. في حالة متغير مستمر:

في هذه الحالة تكون البيانات مبوبة على شكل فئات وبالتالي فإن الفئة الأكثر تكرارا هي الفئة المنوالية، ويمكن تحديد المنوال وفق العلاقة التالية:

$$M_o = L_o + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \times C$$

حيث:

L_o: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

d_1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي قبلها.

d_2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي بعدها.

C: طول الفئة.

مثال:

لدينا جدول التوزيع التكراري لأطوال 50 طالب كما يلي:

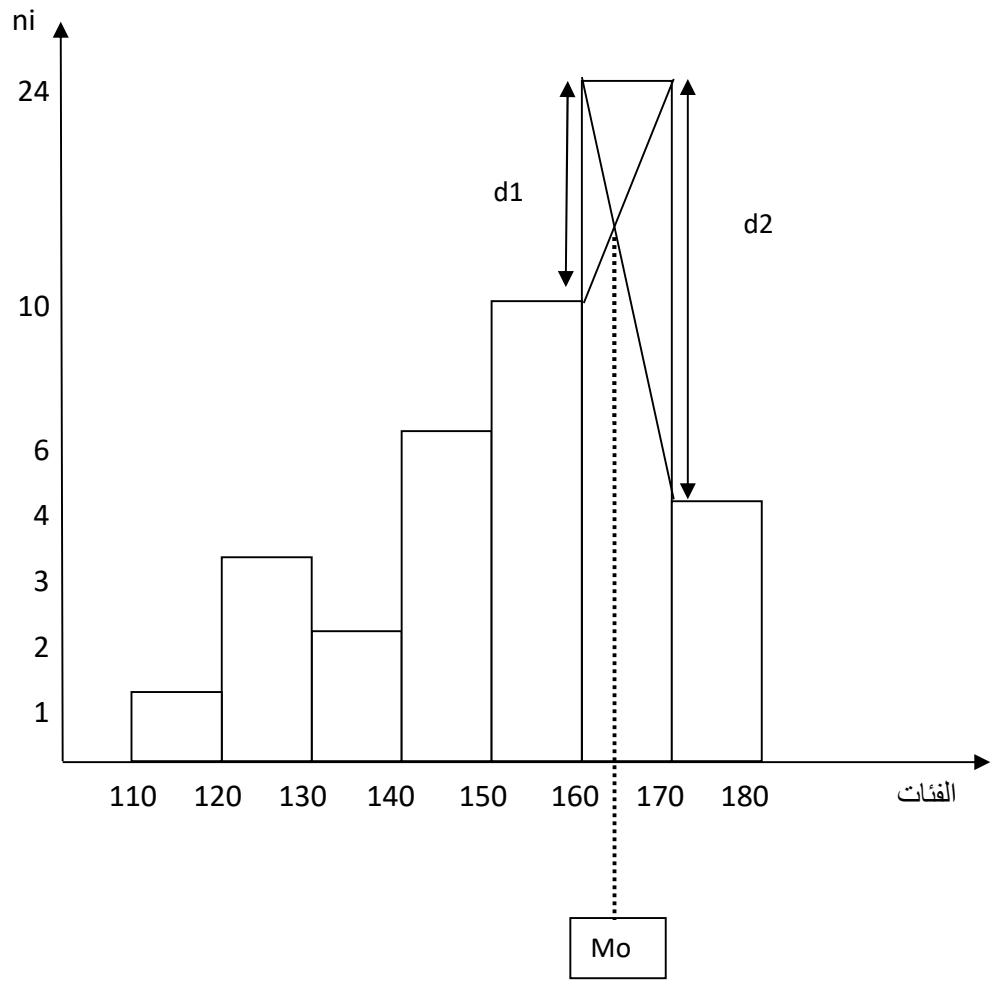
الفئات	التكرار المطلق n_i
]120 - 110]	1
]130 - 120]	3
]140 - 130]	2
]150 -140]	6
]160 -150]	10
]170 -160]	24
]180 -170]	4
المجموع	**50**

المطلوب:

أحسب المنوال ثم حدده بيانيا؟.

IV.2. تحديد المنوال بالطريقة البيانية:

من أجل تحديد المنوال بيانيا نستعين بمعطيات المثال السابق.



V. الوسط التوافقي:

الوسط التوافقي لمجموعة من القيم هو الوسط الحسابي لمقلوب هذه القيم، إذا كان المتغير يأخذ القيم X_1، X_2، .....X_n. فإن الوسط التوافقي يحسب وفق العلاقة التالية:

I.1. حالة بيانات غير مبوبة:

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}}$$

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}}$$

مثال:

أحسب الوسط التوافقي للقيم التالية:

3، 4، 7، 10، 15

الحل:

$$H = \frac{5}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right)} = 5.6$$

I.2. حالة بيانات مبوبة:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{X_i}}$$

مثال:

لدينا سلسلة البيانات الممثلة في الجدول التالي:

Xi	7	3	5	4	10	8	2	∑
ni	3	5	1	4	3	2	5	**23**

أحسب المتوسط التوافقي؟.

ni/Xi	0.43	1.66	0.25	0.8	0.3	0.25	2.5	∑**=6.19**

$$H = \frac{23}{6.19} = 3.71$$

VI. الوسط التربيعي:

يعرف الوسط التربيعي بأنه جدر متوسط مربعات المشاهدات، ويرمز له ب Q.

VI.1. في حالة بيانات غير مبوبة:

في حالة البيانات المبوبة في جدول تكراري فإن حساب المتوسط التربيعي يتم وفق العلاقة التالية:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} Xi^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}}$$

VI.2. في حالة بيانات مبوبة:

في حالة وجود بيانات غير مبوبة في جدول تكراري (بيانات على شكل خام)، فإن المتوسط التربيعي يحسب وفق العلاقة التالية:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . Xi^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}}$$

VII. الربيعات:

هي تلك القيم التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى 4 أقسام متساوية، حيث كل قسم يمثل 25% من البيانات ويرمز لها ب Q_i. يمكن التمييز بين ثلاث أنواع من الربيعات هي:

- Q1: الربيع الأول وهو القيمة الواقعة في نهاية الربع الأول من البيانات بحيث 25% من المشاهدات أصغر منه و 75% من المشاهدات أكبر منه.
- Q2: الربيع الثاني وهو نفسه الوسيط (Me)، وهو يقسم المشاهدات إلى قسمين حيث 50% من المشاهدات أصغر منه و 50% من المشاهدات أكبر منه.
- Q2: الربيع الثالث وهو القيمة الواقعة في نهاية الربع الثالث من البيانات، حيث 75% من المشاهدات أصغر منه و 25% من المشاهدات أكبر منه.

VII.1. حالة بيانات غير مبوبة:

إذا كانت البيانات غير مبوبة ومن أجل تحديد الربيع Qi، يتم ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا وتحديد ترتيب الربيع Qi حسب العلاقة التالية:

$$\frac{i.(N+1)}{4}$$

- إذا كانت الرتبة $\frac{i.(N+1)}{4}$ عدد طبيعي فإن الربيع هو القيمة لتلك الرتبة مباشرة.
- إذا كانت الرتبة $\frac{i.(N+1)}{4}$ عدد حقيقي فإن الربيع يساوي القيمة المتوسطة للمشاهدتين ذي الترتيب الأصغر والأكبر مباشرة.

مثال:

أوجد الربيع الأول والثالث للبيانات التالية:

10، 6، 3، 11، 5، 12، 9.

الحل:

قبل حساب الربيعات لابد من ترتيب البيانات ترتبا تصاعديا.

3، 5، 6، 9، 10، 11، 12.

- تحديد رتبة Q1:

$$\frac{i.(N+1)}{4} = \frac{1 \times (7+1)}{4} = 2$$

ومنه قيمة الربيع الأول Q1 هي القيمة ذات الرتبة 2 في سلسلة البيانات وتساوي 5.

Q1=2

- تحديد رتبة Q3:

$$\frac{i.(N+1)}{4} = \frac{3 \times (7+1)}{4} = 6$$

ومنه قيمة الربيع الأول Q3 هي القيمة ذات الرتبة 6 في سلسلة البيانات وتساوي 11.

Q3=6

VII.2. حالة بيانات مبوبة (متغير كمي متقطع):

من أجل تحديد قيمة الربيع Qi في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية:

- حساب التكرار التجميعي الصاعد.
- تحديد رتيبة الربيع $\frac{i.N}{4}$.
- البحث في عمود التكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية ل $\frac{i.N}{4}$ أو الأعلى منها مباشرة.
- القيمة Xi المقابلة لقيمة التكرار التجميعي الصاعد المحددة سابقا هي قيمة الربيع.

مثال:

لدينا توزيع 20 أسرة حسب عدد الأطفال كما هو مبين في الجدول التالي:

Ni↑	n_i	Xi
7	7	2
11	4	3
17	6	4
20	3	5
/	**20**	**المجموع**

المطلوب: حساب الربيع Q1 و Q3؟.

1- الربيع الأول:

تحديد رتبة الربيع Q1:

$$\frac{i.N}{4} = \frac{1 \times 20}{4} = 5$$

ومنه:

Q1=2

2- الربيع الثالث:

تحديد رتبة الربيع Q3:

$$\frac{i.N}{4} = \frac{3 \times 20}{4} = 15$$

ومنه:

Q3=4

VII.3. حالة بيانات مبوبة (متغير كمي مستمر):

في هذه الحالة يتم تحديد قيمة الربيع Qi بإتباع الخطوات التالية:

- حساب التكرار التجميعي الصاعد.
- تحديد رتيبة الربيع $\frac{i.N}{4}$.
- تحديد الفئة الربيعية وهي الفئة التي يكون تكرارها التجميعي الصاعد يساوي القيمة $\frac{i.N}{4}$ أو الأكبر منها مباشرة.
- حساب قيمة الربيع وفق العلاقة التالية.

$$Q_i = L_{Qi} + \left[\frac{\frac{i.N}{4} - N\uparrow_{Q_{i-1}}}{n_{Q_i}}\right] \times C_{Q_i}$$

حيث:

L_{Qi}: الحد الأدنى للفئة الربيعية.

N: مجموع التكرارات.

$N\uparrow_{Qi-1}$: التكرار التجميعي الصاعد للفئة التي قبل الفئة الربيعية.

n_{Qi}: التكرار المطلق للفئة الربيعية.

C_{Qi}: طول الفئة الربيعية.

مثال:

لدينا الجدول التالي:

الفئات	التكرار المطلق n_i	$Ni\uparrow$
]0 - 4]	3	3
]4 - 8]	15	18
]8 - 12]	20	38
]12 -16]	10	48
]16 -20]	2	50
المجموع	**50**	/

المطلوب: أحسب الربيع Q1 و Q3؟.

الحل:

1- الربيع الأول:

تحديد رتبة الربيع Q1:

$$\frac{i.N}{4} = \frac{1 \times 50}{4} = 12.5$$

ومنه:

$$Q_1 = 4 + \left[\frac{12.5 - 3}{15}\right] \times 4 = 6.53$$

2- الربيع الثالث:

تحديد رتبة الربيع Q3:

$$\frac{i.N}{4} = \frac{3 \times 50}{4} = 37.5$$

ومنه:

$$Q_3 = 8 + \left[\frac{37.5 - 18}{20}\right] \times 4 = 11.9$$

VIII. العشيرات:

هي تلك القيم التي تقسم المجتمع إلى 10 أقسام متساوية، حيث كل قسم يمثل 10% من البيانات، ويرمز لها ب Di. يتم تحديد قيمة العشير من خلال تحديد رتبته.

VIII.1. حالة بيانات غير مبوبة:

من أجل تحديد قيمة العشير Di لابد من تحديد رتبته أولا بحساب المقدار $\frac{i.(N+1)}{10}$ ، ويمكن التمييز بين الحالتين:

- إذا كان المقدار $\frac{i.(N+1)}{10}$ عدد طبيعي فإن قيمة العشير هي القيمة المقابلة لتلك الرتبة.
- إذا كان المقدار $\frac{i.(N+1)}{10}$ عدد حقيقي فإن قيمة العشير هي القيمة المتوسطة للقيمة الأصغر من الرتبة والأكبر منها مباشرة.

مثال:

أوجد العشير السادس للسلسلة الإحصائية التالية:

10 ، 6 ، 3 ، 11 ، 5 ، 12 ، 9 .

الحل:

أول خطوة هي ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا.

3 ، 5 ، 6 ، 9 ، 10 ، 11 ، 12 .

- تحديد رتبة العشير السادس:

$$\frac{i.(N+1)}{10} = \frac{6 \times (7+1)}{10} = 4.8$$

بما أن الرتبة هي عدد حقيقي فإن قيمة العشير السادس هي القيمة المتوسطة للمشاهدتين ذي الرتبة 4 و5.

$$D_6 = \frac{9+10}{2} = 9.5$$

من خلال قيمة العشير السادس فإن 60% من البيانات أقل من 9.5 و 40% من البيانات أكبر من 9.5.

VIII.2. حالة بيانات مبوبة (متغير كمي متقطع):

من أجل تحديد العشير في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية:

- حساب التكرار التجميعي الصاعد.

- تحديد رتبة العشير بحساب المقدار $\frac{i.N}{10}$.
- البحث في عمود التكرار التجميعي الصاعد عن القيمة الأكبر أو تساوي الرتبة $\frac{i.N}{10}$.
- العشير Di هو القيمة المقابلة للتكرار التجميعي الصاعد المحدد في الخطوة السابقة.

مثال:

أوجد قيمة العشير السادس والتاسع بالاعتماد على معطيات الجدول التالي:

الحل:

Ni↑	$\mathbf{n_i}$	**Xi**
7	7	2
11	4	3
17	6	4
20	3	5
/	**20**	**المجموع**

1.تحديد رتبة العشير السادس:

$$\frac{i.(N+1)}{10} = \frac{6 \times (20+1)}{10} = 12.6$$

2.تحديد قيمة العشير السادس:

قيمة العشير السادس هي 4.

3.تحديد رتبة العشير التاسع:

$$\frac{i.(N+1)}{10} = \frac{9 \times (20+1)}{10} = 18.9$$

4.تحديد قيمة العشير التاسع:

قيمة العشير التاسع هي 5.

VIII.3. حالة بيانات مبوبة (متغير كمي متصل):

لتحدي قيمة العشير في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية:

-حساب التكرار التجميعي الصاعد.

-تحديد رتبة العشير بحساب المقدار $\frac{i.N}{10}$.

-تحديد الفئة العشرية وهي الفئة التي يزيد تكرارها التجميعي الصاعد أو يساوي القيمة $\frac{i.N}{10}$

-حساب العشير وفق العلاقة التالية:

$$D_i = L_{Di} + \left[\frac{\frac{i.N}{10} - N\uparrow_{D_{i-1}}}{n_{D_i}}\right] \times C_{D_i}$$

حيث:

L_{Di}: الحد الأدنى للفئة العشيرية.

N: مجموع التكرارات.

$N\uparrow_{Di-1}$: التكرار التجميعي الصاعد للفئة التي قبل الفئة العشيرية.

n_{Di}: التكرار المطلق للفئة العشيرية.

c_{Di}: طول الفئة العشيرية.

مثال: لدينا الجدول التالي:

الفئات	التكرار المطلق n_i	$Ni\uparrow$
]4 - 0]	3	3
]8 - 4]	15	18
]12 - 8]	20	38
]16 -12]	10	48
]20 -16]	2	50
المجموع	**50**	/

المطلوب: حساب العشير الرابع والثامن

الحل:

1.تحديد رتبة العشير الرابع:

$$\frac{i.N}{10} = \frac{4 \times 50}{10} = 20$$

2.تحديد قيمة العشير الرابع:

$$D_4 = 8 + \left[\frac{\frac{4 \times 50}{10} - 18}{20}\right] \times 4 = 8.4$$

3.تحديد رتبة العشير الثامن:

$$\frac{i.N}{10} = \frac{8 \times 50}{10} = 40$$

4.تحديد قيمة العشير الثامن:

$$D_8 = 12 + \left[\frac{\frac{8 \times 50}{10} - 38}{10}\right] \times 4 = 12.8$$

تمارين المحور الثالث

تمرين 01:

لدينا السلسلة الإحصائية التالية: 2، 7، 8، 3، 4، 12.

أحسب كل من المتوسط الحسابي المتوسط الهندسي والمتوسط التوافقي؟.

أحسب الوسيط والمنوال؟.

قارن بين مختلف المتوسطات المتحصل عليها؟.

تمرين 02:

لدينا جدول التوزيع التكراري التالي:

الفئات	[10- [20	[20- [30	[30- [40	[40- [50	[50- [60	[60- [70	[70- [80
التكرار ni	10	12	16	20	12	6	4

المطلوب:

- أحسب مختلف المتوسطات (الوسط الحسابي، المتوسط الهندسي، المتوسط التوافقي، المتوسط التربيعي)؟
- ماذا تستنتج؟
- أحسب المنوال والوسيط.

تمرين 03:

الجدول التالي يوضح جدول التكرار النسبي لمدة اشتغال 60 مصباح كهربائي.

الفئات	[20- [40	[40- [60	[60- [80	]80-100]	]100-120]
التكرارالنسبي fi	4α	3α	5α	6α	2α

المطلوب:

- أوجد قيمة العنصر الثابت α وأتمم جدول التكرار النسبي؟
- استنتج الجدول التكراري المطلق واحسب كل من مراكز الفئات والتكرار التجميعي الصاعد والنازل؟
- احسب الوسط الحسابي بطريقتين؟

تمرين 04:

الجدول التالي يتعلق بمتوسط نقاط الطلبة في مادة الاحصاء في أربع أفواج:

الفوج	الفوج 1	الفوج 2	الفوج 3	الفوج 4
عدد الطلبة	25	30	40	35
المتوسط الحسابي للفوج	12.5	13	12	15.5

أحسب المتوسط الحسابي المرجح لنقاط الطلبة؟.

تمرين 05:

يمثل الجدول التالي توزيع N على مجموع تكرارات مجهول حسب الأعمار في مصنع ما:

الفئات	$]L_1-20]$	$]L_2-L_1]$	$]L_3-L_2]$	$]40-L_3]$	المجموع
التكرار ni	20	n_2	50	10	N

- أكمل الجدول إذا علمت أن قيمة الوسيط Me=30.5 ؟

تمرين 06:

تمت دراسة حول الأجور ل 100 عامل وكانت البيانات كما يلي:

الفئات	[100-150[	[150-200[	[200-250[	[250-300[	[300-350[	[350-400[	المجموع
التكرار ni	n_1	15	18	25	20	n_6	100

إذا علمت أن قيمة المتوسط الحسابي $\bar{X} = 258$، أحسب الوسيط والمنوال؟

تمرين 07:

لدينا جدول التوزيع التكراري لأوزان أكياس من الحبوب كما هو في الجدول التالي:

وزن الأكياس	[50-60[	[60-70[	[70-80[	[80-90[
عدد الأكياس ni	20	40	30	10

- احسب كافة الربيعات؟

حلول تمارين المحور الثالث

تمرين 01:

أولا لابد من ترتيب البيانات تصاعديا: 2، 3، 4،7،8، 12.

.1

أ.المتوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{2+3+4+7+8+12}{6} = 6$$

ب.المتوسط الهندسي:

طريقة1:

$$G = \sqrt[6]{2 \times 3 \times 4 \times 7 \times 8 \times 12}$$
$$G = \sqrt[6]{16128}$$
$$G = 5.026$$

طريقة2:

$$G = 10^{\left(\frac{1}{n}\sum \log Xi\right)} = 10^{\left(\frac{1}{6}\times 4.2075\right)} = 5.026$$

ج.المتوسط التوافقي:

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}}$$

$$H = \frac{6}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}} = 4.19$$

.2

أ.الوسيط:

لدينا عدد عناصر السلسلة الاحصائية زوجي وبالتالي يقع الوسيط بين القيمتين اللتين ترتيبهما P و P+1.

$$N = 2P \Rightarrow P = \frac{N}{2} = 3$$

ومنه: $P + 1 = 4$

القيمة التي تقابل P=3 هي 4.

القيمة التي تقابل P+1=4 هي 7.

وبالتالي الوسيط يساوي:

$$Me = \frac{4+7}{2} = 5.5$$

ب.المنوال:

المنوال هو القيمة الاكثر تكرارا في السلسلة الاحصائية وبما أن جميع القيم ليس لها تكرار إذن لا يمكن تحديد المنوال.

3.المقارنة بين المتوسطات:

من خلال النتائج السابقة فإن:

$$H < G < \overline{X}$$

تمرين 02:

الفئات	n_i	X_i	$n_i.X_i$	X_i^2	$n_i.X_i^2$	Log X_i	n_i Log X_i	n_i/X_i
[10- 20[	10	15	150	225	2250	1.176	11.76	0.666
[20- 30[	12	25	300	625	7500	1.397	16.764	0.48
[30- 40[	16	35	560	1225	19600	1.544	24.704	0.457
[40- 50[	20	45	900	2025	40500	1.653	33.06	0.444
[50- 60[	12	55	660	3025	36300	1.740	20.88	0.218
[60- 70[	6	65	390	4225	25350	1.812	10.872	0.092
[70-	4	75	300	5625	22500	1.875	7.5	0.053

]80								
المجموع	**80**	/	**3260**	/	**154000**	/	**125.54**	**2.41**

1.حساب المتوسطات:

أ.الوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{3260}{80} = 40.75$$

ب.الوسط الهندسي:

$$G = 10^{\left(\frac{1}{N}\sum n_i \log Xi\right)}$$

$$G = 10^{\left(\frac{1}{80}\times 125.54\right)} = 37.08$$

ج.الوسط التوافقي:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{X_i}} = \frac{80}{2.41} = 33.19$$

ج.الوسط التربيعي:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . Xi^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i}} = \sqrt{\frac{154000}{80}} = 43.87$$

2.من خلال النتائج فإن:

$$H < G < \overline{X} < Q$$

3.حساب المنوال والوسيط:

أ.الوسيط:

الفئات	**التكرار المطلق n_i**	**Ni↑**
]20 - 10]	10	10
]30 - 20]	12	22
]40 - 30]	16	38

]50 -40]	20	58
]60 -50]	12	70
]70 -60]	6	76
]80 -70]	4	80
المجموع	**80**	/

الفئة الوسيطة هي الفئة التي يزيد تكرارها التجميعي الصاعد أو يساوي القيمة $\frac{N}{2}$.

$$\frac{N}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

وبالتالي الفئة الوسيطة هي:]40- 50[

$$Me = 40 + \left[\frac{\frac{80}{2} - 38}{20}\right] \times 10$$

$$Me=41$$

ب.المنوال: هو العنصر الاكثر تكرارا في السلسلة الاحصائية.

$$M_o = 40 + \left(\frac{20 - 16}{(20 - 16) + (20 - 12)}\right) \times 10$$

$$M_o = 43.33$$

تمرين03:

1. مجموع التكرارات النسبية تساوي 1.

$$\sum F_i = 1 \Rightarrow 4\alpha + 3\alpha + 5\alpha + 6\alpha + 2\alpha = 1$$
$$\Rightarrow 20\alpha = 1$$

ومنه:

$$\alpha = 0.05$$

الفئات	التكرار النسبي f_i
]40 - 20]	0.2
]60 - 40]	0.15
]80 - 60]	0.25

]100 -80]	0.3
]120 -100]	0.1
المجموع	**1**

2. لحساب التكرارات المطلقة نستعين بالعلاقة التالية:

$$n_i = f_i \times N$$

الفئات	f_i	n_i	X_i	Ni↑	Ni↓
]40 - 20]	0.2	30	12	12	60
]60 - 40]	0.15	50	9	21	48
]80 - 60]	0.25	70	15	36	39
]100 -80]	0.3	90	18	54	24
]120 -100]	0.1	110	6	60	6
المجموع	**1**	**60**	/	/	/

3.حساب الوسط الحسابي:

الفئات	fi	ni	Xi	ni.Xi	fi.Xi
]40 - 20]	0.2	30	12	360	6
]60 - 40]	0.15	50	9	450	7.5
]80 - 60]	0.25	70	15	1050	17.5
]100 -80]	0.3	90	18	1620	27
]120 -100]	0.1	110	6	660	11
المجموع	**1**	**60**	/	**4140**	**69**

طريقة1:

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{4140}{60} = 69$$

طريقة2:

$$\overline{X} = \sum f_i . X_i = 69$$

تمرين04:

المتوسط الحسابي المرجح هو متوسط متوسطات الأفواج الأربعة ويرمز له بالرمز $\overline{\overline{X}}$.

$$\overline{\overline{X}} = \frac{\sum \overline{X}_i . n_i}{\sum n_i}$$
$$= \frac{(12.5 \times 25) + (13 \times 30) + (12 \times 40) + (15.5 \times 35)}{25 + 30 + 40 + 35}$$
$$= \frac{1725}{130}$$
$$= 13.26$$

تمرين05:

تحديد طول الفئات:

لدينا: $R = 40 - 20 = 20$

ومنه: $C = \frac{R}{4} = 5$

الفئات	ni	Ni↑
]25 - 20]	20	20
]30 - 25]	n_2	n_2+20
]35 - 30]	50	n_2+70
]40 -35]	10	n_2+80
المجموع	**N**	/

تحديد رتبة الوسيط:

$$\frac{N}{2} = \frac{n2 + 80}{2}$$

ومنه الفئة الوسيطة هي:]35 - 30[

$$Me = 30 + \left[\frac{\frac{80 + n_2}{2} - (20 + n_2)}{50}\right] \times 5$$

$$Me = 30.5 \Rightarrow 30 + \left[\frac{\frac{80 + n_2}{2} - (20 + n_2)}{50}\right] \times 5 = 30.5$$

$$\Rightarrow 20 - \frac{n_2}{2} = 5$$

$$\Longrightarrow n_2 = 30$$

الفئات	n_i	$Ni\uparrow$
]25 - 20]	20	20
]30 - 25]	30	50
]35 - 30]	50	100
]40 -35]	10	110
المجموع	**110**	/

تمرين06:

الفئات	n_i	X_i	$n_i.X_i$
]150 - 100]	n_1	125	$125n_1$
]200 - 150]	15	175	2625
]250 - 200]	18	225	4050
]300 -250]	25	275	6875
]350 -300]	20	325	6500
]400 -350]	n_6	375	$375n_6$
المجموع	**100**	/	**4140**

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

$$= \frac{125n_1 + 2625 + 4050 + 6875 + 6500 + 375n_6}{100}$$

$$\bar{X} = 258 \Rightarrow 125n_1 + 375n_6 + 20050 = 25800$$
$$\Rightarrow 125n_1 + 375n_6 = 5750$$

زيادة على ذلك لدينا:

$n_1+n_6=100-(15+18+25+20)=22$

ومنه:

$$\begin{cases} 125n_1 + 375n_6 = 5750 \\ n_1 + n_6 = 22 \end{cases}$$

وبالتالي:

$$\begin{cases} n_1 = 10 \\ n_6 = 12 \end{cases}$$

ومنه جدول التوزيع التكراري:

الفئات	n_i	Ni↑
]150 - 100]	10	10
]200 - 150]	15	25
]250 - 200]	18	43
]300 -250]	25	68
]350 -300]	20	88
]400 -350]	12	100
المجموع	**100**	/

حساب الوسيط Me:

رتبة الوسيط:

$$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

ومنه الفئة الوسيطة هي:]250 - 300]

$$Me = 250 + \left[\frac{50-43}{25}\right] \times 50 = 264$$

حساب المنوال:

الفئة المنوالية هي:]250- 300]

$$M_o = 250 + \left(\frac{7}{7+5}\right) \times 50 = 279.16$$

تمرين07:

الفئات	n_i	$Ni\uparrow$
]60 - 50]	20	20
]70 - 60]	40	60
]80 - 70]	30	90
]90 -80]	10	100
المجموع	**100**	/

حساب الربيع الأول Q_1:

تحديد رتبة الربيع Q_1:

$$\frac{i.N}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

ومنه:

$$Q_1 = 60 + \left[\frac{25-20}{40}\right] \times 10 = 61.25$$

حساب الربيع الثاني Q_2:

تحديد رتبة الربيع Q_2:

$$\frac{i.N}{4} = \frac{2 \times 100}{4} = 50$$

ومنه:

$$Q_2 = 60 + \left[\frac{50-20}{40}\right] \times 10 = 67.5$$

حساب الربيع الثالث Q_3:

تحديد رتبة الربيع Q_3:

$$\frac{i.N}{4} = \frac{3 \times 100}{4} = 75$$

ومنه:

$$Q_3 = 70 + \left[\frac{75 - 60}{30}\right] \times 10 = 75$$

المحور الرابع

مقاييس التشتت

تمهيد:

تطرقنا في المحور السابق إلى مقاييس النزعة المركزية و التي سمحت لنا بتحديد القيم المتوسطة للبيانات أو قيمة تمركزها، غير أن هذه المقاييس لا تعطي فكرة واضحة ووافية عن اختلاف قيم مفردات مجموعة البيانات، ولا تحقق كل الأغراض التي يريد الباحث الوصول إليها من دراسته وتحليلاته للبيانات .فالمتوسطات لا تبين طبيعة المجموعة ولا كيفية توزيع مفرداتها حول القيمة المركزية، ولتوضيح ذلك أخد المثال التالي الخاص بمجموعتين مكونة من 05 طلبة تحصلوا على العلامات التالية في مقياس الإحصاء.

المجموعة الأولى: 06 07 02 18 17

المجموعة الثانية: 12 07 10 11 10

ففي الوهلة الاولى يمكن استنتاج ان المجموعتين لهما نفس المستوى في مادة الاحصاء، الا ان الحقيقة غير ذلك ، حيث لو تمعنا جيدا في النقاط لوجدنا ان 3 من 5 طلبة في المجموعة الاولى لم يتحصلوا على المعدل بينما في المجموعة الثانية ،طالب من 5 طلبة لم يتحصل على المعدل.

من جهة أخرى لو اخذنا الفرق بين اعلى نقطة و ادناها في المجموعتين لوجدنا في المجموعة الاولى ان الفرق كبير و هو 18-02 = 16 و المجموعة الثانية الفرق يساوي 12-07 = 05 بمعنى أن النقاط قريبة جدا من بعضها و من وسطها الحسابي .

و عليه يمكن استنتاج أن المتوسط الحسابي او مقاييس النزعة المركزية عموما ليس كافيا لوصف البيانات أو تحليلها كميا ولا بد أن تكون مصحوبة بمقاييس أخرى لقياس مدى تباعد أو تقارب البيانات من بعضها البعض أو من متوسطها، تسمى هذه المقاييس بمقاييس التشتت. و عليه تستخدم مقاييس التشتت لإعطاء صورة واضحة عن مدى تقارب المشاهدات او تباعدها من بعضها البعض . فكلما زادت قيمة مقياس التشتت كلما زاد تشتت المشاهدات وكلما قلت قيمته كلما زاد التجانس بينها".

و يقصد بالتشتت دراسة مدى تقارب أو تباعد البيانات عن بعضها البعض أي عن وسطها الحسابي. فكلما كانت البيانات قريبة من بعضها البعض أي قريبة من الوسط الحسابي تكون متجانسة، والعكس كلما كانت البيانات بعيدة عن بعضها أي بعيدة عن الوسط الحسابي تكون البيانات متباعدة أو مشتتة.

يقاس التشتت بعدة مقاييس منها المدى ، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري، الانحراف الربيعي (نصف المدى الربيعي)، معامل الاختلاف

I.مقاييس التشتت (بيانات سلسلة إحصائية أو البيانات الغير مبوبة)

1.I.المدى (Range): [16]

المدى يمثل الفرق بين أعلى قيمة في مجموعة بيانات وأدناها، وهو مقياس يبين مدى تباعد القيم في سلسلة عددية ما. إذا كان المدى عددًا كبيرًا فإن القيم في السلسلة متباعدة عن بعضها ومشتتة، وإذا كانت قيمته صغيرة فإن القيم متقاربة.

$$R = X_{max} - X_{min}$$

مثال 01:

إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي:

16- 1- 8- 14 -2- 10 -5 -9

$$R = X_{max} - X_{min}$$
$$R = 16 - 01$$
$$R = 15$$

2.I.المدى الربيعي (I_Q) :

هو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول $(Q_3 - Q_1)$ فهو يعتمد على القيم الوسطى ويهمل القيم المتطرفة.

وذلك بإهمال القسم العلوي 25 ٪ من البيانات و القسم السفلي 25 ٪ من البيانات

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

نفس المثال:

إذا كانت العلامات التي تحصل عليها طالب في مقاييس إمتحانات السداسي الأول كما يلي:

16- 1- 8- 14 -2- 10 -5 -9

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

- حساب الربيع الأول Q_1 :

نرتب البيانات تصاعديا على النحو التالي: 1-2-5-8-9-10-14-16

[16] عبد القادر حليمي، **مدخل إلى الإحصاء** ، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004،ص 80.

$$PQ_1 = \frac{1(8+1)}{4} = 2.25$$

إذن الرتبة $PQ_1 = 2.25$ تقع بين القيمتين 2 و 5 و منه الربيع الأول هو متوسط القيمتين:

$$Q_1 = \frac{2+5}{2} = 3.5$$

– حساب الربيع الثالث Q_3 :

$$PQ_3 = \frac{3(8+1)}{4} = 6.75$$

إذن الرتبة $PQ_1 = 6.75$ تقع بين القيمتين 10 و 14 و منه الربيع الأول هو متوسط القيمتين :

$$Q_3 = \frac{10+14}{2} = 12$$

إذن:

$$I_Q = 12 - 3.5$$
$$I_Q = 8.5$$

3.I.الانحراف الربيعي (E_Q) :

يسمى أيضا نصف المدى الربيعي وهو أفضل من المدى لأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة مستبعد القيم المتطرفة من الأعلى والأسفل. و هو متوسط الفرق بين الربيعيين الثالث والأول ويحسب من الصيغة الرياضية:

$$E_Q = \frac{I_Q}{Q_2}$$
$$E_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$$

نفس المثال:

$$E_Q = \frac{I_Q}{Q_2}$$

$$E_Q = \frac{8.5}{Q_2}$$

$$E_Q = 4.25$$

4.I.التباين و الإنحراف المعياري:

هو الوسط الحسابي لمربع إنحرافات القيم عن وسطها الحسابي و هو يدل عن مدى تشتت قيم المتغير الإحصائي المدروس عن و سطها الحسابي و يرمز للتباين بـ $V(X)$ و الإنحراف المعياري بـ $\sigma(X)$ و الجدر التربيعي للتباين $\sigma(X) = \sqrt{V(x)}$ و يحسبان بالعلاقة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}$$

نفس المثال:

نعلم أن المتوسط الحسابي $\bar{X} = 8.125$

قيم المتغير (بيانات السلسلة) X_i	المتوسط الحسابي للقيم $\bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
1	8.125	50.76
2	8.125	37.51
5	8.125	9.76
8	8.125	0.01
9	8.125	1.26
10	8.125	4.51
14	8.125	37.51
16	8.125	66.01
$\sum$		**207.33**

إذن:

$$\sigma^2 = \frac{207.33}{8} = \mathbf{25.91}$$

$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{25.91}$ **= 5.09**

1- معامل الإختلاف النسبي:

و هو حاصل قسمة الإنحراف على المتوسط الحسابي أو هو نسبة الانحراف المعياري إلى الوسط الحسابي و يحسب بالعلاقة التالية :

$$CV = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\bar{X}} * 100$$

نفس المثال:

$$CV = \frac{\mathbf{5.09}}{8.125} * 100$$
$$CV = \mathbf{62.64}\ \%$$

II. مقاييس التشتت (حالة البيانات المبوبة بدون فئات)

1.II.المدى (R):

$$\mathrm{R} = \mathrm{X_{max}} - \mathrm{X_{min}}$$

مثال 02: البيانات التالية تمثل عدد الغرف لـ 20 مسكن .

2 ، 2 ، 2 ، 2 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3 ، 3 ، 3 ، 4 ، 4 ، 4 ، 4 ، 4 ، 4 ، 5 ، 5 ، 5 .

عدد الغرف (**Xi**)	2	3	4	5	$\sum$
المساكن (**ni**)	7	4	6	3	**20**

$$\mathrm{R} = \mathrm{X_{max}} - \mathrm{X_{min}}$$
$$\mathrm{R} = 5 - 2$$
$$\mathrm{R} = 3$$

2.II.المدى الربيعي ($\mathbf{I_Q}$) :

$$\mathrm{I_Q} = \mathrm{Q_3} - \mathrm{Q_1}$$

نفس المثال 02: البيانات التالية تمثل عدد الغرف لـ 20 مسكن .

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

حساب الربيع الأول Q_1 :

$$PQ_1 = \frac{N}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

من الجدول قيمة $Ni\uparrow \geq 5$ هي 11 و منه : $Q_1 = 3$

– حساب الربيع الثالث Q_3 :

$$PQ_3 = \frac{3\,N}{4} = \frac{3\,20}{4} = 15$$

من الجدول قيمة $Ni\uparrow \geq 15$ هي 17 و منه : $Q_3 = 4$

عدد الغرف (Xi)	المساكن (ni)	Ni↑
2	7	7
3	4	**11**
4	6	17
5	3	20
∑	**20**	

$Q_1 = 3$

$Q_3 = 4$

إذن:

$$I_Q = 4 - 3$$

$$I_Q = 1$$

II.3.الانحراف الربيعي (E_Q) :

$$E_Q = \frac{I_Q}{Q_2}$$

$$E_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$$

نفس المثال 02:

$$E_Q = \frac{I_Q}{Q_2}$$

$$E_Q = \frac{1}{2}$$

$$E_Q = 0.5$$

II.4.التباين و الانحراف المعياري:

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i(X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i(X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}}$$

نفس المثال 02: توزيع 20 مسكن حسب عدد الغرف

$n_i(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2$	n_i	X_i
10.9375	1.5625	07	02
0.25	0.0625	04	03
3.375	0.5625	06	04
9.1875	3.625	03	05
23.75	/	20	

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i(X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{23.75}{20} = 1.1875$$

$$\sigma = \sqrt{1.1875} = 1.089$$

II.5. معامل الاختلاف:

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{X}}.100$$

$$Cv = \frac{1.089}{3.25}.100 = 33.50\%$$

III. مقاييس التشتت (حالة البيانات المبوبة على شكل فئات)

III.1. المدى (R):

$$R = X_{max} - X_{min}$$

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة − الحد الأدنى الفئة الأولى

مثال 03: الجدول التالي يبين توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا:

الفئات	[0 - 4[	[4- 8[	[8 -12[	[12 -16[	[16 -20[	المجموع
n_i	03	15	20	10	02	**50**

$$R = X_{max} - X_{min}$$

$$R = 20 - 0$$

$$R = 20$$

III.2. المدى الربيعي (I_Q) :

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

نفس المثال 03: توزيع نقاط الطلبة في مقياس الإحصاء لـ 50 طالبا:

- **حساب الربيع الأول Q_1 :**

تحديد الفئة الربعية الأولى بحساب الرتبة $\frac{N}{4}$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $Ni\uparrow \geq 12.5$ كما هو موضح في الجدول:

$N^{\uparrow}$	n_i	X_i
03	03	]4-0]
18	15	]8-4]
38	20	]12-8]
48	10	-12]]16
50	02	-16]]20
/	50	المجموع

فئة الربيع الأول

فئة الربيع الثالث

$$Q_1 = 4 + \left[\frac{\frac{50}{4} - 03}{15}\right] 4$$

$$Q_1 = 6.53$$

- حساب الربيع الثالث $(\mathbf{Q_3})$:

تحديد الفئة الربعية الثالثة بحساب الرتبة $\frac{\mathbf{3}\ \boldsymbol{N}}{\mathbf{4}}$ معناه $\frac{\mathbf{3*50}}{\mathbf{4}} = 37.5$ و مقارنتها بالتكرار التجميعي الصاعد أي $N^{\uparrow} \geq 37.5$ كما هو موضح في الجدول:

$$Q_3 = 8 + \left[\frac{37.5 - 18}{20}\right] 4$$

$$Q_3 = 11.9$$

III.3. الانحراف الربيعي (E_Q) :

$$E_Q = \frac{I_Q}{Q_2}$$

$$E_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$$

نفس المثال 03:

$$E_Q = \frac{I_Q}{Q_2}$$

$$E_Q = \frac{11.9 - 6.53}{Q_2}$$

$$E_Q = 2.685$$

III.4. التباين والانحراف المعياري:

هو الوسط الحسابي لمربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي و هو يدل عن مدى تشتت قيم المتغير الإحصائي المدروس عن وسطها الحسابي ويرمز للتباين بـ $V(X)$ و الانحراف المعياري بـ $\sigma(X)$ والجذر التربيعي للتباين

$\sigma(X) = \sqrt{V(x)}$ ويحسبان بالعلاقة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i (C_i - \overline{X})^2}{\sum n_i} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (C_i - \overline{X})^2}{\sum n_i}}$$

نعلم من خلال المحور السابق أن $\overline{X} = 9.44$

الفئات	]4 - 0]	]8 -4]	]12 -8]	]16 -12]	]20 -16]	المجموع
n_i	03	15	20	10	02	**50**
C_i	2	6	10	14	18	/
$(C_i - \overline{X})^2$	55.35	11.83	2.07	29.59	89.11	
$n_i(C_i - \overline{X})^2$	165.9	177.45	41.4	290.59	178.22	**853.56**

$$\sigma^2 = \frac{853.56}{50} = 17.07$$

$$\sigma = \sqrt{17.07} = 4.13$$

III.5.معامل الإختلاف:

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{X}}.100$$

$$CV = \frac{4.13}{9.44}.100$$

$$\boxed{CV = 43.76\%}$$

تمارين غير محلولة للمحور الرابع

تمرين 01:

الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لأوزان عينة مكونة من 40 طالب بالكيلوغرام في كلية الاقتصاد.

الفئات	]50-40 [	]60-50]	]70-60]	]80-70]	]90-80]
التكرار ni	8	10	12	6	4

المطلوب:

- حساب المدى الربيعي والانحراف الربيعي
- حساب الانحراف المتوسط والتباين

تمرين 02:

الجدول التالي يبين المعلومات المتعلقة بتوزيع تكراري للمتغير Xi.

الفئات	$]L_1- L_0]$	$]L_2-L_1]$	$]L_3-L_2]$	$] L_4-L_3]$	$] L_5-L_4]$
التكرار ni	4	n_2	5	n_4	4
Xi	15	25	35	45	55
$(Xi-\overline{X})^2$	380.25	90.25	0.25	110.25	420.25

إذا علمت أن التباين يساوي 194.75

المطلوب:

- إتمام جدول التوزيع التكراري
- حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري
- حساب معامل الاختلاف

تمرين 03:

لدينا السلسلة الإحصائية للمتغير Xi كما يلي:

2 4 8 4 3 11 6

- أحسب المتوسط الحسابي والتباين

- لتكن السلسلة الإحصائية للمتغير Yi حيث Yi=8Xi استنتج المتوسط الحسابي والتباين للسلسلة Yi

تمرين 04:

برهن أن:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2}{n} - \overline{X}^2$$

قائمة المراجع:

- أماني موسى أحمد، التحليل الاحصائي للبيانات، معهد البحوث والدراسات الاحصائية، جامعة القاهرة، مصر، 2007.
- بنية صابرينة، محاضرات في الاحصاء الوصفي، جامعة ابن خلدون، تيارت، 2017-2018.
- سياغ أحمد رمزي، محاضرات في الاحصاء الوصفي، جامعة قاصدي مرباح، ورقلة، 2015.
- عبد القادر حليمي، مدخل إلى الاحصاء، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004.
- عماد توماكرش وآخرون، علم الاحصاء، المعهد التقني الموصل، العراق، 2014.
- محمد راتول، الاحصاء الوصفي، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.
- مراد ابراهيم الدعمة، مازن حسن الباشا، أساسيات في علم الاحصاء مع تطبيقات SPSS، الطبعة الاولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، 2013.
- مصطفى زايد، علم الاحصاء، الطبعة الثانية، مطابع الدار الهندسية، القاهرة، 2008.
- Abdennasser Chekroun, statistiques descriptives et exercices, université abou bekr belkaid, tlemcen, 2017-2018.
- P.Bailly, C.Carrére, Statistiques descriptives l'économie et les chiffres, Presses universitaires de Grenoble, France, 2015.