

Republique Algerienne Democratique Et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Centre Universitaire Belhadj Bouchaib de Aintemouchent

Institut des Sciences  
Département des Sciences de la Matière

Polycopie  
Transfert de chaleur: cours et exercices  
Domaine Physique Fondamentale S6 Licence LMD  
Préparé par Dr. FEKIH Zakia

Janvier 2018

## Sommaire

### Chapitre I: Généralités sur les transferts de chaleur

I.1 Introduction .....	02
1.2 Définitions .....	02
1.2.1 Champ de température .....	02
1.2.2 Gradient de température .....	02
1.2.3 Flux de chaleur .....	03
I.3. Introduction à la Conduction .....	03
I.4. Introduction à la Convection .....	04
I.5. Rayonnement .....	06
Applications comment s'effectuent les transferts thermiques ?.....	08

### Chapitre II: Transfert de chaleur par conduction

II. 1. Introduction .....	10
II. 2. Equation de diffusion de la chaleur-Loi de Fourier .....	10
II.2.1. Équation générale du bilan de transfert de chaleur par conduction dans un milieu immobile.....	11
II. 3. Conditions aux limites spatiales.....	12
II.3.1. Conditions de Dirichlet (1er type) .....	12
II.3.2. Conditions de Neumann (2ème type).....	12
II.3.3. Conditions de Fourier ou de Robin (3ème type) .....	12
II. 4. Exemples d'applications .....	13
II. 4. 1. Problème du mur plan en régime stationnaire .....	13
a) Mur simple.....	13
b) Mur multicouches .....	14
II.4.2. Problème de la conduite cylindrique (cylindre creux long (tube)).....	16
II.4.3 Surfaces auxiliaires ou ailettes en régime permanent .....	17
II.5. Exercices d'applications .....	21

### Chapitre III : Transfert de chaleur par convection

III.1. Introduction.....	24
III.2. Flux de chaleur échangé par convection – loi de Newton .....	24
III.3. Couches limites .....	25

III.4. Convection forcée .....	27
III.4.1. Dans un tube .....	28
III.5. convection libre.....	29
III.6. Résistance Thermique superficielle .....	30
III.7. Transfert de chaleur d'un fluide à un autre à travers une paroi .....	31
III.8. EXERCICES D'APPLICATION .....	33

### **Chapitre IV : Transfert de chaleur par rayonnement**

IV.1. Introduction et généralités .....	38
IV.2. Le corps noir .....	39
IV.3. La loi de Stefan-Boltzmann.....	39
IV.4. la loi de Planck.....	39
IV.5. Loi de Wien .....	40
IV.6. Lois du cosinus ou loi de Lambert.....	41
IV.7. Coefficient d'absorption et d'émission d'une surface .....	42
IV.8. Échange par rayonnement entre diverses surfaces séparées ou non par un gaz transparent .....	43
IV.8.1. Échange entre surfaces noires séparées par un milieu transparent .....	43
IV.9. EXERCICES D'APPLICATION .....	45
Références bibliographiques .....	49

## Liste des figures

Figure I.1: Isotherme et gradient thermique.....	02
Figure I.2: Exemple de transfert thermique par conduction .....	03
Figure I.3: Schéma du transfert de chaleur conductif.....	04
Figure I.4: Exemple de transfert thermique par convection .....	05
Figure I.5: Schéma du transfert de chaleur convectif .....	05
Figure I.6: Schéma du transfert de chaleur radiatif .....	06
Figure I.7: Exemple de transfert thermique par conduction .....	07
FigureII.1: Bilan thermique élémentaire sur un mur simple .....	13
Figure II. 2: Schéma électrique équivalent d'un mur simple .....	14
Figure II.3: Schématisation des flux et des températures dans un mur multicouches .....	15
Figure II.4: Schéma électrique équivalent d'un mur multicouche .....	16
Figure II.5 : Cylindre creux multicouches .....	17
FigureII.6: Section droite d'une ailette .....	19
Figure II.7: Différents types d'ailettes : (a) ailette droite à section constante, (b) ailette droite à section variable, (c) ailette annulaire, (d) ailette en forme d'aiguille à section variable. ....	21
Figure III.1: Schématisation du développement d'une couche limite.....	25
Figure III.2: Courbes de vitesse (a) et la température (b) dans la couche limite .....	26
Figure III.3: Couche limite hydrodynamique et thermique .....	26
Figure III.4: Transfert de chaleur à travers une paroi .....	31
Figure III.5: Transfert de chaleur à travers une paroi tubulaire .....	32
Figure IV.1. Processus d'échange thermique par rayonnement.....	38
FigureIV. 2: Représentation de la loi de déplacement de Wien .....	41

## **Liste des tableaux**

Tableau II. 1 : Conductivités de quelques matériaux .....	10
Tableau III.1: Ordre de grandeur du coefficient de transfert de chaleur par convection ....	25
Tableau III.2: Relations entre les différents critères adimensionnels .....	29

## Avant propos

Les notions de transfert de chaleur interviennent en complément de l'enseignement de thermodynamique. En effet, en thermodynamique on effectue des bilans énergétiques dans lesquels figure l'énergie chaleur mise en jeu. Cependant on n'explique pas la façon dont l'énergie chaleur est produite ou transférée au sein d'un corps ou d'un corps à l'autre.

L'enseignement dispensé dans cet élément permet donc de comprendre les différents mécanismes par lesquels se fait le transfert de la chaleur. Ainsi, on peut comprendre l'importance de l'énergie thermique qui intervient dans tous les domaines où s'exercent les activités humaines: Habitat, Industrie, Transport, ...

Ce cours est destiné aux étudiants de la troisième année du domaine science de la matière spécialité physique fondamentale. Il permet aux étudiants de maîtriser les différents phénomènes de transfert qui sont souvent liés et d'acquérir les notions fondamentales pour ces phénomènes. L'objectif de cette matière fondamentale est de présenter le phénomène de transmission de la chaleur et d'étudier avec plus de détails les modes de transfert: conduction, convection et rayonnement.

Cependant, ce cours est rédigé sous forme de quatre chapitres. Le chapitre un concerne des généralités sur le phénomène de transfert thermique, une idée générale est donnée sur les trois modes de transfert de chaleur (conduction, convection et rayonnement). Le chapitre deux présente l'étude du transfert de chaleur par conduction du point de vue macroscopique à la présentation de l'équation générale de la chaleur transférée par conduction tout en définissant la résistance thermique de contact. Dans ce chapitre trois exemples d'application sont donnés, celui d'une plaque plane, cylindre creux et sphères concentriques. A la fin de ce chapitre l'association des corps en série et en parallèle est présentée.

Le chapitre trois est consacré à l'étude du transfert de chaleur par convection et dans lequel est présentée la couche limite du transfert convectif et les deux types de convection forcée et naturelle.

Le dernier chapitre aborde le mécanisme d'échange de chaleur par rayonnement dans ces trois formes: émission, absorption et transmission.

## I.1 Introduction

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre.

La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.

## 1.2 Définitions

### 1.2.1 Champ de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température:  $T=f(x,y,z,t)$ . La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas:

- Champ de température indépendant du temps: le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps: le régime est dit variable ou transitoire.

### 1.2.2 Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température:

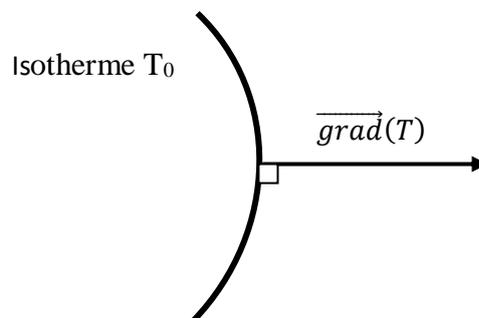


Figure I.1: Isotherme et gradient thermique

$$\overrightarrow{grad}(T) = \vec{n} \frac{\partial T}{\partial n} \text{ (I. 1)}$$

avec:

$\vec{n}$ : Vecteur unitaire de la normale

$\partial T/\partial n$ : dérivée de la température le long de la normale.

### 1.2.3 Flux de chaleur

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\varphi = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \quad (I. 2)$$

Où S est l'aire de la surface.

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps:

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} \quad (I. 3)$$

### I.3. Introduction à la Conduction

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts: une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

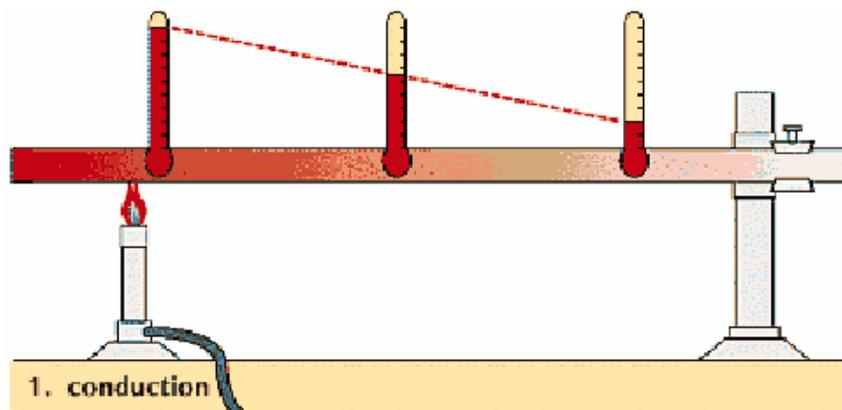


Figure I.2: Exemple de transfert thermique par conduction

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier: la densité de flux est proportionnelle au gradient de température:

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T) \text{ (I. 4)}$$

Ou sous forme algébrique:

$$\Phi = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \text{ (I. 5)}$$

Avec :

$\phi$  Flux de chaleur transmis par conduction (W)

$\lambda$  Conductivité thermique du milieu ( $\text{W m}^{-1}\text{°C}^{-1}$ )

$x$  Variable d'espace dans la direction du flux (m)

$S$  Aire de la section de passage du flux de chaleur ( $\text{m}^2$ )

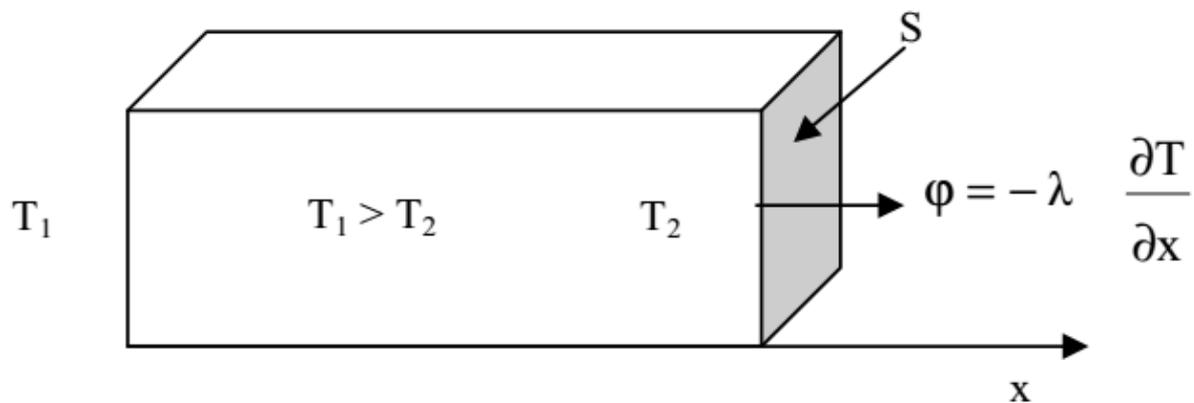


Figure I.3: Schéma du transfert de chaleur conductif

#### I.4. Introduction à la Convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide.

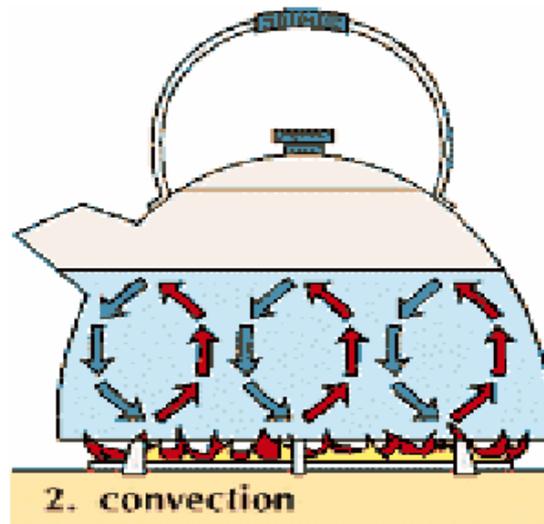


Figure I.4: Exemple de transfert thermique par convection

Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :

$$\Phi = h S (T_P - T_\infty) \quad (\text{I. 6})$$

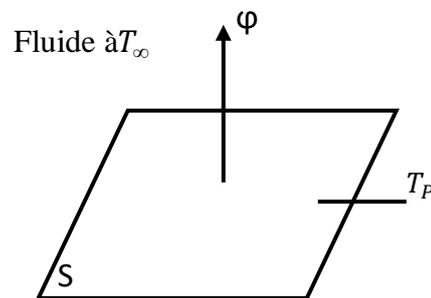


Figure I.5: Schéma du transfert de chaleur convectif

Avec:

$\phi$  Flux de chaleur transmis par convection (W)

$h$  Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $\text{W m}^{-2}\text{°C}^{-1}$ )

$T_P$  Température de surface du solide ( $\text{°C}$ )

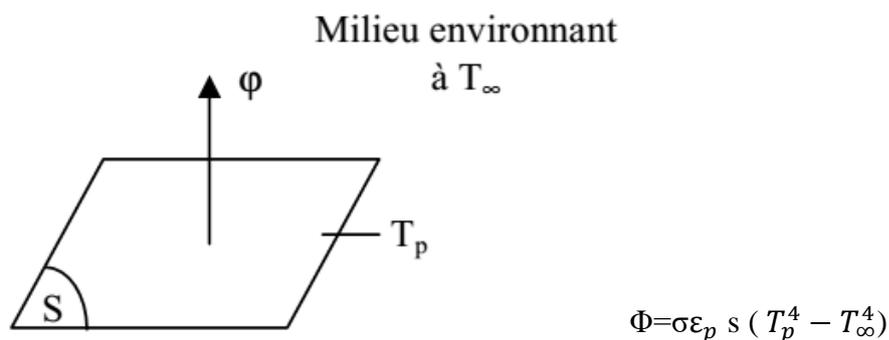
$T_\infty$  Température du fluide loin de la surface du solide ( $\text{°C}$ )

$S$  Aire de la surface de contact solide/fluide ( $\text{m}^2$ )

**Remarque:** La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection  $h$  est fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide.

### I.5. Rayonnement

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation:



**Figure 1.6:** Schéma du transfert de chaleur radiatif

Avec :  $\phi$  Flux de chaleur transmis par rayonnement (W)

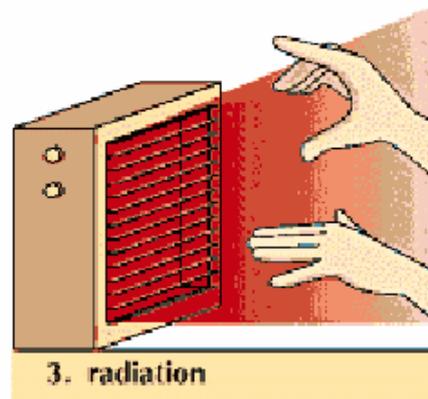
$\sigma$  Constante de Stefan ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$ )

$\epsilon_p$  Facteur d'émission de la surface

$T_p$  Température de la surface (K)

$T_\infty$  Température du milieu environnant la surface (K)

$S$  Aire de la surface ( $\text{m}^2$ )



**Figure I.7:** Exemple de transfert thermique par conduction

Dans de nombreux problèmes de transformation d'énergie thermique, les trois modes de transfert de chaleur coexisteront mais, généralement, au moins une des trois formes pourra être négligée, ce qui simplifiera le traitement mathématique de l'appareil de transfert. Nous pouvons dire dès à présent, qu'aux températures ordinaires, le transport par rayonnement est négligeable, mais il peut devenir notable et prépondérant lorsque le niveau de température augmente.

En outre, signalons que certains transferts thermiques sont accompagnés d'un transfert de matière entre deux phases. Le flux de chaleur transféré en présence d'un changement de phase dépend de la nature et des propriétés physico-chimiques des phases en présence. C'est le cas de l'ébullition, de la condensation, mais aussi des problèmes d'humidification, de séchage, de cristallisation, etc.

Dans ce qui suit nous allons présenter, pour les trois types de transport de la chaleur, les lois générales qui les gouvernent. Puis nous traiterons, de manière simple, quelques applications où le mode de transport de chaleur étudié est prédominant.

## Applications Comment s'effectuent les transferts thermiques ?

### 1) Identifier des modes de transferts thermiques

Certaines douches solaires sont constituées d'un sac plastique noir dans lequel on place de l'eau et que l'on expose au Soleil.

Identifier le mode de transfert thermique:

- a. du Soleil vers le sac plastique;
- b. du sac plastique vers l'eau qu'il contient;
- c. dans l'eau contenue dans le sac plastique.

#### Réponses

- a. Le transfert thermique du Soleil vers le sac se fait par rayonnement.
- b. Le transfert thermique du sac vers l'eau se fait par conduction.
- c. Le transfert thermique dans l'eau se fait par convection.

### 2) Illustrer des modes de transferts thermiques

En été et par beau temps, l'eau d'une piscine est à la température de 25°C. La température de l'air est de 30°C et celle du sol qui entoure la piscine est de 17°C. Dans cette situation, donner un exemple où un transfert thermique a lieu:

- a. par conduction; b. par convection; c. par rayonnement.

#### Réponses

- a. Il y a des transferts thermiques par conduction entre la piscine et le sol qui l'entoure, entre l'eau de la piscine et la couche d'air à son contact.
- b. Il y a des transferts thermiques par convection dans l'eau de la piscine, dans l'air.
- c. Il y a des transferts thermiques par rayonnement entre le Soleil et la piscine, et entre le Soleil et le sol.

### 3) Reconnaître un mode de transfert

Lors de la découpe d'une plaque métallique à l'aide d'une scie à métaux, on constate un échauffement important de la plaque et de la scie.

1. Comment varie l'énergie interne de la plaque métallique lors du découpage?
2. Par quel mode de transfert subit-elle cette variation d'énergie interne?

#### Réponses

1. La température de la plaque augmente, son énergie interne également.
2. La plaque reçoit un travail mécanique de la force de frottement de la scie sur la plaque. Ce travail augmente localement la température de la plaque. Il y a ensuite un transfert thermique par conduction dans toute la plaque.



## II. 1. Introduction

Le transfert de la chaleur par conduction est un transport de chaleur dans un milieu immobile ou mobile sans remous turbulent. Ce mode de transport de la chaleur est le seul à exister au sein d'un solide opaque, aussi la conduction concerne essentiellement les solides. Dans les liquides et les gaz le transport de la chaleur par conduction est très souvent négligeable devant les deux autres types de transport de la chaleur.

## II.2. Equation de diffusion de la chaleur-Loi de Fourier

Le flux de chaleur (dimension  $W/m^2$ ) transféré par conduction dans une direction donnée est proportionnel au gradient de température dans cette direction. Cette loi, dite de Fourier, est donc telle que la composante sur l'axe Ox du flux est égale à :

$$\varphi_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II. 1})$$

C'est la composante du flux sur l'axe Ox et T la température au point considéré. Dans cette loi, postulée dès 1822 par Fourier, le coefficient de proportionnalité est une caractéristique physico-chimique du point matériel désignée sous le nom de conductivité ou conductibilité thermique. Dans le système international, elle s'exprime en  $W/m.K$ .

Dans le tableau suivant sont reportées les conductivités de quelques corps solides, liquides et gazeux.

**Tableau II. 1.** conductivités de quelques matériaux

Matériau	$\lambda$ ( $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ )	Matériau	$\lambda$ ( $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ )
Chrome	449	Ardoise	2,2
Argent	419	Grès	1,8
Cuivre	386	Verre	0,78
Aluminium	204	Papier	0,48
Zinc	112	Chêne	0,17
Fer (pur)	73	Laine de verre	0,038
Acier Inox	16	Eau	0,556
Mercure	8,2	Air	0,0262

D'une façon générale, les métaux sont beaucoup plus conducteurs de la chaleur que les substances non métalliques. Les gaz sont plutôt mauvais conducteurs : le caractère isolant de la laine de verre est dû à la présence de l'air emprisonné entre les fibres.

### II.2.1. Équation générale du bilan de transfert de chaleur par conduction dans un milieu immobile

Soit un élément matériel de volume élémentaire  $dx dy dz$ . Nous devons appliquer à ce système élémentaire le bilan d'énergie en régime transitoire.

Le milieu solide étant soumis à ce des gradients de température, l'énergie interne du point matériel va varier. Le système étant immobile, son énergie cinétique est nulle, et les variations d'énergie potentielle sont négligeables. En fait, on se limite aux variations d'énergie interne et ceci restera valable même dans le cas où le système considéré est ouvert. Dans ces conditions, le bilan énergie s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot U \cdot dx \cdot dy \cdot dz) = \delta q + \delta W_s \quad (\text{II. 2})$$

$U$  est l'énergie interne par unité de masse  $\delta q$  et  $\delta W_s$  sont les débits élémentaires de chaleur et de travail fournis par le milieu extérieur au système.

Le débit élémentaire de travail d'origine mécanique est généralement nul. Le débit de chaleur  $\delta q_{se}$  compose d'une part de la chaleur fournie par le milieu extérieur au système par conduction, soit  $\delta q_c$ , et d'autre part de la chaleur engendrée à l'intérieur du volume élémentaire (effet joule, champ électromagnétique, bombardement électronique, etc.) soit  $\delta q_e$ .

$$\delta q_c = - \text{div } \varphi \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad \text{et} \quad \delta q_e = q_e \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

Le flux de chaleur par conduction s'écrit, de manière générale,  $-\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$ , et  $q_e$  est le débit de chaleur engendré par unité de volume.

or:

$$\text{div } \varphi = \text{div}(-\lambda \text{grad} T) = -\lambda \text{div}(\text{grad} T) = -\lambda \cdot \nabla^2 \cdot T \quad (\text{II. 3})$$

avec

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (\text{coordonnées cartésiennes})$$

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (\text{coordonnées cylindriques})$$

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \quad (\text{coordonnées sphériques})$$

L'équation devient:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot U \cdot d_x \cdot d_y \cdot d_z) = \lambda \cdot \nabla^2 T \cdot d_x \cdot d_y \cdot d_z + q_e \cdot d_x \cdot d_y \cdot d_z \quad (\text{II. 4})$$

Soit :

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \lambda \cdot \nabla^2 T = q_e \quad (\text{II. 5})$$

Ou encore :

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{q_e}{\lambda} \quad (\text{II. 6})$$

avec  $C_p$  capacité calorifique massique,  $q_e$  débit de chaleur engendré par unité de volume et

$\alpha = \lambda / \rho \cdot C_p$  diffusivité thermique ( $\text{m}^2/\text{s}$ ).

Les grandeurs physico-chimiques  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $C_p$  et donc  $\alpha$  sont supposées être, d'une part indépendantes de la température, et d'autre part, identiques dans tout le volume du solide (milieu à la fois homogène et isotrope).

### II. 3. Conditions aux limites spatiales

Elles expriment comment, à partir de l'instant zéro, varient sur les frontières du corps étudié, la température ou sa dérivée ou encore une combinaison des deux.

#### II.3.1. Conditions de Dirichlet (1<sup>er</sup> type)

La distribution de température  $T_s$  à la surface frontière considérée est donnée en fonction du temps et pour tous les points de la surface.  $T = f(x, y, z)$ . Le cas le plus courant est celui où  $T_s$  ne dépend ni de  $t$ , ni de l'espace (uniforme sur l'espace).

$$T_s = \text{constante}$$

#### II.3.2. Conditions de Neumann (2<sup>ème</sup> type)

On impose la densité de flux à la surface, pour tous les points de la surface en fonction du temps :  $\varphi_s(x, y, z, t)$

Le cas particulier intéressant est d'avoir  $\varphi_s = \text{constante} \quad \forall x, y, z$

#### II.3.3. Conditions de Fourier ou de Robin (3<sup>ème</sup> type)

Les 2 premiers types de conditions aux limites apparaissent comme les plus simples à considérer dans l'équation générale de la conduction, cependant on comprend aisément que la connaissance des températures du milieu ambiant de part et d'autre du solide considéré est un

cas concret particulièrement courant. Il s'agit des conditions de Fourier. On impose au fluide au fluide ambiant une température que l'on notera qui sera  $T_\infty$  connue.

Le milieu ambiant est généralement un fluide (exemple d'un mur dans l'air) et ce fluide est donc soumis à des phénomènes de convection et/ou de rayonnement. Il y a ainsi lieu d'introduire quelques notions sur ces deux mécanismes de transfert de chaleur que nous serons amenés à prendre en compte.

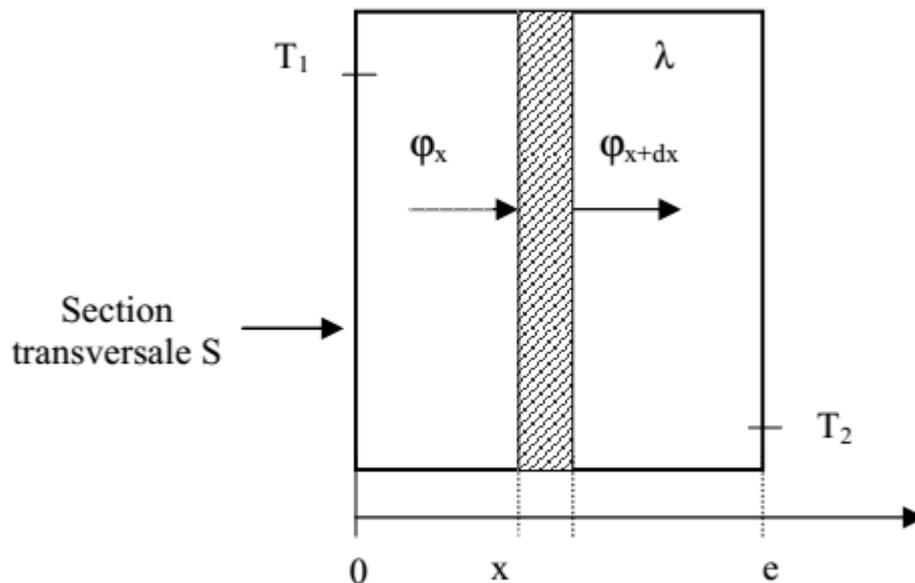
## II. 4. Exemples d'applications

### II. 4. 1. Problème du mur plan en régime stationnaire

- **Mur simple**

On se placera dans le cas où le transfert de chaleur est unidirectionnel et où il n'y a pas de génération ni de stockage d'énergie.

On considère un mur d'épaisseur  $e$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de grandes dimensions transversales dont les faces extrêmes sont à des températures  $T_1$  et  $T_2$ :



**Figure II.1:** Bilan thermique élémentaire sur un mur simple

En effectuant un bilan thermique sur le système (S) constitué par la tranche de mur comprise entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ , il vient :

$$\varphi_x = \varphi_{x+dx} \Rightarrow -\lambda S \left( \frac{dT}{dx} \right)_x = -\lambda S \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} \quad (\text{II. 7})$$

D'où :

$$\frac{dT}{dX} = A \text{ et } T(X) = A x + B \quad (\text{II. 8})$$

Avec les conditions aux limites:  $T(x = 0) = T_1$  et  $T(x = e) = T_2$

D'où :

$$T = T_1 - \frac{x}{e} (T_1 - T_2) \quad (\text{II. 9})$$

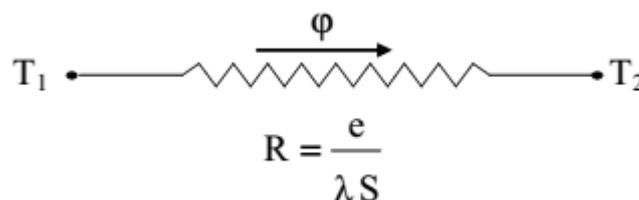
Le profil de température est donc linéaire. La densité de flux de chaleur traversant le mur s'en déduit par la relation :  $\Phi = -\lambda dT/dx$ , d'où

$$\Phi = \frac{\lambda (T_1 - T_2)}{e} \quad (\text{II. 10})$$

Cette dernière relation peut également se mettre sous la forme :

$$\varphi = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e}{\lambda S}} \quad (\text{II. 11})$$

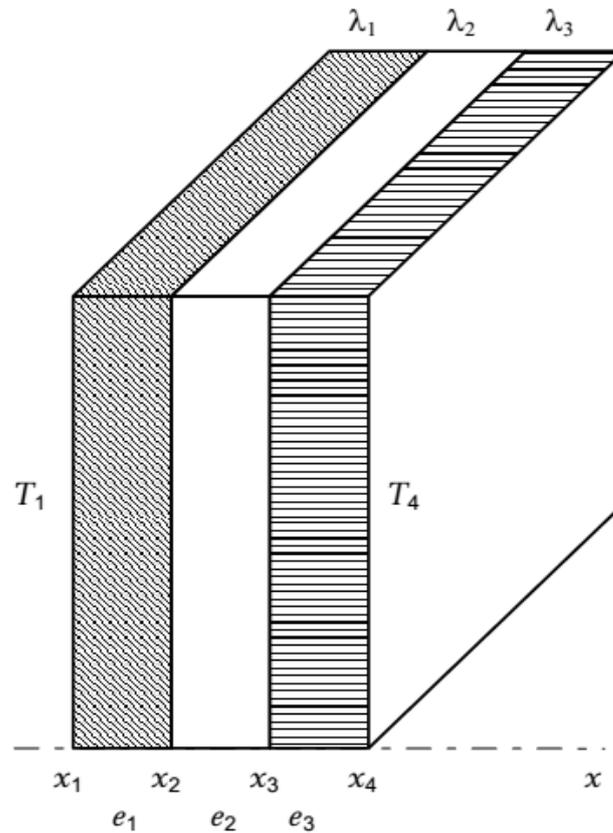
cette relation est analogue à la loi d'Ohm en électricité qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique. La température apparaît ainsi comme un potentiel thermique et le terme  $e / \lambda S$  apparaît comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur  $e$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de surface latérale  $S$ . On se ramène donc au schéma équivalent représenté sur la figure suivante :



**Figure II. 2:** Schéma électrique équivalent d'un mur simple

### b) Mur multicouches

C'est le cas des murs réels (schématisé sur la figure II. 3) constitués de plusieurs couches de matériaux différents et où les faces extérieures de ce mur composite sont maintenues aux températures constantes  $T_1$  et  $T_4$ , en régime stationnaire, et en l'absence de source interne, le débit de chaleur transféré est constant.



**Figure II.3:** Schématisation des flux et des températures dans un mur multicouche

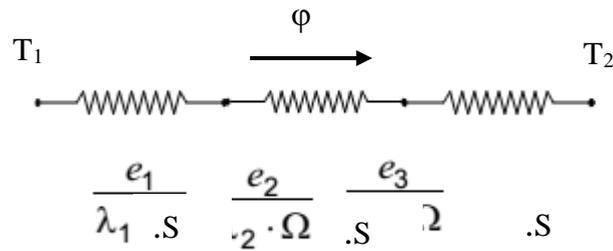
$$\Phi = \frac{T_i - T_{i+1}}{\frac{e_i}{\lambda_i \Omega}} \quad (\text{II. 12})$$

$$\Phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1 S}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{e_2}{\lambda_2 S}} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{e_3}{\lambda_3 S}} \quad (\text{pour } i=1,2,3) \quad (\text{II. 13})$$

$$\Phi = \frac{T_1 - T_4}{\frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{e_3}{\lambda_3 S}} \quad (\text{II. 14})$$

$$\Phi = S \cdot \frac{T_1 - T_4}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}} \quad (\text{II. 15})$$

On vérifiera aisément que les différentes valeurs  $(e_i/\lambda_i \cdot S)$  correspondent à des résistances thermiques qui, placées en série, s'additionnent comme les résistances électriques dont le schéma électrique équivalent est représenté sur la figure II.4.



**Figure II.4:** Schéma électrique équivalent d'un mur multicouche

#### II.4.2. Problème de la conduite cylindrique (cylindre creux long (tube))

On considère un cylindre creux de conductivité thermique  $\lambda$  de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$  et de longueur  $L$ . La paroi interne du tube est à température  $T_1$  et la paroi externe à  $T_2$ . On dit que le débit de chaleur transféré par conduction dans le tube est radial si la longueur de la conduite est grande par rapport à son diamètre, autrement dit, On suppose que le gradient longitudinal de température est négligeable devant le gradient radial.

En l'absence de source de chaleur interne, le débit de chaleur transféré par conduction sur une surface cylindrique comprise entre la surface interne et la surface externe est constant. Soit  $\Phi$  ce débit.

$$\Phi = \dot{Q} = \varphi \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot L) = -\lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \quad (\text{II. 16})$$

$$-\int_{T_1}^{T_2} 2 \cdot \pi \cdot L \cdot dT = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\Phi}{r} dr \quad (\text{II. 17})$$

$$T_1 - T_2 = \frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (\text{II. 18})$$

$$\Phi = \lambda \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} (T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (\text{II. 19})$$

Cette dernière relation peut s'écrire, en introduisant  $e = R_2 - R_1$ :

$$\Phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \frac{e}{R_2 - R_1} \ln \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot R_2}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot R_1}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{\lambda \cdot (S_2 - S_1)} \ln \frac{S_2}{S_1}} \quad (\text{II. 20})$$

$$\Phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{\lambda \cdot \bar{S} \ln_{1,2}}} \quad (\text{II. 21})$$

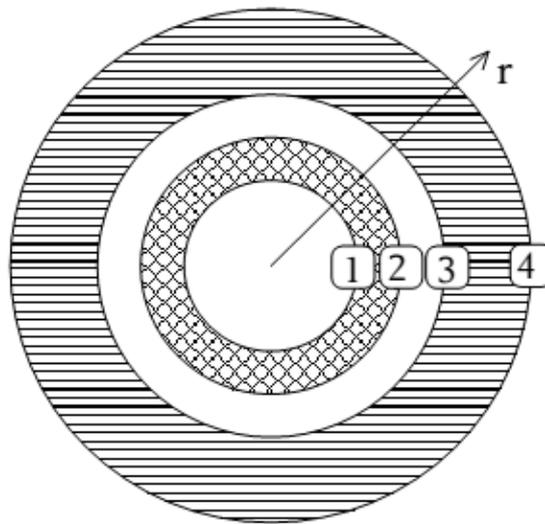
La quantité

$$\bar{S}_{ln_{1,2}} = \frac{S_2 - S_1}{\ln \frac{S_2}{S_1}} = \bar{S}_{ln_{1,2}} = \frac{S_1 - S_2}{\ln \frac{S_1}{S_2}} \quad (\text{II. 22})$$

est appelée moyenne logarithmique des surfaces  $S_1$  et  $S_2$ .

- **Cylindre creux multicouches**

Le raisonnement développé pour le mur composite peut être reproduit pour la conduite gainée multicouches, à condition de remplacer  $S$  par les moyennes logarithmiques respectives :



**Figure II.5** : cylindre creux multicouches

$$\Phi = \frac{T_1 - T_4}{\frac{e_1}{\lambda_1 \bar{S}_{ln_{1,2}}} + \frac{e_2}{\lambda_2 \bar{S}_{ln_{2,3}}} + \frac{e_3}{\lambda_3 \bar{S}_{ln_{3,4}}}} \quad (\text{II. 23})$$

On retrouve les résistances thermiques qui, placées en série, s'additionnent :

$$\frac{e}{\lambda \cdot \bar{S}_{ln}}$$

### II.4.3 Surfaces auxiliaires ou ailettes en régime permanent

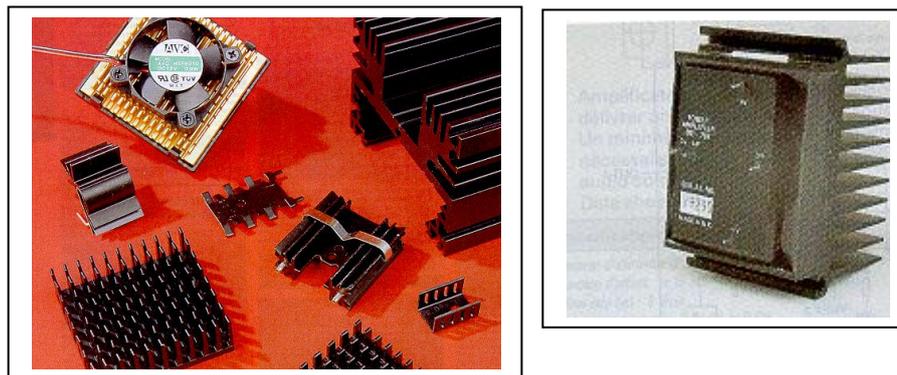
Jusqu'à présent nous avons essentiellement abordé des applications liées à l'isolation thermique, il arrive cependant au contraire que l'on cherche à augmenter le transfert de

chaleur. Ce cas se produit souvent lorsque le transfert de chaleur entre la surface et le fluide est faible ; On adjoint alors à la paroi des surfaces auxiliaires qui sont appelées **aillettes**.

Les applications des ailettes sont maintenant très nombreuses et très développées :

- ailettes placées sur des conduites de vapeur d'eau chaude pour assurer le chauffage (radiateur)
- refroidissements de moteur
- échangeurs thermiques (centrales thermiques)
- électricité : « radiateurs » de refroidissement d'éléments électriques, comme dans les transformateurs
- microélectronique et informatique

A titre d'exemple sont présentées ci-dessous quelques photos d'aillettes vendues dans le commerce pour la microélectronique ou l'électricité qui constituent parmi les plus importants champs d'application.



*Photos tirées du catalogue « Bioblock 2003 »*

Considérons une ailette d'épaisseur  $e$ , de longueur  $L$ , de largeur  $H$ . L'épaisseur est supposée être petite par rapport à la longueur et la largeur. On néglige toutes les variations de température sur une section droite de l'ailette, et on suppose que  $T_{est}$  fonction de la seule distance  $x$  par rapport au mur.

On pose :

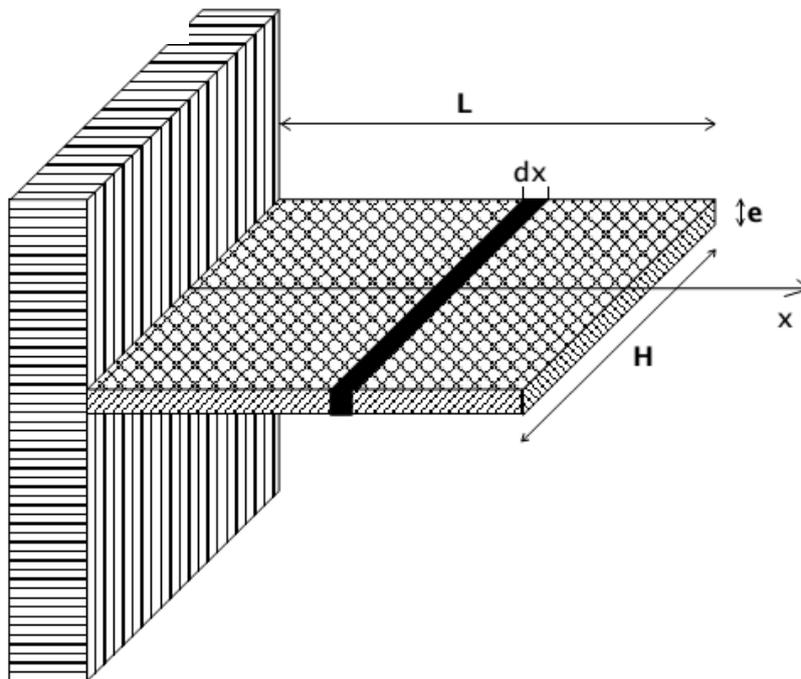
- $T_F$  température du fluide extérieur
- $T_0$  température du mur, et donc de l'ailette en  $x=0$
- $\lambda$  conductivité thermique de l'ailette
- $h$  coefficient d'échange moyen entre l'ailette et l'air

Considérons le petit volume en forme de parallélépipède de largeur H, d'épaisseur e et de longueur dx:

- Il reçoit de la chaleur par conduction, du côté du mur, sur une surface  $S_d = H \cdot e$ .
- Il cède de la chaleur par conduction par la face opposée, sur la même surface S.
- Il cède de la chaleur par convection sur une surface  $S_v = P \cdot dx$  où  $P = 2(H + e)$  est le périmètre.

Sur ce petit volume, le bilan thermique va s'écrire:

$$\varphi_x \cdot S_d - \varphi_{x+dx} \cdot S_d - h \cdot S_v (T_x - T_F) = 0 \quad (\text{II. 24})$$



**Figure II.6:** Section droite d'une ailette

Or:

$$\varphi_{x+dx} = \varphi_x + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \cdot dx \text{ et } \varphi_x \quad (\text{II. 25})$$

$$\varphi_{x+dx} = \varphi_x + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} dx \text{ et } \varphi_x = - \lambda \cdot \frac{dT_x}{dx} \quad (\text{II. 26})$$

Soit:

$$\varphi_x - \varphi_{x+dx} = - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} dx \text{ et } \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} = - \lambda \cdot \frac{d^2 T_x}{dx^2} \quad (\text{II. 27})$$

Ce qui donne :

$$\lambda \cdot \frac{d^2 T_x}{dx^2} \cdot d_x \cdot S_d - h \cdot P \cdot d_x \cdot (T_x - T_F) = 0 \quad (\text{II. 28})$$

$$\frac{d^2 T_x}{dx^2} - \frac{h.P}{\lambda.S_d} \cdot (T_x - T_F) = 0 \quad (\text{II. 29})$$

Remarquons que l'expression  $\lambda S_d / h P$  a la dimension d'une surface.

Posons :

$$\theta = T_x - T_F D = \sqrt{\frac{\lambda.S_d}{h.P}} \text{ et } X = \frac{x}{D}$$

L'équation précédente devient finalement :

$$\frac{d^2 \theta}{dX^2} - \theta = 0 \quad (\text{II. 30})$$

Notons que  $\theta$  a la dimension d'une température, alors que  $X$  est sans dimension.

La solution de l'équation différentielle du second ordre est du type:

$$\theta = A \cdot \cosh(X) + B \cdot \sinh(X) \quad (\text{II. 31})$$

On détermine  $A$  et  $B$  à partir des conditions aux limites:

- $x=0$  donne  $X=0$  et  $\theta = T_0 - T_F = \theta_0$  donc  $A = \theta_0$ .
- $x=L$  donne  $X = L/D$  et  $d\theta/dX = 0$  (en négligeant la transmission de chaleur en bout d'ailette)

soit :

$$\left. \frac{d\theta}{dX} \right|_{x=L/D} = \theta_0 \cdot \sinh\left(\frac{L}{D}\right) + B \cdot \cosh\left(\frac{L}{D}\right) = 0 \quad (\text{II. 32})$$

La distribution de température s'écrit alors:

$$\theta = \theta_0 \cdot \left( \cosh(X) - \frac{\sinh\left(\frac{L}{D}\right)}{\cosh\left(\frac{L}{D}\right)} \cdot \sinh(X) \right) = \theta_0 \cdot \frac{\cosh\left(\frac{L}{D} - X\right)}{\cosh\left(\frac{L}{D}\right)} \quad (\text{II. 33})$$

$$T = T_F + (T_0 - T_F) \cdot \frac{\cosh\left(\frac{L}{D} - X\right)}{\cosh\left(\frac{L}{D}\right)} \quad (\text{II. 34})$$

La température à l'extrémité ( $x = L$ ) s'écrit:

$$T_L = T_F + \frac{T_0 - T_F}{\cosh\left(\frac{L}{D}\right)} \quad (\text{II. 35})$$

L'écoulement de chaleur à l'intérieur de l'ailette, pour  $x = 0$  est donné par:

$$\varphi_0 = -\lambda \cdot S_d \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = \lambda \cdot S_d \cdot \frac{T_0 - T_F}{D} \cdot \left. \frac{\sinh\left(\frac{L-x}{D}\right)}{\cosh\left(\frac{L}{D}\right)} \right|_{x=0} \quad (\text{II. 36})$$

$$\varphi_0 = \frac{\lambda S_d}{D} \cdot (T_0 - T_F) \cdot \tanh \frac{L}{D} = \sqrt{\lambda \cdot S_d \cdot h \cdot P} \cdot (T_0 - T_F) \cdot \tanh \left( L \cdot \sqrt{\frac{h \cdot P}{\lambda \cdot S_d}} \right) \quad (\text{II. 37})$$

Le rendement d'une ailette est défini comme étant le rapport entre la chaleur réellement transmise à travers l'ailette et la chaleur qui serait transmise par convection ou rayonnement à partir de la surface de base de la tige, si l'ailette était supprimée.

$$\eta = \frac{\frac{\lambda S_d}{D} \cdot (T_0 - T_F) \cdot \tanh \frac{L}{D}}{h \cdot S_d \cdot (T_0 - T_F)} \quad (\text{II. 38})$$

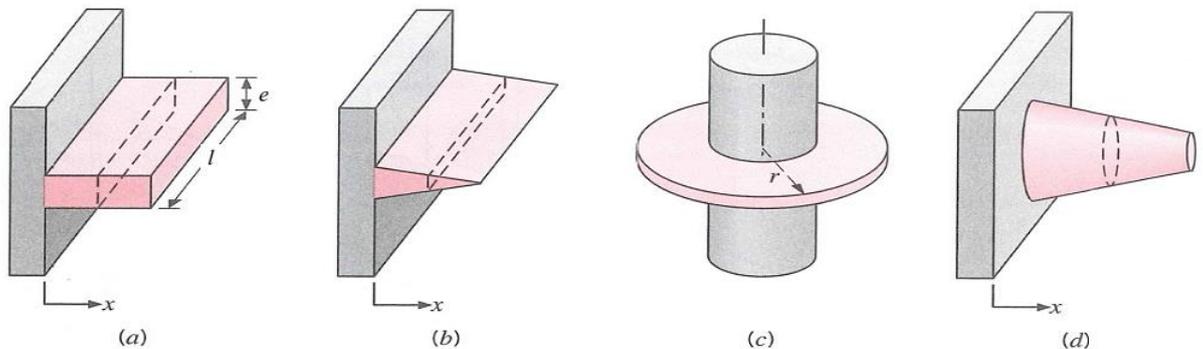
$$\eta = \sqrt{\frac{P \cdot \lambda}{h \cdot S_d}} \cdot \tanh \left( L \cdot \sqrt{\frac{h \cdot P}{\lambda \cdot S_d}} \right) \quad (\text{II. 39})$$

ou encore, en remarquant que ( $e \ll H$ ):

$$\frac{P}{S_d} = \frac{2 \cdot (H + e)}{H \cdot e} \approx \frac{2 \cdot H}{H \cdot e} = \frac{2}{e} \quad (\text{II. 40})$$

$$\eta = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda}{e \cdot h}} \cdot \tanh \left( L \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{e \cdot \lambda}} \right) \quad (\text{II. 41})$$

Il existe plusieurs configurations d'ailettes (voir figure ci-dessous), dont le choix, dans la pratique, est conditionné par de nombreux critères: l'espace disponible dans le système, le poids, la facilité de fabrication, les coûts... Il faut également prendre en compte la perturbation de l'écoulement engendrée par la présence des ailettes (pertes de charge).



**Figure II.7:** différents types d'ailettes : (a) ailette droite à section constante, (b) ailette droite à section variable, (c) ailette annulaire, (d) ailette en forme d'aiguille à section variable.

## II.5. EXERCICES D'APPLICATIONS

### Exercice 1

Calculer la perte calorifique au travers d'un mur en briques de 8 cm d'épaisseur, 4 m de hauteur et de 2 m de largeur. Les températures des deux faces du mur sont respectivement de 35°C et de 3°C. ( $\lambda = 0,69 \text{ W/m} \cdot \text{°C}$ ).

**Exercice 2**

Le mur d'un four comporte trois couches de matériaux différents accolées les unes aux autres :

- Une couche de briques réfractaires ( $\lambda = 1,21 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$ );
- Une couche de revêtement calorifuge ( $\lambda = 0,08 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$ );
- Une couche de briques ( $\lambda = 0,69 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$ ).

Chaque couche a une épaisseur de 10 cm. La température est de  $872^\circ\text{C}$  à l'intérieur du four et de  $32^\circ\text{C}$  à l'extérieur.

1. Si la surface du mur est de  $42\text{m}^2$ , calculer la perte calorifique par conduction pendant 24 heures.
2. Quelle est la température  $T_m$  au milieu du revêtement ?

**Exercice 3**

Un tuyau cylindrique ayant une température intérieure constante de  $85^\circ\text{C}$  est isolé par une couche d'isolant de 10 cm d'épaisseur et de conductibilité thermique  $\lambda = 0,0462 + 0,00015 T \text{ (W/m.K)}$ . La conduite a un diamètre intérieur de 9 cm et l'épaisseur de sa paroi est de 6 mm ( $\lambda = 1,52 \text{ W/m.K}$ ).

1. Calculer les pertes thermiques par mètre linéaire sachant que la température à la surface de l'isolant est de  $20^\circ\text{C}$ .
2. On utilise cette conduite, d'une longueur de 100 mètres, pour véhiculer de l'eau chaude dont le débit est de 1200 l/h. La température d'entrée de l'eau est de  $86^\circ\text{C}$  et on désire qu'elle sorte à  $84^\circ\text{C}$ . Quelle épaisseur minimale d'isolant doit-on mettre autour de la conduite pour atteindre cet objectif ?

**Exercice 4**

Un tube cylindrique en acier de diamètre intérieur 18 mm et de diamètre extérieur 20 mm est recouvert d'un manchon cylindrique en amiante ( $\lambda_m = 0,200 \text{ W/m. } ^\circ\text{C}$ ) d'épaisseur  $e$ . Le tube cylindrique baigne dans un milieu extérieur à  $15^\circ\text{C}$  et le coefficient de transfert de chaleur convectif avec l'air ambiant est  $h_c = 11,6 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . La température intérieure du tube métallique étant maintenue constante à  $100^\circ\text{C}$  (condensation de vapeur d'eau saturée sous 1 atm), on demande de trouver le débit de chaleur par unité de longueur de tube transféré vers le milieu extérieur en fonction de l'épaisseur du manchon isolant.

- Montrer qu'il existe une épaisseur de ce manchon pour laquelle le flux transféré est maximal.
- Déterminer l'épaisseur permettant de réduire par un facteur 2 les pertes par rapport au tuberon calorifugé.

Que faut-il penser de ces résultats ?

Donnée complémentaire : conductibilité thermique de l'acier  $\lambda_a = 45,2 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ .

### Exercice 5

Le dispositif représenté par le schéma, supposé à symétrie sphérique, est destiné à isoler thermiquement de l'extérieur une cavité, initialement remplie d'azote liquide. La paroi  $r = R_0$  est donc maintenue à 80 K. Un petit événement, que l'on négligera, impose la pression atmosphérique dans la cavité.

La face externe de la première enceinte métallique  $R_0 < r < R_1$  et la face interne de la seconde  $R_2 < r < R_3$  sont polies, de telle façon que les échanges radiatifs soient négligeables. L'espace intermédiaire  $R_1 < r < R_2$  est rempli d'air.

La deuxième enceinte métallique est entourée d'une couche d'isolant thermique  $R_3 < r < R_4$ .

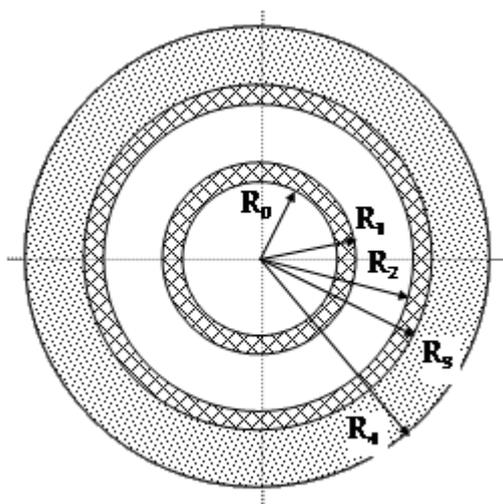
La surface externe du dispositif  $r = R_4$  est baignée par l'air ambiant à la température  $T_{\text{ex}} = 25^\circ\text{C}$ . On ne considèrera qu'un transfert convectif avec une valeur constante  $h_c$  du coefficient de transfert.

1. Calculer les pertes thermiques à travers l'enceinte.
2. Calculer au bout de combien de temps la moitié de l'azote liquide sera vaporisée.

#### Données :

Masse volumique de l'azote  $\rho = 808 \text{ kg/m}^3$ .

Chaleur latente de vaporisation à la pression atmosphérique  $L_v = 2 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$  à 80 K.



$$\begin{aligned} R_0 &= 0,146 \text{ m} \\ R_1 &= 0,150 \text{ m} \\ R_2 &= 0,200 \text{ m} \\ R_3 &= 0,204 \text{ m} \\ R_4 &= 0,300 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{air}} &= 0,025 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \\ \lambda_{\text{métal}} &= 15 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \\ \lambda_{\text{isolant}} &= 0,010 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$h_c = 10 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

### III.1. Introduction

Le transfert de chaleur par convection apparaît entre deux phases dont l'une au moins est mobile, en présence d'une différence de température. Le mouvement des phases peut être provoqué par une *dégradation d'énergie mécanique*, le transfert de chaleur est dit de convection *forcée*. Le *mouvement* peut être provoqué par l'existence même du transfert de chaleur par suite de l'apparition dans le milieu d'une *différence de masse volumique*, le transfert de chaleur est dit de convection *naturelle ou libre*.

### III.2. Flux de chaleur échangé par convection – loi de Newton

Quel que soit le type de convection (libre ou forcée) et quel que soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), le flux de chaleur  $\Phi$  est donné par la relation dite loi de Newton:

$$\Phi = h_c S \Delta\theta \text{ (III. 1)}$$

$h_c$  : coefficient d'échange convectif,

$S$ : surface d'échange,

$\Delta\theta$ : différence de température entre le fluide et le solide.

Le problème majeur à résoudre avant le calcul du flux de chaleur consiste à déterminer le coefficient de transfert de chaleur par convection  $h$  qui dépend d'un nombre important de paramètres: caractéristiques du fluide, de l'écoulement, de la température, de la forme de la surface d'échange,... On trouvera dans le tableau (III.1) l'ordre de grandeur du coefficient de transfert de chaleur par convection pour différentes configurations.

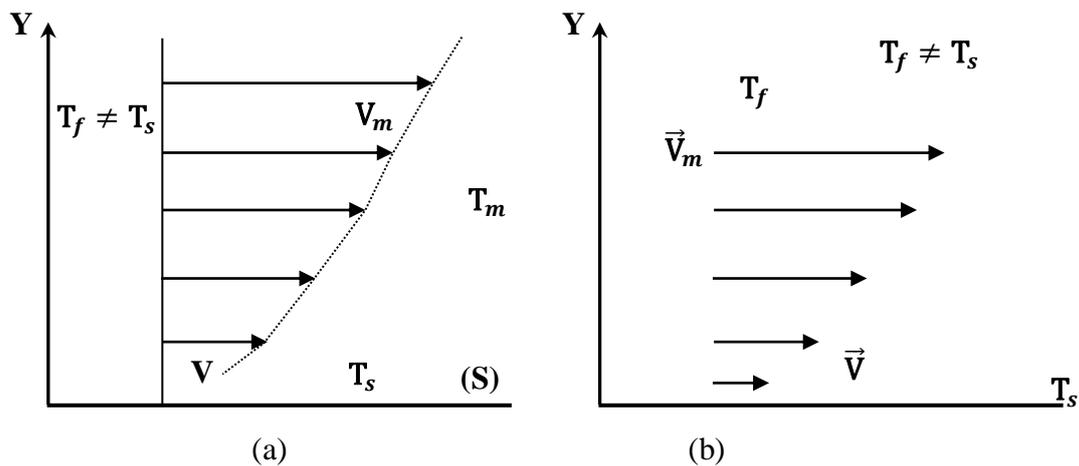
Configuration	$h$ ( $\text{Wm}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )
<u>Convection naturelle</u>	
Dans un gaz	2-10
Dans un liquide	100-1000
<u>Convection forcée</u>	
Avec un gaz	10-200
Avec un liquide	100-5000
<u>Ebullition de l'eau</u>	
Dans un récipient	2500-35000
En écoulement dans un tube	5000-100000
<u>Condensation de l'eau sous 1 atm</u>	
Sur une surface verticale	1000-11000
A l'extérieur de tubes horizontaux	10000-25000

**Tableau III.1:** Ordre de grandeur du coefficient de transfert de chaleur par convection

### III.3. Couches limites

L'étude des écoulements au voisinage des parois est nécessaire pour la détermination des échanges thermiques par convection entre un solide et le fluide qui l'entoure.

Considérons un fluide qui s'écoule le long d'une surface  $S$ , figure (III.1.a).

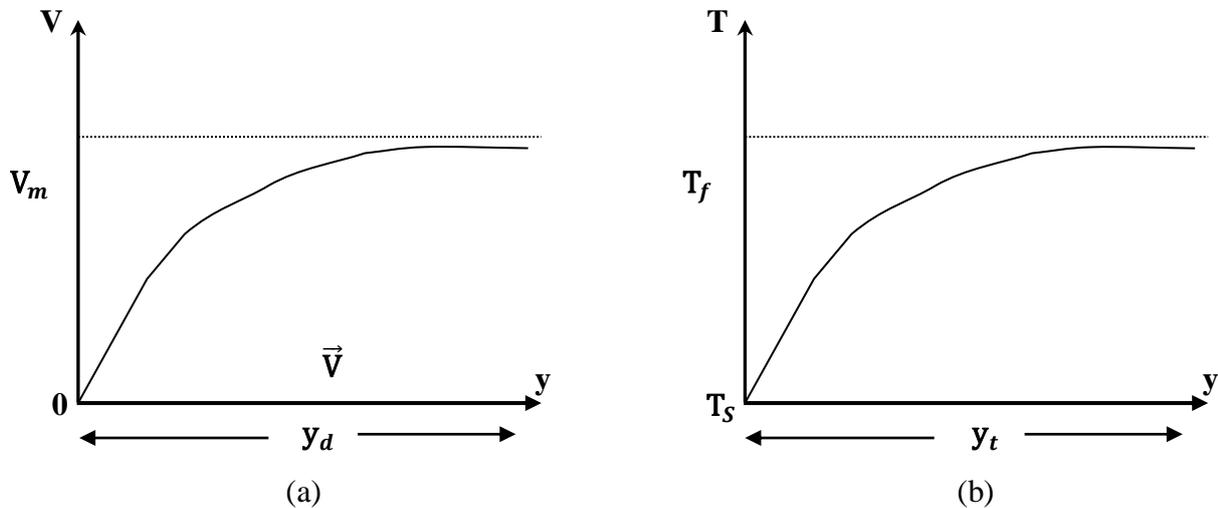


**Figure III.1:** Schématisation du développement d'une couche limite.

Loin de la surface, le fluide a une vitesse moyenne  $V_m$  et une température moyenne  $T_m$ .

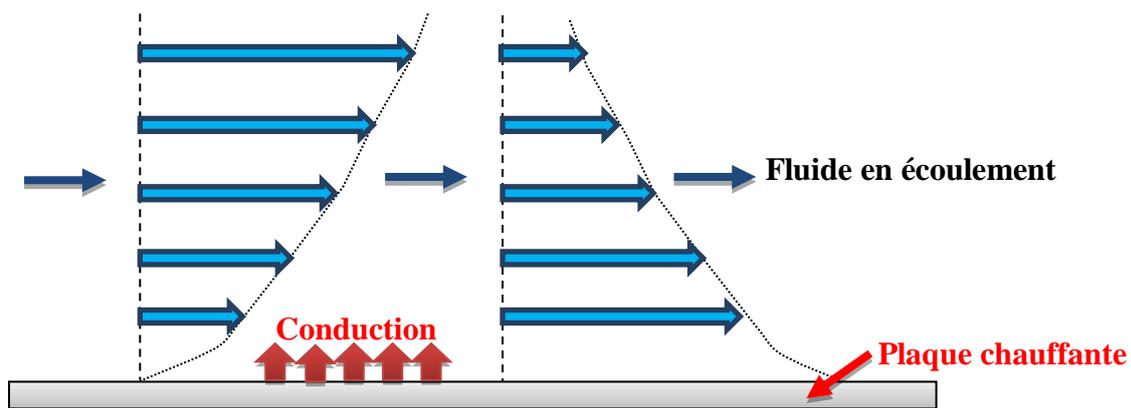
Au voisinage immédiat de la surface, la température du fluide est très voisine de celle de la surface. La vitesse du fluide est quasiment nulle, figure (III.1.b).

Les diagrammes des vitesses et des températures, dans la direction  $y$  perpendiculaire à la surface, définissent une couche de fluide appelée 'couche limite' dont la température et la vitesse ont l'allure des courbes suivantes:



**Figure III.2:** Courbes de vitesse (a) et de température (b) dans la couche limite.

On définit ainsi deux couches limites  $y_d$  et  $y_t$  de quelques mm d'épaisseur.



**Figure III.3:** Couche limite hydrodynamique et thermique

Au voisinage de la surface se développe les couches limites hydrodynamique et thermique dans lesquelles on observe la variation de la vitesse et de la température.

Le transfert de chaleur de la plaque vers le fluide résulte de 2 mécanismes:

- Au voisinage immédiat de la surface, le transfert se fait par conduction;
- Loin de la surface le transfert résulte aussi du déplacement du fluide.

Dans la couche limite, si on admet que le transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction, donc sans transfert de matière dans la direction  $y$ , on peut écrire :

La quantité de chaleur à ce travers la surface (S) :

$$\partial Q = -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \cdot dA \cdot dt \text{ (III. 2)}$$

La quantité de chaleur à travers la couche limite :

$$\partial Q = -\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \cdot dA \cdot dt \text{ (III. 3)}$$

$T_s$  est la température de la surface du solide et

$T_f$  la température moyenne du fluide assez loin de la paroi.

$$T_f = T_f(y) \text{ et } T_s = T_s(y) \text{ (III. 4)}$$

La loi de Newton permet de contourner cette difficulté en utilisant seulement la différence de températures ( $T_s - T_f$ ).

$$\partial Q = h_c \cdot (T_s - T_f) dA \cdot dt \text{ (III. 5)}$$

### III.4. Convection forcée

C'est un transfert d'énergie qui s'accompagne de mouvement de molécules dans un fluide (liquide ou gaz). Il y a projection par un dispositif mécanique des molécules sur le dispositif chauffant. Le mouvement provoque le transfert de chaleur.

Exemple de transfert par convection: échange entre chaud et froid dans des échangeurs (convection forcée), refroidissement d'une tasse de liquide chaud en soufflant dessus (convection forcée), diffusion au-dessus d'un radiateur électrique (convection naturelle s'il n'y a pas de soufflerie dans le radiateur). La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression, qui favorisera le brassage du fluide. Lorsqu'un fluide de température  $T_f$  est placé en contact avec une surface  $S$  de température  $T_s$ , il se crée un flux de chaleur  $\Phi$  de la zone chaude vers la zone froide donné par la relation suivante:

$$\Phi = hS \cdot (T_f - T_s) \text{ (III. 6)}$$

#### Remarques :

2. Il est clair dans cette relation que deux facteurs favorisent la convection: la surface de contact et le coefficient  $h$ .
3. Le coefficient  $h$ , exprimé en  $W / (m^2 \cdot ^\circ K)$ , est la conductance thermique de convection, ou coefficient d'échange thermique par convection. Ce coefficient est assez difficile à calculer car il dépend de la conduction entre les particules du fluide qui se rencontrent et le mélange naturel et/ou forcé du fluide.
3. Au niveau de la surface de contact on observe un phénomène de conduction entre le solide et le fluide, il est cependant exclu des calculs car moindre comparé au transfert convectif.

### III.4.1. Dans un tube

$h_c$  dépend

- $V_m$  vitesse moyenne du fluide m/s
- $\rho$  Masse volumique du fluide kg/m<sup>3</sup>
- $C_p$  Chaleur spécifique du fluide J/kg. °C
- $\mu$  Viscosité dynamique du fluide Pa.s
- $\lambda$  Conductivité thermique du fluide W/m°C
- $D$  diamètre intérieur du tube m
- $X$  abscisse m.



**Remarque:**  $h$  en convection forcée ne dépend pas de  $(T_f - T_s)$ .

A partir du théorème de Vaschy-Buckingham,  $h$  peut s'exprimer en fonction de 4 unités fondamentales (nombres adimensionnels)

➤ **Le nombre de Nusselt**

Il caractérise l'échange thermique entre le fluide et la paroi. Il est tel que:

$$N_U = \frac{h \cdot D}{\lambda} \text{ (III. 7)}$$

➤ **Le nombre de Reynolds**

Il caractérise le régime d'écoulement:

$$R_e = \frac{\rho \cdot u_M \cdot D}{\mu_M} \text{ (III. 8)}$$

- $R < 2000$  écoulement laminaire
- $R > 3000$  écoulement turbulent.

➤ **Le nombre de Prandtl**

Il caractérise les propriétés thermiques du fluide

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \text{ (III. 9)}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \text{ (III. 10)}$$

$x/D$  = abscisse réduite. Ce rapport permet de tenir compte des perturbations dues aux extrémités de la conduite.

➤ **Relations entre les différents critères adimensionnels**

A partir d'études expérimentales des corrélations sont proposées par différents auteurs.

Calcul préalable du nombre de Reynolds. Si  $Re < 2300$  l'écoulement est laminaire. Au

delà de  $Re > 10\ 000$  l'écoulement est turbulent. Entre 2300 et 10 000 on parle de zone critique (à éviter si possible).

À partir des nombres de Reynolds et Prandtl, on détermine, plus ou moins facilement, et avec plus ou moins de précision, le nombre de Nusselt. C'est le Nusselt qui nous donnera alors le coefficient de convection  $h_c$ .

<b>écoulement laminaire</b>	$N_U = 3.66$ lorsque la température de paroi est constante $N_U = 4.36$ lorsque le débit calorifique à travers la paroi est constant	Pour une conduite longue : le régime laminaire est établi
<b>Écoulement turbulent Dittus –Boelter (1930)</b>	$N_U = 0.023.Re^{0.8}.Pr^{0.4}T_p > T_m$ $N_U = 0.023.Re^{0.8}.Pr^{0.3}T_p < T_m$	$Re > 10^4$ $0,6 < Pr < 160$
<b>Sieder – Tate (1936)</b>	$N_u = 0.027.Re^{4/5}.Pr^{1/3} \left( \frac{\mu_m}{\mu_p} \right)^{0.14}$	$Re > 10^4$ $0,7 < Pr < 16700$
<b>Petukhov (1970) Gnielinski (1976)</b>	$f = (0.79.\ln(Re) - 1.64)^{-2}$ facteur de frottement (adimensionnel) $N_u = \frac{(Re-1000).Pr \cdot \frac{f}{8}}{1 + 12,7.(Pr^{2/3} - 1) \cdot \sqrt{\frac{f}{8}}} \cdot \frac{(Re-1000).Pr}{8.(0,79.\ln(Re) - 1,64)^2} \cdot \frac{12,7.(Pr^{2/3} - 1)}{(0,79.\ln(Re) - 1,69) \cdot \sqrt{8}}$	$3000 < Re < 10^4$ $0,5 < Pr < 2000$

**Tableau III.2:** Relations entre les différents critères adimensionnels

Formule de petukhov-GNIELINSKI :

$$N_u = \frac{(Re-1000).Pr}{\sqrt{\frac{8}{f}} \left[ \sqrt{\frac{8}{f}} + 12,7.(Pr^{2/3} - 1) \right]} \quad \text{(III. 11)}$$

$$N_u = \frac{(Re-1000).Pr}{(2,234.\ln(Re) - 4,639) \cdot [(2,234.\ln(Re) - 4,639) + 12,7.(Pr^{2/3} - 1)]} \quad \text{(III. 12)}$$

### III.5. convection libre

Le mouvement de l'eau qui bout dans une casserole que l'on chauffe relève du phénomène de la convection; l'eau des zones les plus chaudes (celles qui sont au fond de la casserole) se dilatent et s'élèvent (*poussée d'Archimède*) tandis que celle des zones les plus froides descend. Le mouvement d'ensemble des molécules d'eau dû à des différences de température est ce qu'on appelle la convection naturelle.

Les applications de la convection naturelle sont nombreuses: Chauffage d'une maison (cas d'un radiateur), formation de courants océaniques, Formation des vents dans l'atmosphère ...

### Exemple de calcul

De l'air à 5 °C circule sur une surface plane de 75cm de long et 30cm de large à la température 71°C, avec une vitesse moyenne de 26,8m/s.

Calculer la puissance-chaleur échangée entre l'air et la surface.

*Données :*

Température de l'air:  $T_{\text{air}} = 5 \text{ °C}$

Masse volumique de l'air:  $\rho = 1,136 \text{ kg/m}^3$

Chaleur spécifique isobare de l'air :  $c_p = 1 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Viscosité dynamique de l'air:  $\mu = 1,91 \cdot 10^{-5} \text{ Poiseuille (kg.m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$

Conductivité de l'air:  $\lambda = 0,027 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

- Calcul du nombre de Reynolds

$$\bullet \quad Re = \frac{v \cdot L}{\nu} = \frac{v \cdot L \cdot \rho}{\mu} = \frac{26,8 \times 0,75 \times 1,136}{1,91 \times 10^{-5}} = 1,2 \cdot 10^6$$

$Re > 3 \cdot 10^5$ , le régime d'écoulement est turbulent

$V = 26,8 \text{ m/s} = 96,5 \text{ km/h}$  la convection est forcée

- Nombre de Nusselt

$$Nu = 0,036 Pr^{1/3} \times Re^{4/5} \quad (\text{III. 13})$$

- Nombre de Prandtl

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} = \frac{1,91 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3}{0,027} = 0,711 \quad (\text{III. 14})$$

$$Nu = 0,036 (0,711)^{1/3} \times (1,2 \cdot 10^6)^{4/5} = 2346 \quad (\text{III. 15})$$

### III.6. Résistance Thermique superficielle

Considérons un fluide de température  $T_1$  qui circule au voisinage d'une paroi de température  $T_2$ . La densité de flux de chaleur échangée s'écrit:

$$\phi = h_c (T_1 - T_2) \quad (\text{III. 16})$$

D'où

$$(T_1 - T_2) = \frac{1}{h_c} \cdot \phi = R_{th} \cdot \phi \quad (\text{III. 17})$$

L'analogie avec la loi d'Ohm permet de définir la résistance thermique superficielle  $R_{th} (\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1})$ .

$$R_{th} = \frac{1}{h_c} \text{ (III. 18)}$$

### III.7. Transfert de chaleur d'un fluide à un autre à travers une paroi

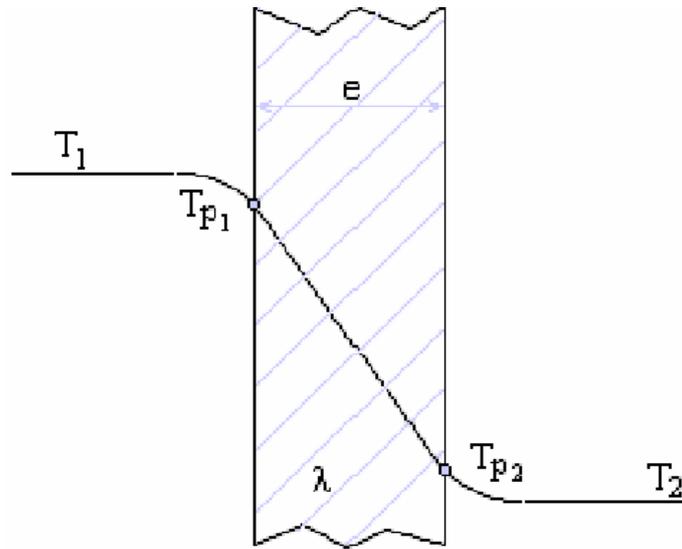
Ce problème se rencontre fréquemment dans les échangeurs de chaleur.

➤ *Paroi plane*

En régime stationnaire, le flux de chaleur à travers une surface  $S$  donnée est conservatif.

Il est donc aisé d'exprimer l'égalité des flux de chaleur:

$$Q = h_{c1} \cdot S \cdot (T_1 - T_{p1}) = \frac{\lambda}{e} \cdot S \cdot (T_{p1} - T_{p2}) = h_{c2} \cdot S \cdot (T_{p2} - T_2) \text{ (III. 19)}$$



**Figure III.4:** transfert de chaleur à travers une paroi

D'où

$$(T_1 - T_{p1}) = \frac{\dot{Q}}{h_{c1} \cdot S} \text{ (III. 20)}$$

$$(T_{p1} - T_{p2}) = \frac{\dot{Q} \cdot e}{\lambda \cdot S} \text{ (III. 21)}$$

$$(T_{p2} - T_2) = \frac{\dot{Q}}{h_{c2} \cdot S} \text{ (III. 22)}$$

Et :

En ajoutant membre à membre ces équations, on obtient:

$$(T_1 - T_2) = \frac{\dot{Q}}{S} \cdot \left( \frac{1}{h_{c1}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}} \right) \text{ (III. 23)}$$

Ou encore:

Posons:

$$\dot{Q} = \frac{1}{\left(\frac{1}{h_{c1}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}\right)} \cdot S \cdot (T_1 - T_2) \text{ (III. 24)}$$

$$K = \frac{1}{\left(\frac{1}{h_{c1}} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}}\right)} \text{ (III. 25)}$$

L'équation précédente devient donc:

$$\dot{Q} = K \cdot S \cdot (T_1 - T_2) \text{ (III. 26)}$$

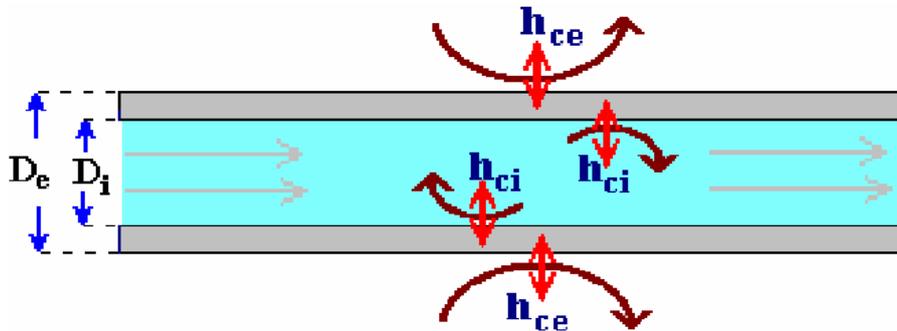
K étant le coefficient de transfert global (en  $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ), et  $R = 1/K$  est la résistance thermique globale.

Dans le cas d'une paroi plane composée (épaisseurs  $e_1, e_2, e_3 \dots$  et conductivités  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots$ ), le même calcul conduit à la *résistance thermique globale*:

$$\frac{1}{K} = \left(\frac{1}{h_{c1}} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \dots + \frac{1}{h_{c2}}\right) \text{ (III. 27)}$$

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{h_{c1}} + \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i} + \frac{1}{h_{c2}} \text{ (III. 28)}$$

➤ *Paroi tubulaire*



**Figure III.5:** transfert de chaleur à travers une paroi tubulaire

Rappel :

$$R_\lambda = \frac{e}{\lambda \cdot S} \text{ (III. 29)}$$

Mur

$$\dot{Q} = h_c \cdot S \cdot (T_1 - T_2) \text{ (III. 30)}$$

Cylindre

$$\dot{Q} = 2\pi\lambda L \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \text{ (III. 31)}$$

$$R_{\lambda} = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\lambda L} |\varphi| \quad (\text{III. 32})$$

En régime stationnaire, l'égalité des flux de chaleur donne :

$$\dot{Q} = h_{ce} D_e \pi L (T_e - T_{pe}) = \lambda \frac{2\pi L}{\ln \frac{D_e}{D_i}} (T_e - T_{pe}) = h_{ci} D_i \pi L (T_{pi} - T_i) \quad (\text{III. 33})$$

Paroi tubulaire

$$\dot{Q} = h_{ce} D_e \pi L (T_e - T_{pe}) = \lambda \frac{2\pi L}{\ln \frac{D_e}{D_i}} (T_{pe} - T_{pi}) = h_{ci} D_i \pi L (T_{pi} - T_i) \quad (\text{III. 34})$$

Un calcul analogue à ce celui d'une paroi plane donne :

$$\dot{Q} = \frac{\pi L}{\left(\frac{1}{h_{ce} \cdot D_e} + \frac{1}{2\lambda} \ln \left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{1}{h_{ci} \cdot D_i}\right)} \cdot (T_e - T_i) \quad (\text{III. 35})$$

$$\dot{Q} = K \cdot L (T_e - T_i) \quad (\text{III. 36})$$

Avec  $k$  le coefficient de transfert global (en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ), et  $1/k$  la résistance thermique globale.

Dans le cas d'un tube à paroi composée :

$$K = \frac{\pi}{\frac{1}{h_{ce} \cdot D_e} + \sum_i \frac{1}{2\lambda_i} \ln \left(\frac{D_e}{D_i}\right) + \frac{1}{h_{ci} \cdot D_i}} \quad (\text{III. 37})$$

### III.8. EXERCICES D'APPLICATION

#### Exercice1

De l'eau à  $25^\circ\text{C}$ , alimente un tube de 2,5 cm de diamètre, permettant de refroidir un réacteur nucléaire, avec un débit de 100 l/mn.

Déterminer le débit de chaleur transféré et la température de l'eau à la sortie pour un tube de 4,5 m de long, la température de la surface interne du tube étant constante et égale à  $150^\circ\text{C}$ .

Viscosité  $\mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

Capacité calorifique  $C_P = 4,18 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$

Masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Conductibilité thermique  $\lambda = 0,64 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$

#### Exercice2

De l'eau à  $20^\circ\text{C}$  alimente avec un débit volumique total de 800 l/mn un échangeur constitué d'un faisceau tubulaire de 20 tubes cylindriques en parallèle de 2 cm de diamètre intérieur.

A l'extérieur de ce faisceau se condense de la vapeur d'eau saturée à  $100^\circ\text{C}$ , ce qui permet de

maintenir la température des parois extérieures du faisceau à  $100^{\circ}\text{C}$ . En admettant que leur épaisseur est négligeable, on demande de préciser la longueur de chacun des tubes du faisceau permettant d'amener la température de l'eau de  $20^{\circ}\text{C}$  à  $80^{\circ}\text{C}$ .

Les propriétés physico-chimiques de l'eau seront supposées indépendantes de la température :

Viscosité  $\mu = 8.10^{-4} \text{ Pa.s}$

Capacité calorifique  $C_P = 4,18 \text{ kJ/kg.}^{\circ}\text{C}$

Masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Conductibilité thermique  $\lambda = 0,64 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C}$

### Exercice 3

De l'eau à  $10^{\circ}\text{C}$  est préchauffée dans un serpentin cylindrique de 10 m de long et de 1 cm de diamètre intérieur. La température de la paroi extérieure est maintenue constante et égale à  $100^{\circ}\text{C}$ .

1. En supposant que le coefficient de transfert global entre la paroi extérieure du serpentin cylindrique et le fluide intérieur est constant tout au long de l'échangeur, quelle est la température de l'eau à la sortie du serpentin, le débit massique d'eau à  $10^{\circ}\text{C}$  étant égal à 3 kg/mn.
2. A la sortie du serpentin, l'eau chaude alimente un circuit de chauffage par l'intermédiaire d'un tube cylindrique de 4 cm de diamètre recouvert par un manchon cylindrique d'isolant de 4 cm d'épaisseur et de conductibilité thermique  $\lambda = 0,07 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C}$ .

La température du milieu extérieur est constante et égale à  $20^{\circ}\text{C}$  et le coefficient de transfert convectif de chaleur avec le milieu extérieur étant constant et égal à  $11,6 \text{ W/m}^2.{}^{\circ}\text{C}$ , on demande de préciser la température de l'eau chaude à l'extrémité de 25 m de conduite thermiquement isolée. Quel est le pourcentage d'énergie perdue au cours du transport par rapport au débit de chaleur fourni dans le serpentin.

Les propriétés physico-chimiques de l'eau seront supposées indépendantes de la température :

$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$   $\mu = 10^{-3} \text{ Pa.s}$

$C_P = 4,18 \text{ kJ/kg.}^{\circ}\text{C}$   $\lambda = 0,64 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C}$

### Exercice 4

Un local est composé de murs composites :

- Bois à l'extérieur: Conductivité thermique:  $\lambda_b = 0,15 \text{ W/m.K}$  et épaisseur  $e_b = 20 \text{ mm}$

- Calorifuge au milieu: Conductivité thermique:  $\lambda_c = 0,038 \text{ W/m.K}$  et épaisseur  $e_c = 100 \text{ mm}$
- Plâtre à l'intérieur: Conductivité thermique:  $\lambda_p = 0,17 \text{ W/m.K}$  et épaisseur  $e_p = 10 \text{ mm}$

En hiver, il faut maintenir une température intérieure  $T_i = 19^\circ\text{C}$ , le coefficient de convection intérieure étant  $h_i = 30 \text{ W/m}^2.\text{K}$  pour une température moyenne extérieure de  $T_e = -2^\circ\text{C}$  et un coefficient de convection extérieure  $h_e = 60 \text{ W/m}^2.\text{K}$ . La surface totale des parois est de  $350 \text{ m}^2$ .

1. Évaluer les déperditions thermiques du local.
2. Déterminer le pourcentage d'augmentation de ces déperditions lorsqu'en hiver la violence du vent entraîne une augmentation du coefficient de convection à une valeur  $h'_e = 300 \text{ W/m}^2.\text{K}$ .
3. Déterminer la résistance qui contrôle le transfert de chaleur.
4. Pour tenir compte des conditions de températures extérieures plus réalistes, les fluctuations des températures nocturnes et diurnes au cours de 24 heures sont représentées par les équations suivantes :

$$T_e (\text{K}) = 273 + 5 \sin(2\pi t/24) \quad 0 < t < 12 \text{ h}$$

$$T_e (\text{K}) = 273 + 11 \sin(2\pi t/24) \quad 12 \text{ h} < t < 24 \text{ h}$$

En considérant des conditions quasi-stationnaires (accumulation de chaleur négligeable au sein des parois) déterminer les pertes journalières de chaleur du local pour  $h_e$  de la question 1.

### Exercice 5

Une conduite cylindrique en acier (diamètre intérieur 53 mm, diamètre extérieur 60 mm,  $\lambda = 40,4 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$ ) transportant de la vapeur est calorifugée par 32 mm d'un revêtement fondu à haute température, composé de terre à diatomée et d'amiante ( $\lambda = 0,101 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$ ). Ce revêtement est isolé par 65 mm de feutre d'amiante feuilleté ( $\lambda = 0,072 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$ ).

Au cours d'un essai, on a trouvé que la température du milieu environnant était de  $30^\circ\text{C}$ , la température moyenne intérieure au tuyau dans lequel circule la vapeur était de  $482^\circ\text{C}$  et la température de la surface extérieure du revêtement de  $50^\circ\text{C}$ .

On demande de calculer :

1. les pertes de chaleur exprimées par unité de longueur de tuyau.
2. la température de la surface comprise entre les deux couches de calorifuge.
3. le coefficient de transfert convectif  $h_c$  à l'extérieur de la conduite, exprimé par unité de surface extérieure de revêtement.

### Exercice 6

Un tuyau cylindrique ayant une température intérieure constante de  $85^\circ\text{C}$  est isolé par une couche d'isolant de 10 cm d'épaisseur et de conductibilité thermique  $\lambda = 0,0462 + 0,00015 T$  (W/m.K). La conduite a un diamètre intérieur de 9 cm et l'épaisseur de sa paroi est de 6 mm ( $\lambda = 1,52$  W/m.K).

1. Calculer les pertes thermiques par mètre linéaire sachant que la température à la surface de l'isolant est de  $20^\circ\text{C}$ .
2. On utilise cette conduite, d'une longueur de 100 mètres, pour véhiculer de l'eau chaude dont le débit est de 1200 l/h. La température d'entrée de l'eau est de  $86^\circ\text{C}$  et on désire qu'elle sorte à  $84^\circ\text{C}$ . Quelle épaisseur minimale d'isolant doit-on mettre autour de la conduite pour atteindre cet objectif ?

### Exercice 7

Une canalisation cylindrique en acier de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$  sert au transport dans l'air ambiant à  $T_F$  d'une vapeur sèche dont la température de mélange vaut  $T_0$ . La conductibilité thermique de l'acier est  $\lambda_1$ . Les coefficients de convection vapeur-paroi et paroi-air sont respectivement  $h_1$  et  $h_2$ .

1. Calculer, en régime permanent, le flux de chaleur par surface unitaire externe de canalisation.
2. Même question lorsque l'on recouvre la canalisation d'un isolant d'épaisseur  $e$  et de conductibilité  $\lambda_2$ . On supposera d'une part que le coefficient de convection isolant-air est égal au coefficient acier-air et d'autre part que le contact thermique acier-isolant est parfait.
3. Définir et donner la valeur du rendement du calorifuge.

Données :

$$\lambda_1 \text{ acier} = 60 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C} \quad \lambda_2 \text{ isolant} = 0,08 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C} \quad T_0 = 200^\circ\text{C}$$

$$h_1 = 1,163 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad h_2 = 14 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad T_F = 15^\circ\text{C}$$

$$R_1 = 9,5 \text{ cm} \quad R_2 = 10,0 \text{ cm} \quad e = 5 \text{ cm}$$

**Exercice 8**

Un tube cylindrique en acier de diamètre intérieur 18 mm et de diamètre extérieur 20 mm est recouvert d'un manchon cylindrique en amiante ( $\lambda_m = 0,200 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ) d'épaisseur  $e$ . Le tube cylindrique baigne dans un milieu extérieur à  $15^\circ\text{C}$  et le coefficient de transfert de chaleur convectif avec l'air ambiant est  $h_c = 11,6 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . La température intérieure du tube métallique étant maintenue constante à  $100^\circ\text{C}$  (condensation de vapeur d'eau saturée sous 1 atm), on demande de trouver le débit de chaleur par unité de longueur de tube transféré vers le milieu extérieur en fonction de l'épaisseur du manchon isolant.

- Montrer qu'il existe une épaisseur de ce manchon pour laquelle le flux transféré est maximal.
- Déterminer l'épaisseur permettant de réduire par un facteur 2 les pertes par rapport au tube non calorifugé.

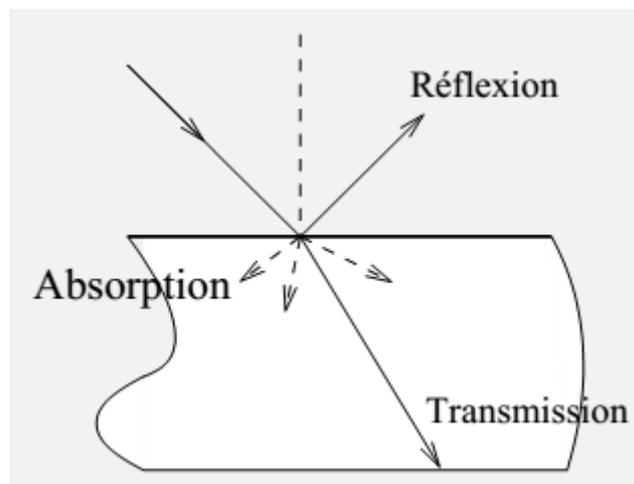
Que faut-il penser de ces résultats ?

Donnée complémentaire : conductibilité thermique de l'acier  $\lambda_a = 45,2 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ .

### IV.1. Introduction et généralités

Le rayonnement est un mode d'échange d'énergie par émission et absorption de radiations électromagnétiques. L'échange thermique par rayonnement se fait suivant le processus:

- *Emission*: Il y a conversion de l'énergie fournie à la source en énergie électromagnétique.
- *Transmission*: La transmission de cette énergie électromagnétique se fait par propagation des ondes avec éventuellement absorption par le milieu traversé.
- *Réception*: A la réception, il y a conversion du rayonnement électromagnétique incident en énergie thermique (absorption).



**Figure IV.1.** processus d'échange thermique par rayonnement

Les rayons lumineux interagissent donc avec la matière de sorte que si certains corps la laissent passer (corps transparents) certains autres l'absorbent en partie ou en totalité (corps opaques).

Pour un flux incident  $\Phi_i$ , on définit les quantités suivantes :

- Flux réfléchi  $\Phi_r$
- Flux absorbé  $\Phi_a$
- Flux transmis  $\Phi_t$

On appelle:

- réflectivité  $r = \Phi_r / \Phi_i$
- absorptivité  $a = \Phi_a / \Phi_i$
- transmittivité  $t = \Phi_t / \Phi_i$

La conservation de l'énergie impose:  $r + a + t = 1$

Ces grandeurs varient selon la valeur de la longueur d'onde  $\lambda$ . Ainsi le verre laisse passer les UV et est opaque aux Infra-rouges. On doit donc définir  $r_\lambda$ ,  $a_\lambda$ ,  $t_\lambda$  qui sont les réflectivités, absorptivités et transmittivités monochromatiques. Elles dépendent aussi de la direction d'émission.

## IV.2. Le corps noir

Les caractéristiques du rayonnement thermique entre deux surfaces sont bien connues dans le cas des corps noirs ou corps radiants parfaits. Un corps noir absorbe intégralement tout rayonnement incident, et la qualité et l'intensité du rayonnement qu'il émet ne dépend que de sa température. L'intérêt du corps noir réside dans le fait qu'il sert de référence pour définir les propriétés radiatives d'un corps réel.

## IV.3. La loi de Stefan-Boltzmann

Le pouvoir émissif d'un corps noir vers une surface hémisphérique située en avant de la surface noire est donné par la loi de Stefan-Boltzmann.

Définissons d'abord l'émittance du corps noir,  $e_1^0$ , qui est la puissance totale émise par une unité de surface, en intégrant sur toutes les longueurs d'onde. la loi de Stefan-Boltzmann lie cette grandeur à la température du corps noir :

$$e_1^0 = \sigma \cdot T_1^0 \quad (\text{IV. 1})$$

T étant exprimé en kelvin (K).

La constante  $\sigma$  dite de Stephan vaut dans le système international :

$$\sigma = 5,6704 \cdot \frac{10^{-8} \text{ W}}{\text{m}^2} \cdot \text{K}^4 \quad (\text{IV. 2})$$

Il est quelquefois intéressant de connaître la répartition du rayonnement du corps noir dans le spectre des longueurs d'onde et le déplacement de cette répartition en fonction de la température.

## IV.4. la loi de Planck

Si  $e_\lambda^0$  est le pouvoir émissif monochromatique pour la longueur d'onde  $\lambda$  de telle sorte que  $e_\lambda^0 d\lambda$  représente le pouvoir émissif à travers la demi-sphère située en avant pour les rayonnements de longueur d'onde comprises entre  $\lambda$  et  $\lambda + d\lambda$ , la relation entre  $e_\lambda^0$ ,  $\lambda$ , T est donnée par la loi de Planck:

$$e_{\lambda}^0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot c^2 \cdot \lambda^{-5}}{e^{K \cdot \lambda T} - 1} \quad (\text{IV. 3})$$

cest la vitesse de la lumière:  $c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

h est la constante de Planck:  $h = 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

k est la constante de Boltzmann:  $k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

La loi de Planck est plus facile à retenir sous la forme:

$$\frac{e_{\lambda}^0}{T^5} = f(\lambda T) = \frac{C_1 \cdot (\lambda T)^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} \quad (\text{IV. 4})$$

avec:

$$C_1 = 3,7417 \cdot 10^{-16} \text{ W}\cdot\text{m}^2$$

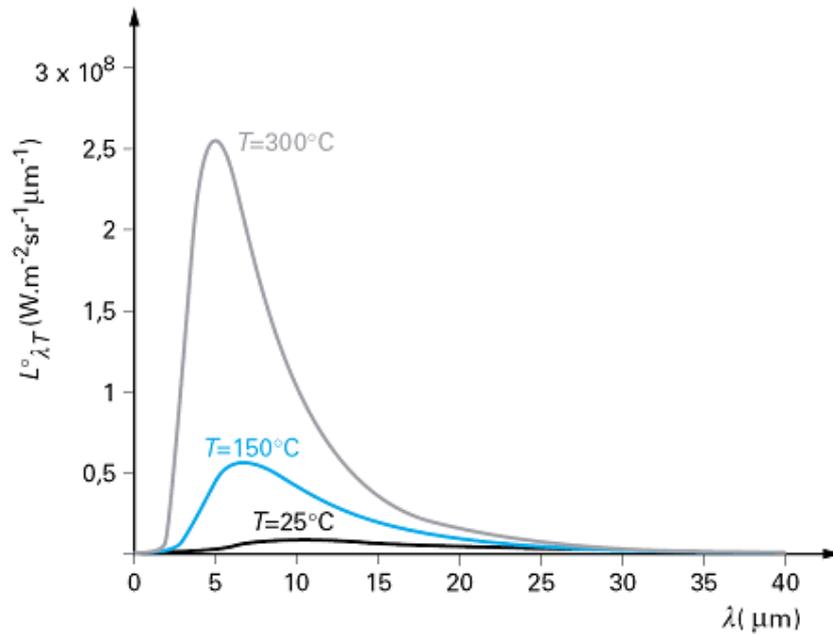
$$C_2 = 1,43877 \cdot 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{K}$$

Le pouvoir émissif monochromatique à une température quelconque part de 0 à  $\lambda = 0$ , passe par un maximum et revient à zéro pour  $\lambda = +\infty$ . Pour toutes les longueurs d'ondes, il croît avec la température, mais il croît d'autant plus vite que la longueur d'onde est plus courte, aussi la valeur du maximum se déplace vers les courtes longueurs d'ondes lorsque la température s'élève.

#### IV.5. Loi de Wien

La longueur d'onde de l'intensité maximum est inversement proportionnelle à la température absolue, c'est la loi de déplacement de *Wien*, cette loi fixe le lieu des maxima. En annulant  $\partial e_{\lambda}^0 / \partial \lambda$  on trouve:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2897 \text{ }\mu\text{m}\cdot\text{K} \quad (\text{IV. 5})$$



**FigureIV. 2:** Représentation de la loi de déplacement de Wien

Le déplacement de  $\lambda_{\text{max}}$  vers les courtes longueur d'onde quand T augmente explique que, lorsqu'un corps chauffe, il commence d'abord par émettre dans l'infrarouge et n'est donc pas visible, puis son spectre vient empiéter sur la zone rouge du spectre visible, puis couvrir tout le visible et devient alors blanc. D'où l'expression *chauffer au rouge* ou *chauffer à blanc*. Il n'y a quasiment aucune zone commune entre le spectre du rayonnement solaire ( $T \approx 5700\text{K}$ ) et celui d'un corps à température ambiante ( $300\text{K}$ ). Le soleil émet principalement dans le visible et dans l'UV tandis qu'un corps à l'ambiante n'émet que dans l'infrarouge. Cette propriété est exploitée dans les serres ou les capteurs solaires.

#### IV.6. Lois du cosinus ou loi de Lambert

Soient deux éléments de surface  $dS_1$  et  $dS_2$  échangeant un rayonnement:

L'élément  $dS_1$  est vu du centre de  $dS_2$  sous l'angle solide:

$$d\omega_2 = \frac{dS_1 \cdot \cos \theta_1}{r^2} \quad (\text{IV. 6})$$

De même l'élément  $dS_2$  est vu du centre de  $dS_1$  sous l'angle solide:

$$d\omega_1 = \frac{dS_2 \cdot \cos \theta_2}{r^2} \quad (\text{IV. 7})$$

où  $r$  est la distance entre les centres de  $dS_1$  et  $dS_2$ .

Le flux rayonné par  $dS_1$  par unité d'angle solide porte le nom d'intensité  $I_1$  de rayonnement et le débit de chaleur rayonné par la surface  $dS_1$  vers  $dS_2$  est donné par la loi de Lambert (ou loi du cosinus) :

$$d\varphi_{1 \rightarrow 2} = q \cdot \cos \theta_1 = I_1 \cdot dS_1 \cdot d\omega_1 \cdot \cos \theta_1 \quad (\text{IV. 8})$$

soit en tenant compte de la relation donnant  $d\omega_1$ : (2)

$$d\varphi_{1 \rightarrow 2} = I_1 \cdot \frac{dS_1 \cdot dS_2 \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2}{r^2} \quad (\text{IV. 9})$$

La symétrie de cette relation permet d'écrire que le débit net de chaleur échangé entre les éléments  $dS_1$  et  $dS_2$  est égal à (3)

$$d\varphi_{1 \leftrightarrow 2} = (I_1 - I_2) \cdot \frac{dS_1 \cdot dS_2 \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2}{r^2} \quad (\text{IV. 10})$$

Le pouvoir émissif d'une surface, soit  $e^0$ , est par définition, le flux émis par cette surface sur une surface hémisphérique située en avant de la surface émettrice. En intégrant l'équation (2) sur une surface hémisphérique  $S_2$  centrée sur le centre de  $dS_1$  on obtient :

$$d\varphi_{1 \rightarrow 2} = 2 \cdot \pi \cdot I_1 \cdot dS_1 \quad (\text{IV. 11})$$

D'où

$$e_1^0 = 2 \cdot \pi \cdot I_1 \quad (\text{IV. 12})$$

#### IV.7. Coefficient d'absorption et d'émission d'une surface

Le rapport du pouvoir émissif d'une surface réelle à celui de la surface noire à la même température est appelé coefficient ou facteur d'émission. Ce facteur peut être spécifique d'une longueur d'onde, d'une direction ou de manière globale (coefficient d'émission monochromatique, directionnel ou total).

De même les rayonnements frappant une surface réelle ne sont pas totalement absorbés. Une partie est réfléchiée ou diffusée ou même transmise à travers le corps (cas des corps transparents aux rayonnements thermiques dits diathermiques).

La fraction absorbée est le coefficient d'absorption. Il peut être spécifique d'une longueur d'onde ou total.

D'après la loi de Kirchhoff, les coefficients d'absorption et d'émission pour une surface et son environnement à la même température sont égaux, tant du point de vue monochromatique que du point de vue global. Donc, d'une manière générale, la différence entre le facteur d'absorption et le facteur d'émission est due à la différence de température du rayonnement incident et du rayonnement émis.

Cependant de nombreux corps sont tels que le facteur d'absorption monochromatique est indépendant de la longueur d'onde et par suite de la température du rayonnement incident. Dans ces conditions, la valeur unique du coefficient d'absorption sera égale au coefficient d'émission et la surface sera qualifiée de grise.

Les coefficients d'absorption et d'émission sont par définition des grandeurs comprises entre zéro (corps transparent) et un (corps noir), mais pour un même matériau les coefficients d'émission peuvent varier en fonction de la température, de l'état de surface et du degré d'oxydation dans le cas des métaux. Les coefficients d'absorption dépendent non seulement des paramètres précédents, mais également de la qualité du rayonnement incident mesuré par sa distribution spectrale. On trouvera dans divers ouvrages généraux des tableaux et des courbes donnant les valeurs et les variations des coefficients d'absorption et d'émission.

## **IV.8. Échange par rayonnement entre diverses surfaces séparées ou non par un gaz transparent**

### **IV.8.1. Échange entre surfaces noires séparées par un milieu transparent**

Pour trouver l'échange de chaleur par rayonnement entre les éléments de surface  $dS_1$  et  $dS_2$ , il suffit d'appliquer la loi du cosinus aux deux éléments de surface. On obtient la relation (3).

En exprimant les intensités en fonction des pouvoirs émissifs, on aboutit dans le cas de surfaces noires, à:

$$d\varphi_{1 \rightarrow 2} = \frac{\sigma}{\pi} (T_1^4 - T_2^4) \cdot \frac{dS_1 \cdot dS_2 \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2}{r^2} \quad (\text{IV. 13})$$

Pour des surfaces noires aux températures uniformes  $T_1$  et  $T_2$ , le débit de chaleur échangé s'obtient par intégration de la relation précédente, soit :

$$d\varphi_{1 \rightarrow 2} = \sigma(T_1^4 - T_2^4) \cdot \iint_{S_1 S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 \cdot dS_1 \cdot dS_2}{\pi \cdot r^2} \quad (\text{IV. 14})$$

Le calcul de l'intégrale du second membre est possible analytiquement pour certaines géométries simples. On écrit généralement le résultat de cette intégrale sous les deux formes équivalentes suivantes :

$$\iint_{S_1 S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 \cdot dS_1 \cdot dS_2}{\pi \cdot r^2} = S_1 F_{12} = S_2 F_{21} \quad (\text{IV. 15})$$

$F_{12}$  est la fraction du rayonnement émis par la surface  $S_1$  dans toutes les directions qui frappe la surface  $S_2$  (et qui est absorbé par  $S_2$  si la surface  $S_2$  est noire). De même,  $F_{21}$  est la fraction du rayonnement émis par  $S_2$  dans toutes les directions qui frappe  $S_1$ .  $F_{12}$  et  $F_{21}$  sont appelés facteur géométrique ou facteur de forme.

La symétrie de l'intégrale donnant les facteurs géométriques implique l'égalité (15) avec les facteurs de forme  $F_{12}$  et  $F_{21}$ . Bien que ces facteurs aient été établis pour le cas des surfaces noires, ils continuent pour des surfaces réelles à représenter la fraction du rayonnement émis par une des deux surfaces et reçu par l'autre (cette fraction n'étant pas nécessairement absorbée si la deuxième surface n'est pas noire).

Par suite de la signification physique des facteurs de forme, on aurait pu écrire à priori le débit échangé entre deux surfaces noires  $S_1$  et  $S_2$ , soit :

$$d\varphi_{1 \rightarrow 2} = S_1 \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot T_1^4 - S_2 \cdot F_{21} \cdot \sigma \cdot T_2^4 \quad (\text{IV. 16})$$

Dans cette écriture, les deux termes  $S_1 F_{12}$  et  $S_2 F_{21}$  doivent nécessairement être égaux pour qu'à l'équilibre thermique ( $T_1 = T_2$ ), le débit net échangé soit nul. On retrouve bien les relations (14) et (15).

En présence de  $n$  surfaces noires, par suite de leur signification physique, les facteurs de forme devront satisfaire aux égalités suivantes :

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{IV. 17})$$

$$S_i \cdot F_{ij} = S_j \cdot F_{ji} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{IV. 18})$$

Pour des géométries particulières telles que les surfaces engendrées par des droites parallèles à une direction donnée, les facteurs de forme sont calculables facilement sans qu'il soit nécessaire de résoudre la double intégrale de surface.

En outre, dans de nombreux cas pratiques, les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  se trouvent en présence de surfaces pour lesquelles le débit de chaleur net échangé par rayonnement est nul. De telles surfaces peuvent être totalement réfléchissantes ou partiellement absorbantes, mais alors le débit émis est sensiblement égal au débit absorbé. De telles surfaces sont dites sans flux ou réfractaires, car les réfractaires des fours à combustion se comportent généralement comme des surfaces sans flux. Seule la chaleur apportée par convection par le gaz intérieur au four est transmise au milieu extérieur par conduction à travers la paroi. Mais comme le débit de chaleur apporté par rayonnement sur les parois du réfractaire est très grand par rapport aux pertes thermiques, l'hypothèse du débit net nul rayonné par les parois du four est une très bonne approximation. Cette hypothèse simplifie notablement les problèmes de transfert de chaleur par rayonnement entre une source et un récepteur placés dans l'enceinte d'un four.

En présence des surfaces sans flux, la fraction du rayonnement émis par la surface noire  $S_1$  dans toutes les directions et qui frappe la surface noire  $S_2$  ne se limite pas à  $F_{12}$  (rayonnement direct). Elle est en réalité supérieure à  $F_{12}$  puisqu'une autre fraction du rayonnement émis par  $S_1$  peut frapper  $S_2$  après réflexion sur les surfaces réfractaires sans flux  $S_R$ . Le facteur de forme ainsi défini sera désigné par  $F_{12}$  et le débit de chaleur échangé entre les surfaces noires  $S_1$  et  $S_2$  en présence de surface sans flux  $S_R$  sera égal à :

$$d\varphi_{1 \rightarrow 2} = S_1 \cdot \overline{F_{12}} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{IV. 19})$$

Comme les facteurs  $F_{ij}$  les facteurs  $\overline{F_{ij}}$  satisfont aux relations (14). Dans la plupart des ouvrages généraux, on trouve des courbes donnant les facteurs  $F_{ij}$  et  $\overline{F_{ij}}$  pour des géométries classiques rencontrées lors des études de fours où les transferts par rayonnement sont importants.

## IV.9. EXERCICES D'APPLICATION

### Exercice 1

Présentation de la notion de facteur d'angle (facteur géométrique, facteur de forme, facteur de vue).

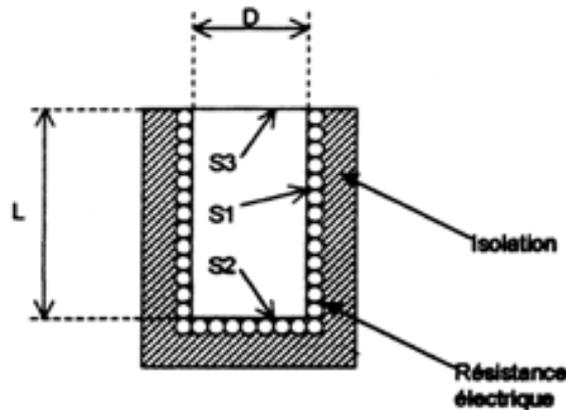
- Cas d'un corps convexe dans un corps concave.

### Exercice 2

Un four tubulaire vertical semi-ouvert de forme cylindrique, d'un diamètre  $D = 75$  cm et de hauteur  $L = 150$  cm, est ouvert à son extrémité supérieure, vers l'extérieur considéré comme un corps noir à la température  $T_\infty$  constante de  $20^\circ\text{C}$ .

Les parois intérieures du four, chauffées électriquement sont considérées comme des corps noirs maintenus par régulation aux températures respectives de  $T_1 = 1200^\circ\text{C}$  pour la paroi interne latérale cylindrique de surface  $S_1$  et  $T_2 = 1600^\circ\text{C}$  pour la paroi intérieure du fond inférieur de surface  $S_2$  du four.

La surface extérieure du four est supposée parfaitement isolée de l'extérieur et on négligera les effets de convection naturelle.

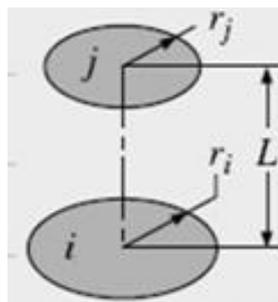


En considérant l'ouverture supérieure du four comme une surface fictive à la température  $T_3 = T_\infty$  du milieu ambiant:

1. Calculer les facteurs d'angles  $F_{ij}$  internes du four tubulaire.
2. En déduire la puissance  $\Phi$  (W) nécessaire pour maintenir les températures de consigne du four.

Facteurs de vue pour deux disques parallèles:

$$F_{jk}(r_j, r_k, L) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \left(\frac{r_k}{r_j}\right)^2 + \left(\frac{L}{r_j}\right)^2 - \sqrt{\left[1 + \left(\frac{r_k}{r_j}\right)^2 + \left(\frac{L}{r_j}\right)^2\right]^2 - 4 \left(\frac{r_k}{r_j}\right)^2} \right\}$$

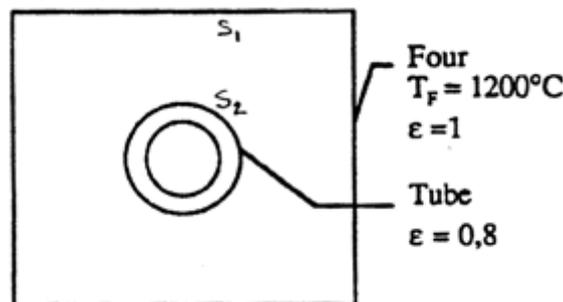


**Exercice3**

Un tube de diamètre externe  $D = 3$  cm, d'épaisseur  $e = 1$  mm et de conductivité thermique  $\lambda = 20$  W/m°C dans lequel circule un fluide caloporteur (sel fondu) est disposé à l'intérieur d'un four.

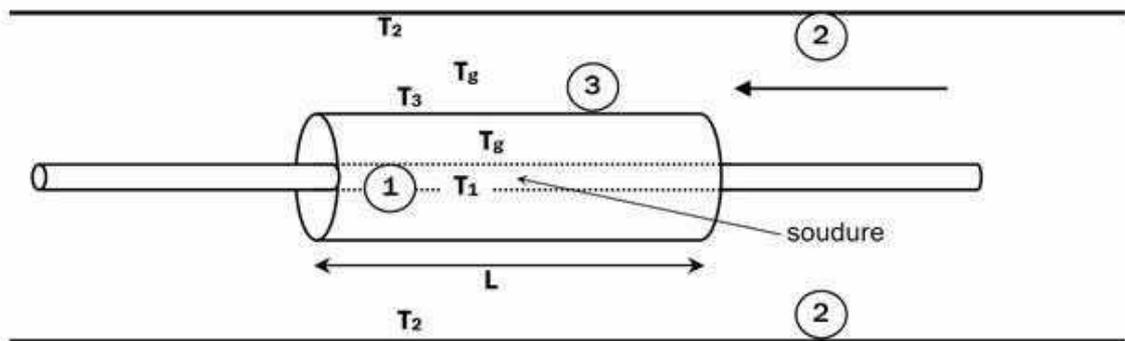
Le tube est chauffé exclusivement par rayonnement dans le four parallélépipédique de température de parois  $T_F = 1200^\circ\text{C}$  et assimilables à un corps noir. Le tube est supposé gris d'émissivité  $\varepsilon = 0,8$ .

Le coefficient de transfert convectif interne fluide/paroi est  $h = 1$  kW/m<sup>2</sup> °C. Le débit de sel fondu est de 1080 kg/h, sa masse volumique 1900 kg/m<sup>3</sup> et sa capacité calorifique  $c_P = 1560$  J/kg°C.



1. Déterminer la longueur de tube nécessaire pour porter le fluide caloporteur d'une température à l'entrée  $T_E = 120^\circ\text{C}$  à une température de sortie  $T_S = 220^\circ\text{C}$ . On supposera que le rayonnement émis par la face externe du tube est négligeable par rapport au rayonnement du four (hypothèse à justifier par la suite).
2. Déterminer l'écart de température entre le fluide et la paroi externe du tube. En déduire la température maximale ( $T_{max}$ ) atteinte par la surface extérieure du tube.
3. Quel serait le rayonnement émis par ce tube si celui-ci était dans sa totalité à la température  $T_{max}$  ? Justifier alors l'hypothèse émise à la question 1.

## Exercice 4



Un thermocouple [1] soudé bout à bout est utilisé pour mesurer la température d'un gaz transparent s'écoulant dans une grande conduite [2] dont les parois sont à une température  $T_2 = 500$  K. Le thermocouple est entouré d'un écran [3] cylindrique mince dont le diamètre est quatre fois plus grand que le diamètre du thermocouple ( $D_3 = 4 D_1$ ).

Les facteurs d'émission de l'écran et du thermocouple sont  $\varepsilon_3 = 0,3$  et  $\varepsilon_1 = 0,8$  et les coefficients d'échange par convection sont  $h_3 = 100$  W/m<sup>2</sup>K (écran-gaz) et  $h_1 = 120$  W/m<sup>2</sup>K (thermocouple-gaz). La température enregistrée par le thermocouple est  $T_1 = 800$  K.

1. Calculer la température du gaz en faisant les hypothèses suivantes :
  - Les longueurs considérées sont grandes devant les diamètres;
  - Le diamètre de l'écran est très petit devant celui de la conduite ( $D_3 \ll D_2$ );
  - On négligera la conduction dans les fils du thermocouple.
2. Calculer la température du thermocouple  $T'_1$  en l'absence d'écran. Comparer les températures  $T_1$  et  $T'_1$  en présence et en l'absence de l'écran à la température  $T_g$  du gaz.

On rappelle que le flux net échangé entre deux surfaces grises s'exprime par :

$$\varphi_{ij} = F_{ij} \cdot \sigma \cdot S_1 \cdot (T_i^4 - T_j^4) \quad \text{avec}$$

$$F_{ij} = \frac{\varepsilon_i \varepsilon_j F_{ij}}{[1 - (1 - \varepsilon_j) F_{jj}] [1 - (1 - \varepsilon_i) F_{ii}] - (1 - \varepsilon_i)(1 - \varepsilon_j) F_{ij} F_{ji}}$$

Constante de Stefan  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>.

## Références bibliographiques

1. Conduction of heat in solids, H. S. CARSLAW et J. C. JAEGER, Oxford, 1959.
2. Initiation aux transferts thermiques, J. F. SACADURA, Paris, 1978.
3. Bouvenot A., « Transferts de chaleur », Masson, 1980.
4. Exercices sur le cours d'échanges thermique, M. F. MARINET et al., document de cours ENSHMG – Grenoble – France, 1984.
5. Transfert de chaleur Tome 1,2,3 ;J.Crabol ;Masson (1992).
6. Transferts thermiques Introduction aux transferts d'énergie-Cours et exercices d'application, J. Taine, F. Enguehard, E. Iacona, 2014, Ed.Dunod.
7. Transferts thermiques Introduction aux transferts d'énergie Cours et exercices d'application, 5<sup>e</sup> édition, Dunod.
8. Introduction aux transferts thermiques Cours et exercices corrigés, J. attaglia, A. Kusiak, J. Puiggali, 2014, Dunod.
9. Cours de transferts thermiques Conduction et rayonnement, Philippe Marty, Licence L3, Université Joseph Fourier, Grenoble.
10. Transfertsthermiques, Yves Janno<http://www.edilivre.com/transferts-thermiques-cours-et-55-exercices-corrig-20c28f73fc.html#.VyIS3nqHhPI>.
11. Chapitre4: Transferts de chaleur par convection. <http://docplayer.fr/8260352-Chapitre-4-transferts-de-chaleur-par-convection.html>.
12. Cours transfertsde chaleur.[http://www.utc.fr/houde/TF06/Cours\\_Transfert\\_de\\_chaleur](http://www.utc.fr/houde/TF06/Cours_Transfert_de_chaleur).
13. Exercices corriges ch.14. transferts macroscopiques d'énergie. [www.fmarchand67.com/.../tsp1sp3ch14/tsp1sp3ch14t-ch14\\_cours\\_energie](http://www.fmarchand67.com/.../tsp1sp3ch14/tsp1sp3ch14t-ch14_cours_energie).