

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب

Université -Ain-Temouchent- Belhadj Bouchaib

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique



Projet de Fin de Cycle

Pour l'obtention du diplôme de Licence en :

Domaine : SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

Simulation RANS des écoulements dans une tuyère supersonique avec l'effet de compressibilité

Présenté Par :

1) M. BELOUFA Mohamed Oussama

2) M. BELHADEF Abderrahmane

Encadrant :

Pr. SERIER Mohamed UATBB (Ain T'émouchent) Président

Pr. NEHARI Driss UATBB (Ain T'émouchent) Examineur

Pr. BOUNIF Abd el Hamid UATBB (Ain T'émouchent) Encadrant

Année universitaire 2023/2024

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicaces

*Tout d'abord, Je tiens à dédie mon directeur de mémoire, professeur
Bounif ABD ELHAMID*

Je tiens à dédier ce modeste travail à tous ceux qui me sont chers à ceux qui ont fait de moi ce que je suis mes très chers parents pour qui je n'oublierai jamais leur grande affection, leur soutien et leur encouragements, tout le long de ma vie.

Je dédie ce travail, à mes très chers grands parents, mes sœurs et mon frère et surtout ma cousine.

A toute ma famille.

A tous mes collègues de la promotion Energétique 2023/2024.

Bien sûr à mes chers amis.

Remerciements

En premier lieu, nous tenons à remercier notre DIEU, notre créateur pour nous avoir donné la force pour accomplir ce travail.

*Je remercie vivement mon encadreur le Professeur **BOUNIF ABD ELHAMID** qui a su me guider à chaque étape malgré ses obligations professionnelles, ainsi que pour son amabilité qui mérite toute l'admiration. Je désire aussi remercier les membres de jury **MONSIEUR SERJER MOHAMED ET MOSIEUR NEHARI DRISS**, qui ont accepté sans réserve, de juger et d'évaluer ce travail.*

*J'adresse également mes sincères remerciements au monsieur **BELGASEM BOUABDILLAH**, pour du soutien et des conseils.*

*J'adresse également un grand merci à **mes parents** et à **ma famille** qui m'ont soutenu depuis le début de mon parcours académique.*

NOMOENCLATURE :

Symbol	Description
a	Vitesse du son (également c)
A	Matrice jacobienne du flux convectif F
A_ε	Matrice jacobienne du flux convectif F_ε
B	Matrice jacobienne du flux convectif G
B_η	Matrice jacobienne du flux convectif G_η
CFL	Courant Friedrichs Levy
α	Energie cinétique des quantités moyennées
c	Vitesse du son (également a)
c^*	Vitesse du son turbulente
c_p	Chaleur spécifique pression constante
c_v	Chaleur spécifique volume constant
C_f	Coefficient de frottement
δ	Epaisseur de la couche limite
ΔU	Accroissement explicite du vecteur U
δU	Accroissement implicite du vecteur U
$\delta_{i,j}$	Symbole de Kronecker
ΔT	Accroissement en temps
e	Energie interne par unité de masse
e_t	Energie totale par unité de masse
ε	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente
ε^*	Taux de dissipation isotrope
F	Flux eulérien dans la direction x
F_ν	Flux visqueux dans la direction x
F_ε	Flux eulérien dans la direction ε

G	Flux eulérien dans la direction y
G_v	Flux visqueux dans la direction y
G_η	Flux eulérien dans la direction η
$G_{v\eta}$	Flux visqueux dans la direction η
γ	Rapport des chaleurs spécifiques ($\gamma = c_p/c_v$)
H	Matrice jacobienne des termes sources S_0
h	Coefficient du transfert de chaleur
h_t	Enthalpie totale par unité de masse
k	Energie cinétique de turbulente
ω	Taux de dissipation spécifique
l	Echelle spatiale de la turbulence
l_m	Longueur de mélange
λ_C	Coefficient de conductibilité thermique
M_e	Nombre de Mach l'extérieur de la couche limite (également M_∞)
M_t	Nombre de Mach turbulent ($M_t = \sqrt{2k}/c$)
\mathcal{H}	la fonction de Heaviside
$\varepsilon_{NS}(u_i)$	Opérateur de Navier-Stokes
q_i	Flux de chaleur par unité de surface et unité de temps dans la direction x_j
q_ω	Flux de chaleur pariétal
μ	Viscosité moléculaire
ν	Viscosité cinématique
μ_t	Viscosité turbulente
μ_{ef}	Coefficient de diffusion effectif de quantité de mouvement
μ_{kef}	Coefficient de diffusion effectif de k
μ_{wef}	Coefficient de diffusion effectif de w
P_R	Nombre de Prandtl
P_{Rt}	Nombre de Prandtl turbulent

p	Pression hydrostatique
p^*	Pression effective $p^* = p + \frac{2}{3}\rho k$
p_0	Pression génératrice ou de chambre (également p_c)
p_w	Pression statique pariétale
R_e	Nombre de Reynolds
R_{et}	Nombre de Reynolds turbulent
ρ	Masse volumique
S_0	Vecteur des termes sources
$\vec{S}_{i+\frac{1}{2}}$	Vecteur surface entre les mailles (i, j) et $(i + 1, j)$
$\vec{S}_{j+\frac{1}{2}}$	Vecteur surface entre les mailles (i, j) et $(i, j + 1)$
$\begin{pmatrix} M_x \\ m_y \end{pmatrix}$	Composantes du vecteur surface du module 1 entre (i, j) et $(i + 1, j)$
$\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix}$	Composantes du vecteur surface du module 1 entre (i, j) et $(i, j + 1)$
σ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses
t	Temps
T	Température
T_0	Température génératrice
T_w	Température pariétale
T_{aw}	Température adiabatique
τ	Temps de Kolmogorov
η	Echelle de Kolmogorov
τ_w	Frottement pariétal
U	Vecteur des grandeurs conservatives
u	Vitesse dans la direction x
u_i	Vitesse dans la direction x_i
V	Vecteur des grandeurs non-conservatives
v	Vitesse dans la direction y

$v_{i,j}$	Volume de maille (i, j)
S_{ij}	Tenseur de déformation
Ω_{ij}	Tenseur de vorticité
\bar{f}	Moyenne d'ensemble de la quantité f
f'	Fluctuation de la quantité f pour la moyenne d'ensemble
\tilde{f}	Moyenne de Favre de la quantité f
f''	Fluctuation de la quantité f pour la moyenne de Favre
(x, y)	Axes du repère cartésien
(ε, η)	Axes du repère local

Abréviations

FSS	Free Shock Separation (décollement libre)
RSS	Restricted Shock Separation (décollement restreint)
LEA	Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques
TIC	Truncated Ideal Contour
TOC	Thrust Optimized Contour
TOP	Thrust Optimized Parabolic
WENO	Weighted Essentially Non-Oscillatory
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
NPR	Nozzle Pressure Ratio
SST	Shear Stress Tensor

RÉSUMÉ

Le sujet de cette thématique porte sur la modélisation par voie de la simulation numérique des écoulements turbulents compressibles issues des tuyères convergentes-divergentes de différentes formes (coniques ou profilées). Les travaux antérieurs ont montré que les modèles de turbulence standard étaient incapables de prédire correctement les écoulements compressibles avec gradients de pression adverses. Dans ce travail, on se propose d'introduire le modèle de turbulence à deux équations SST-V de Menter qui nécessite pas de fonctions d'amortissements pour améliorer les prédictions de tels écoulements. Ce modèle a ensuite été appliqué pour étudier les problèmes suivants :

- La simulation des écoulements turbulents compressibles dans les tuyères.
- La simulation des interactions supersoniques onde de choc/couche limite turbulente.
- La simulation de la transition entre décollement libre et décollement restreint.
- L'étude du transfert de chaleur à travers la paroi d'une tuyère en écoulements Supersoniques.

Ces phénomènes jouent un rôle fondamental dans la conception et le fonctionnement dans de nombreuses situations tant en aérodynamiques internes et externes, ainsi l'échauffement par frottement turbulent en supersonique est important et un refroidissement externe devient nécessaire pour le maintien de l'intégrité de la surface de la tuyère.

La comparaison des résultats obtenus avec l'expérimentation dégage d'un accord très satisfaisant, le modèle de turbulence SST-V apporte une nette amélioration de prédiction de tels écoulements.

Mots clés : écoulement compressible, simulation de tourbillons détachés, modèle SST, tuyère, sur-expansé, Choc.

Abstract:

The subject of this dissertation concerns the modeling and numerical simulation of compressible turbulent flows from converging-diverging nozzles of different shapes (conical or profiled). Previous work showed that standard turbulence models were unable to correctly predict compressible flows with adverse pressure gradients. In this work, we propose to introduce Menter's two-equation SST-V turbulence model which does not require damping functions to improve the predictions of such flows. This model was then applied to study the following problems:

- Simulation of compressible turbulent flows in nozzles.
- Simulation of supersonic shock wave/turbulent boundary layer interactions.
- Simulation of the transition between free separation and restricted separation.
- The study of heat transfer through the wall of a nozzle in flows
Supersonic.

These phenomena play a fundamental role in the design and operation in many situations both in internal and external aerodynamics, thus heating by turbulent friction in supersonic is important and external cooling becomes necessary to maintain the integrity of the surface of the nozzle.

The comparison of the results obtained with the experiment reveals a very satisfactory agreement; the SST-V turbulence model provides a clear improvement in the prediction of such flows.

Keywords: compressible flow, detached eddy simulation, SST model, nozzle, over-expanded, Shock.

ملخص :

يتعلق موضوع هذه الأطروحة بالتمذجة والمحاكاة العددية للتدفقات المضطربة القابلة للضغط من الفوهات المتقاربة والمتباعدة ذات الأشكال المختلفة (المخروطية أو الجانبية). أظهر العمل السابق أن نماذج الاضطراب القياسية لم تكن قادرة على التنبؤ بشكل صحيح بالتدفقات القابلة للضغط مع تدرجات الضغط المعاكسة. في هذا العمل، نقترح تقديم نموذج الاضطراب ذو المعادلتين من والذي لا يتطلب وظائف التخميد لتحسين التنبؤات لمثل هذه التدفقات. ومن ثم تم تطبيق هذا النموذج لدراسة المشكلات التالية :

محاكاة التدفقات المضطربة القابلة للانضغاط في الفوهات.

محاكاة موجة الصدمة الأسرع من الصوت/تفاعلات الطبقة الحدودية المضطربة.

محاكاة الانتقال بين الفصل الحر والفصل المقيد.

دراسة انتقال الحرارة عبر جدار الفوهة في الجريان.

تلعب هذه الظواهر دورًا أساسيًا في التصميم والتشغيل في العديد من المواقع سواء في الديناميكا الهوائية الداخلية أو الخارجية، وبالتالي فإن التسخين عن طريق الاحتكاك المضطرب في الأسرع من الصوت أمر مهم ويصبح التبريد الخارجي ضروريًا للحفاظ على سلامة سطح الفوهة.

تكشف مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع التجربة عن اتفاق مرضٍ للغاية، حيث يوفر نموذج الاضطراب تحسناً واضحاً في التنبؤ بهذه التدفقات.

الكلمات المفتاحية: الجريان القابل للانضغاط، محاكاة الدوامة المنفصلة، نموذج « SST »، الفوهة، الإفراط في التوسع، الصدمة.

Sommaire

Dédicaces	II
Remerciements	III
Nomenclature.....	I V
RÉSUMÉ.....	VIII
Abstract:	IX
ملخص	X
Sommaire	XI

Introduction générale

Introduction générale :.....	2
------------------------------	---

Chapitre I :

Etude bibliographique sur la tuyère supersonique

I.1. Introduction :.....	5
I.2 Définition d'une tuyère :.....	5
I. 3 Rôle et utilisation de la tuyère :.....	6
I. 4 Différentes formes de tuyère :.....	6
I.4.1 Tuyère conique :.....	6
I.4.2 Tuyère à contour profilé :.....	7
I.4.3 Tuyère à zone d'expansion :	7
I.4.4 Tuyère à détente centrée :	8
I.4.5 Tuyère à double galbe :.....	8
I.4.6. Tuyère annulaire :	9
I.4.7 Tuyère à corps central :.....	10
I.4.8. Tuyère type à bouchon :.....	10
I.4.9. Tuyère type détente-déviation :.....	10
I.5. La tuyère supersonique a un fonctionnement théorique.....	11

I.5.1. Écoulement subsonique :	12
I.5.2. Écoulement sonique adapté :	12
I.5.3. Écoulement sonique non adapté :	12
I.5.4. Écoulement supersonique adapté :	14
I.5.5. Écoulement supersonique non adapté :	14
I.6. Fonctionnement réel de la tuyère supersonique :	15
I.6.1. Le régime d'adaptation :	15
I.6.2. Le régime de sous-détente :	15
I.7. Conclusion :	17

Chapitre II:

Modélisation mathématique

II.1 Introduction :	20
II.2 Méthode des volumes finis :	24
II.3. Linéarisation en temps :	28

Chapitre III : Résultats

III.1 INTRODUCTION.....	37
III.2 Validation du modèle de turbulence SST-V Menter :	37

Conclusion Générale

Conclusion Générale :	67
-----------------------------	----

Liste des figures

Chapitre I :

Etude bibliographique sur la tuyère supersonique

Fig. 1 : Profils des tuyères	5
Fig. 2 : Différentes formes géométrique des tuyères (1)	5
Fig. 3: Tuyère conique.....	6
Fig. 4 : Forme de la zone d'expansion	7
Fig. 5 : Forme générale d'une tuyère à détente centrée.....	8
Fig. 6 : Tuyère à double galbe	8
Fig. 7 : Tuyère annulaire.	9
Fig. 8 : Géométrie de la tuyère à corps central type bouchon.	10
Fig. 9 : Géométrie de la tuyère à corps central type détente déviation.....	11
Fig. 10 : Schéma de la tuyère supersonique	12
Fig. 11 : Les régimes d'écoulement dans une tuyère supersonique et l'évolution de la pression le long de la tuyère	13
Fig. 12 : Régime de sur-détente en 1D	13
Fig. 13 : Organisation de l'écoulement à l'adaptation.....	15
Fig. 14 : Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente.....	16
Fig. 15 : Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente.....	16

Chapitre II:

Modélisation mathématique

Fig.1 : <i>Volume d'intégration</i>	26
---	----

Chapitre III : Résultats

Fig. 1 : Géométrie de la Tuyère JPL de Cu el et al [5] en (m).....	38
Fig. 2 : <i>Maillage structuré multi blocs</i>	38
Fig. 3 : <i>Strioscopie numérique de la tuyère [5] (Simulation avec le Modèle SST-Menter). NPR=3.41</i>	39
Fig. 4 : <i>Champ de nombre de Mach de la tuyère [5] NPR=3.12</i>	40
Fig. 5 : <i>Champ de pression avec NPR=3.12</i>	40

Fig. 6 : Comparaison de champ de Mach dans la région transsonique pour un rapport de pression NPR=4.82 avec les mesures de Cu el et al [5] (les alphabets représentent l'expérimentation)	41
Fig. 7 : Distribution axiale de la pression sur la paroi, NPR=4.82 (les alphabets repr2sentent l'exp2rimentation de [5]).....	42
Fig. 8 : Distribution axiale de la pression une distance égale à 4.7 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])	42
Fig. 9 : Distribution axiale de la pression à une distance égale a 4.32 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])	43
Fig. 10 : Distribution axiale de la pression à une distance égale à 3.81 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])	43
Fig. 11 : Distribution axiale de la pression a une distance égale à 2.54 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])	44
Fig. 12 : Distribution axiale de la pression à une distance égale à 1.27 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5]).....	44
Fig. 13 : Distribution axiale de la pression sur l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5]).....	45
Fig. 14 : Champ de verticité dans la tuyère [5]	45
Fig. 15 : dynamique pression en fonction de position axil	46
Fig. 16 : statique pression en fonction de position axil	47
Fig. 17 : nombre de mach en fonction de position axil.....	48
Fig. 18 : turbulent cinétique énergie en fonction de position axil	49
Fig. 19 : température totale énergie en fonction de position axil.....	50
Fig. 20 : dissipation spécifique rate en fonction de position axil	51
Fig. 21 : Distribution du coefficient de transfert thermique avec des angles al [14]	52
Fig. 22 : Effet de Pression initiale sur le coefficient de transfert thermique	52
Fig. 23 : Effet de Pression initiale sur le débit massique.....	53
Fig. 24 : Effet de la température de stagnation sur le transfert thermique pariétale	54
Fig. 25 : Effet de facteur rayon de courbure sur le coefficient de transfert thermique.....	55
Fig. 26 : Effet de Prandtl turbulent sur le coefficient de transfert thermique.....	55
Fig. 27 : Distribution de la pression pariétale.....	57
Fig. 28 : Distribution de débit massique au bord de la couche limite	57
Fig.29 :Coefficient de transfert de chaleur de long de la paroi.....	59
Fig. 30. Effet de Température pariétale sur coefficient de transfert thermique	59
Fig.31 .Contours du nombre de mach.....	61
Fig.32. Contours de la température total.....	62
Fig.33. Contours de pression dynamique.....	63
Fig.34. Contours du nombre de mach.....	64

Fig.35. Contours de la température totale.....65

Référence.....69

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction générale :

Les précieux services offerts par les satellites actuels sont nombreuses et variées. Ils comprennent plus sur contrôle de la circulation aérienne. Des rapports météorologiques précis, les avertissements en temps opportun des risques environnementaux ainsi que d'un choix plus large de programme de télévision et l'amélioration des Sions de santé. Tous ces services que nous tenons aujourd'hui pour acquis et ont tendance à oublier qu'ils n'existeraient pas si nous n'avions pas de lance-roquettes capables de placer avec précision des satellites dans l'espace. Les véhicules spatiaux sont désormais omniprésents dans l'activité humaine que ce soit en défense, météorologie, communication. Il est difficile d'avoir un chiffre exact, on peut estimer à un millier le nombre de satellites artificiel en orbite autour de la terre. A ces satellites on peut ajouter le lancement d'un autre bon millier de sondes spatiales. Il y a donc une grande variété d'engins spatiaux et une grande variété de mission spatiales, chacune ayant des besoins spécifiques.

La fusée est un dispositif qui stocke sa propre masse propulsive et expulse cette masse à grande vitesse pour fournir une force de réaction, la poussée. Le propulseur est indépendant de son environnement et, par conséquent, peut fonctionner dans l'espace vide. Il y a deux groupes de propergols, liquides et solides. Beaucoup de lanceurs d'engins spatiaux impliquent l'utilisation de deux types de roquettes, par exemple les propulseurs à poudre attachés à des fusées à propulsion liquide. Fusées à combustible solide sont généralement plus simples que le liquide, mais ils ne peuvent pas être arrêtés une fois entamés. Moteurs liquides peuvent être arrêtés après l'allumage et en théorie pourraient être rallumés.

Le principe de la technologie des lanceurs spatiaux est simple, mais la mise en œuvre est très compliquée. Les lanceurs spatiaux portent des charges très lourdes pour un espace de l'appareil le plus restreint possible. Ce cahier des charges mène à l'utilisation de propergols hautement énergétiques délivrant des gaz de combustion à haute température (plus de 3000K), et génèrent une pression élevée à l'intérieur de la chambre (plus de 100 bars). Les sollicitations mécaniques et thermiques auxquelles sont soumises les tuyères dépendent de l'état thermodynamique des gaz d'échappement. Dans de telles conditions d'emplois, le choix des matériaux est primordial pour assurer l'intégrité des composants.

Les ondes de choc sont au cœur de plusieurs applications technologique et scientifiques, comme par exemple l'injection de gasoil à haute pression dans une chambre de combustion, l'allumage d'un moteur-fusée cryogénique ou l'échappement de gaz à travers une tuyère propulsive. Ces systèmes industriels mettent en jeu des phénomènes qui sont sans doute

parme les plus complexes et les plus spectaculaires de la mécanique des fluides : jets supersoniques, interférences de chocs, instabilités à grande échelle. D'autres enjeux sociétaux concernent les risques industriels liés aux accidents et à la sécurité civile. Comprendre l'influence des différentes échelles de la turbulence, de la présence d'entités liquides ou d'obstacles solides sur la topologie du front de choc et de l'écoulement supersonique associé constitue la principale difficulté scientifique de ce domaine.

Dans la plupart des cas pratiques, l'effet des fluctuations de densité sur le champ fluctuant de vitesse est assez faible, sauf dans écoulements flottants, parce que les fluctuations de densité constituent seulement une petite fraction de la densité moyenne. L'effet de gradients de densité moyenne sur la turbulence, des modèles de turbulence pour des écoulements incompressibles peuvent être adéquates moyenne doit être insérée dans les équations différentielles ou dans les formules algébriques liées les contraintes turbulentes et les taux de flux d'enthalpie à la vitesse moyenne et au champ de température.

En plus de la variation de densité, un autre aspect essentiel de l'écoulement compressible à haute vitesse est l'énergie. Un écoulement à grande vitesse est un écoulement à haute énergie. Lorsque la vitesse de l'écoulement diminue, une partie de l'énergie cinétique est perdue et réapparaît comme une augmentation de l'énergie interne, ce qui augmente la température du gaz. Par conséquent, dans un écoulement à grande vitesse, les transformations de l'énergie et les changements de température sont des considérations importantes. De telles considérations relèvent de la science de la thermodynamique. Pour cette raison, la thermodynamique est outil essentiel dans l'étude des écoulements compressibles. Lorsqu'un fluide se déplace à des vitesses comparables à la vitesse du son, des variations de densité deviennent significatifs et l'écoulement est appelé compressible. Tels écoulements sont difficiles à obtenir dans les liquides, car des hautes pressions de l'ordre 1000 bars sont nécessaires pour générer des vitesses soniques. Dans les gaz cependant, un rapport de pression de 2 seulement est susceptible de causer un écoulement sonique. Probablement les deux effets les plus importants et distinctifs de la compressibilité sur l'écoulement sont l'étouffement, dans lequel le débit est fortement limitée par la condition soniques, et des ondes de choc, qui sont des changements discontinus de propriétés dans un écoulement supersonique.

Chapitre I :
**Etude bibliographique sur la tuyère
supersonique**

I.1. Introduction :

Historiquement, la tuyère est le résultat de la collaboration de nombreux chercheurs et ingénieurs à la fin du XIXe siècle. En 1887, Gustave de Laval a réalisé une petite machine à vapeur afin de démontrer que de tels appareils peuvent être fabriqués dans des configurations similaires.

Dimension, et en 1890, il crée une canalisation qui permet d'accroître la vitesse de la vapeur qui pénètre dans la turbine. Elle est désormais connue sous le nom de tuyère de Laval et joue un rôle essentiel dans la conception de fusées, de turbines à vapeur et à gaz. La tuyère est utilisée pour transformer l'énergie thermique provenant de la chambre de combustion en énergie cinétique. Ainsi, elle transforme les gaz à faible vitesse et à basse pression.

I.2 Définition d'une tuyère :

Il s'agit d'une tuyère située à l'arrière du moteur qui relie deux zones à des pressions différentes. Elle est considérée comme l'un des éléments les plus cruciaux dans les turbomachines et les turboréacteurs, représentant ainsi 40% de la poussée totale.

Les tuyères produisent ces derniers. Sa fonction principale consiste à convertir l'énergie thermique en cinétique. Afin d'atteindre cet objectif, il est possible que les tuyères soient convergentes pour les taux de détente élevés (Fig.1), ou bien convergentes divergentes (tuyère de Laval) (Fig.1). On distingue les tuyères selon leur géométrie, qu'elles soient plane (Fig.2)

Ou axisymétrique (Fig.2) [1]

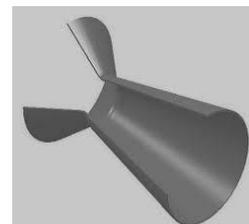
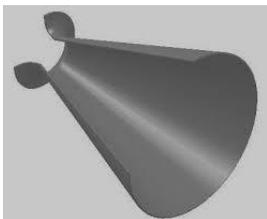


Fig. 1 : Profils des tuyères [1]

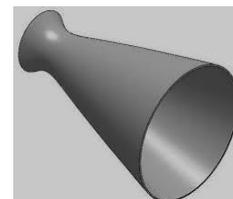
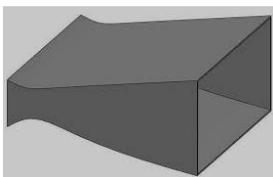


Fig. 2 : Différentes formes géométrique des tuyères [1]

I. 3 Rôle et utilisation de la tuyère :

La présence des tuyères supersonique se manifeste dans divers secteurs de l'aéronautique et de l'aérospatial, notamment dans les moteurs de fusée et de missile, les moteurs d'avions et la fabrication de souffleries supersonique, afin de permettre la modélisation et les essais.

Activités expérimentales sur les écoulements supersoniques.

I. 4 Différentes formes de tuyère :

Les tuyères sont devenues des organes indispensables pour le moteur à réaction en raison de la nécessité d'atteindre des vitesses supersoniques pour des besoins militaires. La forme joue un rôle crucial dans le rendement de ces machines, leurs poussées et leur consommation.

Géométrie de l'appareil. Parmi les formes les plus connues, on peut citer :

I.4.1 Tuyère conique :

En raison de leur simplicité et de leur facilité de construction, les tuyères coniques étaient largement employées dans la conception des premiers moteurs fusés.

Ces tuyères ont généralement des angles de divergence compris entre 15 et 30 degrés [2]. Elles sont encore utilisées pour les moteurs très petits qui produisent de faibles poussées (pour le contrôle d'altitude des satellites, par exemple) car cette configuration entraîne une perte de poussée importante due principalement à la divergence de l'écoulement à la section de sortie, au lieu d'être axiale pour un maximum de poussée.

Malin évalue cette perte en ajoutant un facteur qui varie en fonction de l'angle de divergence du cône [3].

$$\lambda = 1 - 2(1 + \cos \alpha) \quad \text{Avec } \alpha : \text{Angle de divergence de la tuyère}$$

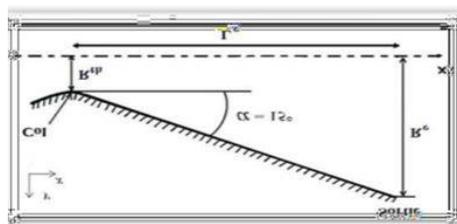


Fig. 3: Tuyère conique [1]

I.4.2 Tuyère à contour profilé :

Quelques années plus tard et en même temps que les avancées expérimentales et numériques, les fabricants ont pris en considération l'amélioration des performances des tuyères de propulsion. Ils ont constaté que les conduites coniques produisent une certaine force, mais avec une diminution en raison de l'inclinaison de la partie supersonique, qui varie entre 15° et 30° . Ainsi, l'angle de la tuyère à la sortie est nul, ce qui signifie que la poussée sera maximale. La méthode des caractéristiques est une méthode développée par les numériciens afin de résoudre ce problème. Quelques années plus tard, ils ont découvert diverses formes. Nous mentionnons les deux principales formes :

. Tuyère centrée sur la détente.

. Tuyère avec une ouverture.

Afin d'accélérer l'écoulement, il est nécessaire d'avoir une certaine détente dans la tuyère. Étant donné que l'écoulement est horizontal au col et à la sortie, il est nécessaire de dériver la paroi jusqu'à un angle maximal, ce que l'on appelle une zone de détente ou d'expansion. Ensuite, il est nécessaire de redresser la paroi pour donner à la sortie une zone de redressement. La tuyère profilée présente généralement des angles variant de 20° à 30° au col et de 5° à 14° à la sortie de la tuyère [2] .

I.4.3 Tuyère à zone d'expansion :

La configuration de la zone d'expansion de la partie divergente est un peu à l'ordre du jour. Lorsque la tuyère est sortie, l'écoulement devient homogène et parallèle à l'axe de révolution [2] , [4], comme le montre la (fig. 4):

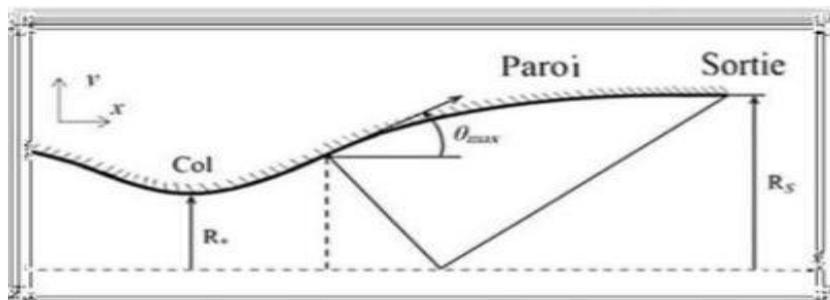


Fig. 4 : Forme de la zone d'expansion [1]

I.4.4 Tuyère à détente centrée :

Si la zone d'expansion est réduite en un point, la tuyère est de type à détente centrée, où la détente se produit à travers des ondes de Prandtl Meyer centrées et générées à partir du coin du col de la tuyère, avec un angle initial θ^* [2], [4] comme illustré dans la (fig. 5).

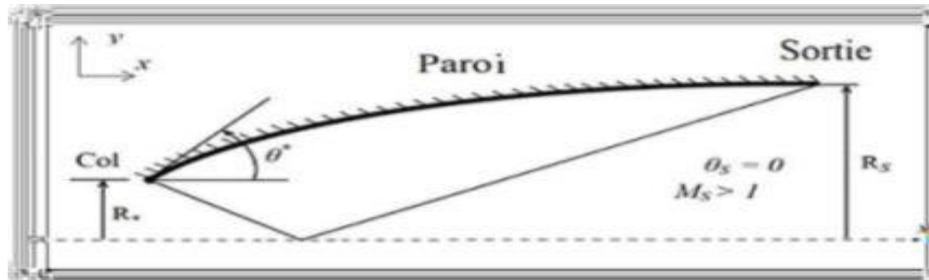


Fig. 5 : Forme générale d'une tuyère à détente centrée [1]

I.4.5 Tuyère à double galbe :

Le concept des tuyères à double galbes est une nouvelle technologie dans le domaine de conception de tuyères supersoniques destinées à la propulsion spatiale, il est l'un des concepts les plus prometteurs pour les tuyères adaptables en altitude. En effet, l'écoulement dans ce type de tuyères a la faculté de s'auto-adapté pour deux régimes de fonctionnement (basse et haute altitude) sans activation mécanique. L'écoulement est forcé à décoller de façon stable et symétrique à l'inflexion, générant ainsi une poussée optimisée à basse altitude. Au cours du vol, lorsque la pression atmosphérique chute sous une certaine valeur, l'écoulement s'attache soudainement dans toute la tuyère, permettant ainsi une détente plus importante pour une poussée plus élevée. Le principe est théoriquement assez simple, mais les efforts structuraux mis en jeu peuvent être importants [5].

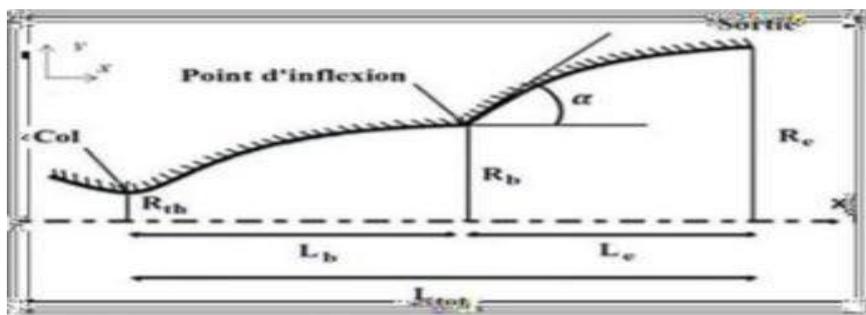


Fig. 6 : Tuyère à double galbe [1]

Avec :

α : L'angle formé par l'axe de la tuyère et la paroi extérieure au point de déflexion.

R : Le rayon

L : La longueur.

La tuyère double galbe présente des performances très élevées du moment qu'elle s'adapte à deux plages de fonctionnement (Auto adaptation de l'écoulement), à des basses altitudes et à de très hautes altitudes sans activation mécanique. Et aussi le décollement du Jet à basse altitude, fixé à la jonction des deux galbes [6].

I.4.6. Tuyère annulaire :

Dans cette configuration, les gaz d'échappement se déplacent du col jusqu'à la sortie de la tuyère à travers une conduite en forme d'anneau plutôt que d'une section circulaire traditionnelle. Le col de cet anneau est constitué d'un bouchon central et d'une paroi externe qui détermine le profil de la tuyère, voire la Figure.

Ce genre de configuration entraîne toujours une diminution de la puissance en raison de la forme conique du contour et de la direction axiale du gaz d'éjection à la sortie, le gaz d'éjection n'est pas d'une direction axiale.

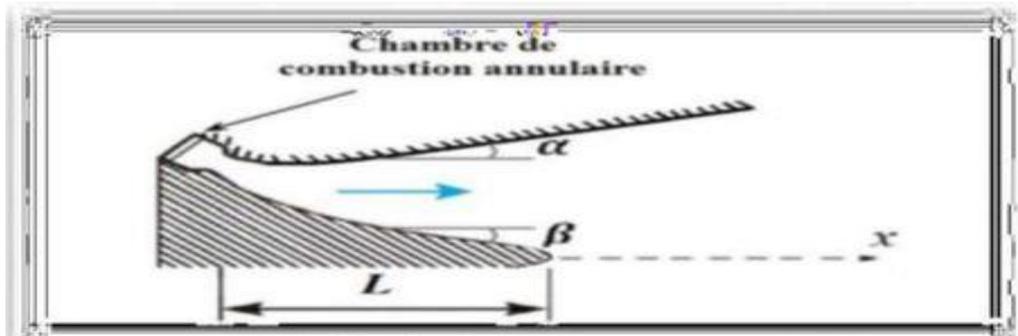


Fig. 7 : Tuyère annulaire. [1]

Avec :

α : L'angle formé par l'axe de la tuyère et la paroi extérieur.

β : L'angle formé par l'axe de la tuyère et de la paroi intérieure du bouchon.

I.4.7 Tuyère à corps central :

Contrairement aux configurations précédemment présentées, ce type de tuyères possède un corps central dont la chambre de combustion est directement reliée à la station du col. Dans cette configuration le processus de détente des gaz est directement ou indirectement régulé par la pression ambiante [7]. L'écoulement des gaz dans ce cas s'ajuste donc de lui-même pour être conforme aux conditions extérieures. Par contre dans la configuration précédente les processus de détente des gaz sont principalement influencés par le contour de la paroi à la section divergente de la tuyère. Ces tuyères sont classées en deux catégories :

- .Tuyère type bouchon (Plug Nozzle).
- . Tuyère type détente-déviation (Expansion-Déflexion Nozzle).

I.4.8. Tuyère type à bouchon :

Le col de ce type de tuyères possède la forme d'un anneau localisé au diamètre extérieur. L'écoulement est contrôlé par des ondes de détente provoquées par la déviation du bouchon dont la surface constitue le principal paramètre qui l'influence. Les gaz d'échappement subissent une détente de la pression de la chambre de combustion jusqu'à la pression ambiante comme il est indiqué dans la figure. La poussée de ce type de tuyères est identique à celle de la tuyère convergente-divergente [2].

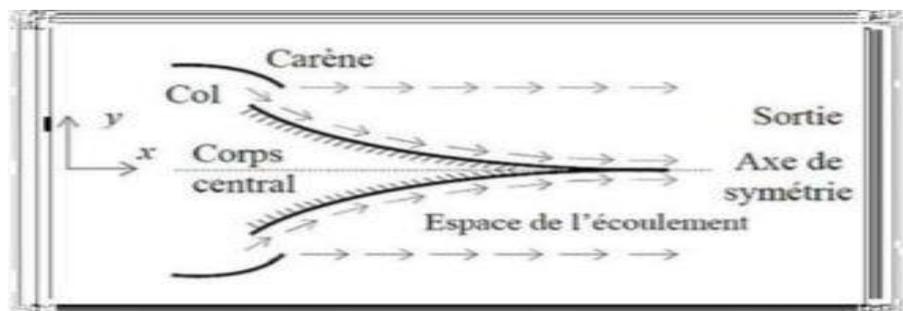


Fig. 8 : Géométrie de la tuyère à corps central type bouchon. [1]

I.4.9. Tuyère type détente-déviation :

Dans ce type de tuyère une chambre de combustion compacte se positionne autour de la ligne centrale et présente un col annulaire au voisinage de cette dernière. Dans ce cas, les gaz se dirigent dans la direction de l'écoulement du bouchon central qui réalise une rotation de l'écoulement en expansion à une direction presque axiale. C'est pourquoi on la qualifie de tuyère à détente-déviation « E.D ». Cette configuration permet l'obtention de bonnes performances même dans des conditions au-dessous de celles pour lesquelles elle été initialement conçue [2].

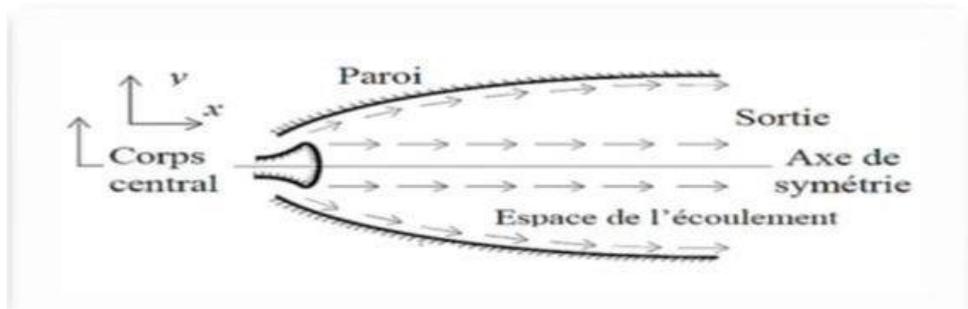


Fig. 9 : Géométrie de la tuyère à corps central type détente déviation [1]

I.5. La tuyère supersonique a un fonctionnement théorique.

En utilisant une approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfaits et non-visqueux, il est possible de décrire les diverses phases de fonctionnement d'une tuyère supersonique.

Prenons l'exemple du système illustré dans la fig. 10, composé d'une tuyère De Laval. La conduite est connectée à un réservoir contenant un gaz à une pression génératrice P_c supposée constante. Le divergent aboutit à une enceinte pratiquement infinie avec une pression statique P_a qui varie.

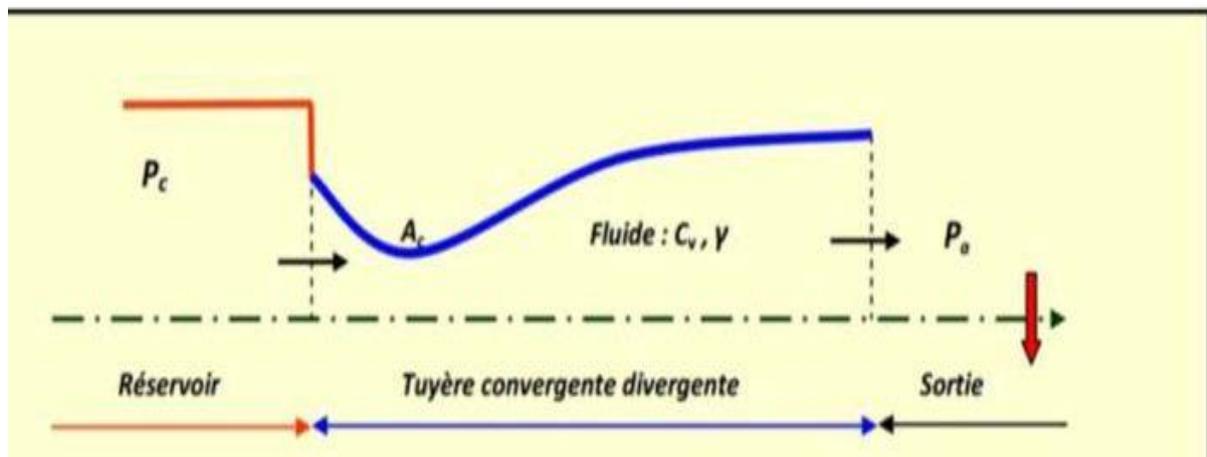


Fig. 10 : Schéma de la tuyère supersonique [1]

Si la pression du milieu extérieur est égale à la pression de la chambre, le fluide est entièrement au repos (Fig. 11, courbe(a)). Si la pression du milieu ambiant P_a diminue progressivement au-dessous de la pression P_c supposée constante, un débit d'écoulement prend naissance et cinq régimes particuliers d'écoulements sont distingués [8] [9] [10]

I.5.1. Écoulement subsonique :

Au début de l'écoulement le débit augmente avec la diminution de la pression ambiante. L'écoulement est subsonique dans toute la tuyère (Fig. 11, courbes (b) et (c)). Dans le convergent la vitesse augmente et la pression diminue jusqu'à une valeur minimale atteinte au col. Dans le divergent la vitesse diminue et la pression augmente jusqu'à la pression du milieu extérieur. La pression est donc minimale dans la section du col où la vitesse passe par une valeur maximale.

I.5.2. Écoulement sonique adapté :

Si P_a continué à diminuer jusqu'à une valeur caractéristique notée P_{a1} , l'écoulement au col devient sonique et le débit atteint une valeur limite maximale (Fig.1), courbe (d). L'écoulement est dit sonique adapté. Partout encore, sauf au col, l'écoulement est subsonique. Au col de la tuyère, la pression atteint la valeur critique P^* et la vitesse atteint la vitesse du son. Le col est amorcé.

I.5.3. Écoulement sonique non adapté :

Si P_a diminué au-dessous de P_{a1} , le col reste toujours sonique. Dans le divergent apparaît un phénomène irréversible appelé onde de choc, l'écoulement est dit sonique non adapté ou régime de sur-détente.

L'évolution de l'écoulement du gaz est représentée par la courbe (e) delà (fig. 11).

Dans le convergent l'écoulement ne subit aucune modification mais dans le divergent une onde de choc stationnaire et normale à l'axe de la tuyère divise l'écoulement en deux parties (Fig. 11).

Dans la première partie du divergent l'écoulement est supersonique, la vitesse continue à augmenter et la pression diminue. À travers l'onde de choc, la pression augmente brusquement, et la vitesse diminue brusquement.

L'onde de choc se place de telle façon à ce que la compression qui s'effectue ramène la pression de la sortie à la pression ambiante P_a . Dans la deuxième partie du divergent (après l'onde de choc) la pression remonte et la vitesse diminue progressivement, l'écoulement est à nouveau subsonique.

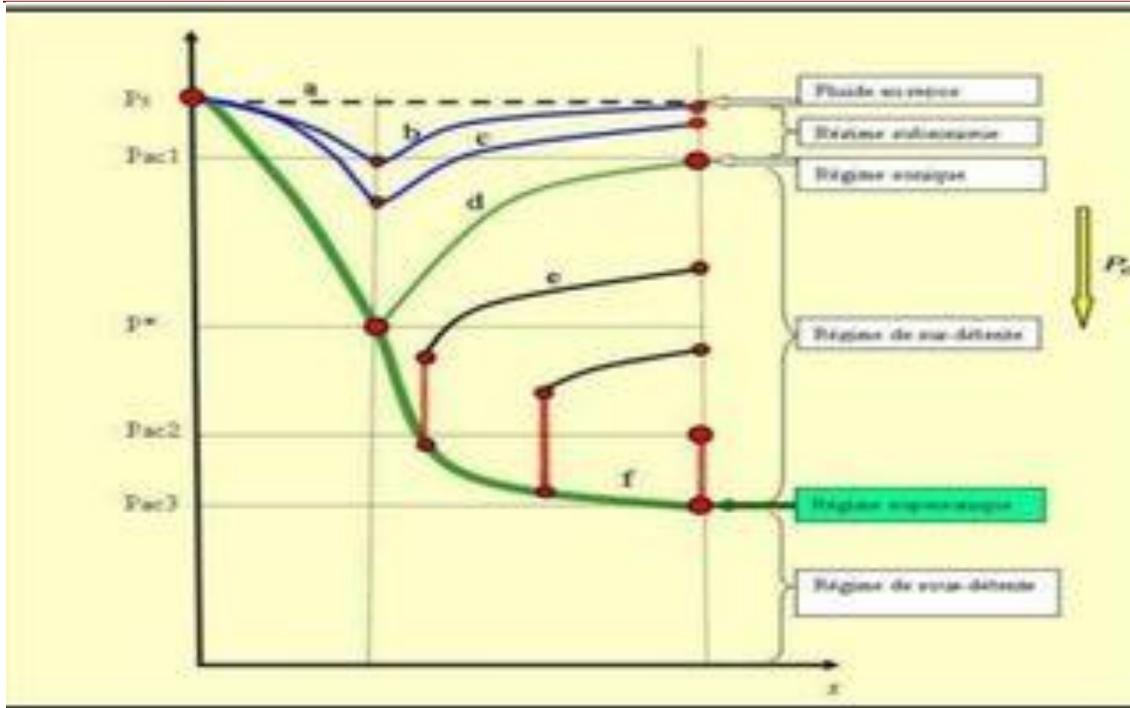


Fig. 11 : Les régimes d'écoulement dans une tuyère supersonique et l'évolution de la pression le long de la tuyère [1]

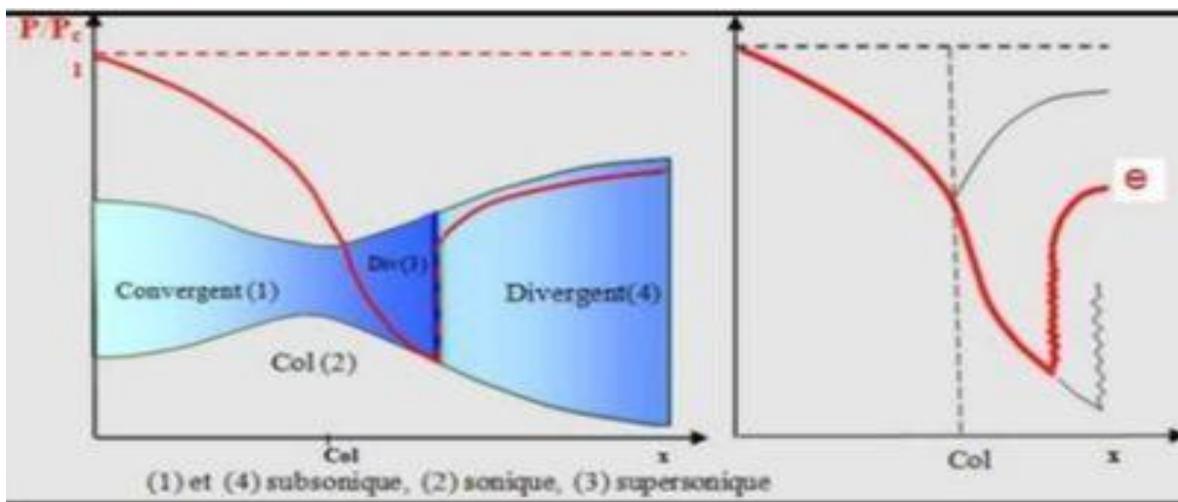


Fig. 12 : Régime de sur-détente en 1D [1]

L'onde de choc se déplace vers la sortie lorsque P_a diminue. Soit P_{ac2} la pression ambiante pour laquelle l'onde de choc se place à la sortie de la tuyère. En diminuant encore la pression P_a dessous de P_{ac2} , l'écoulement dans le divergent est entièrement supersonique, la diminution de P_a ne modifie plus l'écoulement à l'intérieur de la tuyère.

L'adaptation de la pression entre celle de sortie de la tuyère et la pression du milieu ambiant doit se faire à l'extérieure du divergent par l'intermédiaire d'ondes de choc obliques.

I.5.4. Écoulement supersonique adapté :

Si P_a continue à diminuer il arrive un moment où l'écoulement sera entièrement supersonique dans toute la tuyère. Le phénomène d'onde de choc disparaît et il n'y est plus de compression externe, alors la tuyère est parfaitement adaptée. L'évolution du gaz est représentée par la courbe (f) de la (fig. 11). Notons par P_{ac3} la pression ambiante pour laquelle ce phénomène se produit. P_{ac3} est appelé pression d'adaptation.

I.5.5. Écoulement supersonique non adapté :

Lorsque la pression P_a devient inférieure à P_{ac3} l'écoulement est dit supersonique non adapté. L'écoulement dans la tuyère de Laval ne subit aucune modification, l'adaptation entre la tuyère et la pression ambiante doit se faire à l'extérieure de la tuyère par l'intermédiaire d'une série d'ondes de détente obliques.

➤ Remarques et résultats :

L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux permet de décrire les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique. Une tuyère supersonique ne fonctionne donc correctement que pour la seule valeur du rapport de pression P_{ac3}/P_c , où P_{ac3} est appelée pression d'adaptation.

La limitation de l'intervalle de chaque régime d'écoulement nécessite la

Détermination des valeurs caractéristiques de la pression du milieu ambiant pour une pression chambre P_c fixe. Ces valeurs sont P_{ac1} , P_{ac2} , P_{ac3} .

L'approche monodimensionnelle permet l'étude de l'effet de variation de section, de l'onde de choc normale, de sondes de choc obliques et des ondes de détentes.

L'approche monodimensionnelle permet d'obtenir une première estimation des paramètres de fonctionnement des tuyères supersoniques.

I.6. Fonctionnement réel de la tuyère supersonique :

L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux suppose l'absence totale des effets visqueux. Dans les écoulements réels, la tuyère comporte une couche limite qui est très sensible aux variations de pression, ce qui rend les phénomènes physiques dans la tuyère plus complexes.

Lorsque le col de la tuyère est sonique, l'écoulement dans la tuyère dépend uniquement de la pression à la sortie de la tuyère notée P_e de la pression du milieu ambiant P_a . En fonction de la différence entre ces deux pressions, trois cas sont rencontrés :

- . Si $P_e = P_a$, la tuyère est dite adaptée.
- . Si $P_e > P_a$, la tuyère est dite sous-détendue.
- . Si $P_e < P_a$, la tuyère est dite sur-détendue.

I.6.1. Le régime d'adaptation :

Dans le cas du régime adapté, la détente du gaz est complètement accomplie dans la tuyère. Le gaz se détend depuis la chambre jusqu'à la sortie de la tuyère. En sortant de la tuyère aucune adaptation de pression n'est nécessaire vu que la pression du milieu ambiant P_a est égale à la pression de sortie P_e . L'écoulement du gaz sort de la tuyère sous forme d'un jet supersonique quasi-uniforme. Une frontière isobare sépare le jet supersonique du fluide ambiant. En sortant de la tuyère, la couche limite du jet entre en contact avec le fluide ambiant et l'entraîne dans son sillage. Cette interaction forme une couche de mélange (Figure.13).

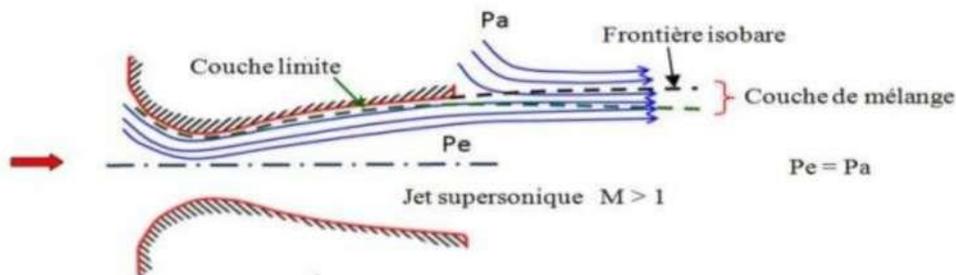


Fig. 13 : Organisation de l'écoulement à l'adaptation [1]

I.6.2. Le régime de sous-détente :

Ce régime supersonique hors adaptation est appelé régime de sous-détente. Il se concrétise lorsque la pression du milieu ambiant P_a est inférieure à la pression d'adaptation. La détente est incomplète dans la tuyère. En sortant de la tuyère, le gaz continue sa détente de la pression de sortie P_e la pression inférieure ambiante P_a . La suite de la détente du gaz est réalisée à la sortie de la tuyère par un faisceau d'ondes de détente. Vu que la pression de sortie est supérieure à la pression ambiante, un élargissement du jet supersonique est observé à la

sortie de la tuyère. La frontière isobare qui sépare le jet supersonique du fluide du milieu ambiant prend une forme divergente (Fig.14).

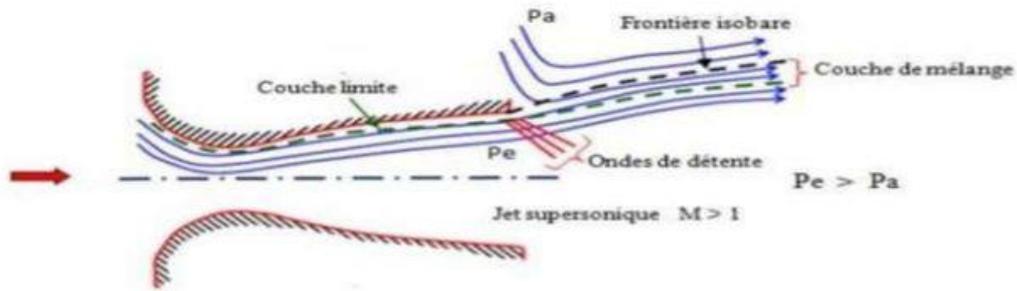


Fig. 14 : Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente [1]

Le profil de pression pariétale le long de la tuyère lors de l'adaptation et en sous-détente est illustré dans la (fig. 15). La pression de l'écoulement est strictement décroissante depuis la pression de la chambre jusqu'à la pression de la sortie.

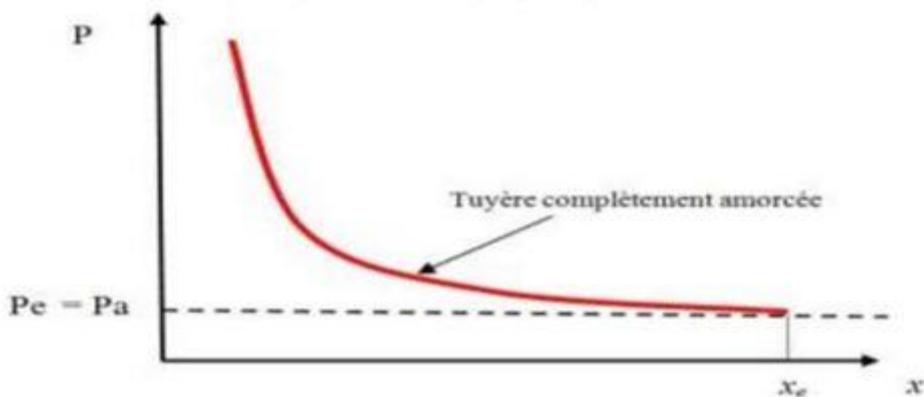


Fig. 15 : Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente [1]

I.7. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté les différentes relations régissant l'écoulement d'un fluide compressible dans une tuyère propulsive ainsi avant d'entamer notre calcul numérique avec la simulation de notre tuyère, il est nécessaire d'avoir des connaissances et des généralités sur les différents types de tuyères pour permettre de bien comprendre et analyser les écoulements à l'intérieur de la tuyère.

Chapitre II:

Modélisation mathématique

II.1 Introduction :

La modélisation mathématique joue un rôle crucial dans la simulation des écoulements dans une tuyère supersonique en utilisant la méthode RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Cette approche repose sur la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées dans le temps, ce qui permet de capturer les effets moyens du tourbillonnement turbulent sur le flux. Dans le cas des tuyères supersoniques, où les effets de compressibilité sont significatifs, il est essentiel d'inclure les termes de densité et de vitesse du son dans les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En modélisant correctement ces phénomènes, la simulation RANS peut fournir des informations précieuses sur les caractéristiques de l'écoulement, telles que les champs de pression, de température et de vitesse, qui sont essentiels pour la conception et l'optimisation des tuyères supersoniques. Les principales propriétés de la méthode implicite qui est présentée dans ce chapitre sont :

- Critère inconditionnelle de stabilité
- Préservation de la forme conservative des équations quand elle existe
- Précision de second ordre en espace et en temps
- Absence d'inversion de matrice tri diagonale

L'histoire de cette méthode peut être tracée par le suivi de l'évolution du schéma de MAC CORMACK à travers les références [11], [12], [13]). Dans la référence [11] un changement du schéma en deux étapes de Lax-Wendroff [14], [15], [16] permet pour la première fois la résolution des équations de Navier-Stokes pour une interaction onde de choc-couche limite laminaire. Cette méthode utilise les différences en alternance pour les dérivées avant et arrière spatiales en deux étapes. Dans la référence [12] un traitement implicite, n'est donné qu'aux termes visqueux, le traitement des termes convectifs a toujours été explicite. Cette méthode est également connue sous le nom la méthode hybride ou méthode caractéristique explicite-implicite. Une version de ce schéma est présentée dans la référence [13], où un traitement implicite est appliqué à tous les termes des équations de Navier-Stokes. Deux différentes parties peuvent être distinguées dans cette dernière version. La première partie du schéma explicite utilise des différences finies du type prédicteur correcteur [11]. Les équations aux différences

Finies ainsi générées approximent les équations d'évolution de l'écoulement avec une précision du second ordre en espace et en temps mais souffrent de conditions explicites restrictives de la stabilité. La deuxième partie enlève les restrictions de stabilité, en transformant les équations de la première partie numériquement dans une forme implicite. Les équations matricielles qui en résultent, qui doit ensuite être résolues sont bi diagonale supérieures ou inférieures, et peuvent être résolues beaucoup plus facilement que les équations matricielles tri diagonale qui apparaissent dans les méthodes existantes implicites [17], [18]. De point de vue général, la dynamique d'un fluide peut être décrite par des lois de conservation de trois quantités : la masse, la quantité de mouvement et l'énergie totale. La forme de ces lois de conservation établit, pour chaque quantité considérée, un équilibre entre le taux d'accumulation, les échanges surfaciques et la production de cette quantité. Pour un écoulement bidimensionnel, les sources de chaleur et les forces de volumes d'action à distance sont négligées, la forme instationnaire des équations compressible de Navier-Stokes est :

➤ **Conservation de la masse :**

La conservation de la masse se traduit par l'équation dite "de continuité" obtenue en supposant qu'en absence de source de fluide, la masse du fluide contenue dans un volume donné se conserve au cours de son mouvement. Cette loi de conservation s'exprime comme suit en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial k} (\rho u_k) = 0 \quad (II.1)$$

➤ **Conservation de la quantité de mouvement :**

Les équations de conservation de la quantité de mouvement s'écrivent comme suit :

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} (\tau_{ik}) \quad (II.2)$$

➤ **Conservation de l'énergie totale :**

La conservation de l'énergie totale finie comme la somme de l'énergie interne et de l'énergie cinétique par :

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} (E) + \rho u_k \frac{\partial}{\partial x_k} (E) = \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i T_{ik}) - \frac{\partial}{\partial x_k} (Q_k) \quad (II.3)$$

Dans lesquelles ρ est la masse volumique, u_k la composante de la vitesse selon x_k , E est l'énergie totale du fluide par unité de masse. La somme des forces de contact est définie par :

$$T_{ik} = -P\delta_{ik} + \mu S_{ik} \quad (II.4)$$

$$S_{ik} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \quad (II.5)$$

avec μ la viscosité dynamique du fluide et λ le coefficient de Lamé relié à la viscosité via l'hypothèse de Stokes $2\mu + 3\lambda = 0$.

la terme Q_k représente le flux de chaleur :

$$Q_k = -\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x_k} \quad (II.6)$$

λ_c est le coefficient de conductivité calorifique.

L'existence des ondes de choc est une caractéristique unique des écoulements supersoniques. A Des grand nombre de Reynolds (tend vers l'infini), des discontinuités figurent dans les solutions des équations d'évolution de l'écoulement sous forme des ondes de choc.

Il existe notamment deux approches différentes pour la résolution numérique de telles discontinuités.

1. La technique du "Shock-fitting" ou "Shock-patching" (ou ajustement à l'onde de choc) consiste à traiter l'onde de choc comme une discontinuité, et en travers de laquelle les relations de Rankine-Hugoniot sont satisfaites. Cette technique a présenté un succès sur un maillage fixe (eulérien) pour un écoulement monodimensionnel réalisé par RICHTMYER [19], tandis qu'elle semble impossible dans le cas de deux dimensions sur un maillage fixe [20]. Elle a permis de meilleurs résultats dans le cas d'un maillage flottant [21] ou après transformation du maillage pour un écoulement non-visqueux [22] et pour un écoulement visqueux [23]. Cette technique semble très utile pour l'amélioration de la précision de chocs relativement simples détachés, elle ne permet pas la prédiction des réseaux complexes de chocs (interaction onde de choc-couche limite), ou la position d'un choc mobile (désamorçage d'une tuyère).

2. La deuxième technique dite "Shock capturing" est plus attrayante, elle n'a pas besoin d'un traitement spécifique d'une onde de choc, cette technique tend plutôt à étaler la discontinuité sur plusieurs points de maillage, au lieu de la maintenir comme une vraie discontinuité. Si les équations (2.1) à (2.3) sont réarrangées de telle sorte que les variables conservatives ($\rho, \rho u, \rho v$ et ρE) soient des variables indépendantes, l'utilisation des méthodes conservatives (différences finies, volumes finis) assurent une stricte conservation de la masse, la quantité de mouvement et de l'énergie. Les relations de Rankine-Hugoniot ne tiennent pas compte des détails internes à la structure de l'onde de choc [24], car elles sont basées seulement sur le principe global de conservation. Le résultat est que, toutes méthodes de différence finies ou volumes finis consistantes et conservatives appliquées aux équations de conservation satisfont les relations de Rankine-Hugoniot et donc produisent les conditions correctes de saut à travers une onde de choc. Il est à noter toutefois que l'utilisation de la forme conservative des équations différentielles ne garantit pas strictement une telle conservation. Pour les variables (ρ, u, v et E), le choc provoque des discontinuités dans la solution, tandis que la solution est continue en utilisant des variables conservatives, et qui sont légèrement discontinues en présence d'une onde de choc mobile ou oblique

Nous considérons un modèle à deux équations de transport ($k - \omega$), la forme instationnaire compressible des équations de conservations en deux dimensions peut s'écrire sous la forme conservative :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = \frac{\partial F_v(U)}{\partial x} + \frac{\partial G_v(U)}{\partial y} + S_0(U) \quad (II.7)$$

Ou

$$U = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \tilde{u} \\ \bar{\rho} \tilde{v} \\ \bar{\rho} \tilde{e}_t \\ \bar{\rho} k \\ \bar{\rho} \omega \end{pmatrix} \quad (II.8)$$

Les vecteurs des flux eulérien et visqueux F et F_v sont donnée la direction x par :

$$F = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{u} + p^* \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{v} \\ (\bar{\rho}\tilde{e}_t + p^*)\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{u}k \\ \bar{\rho}\tilde{u}\omega \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\sigma}_{xx} \\ \tilde{\sigma}_{xy} \\ \tilde{\sigma}_{xx}\tilde{u} + \tilde{\sigma}_{xy}\tilde{v} - \tilde{q}_x \\ \tilde{\sigma}_{kx} \\ \tilde{\sigma}_{\omega x} \end{pmatrix} \quad (II.9)$$

Les vecteurs des flux eulérien et visqueux G et G_v sont donnée la direction y par :

$$G = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{v}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{v}\tilde{v} + p^* \\ (\bar{\rho}\tilde{e}_t + p)\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{v}k \\ \bar{\rho}\tilde{v}\omega \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\sigma}_{xy} \\ \tilde{\sigma}_{yy} \\ \tilde{\sigma}_{xy}\tilde{u} + \tilde{\sigma}_{yy}\tilde{v} - \tilde{q}_y \\ \tilde{\sigma}_{ky} \\ \tilde{\sigma}_{\omega y} \end{pmatrix} \quad (II.10)$$

Les vecteurs des termes sources S_o est donnée par :

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H_k \\ H_\omega \end{pmatrix} \quad (II.11)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{xx} &= (\mu + \mu_t) \left(\frac{4}{3} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right) & \tilde{\sigma}_{yy} &= (\mu + \mu_t) \left(\frac{4}{3} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right) \\ \tilde{\sigma}_{xy} &= (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \right) & p^* &= \bar{p} + \frac{2}{3} \bar{\rho}k \\ \tilde{q}_x &= -\gamma \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{e}_{in}}{\partial x} & \tilde{q}_y &= -\gamma \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{e}_{in}}{\partial y} \\ \tilde{\sigma}_{kx} &= \left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x} & \tilde{\sigma}_{ky} &= \left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial y} \\ \tilde{\sigma}_{\omega x} &= \left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_\omega} \right) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x} & \tilde{\sigma}_{\omega y} &= \left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_\omega} \right) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial y} \end{aligned}$$

Dans le cas d'un modèle de turbulence $(k - \epsilon)$ à bas-Reynolds, les termes sources sont donné par :

$$H_k = P - \bar{\rho}\epsilon^* - 2\mu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$$

$$H_\epsilon = c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P - c_{\epsilon 2} \bar{\rho} f_\epsilon \frac{\epsilon \epsilon^*}{k} + 2\nu \mu_t \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} \right)^2$$

II.2 Méthode des volumes finis :

On peut commencer à discrétiser les problèmes de la mécanique des fluides en utilisant différentes méthodes numériques, que nous sélectionnons en fonction de différents critères tels que le coût, la complexité de la programmation informatique, la souplesse nécessaire pour aborder des géométries complexes et l'équation de la formulation discrète pour des formulations mathématiques. Différentes techniques numériques peuvent être employées pour résoudre le système des équations aux dérivées partielles : Méthodes spectrales, composantes finies, variations finies et volumes finies. Cette étude utilise l'approche de résolution des équations de Navier-Stokes pour les écoulements turbulents. Type de volumes terminés. On résout approximativement l'équation aux dérivées partielles en utilisant un maillage de volumes finis composé de petits volumes qui sont joints (3D, 2D surfaces, les segments en 1D) qui, ensemble, constituent le domaine d'études. Il est possible de construire le volume fini autour d'un point de maillage de départ, mais cela n'est pas indispensable. Initialement développées pour des lois de conservation hyperboliques, les méthodes de volumes finis sont maintenant utilisées pour des équations elliptiques et paraboliques. Les termes de divergence sont inclus dans les équations aux dérivées partielles. Le théorème de flux de divergence consiste à convertir les intégrales de volume d'un terme de divergence en intégrales de surface, puis à évaluer les termes de flux au niveau des interfaces entre les volumes finis. Une fonction de flux numérique est employée afin de générer une estimation des flux au niveau des interfaces. Ces méthodes sont conservatives, ce qui signifie que le flux entrant dans un volume est égal au flux sortant du volume adjacent. Elles sont donc parfaitement adaptées pour résoudre les lois de conservation. En ce qui concerne la discrétisation des lois de conservation, la méthode des volumes finis présente un autre avantage : elle est facilement utilisable avec des maillages non structurés car sa formulation ne prend pas en compte la complexité du maillage. D'un autre côté, les propriétés géométriques du maillage peuvent avoir un impact significatif lorsqu'il s'agit de flux diffusifs entrent en jeu.

Si une intégration est effectuée sur un volume élémentaire V avec une frontière S , les différentes variables seront évaluées au centre des volumes de contrôle et seront considérées constantes pendant l'augmentation en temps qu'une itération, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{v} \int_S \vec{F} \cdot \vec{dS} - \frac{1}{v} \int_S \vec{F}_v \cdot \vec{dS} = S_0 \quad (II.12)$$

où \vec{dS} est le vecteur de surface, $\vec{F} = F \vec{l}_x + G \vec{l}_y$; $\vec{F}_v = \vec{F}_v \vec{l}_x + G_v \vec{l}_y$. Avec (\vec{l}_x, \vec{l}_y) est une base du repère cartésien (x, y) . Le volume v_{ij} représente un quadrilatère centré aux indices $(i ; j)$ (voir fig.II.1).

En appliquant le théorème de la divergence, l'équation se ramène alors à effectuer un bilan de flux de surfaces entrant et sortant du volume élémentaire de contrôle. Les vecteurs de surface sur chaque côté du volume de contrôle sont donnée par

$$\vec{S}_{i-\frac{1}{2}} = (y_{i,j+1} - y_{i,j})\vec{l}_x - (x_{i,j+1} - x_{i,j})\vec{l}_y = (\vec{S}_{ix}\vec{l}_x + \vec{S}_{iy}\vec{l}_y)_{i-\frac{1}{2}}$$

L'équation (II.12) s'écrit alors :

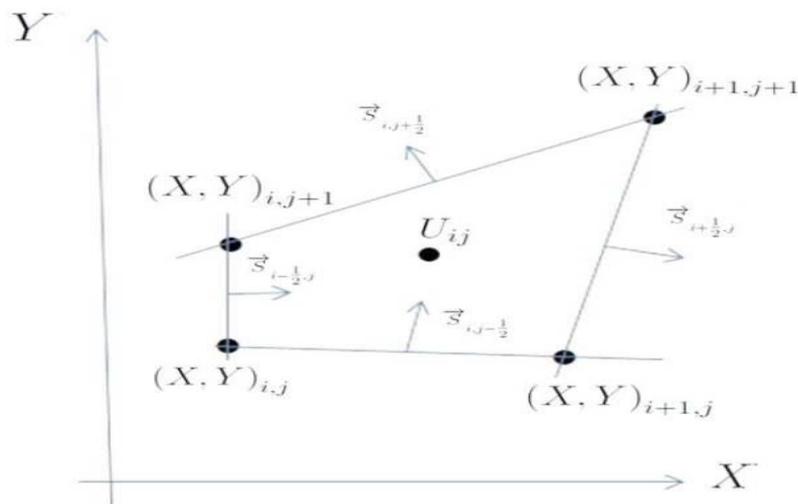


Fig.16 : Volume d'intégration [1]

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial t} + a + b = c + d + e \quad (II.13)$$

Avec

$$\left(\begin{array}{l} a = \frac{1}{v_{i,j}} \left\{ (Fm_x + Gm_y)_{i+\frac{1}{2},j} \left| \vec{S}_{i+\frac{1}{2}} \right| - (Fm_x + Gm_y)_{i-\frac{1}{2},j} \left| \vec{S}_{i-\frac{1}{2}} \right| \right\} \\ b = \frac{1}{v_{i,j}} \left\{ (Fn_x + Gn_y)_{i,j+\frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j+\frac{1}{2}} \right| - (Fn_x + Gn_y)_{i,j-\frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j-\frac{1}{2}} \right| \right\} \\ c = \frac{1}{v_{i,j}} \left\{ (F_v m_x + G_v m_y)_{i+\frac{1}{2},j} \left| \vec{S}_{i+\frac{1}{2}} \right| - (F_v m_x + G_v m_y)_{i-\frac{1}{2},j} \left| \vec{S}_{i-\frac{1}{2}} \right| \right\} \\ d = \frac{1}{v_{i,j}} \left\{ (F_v n_x + G_v n_y)_{i,j+\frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j+\frac{1}{2}} \right| - (F_v n_x + G_v n_y)_{i,j-\frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j-\frac{1}{2}} \right| \right\} \\ e = S_{0i,j} \end{array} \right.$$

On notera que U_{ij} et S_{0j} représentent la valeur moyennes dans le volume de contrôle élémentaire V_{ij} ; $\vec{F}_{i+\frac{1}{2}}$ est le fluxmoyenàtrvslasur face

$$\vec{S}_{i+\frac{1}{2}}$$

Dans le volume de contrôle élémentaire V_{ij} les composantes des vecteurs de surface 1 unitaire sont données par :

$$\begin{aligned} (m_x)_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\left| \vec{S}_{i+\frac{1}{2}} \right|} \vec{i}_x \vec{S}_{i+\frac{1}{2}} & (n_x)_{j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\left| \vec{S}_{j+\frac{1}{2}} \right|} \vec{i}_x \vec{S}_{j+\frac{1}{2}} \\ (m_y)_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\left| \vec{S}_{i+\frac{1}{2}} \right|} \vec{i}_y \vec{S}_{i+\frac{1}{2}} & (n_y)_{j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\left| \vec{S}_{j+\frac{1}{2}} \right|} \vec{i}_y \vec{S}_{j+\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Avec

$$\sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 1 \quad , \quad \sqrt{n_x^2 + n_y^2} = 1$$

L'équation (II.7) sans termes sources ($S_0 = 0$) est la forme stricte des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles utilisées pour le calcul des écoulements turbulents ou laminaire. Un modèle avec un système complet ne peut plus se mettre sous une forme strictement conservative (équation II.7) à cause de la présence des termes sources dans les équations du modèle de turbulence. En fait, le contenu de la matrice des termes sources a une nature plus complexe que celui de \mathbf{F} ou \mathbf{G} , en particulier la linéarité de S_0 en fonction de U n'est plus assurée et le jacobine $\frac{\partial S_0}{\partial U}$ n'est pas aisé à déterminer d'où en considère que les termes sources du modèle de turbulence sont linéairement dépendants uniquement de leurs variables conservatives correspondantes. Tous ce que nous avons exposé jusqu'ici, est une méthode valable et destinée à la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles sur

un maillage rectangulaire. Ceci peut être appliqué pour une couche limite sur plaque plane, ou encore pour le calcul d'interaction onde de choc-couche limite pour des tuyères à section droite constante.

Le flux eulérien passant par la surface $\vec{S}_{i+\frac{1}{2}}$ est exprimé par :

$$F_{\varepsilon i+\frac{1}{2},j} = (Fm_x + Gm_y)_{i+\frac{1}{2},j} \quad (II. 14)$$

1. Vecteur surface est l'aire de la surface multiplié par le vecteur unitaire normal à la surface

De même à travers les autres surfaces.

$$\begin{aligned} F_{\varepsilon i-\frac{1}{2},j} &= (Fm_x + Gm_y)_{i-\frac{1}{2},j} \\ G_{\eta i,j+\frac{1}{2}} &= (Fn_x + Gn_y)_{i,j+\frac{1}{2}} \\ G_{\eta i,j-\frac{1}{2}} &= (Fn_x + Gn_y)_{i,j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (II. 15)$$

Les flux visqueux à travers les surfaces $\vec{S}_{j+\frac{1}{2}}$ et $\vec{S}_{i+\frac{1}{2}}$ sont donnés par :

$$\begin{aligned} G_{v\eta i,j+\frac{1}{2}} &= (F_v n_x + G_v n_y)_{i+\frac{1}{2}} \\ F_{v\eta i+\frac{1}{2},j} &= (F_v m_x + G_v m_y)_{i+\frac{1}{2},j} \end{aligned} \quad (II. 16)$$

L'injection de ces expression dans (II. 13) donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{i,j}}{\partial t} + \frac{1}{v_{i,j}} &\left(F_{\varepsilon i+\frac{1}{2},j} \left| \vec{S}_{i+\frac{1}{2}} \right| - F_{\varepsilon i-\frac{1}{2},j} \left| \vec{S}_{i-\frac{1}{2}} \right| \right) \\ &+ \frac{1}{v_{i,j}} \left(G_{\eta i,j+\frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j+\frac{1}{2}} \right| - G_{\eta i,j-\frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j-\frac{1}{2}} \right| \right) \\ &= \frac{1}{v_{i,j}} \left(F_{v\varepsilon i+\frac{1}{2},j} \left| \vec{S}_{i+\frac{1}{2}} \right| - F_{v\varepsilon i-\frac{1}{2},j} \left| \vec{S}_{i-\frac{1}{2}} \right| \right) \\ &+ \frac{1}{v_{i,j}} \left(G_{v\eta i,j+\frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j+\frac{1}{2}} \right| - G_{v\eta i,j-\frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j-\frac{1}{2}} \right| \right) \\ &+ S_{0i,j} \end{aligned} \quad (II. 17)$$

II.3. Linéarisation en temps :

Les flux évalués à l'instant $t = n + 1$ (méthode implicite, l'équation précédente s'écrit :

$$\begin{aligned}
\Delta t \left(\frac{\partial U_{i,j}}{\partial t} \right)^n + \frac{\Delta t}{v_{i,j}} \left(F_{\varepsilon i + \frac{1}{2}, j} \left| \vec{S}_{i + \frac{1}{2}} \right| - F_{\varepsilon i - \frac{1}{2}, j} \left| \vec{S}_{i - \frac{1}{2}} \right| \right)^{n+1} \\
+ \frac{\Delta t}{v_{i,j}} \left(G_{\eta i, j + \frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j + \frac{1}{2}} \right| - G_{\eta i, j - \frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j - \frac{1}{2}} \right| \right)^{n+1} \\
+ \frac{\Delta t}{v_{i,j}} \left(F_{v \varepsilon i + \frac{1}{2}, j} \left| \vec{S}_{i + \frac{1}{2}} \right| - F_{v \varepsilon i - \frac{1}{2}, j} \left| \vec{S}_{i - \frac{1}{2}} \right| \right)^{n+1} \\
+ \frac{\Delta t}{v_{i,j}} \left(G_{v \eta i, j + \frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j + \frac{1}{2}} \right| - G_{v \eta i, j - \frac{1}{2}} \left| \vec{S}_{j - \frac{1}{2}} \right| \right)^{n+1} \\
+ \Delta t S_{0i,j}^{n+1}
\end{aligned} \tag{II. 18}$$

Pour la suite, nous posons :

$$\Delta t \left(\frac{\partial U_{i,j}}{\partial t} \right)^n = \delta U_{i,j}^n \tag{II. 19}$$

La linéarisation en temps des flux eulériens est faite de la manière suivante :

$$\begin{cases} F_{\varepsilon}^{n+1} = F_{\varepsilon}^n + \left(\frac{\partial F_{\varepsilon}}{\partial U} \right)^n \delta U^n = F_{\varepsilon}^n + A_{\varepsilon}^n \delta U^n \\ G_{\eta}^{n+1} = G_{\eta}^n + \left(\frac{\partial G_{\eta}}{\partial U} \right)^n \delta U^n = G_{\eta}^n + B_{\eta}^n \delta U^n \end{cases} \tag{II. 20}$$

Ou A_{ε} et B_{η} représente respectivement les matrices jacobiennes de F_{ε} G_{η} par rapports a U a matrice A_{ξ} est diagonalisée grâce à la marice S_X et faite d'une transformation de variables conservatives δU en variables non-conservatives δV puis une transformation de ces dernières en variables caractéristiques δU car telle que :

$$A_{\varepsilon} = S_X^{-1} \Lambda_{\varepsilon} S_X \tag{II. 21}$$

la matrice S_X se décompose de la manière suivante :

$$S_X = S_{\varepsilon} R_{\varepsilon} N_c \tag{II. 22}$$

N_c est la matrice de passage entre les variables non-conservatives et conservatives ; obtenue à partir de V et de U :

$$V = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ p^* \\ k \\ \omega \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{e}_t \\ \bar{\rho}k \\ \bar{\rho}\omega \end{pmatrix} \quad (II.23)$$

a) passage de δV en δU :

$$\begin{pmatrix} \delta(\bar{\rho}) \\ \delta(\bar{\rho}\tilde{u}) \\ \delta(\bar{\rho}\tilde{v}) \\ \delta(\bar{\rho}\tilde{e}_t) \\ \delta(\bar{\rho}k) \\ \delta(\bar{\rho}\omega) \end{pmatrix} \xrightarrow{N_c} \begin{pmatrix} \delta(\bar{\rho}) \\ \delta(\tilde{u}) \\ \delta(\tilde{v}) \\ \delta(p^*) \\ \delta(k) \\ \delta(\omega) \end{pmatrix}$$

Où

$$\delta V = N_c \delta U \quad (II.24)$$

L'expression de N_c est donnée par :

$$N_c = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\tilde{u}}{\rho} & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\tilde{v}}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha\beta & -\beta\tilde{u} & -\beta\tilde{v} & \beta & -\Gamma\beta & 0 \\ -\frac{k}{\rho} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ -\frac{\omega}{\rho} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} \end{pmatrix} \quad (II.25)$$

Où

$$\begin{cases} \beta = \gamma - 1 \\ \alpha = \frac{1}{2}(\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2) \\ \Gamma = 1 - \frac{2}{3\beta} \end{cases}$$

R_ε est la matrice de passage du repère (x, y) au repère (ε, η) lié à la surface $\vec{S}_{i+\frac{1}{2}}$ ou $\vec{S}_{i-\frac{1}{2}}$

b) passage de δV en δU_{car} :

$$\begin{pmatrix} \delta(\bar{\rho}) \\ \delta(\tilde{u}) \\ \delta(\tilde{v}) \\ \delta(p^*) \\ \delta(k) \\ \delta(\omega) \end{pmatrix} \xrightarrow{S_\varepsilon} \begin{pmatrix} \delta(\bar{\rho}) - \frac{1}{c^{*2}} \delta(p^*) \\ \delta(p^*) + \rho c^* \delta(\tilde{u}) \\ \delta(\tilde{v}) \\ \delta(p^*) - \rho c^* \delta(\tilde{u}) \\ \delta(k) \\ \delta(\omega) \end{pmatrix}$$

$$\delta U_{car} = S_\varepsilon \delta V \quad (II.26)$$

Ou la matrice S_ε est définie par :

$$S_\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{c^{*2}} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\rho}c^* & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\rho}c^* & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c) passage de δU en δU_{car} :

Le passage des variables conservatives en variable caractéristique se fera par la matrice S_X et après multiplication par la matrice de rotation R_ε

$$S_X = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\alpha\beta}{c^{*2}} & \frac{\beta\tilde{u}}{c^{*2}} & \frac{\beta\tilde{v}}{c^{*2}} & -\frac{\beta}{c^{*2}} & \frac{\beta}{c^{*2}} & 0 \\ \bar{\rho}c^* \left(-\frac{\tilde{u}}{\rho} m_x - \frac{\tilde{v}}{\rho} m_y \right) + \alpha\beta & c^* m_x - \beta\tilde{u} & c^* m_y - \beta\tilde{v} & \beta & -\Gamma\beta & 0 \\ \frac{\tilde{u}}{\rho} m_y - \frac{\tilde{v}}{\rho} m_x & -\frac{1}{\rho} m_y & \frac{1}{\rho} m_x & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{\rho}c^* \left(-\frac{\tilde{u}}{\rho} m_x - \frac{\tilde{v}}{\rho} m_y \right) + \alpha\beta & -c^* m_x - \beta\tilde{u} & -c^* m_y - \beta\tilde{v} & \beta & -\Gamma\beta & 0 \\ \frac{-k}{\rho} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ \frac{-\omega}{\rho} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} \end{pmatrix}$$

avec

$$R_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_x & m_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_y & m_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ou c^* est la vitesse du son turbulente donnée par :

$$c^{*2} = \frac{\gamma p^*}{\bar{\rho}} = \frac{\gamma(\bar{p} + \frac{2}{3}\bar{\rho}k)}{\bar{\rho}} \quad (II.27)$$

la matrice inverse de S_X soit S_X^{-1} est obtenue soit par l'inversion de la matrice S_X ou par :

$$S_X^{-1} = R_{\varepsilon}^{-1} N_c^{-1} S_{\varepsilon}^{-1}$$

d'où

$$S_X^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2c^{*2}} & 0 & \frac{1}{2c^{*2}} & 0 & 0 \\ \tilde{u}m_x - \tilde{v}m_y & \frac{1}{2c^{*2}}(\tilde{u}m_x - \tilde{v}m_y) + \frac{m_x}{2c^{*2}} & -\bar{\rho}m_y & \frac{\tilde{u}m_x - \tilde{v}m_y}{2c^{*2}} - \frac{m_x}{2c^{*2}} & 0 & 0 \\ \tilde{u}m_y - \tilde{v}m_x & \frac{1}{2c^{*2}}(\tilde{u}m_y + \tilde{v}m_x) + \frac{m_y}{2c^{*2}} & \bar{\rho}m_x & \frac{\tilde{u}m_y + \tilde{v}m_x}{2c^{*2}} - \frac{m_y}{2c^{*2}} & 0 & 0 \\ \alpha + \Gamma k & \frac{\alpha + \Gamma k}{2c^{*2}} + \frac{\tilde{u}}{2c^{*2}} + \frac{1}{2\beta} & \bar{\rho}\tilde{v} & \frac{\alpha + \Gamma k}{2c^{*2}} - \frac{\tilde{u}}{2c^{*2}} + \frac{1}{2} & \bar{\rho}\Gamma & 0 \\ k & \frac{k}{2c^{*2}} & 0 & \frac{k}{2c^{*2}} & \bar{\rho} & 0 \\ \omega & \frac{\omega}{2c^{*2}} & 0 & \frac{\omega}{2c^{*2}} & 0 & \bar{\rho} \end{pmatrix}$$

Avec

$$R_{\varepsilon}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_x & -m_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_y & m_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

N_c^{-1} Est la matrice de passage de variables non-conservatives en variables conservative telle que :

$$\delta U = N_c^{-1} \delta V \quad (II.28)$$

$$N_c^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{u} & \bar{\rho} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{v} & 0 & \bar{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha + \Gamma k & \bar{\rho}\tilde{u} & \bar{\rho}\tilde{v} & \frac{1}{\beta} & \bar{\rho}\Gamma & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & \bar{\rho} & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\rho} \end{pmatrix}$$

Et encore S_ε^{-1} est donnée par :

$$S_\varepsilon^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2c^{*2}} & 0 & -\frac{1}{2c^{*2}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\bar{\rho}c^*} & 0 & -\frac{1}{2\bar{\rho}c^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice diagonale Λ_ε recherchée est :

$$\Lambda_\varepsilon = \begin{pmatrix} \Lambda_{\varepsilon 1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{\varepsilon 2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{\varepsilon 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_{\varepsilon 4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_{\varepsilon 5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_{\varepsilon 6} \end{pmatrix}$$

Avec

$$\begin{cases} \Lambda_{\varepsilon 1} = \tilde{u}m_x + \tilde{v}m_y \\ \Lambda_{\varepsilon 2} = \tilde{u}m_x + \tilde{v}m_y + c^* \\ \Lambda_{\varepsilon 3} = \tilde{u}m_x + \tilde{v}m_y \\ \Lambda_{\varepsilon 4} = \tilde{u}m_x + \tilde{v}m_y - c^* \\ \Lambda_{\varepsilon 5} = \tilde{u}m_x + \tilde{v}m_y \\ \Lambda_{\varepsilon 6} = \tilde{u}m_x + \tilde{v}m_y \end{cases} \quad (II.29)$$

on peut suivre une démarche analogue pour diagonaliser la matrice jacobéenne B_η , qui fera apparaître les matrices suivante :

$$B_\eta = S_Y^{-1} \Lambda_\eta S_Y \quad (II.30)$$

La matrice S_Y est donnée par :

$$S_Y = S_\eta R_\eta N_c \quad (II.31)$$

$$S_\eta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{c^{*2}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\rho}c^* & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\rho}c^* & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$R_\eta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_y & -n_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_x & n_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (II.32)$$

$$S_Y = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\alpha\beta}{c^{*2}} & \frac{\beta\tilde{u}}{c^{*2}} & \frac{\beta\tilde{v}}{c^{*2}} & -\frac{\beta}{c^{*2}} & \frac{\Gamma\beta}{c^{*2}} & 0 \\ -\frac{1}{\bar{\rho}}(\tilde{u}n_y - \tilde{v}n_x) & \frac{n_y}{\bar{\rho}} & -\frac{n_x}{\bar{\rho}} & 0 & 0 & 0 \\ -c^*(\tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y) + \alpha\beta & c^*n_x - \beta\tilde{u} & c^*n_y - \beta\tilde{v} & \beta & -\Gamma\beta & 0 \\ c^*(\tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y) + \alpha\beta & -c^*n_x - \beta\tilde{u} & -c^*n_y - \beta\tilde{v} & \beta & -\Gamma\beta & 0 \\ -\frac{k}{\bar{\rho}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{\rho}} & 0 \\ -\frac{\omega}{\bar{\rho}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{\rho}} \end{pmatrix}$$

La matrice inverse S_Y^{-1} est donnée par :

$$S_X^{-1} = N_c^{-1} R_\eta^{-1} S_\eta^{-1} \quad (II.33)$$

Avec

$$R_\eta^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_y & n_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -n_x & n_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et

$$S_{\bar{\eta}}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2c^{*2}} & \frac{1}{2c^{*2}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\bar{\rho}c^*} & -\frac{1}{2\bar{\rho}c^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$S_Y^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2c^{*2}} \\ \tilde{u} & \bar{\rho}n_y & \frac{1}{2c^{*2}}(\tilde{u} + c^*n_x) \\ \tilde{v} & -\bar{\rho}n_x & \frac{1}{2c^{*2}}(\tilde{v} + c^*n_y) \\ \alpha + k & \bar{\rho}(\tilde{u}n_y - \tilde{v}n_x) & \frac{\alpha + k}{2c^{*2}} + \frac{\tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y}{2c^*} + \frac{1}{2\beta} \\ k & 0 & \frac{k}{2c^{*2}} \\ \omega & 0 & \frac{\omega}{2c^{*2}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2c^{*2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2c^{*2}}(\tilde{u} - c^*n_x) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2c^{*2}}(\tilde{v} - c^*n_y) & 0 & 0 \\ \frac{\alpha + k}{2c^{*2}} - \frac{\tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y}{2c^*} + \frac{1}{2\beta} & \bar{\rho} & 0 \\ \frac{k}{2c^{*2}} & \bar{\rho} & 0 \\ \frac{\omega}{2c^{*2}} & 0 & \bar{\rho} \end{pmatrix}$$

la matrice diagonale Λ_{η} a pour valeur :

$$\Lambda_{\eta} = \begin{pmatrix} \Lambda_{\eta 1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{\eta 2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{\eta 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_{\eta 4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_{\eta 5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_{\eta 6} \end{pmatrix}$$

Avec

$$\begin{aligned}\Lambda_{\eta_1} &= \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y \\ \Lambda_{\eta_2} &= \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y \\ \Lambda_{\eta_3} &= \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y + c^* \\ \Lambda_{\eta_4} &= \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y - c^* \\ \Lambda_{\eta_5} &= \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y \\ \Lambda_{\eta_6} &= \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y\end{aligned}\tag{II.34}$$

Enfin comme F_ε et G_η sont homogène par rapport à U [15] on peut écrire :

$$\begin{aligned}F_\varepsilon &= A_\varepsilon U \\ G_\eta &= B_\eta U\end{aligned}\tag{II.35}$$

Chapitre III : Résultats

III.1 INTRODUCTION

La mécanique des fluides et le transfert de chaleur dans un écoulement turbulent sont différents du cas de non-accélération. L'étude des écoulements un peu complexe, tel que une zone de recirculation, un décollement sur une rompe de compression, une couche de mélange, ou encore l'écoulement à travers des tuyères supersonique, on mis en évidence l'intérêt dans la conception et le développement et dans la recherche fondamentale. Cette étude numérique est réalisée pour acquérir une meilleure compréhension des effets de plusieurs paramètres sur ce genre d'écoulement et sur le transfert thermique dans des tuyères supersoniques coniques ou galées.

Des efforts considérables ont été consacré à la prédiction de dynamique des gaz et au transfert de chaleur par convection à travers les tuyères supersoniques [1], mais relativement il existe peu de connaissance sur l'écoulement réel et sur les phénomènes de transfert de chaleur par convection qui peuvent se produire dans les tuyères de différentes configuration et à diverses conditions d'exploitation, l'étude est issue d'un l'intérêt croissant pour la compréhension de transfert de chaleur par convection provient de l'accélération de la couche limite turbulente.

En régime établi, tous les facteurs susceptibles de modifier les caractéristique de l'écoulement au voisinage de la paroi agiront sur la position du point de l'écoulement ; parmi ceux-ci, notons les échanges thermique entre la paroi et les gaz, les perturbations de profil de la paroi, la nature de l'écoulement de proche paroi (laminaire ou turbulente), ainsi que les perturbations de pression atteignant la couche limite (que celles-ci viennent de la partie amont ou aval de l'écoulement).

III.2 Validation du modèle de turbulence SST-V Menter :

Afin de valider l'influence et la robustesse du modèle utilisé sur le comportement du champ turbulent et ses conséquences sur le champ moyen, les résultats numériques seront confrontés aux valeurs expérimentales de Cuffel al [5] et Back et al ([1], [4]).

Cuffel et al [5] ont utilisé dans leur expérimentation une tuyère conique, qui a un demi angle de convergence et de divergence de 45° et 15° (figure 4.6), respectivement, avec $r_c = r_{th} = 0.625$. La pression statique a été calculée dans tout le champ d'écoulement. Le fluide employé est de l'air comprimé qui entre à une pression $P_0 = 4.82$ bar et $T_0 = 300$ K.

Un Paramètre important influant l'écoulement isentropique dans la région transsonique d'une tuyère avec un col circulaire est le rapport de l'arc de rayon et le rayon du col $r_c = r_{th}$.

Pour les valeurs de rapport $r_c = r_{th}$ considérablement supérieur à l'unité, c'est-à-dire un écoulement unidimensionnel avec le contour progressif du col. Avec la diminution du rapport $r_c = r_{th}$ les effets d'écoulement bidimensionnel deviennent importants. Dans le cas où $r_c = r_{th}$ supérieur ou légèrement inférieur d'environ 2, il existe des théories analytiques pour une prédiction adéquate de l'écoulement bidimensionnel dans la région transsonique de la tuyère ([9]-[11]) comme il est indiqué par le calcul et la mesure de la pression statique sur la paroi [4].

Cependant, pour des tuyères avec $r_c = r_{th} < 1$), comme l'on trouve dans certains moteurs fusées, ces théories ne s'appliquent pas. Cette configuration présente des flux internes dans la région transsonique d'une tuyère avec un petit rapport de $r_c = r_{th} = 0.625$.

Les résultats numériques seront comparés aux résultats de l'expérimentation menée par Cuffel et al [5].

- dans ce chapitre on va faire la simulation et en utilisant le logiciel fluent qui de dynamique des fluides numériques (CFD) développé par ANSYS. Il permet de simuler et d'analyser le comportement des fluides en mouvement et les échanges thermique dans des systèmes complexe. Fluent est utilisé dans diverses industries, telles que l'aérospatiale, l'automobile, et l'énergie, pour étudier des phénomènes comme l'écoulement de l'air autour d'un avion, le refroidissement de composants électrique, Il offre des capacités avancées vde modélisation, incluant les écoulements turbulents, la chaleur et les transferts de masse, et les réactions chimiques.

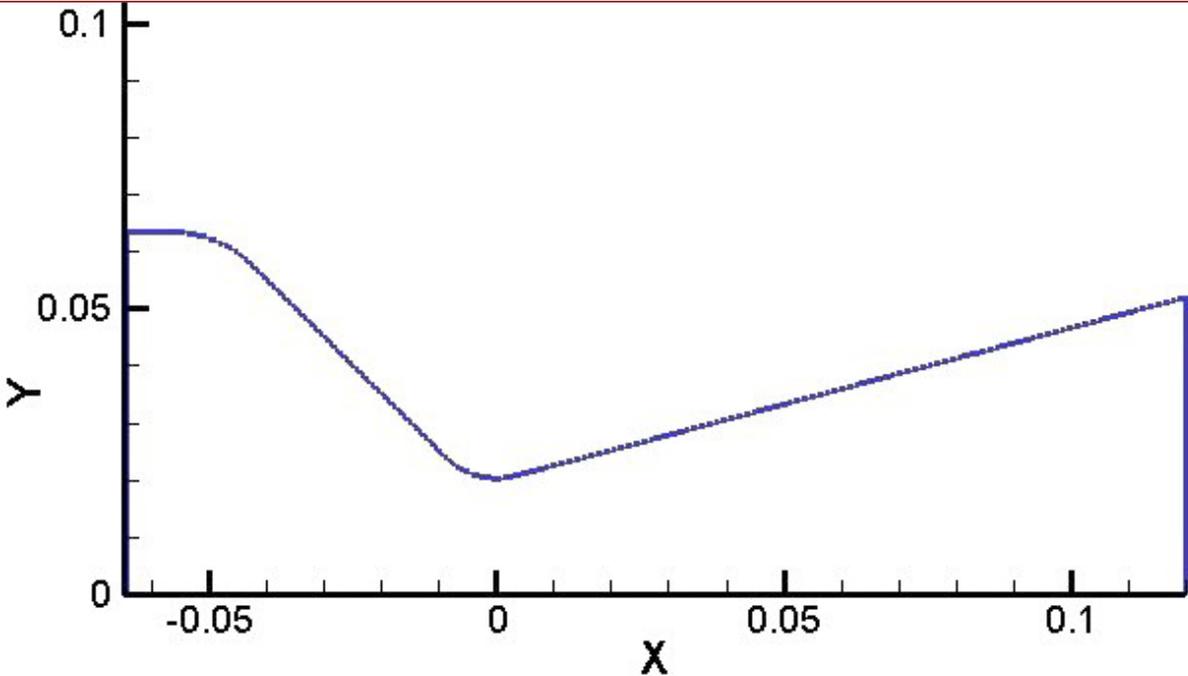


Fig.1 : Géométrie de la Tuyère JPL de Cuffel et al [5] en (m)

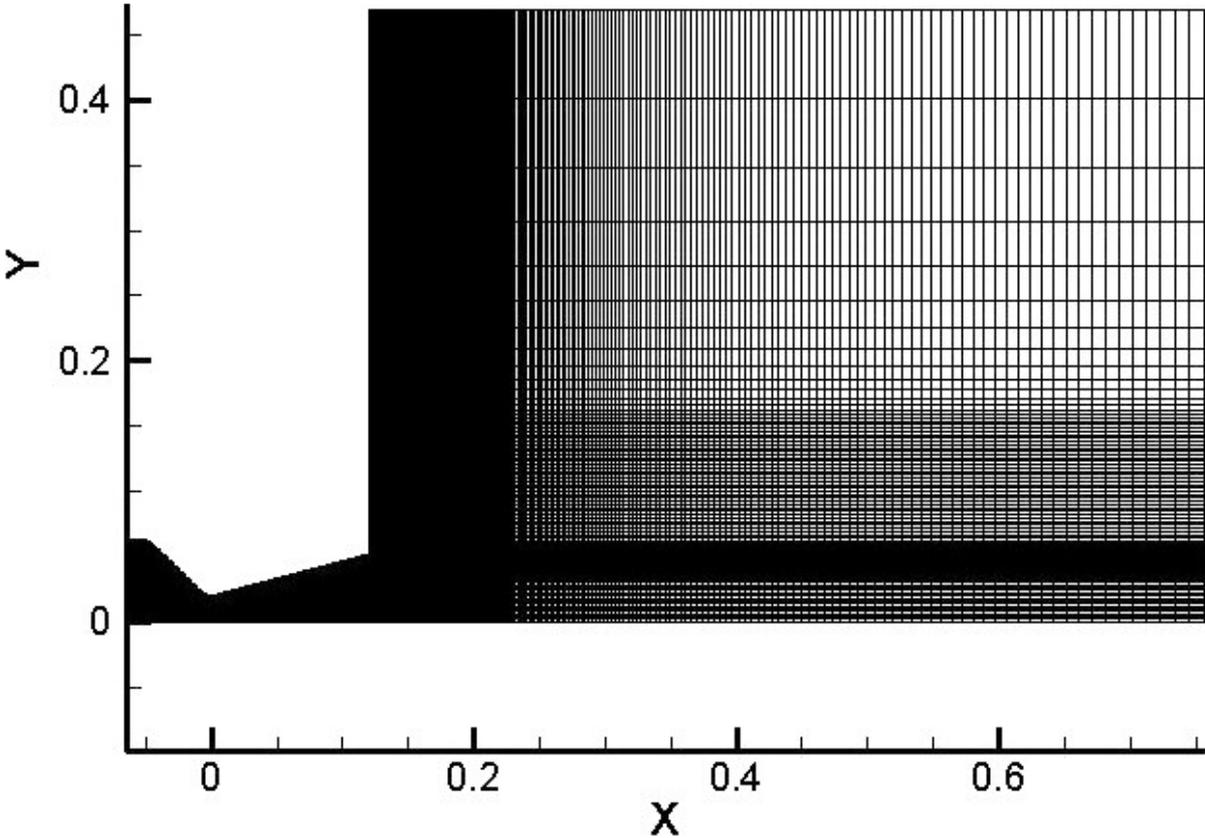
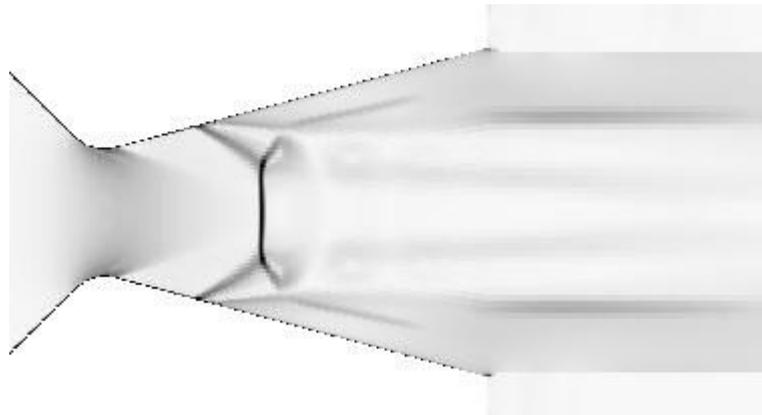


Fig. 2 : Maillage structuré multi blocs

Le maillage adopté est du type curviligne avec un technique multi bloc. La figure 4.2 montre le maillage de la tuyère de la figure 4.1. L'avantage de cette technique est qu'elle autorise des domaines de calcul plus étendus avec une grande facilité de programmation sur des machines massivement parallèles. Notre code de calcul utilise une approche de parallélisations à mémoire distribuée en faisant appel à la bibliothèque d'échange des messages MPI (Message Passing Interface). Bien qu'elle ne puisse simplement de pouvoir répartir les tâches sur un nombre important de processus.



**Fig. 3 : Strioscopie numérique de la tuyère [5] (Simulation avec le Modèle SST-Menter).
NPR=3.12**

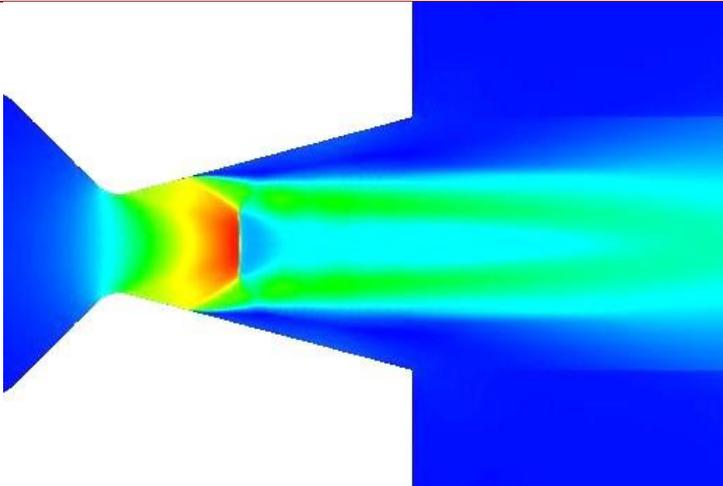


Fig. 4 : Champ de nombre de Mach de la tuyère [5] NPR=3.12

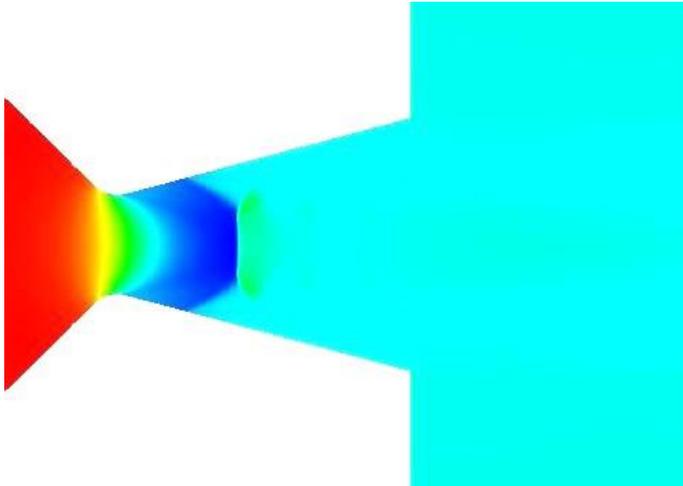


Fig. 5 : Champ de pression avec NPR=3.12

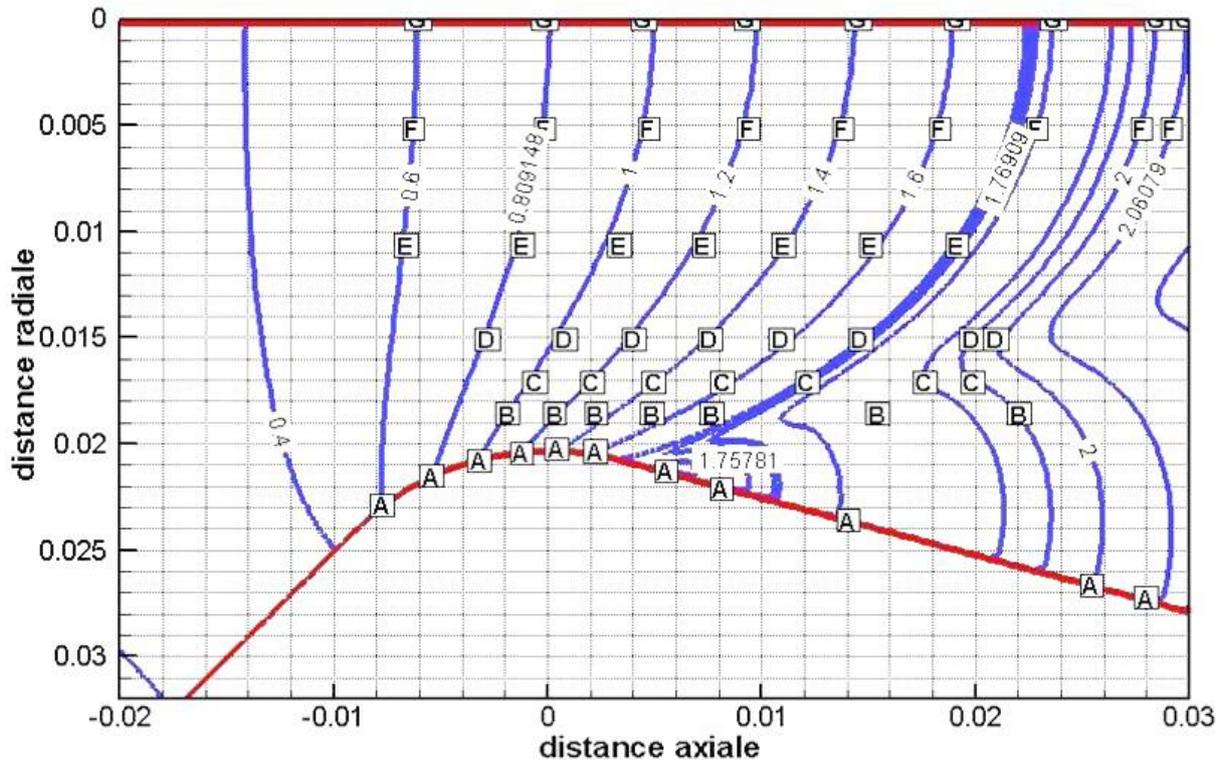


Fig. 6 : Comparaison de champ de Mach dans la région transsonique pour un rapport de pression NPR=4.82 avec les mesures de Cuffel et al [5] (les alphabets représentent l'expérimentation)

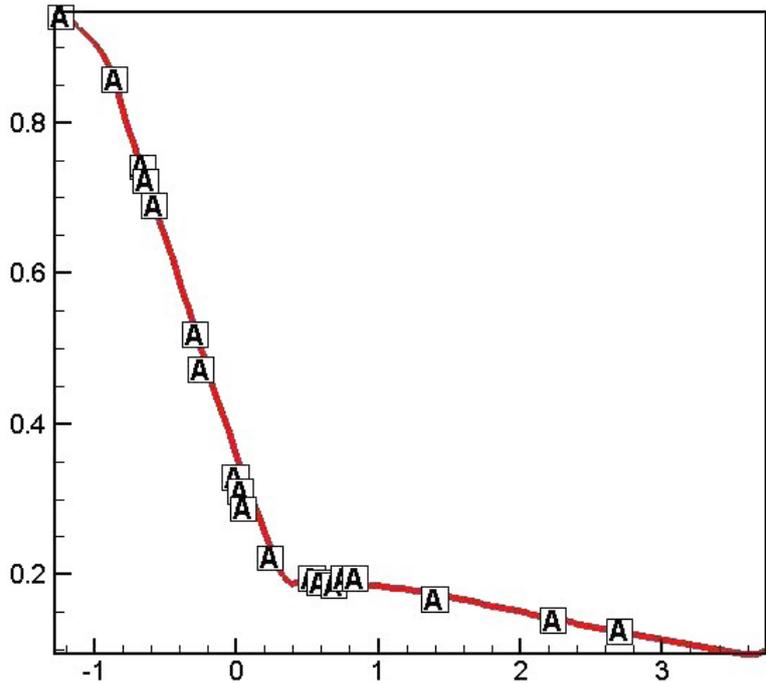


Fig. 7 : Distribution axiale de la pression sur la paroi, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])

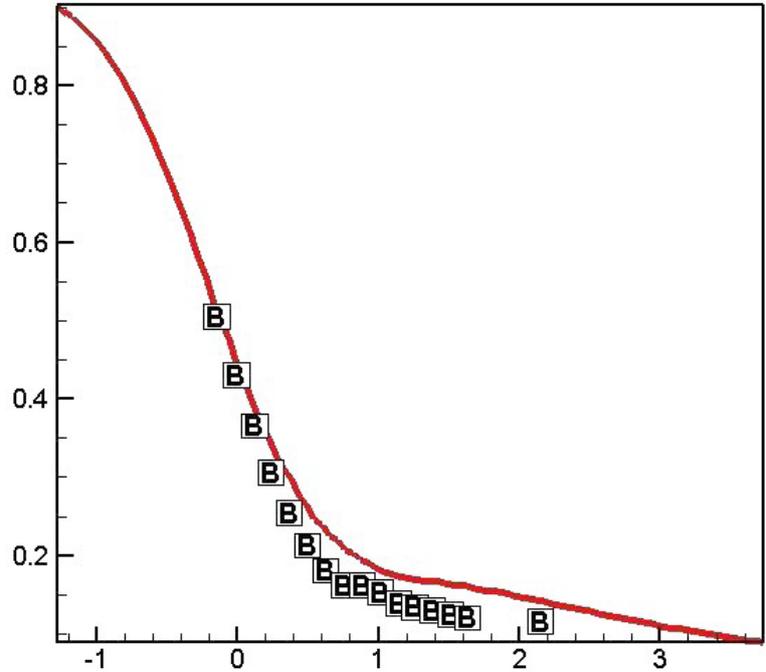


Fig. 8 : Distribution axiale de la pression une distance égale à 4.7 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])

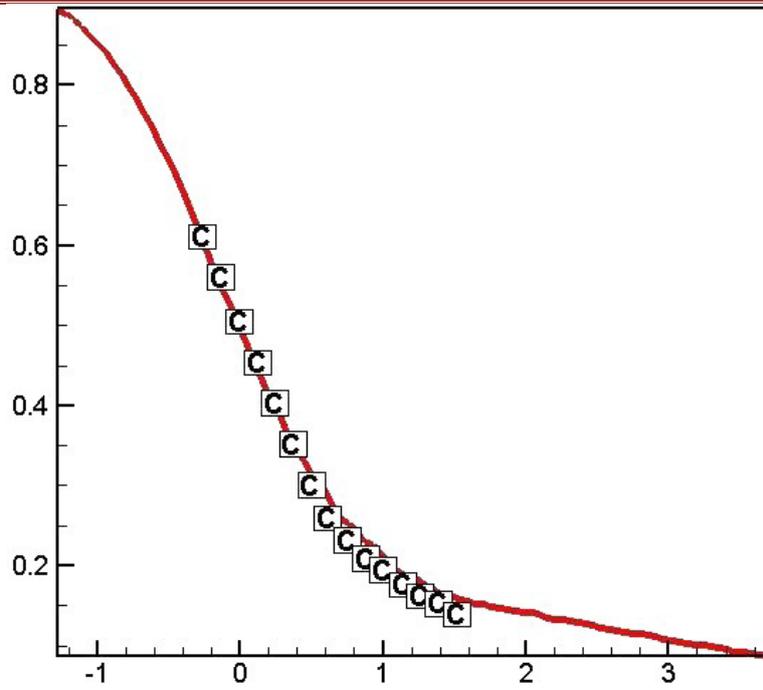


Fig. 9 : Distribution axiale de la pression à une distance égale à 4.32 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])

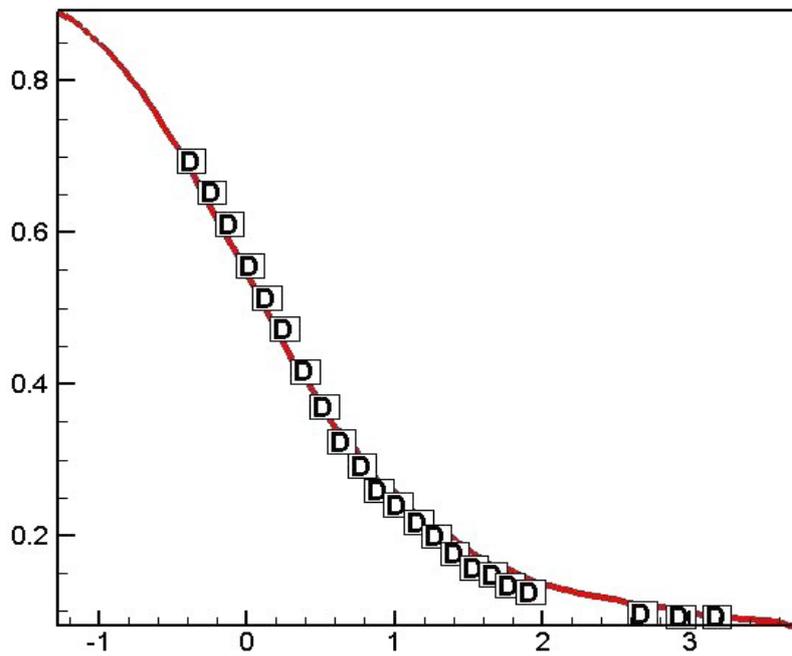


Fig. 10 : Distribution axiale de la pression à une distance égale à 3.81 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])

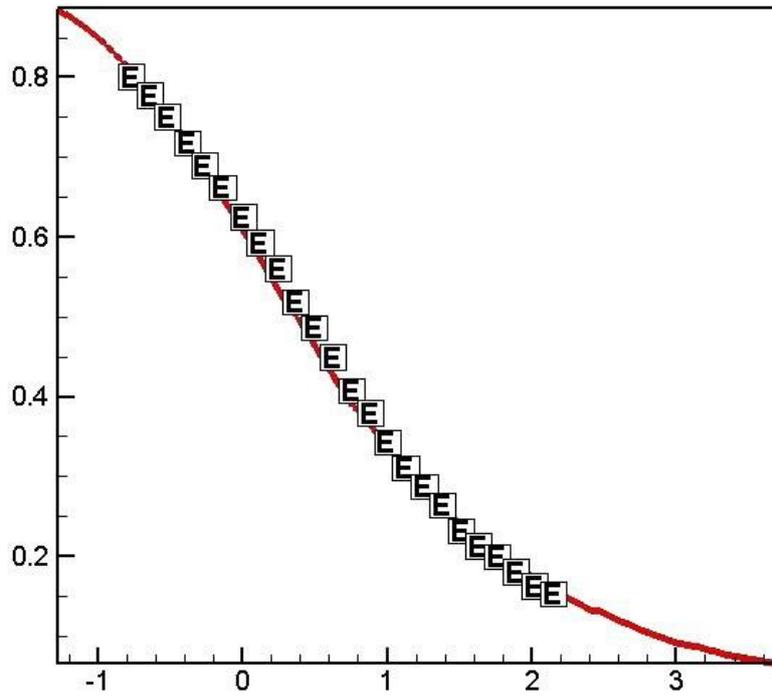


Fig. 11 : Distribution axiale de la pression à une distance égale à 2.54 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])

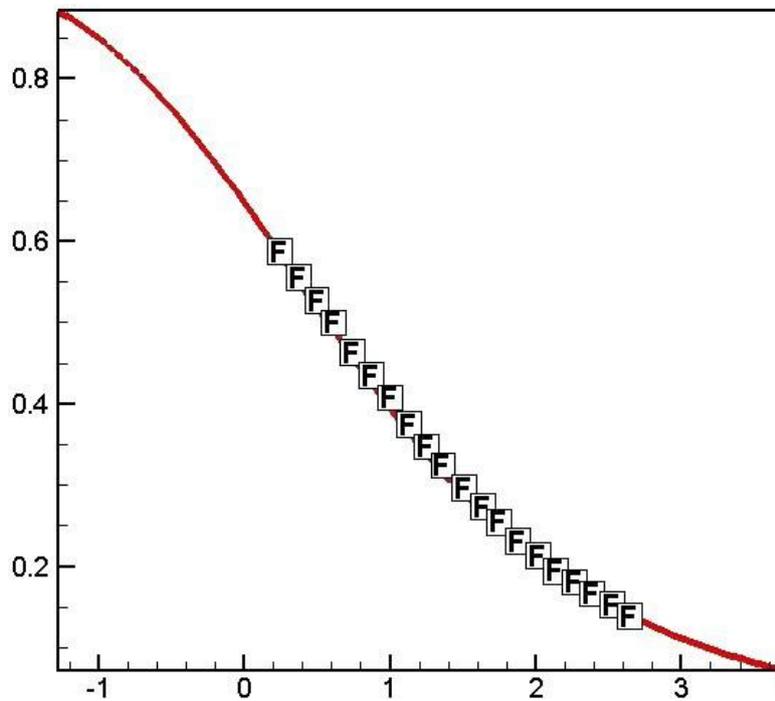


Fig. 12 : Distribution axiale de la pression à une distance égale à 1.27 cm de l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])

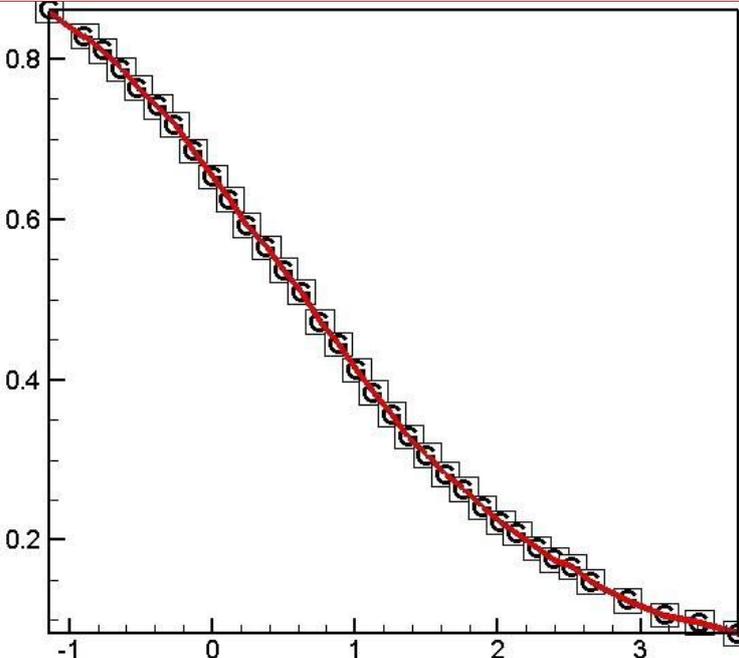


Fig. 13 : Distribution axiale de la pression sur l'axe, NPR=4.82 (les alphabets représentent l'expérimentation de [5])

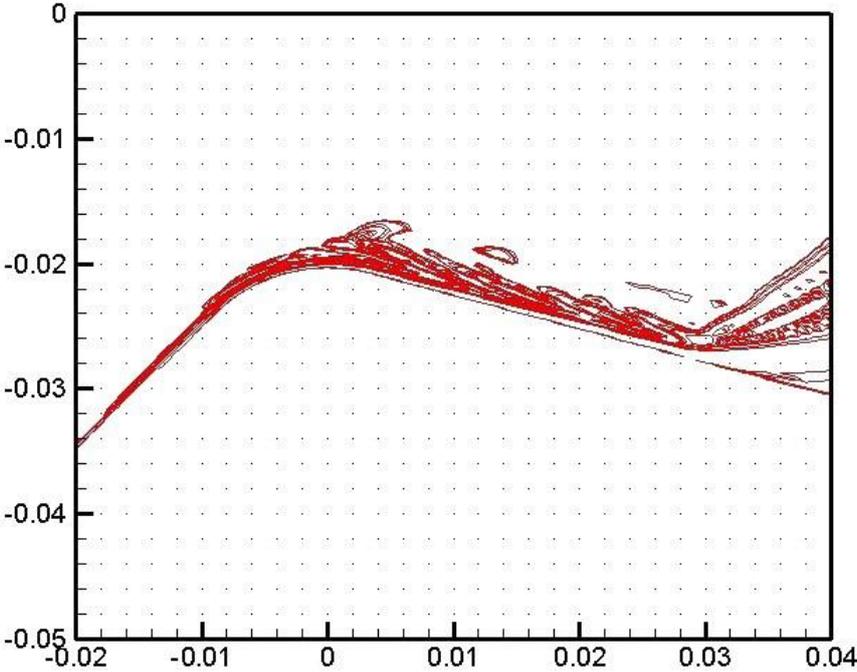


Fig. 14 : Champ de verticité dans la tuyère [5]

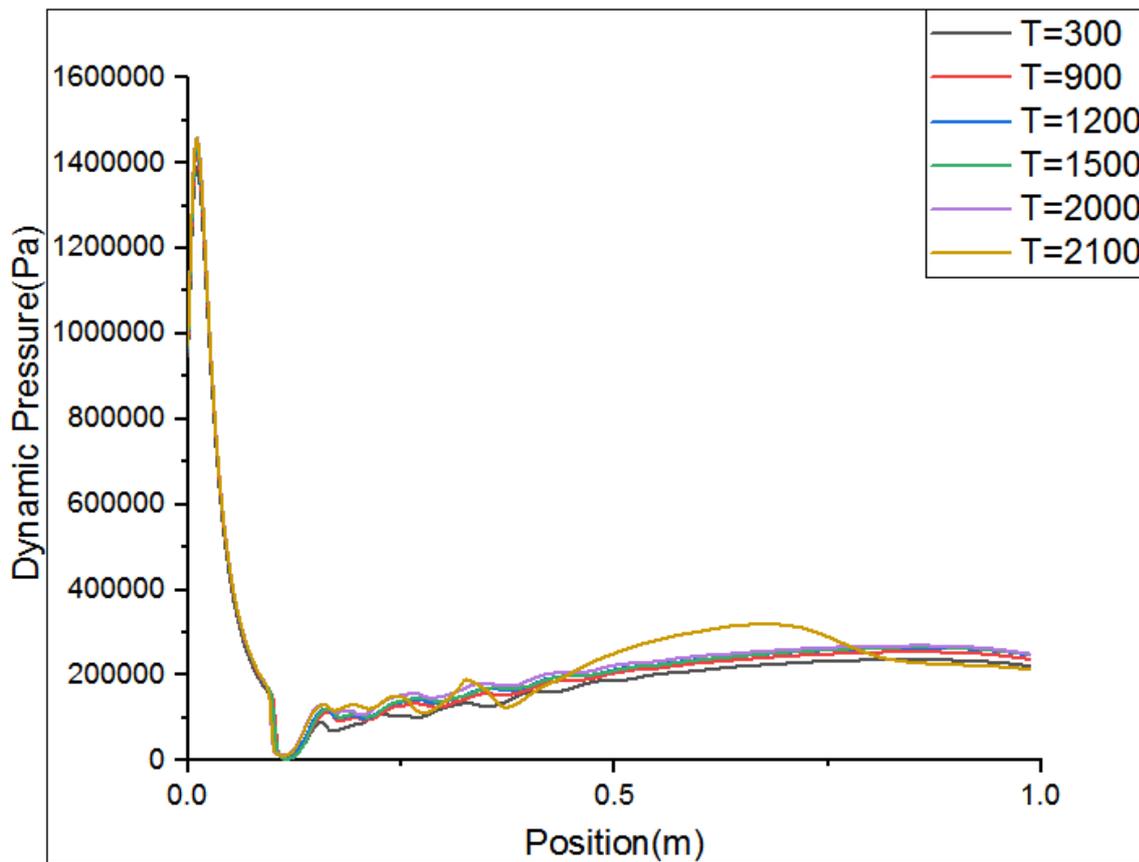


Fig. 15 : *pression dynamique en fonction de position.*

La figure 15 montre la pression dynamique en fonction de position axiale

- Comportement oscillatoire : À mesure que le temps augmente, l'amplitude et la complexité des oscillations augmentent.
- État stable : malgré les différences initiales, la pression tend à se stabiliser vers la même valeur à des positions plus éloignées.

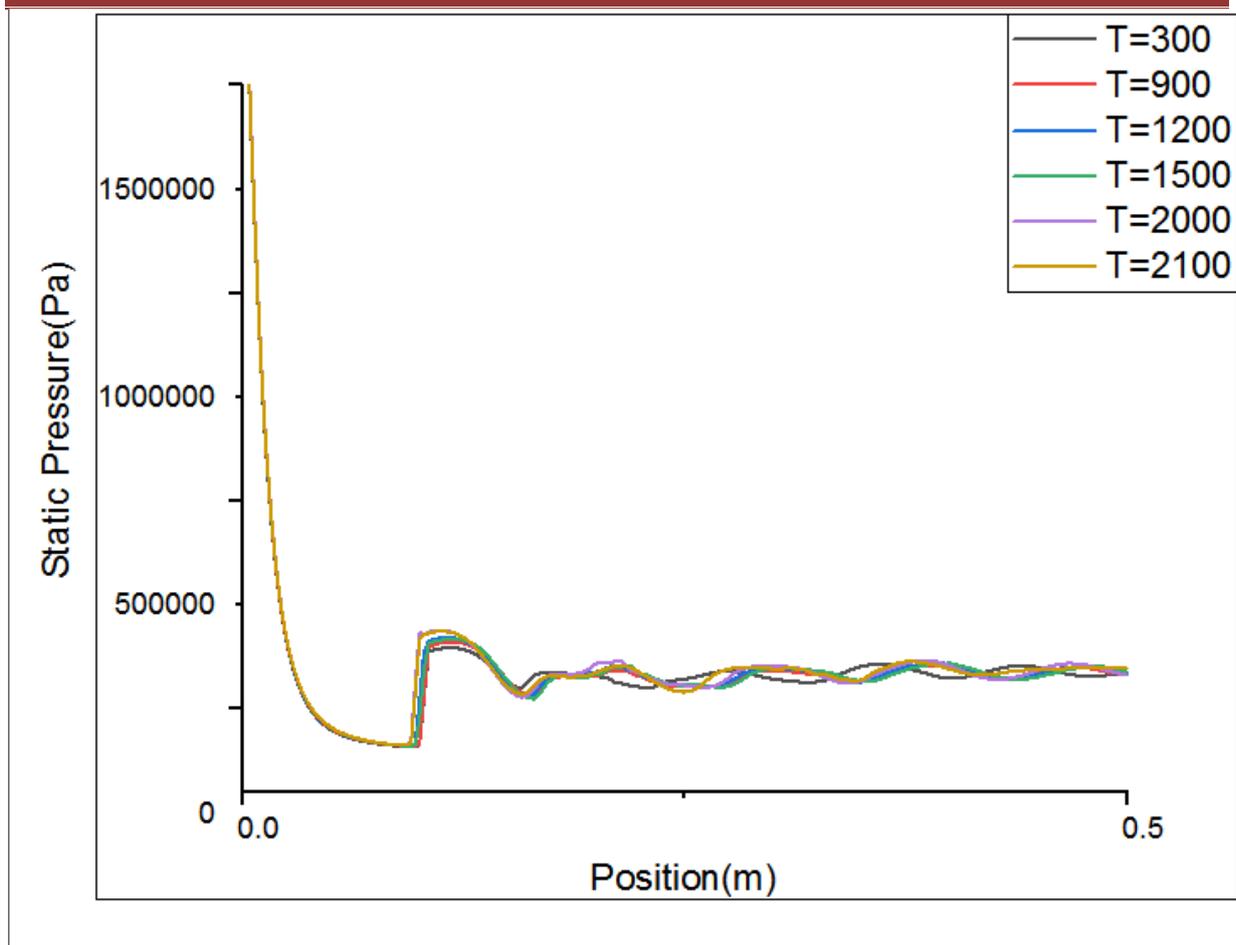


Fig. 16 : pression statique en fonction de position axiale

La figure 16 montre la pression statique (Pa) en fonction de la position axiale

Pour différentes températures ($T = 300 \text{ K}$, 900 K , 1200 K , 1500 K , 2000 K et 2100 K). Et la pression 30 bar similaire pour toutes les températures allant de 300 K à 2100 K , les changements les plus significatifs se produisant vers le début. Le système atteint rapidement une pression stable et la maintient sur la distance mesurée

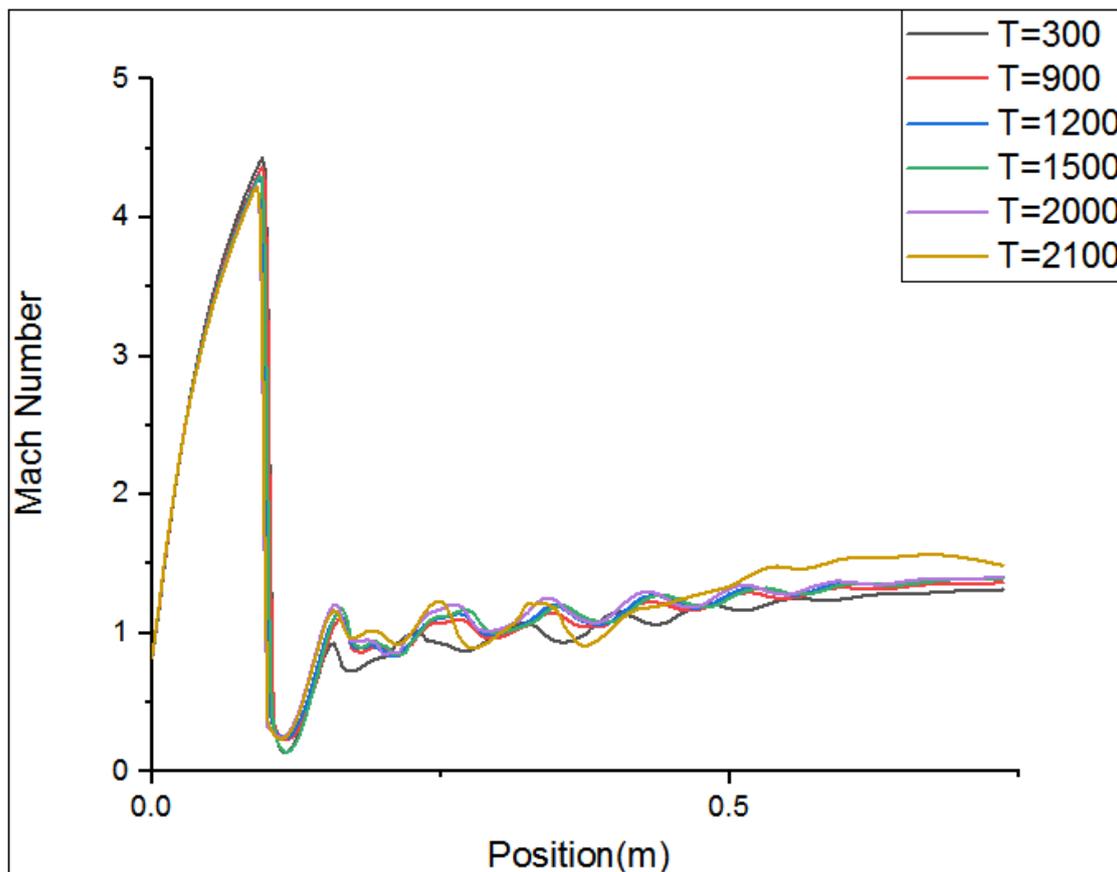


Fig. 17 : nombre de mach en fonction de position axiale

La figure 17 montre le nombre de Mach en fonction de la position axiale pour différentes températures dans une tuyère supersonique.

- Toutes les courbes montrent une augmentation rapide du nombre de Mach près de l'entrée de la buse, atteignant un pic. Ceci est typique d'une tuyère supersonique où le débit s'accélère rapidement.

Des températures plus élevées ont tendance à produire des nombres de Mach légèrement inférieurs après le pic initial, indiquant une forte dépendance aux propriétés thermodynamiques de l'écoulement.

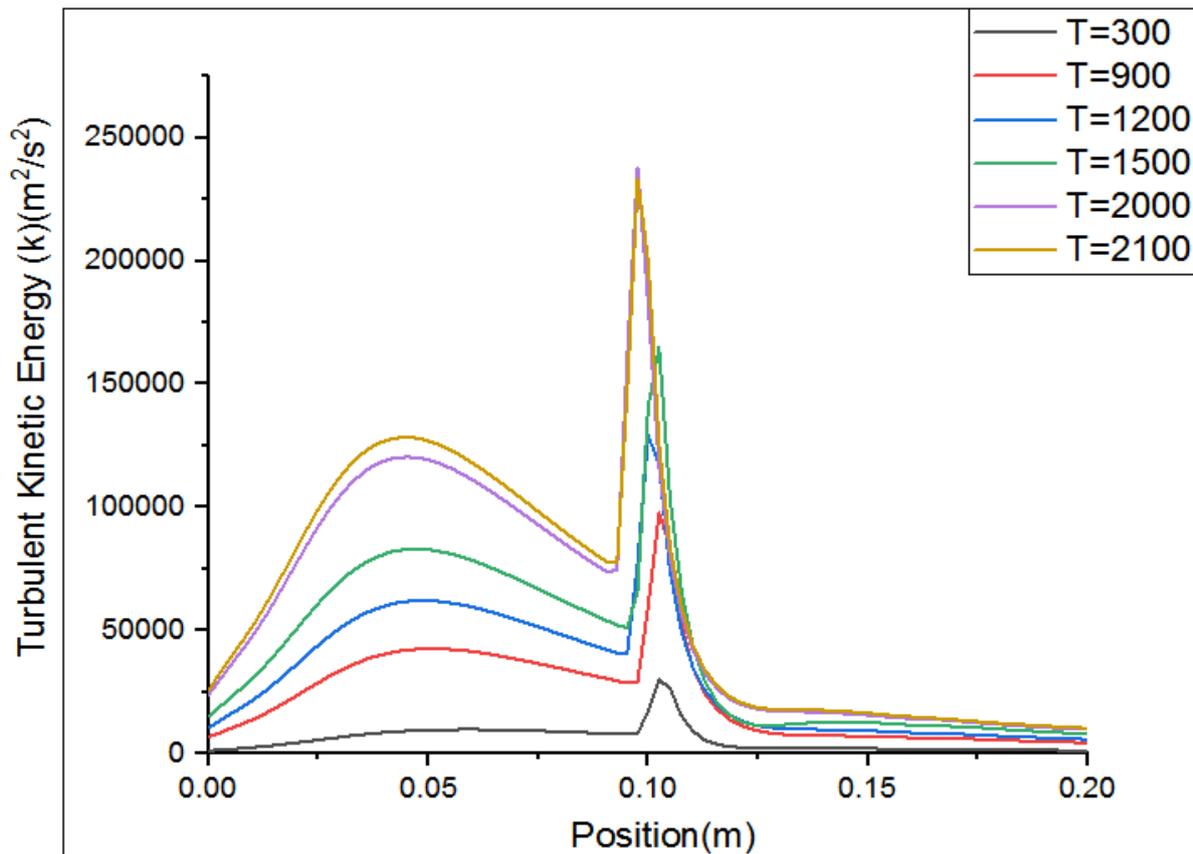


Fig. 18 : cinétique turbulent énergie en fonction de position axiale

La figure 18 montre la distribution de l'énergie cinétique turbulente (k) le long de la position axiale dans une tuyère supersonique à différentes températures (300K à 2100K). Voici une analyse et une comparaison des données :

- Tous les profils de température présentent un pic net près de l'entrée de la buse (environ 0,1 m).
- L'ampleur de ce pic varie considérablement avec la température.
- Le pic le plus élevé est pour $T=2100\text{K}$, suivi de $T=2000\text{K}$, et ainsi de suite, avec le pic le plus bas pour $T=300\text{K}$.

Ce comportement peut être attribué aux effets de compressibilité et aux caractéristiques d'écoulement à grande vitesse dans la tuyère supersonique, où la température a un impact significatif sur la turbulence.

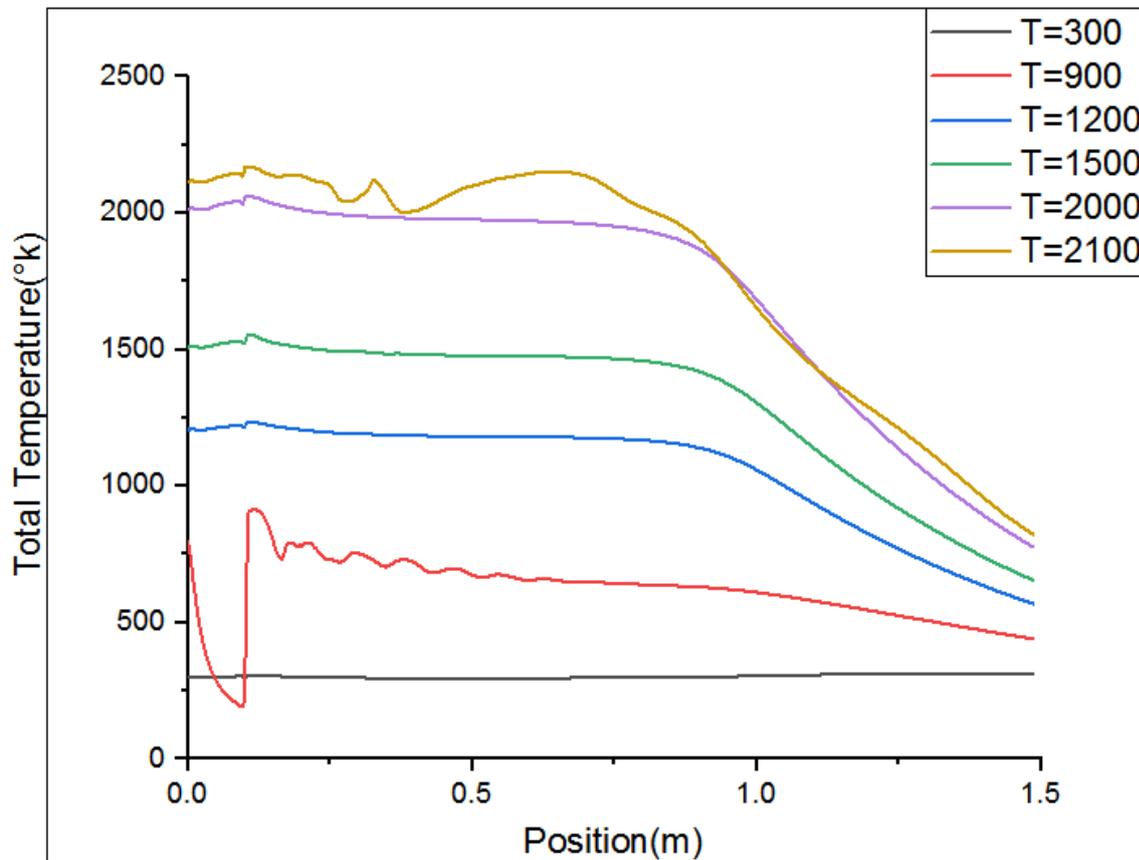


Fig. 19 : température totale K en fonction de position axiale

La figure 19 montre les profils de température totaux le long de la position axiale dans une tuyère supersonique pour différentes températures initiales ($T = 300$ K, 900 K, 1200 K, 1500 K, 2000 K et 2100 K). Voici une analyse et une comparaison :

Plus la température initiale est élevée, plus le profil de température totale le long de la buse est élevé. Les profils avec des températures initiales plus élevées ($T=2100$ K, 2000 K) démarrent nettement plus haut et maintiennent des valeurs plus élevées dans toute la buse par rapport aux températures initiales plus basses ($T = 300$ K, 900 K).

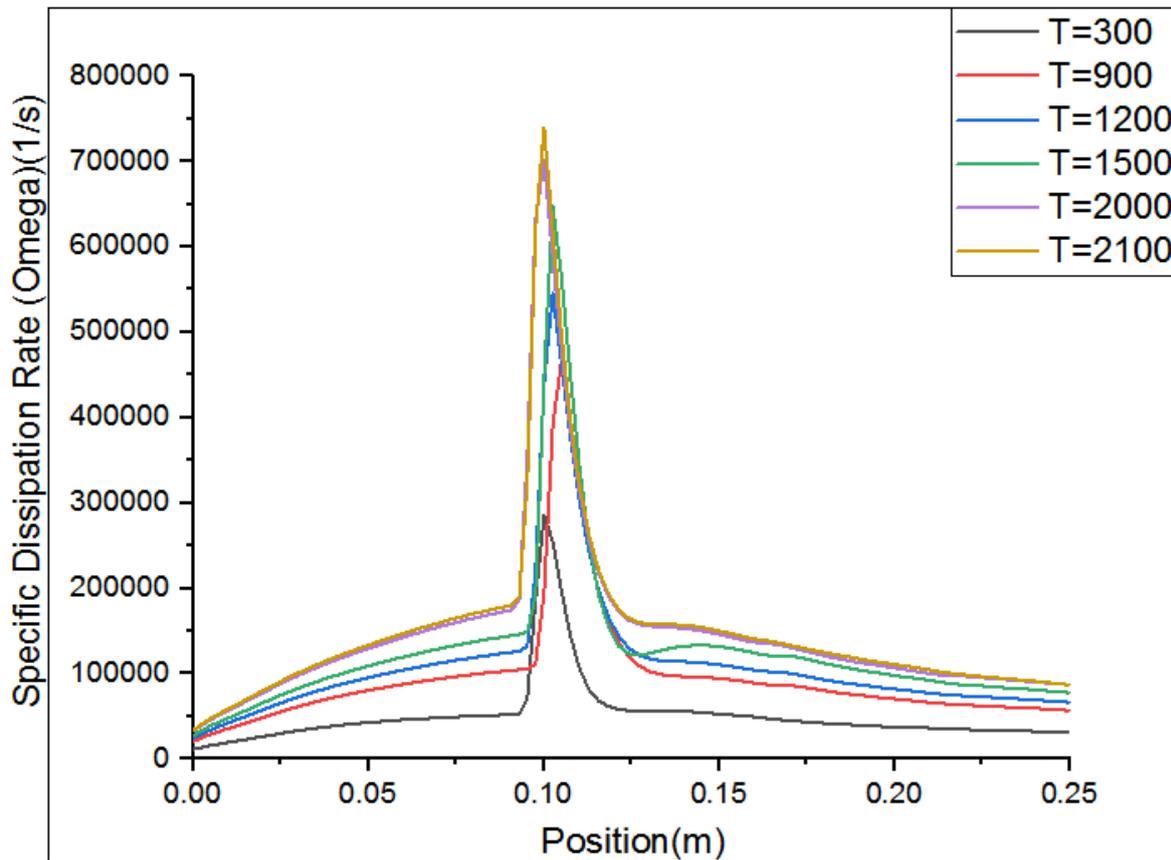


Fig. 20 : Taux de dissipation spécifique en fonction de position axiale

La figure 20 montre le taux de dissipation spécifique en fonction de la position axiale pour différentes températures (T) allant de 300 K à 2 100 K (supposées être en Kelvin en fonction du contexte) et de 30 bar de pression.

Le taux de dissipation spécifique (Omega) est crucial dans les études d'écoulement turbulent, où comprendre comment l'énergie se dissipe dans différentes régions peut aider à optimiser les conceptions et les processus, en particulier dans des conditions thermiques variables.

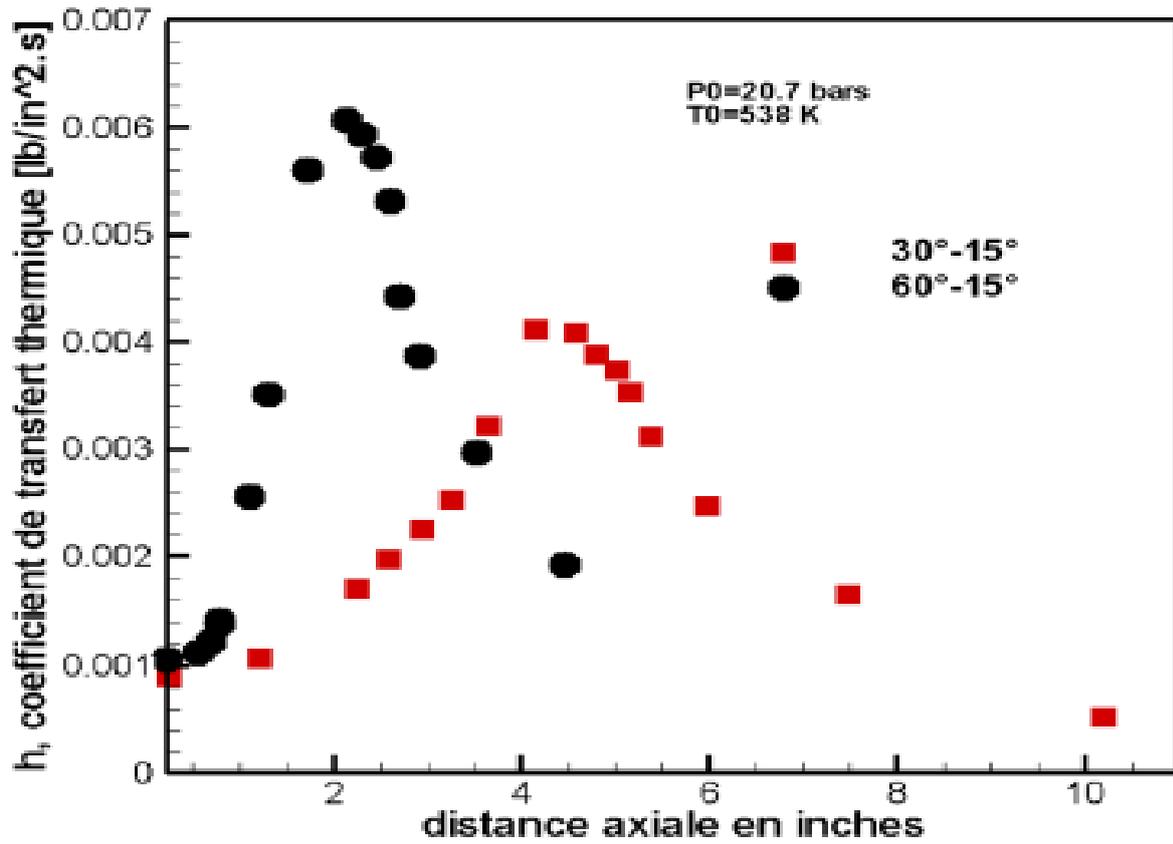


Fig.21. Distribution du coefficient de transfert thermique avec des angles selon al [14]

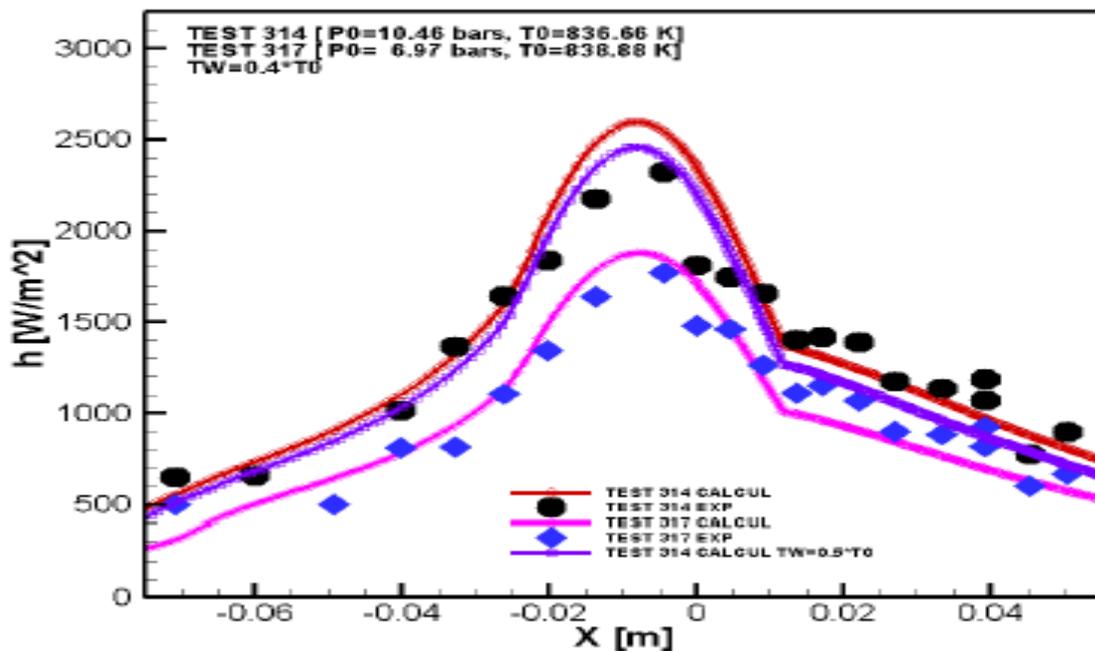


Fig. 22. Effet de la pression initiale sur transfert thermique h

La figure 21 montre comment le coefficient de transfert thermique varie avec la distance axiale pour différentes configurations d'angle, indiquant des modèles distincts pour chaque configuration. La figure 22 montre l'effet de la pression initiale dans la chambre sur le transfert thermique h

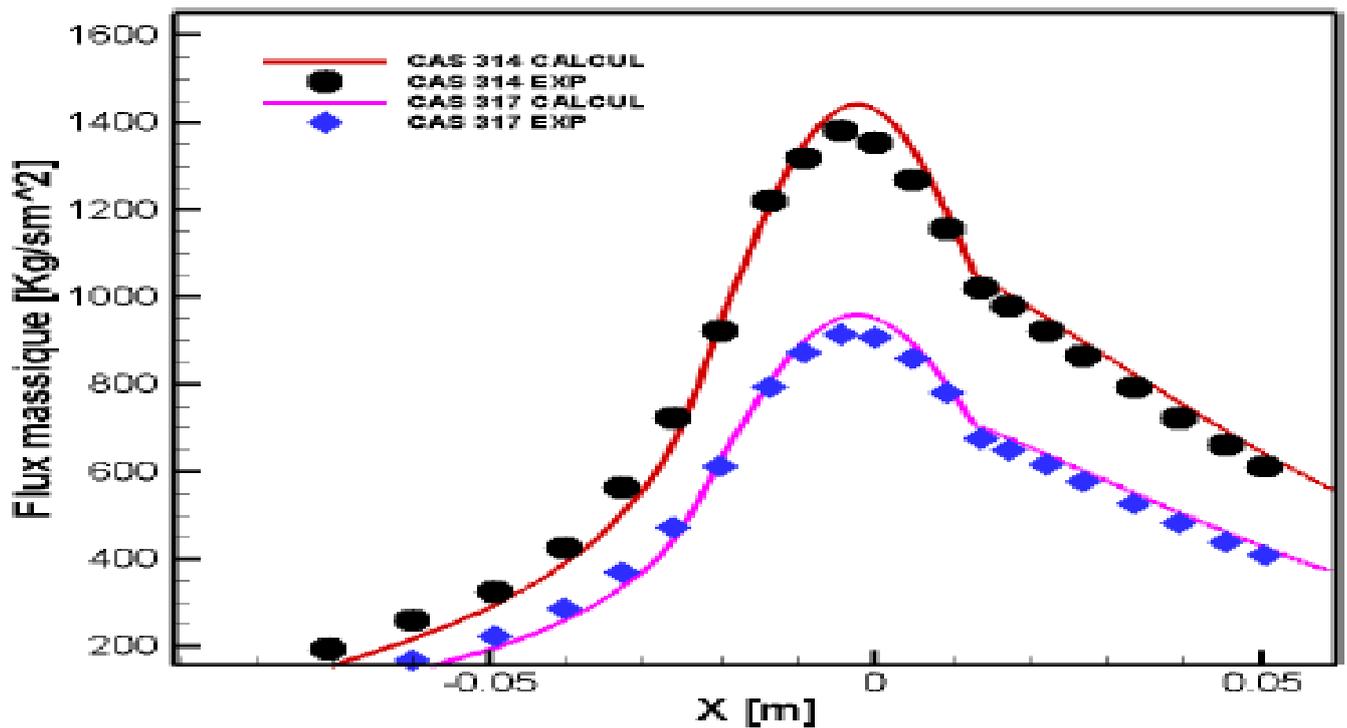


Fig. 23. Effet de pression initiale sur le débit massique

La figure 23 montre l'impact de la pression initiale sur le débit massique pour deux cas différents ($P_0=10.46$ bar, $T_0=836.46$ K). Bien que les valeurs calculées et expérimentales montrent une tendance similaire, le ($P_0= 10.46$ bar, $T_0= 836.46$ K) présente généralement des valeurs de flux massique plus élevées et un meilleur accord entre les données calculées et expérimentales par rapport au ($P_0= 10.46$ bar, $T_0= 836.46$ K). Les variations entre les données calculées et expérimentales soulignent l'importance de la validation expérimentale dans les études informatiques.

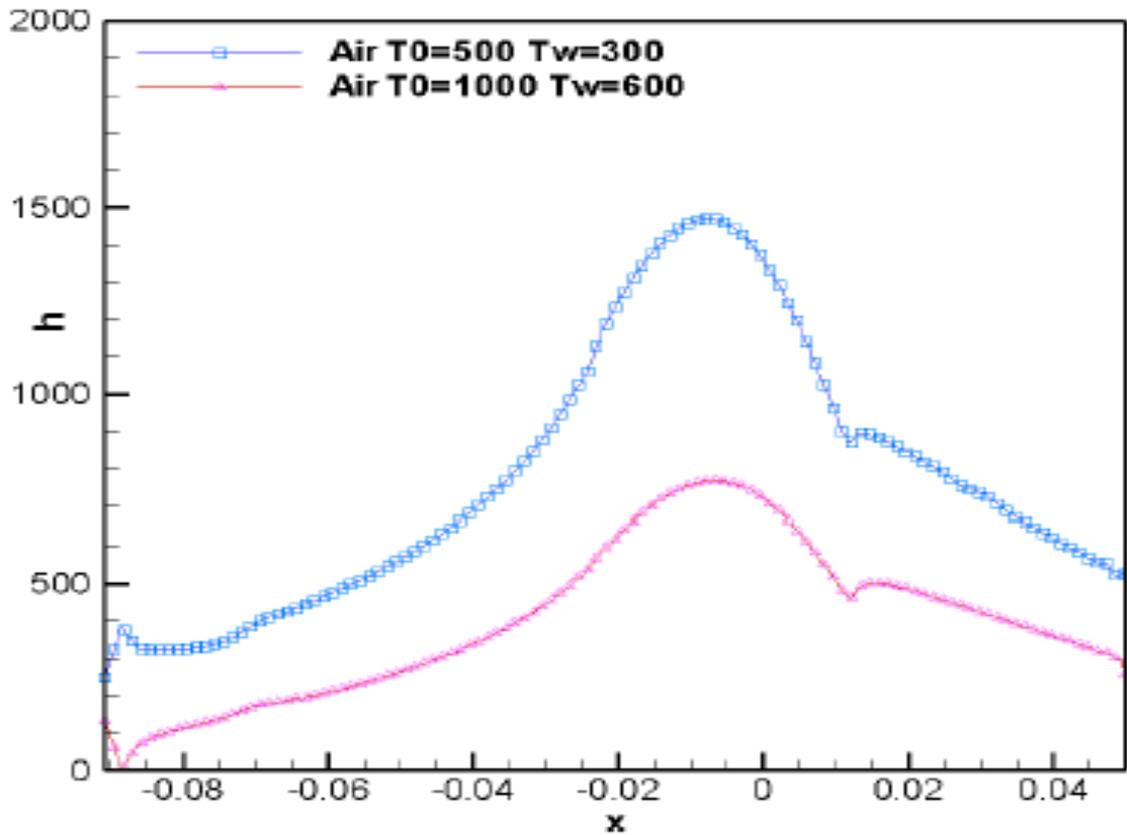


Fig.24. Effet de la température de stagnation sur le transfert thermique pariétale

La figure 24 montre la pression et la température affectent de manière significative les performances d'un système de débit. La figure 24 donne un aperçu de l'impact de température sur le transfert thermique, élément essentiel pour la conception de systèmes capables de gérer des pressions variables.

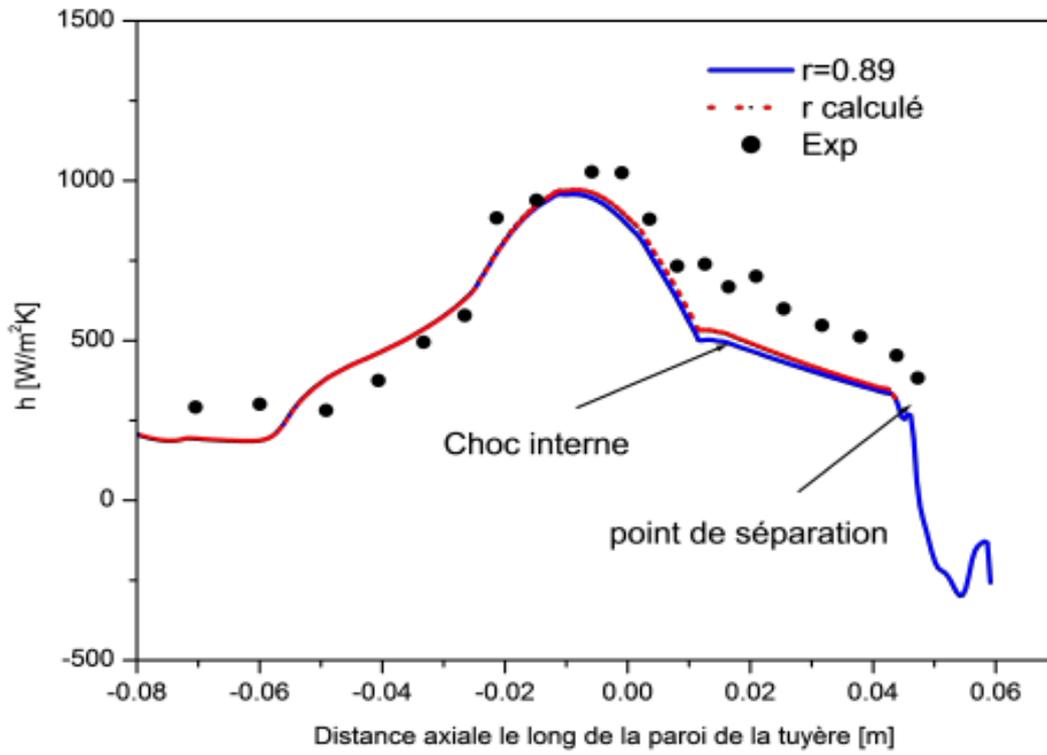


Fig. 25. Effet de facteur de rayons de la courbure sur le coefficient de transfert thermique

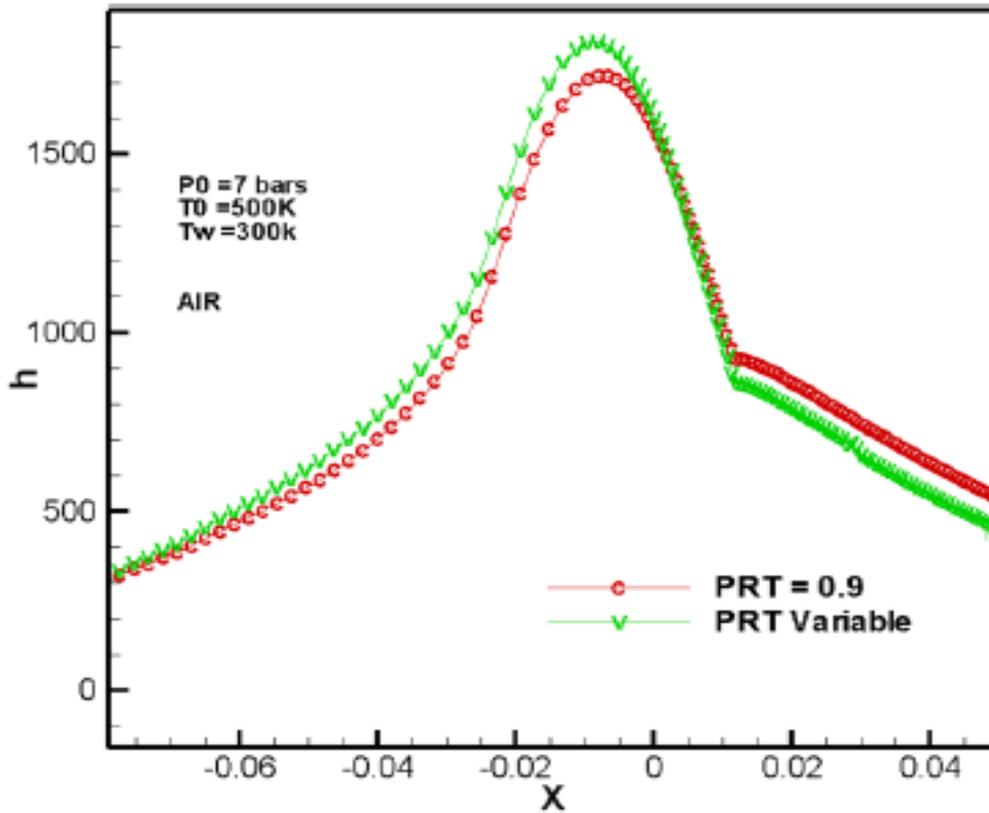


Fig. 26. Effet de Prandtl turbulent sur coefficient de transfert thermique

La figure 25 montre que différentes valeurs calculées pour rayons de la courbure peuvent affecter la correspondance avec les données expérimentales, ce qui est essentiel pour des modèles de simulation précis.

La figure 26 montre que le Prandtl turbulent variable peut légèrement modifier les résultats, suggérant que l'hypothèse d'un PRT constant pourrait conduire à des imprécisions dans certaines conditions.

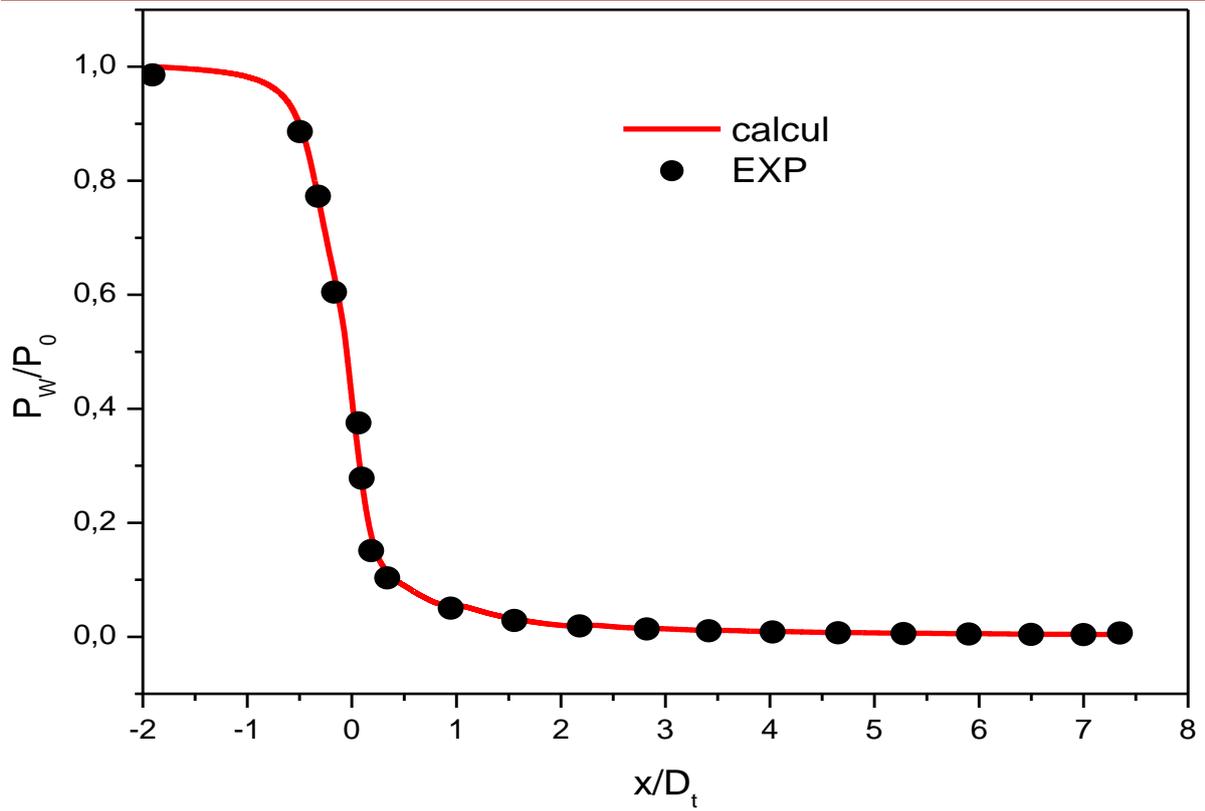


Fig. 27. Distribution de la pression pariétale

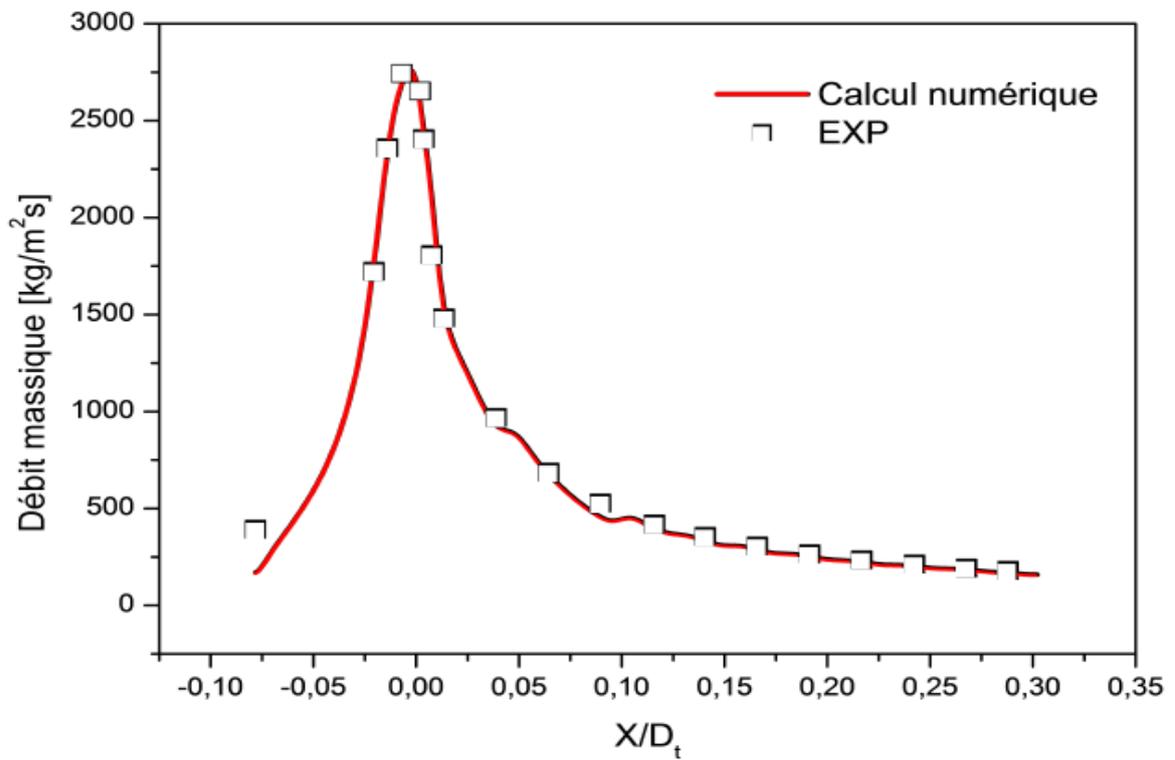


Fig.28. Distribution de débit massique au bord de la couche limite

Les figures 27 et 28 montrent une bonne corrélation entre les données expérimentales et les calculs numériques, indiquant la fiabilité du modèle numérique dans la prévision des caractéristiques d'écoulement.

La chute brutale de la pression dans la paroi et le pic du débit massique sont les caractéristiques des écoulements supersoniques dans les tuyères, où l'écoulement accélère jusqu'à des vitesses supersoniques.

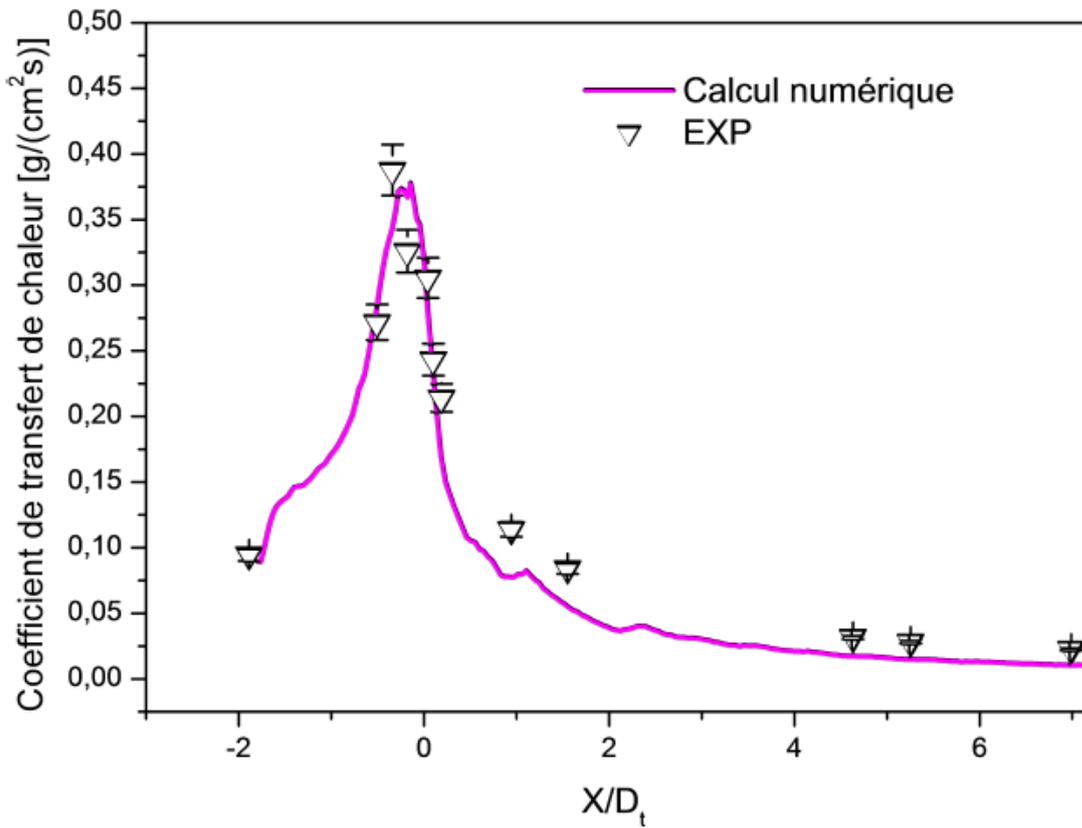


Fig. 29. Coefficient de transfert de chaleur le long de la paroi

1: Effet de la température de paroi

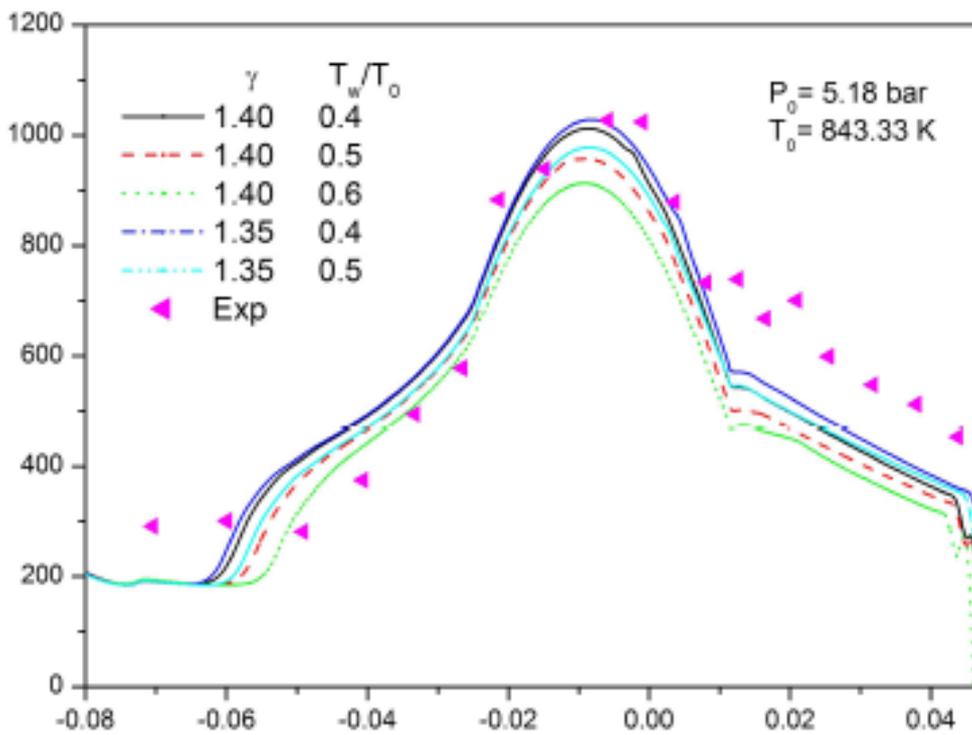


Fig. 30. Effet de la Température de paroi sur la distribution de coefficient de transfert de chaleur

Les figures 29 et 30 montrent une correspondance étroite entre les calculs numériques et les données expérimentales, indiquant la précision du modèle numérique dans la prévision des coefficients de transfert de chaleur et d'autres paramètres associés. Le pic de la première figure et les tendances observées dans la deuxième figure donnent un aperçu du comportement du transfert de chaleur dans diverses conditions.

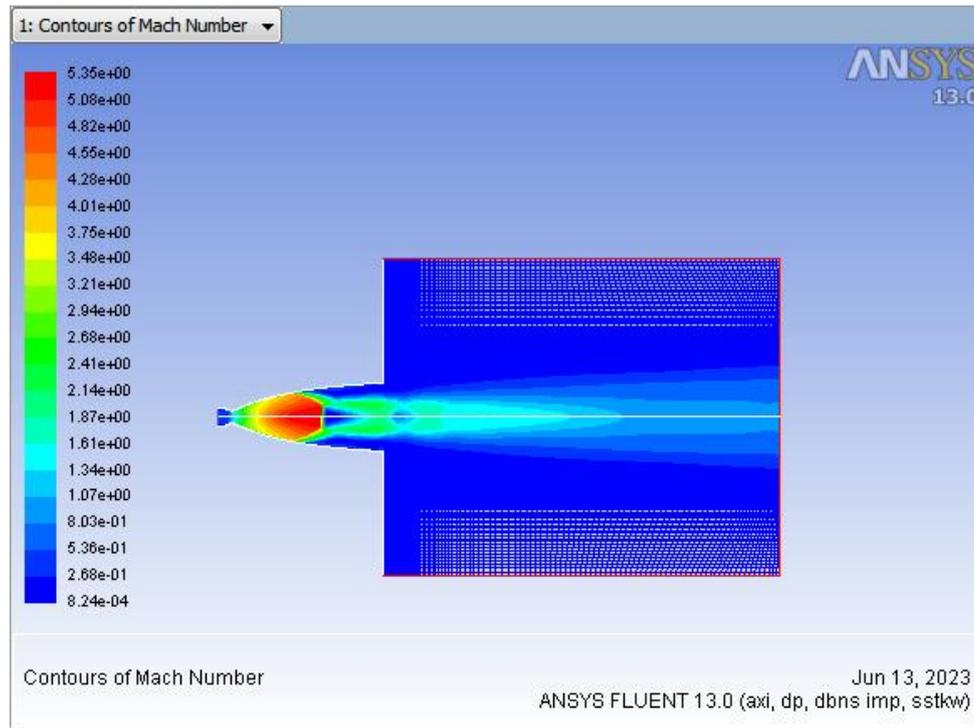


Figure 31 : contours de nombre du mach

La figure 31 montre un plan de contour du nombre de Mach d'une simulation de la dynamique des fluides computationnels (CFD) en utilisant ANSYS Fluent, Cette figure montre une vue détaillée de la vitesse du flux par rapport à celle du son, généralement utilisé pour analyser les flux supersoniques et transoniques, donc il ya un nombre de choc.

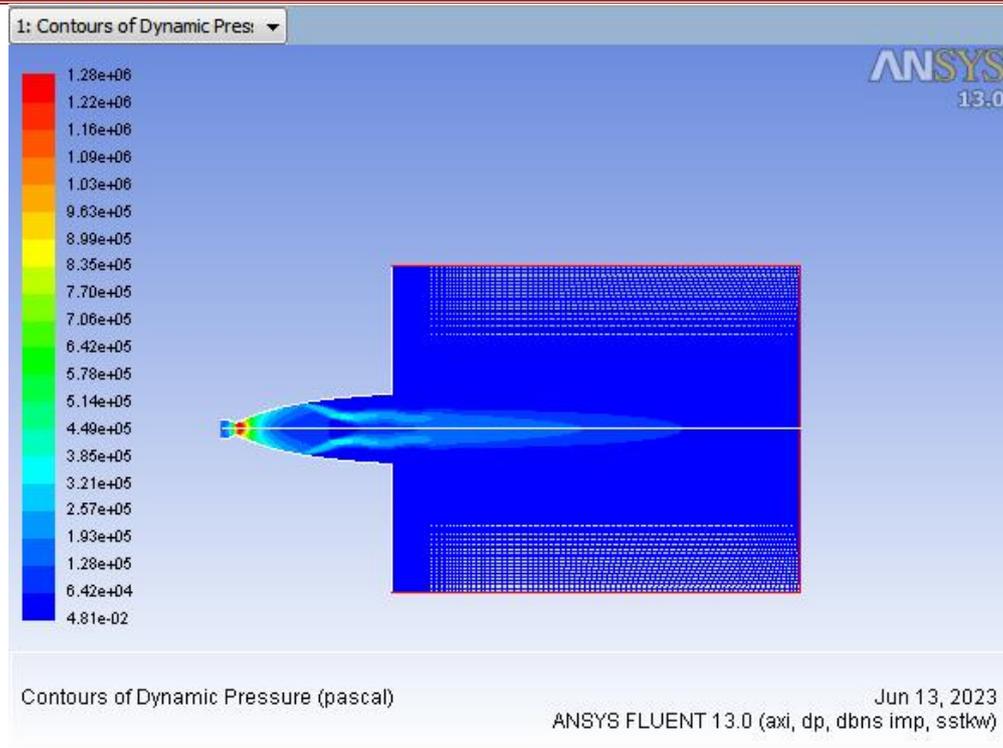


Figure 32: Contours de pression dynamique

La figure 32 montre un plan de contour de la pression dynamique en utilisant ANSYS Fluent, Le parcours semble représenter un champ de flux, probablement à travers une broche ou une géométrie similaire, montrant comment la pression dynamique varie à travers le domaine

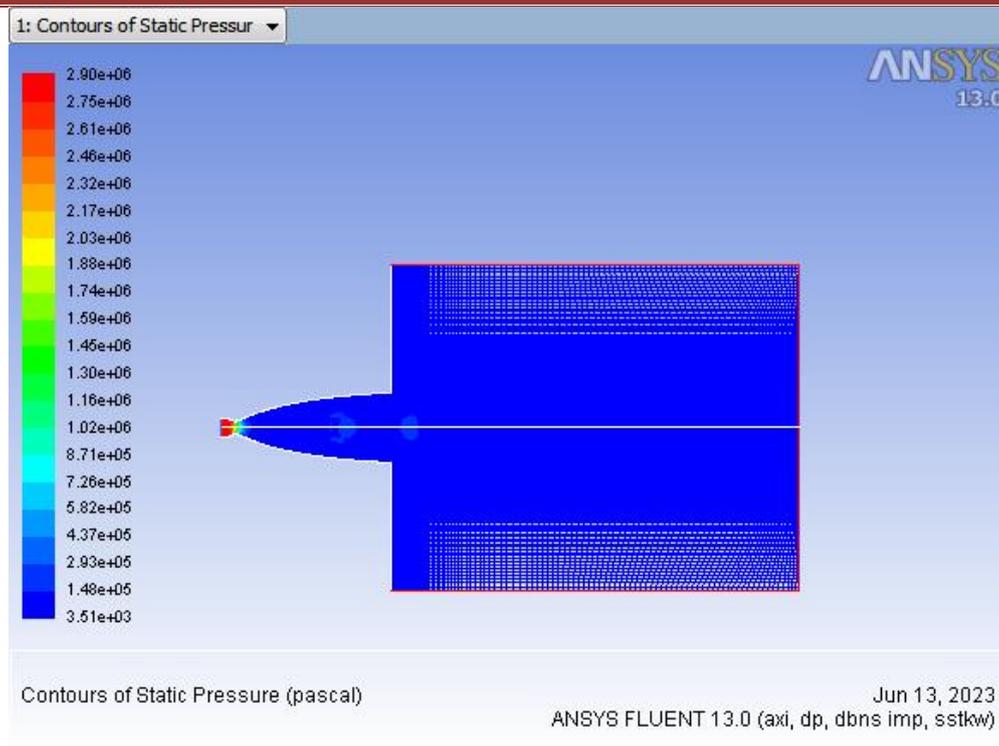


Figure 33: contours de pression statique

La figure 33 montre un plan de contour d'une simulation ANSYS Fluent, cette fois montrant la distribution de la pression statique dans une broche supersonique.

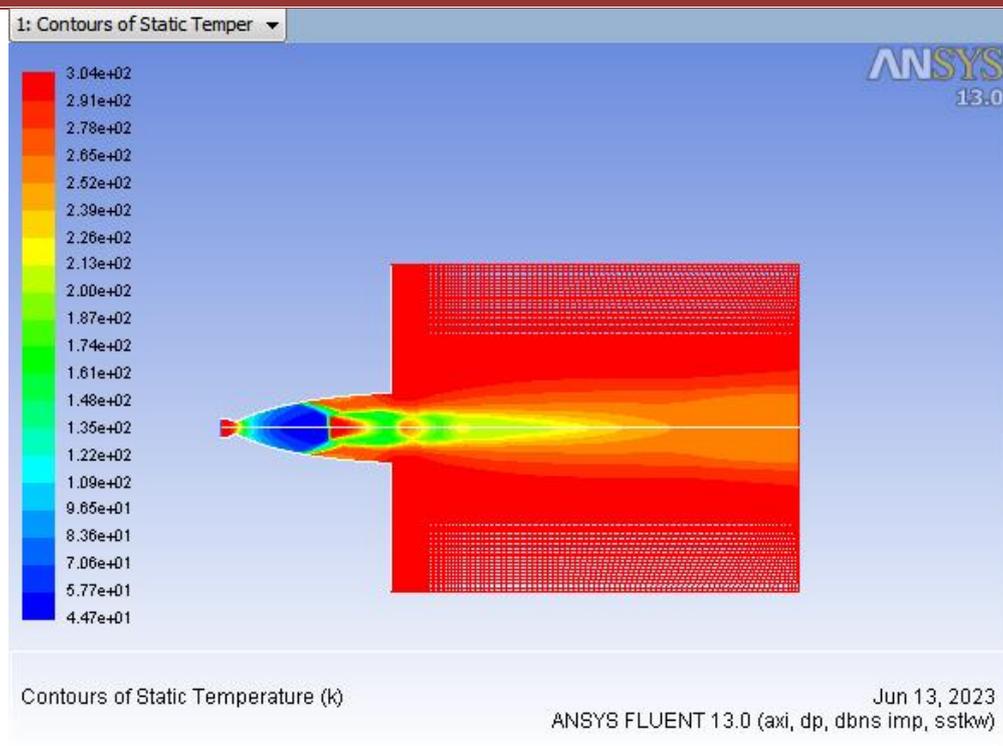


Figure 34: contours de température statique

La figure 34 montre un plan de contour d'une simulation ANSYS Fluent montrant la distribution statique de la température dans une broche supersonique.

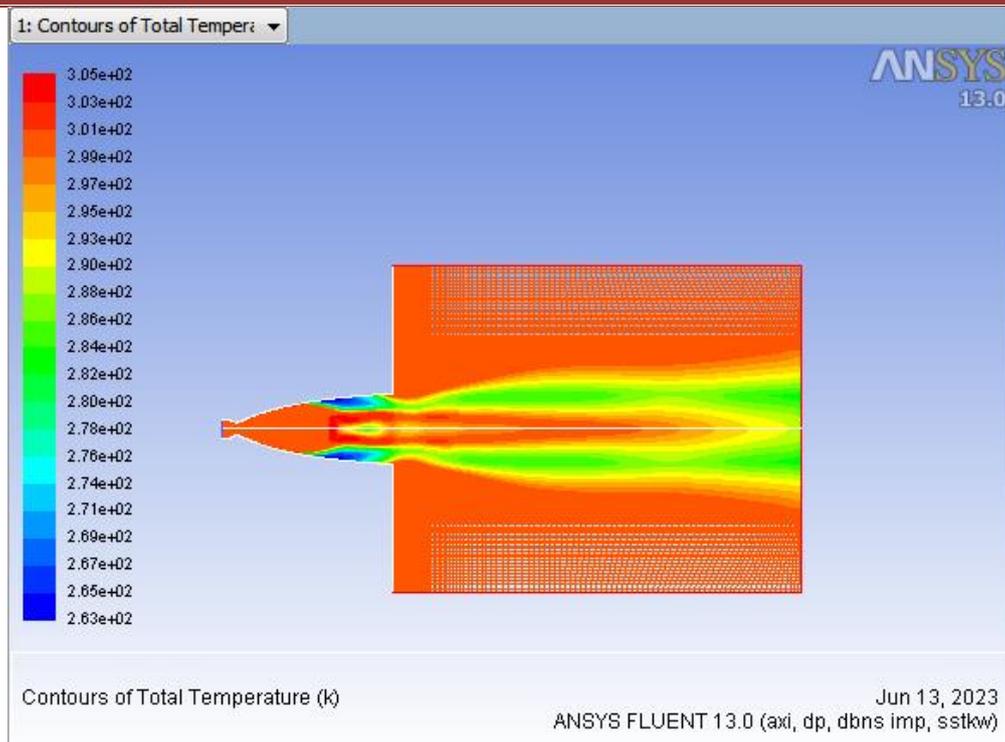


Figure 35: Contours de température totale

La figure 35 montre un contour de la distribution totale de la température dans une tuyère supersonique, probablement à partir d'une simulation CFD utilisant ANSYS Fluent.

Conclusion Générale

Conclusion Générale :

La présente étude démontre que la plupart des problèmes liés à la définition et à la caractérisation d'une tuyère de propulseur aérothermique peuvent être résolus efficacement grâce au calcul, offrant même souvent une précision satisfaisante.

L'objectif de cette étude était de se pencher sur la conception des profils de tuyères supersoniques convergentes-divergentes, ainsi que sur la caractérisation de l'écoulement fluide dans la section divergente, également appelée zone supersonique.

Dans un premier temps, l'étude s'est focalisée sur les calculs de l'écoulement transsonique. Pour cela, nous avons utilisé l'approche de Sauer, qui permet de résoudre l'équation des petites perturbations en termes de composantes de la vitesse. Il convient de noter que ces approches ont été discutées dans le cadre d'une autre étude, où trois méthodes différentes ont été comparées.

Pour la conception des profils de tuyères, deux approches ont été utilisées comme base :

La première méthode implique de fixer un nombre de Mach, une pression à la section de sortie ou une poussée, puis de tracer le profil de l'écoulement compressible et dynamique des gaz. Cela inclut la prise en compte de l'écoulement à densité variable, qui est influencé par la variation de température, et l'utilisation de l'écoulement compressible.

- Une autre approche consiste à examiner l'écoulement unidimensionnel compressible (dans le cas d'un gaz parfait).
- La troisième méthode, connue sous le nom de méthode de Reynolds, consiste à étudier le nombre de Reynolds et à appliquer la méthode de décomposition de Reynolds (RANS).
- La quatrième méthode implique la spécification du profil du contour de la tuyère, qui est approximé par un polynôme de degré deux. Les constantes de ce polynôme sont calculées en fonction des conditions aux limites imposées à l'entrée et à la sortie de la tuyère.

Un maillage spécifique a été créé pour chaque méthode, et cette approche a été appliquée à différentes configurations de tuyères.

Il est crucial de prendre en compte les conditions aux limites lors de l'utilisation de techniques numériques afin d'obtenir des résultats précis. Les équations hyperboliques sont particulièrement sensibles, car toute erreur introduite aux frontières se propage à travers la

grille de calcul, entraînant souvent de fortes instabilités. Dans le cadre de cette étude, le logiciel ANSYS a été utilisé, offrant quatre méthodes différentes, notamment le calcul par éléments finis (FEA). Grâce à ce programme, nous avons pu étudier la géométrie de manière approfondie en utilisant Design Modeler, ce qui nous a permis de mieux comprendre l'aspect physique et de définir la zone à mailler en utilisant des points caractéristiques. Ensuite, nous avons appliqué le maillage en tenant compte des conditions aux limites et utilisé le solveur Fluent pour résoudre les équations et obtenir les résultats souhaités.

Référence

- [1] **J. DÉLERY**, Cours d'Aérodynamique, Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines (2001).
- [2] **M.J. LIGHTHILL**, On boundary layer upstream influence. Part II: Supersonic flows without separation. Proc. Roy. Soc., A (217), pp. 478-507 (1953).
- [3] **K. STEWARTSON and P.G. WILLIAMS**, Self-induced separation. Proc. Roy. Soc., A (312), pp. 181-206 (1969).
- [4] **G.S. SETTLES**, An experimental study of compressible boundary layer separation at high Reynolds number. Ph. D. Thesis, Princeton University (1975).
- [5] **B. EDNEY**, Anomalous heat transfer and pressure distributions on blunt bodies at hypersonic speeds in the presence of an impinging shock. Aeronautical Research Institute of Sweden, FFA Report 115, Stockholm (1968).
- [6] **J. DÉLERY**, Shock phenomena in high speed aerodynamics still a source of major concern. The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautical Society, Jan. (1999).
- [7] **G.M. ELFSTROM**, Turbulent hypersonic flow at a wedge compression corner. J. Fluid Mech., Vol. 53, Part 1, pp. 113-129 (1972).
- [8] **B. CHANETZ**, ONERA hypersonic test-cases in the framework of the Working Group 18. AGARD/FDP WG 18 on Hypersonic Experimental and Computational Capability, Improvement and Validation, AGARD AR 319, Vol. II (1997).
- [9] **M. HOLDEN**, Shock wave/turbulent boundary layer interactions in hypersonic flows. AIAA Paper 72-0074 (1972).

[10] **L. F. HENDERSON**, The reflexion of a shock-wave at a rigid wall in the presence of a boundary-layer. J. Fluid Mech., Vol 30, Part 4, pp. 699-722 (1967).

[11]. **CORMACK, R.W.** The effect of viscosity in hypervelocity impact ceatering . AIAA paper N° 69-354. [Online] 1969.

[12]. **CORMACK, R.W. MAC.** An efficient numericalmethod for solving the time de pendent compressible navier-stokes equation at high reynolds number. computing in applied mechanics. [Online] 1976.

[13]. **CORMACK, R.W.** A numerical methode for solving the equations of compressible viscous flow. AIAA paper N° 810110. [Online] 1981.

[14]. **WENDROFF, P.D. LAX ET B.** systems of conservation laws. communication on pure and applied mathematics, vol.13, app 217-237. [Online] 1960.

[15]. **P.D. LAX et B. WENDROFF.** difference schemes with high order of accuracy for solving hyperbolic equation .communication on pure and applied mathematics, vol.17,p.381. [Online] 1964.

[16]. **R.D. RICHTMYER.** A survey of difference methods for nonsteady fluid dynamics. NCAR technical note 63-2 BOULDER. [Online] 1963.

[17]. **WARNING, R.M. BEAM ET R.F.** an implicit factored sheme for the compressible navier-stocks equation. AIIA.J. vol. 16, N°4 ,app. 393-402. [Online] 1978.

[18]. **R.W. BRILEY et H. Mc DONALD.** Solutions of the three dimensional compressible NAVIER-STOCKS equatons by an implicit technique.lecture notes in ohysics-springer verlag, vol.35,pp. 105-110. [Online]

[19]. **R.D. RICHTMYER.** Difference methods for initial value problems, interscience publishers inc. new york. [Online] 1957.

[20]. **V.J. SKOGLUND et J. K. COLE.** Numerical analysis of the interaction of an oblic shock and a laminar layer. bureau of engineering research report N°ME 23. university of new mexico. albuquerque. [Online] 1966.

- [21]. **S.K. GODUNOV, A.W. ZABRODYN et G.P. PROKOPOV,**. A computational scheme for two-dimensional non-stationary problems of gas dynamics and calculation of the flow from a shock wave approaching a stationary state. [Online] 1959.
- [22]. **G. MORETTI et G. BLEICH.** Three dimensional inviscid flow about supersonic blunt cones et angle of attack SC-RR-68-3728, Sandia Laboratories - Albuquerque new-mexico. [Online] 1968.
- [23]. **G. MORETTI et M.D. SALAS.** The blunt body problem for a viscous rare gas . AIAA paper N0 69-139, New York. [Online] 1969.
- [24]. **G.S. SETTLES, T.G. FITZPATRICK et S.M. BOGDONOFF,**. Detailed study of attached and separated compression corner flow fields in high reynolds number supersonic flow . AIAA J. app. 579-585. [Online] 1979.