تخطيط الإنتاج باستعمال نموذج البرمجة الخطية المبهمة بالاستناد إلى طريقة إسكندر (Iskander's) –دراسة نظرية وتطبيقية في حالة الظروف المبهمة

Production Planning Using the Fuzzy Linear Programming Model Based on Iskander's Method -A Theoretical and Applied Study in the Case of Fuzzy Circumstances

نصرالدين بن مسعود[1]*

Nassreddine Benmessaoud

[1] مخبر إستراتيجيات تنمية القطاع الفلاحي والسياحي (SDSAT) جامعة عين تموشنت، (الجزائر)

bennas0383@gmail.com

تاريخ الاستلام: 04-12-2021 تاريخ القبول: 14-03-2022 تاريخ النشر : 31-03-2022

ملخص:

يهدف هذا البحث إلى استخدام نموذج البرمجة الرياضية الخطية المبهمة بالاستناد إلى طريقة إسكندر (Iskander's) كأداة مساعدة على حل مشكلة تخطيط الإنتاج بما يتوافق مع المعلومات والبيانات التي تتسم بالغموض والابهام، مع توضيح مدى فعالية ذلك في دراسة تطبيقية افتراضية.

ومن النتائج المتوصل إليها هي تحديد كمية الإنتاج الواجب إنتاجها من المنتجات المختلفة بالشكل الذي يرضي صاحب القرار بالمؤسسة والذي يحقق أقصى ربح ممكن في ظل الحد الأدنى من الإمكانيات المتاحة.

كلمات مفتاحية: المنطق المبهم، الأعداد المبهمة، البرمجة الخطية المبهمة، تخطيط الإنتاج.

تصنيفات JEL : C02، C61، C69.

Abstract:

This research aims to the use fuzzy linear mathematical programming model based on Iskander's method as an aid instrument to solve the production planning problem in accordance with information and data that are ambiguous and fuzzy, with an explanation of the effectiveness of this in a hypothetical applied study.

The reached results determination of the product quantity needed from the different products within the form that satisfies in a manner the decision-maker in the institution and that achieves the maximum possible profit in light of the minimum available possibilities.

Keywords: *fuzzy logic, fuzzy numbers, fuzzy linear programming, production planning.*

Jel Classification Codes: **C02**, **C61**, **C69**.

---

* **المؤلف المرسل**

1. مقدمة

تعتبر عملية تخطيط الإنتاج من المهام الحساسة والضرورية في مستقبل أي مؤسسة، والتي من خلالها تتم عملية تصنيع المنتجات باستعمال جميع الموارد المتاحة من موارد بشرية ومادية ومالية بغية خدمة الزبائن والعملاء، ومن ثم الوصول إلى الأهداف المسطرة مسبقا كتعظيم الربح وتحسين مستوى الأداء وتقليل التكاليف وذلك في الوقت المناسب والمكان الملائم والجودة المطلوبة، ولكن للوصل إلى أحسن وأمثل الخطط الإنتاجية ينبغي الاستعانة بمجموعة من الطرق والأدوات قد تكون أحيانا من خبرة وتجربة المسيرين والساهرين على ذلك وهذا قد نجده غير كاف وغير مقنع خاصة في الوقت الراهن أين أصبحت الظروف تتغير بسرعة سواء على الصعيد الاقتصادي أو الأصعدة الأخرى سياسيا واجتماعيا وبيئيا، مما أضطر الباحثين إلى البحث في ذلك واكتشاف طرق علمية أخرى حديثة مثل الطرق الكمية التي جاءت في منتصف القرن العشرين والتي على رأسها البرمجة الخطية.

البرمجة الخطية هي إحدى الأدوات الرياضية الأكثر استعمالا في تخطيط شؤون المؤسسات والتي جاءت من تطور بحوث العمليات التي ظهرت إبان الحرب العالمية الثانية، وللبرمجة الخطية دور كبير في حل مشاكل المؤسسات من خلال برمجة المشكلة في شكل نظام رياضي يعتمد على دالة الهدف والقيود ومن تم الخروج بالحل الأمثل قد يسهل عملية صنع القرار، إلا أن تطبيق أسلوب البرمجة الخطية قد عرف تغير كبير مند نشأته إلى غاية الآن، حيث سابقا كان يطبق في حالة الظروف الأكيدة أين كانت المعلومات والبيانات دقيقة وواضحة، ولكن مع مرور الزمن أصبحت الظروف غير واضحة تتميز بمعلومات غير دقيقة مما أضطر الباحثين على رأسهم زميرمان (Zimmermann) سنة 1978 في إضافة تعديلات على النموذج من خلال إدخال وتهجين المنطق الضبابي أحد الأدوات الذكاء الاصطناعي التي جاء بها لطفي زداه (L.Zadah) سنة 1965 أين قام بتعديل بعض القوانيين الرياضية كخلق الأرقام الضبابية، ومن هنا أصبحت البرمجة الخطية تطبق في ظروف مبهمة أين أصبحت كل المعلمات والمعاملات التي يسودها النموذج غير دقيقة تخضع للاحتمالية والضبابية، وعليه أصبحت تسمى بالبرمجة الخطية المبهمة، ولحل هذا النموذج المبهم هناك مساهمات عديدة من طرف الباحثين من بينهم نجد إسكندر (Iskander's) سنة (2002) وهذا ما سنوضحه من خلال هذه الورقة البحثية.

وعلى أساس ذلك نطرح التساؤل التالي: **كيف يمكن أن تساعد البرمجة الخطية المبهمة بالاستناد إلى طريقة إسكندر (Iskander's) في تخطيط الإنتاج بطريقة مرضية ومثلى؟**

- **فرضيات الدراسة:**

- المعلومات والبيانات المبهمة والغامضة لها ضرورة مهمة في دمجها وتهجينها مع نموذج البرمجة الخطية.
- نموذج البرمجة الخطية المبهمة بالاعتماد على منهجية إسكندر (Iskander's) يعمل على تخطيط الانتاج بطريقة مرضية ومثلى.

- عملية تخطيط الانتاج باستعمال نموذج البرمجة الخطية المبهمة بالاعتماد على منهجية إسكندر (Iskander's) تكون سهلة ومقنعة وذات شفافية مقارنة مع الطرق الاخرى.

- **أهداف الدراسة:** تهدف هذه الدراسة إلى توضيح كيفية استعمال نموذج البرمجة الخطية المبهمة المستندة إلى طريقة إسكندر (Iskander's) في تخطيط الإنتاج في ظل الظروف المبهمة، ليتم في الأخير الوصول إلى القيم المثلى من الانتاج بشكل سهل وبعيد عن التحيز وفي ظل الميزانية والقدرة المالية والتمويلية المتاحة للمؤسسة.

- **أهمية الدراسة:** تكمن أهمية هذه الدراسة في ضرورة إتباع المناهج العلمية الحديثة كنموذج البرمجة الخطية المبهمة في تسيير شؤون المؤسسات الاقتصادية، لتجاوز بعض الصعوبات والعراقيل التي تُعَطل القرارات كقرارات تخطيط الانتاج التي هي محل دراستنا.

- **المنهجية المتبعة في الدراسة:** في هذه الدراسة اتبعنا منهجية تضمنت خمس أجزاء، حيث الجزء الأول تم فيه استعراض مقدمة عامة والتي تتحدث عن جميع جوانب الموضوع محل البحث، والجزء الثاني تناولنا فيه المنطق المبهم وأهم أساسياته، والجزء الثالث استعرضنا فيه نموذج البرمجة الخطية المبهمة وفق صياغة إسكندر (Iskander's)، ويأتي الجزء الرابع خُصص لدراسة تطبيقية وضحنا فيه كيفية استعمال النموذج المقترح على مشكلة تخطيط الإنتاج في إحدى المؤسسات الصناعية بشكل افتراضي، والجزء الخامس تم فيه مناقشة النتائج في شكل خاتمة مع بعض المقترحات حول أهمية هذه النماذج في تسيير شؤون المؤسسات.

- **الدراسات السابقة:** من الدراسات التي سبقتنا في استعراض عن هذا النوع من النماذج نجد العديد منها ولكن أغلبيتها تتحدث عن البرمجة الخطية العادية التي شاع استخدامها في الدراسات الاقتصادية ومن أحدثها نجد مثلا:

– دراسة (اصوالح خديجة، غريس عبد النور، 2020)[1] بعنوان " **البرمجة الخطية ودورها في إعداد خطة الإنتاج المثلى في مؤسسة إنتاجية– دراسة حالة مؤسسة ليند غاز الجزائر**" هدفت إلى تطبيق البرمجة الخطية في إعداد خطة الإنتاج المثلى في مؤسسة إنتاجية مع دراسة حالة، والتي نتجت عنها تحديد الخطة المثلى للإنتاج مع تحقيق أقصى ربح ممكن ولكن بدون أخذ الظروف المبهمة في الحسبان؛

– دراسة (زهيرة أعراب، 2020)[2] بعنوان " **تحسين أداء المؤسسات الاقتصادية باستخدام البرمجة الخطية العددية مع دراسة حالة مؤسسة الزوم EMB** " هدفت إلى تطبيق البرمجة الخطية العادية بدون إدخال الابهام في تحسين أداء المؤسسات الاقتصادية في مؤسسة الرزم المعدنية، وخلصت بنتائج مفادها تحديد المزيج الإنتاجي الأمثل ومستوى الربح الممكن الوصول إليه؛

– دراسة (حمدان زينب، ملال ربيعة، 2021)[3] بعنوان " **دور البرمجة الخطية في اتخاذ القرار مع دراسة حالة مؤسسة انتاج المواد الكاشيطة بولاية سعيدة**" هدفت هي كذلك إلى تطبيق البرمجة الخطية العادية في الظروف الأكيدة للمساعدة على اتخاذ القرار الإنتاجي، وخلصت بنتائج تمثلت في تحديد الكميات المثلى التي تسمح بتحقيق أكبر ربح ممكن.

وهناك العديد من الدراسات التي تناولت نموذج البرمجة الخطية العادية فحاولنا استعراض الأحدث منها وكانت كلها باللغة العربية نظرا لكثرة استعمال هذا النموذج في التطبيقات العلمية، أما فيما يخص النموذج المستعرض في هذه الورقة البحثية هو نفسه نموذج البرمجة الخطية ولكن ما يميزه هو الكيفية والمنهجية التي عالجت مشكلة الابهام والغموض التي تتسم بها المعلمات والمعاملات التي تندرج ضمن النموذج، وهذا ما سوف نوضحه في الأجزاء الآتية، وفي هذا الصدد هناك دراسات اعتمدنا عليها للأعداد هذا البحث كلها كانت في مجال الرياضيات فحاولنا فهمها واستيعابها وتقديمها كإضافة للمساعدة على حل المشاكل الاقتصادية التي تواجهها مؤسساتنا، ومن بين هذه الدراسات التي ركزنا عليها في بحثنا هذا هي:

– دراسة (Iskander's, 2002)[4] بعنوان " **دراسة مقارنة بين الأعداد المبهمة التي تدخل في البرمجة الاحتمالية المبهمة** " و "**البرمجة الاحتمالية في حالة الأهداف المبهمة** " والتي هدفت إلى إدماج الأعداد المبهمة من الشكل المثلثي والرباعي في نموذج البرمجة الخطية في حالة الظروف المبهمة أين تكون جميع المتغيرات تتسم بالغموض مع إشراك رؤية متخذ القرار حول مستوى رضاه بما يتوافق مع أدنى الإمكانيات المتاحة، ومن نتائجها هي فعالية المنهجية المقترحة في حل بعض التطبيقات العددية؛

– دراسة(Iskander's, 2004) [5] بعنوان "**البرمجة الاحتمالية في حالة الأهداف المبهمة** " والتي هدفت إلى إدماج نظرية الاحتمالات في نموذج البرمجة الخطية لمعالجة مشكلة الابهام التي تسود معاملات دالة الهدف ومعلمات دوال القيود مع إشراك رؤية متخذ القرار حول مستوى رضاه، ومن نتائجها هي فعالية النموذج المقترح في حل المسائل الرياضية المبهمة؛

– دراسة (Iraq Tariq Abbas, 2012)[6] بعنوان "**دالة الانتماء المثلثية لحل مسائل البرمجة الخطية المفردة والمتعددة الأهداف الضبابية**" هدفت إلى حل مسائل البرمجة الخطية الأحادية الهدف والمتعددة الأهداف المتسمة بالغموض بالاستعانة على دوال الانتماء المثلثية، وخلصت بنتيجة مفادها أن استعمال دوال الانتماء يسهل من عملية حل مسائل البرمجة الخطية في حالة الضبابية في المعاملات والمعلمات.

دراسة (Osama H. Mohammed et al, 2012)[7] بعنوان "**حلول المسائل الأمثلة المتعددة الأهداف الضبابية باستخدام طريقة الاوزان** " هدفت إلى حل الأمثلة الأحادية الهدف والمتعددة الأهداف في ظل الغموض الذي يسود كل من المعاملات والمعلمات والأطراف اليمنى للقيود بالاستعانة إلى منهجية إسكندر (Iskander's) سنة 2002 و2004، وخلصت بنتائج جد قيمة في حل المسائل الرياضية وكانت سهلة ومقنعة إذا قارنها مع المناهج المقترحة في الدراسات الأخرى.

– دراسة (Iden Hassan, Nabeel H. Saeed, 2013) [8] بعنوان "**حل مشاكل البرمجة الخطية الضبابية – المعلمية** " والتي هدفت إلى حل مشاكل البرمجة الخطية الضبابية المعلمية بالتركيز على المعاملات التكنولوجية (معاملات اتخاد القرار) المتواجدة في دالة الهدف أين تتغير وتأخد شكل عشوائي غير مضبوط، ونتجت عنها ضرورة ذلك في حل المسائل الرياضية في الظروف المبهمة؛

إذن بعد الاطلاع على هذه الدراسات والتي كلها كانت في مجال الرياضيات تبين لنا أنه أفضل منهجية لحل المشاكل الرياضية الخطية في الظروف المبهمة هي المنهجية المقترحة من طرف الباحث إسكندر

(Iskander's) سنة 2002 و 2004 والتي كانت بأكثر وضوح في دارسة Osama H.Mohammed و Fadhel S.Fadel و Iraq Tariq Abbas (2012)، إلا أن تطبيق هذه المنهجية في المجال الاقتصادي والتسيير خاصة في الدراسات باللغة العربية كان منعدم، وهذا ما دفعنا بتقديم هذه المنهجية في هذه الدراسة وتوضيح كيفية استخدامها في مشاكل تخطيط الإنتاج بالمؤسسات الصناعية والاقتصادية (في المجال الاقتصادي).

2. الإطار النظري للمنطق المبهم (الضبابي) وأهم أساسياته

1.2. مفهوم شامل للمنطق المبهم

يعد المنطق المبهم بديل[9] للمنطق الكلاسيكي أو ما نسميه بالمنطق الثنائي الذي كان يتعامل مع الحقيقة على أنها إما صحيحة أو خاطئة تماما إذا أصح القاعدة العامة والوحيدة في الحكم والاستدلال ومن ثم اتخاذ القرار.

نشأ المنطق الضبابي على يد[10] العالم لطفي زداه (L.Zadah) سنة 1965 في جامعة كاليفورنيا وهو أحد أشكال المنطق يستعمل في الذكاء الاصطناعي يسمح بالوصول إلى استنتاج واضح مستند إلى مشكلة غامضة ومبهمة وغير دقيقة[11]، وهو أسلوب مناسب لمعالجة الغموض والدقة الموجودة في حياتنا إذ أن الاستنتاج المضبب هو تطبيق للمنطق المضبب وهو الضبابية الموجودة في قراراتنا وفي طريقة تفكيرنا أو في طريقة معالجة المعلومات.[12]

ويُعرف المنطق المبهم على أنه نوع خاص من المنطق المتعدد القيم (Multi-Valued Logic) يعتمد على مفاهيم المجاميع المبهمة ففي المنطق المبهم تكون القيمة الحقيقية لمتغير ما، لا تأخذ قيمتين فقط كما هو الحال في المنطق التقليدي، بل بالإمكان افتراض أي قيمة ضمن الفترة المغلقة [1 – 0] والتي تستعمل للتعبير عن درجة الانتماء التي يتم تمثيلها باستعمال المتغيرات اللفظية.[13]

وفي تعريف أخر يعد المنطق المبهم من الطرق التي تسمح بالاستنتاج التقريبي فضلا أو بدلا من طرق الاستنتاج الدقيق،[14] ويمكن القول أن المنطق المبهم هو طريقة لتحويل المدخلات غير المؤكدة إلى مخرجات ويعتمد بشكل أساسي على الإحساس بالمسألة، ويتم تمثيل العناصر (البيانات والمعارف المختلفة) باستخدام نظرية المجموعات المبهمة ويحدد انتماء العنصر إلى المجموعة المبهمة من خلال دوال الانتماء.

2.2. المجموعة الكلاسيكية والمجموعة المبهمة

تعرف المجموعة الكلاسيكية (Classical Sets) أو التقليدية على أنها المجموعة التي إما أن تنتمي إليها العناصر بشكل كامل أو لا تنتمي إليها، وهذا يعني أن دالة الانتماء أو العضوية لعنصر ما في المجموعة يأخذ القيمة 0 أو 1 فقط، يعني أن العنصر x إما أن ينتمي إلى المجموعة A من المجموعة الشاملة X أو لا ينتمي لها، وبالتالي احتمال انتماء العنصر x إلى المجموعة A سوف يأخذ أمرين **نعم** أو

لا وهذا ما جعل هذا المنطق ثنائي القيمة (Two - Valued) معناه لا يوجد حلول وسطى وهناك من يسميها بالمجموعة الهشة (Crisp Set)[15].

وتصاغ عضوية وانتماء عنصر ما إلى المجموعة الكلاسيكية رياضيا كما يلي:

$$\mu_A : x \rightarrow \{0 , 1\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & if \quad x \notin A \\ 1 & if \quad x \in A \end{cases}$$

ولكن في الواقع الحقيقي قد يبدو الأمر مختلف فالمقرر عادة ما يصعب عليه تحديد بعض المتغيرات والمعلمات في شكلها الدقيق خاصة في الظروف الراهنة التي ترافقها العديد من المعلومات والبيانات غير الواضحة الناجمة من الظروف الغامضة المبهمة، الأمر الذي جعل المجموعات الكلاسيكية تعجز عن الحكم على تلك المتغيرات، ومن هنا دعت الحاجة إلى إيجاد بديل للمجموعات الكلاسيكية والتي كانت نظرية المجموعات المبهمة (الضبابية) (Fuzzy Set Theory).

بالنسبة للمجموعات المبهمة فإن درجات الانتماء للعناصر تتدرج بين 0 و1 ويمكن صياغة ذلك رياضيا كما يلي:

$$\mu_{\tilde{A}} : x \rightarrow [0 , 1]$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & if \quad x \notin \tilde{A} \\ 1 & if \quad x \in \tilde{A} \\ s & if \quad x \in \tilde{A} \end{cases}$$

وفقا للصياغة الرياضية أعلاه تأخذ عضوية أو انتماء العنصر x إلى المجموعة الجزئية المبهمة $\tilde{A}$ من المجموعة الشاملة X احتمالات متعددة وهي:

- العنصر x ينتمي إلى المجموعة $\tilde{A}$ من المجموعة الشاملة X بصورة أكيدة (عضوية كاملة Full Membership)؛
- العنصر x لا ينتمي إلى المجموعة $\tilde{A}$ من المجموعة الشاملة X بصورة أكيدة (Non-Membership)؛

العنصر x ينتمي إلى المجموعة $\tilde{A}$ من المجموعة الشاملة X بصورة جزئية (Partial Membership) يعني العنصر أخذ درجة معينة يُعبر عليها في الصياغة أعلاه بـ s وهذه الأخيرة قد تأخذ درجة الانتماء مستويات مختلفة ما بين 1 و0 وتكون عالية عند 0.9، 0.8، 0.7 وتكون ضعيفة عند 0.2، 0.3، 0.4 وتكون متوسطة عند 0.5، وبالتالي المجموعات المبهمة هي توسيع لنظرية المجموعات الكلاسيكية حيث هذه الأخيرة حالة خاصة من الأولى.

3.2. المجموعة الكلاسيكية والمجموعة المبهمة: تتمثل دوال الانتماء في درجة عضوية العنصر x في المجموعة الجزئية المضببة (المبهمة) $\tilde{A}$ من المجوعة الشاملة X ، حيث كلما كانت تلك الدرجة أعلى

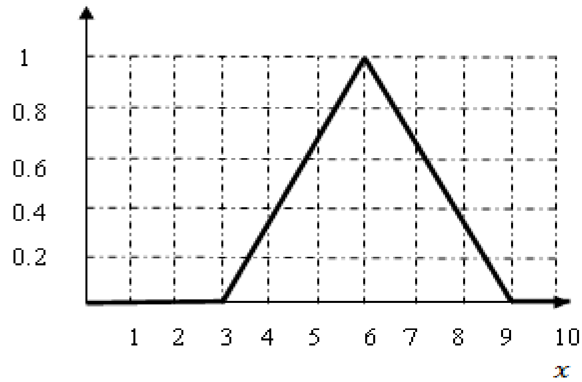
(أكبر) كان العنصر أكثر انتماء، والانتماء إلى ذلك نعبر عليه بدالة أو تابع يرمز في غالب الأحيان بـ $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ، ويوجد عدة أنواع من دوال الانتماء يتم استعراض أهمها فيما يلي:

3.2.1. دالة الانتماء المثلثة (Traingular Membership Function): يمكن تعريف الدالة المثلثية بواسطة الصياغة الرياضية الآتية:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & if \quad x \leq a \\ \dfrac{x-a}{m-a} & if \quad a \leq x \leq m \\ \dfrac{c-x}{c-m} & if \quad m \leq x \leq c \\ 1 & if \quad x \geq c \end{cases}$$

حيث a و m و c تمثل القيم الموجود على طول المدى للمتغير x في المجموعة المبهمة، حيث a تمثل الحد الأدنى للمتغير x و c تمثل القيمة الأعلى و m تمثل القيمة الوسطى، ويمكن توضيح ذلك في الشكل التالي:

الشكل رقم (01): دالة الانتماء المثلثية



المصدر: بن مسعود نصرالدين، التخطيط المتكامل للإنتاج والتوزيع باستعمال البرمجة بالأهداف مع دمج تفضيلات متخذ القرار في المؤسسات الصناعية، مذكرة تخرج لنيل شهادة الدكتوراه في علوم التسيير، جامعة تلمسان، 2015، ص 95.

3.2.2. دالة الانتماء من النوع شبه المنحرف (Trapezoidal Membership Function): توصف دوال الانتماء من النوع الشبه المنحرف في الصياغة الرياضية الآتية:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & if \quad x \leq a \\ \dfrac{x-a}{m-a} & if \quad a \leq x \leq m \\ 1 & if \quad m \leq x \leq c \\ \dfrac{d-x}{d-c} & if \quad c \leq x \leq d \\ 0 & if \quad x \geq d \end{cases}$$

حيث a و m و c تم تحديدها سابقا إضافة إلى القيمة d والتي تكون على طول المدى للمتغير x وقيمها يجب أن تحقق العلاقة $a < m < c < d$ وبإمكاننا توضيح ذلك في الشكل البياني التالي:

الشكل رقم (01): دالة الانتماء من النوع شبه المنحرف

المصدر: بن مسعود نصرالدين، مرجع سبق ذكره، ص 96.

4.2. الأعداد المبهمة (Fuzzy Numbers): الأعداد المبهمة هي مجموعة جزئية مبهمة $\tilde{A}$ خاصة في الأعداد الحقيقية R تتضمن أعداد يطلق عليها بالأرقام المبهمة أو الضبابية ويتحقق ذلك تحت الشروط التالية:[16]

- يجب أن تكون مجموعة مبهمة طبيعية محدبة؛
- يجب أن تكون المجموعة $\tilde{A}_\alpha$ محددة من أجل كل $\alpha \epsilon [0 , 1]$ ؛
- يجب أن تكون دالة الانتماء للمجموعة المبهمة مستمرة جزئية **(Piecewise)**.

والأعداد المبهمة تقع على أشكال عديدة منها:[17]

- الأعداد المبهمة ذات المدى من اليمين واليسار(L-R Fuzzy numbers) وتأخذ الصياغة التالية:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\ \left(\dfrac{x-a}{\alpha}\right) & if \quad (a-\alpha) \le x < a, \alpha > 0, \\ 1 & if \quad a \le x \le b, \\ R\ \left(\dfrac{x-b}{\beta}\right) & if \quad b < x \le (b+\beta), \beta > 0 \\ 0 & if \quad otherwise \end{cases}$$

حيث L و R دوال مستمرة من جهة اليسار واليمين على الترتيب، a و b هي قيم المتغير x على طول المدى الكوني حيث عندها تكون قيمة العدد المبهم مساوية إلى 1 ، أما α تمثل المدي من اليسار و β تمثل المدى من اليمين.

- الأعداد المبهمة المثلثية (Triangular Fuzzy Number (TFN)) وتأخذ الصياغة الرياضية ذات الشكل:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & if \quad x < a_L, x > a_U, \\ \dfrac{x - a_L}{a - a_L} & if \quad a_L \le x \le a, \\ \dfrac{a_U - x}{a_U - a} & if \quad a < x \le a_U, \end{cases}$$

يعبر عن العدد المبهم في هذه الحالة بـ $\tilde{\ } = (\ _L, a\ , a_U)$ حيث a_L ، a_U تمثل القيم الأقل والأعلى على الترتيب للعدد a .

- الأعداد المبهة ذات شبه منحرف (Trapezoidal Fuzzy Number (TrFN)) وتأخذ دالة الانتماء من الشكل:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & if \quad x < a_L, x > a_U, \\ \dfrac{x - a_L}{\underline{a} - a_L} & if \quad a_L \le x \le \underline{a}, \\ 1 & if \quad \underline{a} \le x \le \overline{a}, \\ \dfrac{a_U - x}{a_U - \overline{a}} & if \quad \overline{a} < x \le a_U, \end{cases}$$

في هذه الحالة العدد المبهم يعبر عنه بـ $\tilde{A} = (a_L, \underline{a}, \overline{a}, a_U)$ يعني يكون ممثل بأربع قيم في شكل شبه منحرف حيث تكون هناك الحدود الأعلى والأدنى لـ $\tilde{a}$ وفيما بينها تكون كل من $\underline{a}$ و $\overline{a}$ والتي عندها تكون دالة الانتماء مساوية لـ 1.

3. البرمجة الخطية المبهمة وفق منهجية إسكندر (Iskander's)

1.3. الصياغة العامة

تعتمد هذه الصياغة على أساس أن كل المعلمات والمعاملات المتواجدة في دالة الهدف ودوال القيود بما فيها الأطراف اليمنى تأخذ قيم ضبابية غير محددة بشكل دقيق وهذا ما نجده في الواقع العملي، فمثلا نجد في غالب الحالات أسعار البيع غير مضبوطة، وعلى أساس ذلك يكون هامش الربح الوحدي مبهم.

وكذلك قد نجد أسعار المواد الأولية أحيانا غير محددة راجع إلى تغير أسعار الصرف وما شبه ذلك ومن ثم التكاليف تكون مبهمة، إذن كلها عوامل نجدها غير محددة، والصياغة العامة الموافقة لهذه الظروف تأخذ الشكل التالي:

$$Maximise\ or\ Minimise\ z \quad \tilde{c}_1 * x_1 + \tilde{c}_2 * x_2 \dots\dots + \tilde{c}_n * x_n$$

Subject to:

$$\tilde{a}_{11} * x_1 + \tilde{a}_{12} * x_2 \dots\dots + \tilde{a}_{1n} * x_n \begin{pmatrix} \le \\ \ge \\ = \end{pmatrix} \tilde{b}_1$$

$$\tilde{a}_{21} * x_1 + \tilde{a}_{22} * x_2 \dots\dots + \tilde{a}_{2n} * x_n \begin{pmatrix} \le \\ \ge \\ = \end{pmatrix} \tilde{b}_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\tilde{a}_{m1} * x_1 + \tilde{a}_{m2} * x_2 \dots\dots + \tilde{a}_{mn} * x_n \begin{pmatrix} \le \\ \ge \\ = \end{pmatrix} \tilde{b}_m$$

$$i = 1,2 \dots\dots m \qquad j = 1,2 \dots\dots n$$

$$x_j \ge 0$$

حيث:

x_j : تمثل متغيرات القرار ؛

$\tilde{c}_j$: تمثل المعاملات المبهمة التي ترافق متغيرات القرار في دالة الهدف؛

$\tilde{a}_{ij}$: تمثل المعلمات التي ترافق متغيرات القرار في دوال القيود؛

$\tilde{b}_i$: تمثل القيم المبهمة التي تأخذها الأطراف اليمنى للقيود وهي تمثل الموارد المتاحة.

إذن ما نراه على النموذج أعلاه هو أن جميع المعاملات والمعلمات تأخذ شكل ضبابي مبهم قد تكون من النوع المثلثي أو شبه منحرف، فإذا كانت من النوع المثلثي فإن قيمها تكون كما يلي:

$$\tilde{c}_j = \left(c_{jL} = c_j - \sqrt{1-\alpha}\,,\ c_j\,, c_{jU} = c_j + \sqrt{1-\alpha}\right) \dots\dots 1$$

$$\tilde{a}_{ij} = \left(a_L = a_{ijL} - \sqrt{1-\alpha}\,, a_{ij}\,,\ a_{ijU} = a_{ij} + \sqrt{1-\alpha}\right) \dots\dots 2$$

$$\tilde{b}_i = \left(b_{iL} = b_i - \sqrt{1-\alpha}\,, b_i\ \,, b_{iU} = b_i + \sqrt{1-\alpha}\right) \dots\dots 3$$

حيث α هي عبارة عن قيمة محصورة بين الواحد 1 والصفر0 تحدد مسبقا من طرف متخذ القرار تعبر عن مستوى ثقته أو مستوى رضاه أو ما تسمى بالحد الأدنى من الاحتمال المطلوب (الحد الأدنى الممكن أو المطلوب)، أما القيم التي تحتوي L فهي تعبر عن القيم الدنيا والقيم التي تحتوي على U فهي تعبر القيم الأعلى.

2.3 : تحويل البرمجة الخطية المبهمة إلى الصياغة العادية:

في هذا الجزء يتم تحويل الصياغة العامة التي تعبر عن الابهام الموضحة أعلاه إلى صياغة عادية بإدخال القيم الموضحة في 1 و 2 و 3 وفق منهجية **إسكندر** (Iskander's) في النموذج التالي:

Max or **Min** z = $\left[(1-\alpha)\left(c_1 + \sqrt{1-\alpha}\right) + \alpha\, c_1\right]x_1 + \left[(1-\alpha)\left(c_2 + \sqrt{1-\alpha}\right) + \alpha\, c_2\right]x_2 + \cdots \dots \left[(1-\alpha)\left(c_n + \sqrt{1-\alpha}\right) + \alpha\, c_n\right]x_n$

Subject to:

$$[(1-\alpha)(a_{11}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{11}]\boldsymbol{x_1}+[(1-\alpha)(a_{12}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{12}]\boldsymbol{x_2}\ldots\ldots + [(1-\alpha)(a_{1n}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{1n}]\boldsymbol{x_n}\begin{pmatrix}\le\\ \ge\\ =\end{pmatrix}[(1-\alpha)(b_1+\sqrt{1-\alpha})+\alpha\,\boldsymbol{b_1}]$$

$$[(1-\alpha)(a_{21}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{21}]\boldsymbol{x_1}+[(1-\alpha)(a_{22}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{22}]\boldsymbol{x_2}\ldots\ldots + [(1-\alpha)(a_{2n}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{2n}]\boldsymbol{x_n}\begin{pmatrix}\le\\ \ge\\ =\end{pmatrix}[(1-\alpha)(b_2+\sqrt{1-\alpha})+\alpha\,\boldsymbol{b_2}]$$

$$[(1-\alpha)(a_{m1}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{m1}]\boldsymbol{x_1}+[(1-\alpha)(a_{m2}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{m2}]\boldsymbol{x_2}\ldots\ldots + [(1-\alpha)(a_{mn}-\sqrt{1-\alpha})+\alpha\, a_{mn}]\boldsymbol{x_n}\begin{pmatrix}\le\\ \ge\\ =\end{pmatrix}[(1-\alpha)(b_m+\sqrt{1-\alpha}) + \alpha\,\boldsymbol{b_m}]$$

$$i=1,2\ldots\ldots m \qquad j=1,2\ldots\ldots n$$
$$x_j\ge 0$$
$$0\le\alpha\le 1$$

4. الدراسة التطبيقية

لتوضيح مدى فعالية هذه النموذج المقترح من طرف الباحث إسكندر (Iskander's) سيتم اقتراح مؤسسة افتراضية تكون بصدد بناء خطة إنتاجية أسبوعية، السعي منها الوصول إلى تعظيم الأرباح من خلال إنتاج أربع منتجات تحت مجموعة من القيود متنوعة وفق مجموعة من المعلومات والبيانات موضحة في الجدول التالي:

الجدول رقم (01): يوضح جميع المعلومات والبيانات المبهمة عن المعلمات والمتغيرات والمعاملات المتعلقة بدالة الهدف وقيود الموارد المتاحة للأربع منتجات

المنتجات / المعلومات المبهمة	المنتج x_1	المنتج x_2	المنتج x_3	المنتج x_4	القيود المبهمة
استهلاك الطاقة	320	340	360	350	170000
استهلاك المادة الأولى	1.8	1.79	1.76	1.75	20000
استهلاك المادة الثانية	70	65	100	85	180000
ساعات العمل	2	3	2	1	400
تكاليف النقل	0.9	0.87	0.86	0.95	30000
الطلب	1	1	1	1	40000
الربح	17	25	35	30	

المصدر: من إعداد الباحث

1.4. بناء النموذج وفق الصياغة العامة:

بعد تحديد المعلومات والبيانات المبهمة المتعلقة بالعملية الإنتاجية للمؤسسة سيتم نمذجتها في الصياغة التالية:

$$\boldsymbol{Max\ z}=\widetilde{17}X_1+\widetilde{25}X_2+\widetilde{35}X_3+\widetilde{30}X_4$$

Subject to:

$$\widetilde{320}X_1+\widetilde{340}X_2+\widetilde{360}X_3+\widetilde{350}X_4\le\widetilde{170000}$$

$$\widetilde{1.8}X_1 + 1.79X_2 + 1.76X_3 + \widetilde{1.75}X_4 \leq \widetilde{20000}$$
$$\widetilde{70}X_1 + \widetilde{65}X_2 + \widetilde{100}X_3 + \widetilde{85}X_4 \leq \widetilde{180000}$$
$$\tilde{2}X_1 + 3X_2 + 2X_3 + \tilde{1}X_4 \leq \widetilde{400}$$
$$\widetilde{0.95}X_1 + \widetilde{0.87}X_2 + \widetilde{0.86}X_3 + 0.95X_4 \leq \widetilde{30000}$$
$$\tilde{1}X_1 + \tilde{1}X_2 + \tilde{1}X_3 + \tilde{1}X_4 \leq \widetilde{40000}$$
$$x_j \geq 0$$
$$j = 1,2,3,4$$

2.4. تحويل النموذج من الصياغة المبهمة إلى الصياغة العادية (خالية من الإبهام)

$$\boldsymbol{Max\,z} = \left[(1-\alpha)\left(17+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 17\right]\boldsymbol{X_1} + \left[(1-\alpha)\left(25+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 25\right]\boldsymbol{X_2} + \left[(1-\alpha)\left(35+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 35\right]\boldsymbol{X_3} + \left[(1-\alpha)\left(30+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 30\right]\boldsymbol{X_4}$$

Subject to:

$$\left[(1-\alpha)\left(320-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 320\right]\boldsymbol{X_1} + \left[(1-\alpha)\left(340-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 340\right]\boldsymbol{X_2} + \left[(1-\alpha)\left(360-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 360\right]\boldsymbol{X_3} + \left[(1-\alpha)\left(350-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 350\right]\boldsymbol{X_4} \leq \left[(1-\alpha)\left(170000+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 170000\right]$$

$$\left[(1-\alpha)\left(1.8-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1.8\right]\boldsymbol{X_1} + \left[(1-\alpha)\left(1.79-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1.79\right]\boldsymbol{X_2} + \left[(1-\alpha)\left(1.76-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1.76\right]\boldsymbol{X_3} + \left[(1-\alpha)\left(1.75-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1.75\right]\boldsymbol{X_4} \leq \left[(1-\alpha)\left(20000+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 20000\right]$$

$$\left[(1-\alpha)\left(70-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 70\right]\boldsymbol{X_1} + \left[(1-\alpha)\left(65-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 65\right]\boldsymbol{X_2} + \left[(1-\alpha)\left(100-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 100\right]\boldsymbol{X_3} + \left[(1-\alpha)\left(85-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 85\right]\boldsymbol{X_4} \leq \left[(1-\alpha)\left(180000+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 180000\right]$$

$$\left[(1-\alpha)\left(2-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 2\right]\boldsymbol{X_1} + \left[(1-\alpha)\left(3-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 3\right]\boldsymbol{X_2} + \left[(1-\alpha)\left(2-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 2\right]\boldsymbol{X_3} + \left[(1-\alpha)\left(1-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1\right]\boldsymbol{X_4} \leq \left[(1-\alpha)\left(400+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 400\right]$$

$$\left[(1-\alpha)\left(0.9-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 0.9\right]\boldsymbol{X_1} + \left[(1-\alpha)\left(0.87-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 0.87\right]\boldsymbol{X_2} + \left[(1-\alpha)\left(0.86-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 0.86\right]\boldsymbol{X_3} + \left[(1-\alpha)\left(0.95-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 0.95\right]\boldsymbol{X_4} \leq \left[(1-\alpha)\left(30000+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 30000\right]$$

$$\left[(1-\alpha)\left(1-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1\right]\boldsymbol{X_1} + \left[(1-\alpha)\left(1-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1\right]\boldsymbol{X_2} + \left[(1-\alpha)\left(1-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1\right]\boldsymbol{X_3} + \left[(1-\alpha)\left(1-\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 1\right]\boldsymbol{X_4} \leq \left[(1-\alpha)\left(40000+\sqrt{1-\alpha}\right)+\alpha 40000\right]$$

$$x_j \geq 0$$
$$j = 1,2,3,4$$

3.4. حل النموذج وفق تغير قيمة α

في هذه الحالة تأتي مرحلة حل النموذج على حساب نسبة ثقة ورضا متخذ القرار المعبر عنها بالقيمة α والتي تتغير من الصفر إلى الواحد، وبالاستعانة على برنامج LINGO19 وتطبيق Symbolab توصلنا إلى النتائج الموضحة في الجدول التالي:

الجدول رقم (02): يوضح نتائج حل النموذج وفق تغير قيمة (محاكاة النموذج)

قيمة α / قيمة المتغير	$\alpha = 0,1$	$\alpha = 0,25$	$\alpha = 0,50$	$\alpha = 0,75$	$\alpha = 1$
X_1	0	0	0	0	0
X_2	0	0	0	0	0
X_3	346.98	234.6539	87.887	0	0
X_4	21.97	247.30	395.806	457.285	400
Z	13117.15	15869.25	15120.98	13775.73	12000

المصدر: من إعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات برنامج LINGO19

4.4. نتائج الدراسة:

بعد تشغيل النموذج على برنامج LINGO19 وبمساعدة تطبيق Symbolab لتسهيل الحسابات الرياضية توصلت الدراسة إلى النتائج التالية:

- في حالة قيمة $\alpha = 0,1$ نلاحظ أنه على المؤسسة إنتاج 346.98 وحدة من X_3 و21.97 من X_4 وعدم انتاج أي وحدة من المنتجين X_1 و X_2 مع إمكانية تحقيق أقصى ربح قدره 13117.15 وحدة نقدية؛
- في حالة قيمة $\alpha = 0,25$ نلاحظ أنه على المؤسسة إنتاج 234.6539 وحدة من X_3 و247.30 من X_4 وعدم انتاج أي وحدة من المنتجين X_1 و X_2 مع إمكانية تحقيق أقصى ربح قدره 15869.25 وحدة نقدية؛
- في حالة قيمة $\alpha = 0,50$ نلاحظ أنه على المؤسسة إنتاج 87.887 وحدة من X_3 و395.806 من X_4 وعدم انتاج أي وحدة من المنتجين X_1 و X_2 مع إمكانية تحقيق أقصى ربح قدره 15120.98 وحدة نقدية؛
- في حالة قيمة $\alpha = 0,75$ نلاحظ أنه على المؤسسة إنتاج 457.285 من X_4 وعدم انتاج أي وحدة من المنتجات X_1 و X_2 و X_3 مع إمكانية تحقيق أقصى ربح قدره 13775.73 وحدة نقدية؛
- في حالة قيمة $\alpha = 1$ نلاحظ أنه على المؤسسة إنتاج 400 من X_4 وعدم انتاج أي وحدة من المنتجات X_1 و X_2 و X_3 مع إمكانية تحقيق أقصى ربح قدره 12000 وحدة نقدية؛

وبناء على هذه النتائج نرى أنه على المؤسسة اختيار الحالة الثانية عند $\alpha = 0,25$ أين يوجد أقصى ربح ممكن والذي قيمته وصلت إلى 15869.25 وحدة نقدية مقارنة بالحلات الأخرى التي كان فيها الربح أقل، وعليه من الأفضل المؤسسة تنتج 234.6539 وحدة من X_3 و247.30 من X_4 وعدم انتاج أي وحدة من المنتجين X_1 و X_2.

5. خاتمة: من خلال هذه الورقة البحثية توصلنا إلى أن للطرق العلمية الحديثة على رأسها البرمجة الخطية المبهمة المصاغة من طرف الباحث إسكندر (Iskander's) لها ضرورة ملحة في مساعدة أصحاب المؤسسات على اتخاد قراراتهم الإنتاجية بشكل سليم وبعيد عن التحيز والمخاطر، ومن النتائج المتوصل إليها هي:

- المعلومات والبيانات المبهمة والغامضة لها ضرورة مهمة في دمجها وتهجينها مع نموذج البرمجة الخطية؛
- دمج المعلومات والبيانات بما فيها كل من المعاملات المتواجدة في دالة الهدف والمعلمات المرفقة مع متغيرات القرار في القيود، وكذلك الموارد المتاحة المعبر عنها في الأطراف اليمنى من القيود لها ضرورة بالغة الأهمية في دمجها وتهجينها في النموذج، مما تزيل الغموض في اتخاد القرار بشأن تخطيط الإنتاج؛
- تخطيط الإنتاج باستعمال نموذج البرمجة الخطية المبهمة المعتمدة على منهجية الباحث إسكندر (Iskander's) لوحظ أنها فكرة قيمة وسهلة المنال قد تعطي الحرية التامة لمتخذ القرار على إبداء رأيه في عملية النمذجة الرياضية وفق الحدود الدنيا من إمكانياته المتاحة والمحدودة؛
- استعمال البرمجة الخطية المبهمة المصاغة من طرف الباحث إسكندر (Iskander's) عملت على تخطيط الإنتاج بشكل سهل ومقنع وذو شفافية مقارنة مع الطرق الأخرى كنموذج البرمجة الخطية العادية.
- نموذج البرمجة الخطية المبهمة بالاعتماد على منهجية إسكندر (Iskander's) يعمل على تخطيط الانتاج بطريقة مرضية ومثلى.

وما يمكن أن نقترحه بناء على نتائج هذه الدراسة هو:

- ضرورة اتباع المناهج العلمية الحديثة في تسيير المؤسسات الجزائرية بما فيها الاقتصادية والعمومية؛
- بناء نظام معلومات على مستوى المؤسسات الجزائرية من أجل جمع المعلومات والاحصائيات الضرورية للتخطيط المستقبلي؛
- إجراء دورات تكوينية لمسيري المؤسسات في مجال الطرق الكمية خاصة في مجال بحوث العمليات؛
- تكثيف الجهود نحو اتباع المناهج العلمية الحديثة وتتبع تطورها؛

وأخيرا يمكن القول أن المنهج المقدم في هذا البحث هو عبارة عن أسلوب مقترح يمكن الاستفادة منه في حل مشكلة تخطيط الانتاج، ولكن لا نجزم بأنه أفضل وسيلة لعمليتي التحليل والتقييم ولكن يمكن اعتباره أحد أساليب المنهج العلمي الذي نعتمد عليه في ترشيد القرارات إلى اتجاهها الصواب.

6. الإحالات والمراجع

[1] اصوالح خديجة، غريس عبد النور، البرمجة الخطية ودورها في إعداد خطة الإنتاج المثلى في مؤسسة إنتاجية مع دراسة حالة مؤسسة ليند غاز الجزائر، مجلة اقتصاديات شمال افريقيا، المجلد 16، العدد 22، 2020، ص ص: 465 – 480.

[2] زهيرة أعراب، تحسين أداء المؤسسات الاقتصادية باستخدام البرمجة الخطية العددية مع دراسة حالة مؤسسة الرزم المعدنية، مجلة دراسات في الاقتصاد التجارة والمالية، المجلد 09، العدد 01، 2020، ص ص: 797– 826.

[3] حمدان زين، ملال ربيعة، دور البرمجة الخطية في اتخاد القرار دراسة حالة انتاج المواد الكشيطة بولاية سعيدة، مجلة تنافسية المؤسسات الصغيرة والمتوسط، المجلد 02، العدد 01، 2020، ص ص: 50–62.

[4] M. G. Iskander, Comparison of Fuzzy Numbers Using Possibility Programming: Comments and New Concepts, Journal of Science computers and Mathematics with Applications 43 (2002), PP: 833-840.

[5] M. G. Iskander, A Possibility Programming Approach for Stochastic Fuzzy Multiobjective Linear Fractional Programs, Journal of Science computers and Mathematics with Applications 48 (2004), PP: 1603-1609.

[6] Iraq Tariq Abbas, Triangular Membership Functions For Solving Single And Multiobjective Fuzzy Linear Programming Problem, Iraqi Journal of Science,Vol 53,No 1,2012, PP:125-129.

[7] Osama H.Mohammed ,Fadhel S.Fadel, Iraq Tariq Abbas, Solving of fuzzy Multiobjective Optimization Problem Using The Weighting Method, Iraqi Journal of Science. Vol 53.No 4.2012, PP: 894-898.

[8] Iden Hassan, Nabeel H. Saeed, Triangular Membership Functions For Solving Single And Multiobjective Fuzzy Linear Programming Problem, Iraqi Journal of Science,Vol 53,No 1,2013, PP: 125-129.

[9] محمد عبد الهادي المحيد، حسني إبراهيم حمدي، حميد احمد القاهري، المنطق الضبابي في اتخاذ القرارات، المجلة العربية للعلوم الإدارية، مجلد 06، عدد 02، 1999، ص 213–219.

[10] Zadeh, L. A., , Fuzzy Sets, Information control,. 1965,8, 338-353.

[11] Bezdek, J. C., 1993, Fuzzy Models - What Are They, and Why?, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 1, No. 1, Available on www.ivsl.org.نقلا من الورقة البحثية لـ قاسم محسن الحيطي، ثابت حسان ثابت مجلة تنمية الرافدين الملحق 110 المجلد43 لسنة 2012.

[12] رائد عبد القادر حامد، نعمة عبد الله الصخري، ذكاء يوسف عزيز، تعدين بيانات مشتركي خدمة الانترانت باستخدام المنطق المبهم المضبب والدالة التميزية، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، المجلد 19، 2011، ص ص 197- 218..

[13] من هادي صالح، دراسة وتحليل العمليات الرياضية للمنطق المضبب، مجلة بغداد للعلوم، العدد 6(03)، 2009، ص527.

[14] Klir, G. glair U. Yuan, S Bo, Fuzzy Set Theory Foundations and Applications Prentice. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data United States of America, Published by Prentice Hall PTR,1997, PP: 177-209.

[15] فاضل عباس الطائي، نجلاء سعد الشرابي، المنطق المضبب لنموذج سلسلة زمنية غير مراوحة مع التطبيق المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، المجلد رقم (18)، 2010، ص98.

[16] قاسم محسن الحبيطي، ثابت حسان ثابت، استخدام نموذج المنطق المضبب لاتخاذ قرار معتمد على معايير لغوية متعددة، دراسة محاسبية في تسعير المنتجات، جامعة الموصل كلية الإدارة والاقتصاد تنمية الرافدين، ملحق العدد 110، مجلد رقم 34، 2012، ص111.

[17] C.R.Bector, S.Chandra, Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Volume, 169,(Book Springer),2005, PP: 47-52.

[10] Iden Hassan, Nabeel H. Saeed, Solving Fuzzy-Parametric Linear Programming Problems, Ibn Al-Haitham Jour. for Pure & Appl. Sci, vol 26, No 1, 2013, PP:303-311.

7. الملاحق

مخرجات النموذج الأول على برنامج lingo 19 عند $\alpha = 0,1$

LINGO/WIN64 19.0.40 (26 Apr 2021), LINDO API 13.0.4099.270

Licensee info: Eval Use Only
License expires: 18 MAY 2022

Global optimal solution found.

Objective value:	**13117.15**
Infeasibilities:	0.000000
Total solver iterations:	3
Elapsed runtime seconds:	2.68

Model Class: LP

Total variables: 4
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 0

Total constraints: 7
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 28
Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value
X1	0.000000
X2	0.000000
X3	346.9827
X4	21.97152

مخرجات النموذج الثاني على برنامج lingo 19 عند $\alpha = 0,25$

LINGO/WIN64 19.0.40 (26 Apr 2021), LINDO API 13.0.4099.270
Licensee info: Eval Use Only
License expires: 18 MAY 2022
Global optimal solution found.
Objective value: 15869.25
Infeasibilities: 0.000000
Total solver iterations: 2
Elapsed runtime seconds: 1.64

Model Class: LP

Total variables: 4
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 0

Total constraints: 7
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 28
Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value
X1	0.000000
X2	0.000000
X3	232.6539
X4	247.3063

مخرجات النموذج الثالث على برنامج lingo 19 عند $\alpha = 0,50$

LINGO/WIN64 19.0.40 (26 Apr 2021), LINDO API 13.0.4099.270

Licensee info: Eval Use Only
License expires: 18 MAY 2022

Global optimal solution found.
Objective value: 15120.98
Infeasibilities: 0.000000
Total solver iterations: 2
Elapsed runtime seconds: 1.52

Model Class: LP

Total variables: 4
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 0

Total constraints: 7
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 28
Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value
X1	0.000000
X2	0.000000
X3	87.88703
X4	395.8064

مخرجات النموذج الرابع على برنامج lingo 19 عند $\alpha = 0,75$

Licensee info: Eval Use Only
License expires: 18 MAY 2022
Global optimal solution found.
Objective value: 13775.73
Infeasibilities: 0.000000
Total solver iterations: 7
Elapsed runtime seconds: 1.67

Model Class: LP

Total variables: 4
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 0

Total constraints: 7
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 28
Nonlinear nonzeros: 0

Variable	Value
X1	0.000000
X2	0.000000
X3	0.000000
X4	457.2857

مخرجات النموذج الخامس على برنامج lingo 19 عند $\alpha = 1$

Licensee info: Eval Use Only
License expires: 18 MAY 2022

Global optimal solution found.
Objective value: 12000.00
Infeasibilities: 0.000000
Total solver iterations: 7
Elapsed runtime seconds: 0.08

Model Class: LP

Total variables:	4
Nonlinear variables:	0
Integer variables:	0
Total constraints:	7
Nonlinear constraints:	0
Total nonzeros:	28
Nonlinear nonzeros:	0

Variable	Value
X1	0.000000
X2	0.000000
X3	0.000000
X4	400.0000