

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب
Université -Ain-Temouchent- Belhadj Bouchaib
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de génie civil et travaux publics



Projet de fin d'études
Pour l'obtention du diplôme de Master en :
Domaine : SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
Filière : Génie civil
Spécialité : Structures
Thème

Analyse des contraintes dans les coques cylindriques en matériau composite

**Présenté Par : Kada Ben Abdallah Chaimaa
Hadj Cheikh Manel**

Devant le jury composé de :

GUENANECHÉ Boucif	Pr	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Président
ABDEL BARI Salima	MCA	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Examinateur
Mme ATTIA Amina	MCA	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Encadreur

Année universitaire 2021/2022

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



Remerciements

Tout d'abord je tiens à remercier Dieu tout puissant qui m'a donné de la force et du courage pour terminer mes études dans de bonnes conditions.

Aussi je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon encadreur Mme ATTIA AMINA pour sa gentillesse, sa disponibilité et sa contribution générale à l'élaboration de ce travail.

Je remercie tous les professeurs du département de génie civil.

Aussi je remercie tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet.

Ensuite nous remercions mes parents pour le soutien inconditionnel dont ils ont fait preuve depuis que notre projet professionnel est défini. Merci pour le soutien financier, moral, psychologique et matériel.

Nous souhaitons aussi remercier, notre frères et notre belles-sœurs pour leur accompagnement durant ces cinq années et leur soutien sans faille.

J'exprime ensuite toute ma sympathie à tous mes collègues de post graduation, pour leur soutien, leurs conseils et leur aide.

Merci



Dédicace

Je dédie ce mémoire à :

Mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin.

***Ma mère :** qui a oeuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie.

- **Mon père :** qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit ;
Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi.

- **Mes sœurs :** Ibtissem et Manel

- **Mes frères :** Billal

- **A tout la famille :** Kada Ben Abdallah

- **A mon encadreur :** Mme ATTIA AMINA

- **A mon binôme :** Hadj Cheikh Manal et toute sa famille

Pour tous mes amis et collègues de l'étude pour tous ceux qui m'aiment

Dédicace

Je dédie ce mémoire à :

Mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin.

***Ma mère** :qui a oeuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie.

- **Mon père** :qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit ; Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi.

- **Mes sœurs** : Nessrine et Rabab et Lamia et Ikram

- **Mes frères** : Anoire

- **A tout la famille** : Hadj Cheikh

- **A mon encadreur** : Mme ATTIA AMINA

- **A mon binôme** : Kada Ben Abdallah Chaimaa et toute sa famille

Pour tous mes amis et collègues de l'étude pour tous ceux qui m'aiment

Résumé

Dans ce travail, l'analyse de la flexion des coques multicouches est présentée en utilisant une théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (HSDT). La proposition comporte cinq inconnues, et ne nécessite pas un coefficient de correction de cisaillement. Les équations du mouvement sont déterminées en utilisant le principe des travaux virtuels. Ces équations sont ensuite résolues avec la méthode de Navier. Les résultats de l'analyse de la flexion sont obtenus pour des coques cylindriques et des plaques avec des conditions aux limites de simple appuyées. L'étude est présentée pour les coques minces ainsi que pour les coques épaisses. Les résultats calculés sont comparés avec ceux de la théorie exacte de l'élasticité 3D et avec plusieurs autres HSDTs classiques. La théorie proposée se trouve précise par rapport aux autres théories pour étudier la réponse statique des coques composites isotropes et multicouches et des structures de plaque.

Mots clés : coques composites; flexion; Théorie de la déformation de cisaillement d'ordre élevé.

Abstract

In this work, the bending analysis of multilayered plates and shells is presented by utilizing a higher order shear deformation theory (HSDT). The proposed involves five unknowns, and without requiring the shear correction coefficient. The equations of motion are derived by using the virtual works principle. These equations are then solved via Navier-type, closed form solutions. Bending results are found for cylindrical shells and plates for simply supported boundary conditions. Results are presented for thick to thin as well as shallow and deep shells. The computed results are compared with the exact 3D elasticity theory and with several other conventional HSDTs. The proposed HSDT is found to be precise compared to other several existing ones for investigating the static response of isotropic and multilayered composite shell and plate structures.

Keywords: Layered structures; Bending; Higher order shear deformation theory.

ملخص

في هذا العمل ، تم تقديم تحليل الانحناء للصفائح والأغلفة متعددة الطبقات باستخدام نظرية تشوه القص ذات الترتيب العالي (HSDT). يتضمن المقترح خمسة مجاهيل ، ودون الحاجة إلى معامل تصحيح القص ، يتم اشتقاق معادلات الحركة باستخدام مبدأ الأعمال الافتراضية. ثم يتم حل هذه المعادلات من خلال حلول مغلقة الشكل من نوع Navier. تم العثور على نتائج الانحناء للأغلفة والألواح الأسطوانية لظروف الحدود المدعومة ببساطة. يتم عرض النتائج للأغلفة السمكية إلى الرقيقة وكذلك الضحلة والعميقة. تتم مقارنة النتائج المحسوبة مع نظرية المرونة ثلاثية الأبعاد الدقيقة ومع العديد من HSDTs التقليدية الأخرى. تم العثور على HSDT المقترح ليكون دقيقاً مقارنة بالعديد من الموجودات الأخرى لفحص الاستجابة الساكنة لهياكل الغلاف والصفائح المركبة متعددة الطبقات والخواص.

الكلمات المفتاحية: الهياكل التطبيقية. الانحناء نظرية تشوه القص ذات الترتيب العالي.

Table des matières

Résumé	i
Abstract	ii
ملخصiii
Table Des Matières	iv
Liste Des Figures	vii
Liste Des Tableaux	ix
Liste Des Notations	x
Introduction Générale	1
 Chapitre I : Généralités Sur Les Matériaux Composite	
I.1. Introduction	5
I.2. Avantages des matériaux composites	6
I.3. Utilisation des matériaux composites dans les structures	6
I.4. Les types de matériaux composites	7
I.4.1. Composites à renforts de particules.	7
I.4.2. Composites à renforts de fibres	7
I.4.3. Composites à renforts de paillettes.	8
I.4.4. Composites stratifiés.	8
I.5. Les matériaux composites et leur fondamentaux de base	8
I.5.1. Renforts	9
➤ Nature de la fibre	9
➤ Fibre de verre	10
➤ Fibre de carbone	10
➤ Fibre d'aramide (Kevlar)	11
➤ Les fibres de bore	12
I.5.2. Matrices	13
➤ Matrices organiques ou résineuses	13
➤ Résines thermodurcissables (TD)	13
➤ Résines thermoplastiques (TP)	13
➤ Matrices métalliques	14
➤ Matrices céramiques	15
I.5.3. Interfaces	15
➤ Charges – additifs	15
I.6. Les matériaux composites structuraux	15
I.6.1. Les monocouches	16
I.6.2. Les stratifiés.....	16

I.6.3. Les sandwichs	17
I.7. Qualités générales des matériaux composites	17
I.8. Un premier exemple de matériau composite : le béton armé	18
I.9. Applications des matériaux composites en génie civil.....	18
I.10. Conclusion.....	19
 Chapitre II : Généralités Sur Les Théories Des Plaques Et Coques	
II.1. Introduction.....	19
II.2. Théories des plaques	19
II.2.1. Théorie classique des plaques (CPT)	19
II.2.2. Théorie des plaques du 1er ordre (FSDT).....	20
II.2.3. Théorie des plaques d'ordre élevée (HSDT).....	21
II.2.3.1. Théorie des plaques du second ordre	21
II.2.3.2. Théorie des plaques du troisième ordre	21
II.2.4. Nouvelle théorie raffinée de déformation des plaques	25
II.3. Théories des coques.....	27
II.3.1. Description géométrique des différents types des structures en coque	27
II.3.2. Choix de la surface moyenne pour une coque	29
➤ Voûte autoportante	29
➤ Les surfaces de révolution	29
➤ Les surfaces de translation	30
➤ Les surfaces réglées	30
II.3.3. Classification des théories selon le comportement	31
II.3.3.1 Hypothèses de linéarisation	31
II.3.3.2. Hypothèses de La théorie des coques minces [Hypothèse love-Kirchhoff].....	32
II.3.3.3.Hypothèse de faible épaisseur.....	32
II.3.3.4.Hypothèse de la théorie des Coques épaisses.....	32
II.3.4.Coques surbaissées.....	33
II.3.4.1. Géométrie.....	33
II.3.4.2. Théories des coques surbaissées.....	34
II.3.4.3. Coque surbaissée en coordonnée curviligne (théorie de Donnell (1993)).....	34
II.3.4.4. Coques surbaissées en coordonnées cartésiennes (Théorie de Marguerre) (1938).....	34
II.3.5. l'analyse Analytique des coques.....	35
➤ Contraintes et efforts intérieurs.....	35
➤ Equations générales	38
➤ Loi constitutive.....	40
II.4. Conclusion.....	41

Chapitre III : Etude Analytique De La Flexion Et De La Vibration Libre Des Plaques Et Coques

III.1. Introduction 42

III.2. Formulation du problème 42

III.3. Procédure de la solution 48

III.4. Conclusion 50

Chapitre IV : Résultats Et Discussion

IV.1. Introduction 51

IV.2. Résultats numériques et discussion 51

 IV.2.1 Analyse de la flexion 51

 IV.2.2 Analyse de la vibration 58

IV.3. Conclusion 60

Référence Bibliographique 61

Liste des Figures

Chapitre I

Fig. I. 1 Les différents types de composites	8
Fig. I. 2 Schéma typique d'un matériau composite	8
Fig. I. 3 Différents composants de matériau composite	9
Fig. I. 4 Organisation hexagonale du tissu des atomes de Carbone	10
Fig. I. 5 Microstructure vue au MEB d'un tissu de mèches avant imprégnation avec la résine.....	11
Fig. I. 6 Principaux matériaux de renfort Les Différents Types de Renforts.	12
Fig. I. 7 Pli à Renforcement unidirectionnel	16
Fig. I. 8 Matériau composite stratifié	16
Fig. I. 9 Principes applications de renforcement par composite collés sur ouvrages [Riad BENZAID, 2015].....	16

Chapitre II

Fig. II. 1 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques (Mahi, 2012).....	20
Fig. II. 2 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre (Mahi, 2012).	21
Fig. II. 3 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques (Mahi, 2012).....	23
Fig. II. 4 Profil de variation de $\varphi(z)$ à travers l'épaisseur ($\alpha = 3/2$) (Mahi, 2012)	26
Fig. II. 5 Profil de variation de $d\varphi(z)/dz$ à travers l'épaisseur ($\alpha = 3/2$) (Mahi, 2012).	27
Fig. II. 6 Géométrie d'une coque quelconque de volume [BAT 92].	27
Fig. II. 7 Courbe (v), de courbure normale $1/r_n$ au point A, Section normale de la surface (Σ) par Le plan (P). [FRE 92].	28
Fig. II. 8 surfaces cylindriques ouvertes ($K=0$) dites voutes autoportantes : (a) sheds (voutes à Simple portée L) ; (b) abri (voute continue). [FRE 03].....	29
Fig. II. 9 Surface de révolution (K: courbe gaussienne) : (a) réservoir sphérique (double courbure $K>0$); (b) réservoir cylindrique (simple courbure $K=0$) ; (c) tour de refroidissement (Hyperboloïde, double courbure ($K<0$)). [FRE 03].....	30
Fig. II. 10 surfaces de translation ($K>0$). [FRE 03].....	30
Fig. II. 11 surfaces réglées diverses : (a) Les conoïdes ($K=0$) ; (b) L'hyperboloïde a une nappe ($K < 0$) ; (c) Le paraboloid hyperbolique ($K < 0$). [FRE 03].....	31
Fig. II. 12 Surface moyenne d'une coque surbaissée. [FRE 03].....	33
Fig. II. 13 Couque surbaissée (shallow shell). [KRA 67].....	34
Fig. II. 14 Contrainte. [FRE 92].....	36
Fig. II. 15 Efforts intérieurs. [FRE 92].....	36
Fig. II. 16 Dilatation suite à la variation de courbure cinématique « x ». [FRE 92].....	39

Chapitre III

Fig. III. 1 Géométrie du stratifié avec un ensemble d'axes de référence, des éléments de déplacement et D'orientation des fibres. 43

Chapitre IV

Fig. IV.1. Distribution des contraintes $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{yz}$, $\bar{\tau}_{xz}$ and \bar{w} dans une coque carré symétrique $(0/90/0)_s$ avec $a/h = 2.5$ sous un chargement uniforme.

Fig. IV.2. Distribution des contraintes $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{yz}$, $\bar{\tau}_{xz}$ and \bar{w} dans une coque symétrique laminée et carrée $[0/90]_s$ avec $a/h = 2.5$ sous un chargement sinusoïdale.

Liste des tableaux

Chapitre II

Tableau II.1 Différente fonction de forme des théories des plaques isotropes. 24

Chapitre IV

Tableau IV.1 Déplacements transversaux adimensionnels ($10w$) pour coques cylindriques feuilletées sous charge uniforme avec ($a=10h$).....52

Tableau IV.2 Déplacements et contraintes adimensionnelle d'une coque cylindrique isotrope sous charge uniforme avec ($a=10h$).....53

Tableau IV.3 Déplacements et contraintes adimensionnelles des coques cylindriques composites stratifiées à trois couches ($0^\circ/90^\circ/0^\circ$) sous charge uniforme avec ($a=10h$).....54

Liste des Notations

$\{ \}$	Vecteur colonne
$[]$	Matrice
\bar{Q}_{ij}	Constante matérielle
Σ	Surface
n	normale au point « A »
$A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, A_{s_{ij}},$ $B_{s_{ij}}, A_{ss_{ij}}, Acc_{ij}$	Sont des raideurs de la coque cylindrique
u	Déplacement de membrane ou du plan médium suivant l'axe x,
v	Le déplacement du plan médium suivant l'axe Y,
w	Composantes de flexion du déplacement transversal
i, j	Nombre naturelle
b	Longueur du plaque et coque
a	Largeur du plaque et coque
h	Epaisseur du plaque et coque
φ	Déplacement additionnel
w	Flèche
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Déformation dans la direction x,y,z
G	Module de cisaillement dans le plan
E	Module de Young
α_1, α_2	Les vecteurs tangents aux lignes de coordonnées
q	la charge transversale
$[K_{ij}]$	Matrice de rigidité

Introducion Générale

Introduction Générale

Les structures coques sont largement utilisées dans plusieurs domaines tels que l'aérospatiale, l'automobile, génie civil, génie mécanique...etc. L'analyse des contraintes des coques cylindriques composites stratifiées est devenue un domaine d'intérêt général pour les chercheurs. Les coques stratifiées en matériau composite présentent des rapports résistance /rigidité. En raison des faibles modules de cisaillement transverse des matériaux composites fibreux, la déformation de cisaillement transverse est plus importante dans le champ de déplacement de coques stratifiées. Les théories monocouches équivalentes sont largement utilisées pour l'analyse des poutres, plaques et coques composites stratifiées. Ils sont principalement classés en théorie classique (Kirchhoff 1850), la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (Mindlin 1951), et les théories de déformation de cisaillement d'ordre élevé (Sayyad et Ghugal 2015, 2017a, Lieu et al. 2011, Qatu et Asadi 2012). La théorie classique des coques et la théorie de cisaillement du premier ordre sont valables pour prédire le comportement en flexion des coques minces en matériaux composites. Dans le cas des coques épaisses ou le cisaillement transverse est plus important, les chercheurs ont développé des théories de déformation de cisaillement d'ordre élevé pour prédire le comportement en flexion des stratifiés épais (Bhimaraddi 1984, Kant et Khare 1997, Khare et al. 2005, Reddy 1984a, b, Ghumare et Sayyad 2019, Naik et Sayyad 2019, Levy 1877, Touratier 1991, Ghugal et Sayyad 2013, Sayyad et Ghugal 2013, 2014 a, b, 2017b, Mantari et al. 2012a, Neves et al. 2012a, Soldatos 1992, Akavci 2010, Neves et al. 2012b, Karama et al. 2009, Aydogdu 2009, Sayyad 2013, Sayyad et Ghugal 2014 c, Thai et al. 2014). Soldatos et Timarci (1993, 1995) ont présenté l'analyse statique et dynamique des coques cylindriques composites stratifiées en utilisant plusieurs théories de déformation de cisaillement. Zenkour et Fares (2000) ont présenté une théorie modifiée de déformation de cisaillement du premier ordre pour l'analyse thermique des coques cylindriques composites stratifiées. Alibeigloo (2009) a présenté l'analyse de la vibration libre des coques cylindriques stratifiées à plis angulaires en utilisant la théorie tridimensionnelle de l'élasticité. Khdeir (2011) a étudié le comportement dynamique des panneaux cylindriques stratifiés et des coques cylindriques en utilisant la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre. L'analyse de la vibration libre des coques cylindriques stratifiées est présentée par Asadi et al. (2012) en utilisant une théorie de cisaillement du premier ordre. Une théorie de déformation de cisaillement a été développée par Khalili et al. (2012) pour étudier la vibration libre des coques cylindriques isotropes homogènes. Mantari et al. (2011, 2012) et Mantari et Soares (2012, 2014) ont présenté

l'analyse de la vibration libre des plaques et des coques composites stratifiées à l'aide de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre supérieure. Viola et al. (2013) ont présenté l'analyse statique de coque à double courbure à l'aide de diverses théories de déformation de cisaillement d'ordre supérieur. Tornabène et al. (2012 a, b) et Tornabene et Viola (2013) ont présenté une nouvelle procédure pour obtenir des distributions à travers des déformations des contraintes dans les coques composites stratifiées à simple et à double courbure. Tornabène et al. (2014) ont présenté l'analyse de flexion des panneaux de coque anisotropes à double courbure en utilisant la théorie de quadrature différentielle de la formulation de Carrera. Tornabène et al. (2015a, b, c, 2016,2017) ont présenté une nouvelle procédure des contraintes interlaminaires des coques stratifiées à simple et à double courbure et fonctionnellement graduées. Carrera et Brischetto (2008,2009) ont présenté l'analyse des coques composites stratifiées de modèle cinématique. Carrera et al. (2011) ont présenté la comparaison des théories de la vibration libre des coques cylindriques multicouches à l'aide de formulation de Carrera. Carrera et al. (2013,2015) ont présenté l'analyse mécanique et thermique des coques cylindriques stratifiées à double courbure en utilise la formulation de carrera. Récemment, Sayyad et Ghugal (2019) ont présenté l'analyse de la vibration libre des coques sphériques stratifiées à l'aide d'une théorie de coque généralisée.

Le but de ce travail est d'appliquer une théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé pour l'analyse de la flexion des coques composites cette théorie satisfirent la condition de nullité de la contrainte de cisaillement aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans introduire les coefficients de correction de cisaillement. Le champ de déplacement des théories proposées est choisi en se basant sur une variation cubique des déplacements axiaux à travers l'épaisseur. Les équations de mouvement sont déterminées à partir du principe des travaux virtuels. Des études paramétriques sont présentées et discutées en détaille.

Pour ce fait, notre thèse est composée de quatre chapitres comme suit :

Le premier chapitre présente les matériaux composites de matrice et renfort.et leurs utilisations dans le domaine de Génie civil, et les différents composants d'un matériau composite.

Le 2^{ème} chapitre discute les différentes théories des plaques et des coques.

Le 3^{ème} chapitre porte sur l'étude analytique de la flexion des coques, et les équations d'équilibres sont dérivées à partir du principe des travaux virtuels et les solutions de Navier.

Le 4^{ème} chapitre analyse les résultats obtenus à partir du chapitre III.

En fin, une conclusion générale est formulée avec des perspectives de travaux dans l'avenir.

CHAPITRE I

Généralité Sur Les Matériaux Composites

CHAPITRE1 : Généralité Sur Les Matériaux Composites

I.1. Introduction :

La nature de matériau constituant est réalisée nécessairement dans la structure. L'utilisation spécifique adaptable de la nouvelle technologie elle exige la résistance et la rigidité légère. Les matériaux exigences elle ce réponde d'une notre façon entière. La mise en œuvre d'un matériau traditionnel est limitée dans le champ d'action de leur propriété mécanique et technique. La nouvelle naissance de ce produit d'un matériau composite est ouvrir d'une application qui ce répond l'utilisation bien spécifique (la fonction de ce matériau avancée est réalisée par l'élaboration). (Benachour A., 2010).

L'utilisation de La conception d'un matériau composite d'une l'art d'ingéniere dans la structure elle fait résidée et placée le bon matériau sous la bonne forme (renfort des morphologies), et au bon endroit (la notion de la répartition spatiale).

Les pièces des matériaux composites dans la structure il faut parler par plusieurs types de constituante. Le but de recherche des plusieurs propriétés de classe de matériau est associée de combiner pour obtenir des propriétés moyens améliorées. (Mechab I., 2009).

On appelle un matériau composite qui distincts deux combinaisons de matériaux générale (renfort et matrice) qui associés possèdent aux propriétés des caractéristiques physiques de leurs composants différentes. Le rôle mécanique d'un matrice générale et de renforts qui fournir la cohésion de l'ensemble dès l'élément différentes de ciment d'un minimum d'homogénéité. Les propriétés mécaniques d'un matériau composite est essentiellement par des renforts dans la matrice telle que la qualité de l'interface renfort/matrice est directement par des propriétés mécaniques du matériau composite. Les différentes formes utilisés pour les renforts comme suit : fibres longues, fibres courtes, sphères, et même en tissu de fibres plus ou moins complexe (tissage 2D, voire même 3D).

Les propriétés variables d'un grand nombre de composite est utilisée d'une manière courante est pratiquement traité de la même manière. Les applications industrielles des

composites elles sont caractérisées par une matrice polymère et de renfort sous forme de fibre longues tissées ou non.

Aujourd'hui les types de fibre de verre employées sont principalement par une application à couts réduits, ainsi que les applications le plus exigeantes par des fibres de carbone et aramide. (Draiche K., 2015)

La réalisation des structures améliorées d'un matériau composite permette de concevoir les bonnes propriétés mécaniques à un poids minimal. La particule d'un matériau dans le nombre secteurs tel que, l'aéronautique, les constructions navales, l'industrie automobile etc...

I.2. Avantages des matériaux composites :

Les avantages des propriétés de nombre matériau elle utilise par un matériau composite. Le but de bonne propriétés de chaque matériau elle fabriquée par certaines applications. La propriété d'un matériau de deux combinaisons est permet par amélioré la résistance, la rigidité, la conductivité, le poids etc... Ainsi que, la performance de la structure permettront composites dans laquelle ils seront inclus. La fibre laminée composite d'un cas de structure mince, permet une augmentation considérable de la résistance en traction et de la ductilité.

I.3. Utilisation des matériaux composites dans les structures :

Les applications nombreuses d'un matériau composite d'un objet sportif au niveau de l'aérospatiale, les voitures, les bâtons de hockey, les structures minces en béton etc. Le remplacement d'un matériau traditionnelle par un matériau composite diminue et assurer une masse appréciable pour la rigidité de l'élément. L'augmentation de la résistance générale des éléments visent permet par d'autre applications. La masse de la structure assuré la rigidité minimale de composite laminé par une meilleure ductilité de la structure non renforcée. Le matériau composite peut être amélioré plusieurs d'utilisation des propriétés de la résistance des points faibles de traction et de la ductilité de béton.

I.4. Les types de matériaux composites :

Le domaine des composites peuvent être divisés par quatre types :

- Composites à renforts de particules.
- Composites à renforts de fibres.
- Composites à renforts de paillettes.
- Composites stratifiés.

I.4.1. composites à renforts de particules.

Les particules d'un matériau composite sont constituées d'un ou plusieurs suspensions de la matrice, le meilleur exemple c'est le béton. Les composants d'une particule du béton sont liées l'ensemble de réactions chimiques du ciment et de l'eau qui se donne la pâte (matrice). Les paramètres de propriétés d'influence de béton qui se donne des particules composites très complexes. (Draiche K., 2015)(Beeby A.W., 1979).

I.4.2. Composites à renforts de fibres.

Les matériaux composites de fibres d'une matrice sont divers de type ajoutés. Le type de fibre influencé de comportement composite et sont nature. Il ya deux types de fibres ; macros –fibres et les microfibrés. Les macros- fibres sont ajoutées à la structure ($\approx 10\text{mm}$ de longueur et plus) et les microfibrés qui sont ajoutées à la résistance de traction ($\approx 10\text{mm}$ de longueur et moins). La caractéristique des microfibrés ou macros-fibrés peuvent exister de la composition de fonction de la matrice.

La formation des composites des fibres de renforts limitent à la propagation et la coalescence des microfissures au sein de la matrice. Le rôle des fibres d'une armature dans la structure qui celui reprendre des efforts à la traction. Le développement des fibres cousent sont existées les fissures empêchant et limitent d'autres formation de fissures de renforçant de la matrice d'acier. (Draiche K., 2015) (Pierre P., 1998) (Beaudoin J.J., 1990).

I.4.3. Composites à renforts de paillettes.

La dimension des paillettes est très faible par rapport aux autres dimensions. Généralement « les particules minces » on appelle aléatoire. Les propriétés des composites de fibres de paillettes peuvent être rangées parallèlement dans le plan. (Draiche K., 2015)

I.4.4. Composites stratifiés.

Un matériau composite stratifié se compose de deux couches minces de matériau. Les différents matériaux des couches constituées peuvent être monolithiques comme les matériaux plaqués ou matériau composite empilé selon orientations des longues fibres de renforts stratifiés composites. Le comportement du composite qui devient le dernier classe hybride de fibres de renforts et la technique de stratification (Draiche K., 2015).

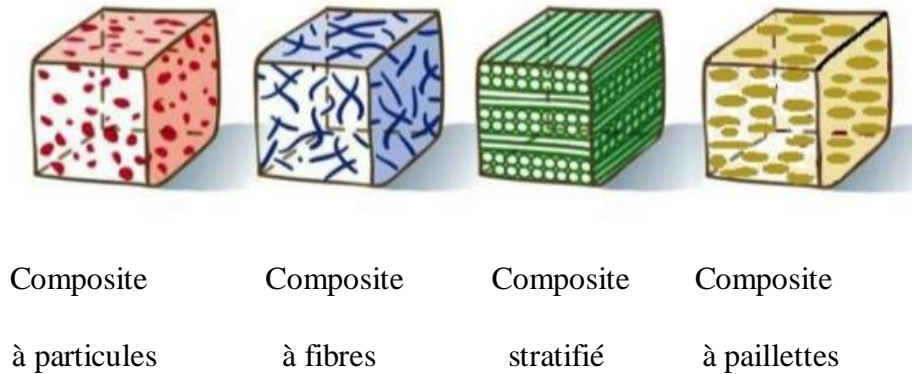


Fig.I.1 : Les différents types de composites

I.5. Les matériaux composites et leur fondamentaux de base

Les fondamentaux d'un matériau composite généralement sont : le renfort, la matrice et l'interface. Dans ce cas des charges et des additifs peuvent être utilisés

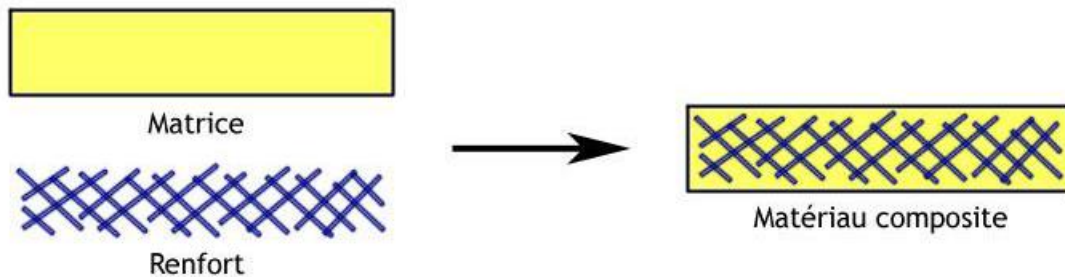


Fig. I. 2 : Schéma typique d'un matériau composite

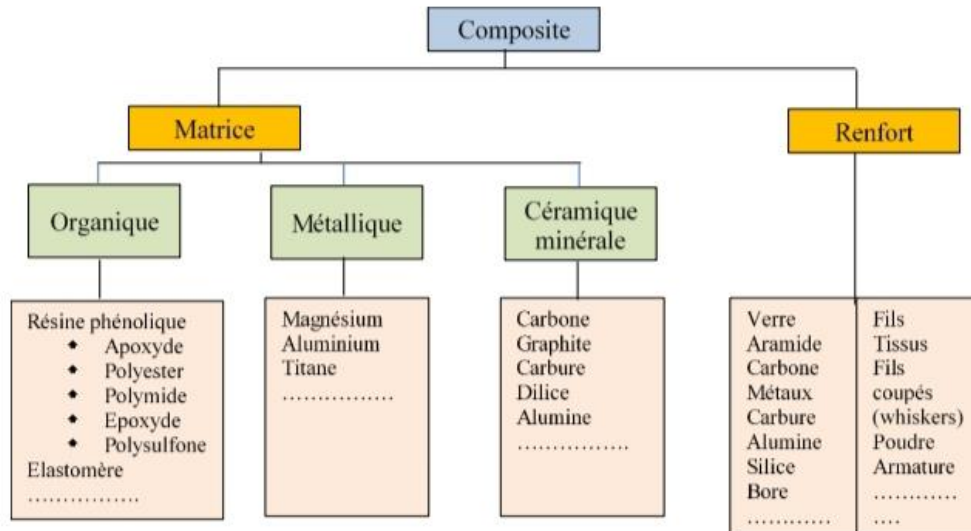


Fig. I. 3 : Différent composants de matériau composite

I.5.1. Renforts

La présentation d'un matériau composite de renfort d'une armature il aide à améliorer la résistance mécanique et la rigidité d'une particule allongée de fibre continue sous forme filamentaire. Ainsi que les fibres constituées par diamètres de 5 à 25 µm.

Les formes de renforts sont présentées par : simple linéique, tissu surfacique simple, tissu complexe.

Les caractéristiques de renforts sont :

- Minéral ou organique de la nature de fibre.
- Renfort d'architecture.

➤ Nature de la fibre

Le renforcement d'un matériau anisotrope dans la direction préférentielle qui permet d'obtenir la nature de fibre d'un produit final escompté.

D'origine de fibre peut être végétale, minérale ou artificielle. La fraction volumique (V_f) d'un matériau de renfort d'intérieur est mesurée par la concentration.

Les principales des fibres qui se trouvent les fibres de verre, les fibres de carbone et fibres d'aramide (Kevlar).

➤ Fibre de verre

Les fibres de verre principalement constituées les renforts, sont utilisées plus de 95% d'un matériau composite qui permet un filament de verre extrêmement fin (d'ordre 10 micromètres). Elle est obtenue à partir de silice et d'additifs.

Les applications des fibres de verre sont réparties en trois qualités :

- Fibres E pour les composites grandes diffusions (GD).
- Fibres D pour les applications dans la construction électrique (circuits imprimés).
- Fibres R S pour les composites hautes performances(HP).

➤ Fibre de carbone

La fibre de carbone principalement qui se compose d'un diamètre moyenne de 7 à 8micromètres. Les atomes du carbone sont arrangées dans un cristal microscopiques selon une chaîne hexagonale montre la figure I.4. Les fibres de carbone sont enroulées pour former un fil, qui peut être employé sous forme de tissu.

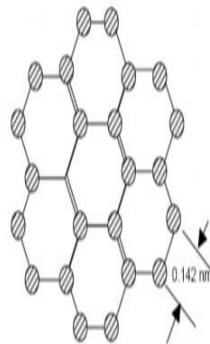


Fig. I. 4 : Organisation hexagonale du tissu des atomes de Carbone

La présentation de fibre de carbone laminé il existe plusieurs des fibres orientées d'une manière unidirectionnelle. Les groupes de mèches des fibres assemblées, où les mèches peuvent orientées d'une manière aléatoire (voire figure.I.3) ou peuvent être ordonnées un tissu (voire figure.I.4)

L'ensemble des couches laminé qui peuvent être des fibres unidirectionnelles ou couches des fibres confinées par des mèches de tissu montre la figure.I.4. La préalablement noyées des fibres unidirectionnelles peut être commercialisées dans leur résine par une manière rigide.

La présentation sur le marché d'une fibre de carbone de tissu laminé d'un matériau flexible, préalable avec l'acronyme TFC à sa mise en place postérieurement imbibé dans sa résine d'époxy.



Fig. I. 5 : *Microstructure vue au MEB d'un tissu de mèches avant imprégnation avec la résine.*

➤ **Fibre d'aramide (Kevlar)**

La fibre aramide issue en chimie organique des polyamides aromatiques ou polyaramide par synthèse chimique à base de température qui s'appelle << Kevlar >>.

Une bonne stabilité de température en fonction de la matrice d'une fibre aramide renforcé composite jusqu'à 200°C souffrent par :

- Moyenne adhérence entre matrice et fibre.
- Un prix trop élevé : 50euros /kg pour le prix de plancher et 120euros/kg pour la fibre de Zaylon(PBO).

L'utilisation d'une fibre d'aramide par la production mondiale atteint 40,000tonnes/an qui donne seulement 4,000 tonne de composite.

Les avantages d'une fibre polyéthylène à haute ténacité sont présentés comme suit :

- L'énergie cinétique à haute capacité en énergie thermique.
- Légèreté ($d=0,95$ comparé par l'aramide $d=1,44$).
- Le développement d'une fibre polyéthylène est particulièrement par des applications balistiques et de blindage (gilets pare-balles de Arès, plaques de blindage, casques ONU). La principale faiblesse d'une application sont limité par :
- Mauvaise adhérence entre les fibres et la matrice.
- Mauvaise température à la résistance (fluage 90°C ; l'aramide 400°C)

Les marques principales sont : Dyneema de DSM (Pays Bas), Spectra aux Etas Unis.

➤ Les fibres de bore

La réaction de chlorure de bore et d'hydrogène d'un catalyseur sont à 1200°C par le diamètre de filament tungstène est 12µm. Le diamètre de fibre de bore est obtenue par 100µm (la vitesse de croissance est de 1 micron par seconde).

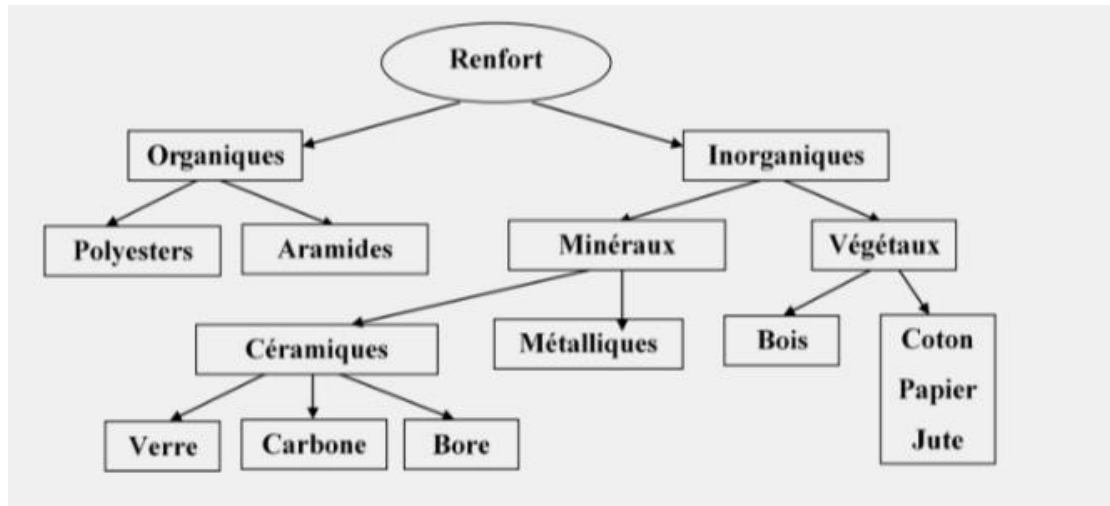


Fig. I. 6 : Principaux matériaux de renfort Les Différents Types de Renforts

1.5.2. Matrices

Le transfert des charges d'une matrice composite ou bien résine qui assure les renforts dans leur position et leur orientation.

La forme désirée d'un produit final qui se protège les agressions de composite extérieurs. La configuration finale d'une caractéristique d'imprégnation plus élevée de la résine elle s'occupe tous les espaces inter-fibres pour présenter le moins de bulles d'air possible. La viscosité de la résine est diminuée avec un rapport thermique par réaliser cette imprégnation.

Les matériaux composites qui sont classés par trois catégories en fonction de leur nature : les composites à matrice organique (CMO) peuvent être utilisés à la température supérieure à 300°C, les composites à matrice métallique (CMM) sont utilisés jusqu'à 600°C, et les composites à matrice céramique (CMC) utilisés jusqu'à 1000°C.

➤ **Matrices organiques ou résineuses**

Les particules des pièces structurelles composites à matrice organique (CMO) sont utilisées dans nombreux secteurs industriels : transport, aéronautique, génie civil, construction naval, bâtiment etc. Les matériaux sont apportés par des avantages comme suit : intégration de fonction, réduction de la masse, réduction des couts etc.

Il ya deux types de fabrication de matrice (CMO) : les résines thermodurcissables qui présenté 3/4 des CMO actuels (époxyde, polyester, vinylester) et les résines thermoplastiques (polypropylène, polyamide) qui sont utilisées une grande recyclable (réutilisation après broyage) (Draiche K., 2015).

➤ **Résines thermodurcissables (TD)**

La transformation des polymères thermodurcissables est irréversible, sous forme d'un réseau tridimensionnelle au cours de la polymérisation (double liaison) et durcit selon la forme souhaitée d'une façon définitive.

- Les résines phénoliques sont fragiles, sensibles à l'humidité, difficiles à mettre en œuvre qui sont obtenues par la polycondensation du phénol et du formol qui sont utilisées dans le ferroviaire.
- Le type des résines époxy (ou époxyde) sont constituées par des composites HP.
- Une faible viscosité des polyuréthannes qui facilité un bon remplissage de moule.

➤ **Résines thermoplastiques (TP)**

Les caractéristiques mécaniques dévoilent par les thermoplastiques (TP). La stabilité dimensionnelle de leurs caractéristiques mécaniques et thermiques est améliorée par des fibres d'un renforcement. Les fibres renforcés d'une composite qui présenté par 90% des composites à matrice thermoplastique.

- Les résines thermoplastiques sont utilisées à la base :
- Les polyamides (PA)
- Les butylénique (PBT)
- Les polytéréphtalates éthyléniques (PET)
- Les polycarbonates (PC)
- Les polyoxides de phénylène (PPO ou PPE)
- Les polyoxyméthylènes (POM)

➤ **Matrices métalliques**

La matrice métallique de fibre et de particule filament qui s'appelle trichite. Il ya deux fibres : fibres courtes et fibres continues multi filaments et mono filaments. La composition CMM est plus employée par les particules de l'aluminium, le titane et le nickel.

Le développement d'un matrice métallique de matériau composite ont été en deux vagues successives. La température supérieur utilisé dans la matériau composite qui dépend à 300°C interdit pratiquement que l'élément renforcé soit noyé au sien d'une matrice métallique.

➤ **Matrices céramiques**

Une matrice céramique composite est utilisée à la résistance thermique extrême de la température supérieure à 1000°C. Généralement longues de fibres de carbone d'un renfort constitué par la silice ou en carbure de silicium assemblé par tissage multidimensionnelle.

I.5.3. Interfaces

L'utilisation d'assurer d'une couche d'interface entre le renfort et la matrice est indispensable. La fabrication des composites d'une fibre destiné reçoivent coller les filaments pour assurer une fonction de lubrification pour protégé l'abrasion de la fibre entre frottement.

➤ **Charges – additifs**

On appelle une charge substance inerte minérale ou végétale qui ajouté ou modifier un polymère d'une manière sensible pour leurs propriétés mécaniques, électriques ou thermiques simplement réduit l'aspect de la surface d'un revient prix du matériau modifié. Les charges souvent d'un matériau thermoplastique ou thermodurcissable atteindre par 60% de la masse. D'autres manière générale, les charges de matériau plastique devient exigence à la comptabilité avec la résine de base, la mouillabilité, l'uniformité de qualité granulométrie.

I.6. Les matériaux composites structuraux

Les matériaux composites structuraux sont classés par trois catégories : les monocouches, les stratifiés et les sandwichs.

I.6.1. Les monocouches

Les monocouches sont des éléments de base de la structure, sont constituées d'une matière renforcé plastique (résine) d'un matériau fibreux (renfort). Les types de monocouche sont définis par la variation des multitudes sous forme de renfort : fibres longues, fibres tissées, ou à fibres courtes.

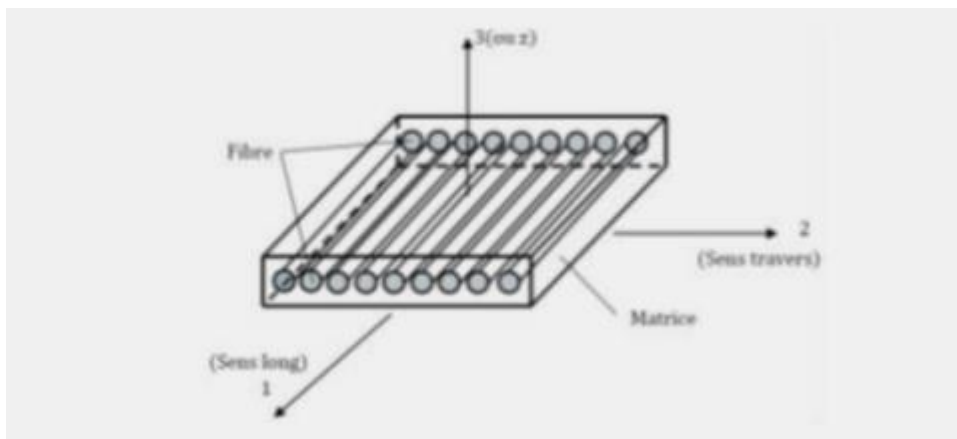


Fig. I. 7 : Pli à Renforcement unidirectionnel

I.6.2. Les stratifiés

L'épaisseur de monocouche permet d'obtenir des structures composites stratifiées qui sont constituées des couches de renforts de résines. Les matériaux composites stratifiés réalisés à partir des nappes unidirectionnelles ou bidirectionnelles. Les efforts d'une résistance mécanique est assurée la cohésion entre les renforts.

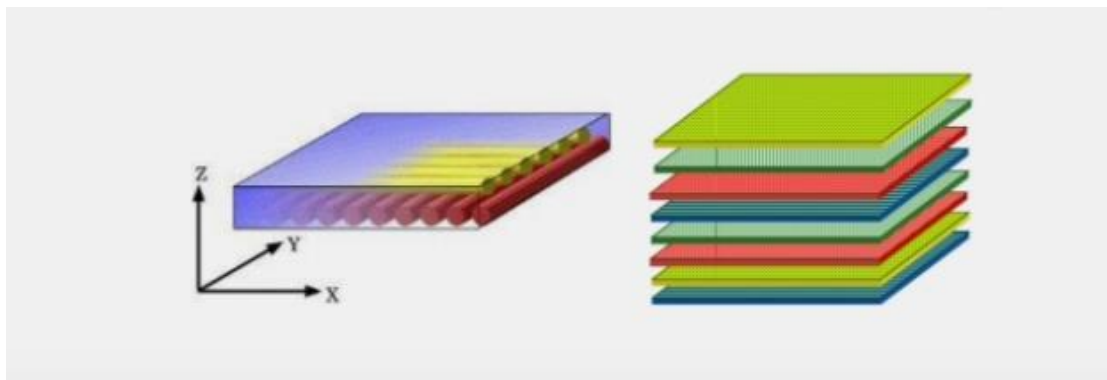


Fig. I. 8 : Matériau composite stratifié

I.6.3. Les sandwichs

Les composites sandwichs constituées deux peaux de couvercle collé par un noyau à faible densité de leur propriété d'un matériau en flexion qui conservé un poids très faible (figure I.5). Les feuilles ondulées sont fabriqués par des fibres d'aramides dans une résine phénolique constituée par un noyau de forme de nid d'abeille utilisé dans l'industrie aéronautique. Le problème de discontinuité entre deux noyaux est réglé par injectant de l'interface qui ajout une masse à la structure par des grandes pièces. Les panneaux sandwichs sont légers et rigide de bon transmettre d'une vibration mécanique et sonores dans le domaine aéronautique. Les matériaux composites généralement insuffisants d'un amortissement plus élevé qui se trouve les solutions pour améliorer.

I.7. Qualités générales des matériaux composites

Les qualités d'un matériau composite cité par :

- Amélioration de la tenue au feu
- Bon comportement à la corrosion
- Coûts parfois exagérés
- Fabrication facile, maintenance réduite et réparation possible
- Légèreté (faible densité)
- Problèmes d'assemblages
- Rigidité adaptable selon le type de renforts
- Résistance chimique, tenue électrique et une meilleure isolation thermique
- Sensibilité aux agents atmosphériques
- Tolérance aux dommages
- Tenue mécanique particulière (fatigue, résiliences)

I.8. Un premier exemple de matériau composite : le béton armé

Le béton est un matériau de construction omniprésent dans les structures en génie civil. Il s'agit d'un mélange de graviers, de sable, de ciment et d'eau. Le rôle du sable est de combler les vides entre les autres granulats.

Le ciment est composé de calcaire, d'argile et de gypse. Quand l'eau s'évapore, le béton initialement pâteux se solidifie. Le ciment assure sa cohésion. On peut conclure que le béton est un matériau composite, les composants gravier/sable est le renfort et le ciment est la matrice.

Le module de Young du béton en compression est atteint les 40 GPa (suivant le dosage du ciment), ce qui est très correct. Par contre, en traction, les valeurs sont dix fois plus faibles par rapport la compression ; Cela constitue son principal point de faible.

L'acier présente un module de Young en traction 210 GPa. Cependant, il est bien sûr hors de question de construire des bâtiments entièrement en acier, il devient trop cher, trop lourd et incompatible avec de nombreuses contraintes techniques.

La première démarche en 1848 par le chercheur Louis Labot, est de tirer parti à la fois du béton et de l'acier. Cependant, les barres d'acier sont disposées dans un coffrage (un moule) et remplies le moule par le béton frais. Quand celui-ci est solidifié, le coffrage est retiré.

On obtient du béton armé, dont le brevet fut déposé en 1892 par François Hennebique. Il obtient un meilleur module de Young de l'ensemble en traction que le béton ordinaire, lorsque l'effort est exercé suivant l'axe des barres. Les barres en acier constituent le renfort, le béton est la matrice. La forme de relief sur la surface des tiges à la manière d'une vis, assure la négligence de glissement entre le béton et les barres d'acier.

I.9. Applications des matériaux composites en génie civil

Le génie civil est actuellement peu consommateur de matériaux composites comparativement à d'autres secteurs tels que l'industrie de l'automobile ou celle de l'aérospatiale. Cependant, il existe de réelles perspectives dans les prochaines années quant à leur utilisation structurelle pour la réhabilitation des constructions civiles et industrielles. D'où l'intérêt et l'engouement apportés par les différents centres et laboratoires de recherche à travers le monde, pour étudier les différents aspects d'éléments structuraux en bétons renforcé ou réparés par des «PRF» [Riad BENZAID, 2015].

D'une manière générale, les matériaux composites présentent des avantages considérables dès qu'il s'agit de la protection, de la réparation et du renforcement d'ouvrages ou d'éléments d'ouvrages en béton armé tels que les poutres, poteaux, dalles ou les murs [Riad BENZAID, 2015].

➤ Les poutres

Le renforcement vis à vis la résistance à la flexion d'une poutre en béton armé simplement appuyée en utilisant les composites «PRF» est généralement réalisé par

collage externe des lamelles «PRF» sur le support de la poutre concernée .Avant l'application de la lamelle «PRF», le support doit être préparé. Le but de la préparation d'une surface adéquate est d'enlever la couche faible de la surface du béton et d'exposer la totalité du béton pour améliorer la liaison avec le «PRF», et de fournir une surface uniforme [Riad BENZAID, 2015].

➤ Les dalles

Le procédé de renforcement de dalle consiste à coller, à la surface des zones de béton tendues, des plaques ou des bandes de renfort. De nos jours, seules sont appliquées des bandes de renforts. Pour des raisons évidentes de mises en oeuvre, on préfère coller les bandes de renfort en sous face de la dalle. Dans le cas d'une mise en oeuvre à la surface d'une dalle, il faut prendre en compte des problèmes de remise à niveau du plancher traité [Riad BENZAID, 2015].

Les techniques sont similaires à celles utilisées pour renforcer les poutres pour reprendre les efforts de flexion. On rencontre donc le collage de plaques ou de bandes sur les dalles. Encore une fois, lors de ces dernières années la méthode de mise en oeuvre de bandes s'est imposée plutôt que l'installation de plaques [Riad BENZAID, 2015].

➤ Les Poteaux

Différentes techniques ont été développées pour renforcer ou réhabiliter des poteaux existante en béton armé en utilisant des composites «PRF» [Riad BENZAID, 2015].

Les poteaux peuvent être renforcées vis -à vis des efforts axiaux, en les enveloppant par des colles «PRF» [Riad BENZAID, 2015]

Les figures suivantes présentent la description des principales applications de renforcement par composites collés sur ouvrages de génie civil.



Figure I.9 : Principales applications de renforcement par composite collés sur ouvrages [Riad BENZAID, 2015]

I.10. Conclusion

La présentation rapide d'un matériau composite d'une nombreuse application structurale qui permet leur légèreté d'un grain de poids et la corrosion de leur insensibilité et la résistance d'une isolation thermique et électrique. La définition et notation d'un matériau composite qui donne les différentes caractéristiques mécaniques. En fin en discuté les avantages principaux d'un matériau composite et leur renforcement des structures à hautes performances.

CHAPITRE II

Généralités Sur Les Théories Des Plaques Et Des Coques

CHAPITRE2 : Généralités Sur Les Théories Des Plaques Et Des Coques

II .1. Introduction :

Les chercheurs ont développé les théories capables et décrire correctement leur comportement structural dans l'utilisation intensive des plaques composites et des plaques isotropes dans diverses industries particulièrement dans les domaines de l'automobile, l'aéronautique et de la construction navale.

L'analyse des plaques c'est un problème tridimensionnel et ont développés tout les théories par principe du objet la réduction en 3D et un problème 2D et la cinématique des déformations et l'état des contraintes en servant des hypothèses simplificatrices à travers l'épaisseur .en suite les plus utilises seules les théories dans l'analyse des plaques seront exposées.

Les hypothèses adoptées pour modéliser le type de structure elle présente dans cette section ainsi que les éléments de base de la théorie des coques élastiques .Le principe des travaux virtuels a l'aide se formulé avec le problème des limites. Dans le domaine des petits déplacements ont développé avec la théorie géométriquement linéaire.

Une particularité d'une structure d'un type coque c'est une dimension très petite avec les autres. L'intégration de cette petite dimension et l'obtention de modèles bidimensionnels à développer de plusieurs théories.

II.2. Théorie des plaques

II 2.1. Théorie classique des plaques (CPT) :

Les Théories des plaques appelées « Théorie classique des plaques » a développé en 1850 avec Kirchhoff (1850 ab).

Le champ des déplacements d'un point de coordonnées (x, y, z) à l'instant t s'écrit :

$$\bar{U}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II -1a})$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II -1b})$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II- 1c})$$

Où U, V, W sont les déplacements le long des coordonnées x, y, z d'un point du plan moyen ($z=0$). Et donné le cisaillement transversal et l'effet de déformation en négligent les hypothèses de Kirchhoff dans la direction transversale, la déformation de la plaque c'est une essentiellement à flexion et aux déformations en plan (**figure II.1**) ; elle validé ce limite de cette Théorie des plaques minces (Ashton et Whitney (1970), Timoshenko et Woinowsky-Krieger(1959)).

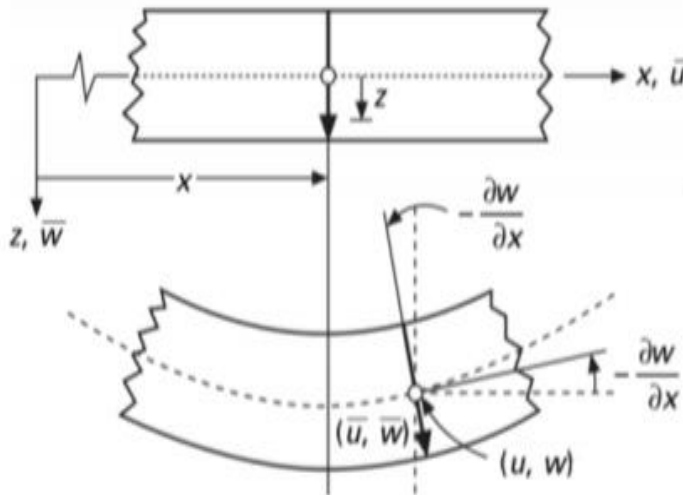


Figure (II-1) : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des plaques Mahi, 2012

II. 2.2. Théorie des plaques du premier (1) ordre (FSDT) :

La théorie de Mindlin c'est une extension des travaux de Timoshenko (1921, 1922) elle considérée une amélioration de théorie classique des plaques minces (théorie de Kirchhoff).elle consiste la déformation en cisaillement transversale dans des hypothèses cinématiques. Cette distribution elle supposée constant dans l'épaisseur de déformation. Le champ des déplacements suivi à la (**figure. II.2**) :

$$\bar{U}(x, y, z, t) = u(x, y, z, t) + z \theta_x(x, y, t) \quad (\text{II -2a})$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = v(x, y, z, t) + z \theta_y(x, y, t) \quad (\text{II -2b})$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II -2c})$$

Où U, V, W sont les déplacements le long des coordonnées x, y, z d'un point du plan moyen ($z=0$) ; ϕ_x et ϕ_y sont les rotations de la normal à la section transversale par deux axes y et x .

Le facteur de correction du cisaillement qui est difficile elle nécessite par la théorie des déformations d'un premier ordre, à déterminer de la géométrie et sa dépendance à la fois, et l'épaisseur elle travers avec le coefficient de Poisson et les charges elles appliquent avec les conditions des limites.

Dans l'analyse des poutres à Timoshenko c'est le premier avoir qui étudie les effets des déformations de cisaillement et l'inertie de rotation .et la théorie du premier ordre elle appelé le modale ou la poutre de Timoshenko.

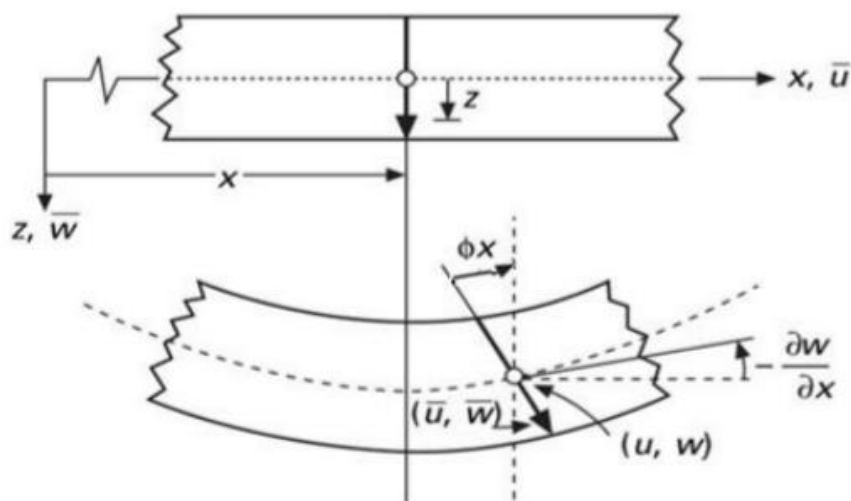


Figure (II-2) : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie des plaques du premier ordre (Mahi, 2012)

II.2.3. Théorie des plaques d'ordre élevée (HSDT) :

Dans le développement des déplacements en séries sera nécessaire passer à un schéma d'ordre supérieur (2ème ordre ,3ème ordre voire plus) et dans le cas où un schéma du premier degré ne permettrait pas d'approcher convenablement un problème .Par conséquent les termes sont souvent difficiles à interpréter est supplémentaires avec les théories introduisent des fonctions.

II .2.3.1. Théorie des plaques du second ordre :

Le champ des déplacements de la théorie du second ordre suivant par :

$$\bar{U}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z \varnothing x(x, y, t) + z^2 \psi x(x, y, t) \quad (\text{II-3a})$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z \varnothing y(x, y, t) + z^2 \psi y(x, y, t) \quad (\text{II-3b})$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z \varnothing z(x, y, t) + z^2 \psi z(x, y, t) \quad (\text{II-3c})$$

Où : u, v, w, $\varnothing x$, $\varnothing y$, $\varnothing z$, ψx , ψy , ψz Sont des fonctions inconnues dépendent des coordonnées x et y et le temps t.

La théorie du second ordre il apporte une amélioration substantielle par rapport à la théorie du premier ordre et tout en nécessite par un facteur de correction pour le FSDPT.

II. 2.3.2. Théorie des plaques du troisième ordre :

Dans le souci de supprimer les limitations des précédentes théories, et dans le quête de théories plus raffinées, il ya des théories d'ordre supérieur ont vu le jour .Le champ des déplacements suivant :

$$\bar{U}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z \varnothing x(x, y, t) + z^2 \psi x(x, y, t) + z^3 \chi x(x, y, t) \quad (\text{II-4a})$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z \varnothing y(x, y, t) + z^2 \psi y(x, y, t) + z^3 \chi y(x, y, t) \quad (\text{II-4b})$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w(x, y, t) + z \varnothing z(x, y, t) + z^2 \psi z(x, y, t) + z^3 \chi z(x, y, t) \quad (\text{II-4c})$$

Où : u, v, w, $\varnothing x$, $\varnothing y$, $\varnothing z$, ψx , ψy , ψz , χx , χy , χz Sont des fonctions inconnues dépendent des coordonnées x et y et le temps t.

D'autre théories raffinées, appuyé sur les théories classique des plaques (CPT) et admissible les conditions de contraintes nulles sur les faces inférieure et supérieure des plaques ont été développées.

Le champ de déplacement :

$$\bar{U}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x} + z \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \varnothing x(x, y, t) \quad (\text{II -5a})$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y} + z \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \varnothing y(x, y, t) \quad (\text{II -5b})$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II -5c})$$

Généralités Sur Les Théories Des Plaques Et Des Coques

Où : u, v, w , Sont des déplacements de long des coordonnées x et y et z d'un point du plan moyen et ϕ_x, ϕ_y les rotations de la normale à la section transversale par rapport x et y .

Dans les études de flexion, de flambage et de vibration des plaques en utilise la théorie dominante et la théorie du troisième ordre de Reddy (1984, 1985, 2004, 2000, 1990, 2002).

Le champ des déplacements de Reddy est le suivant (**figure II-3**) :

$$\bar{U}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z \phi_x + z^3 \left(-\frac{4}{3h^2}\right) \left[\phi_x(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial x}\right] \quad (\text{II -6a})$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z \phi_y + z^3 \left(-\frac{4}{3h^2}\right) \left[\phi_y(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial y}\right] \quad (\text{II -6b})$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II -6c})$$

Le champ des déplacements compris des déformations transversales et des variations paraboliques et des contraintes qui sont associées. Dans le niveau des surfaces inférieure et supérieure des plaques elles sont annulés avec les contraintes des cisaillements. Cette théorie ne utilité pas avec de facteur de correction des contraintes parce que elle apporter des distributions exécuter des contraintes et des déformations à travers l'épaisseur. Des meilleure précisions elle apporter également par des théories précédentes quant à la réponse globale des plaques épaisses et des plaques minces et une meilleure estimation des charges critiques de flambage, des déflexions moyennes ,des fréquences de vibration et des modes propres associées.

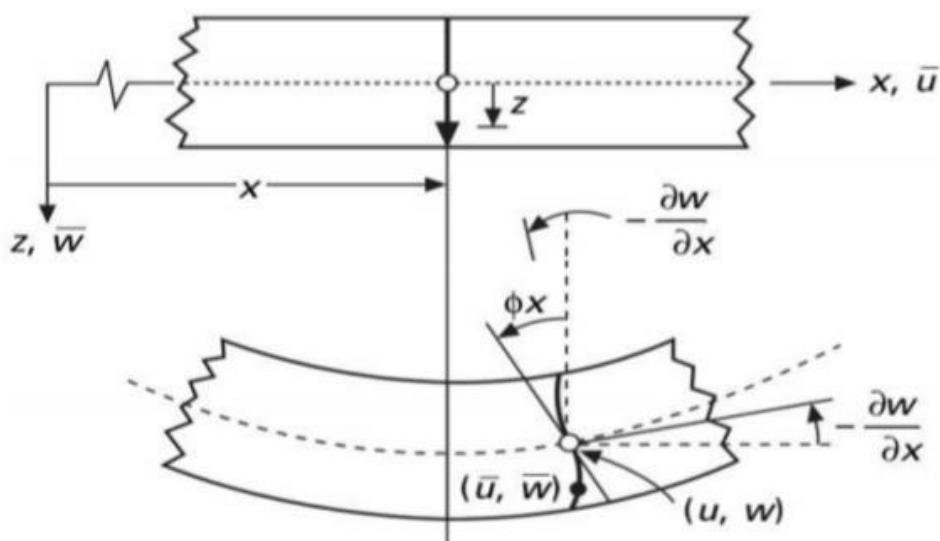


Figure (II-3) : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques (Mahi, 2012)

Généralités Sur Les Théories Des Plaques Et Des Coques

D'autres théories raffinées ont vu le jour plus récemment. Le champ de déplacements sous la forme unifiée s'écrit comme suite :

$$\bar{U}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi(z) \left[\psi_x(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (\text{II -7a})$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w}{\partial y} + \varphi(z) \left[\psi_y(x, y, t) + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (\text{II -7b})$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w(x, y, t) \quad (\text{II -7c})$$

$\varphi(z)$ c'est la fonction de forme pilotant la distribution des contraintes à travers l'épaisseur de la plaque et des déformations de cisaillement. Elle est étudiée avec cette théorie Tableau (II-1) :

Tableau (II-1) : Différentes fonctions de forme des théories des plaques isotropes

Intitulé	Fonction de forme $\varphi(z)$	Distribution de γ_{xz} et γ_{yz} Suivant z	Coefficient de correction de cisaillement	Validité
Théorie classique des plaques	0	-	-	Plaques minces
Théorie de déformation des plaques du 1 ^{er} ordre	Z	Constante	Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
Théorie d'ordre supérieur	$\frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$	Quadratique	Non requis	Plaques minces et moyennement épaisses
Théorie de déformation	$\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et

Généralités Sur Les Théories Des Plaques Et Des Coques

trigonométrique des plaques				épaisses
Théorie de déformation exponentielle des plaques	$z \text{Exp} \left(-2 \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
Théorie de déformation parabolique des plaques	$z \left(1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
Théorie raffinées des plaques	$\frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) - z$ $\cosh(\pi / 2 - 1)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
Théorie raffinées des plaques	$\frac{\cosh(\frac{\pi}{2})}{\left[\cosh(\frac{\pi}{2}) - 1 \right]} z$ $-\frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) - z$ $\cosh(\pi / 2 - 1)$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses
Théorie raffinées des plaques	$h \left[\frac{1}{4} \left(\frac{z}{h} \right) - \frac{5}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^3 \right]$	Parabolique	Non requis	Plaques minces et épaisses

Pour ce modèle (*), le champ des déplacements s'écrit :

$$\bar{U}(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (\text{II-8a})$$

$$\bar{V}(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} + \varphi(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad (\text{II-8b})$$

$$\bar{W}(x, y, z, t) = w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \quad (\text{II-8c})$$

II.2.4. Nouvelle théorie raffinées de déformation des plaques :

Dans la présente mémoire, il y'a une nouvelle théorie de déformation nous proposons de ordre supérieur et dont le paramétrage permet un problème structural étudié l'adaptation .Les conditions limites sont rigoureusement satisfaites sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque. Il permet une étude des plaques et des poutres et coques minces et épaisse et aucune restriction de portée sur l'épaisseur de la plaque .La théories de Reddy de déformation d'ordre supérieur est un cas particulier de cette nouvelle théorie.

La dernière permet elle approcher par la théorie de déformation trigonométrique de Touratier (1991) et la théorie de déformation exponentielle de Karama (2003).Le nombre de variable est identique par la théorie de Reddy (u, v, w, ψ_x , ψ_y).et les deux théories sont basées sur un développement en série d'ordre impair de la coordonnée Z limite au degré 5.

Le champ de déplacement que nous proposons s'écrite sous la forme des équations (II- 7c) avec une nouvelle fonction de forme :

$$\Phi(z) = z \left[1 - \alpha \left(\frac{z}{h} \right)^2 + \beta \left(\frac{z}{h} \right)^4 \right] \quad \text{(II- 9a)}$$

α Et β sont des paramètres réels définis comme :

$$0 \leq \alpha \leq 2 \quad \beta = \frac{4}{5} (3\alpha - 4) \quad \text{(II- 9b)}$$

Nous dérivons le champ des déformations à partir des équations (II- 7c) :

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + z \left[1 - \alpha \left(\frac{z}{h} \right)^2 + \frac{4}{5} (3\alpha - 4) \left(\frac{z}{h} \right)^4 \right] \left[\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad \text{(II- 10a)}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + z \left[1 - \alpha \left(\frac{z}{h} \right)^2 + \frac{4}{5} (3\alpha - 4) \left(\frac{z}{h} \right)^4 \right] \left[\frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad \text{(II- 10b)}$$

$$\epsilon_z = 0 \quad \text{(II- 10c)}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + z \left[1 - \alpha \left(\frac{z}{h} \right)^2 + \frac{4}{5} (3\alpha - 4) \left(\frac{z}{h} \right)^4 \right] \left[\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \quad \text{(II- 11a)}$$

$$\gamma_{xz} = \left[1 - \alpha \left(\frac{z}{h} \right)^2 + \frac{4}{5} (3\alpha - 4) \left(\frac{z}{h} \right)^4 \right] \left[\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad \text{(II- 11b)}$$

$$\gamma_{yz} = \left[1 - \alpha \left(\frac{z}{h} \right)^2 + \frac{4}{5} (3\alpha - 4) \left(\frac{z}{h} \right)^4 \right] \left[\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad \text{(II- 11c)}$$

Généralités Sur Les Théories Des Plaques Et Des Coques

Les hypothèses est basée Cette théorie sont les mêmes de formulation de Reddy (1984, 1985,2000) et les conditions suivants sont rigoureusement satisfaites telle que la fonction de forme :

- Les contraintes de cisaillement σ_{xz} et σ_{yz} sont nulles au niveau des surfaces supérieur et inférieur est vérifié par : $\frac{d\varphi(z)}{dz} \Big|_{z=\pm h/2} = 0$.
- Le profil des contraintes du cisaillement traverse à l'épaisseur est parabolique (figure II- 5).
- Au niveau du plan moyen ($z=0$), la déformation de cisaillement est maximale est vérifié par : $\frac{d\varphi(z)}{dz} \Big|_{z=0} = 1$.
- La fonction de forme $\varphi(z)$ et sa drivée première sont continue à traverse l'épaisseur (figure II- 4 et II- 5).Ce d'avoir une continuité des contraintes de cisaillement et des déplacements de long de l'axe z.

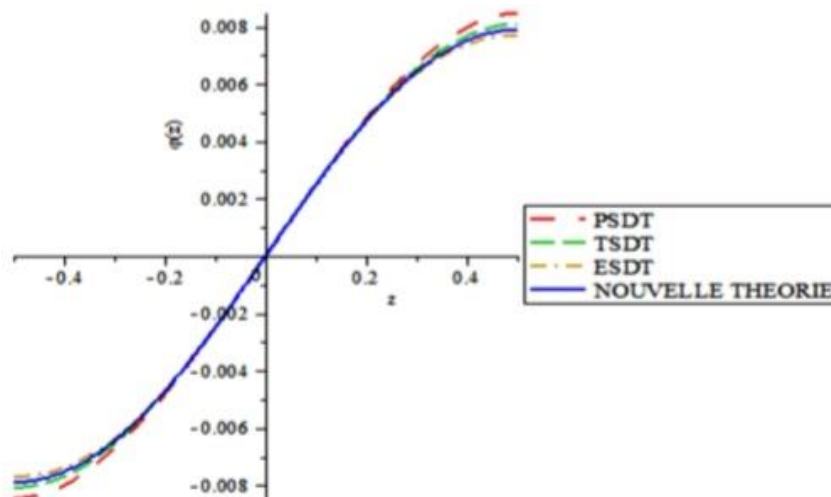


Figure (II-4) : Profil de variation de $d\varphi$ à traverse l'épaisseur ($\alpha=3/2$) (Mahi, 2012).

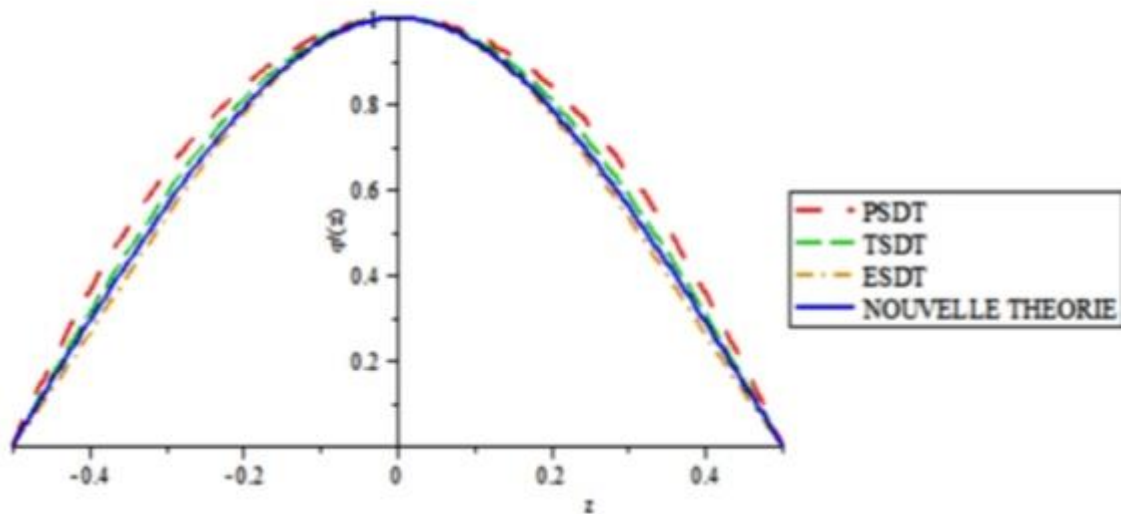


Figure (II-5) : Profil de variation de $d\phi(z)/dz$ à travers l'épaisseur ($\alpha=3/2$) (Mahi, 2012).

Le paramètre α il permet d'adapter la fonction de forme au problème étudié et nous l'avons souligné plus haut. Les valeurs particulières de α suivant :

$\alpha=4/3$ permet de retrouver exactement la fonction de forme de la théorie de Reddy.

$\alpha=\pi^2/6$ permet d'approcher la théorie de Touratier (1991) (TSDPT) avec une bonne précision.

$\alpha=2$ permet d'approcher la théorie de Karama (2003) (ESDPT) avec une bonne précision.

II.3. Théorie des Coques :

II.3.1. Description géométrique des différents types des structures en coque :

Les coques solides elle est caractérisée par une surface courbe dans l'espace et par l'épaisseur (h) (**figure II-6**).

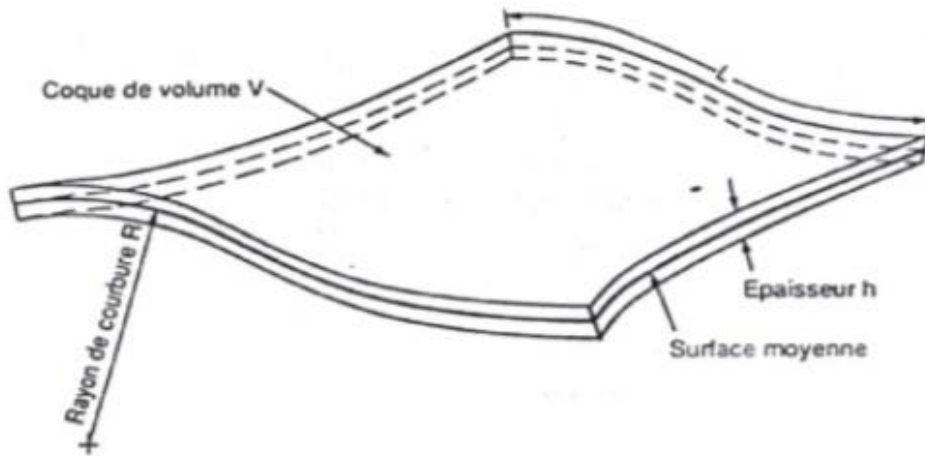


Figure (II-6) : Géométrie d'une coque quelconque de volume [BAT 92]

L'épaisseur (h) elle est considérée par rapport les autres dimensions caractéristiques de la coque (longueur L , largeur B , rayon de courbure R) et peut varier d'un point à autre.

Les types du structure de coque elle est rencontrées sont fréquent dans les constructions mécaniques (automobile, carrosseries), les constructions civiles (barrages, réservoirs, toiture), les constructions aéronautiques et spatiales (caissons, fuselages), [BAT 92].

Dans la surface courbe elle est constante pour la géométrie (forme simple, coque de révolution) et des positions de chaque variable (coque de forme complexe).

Autrement dit :

Une coque est terminée par l'épaisseur en tout point de cette surface et par la géométrie de surface moyenne.

Soit (Σ) une surface et (n) une normale au point (A) de (Σ) . Un plan contenant n , dans la surface elle réalise une section normale ; et cette section elle traduit par une courbe plane v elle tracée par (Σ) , Au point A de cette courbe, on désigne par (R_n) le rayon de courbure, son inverse $1/R_n$ est la courbure normale (figure II-7). Le plan (P) tourne au tour de n , R_n et $1/R_n$ varient entre deux valeurs extrêmes que l'on appelle rayons de courbure principaux et courbures principales $(r_1, r_2$ et $1/r_1, 1/r_2$ tenseur de courbure). Les plans

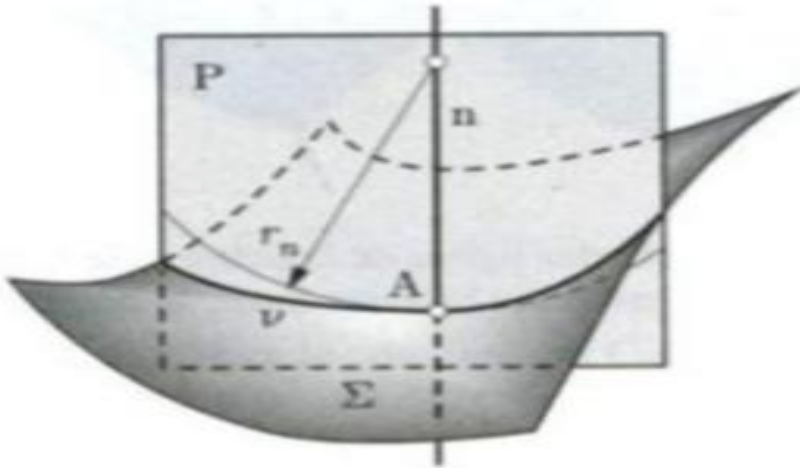


Figure (II-7) : Courbe (v) de courbure normale $1/R_n$ au point A, Section normale de la surface (Σ) par le plan (P). [FRE 92]

La courbure gaussienne on appelle courbure ou totale le produit des courbures principales $K = (1/r_1)(1/r_2)$. Et les courbures principales est nulle, de signe contraire en de signe même à l'autre. La courbure gaussienne est distingué les surfaces.

- Nulle, ou surface à simple courbure (cylindrique).
- Positive (sphère), surface à double courbure.
- Négative (paraboloïde hyperbolique), surface à double courbure.

II.3.2. Choix de la surface moyenne pour une coque :

La géométrie des surface il peut puiser dans le grande choix offert. Les surfaces à simple courbure le cône cylindrique elle est très utilisés (récipient, fusées sous pression, réservoirs à hydrocarbures, silos, conduite forcées....).

Voûte autoportante : Les coques ouverte appuyés à ses seules extrémités (Figure. II-8.b) ; on accoler de telles voûtes par exemple réalisé des sheds (Figure. II-8.a).

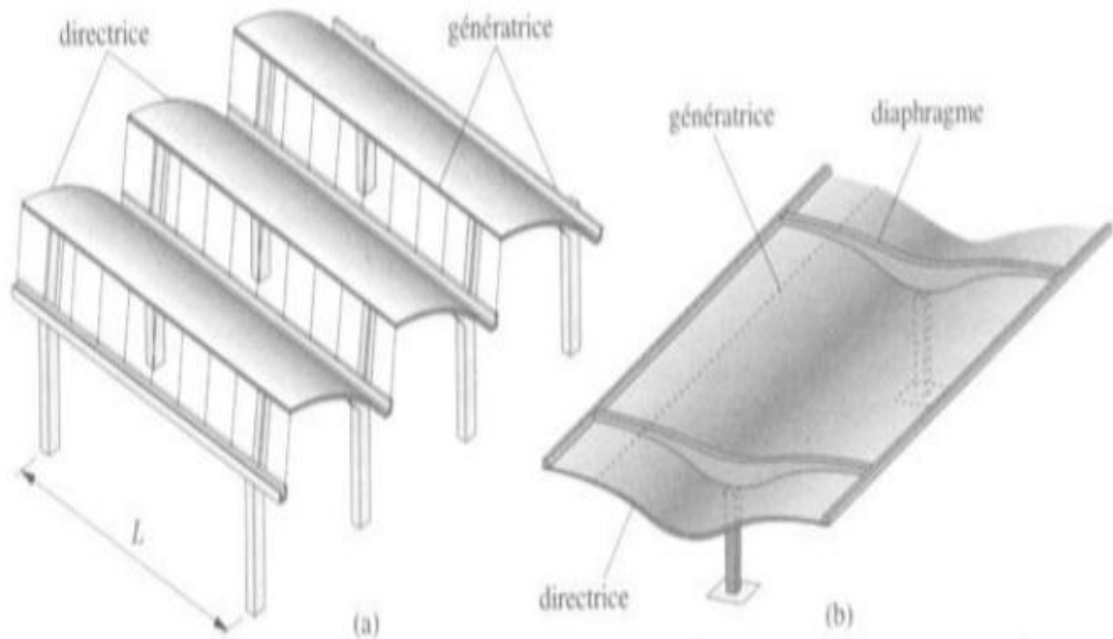


Figure (II-8) surfaces cylindriques ouvertes ($K=0$) dites voutes autoportantes (a) sheds (voutes à simple portée) ; (b) abri (voute continue). [FRE 03]

Les surfaces de révolution : Dans le plan de la courbe d'un emploi très fréquent également et obtenues par rotation d'une courbe plan autour d'un axe (Figure. II.9).

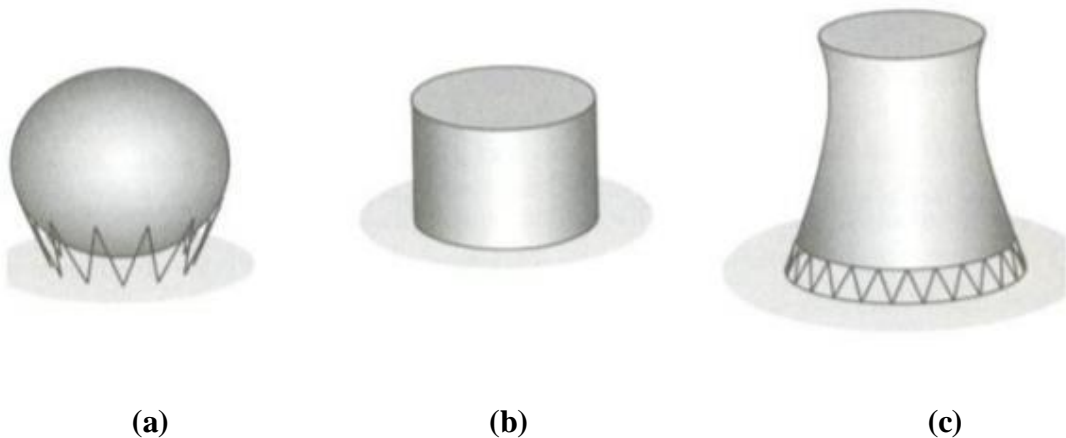


Figure (II-9) : Surface de révolution (K : courbe gaussienne) :

(a) réservoirs sphérique (double courbure $K>0$) ; (b) réservoirs cylindrique (simple courbure $K=0$) ; (c) tour de refroidissement (hyperboloïde, double courbure $k<0$). [FRE 03]

Les surfaces de translation : résultent du déplacement d'une courbe plane, dite aussi génératrice sur une autre directrice (Figure. II-10) :

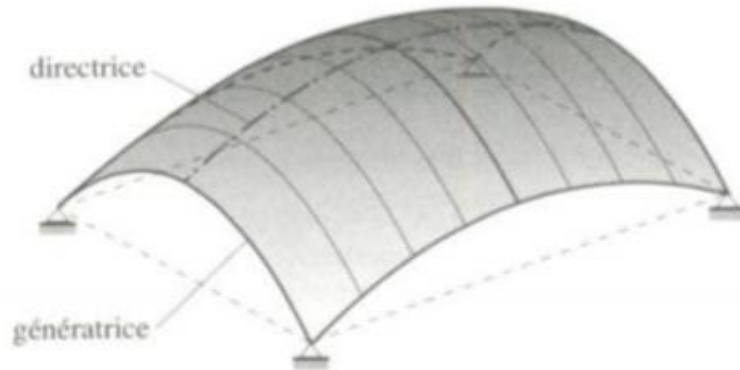


Figure (II-10) : surface de translation ($K > 0$). [FRE 03]

Les surfaces réglées : dans cette surface résultant le long de deux directrices et le déplacement d'une droite (génératrice) ainsi des surfaces à double courbure (Figure. II-11)

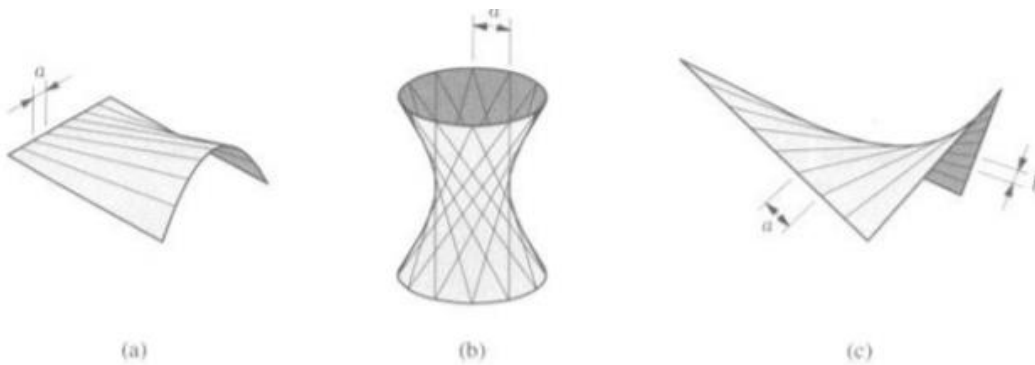


Figure (II-11) : surfaces réglées diverses :

(a) Les conoïdes ($K=0$) ;(b) L'hyperboloïde a une nappe ($K < 0$) ;(c) Le paraboloïde hyperbolique ($K < 0$). [FRE 03]

Les génératrices disposées suivants avec l'intérêt technique essentiel des surfaces réglées est de pouvoir réalisé le coffrage du béton au moyen de planches étroites rectilignes, ou même de exécuter la coque en bois par un réseau de planches croisées clouées.

Le meilleur choix pour une coque c'est la surface géométriques ne sont cependant ni nécessairement ni l'unique.

Le premier lieu par la fonction à remplir le choix doit en fait être gouverné. [FRE 92]

II.3.3. Classification des théories selon le comportement :

II. 3.3.1. Hypothèse de linéarisation :

Dans la carte usuelle dans une place de l'analyse des structures, acceptant :

- ✓ Hypothèse de linéarisation matérielle (Loi de Hooke + matériau homogène isotrope).
- ✓ Hypothèse de linéarisation géométrique : Petits déplacements, petites déformations.

La première accepte que des déformations et déplacement restent petites en sorte les équations cinématiques linéaires.

Pratiquement : les rotations et les dilatations doivent rester petites. La seconde accepte dans le matériau obéit loi de Hooke.

Par simplicité : l'hypothèse complémentaire est la suivante :

Dun seule matériau isotrope homogène elle est constituée avec les coques.

II. 3.3.2. Hypothèse de la théorie des coques minces [Hypothèse love-Kirchhoff] :

En générale Love aux coques les hypothèses classiques propres aux plaques de Kirchhoff et aux poutres de Bernoulli elle est exprimé avec cette manière :

- ✓ La contrainte normale transversale est négligeable.
- ✓ Les normales à la surface moyenne de la coque non déformée restent des normales à la surface moyenne de la coque déformée et elles ne changent pas longueur.

Dans première hypothèse c'est purement cinématique on appelle loi de conservation des normales : Il résulte d'abord que :

- ✓ Les glissements sont nuls dans tous les plans normaux à la surface moyenne.

$$\gamma_{\alpha z} = 0 \quad ; \quad \gamma_{\beta z} = 0 \quad (\text{II-12})$$

- ✓ La dilatation perpendiculaire à la surface moyenne est nulle ;(Etat plan de contrainte, mais avec une incohérence).

$$\varepsilon_z = 0 \quad (\text{II-13})$$

- ✓ La seconde hypothèse : c'est une hypothèse statique, permet d'ignorer les effets qui se manifestent à travers l'épaisseur et s'écrit :

$$\sigma \cong 0 \quad (\text{II-14})$$

II. 3.3.3. Hypothèse de faible épaisseur :

Hypothèse –clé elle suit avec du Rayon de courbure minimal r_{\min} de la surface moyenne et de l'épaisseur (h) de la coque.

$$\text{En pratique : } \frac{h}{r_{\min}} < \frac{1}{10} \quad (\text{II-15})$$

Conséquence :

- L'ordre de grandeur des termes négligeables
- Vu que $\varepsilon_z=0$, on peut supposer que les charges agissent au niveau de la surface moyenne.
- Les faces de l'élément de coques sont rectangulaires.

II. 3.3.4. Hypothèse de la théorie des coques épaisses :

Dans les coques de cette théorie du premier ordre c'est les contraintes de cisaillements ne pas annuler sur les forces intérieures et extérieures. La fibre normale n'est plus nécessairement perpendiculaire au plan moyen, mais reste toujours rectiligne.

θ_x et θ_y il dessine les angles de fibre normale avec l'axe (z) et elle correspond avec l'inclinaison du plan moyen. On a donc : $\theta_x \neq \frac{\partial w}{\partial y}$; $\theta_y \neq -\frac{\partial w}{\partial x}$

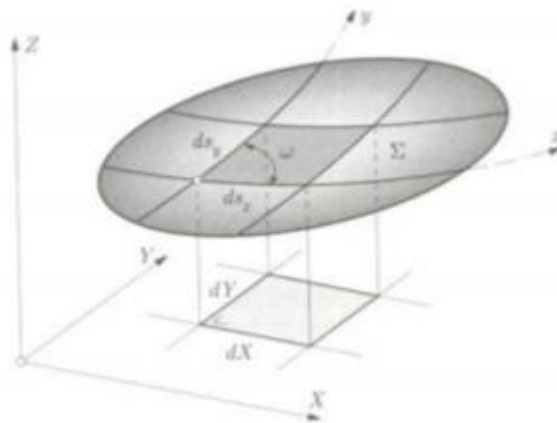
L'hypothèse de Mindlin –Reissner [Mic95] elle conduit naturellement à la formulation d'élément de coque épaisse si : $4 < L/h < 20$ et $4 < r_{\min}/h < 20$.

II.3.4. Coques surbaissées :

II. 3.4.1. Géométrie :

Dans une coque à en tout point, une surface moyenne est dit aussi surbaissées et une surface moyenne de très faible courbure, elle est qualifiée de coque surbaissées. [FRE 03] pour tracer un plan, on peut comparer à la surface moyenne (Σ) de la coque, et pour tracer les axes X et Y d'un système d'axes cartésiens (x, y, z) (Figure. II-12) et définit (Σ) par rapport à la plan explicitement. (II-17)

$$Z=Z(X, Y) \quad \text{(II-17)}$$



(Figure. II-12) : Surface moyenne d'une coque surbaissées. [FRE 03]

La coque surbaissées du surface moyenne elle définit par en plan références (X, Y) les pentes : $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$

Les carrés et produits de dérivée première de Z (X, Y) ces petites est négligeable devant l'unité.

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \ll 1; \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \ll 1; \left|\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}\right| \ll 1 \quad \text{(II-18)}$$

Pratiquement en tout point (figure.18), que $\phi_0 < 10^\circ$ environ, dans cette catégorie de coque.

Généralement, une coque est considérée surbaissée comme postulé par E. Reissner [KRA 67]

Si : $H < (1/8)2a$ **(II-19)**

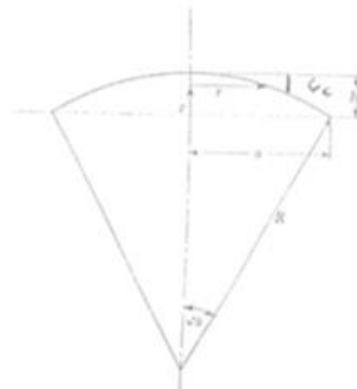


Figure ((II-13): Couqe surbaissée (shallow shell). [KRA 67]

II. 3.4.2. Théories des coques surbaissées :

Dans les types des théories des coques surbaissées utilise l'une dit de donnell, et elle émettre en coordonnée cartésiennes (x, y), l'autre, de Marguerre, en coordonnées curviligne (x, y).

Selon une hypothèse complémentaire de cette théorie de type cinématiques elle est nécessaire ou non, elle est exprimée la différence.

II. 3.4.3. Coque surbaissées en coordonnée curviligne (théorie de Donnell (1993)) :

Dans les coordonnes curviligne (x, y) de la surface moyenne la normale est désigné par z et elle exprime avec les grandeurs et les équations.

Elle postule avec les composants membranaires u et v des déplacements ont négligeable devant la composantes transversale w. Dans l'expression des rotations, elles peuvent être ignorée et disparaissent donc aussi de cette des courbures.

II. 3.4.4 : Coques surbaissées en coordonnes cartésiennes (théories de Marguerre) (1938) :

Pour cette théorie on travaille dans les axes cartésiens (x, y, z) et tous les grandeurs réfèrent. La coque surbaissé et son plan (x, y) il y'a correspondance de référence a lieu par projection sur (x, y) aucune hypothèse complémentaire n'est nécessaire.

II.3.5. l'analyse Analytique des coques :

L'loi de Hooke tridimensionnelle s'écrit :

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - V\sigma_y - V\sigma_z) \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - V\sigma_z - V\sigma_x) \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} (\sigma_z - V\sigma_x - V\sigma_y)\end{aligned}\tag{II-20}$$

$$\gamma_{xy} = \tau_{xy} / G ; \gamma_{yz} = \tau_{yz} / G ; \gamma_{zx} = \tau_{zx} / G$$

Le module d'élasticité « E » et le coefficient de poisson (V) et le module de cisaillement (G).

La théorie des coques minces elle suite à la première et la seconde hypothèse (III.3.3.2) Elle dévient.

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \\ \gamma_{xy} &= \tau_{xy} / G\end{aligned}\tag{II-21}$$

Dans les hypothèses il y'a un état qui ramènent un l'état tridimensionnelle c'est une contraire localement plan, parallèle avec la surface moyenne de coque.

En plus, suite à ces même hypothèse tous les déplacements des points de la coque, elle définit par la connaissance des déplacements pour un seule surface moyenne et réduit aussi l'étude a la surface moyenne.

Dans la 1ère hypothèse (III.3.3.2), suite avec les déplacements variant linéairement à travers l'épaisseur de la coque ; en suite à hypothèse-clé (III.3.3.3) et l'hypothèse de linéairement géométrique, des déformations ; enfin, les contraintes elles aussi sont distribuées à travers l'épaisseur suite l'hypothèse de linéairement matérielle.

Enfin, la surface neutre se trouve à mi- épaisseur de la coque et coïncide avec la surface moyennes est simplicité vu que la coque est formée d'un seule matériau isotrope homogène.

Contraintes et efforts :

Il faut encore intégrer les distributions des contraintes à travers l'épaisseur afin de les remplacer par leurs résultantes équivalentes qui sont les efforts intérieurs pour obtenir une théorie bidimensionnelle.

La variable (z) aura complétement disparu.

Montre les conventions de signe pour les contraintes : sur une force positive, les contraintes sont positives lorsqu'elles agissent dans les axes suivant à la figure (II-14).

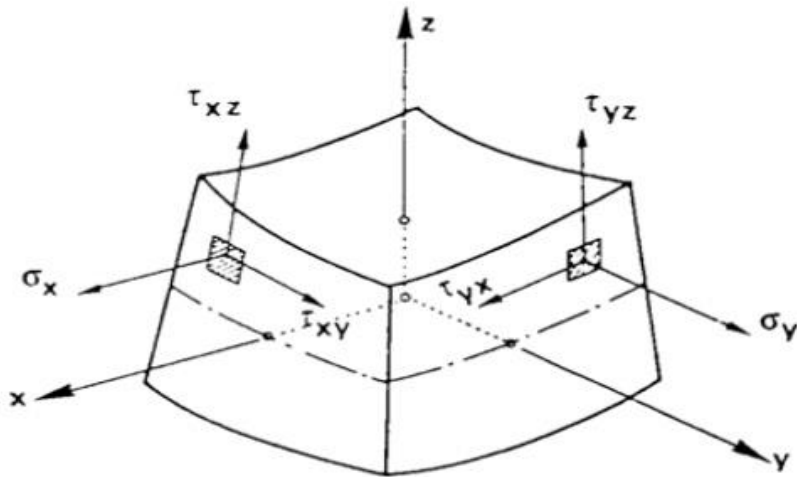
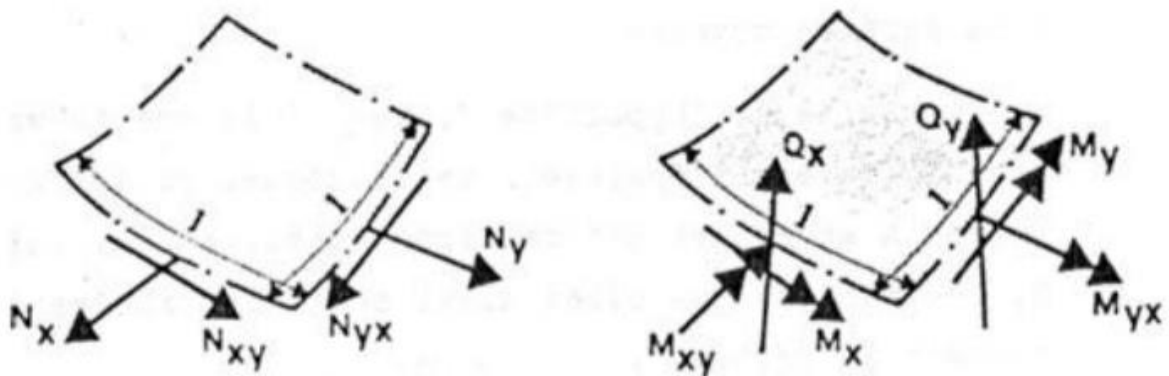


Figure (II-14) : Contrainte. [FRE]



a) efforts membranaires

b) efforts flexionnels

Figure (II-15) : Efforts intérieurs. [FRE92]

Les efforts intérieurs des contraintes déduites par le sens d'actions.

Dans la zone $Z=0$: il y'a un effort intérieurs positifs sur les faces positif sur les faces positif (figure II.15). Et sur les surfaces moyennes les efforts intérieurs, définis par unité de longueur

d'arc. Dans l'hypothèse-clé (II.3.4) on vertu avec les domaines rectangulaire est intégration de largeur constante « a » et de épaisseur la coque « h » (hauteur).on a :

$$\text{Efforts normaux } N_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x dz; N_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_y dz$$

$$\text{Efforts tangentiels } N_{xy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xy} dz; N_{yx} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{yx} dz$$

$$\text{Moment de flexion } M_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot dz; N_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_y \cdot z \cdot dz \quad (\text{II-22})$$

$$\text{Moment de torsion } M_{xy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz; M_{yx} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{yx} \cdot z \cdot dz$$

$$\text{Efforts tranchants } T_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xz} dz; T_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{yz} dz$$

Les contraintes tangentielles en vertu de la réciprocité, on a :

$$N_{xy} = N_{yx} \quad (\text{II-23})$$

$$M_{xy} = M_{yx} \quad (\text{II-24})$$

Les efforts tranchants comme les poutres et les plaques il n'ya pas contradiction entre T_x , T_y et l'hypothèse (II.3.1) qui conduit à $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ et la présence des efforts tranchants, et les conditions d'équilibre est nécessaire pour satisfaire les autres efforts intérieurs (M_x , M_y) elles sont peuvent et déduire par les équations d'équilibre (qu'il soit sans nécessaire elle définit par la distribution de τ qui produit).

La distribution des contraintes en déduit par les formules classiques (section rectangulaire de hauteur « h » et de largeur « a »), parce que les efforts intérieur sont connus.

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h} + \frac{12M_x}{h^3} z$$

$$\sigma_y = \frac{N_y}{h} + \frac{12M_y}{h^3} z$$

$$\tau_{xy} = \frac{N_{xy}}{h} + \frac{12M_{xy}}{h^3} \quad (\text{II.25})$$

$$\tau_{xz} = \frac{3T_x}{2h} \left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right)$$

$$\tau_{yz} = \frac{3T_y}{2h} \left(1 - \frac{4z^2}{h^2}\right)$$

En ($z=\pm h/2$) les contraintes σ_x , σ_y et τ_{xy} sont extrêmes et varient linéairement mais tandis que τ_{xz} et τ_{yz} varient paraboliquement et sur les surfaces moyenne ($z=0$) sont maximums et pour ($z=\pm h/2$) et nulles.

Equations générales :

Ils prouvent des diverses charges sollicitant la coque par les composants des forces p_x , p_y , p_z de surface et agissent par la surface moyenne. il y'a six équations liant les forces et les efforts intérieur elle fournit par l'expression de l'équilibre d'un fragment de coque (figure (II-15)).

Les cinq équations d'équilibre elle subsiste parce que l'équilibre de rotation autour de l'axe normal (z) automatiquement satisfait à cause de (II-23) et (II-24).

On appelle : « X_1 », « X_2 » et « X » les variations des courbures principales et la torsion de surface moyenne, ε_1 , ε_2 et γ sont des déformations tangentielles et normales de surface moyenne. Dans les calculs de la délimitation des fibres elle montre des variations des courbures intérieures la figure (II-15).

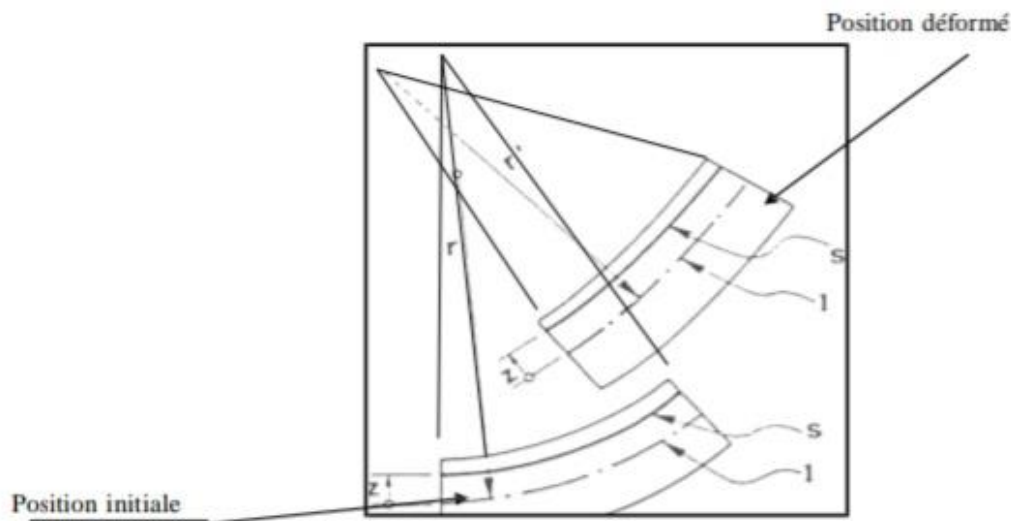


Figure (II-16) : Dilatation suite à la variation de courbure cinématique « x ». [FRE 92]

Triangles semblables:
$$S = \frac{r-z}{r} = 1 - \frac{z}{r}$$

$$S' = \frac{r'-z}{r'} = 1 - \frac{z}{r'}$$

Dilatation :
$$\varepsilon = (s' - s) / s$$

$$\varepsilon = \frac{1 - (z/r)' - (1 - z/r)}{1 - (z/r)} = \frac{-(z/r)' + (z/r)}{1 - (z/r)}$$

L'hypothèse de faible épaisseur $\Rightarrow \varepsilon \cong -z \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right) = -zX$

Et tout les point de la coque on a :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 - z \cdot X_1$$

$$\sigma_y = \varepsilon_2 - z \cdot X_2$$

$$\gamma_{xy} = \gamma - z \cdot X$$

Où : X_1 , X_2 et X sont des variations de courbure cinématique et ces équations elles sont montrent par les déformations varie linéairement à travers l'épaisseur de la coque.

Loi constitutive :

L'expression de la loi constitutive "intégrée à travers l'épaisseur", où les efforts intérieurs (contraintes généralisées) sont fonctions des six déformations généralisées de la surface moyenne, on introduit les valeurs (II-21) par rapport aux contraintes qui introduit (II-22).

Avec :

$$N_x = C (\varepsilon_1 + v \cdot \varepsilon_2)$$

$$N_y = C (v \cdot \varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

$$N_{xy} = N_{yx} = C \frac{1-v}{2} \gamma = G \cdot h \cdot \gamma \quad (\text{II-26})$$

$$M_x = -D (x_1 + v \cdot x_2)$$

$$M_y = -D (x_2 + v \cdot x_1)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -D \frac{1-v}{2} \gamma = -G \frac{h^3}{12} X$$

Rigidité extensionnelle : $C = E \cdot h / (1 - v^2) \quad (\text{II-27})$

Rigidité flexionnelle : $D = E \cdot h^3 / 12 \cdot (1 - v^2) \quad (\text{II-28})$

Rigidité de glissement : $G = E / 2 (1 + v) \quad (\text{II.29})$

Enfin : les trois composants des déplacements d'un point (u, v, w) de la surface moyenne elle liant six déformations généralisées $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma, \kappa_1, \kappa_2, \kappa)$ avec les trois déplacements (u, v, w) elle est possible d'établir six relation cinématique.

Le but des hypothèses dans la surface moyenne était essentiellement de ramener l'étude de la coque, si l'on désire établir rigoureusement les différences équations, et sur cette surface elle est travaille ces coordonnées tracées nécessairement. Le calcul mathématique (calcul tensoriel en coordonnées curvilignes quelconques), alors elle est très complexe. Pour l'utilisateur des équations ne présentent parce que plus aucun intérêt pratique. Cette démarche de la théorie pour établir convenablement toutefois si la seule valable. Cette théorie générale elle existe heureusement les méthodes numériques qui permettent de simplifier. Un degré de précision tout à fait satisfaisant conservent. Aujourd'hui ces méthodes numériques elle permette et traiter les cas complexes. [FRE 92]

II.4. Conclusion :

Nous avons présenté dans cette partie les différences des théories des coques et des plaques.

Dans la théorie classiques des plaques nous avons commencé par la présentation puis elle exposé les théories de premier ordre et deuxième lieu les théories d'ordre élevé qui développé d'une part ultérieurement et exploite dans autres modèles, on cette méthodes numériques dans autre part nous avons illustre l'évolution de la modélisation des coques très liée, pour la méthode des éléments finis elle contre les développements analytique elle grande complexité et très rares. Les formulations largement et intéressantes elle est nécessaire et actuellement utilisées Dans les codes des calculs.

CHAPITRE III

Etude Analytique De La Flexion D'une Coque Cylindrique

CHAPITRE3 : Etude analytique de la flexion d'une coque cylindrique.

3.1 : Introduction et objectif :

La présentation de la théorie des coques généralisées est étudiée par des objectifs suivants :

1/ La présentation des coques d'ordre supérieur monocouche équivalente en utilise plusieurs méthode de la théorie des coques généralisée. La théorie de la déformation de cisaillement parabolique (PSDST) de Reddy (1984), et la théorie de trigonométrie (TSDST) par Levy(1877), la théorie hyperbolique(HSDST) par Soldatos(1992), la théorie exponentielle (ESDST) par Karama et al. (2009), et la théorie du premier ordre(FSDST) de Mindlin(1951), et la théorie des coques classiques (CST) de Kirchhoff (1850) elle récupérée les théories des coques généralisées.

2/La distribution et la déformation transversale des contraintes des coques cylindriques stratifiées composites.

3/ La récupération des contraintes de cisaillement transversale à l'aide des équations d'équilibre d'élasticité pour vérifier la continuité à l'interface de couche. Le principe du travail virtuel en utilise par des équations d'équilibre. Les solutions analytiques sont obtenues à partir de solution de Navier par des conditions aux limites de la théorie de coque cylindrique. Le développement de Fortran 77 a été déterminé et calculé par un code de déplacement de contrainte. Les résultats numériques elle obtenus pour isotrope, feuilleté par une coque cylindrique composite présenté sous forme adimensionnelle. Les résultats numériques elle présenté par Pagano (1970) elle comparé les solutions d'élasticité des plaques et des coques cylindriques aux précédemment publiés dans la littérature.

3.2. Formulation théorique :

3.2.1 : Coque cylindrique envisagée

La forme de plane de coque cylindrique rectangulaire de largeur a , longueur b et l'épaisseur h elle présenté sur la figure 1, en utilise la théorie stratifiée du

Etude Analytique De La Flexion D'une Coque Cylindrique

matériau. Le rayon R de la courbure principal du plan médian de long de direction x . La formulation du plan elle délimitée par la région $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ et $-h/2 \leq z \leq h/2$. Un matériau composite orthotrope elle constituée par une coque stratifiée composite par plusieurs couches. La parfaitement des couches supposées liées entre elles. La charge uniforme elle soumise par une coque laminée.

3.2.2 : Cinématique de la présente théorie de coque unifiée

Le développement de la théorie des coques généralisées pour l'analyse des contraintes stratifiées composites et coquilles cylindriques.

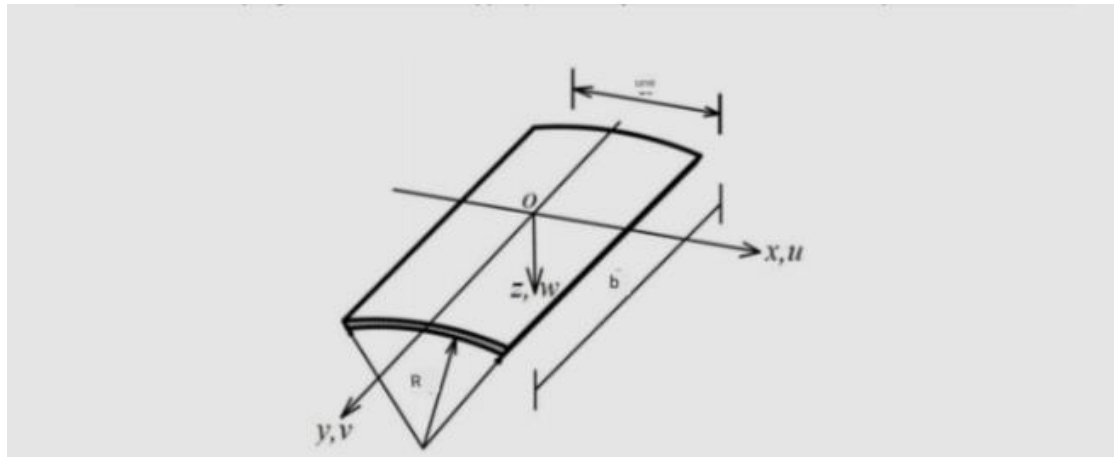


Fig.3.1 Géométrie de la coque cylindrique avec forme en plan rectangulaire et systèmes de coordonnées

Le plan utilisé dans le champ de déplacement de composite d'extension de flexion et de cisaillement. La fonction des coordonnées x et y elle suppose par le déplacement transversale c'est à dire la déformation transversale normale elle négligée. La déformation de cisaillement des fonctions transverse de type polynomial, trigonométrique, hyperbolique et exponentiel elle utilisée pour l'effet de déformation de cisaillement transverse. Par conséquent, la théorie de coque généralisée de champ de déplacement elle ici, tous les points de déplacement de couque dans les directions x , y , z elle respectivement w sur le plan médian de couque de la direction x et z respectivement : (z) la présentation de fonction de la déformation de cisaillement transverse est associée de la long de l'épaisseur de la coque.

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= \left(1 + \frac{z}{R}\right) u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} + F(z) \phi(x, y) \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} + F(z) \psi(x, y) \\
 w(x, y) &= w_0(x, y)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Les formes de fonction suivant elle utilisée dans l'équation. (1) pour récupérer les théories shell classiques et d'ordres supérieurs tels que HSDST.

$$HSDST : F(z) = z \cosh(1/2) - h \sinh\left(\frac{z}{h}\right)$$

Le champ de déplacement actuel de composant de la déformation normal de cisaillement $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz})$ est indiqué dans l'équation. (1) sont dérivés et utilisé pour les relations de déformations de déplacement suivantes :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{u_0}{R}, \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \tag{2}$$

Voici la déformation de composant à l'aide des équations. (1) et (2)

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z \varepsilon_x^1 + F(z) \varepsilon_x^2 \\
 \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + z \varepsilon_y^1 + F(z) \varepsilon_y^2 \\
 \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + z \gamma_{xy}^1 + F(z) \gamma_{xy}^2 \\
 \gamma_{xz} &= F'(z) \gamma_{xz}^0 \\
 \gamma_{yz} &= F'(z) \gamma_{yz}^0
 \end{aligned} \tag{3}$$

Où

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{w_0}{R}, \varepsilon_x^1 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \varepsilon_x^2 = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \varepsilon_y^1 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \varepsilon_y^2 = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \\
 \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, \gamma_{xy}^1 = -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}, \gamma_{xy}^2 = \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \gamma_{xz}^0 = \phi, \gamma_{yz}^0 = \psi
 \end{aligned} \tag{4}$$

Le champ de déplacement actuel de composant de la déformation normal de cisaillement $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz})$ est indiqué dans l'équation. (1) sont dérivés et utilisé pour les relations de déformations de déplacement suivantes :

3.2.3 : Relations constitutives

La relation constitutive est utilisée pour les composantes de contraintes de 4^{ème} couche de la coque stratifiée composite d'un nombre N de couches.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{44} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (5)$$

Où Q_{ij} sont des coefficients de la rigidité des termes exprimés constantes d'ingénierie comme suit :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, Q_{12} = \frac{\mu_{21}E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, Q_{66} = G_{12}, Q_{55} = G_{13}, Q_{44} = G_{23} \quad (6)$$

3.4 : Equations gouvernantes

La formulation des équations gouvernantes dans l'équation. (7) elle utilisée par le principe du travail virtuel énoncé.

$$\int_{dV} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \int_{dA} q \delta w dA = 0 \quad (7)$$

La forme de l'opération variationnel δ dans l'équation. (7) elle écrire comme suit :

$$\int_V (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy}) dV - \int_A q(x, y) \delta w dA = 0 \quad (8)$$

Remplacé les composants $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz})$ de léqt. (3) dans léqt. (8) on peut obtenir léqt. (9).

$$\int_{dV} \{ \sigma_x [\varepsilon_x^0 + z \varepsilon_x^1 + F(z) \varepsilon_x^2] + \sigma_y [\varepsilon_y^0 + z \varepsilon_y^1 + F(z) \varepsilon_y^2] + \tau_{xy} [\gamma_{xy}^0 + z \gamma_{xy}^1 + F(z) \gamma_{xy}^2] + \tau_{xz} F'(z) \gamma_{xz}^0 + \tau_{yz} F'(z) \gamma_{yz}^0 \} dV - \int_A q(x, y) \delta w dA = 0 \quad (9)$$

Après intégration par rapport le coordonnée z elle introduit la force de moment résultantes de léqt. (9), on peut obtenir

$$\int_0^b \int_0^a \{ N_x \delta \varepsilon_x^0 + M_x^b \delta \varepsilon_x^1 + M_x^s \delta \varepsilon_x^2 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + M_y^b \delta \varepsilon_y^1 + M_y^s \delta \varepsilon_y^2 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_{xy}^b \delta \gamma_{xy}^1 + M_{xy}^s \delta \gamma_{xy}^2 + Q_x \delta \gamma_{xz}^0 + Q_y \delta \gamma_{yz}^0 - q(x, y) \delta w_0 \} = 0 \quad (10)$$

La résultante de force et de moment des expressions peuvent être obtenir à l'aide des relations suivantes.

La résultante de l'exposant b elle utilisée pour la flexion tandis que la résultante de l'exposant s elle utilisée pour la déformation de cisaillement.

$$\begin{aligned} \{N_x \quad M_x^b \quad M_x^s\}^T &= \sum_{K=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} \{1 \quad z \quad F(z)\}^T \sigma_x^k dz \\ \{N_y \quad M_y^b \quad M_y^s\}^T &= \sum_{K=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} \{1 \quad z \quad F(z)\}^T \sigma_y^k dz \\ \{N_{xy} \quad M_{xy}^b \quad M_{xy}^s\}^T &= \sum_{K=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} \{1 \quad z \quad F(z)\}^T \tau_{xy}^k dz \\ \{Q_x \quad Q_y\}^T &= \sum_{k=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} \{\tau_{xz} \quad \tau_{yz}\}^T F'(z) dz \end{aligned} \quad (11)$$

En substituant les contraintes de léqt. (5) dans léqt. (11), la résultante de l'expression de la force du moment peut être obtenue

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x^b \\ M_y^b \\ M_{xy}^b \\ M_x^s \\ M_y^s \\ M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{11} & A s_{11} & A_{12} & B_{12} & A s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & B_{12} & A s_{12} & A_{22} & B_{22} & A s_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} & B_{66} & A s_{66} \\ B_{11} & D_{11} & B s_{11} & B_{12} & D_{12} & B s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ B_{12} & D_{12} & B s_{12} & B_{22} & D_{22} & B s_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{66} & D_{66} & B s_{66} \\ A s_{11} & B s_{11} & A s s_{11} & A s_{12} & B s_{12} & A s s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ A s_{12} & B s_{12} & A s s_{12} & A s_{22} & B s_{22} & A s s_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A s_{66} & B s_{66} & A s s_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_x^2 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_y^1 \\ \varepsilon_y^2 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \gamma_{xy}^1 \\ \gamma_{xy}^2 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Et

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A c c_{55} & 0 \\ 0 & A c c_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \psi \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Où $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, A s_{ij}, B s_{ij}, A s s_{ij}, A c c_{ij}$ sont des raideurs de la coque cylindrique définis comme suit :

Etude Analytique De La Flexion D'une Coque Cylindrique

$$\begin{aligned} \{A_{ij} \quad B_{ij} \quad D_{ij}\} &= \sum_{k=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} Q_{ij}^k \{1 \quad z \quad z^2\} dz, (i, j = 1, 2, 3, 6), \\ \{A s_{ij} \quad B s_{ij} \quad A s s_{ij}\} &= \sum_{k=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} Q_{ij}^k F(z) \{1 \quad z \quad F(z)\} dz, (i, j = 1, 2, 3, 6), \\ A c c_{ij} &= \sum_{k=1}^N \int_{h_k}^{h_{k+1}} Q_{ij}^k [F'(z)]^2 dz (i, j = 4, 5) \end{aligned} \quad (14)$$

La théorie de coque généralisée actuelle dès l'équation gouvernante suivante elles sont obtenues en intégrant léq. (10) par partie et fixant les coefficients de $\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0, \delta \phi, \delta \psi$ égale à zéro.

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\ \delta w_0 : \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} - \frac{N_x}{R} + q &= 0 \\ \delta \phi : \frac{\partial M_x^s}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}^s}{\partial y} - Q_x &= 0 \\ \delta \psi : \frac{\partial M_y^s}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}^s}{\partial x} - Q_y &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Les conditions aux limites le long des arêtes $x=0$ et $x=a$ obtenues sont de la forme suivante :

$$\begin{array}{ll} N_x = 0 & u_0 \\ N_{xy} = 0 & v_0 \\ \partial M_x^b / \partial x + 2 \partial M_{xy}^b / \partial y = 0 & w \\ M_x^b = 0 & \partial w / \partial x \\ M_x^s = 0 & \phi \\ M_{xy}^s = 0 & \psi \end{array} \quad \text{or} \quad \begin{array}{l} w \\ \partial w / \partial x \\ \phi \\ \psi \end{array} \quad \text{est spécifié} \quad (16)$$

et le long des arêtes $y=0$ et $y=b$, les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 N_y = 0 & v_0 \\
 N_{xy} = 0 & u_0 \\
 \partial M_y^b / \partial y + 2\partial M_{xy}^b / \partial x = 0 & \text{or } w \\
 M_y^b = 0 & \partial w / \partial y \\
 M_y^s = 0 & \psi \\
 M_{xy}^s = 0 & \phi
 \end{array} \quad \text{est spécifié} \quad (17)$$

En utilise les expressions des résultantes de force de moment des équations. (12) et (13) dans l'équation. (15), les équations gouvernantes de la présente théorie en termes de cinq inconnues (u_0, v_0, w_0, ϕ et ψ) peuvent êtres écrites comme suit :

$$\begin{aligned}
 A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{A_{11}}{R} \frac{\partial w_0}{\partial x} - B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \\
 + A_{s_{11}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + A_{s_{66}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + (A_{s_{12}} + A_{s_{66}}) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = 0
 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} - B_{22} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} + \frac{A_{12}}{R} \frac{\partial w_0}{\partial y} \\
 + (A_{s_{12}} + A_{s_{66}}) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + A_{s_{22}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + A_{s_{66}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0
 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
 B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} - \frac{A_{11}}{R} \frac{\partial u_0}{\partial x} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} - \frac{A_{12}}{R} \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{2B_{11}}{R} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
 - D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + \frac{2B_{12}}{R} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - \frac{A_{11}}{R^2} w_0 + B_{s_{11}} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3}
 \end{aligned} \quad (20)$$

$$+ (B_{s_{12}} + 2B_{s_{66}}) \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial y^2} - \frac{A_{s_{11}}}{R} \frac{\partial \phi}{\partial x} + B_{s_{22}} \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} + (B_{s_{12}} + 2B_{s_{66}}) \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^2 \partial y} - \frac{A_{s_{12}}}{R} \frac{\partial \psi}{\partial y} - q = 0$$

$$\begin{aligned}
 A_{s_{11}} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{s_{66}} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{s_{12}} + A_{s_{66}}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{s_{11}} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - (B_{s_{12}} + 2B_{s_{66}}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} + \frac{A_{s_{11}}}{R} \frac{\partial w_0}{\partial x} \\
 + A_{s_{s_{11}}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + A_{s_{s_{66}}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - A_{c_{c_{55}}} \phi + (A_{s_{s_{12}}} + A_{s_{s_{66}}}) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = 0
 \end{aligned} \quad (21)$$

$$(A_{s_{12}} + A_{s_{66}}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{s_{66}} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + A_{s_{22}} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} - B_{s_{22}} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} - (B_{s_{12}} + 2B_{s_{66}}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} + \frac{A_{s_{12}}}{R} \frac{\partial w_0}{\partial y}$$

$$+(A_{ss_{12}} + A_{ss_{66}}) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + A_{ss_{22}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + A_{ss_{66}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - A_{cc_{55}} \psi = 0 \quad (22)$$

3.5 : Solutions analytiques fermées pour coques cylindriques :

Les solutions analytiques des coques cylindriques composites de forme fermée elles sont obtenues en utilisant la technique de Navier. Voici les conditions aux limites simplement supportées.

$$\begin{aligned} N_x(x=0, x=a) &= 0; & N_y(y=0, y=b) &= 0 \\ v_0(x=0, x=a) &= 0; & u_0(y=0, y=b) &= 0 \\ w(x=0, x=a, y=0, y=b) &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \psi(x=0, x=a) &= 0; & \phi(y=0, y=b) &= 0 \\ M_x^b(x=0, x=a) &= 0; & M_y^b(y=0, y=b) &= 0 \\ M_x^s(x=0, x=a) &= 0; & M_y^s(y=0, y=b) &= 0 \end{aligned}$$

La charge de coque cylindrique transversale uniforme elle présentée sous la forme suivante :

$$q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16q_0}{mn\pi^2} \sin \alpha_1 x \sin \alpha_2 y \quad (24)$$

Où, $\alpha_1 = m\pi/a, \alpha_2 = n\pi/a; q_0$ représente l'intensité de la charge et (m, n) sont des entiers impairs. La théorie généralisée des coques qui se représente les conditions aux limites énoncées d'une variable inconnue dans l'équation. (23) de la série de Fourier suivante.

$$\begin{aligned} \{u_0 \quad \phi\} &= \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \{u_{mn} \quad \phi_{mn}\} \cos \alpha_1 x \sin \alpha_2 y \\ \{v_0 \quad \psi\} &= \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \{v_{mn} \quad \psi_{mn}\} \sin \alpha_1 x \cos \alpha_2 y \\ \{w_0\} &= \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} w_{mn} \sin \alpha_1 x \sin \alpha_2 y \end{aligned} \quad (25)$$

Où $u_{mn}, v_{mn}, w_{mn}, \phi_{mn}, \psi_{mn}$ sont des coefficients inconnus des séries de Fourier respectives. En utilisant la charge transversale de léqt. (24), les variables de déplacement supposées de léqt. (25) et les équations gouvernantes. (18)-(22), on peut obtenir les systèmes d'équations suivants :

$$[K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (26)$$

Les contraintes et le déplacement des coques stratifiées composites sont déterminés à l'aide de solution de léqt. (26). Les éléments de la matrice de rigidité [K] sont donnés ci-dessous :

$$\begin{aligned} K_{11} &= A_{11}\alpha_1^2 + A_{66}\alpha_2^2, K_{12} = (A_{12} + A_{66})\alpha_1\alpha_2, \\ K_{13} &= -\left[\frac{A_{11}}{R}\alpha_1 + B_{11}\alpha_1^3 - (B_{12} + 2B_{66})\alpha_1\alpha_2^2 \right], \\ K_{14} &= A_{s11}\alpha_1^2 + A_{s66}\alpha_2^2, K_{15} = (A_{s12} + A_{s66})\alpha_1\alpha_2, K_{22} = A_{66}\alpha_1^2 + A_{22}\alpha_2^2, \\ K_{23} &= -\left[\frac{A_{12}}{R}\alpha_2 + B_{22}\alpha_2^3 - (B_{12} + 2B_{66})\alpha_1^2\alpha_2 \right], K_{24} = (A_{s12} + A_{s66})\alpha_1\alpha_2, \\ K_{25} &= A_{s66}\alpha_1^2 + A_{s22}\alpha_2^2, \\ K_{33} &= D_{11}\alpha_1^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\alpha_1^2\alpha_2^2 + D_{22}\alpha_2^4 + \frac{2B_{11}}{R}\alpha_1^2 + \frac{2B_{12}}{R}\alpha_2^2 + \frac{A_{11}}{R^2}, \\ K_{34} &= -\left[B_{s11}\alpha_1^3 + (B_{s12} + 2B_{s66})\alpha_1\alpha_2^2 + \frac{A_{s11}}{R}\alpha_1 \right], \\ K_{35} &= -\left[B_{s22}\alpha_2^3 + (B_{s12} + 2B_{s66})\alpha_1^2\alpha_2 + \frac{A_{s12}}{R}\alpha_2 \right], \\ K_{44} &= A_{ss11}\alpha_1^2 + A_{ss66}\alpha_2^2 + A_{cc55}, K_{45} = (A_{ss12} + A_{ss66})\alpha_1\alpha_2, \\ K_{55} &= A_{ss22}\alpha_2^2 + A_{ss66}\alpha_1^2 + A_{cc55} \end{aligned} \quad (27)$$

Puisque la matrice de rigidité [K] est une matrice symétrique, $K_{21}=K_{12}$, $K_{13}=K_{31}$, $K_{23}=K_{32}$, $K_{14}=K_{41}$, $K_{24}=K_{42}$, $K_{34}=K_{43}$, $K_{15}=K_{51}$, $K_{25}=K_{52}$, $K_{35}=K_{53}$, $K_{45}=K_{54}$. Les éléments des vecteurs de déplacement et de force sont suivants :

Etude Analytique De La Flexion D'une Coque Cylindrique

$$\begin{aligned}\{\Delta\} &= \{u_{mn} \quad v_{mn} \quad w_{mn} \quad \phi_{mn} \quad \psi_{mn}\}^T \\ \{F\} &= \frac{16}{mn\pi^2} \{0 \quad 0 \quad q_0 \quad 0 \quad 0\}^T\end{aligned}\tag{28}$$

CHAPITRE IV

Résultats Numériques Et Discussion

CHAPITRE 4 : Résultats numériques et discussion

IV .1 Introduction

L'objectif principal de ce chapitre, est de présenter l'évaluation et la validation de la présente théorie (à cinq variables) que nous avons développée dans le chapitre précédent, qui prend en considération l'effet de déformation transversale de cisaillement, dans l'analyse des flèches et des contraintes des coques stratifiées simplement appuyées. Divers exemples numériques sont examinés. Les résultats seront comparés avec ceux publiés dans la littérature. Des interprétations seront présentées et discutées.

IV .2 Validations de la présente théorie :

Divers exemples numériques sont résolus pour vérifier l'exactitude du modèle mathématique proposé dans cette théorie pour la prédiction de la réponse dynamique des composites stratifiés multicouches, les solutions de forme réduite sont obtenues à l'aide de la solution Navier pour l'analyse de la flexion des coques composites stratifiées à couches croisées et équilibrées simplement appuyées sur tous leurs bords. La validité de la présente théorie est démontrée par la comparaison avec les résultats publiés dans la littérature.

Pour faire une comparaison entre les différentes théories un code de calcul a été développé pour étudier la flexion des plaques et des coques isotropes et multicouches. Les déplacements et les contraintes adimensionnelles sont calculés pour des coques sous un chargement uniforme. Les résultats numériques sont présentés sous forme de tableaux et figures. A cet effet, des ensembles de caractéristiques de matériaux appropriés dans ces études numériques seront utilisés comme suit :

Matériau 1

$$E_1 = E_2 = E_3 = 210GPa, G_{13} = G_{23} = G_{12} = G = \frac{E}{2(1+\nu)}, u_{12} = u_{32} = u_{31} = \nu = 0.3(29)$$

Matériau 2

$$\frac{E_1}{E_2} = 25, \frac{E_3}{E_2} = 1, \frac{G_{12}}{E_2} = \frac{G_{13}}{E_2} = 0.5, \frac{G_{23}}{E_2} = 0.2, u_{12} = u_{13} = u_{23} = 0.25(30)$$

Le déplacement et les contraintes sont présentés sous les formes adimensionnelles suivantes :

$$\bar{w}\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{z}{h}\right) = \frac{100E_3h^3}{q_0a^4} w, (\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y)\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{z}{h}\right) = \frac{h^2}{q_0a^2} (\sigma_x, \sigma_y),$$

$$\bar{\tau}_{xy}\left(0, 0, \frac{z}{h}\right) = \frac{h^2}{q_0a^2} \tau_{xy}, (\bar{\tau}_{zx})\left(0, \frac{b}{2}, \frac{z}{h}\right) = \frac{h^2}{q_0a} \bar{\tau}_{zx}, \bar{\tau}_{yz}\left(\frac{a}{2}, 0, \frac{z}{h}\right) = \frac{h}{q_0a} \tau_{yz}, (32)$$

E_3 : c'est le module élasticité

Il y a deux types des coques cylindriques analysées dans la présente étude.

1. Coque cylindrique isotrope (matériau 1).
2. Coque cylindrique laminée et $(0^\circ/90^\circ/0^\circ)$ (matériau 2).

IV .2 .1 Contraintes de cisaillement transverses :

Dans les structures composites stratifiées multicouches, si les contraintes de cisaillement transversales inter laminaires sont obtenues à l'aide des relations constitutives, cela conduit à la discontinuité à l'interface des couches et viole ainsi les conditions d'équilibre. Par conséquent, dans la présente étude, les contraintes de cisaillement transverses sont évaluées par intégration direct

Des équations tridimensionnelles d'équilibre des contraintes de la théorie d'élasticité en négligeant les forces corporelles.

$$\tau_{xz}^{(k)} = -\sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\frac{\partial \sigma_x^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^{(k)}}{\partial y} \right) dz + C_1$$

$$\tau_{yz}^{(k)} = -\sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\frac{\partial \sigma_y^{(k)}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}^{(k)}}{\partial x} \right) dz + C_2$$

Tableau IV 1 : Déplacements transversaux adimensionnels (10w) pour coques cylindriques soumise à un chargement uniforme avec (a=10h)

R/a	Model	Theory	Isotropic	0°/90°/0°
0.5	Asadi et al. (2012)	FSDTQ	12.108	4.4754
	Asadi et al. (2012)	3D-FEM	12.242	4.7425
	Tornabene et al. (2012)	FSDT-GDQ	-	4.4752
	Présente		12.241	4.6367
1	Asadi et al. (2012)	FSDTQ	28.333	7.8589
	Asadi et al. (2012)	3D-FEM	28.415	8.6399
	Tornabene et al. (2012)	FSDT-GDQ	-	7.8587
	Présente		28.411	8.2217
2	Asadi et al. (2012)	FSDTQ	40.956	9.5159
	Asadi et al. (2012)	3D-FEM	40.875	10.661
	Tornabene et al. (2012)	FSDT-GDQ	-	9.5157
	Présente		400.876	10.1378

Une comparaison des déplacements transversaux nondimensionnels pour des coques cylindriques isotropes soumise à une charge uniforme est présente dans le tableau IV 1. Les résultats sont comparés à ceux présentés par Asadi et al. (2012) et Tornabène et al. (2012). Les résultats numériques sont obtenues pour trois rapports R/a avec a/h=10 .Les flèches

Résultats Numériques Et Discussion

calculées en utilisant la présente théorie sont en bon accord avec les résultats trouvés dans les références (Asadi et al. 2012, Tornabène et al. 2012) pour les coques cylindriques isotropes.

Tableau IV 2 : Déplacements et contraintes adimensionnelle d'une coque cylindrique isotrope sous charge uniforme avec ($a=10h$)

R/a	Modale	\bar{W}	$\bar{\sigma}_x$	$\bar{\sigma}_y$	$\bar{\tau}_{xy}$	$\bar{\tau}_{xz}$	$\bar{\tau}_{yz}$
5	Sayyad et Ghugal(2020)	4.5284	0.2578	0.2571	0.2182	0.4752	0.4747
	Présente	4.5122	0.2668	0.2571	0.2002	0.4712	0.4762
10	Sayyad et Ghugal(2020)	4.6309	0.2756	0.2752	0.2103	0.4834	0.4834
	Présente	4.6311	0.2679	0.2752	0.2103	0.4834	0.4834
20	Sayyad et Ghugal(2020)	4.6572	0.2830	0.2828	0.2052	0.4855	0.4854
	Présente	4.6572	0.2830	0.2828	0.2052	0.4855	0.4854
50	Sayyad et Ghugal(2020)	4,6647	0.2869	0.2868	0.2018	0.4861	0.4860
	Présente	4,6647	0.2869	0.2868	0.2018	0.4861	0.4860
100	Sayyad et Ghugal(2020)	4.6657	0.2881	0.2881	0.2006	0.4862	0.4861
	Présente	4.6657	0.2881	0.2881	0.2006	0.4862	0.4861
∞ (Pla que)	Sayyad et Ghugal(2020)	4.6661	0.2893	0.2893	0.1994	0.4862	0.4862
	Présente	4.6661	0.2893	0.2893	0.1994	0.4862	0.4862

Les valeurs des déplacements et des contraintes d'une coque cylindrique isotrope soumise à un chargement uniforme sont présentées dans le tableau IV .2. Tous les résultats sont calculés obtenus pour $a/h=10$ et $R/a=5, 10, 20, 50, 100$. Les propriétés matérielles définies précédemment sont utilisées. On remarque que les flèches et les contraintes non dimensionnelles calculées en utilisant la présente théorie se rapproche de Sayyad et Ghugal(2020), en augmentant le rapport R/a . les déplacements et les contraintes trouvées pour une plaque isotrope en utilisant la présente théorie sont en bon concordance avec les solutions de l'élasticité exactes de Pagano (1970).

La présente théorie de déformation de cisaillement des coques est appliquée pour l'analyse des contraintes des coques cylindriques composites stratifiées ($0^\circ/90^\circ/0^\circ$) symétrique. Le tableau IV.3 montre les déplacements et les contraintes dans des coques cylindriques composites stratifiées ($0^\circ/90^\circ/0^\circ$) sous une charge uniforme. Toutes les couches sont d'épaisseur égale c'est-à dire $h/3$ et constituées de propriétés de matériaux définies précédemment. On observe que les distributions de ces contraintes selon la présente théorie et les résultats sont en excellent accord.

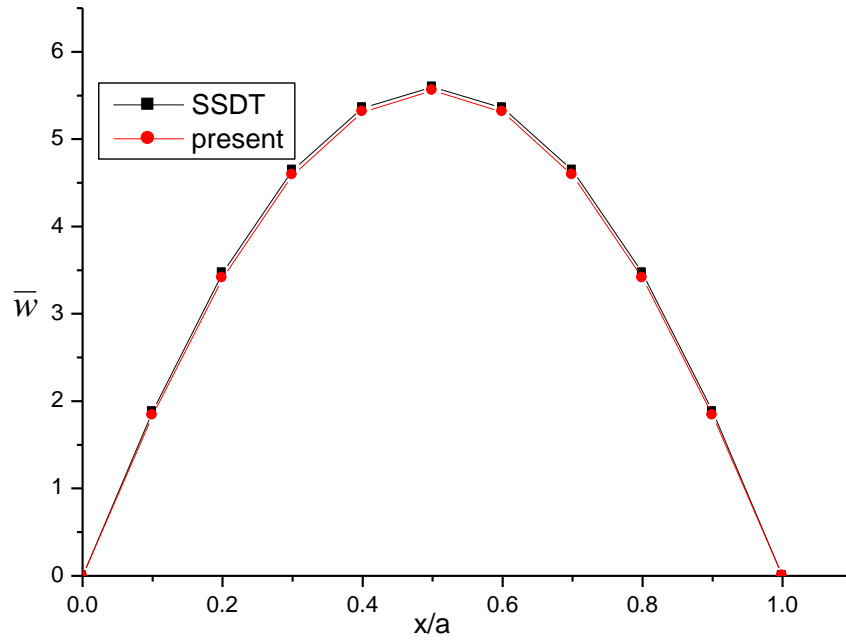
Résultats Numériques Et Discussion

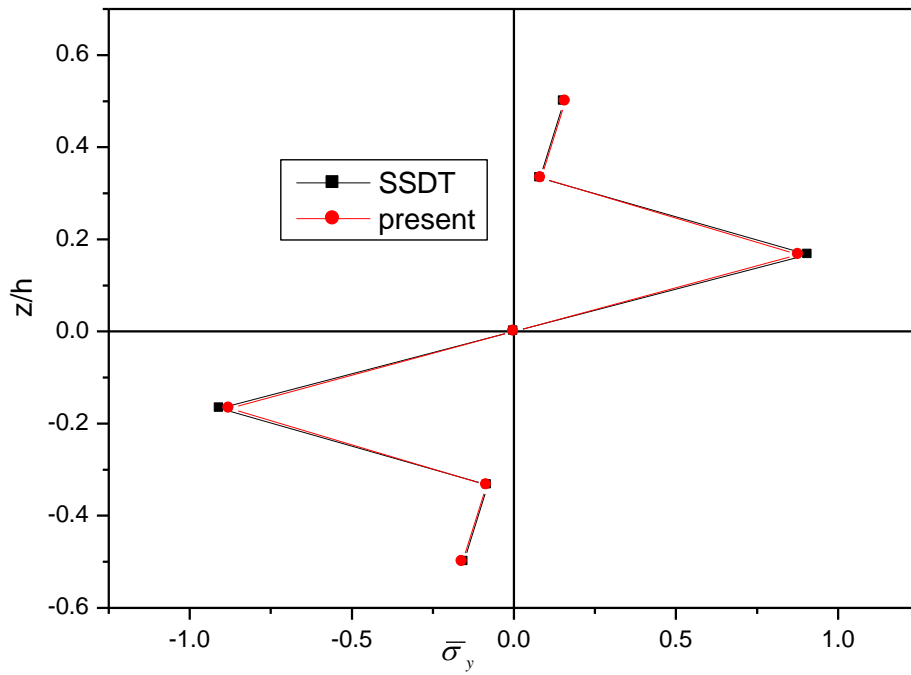
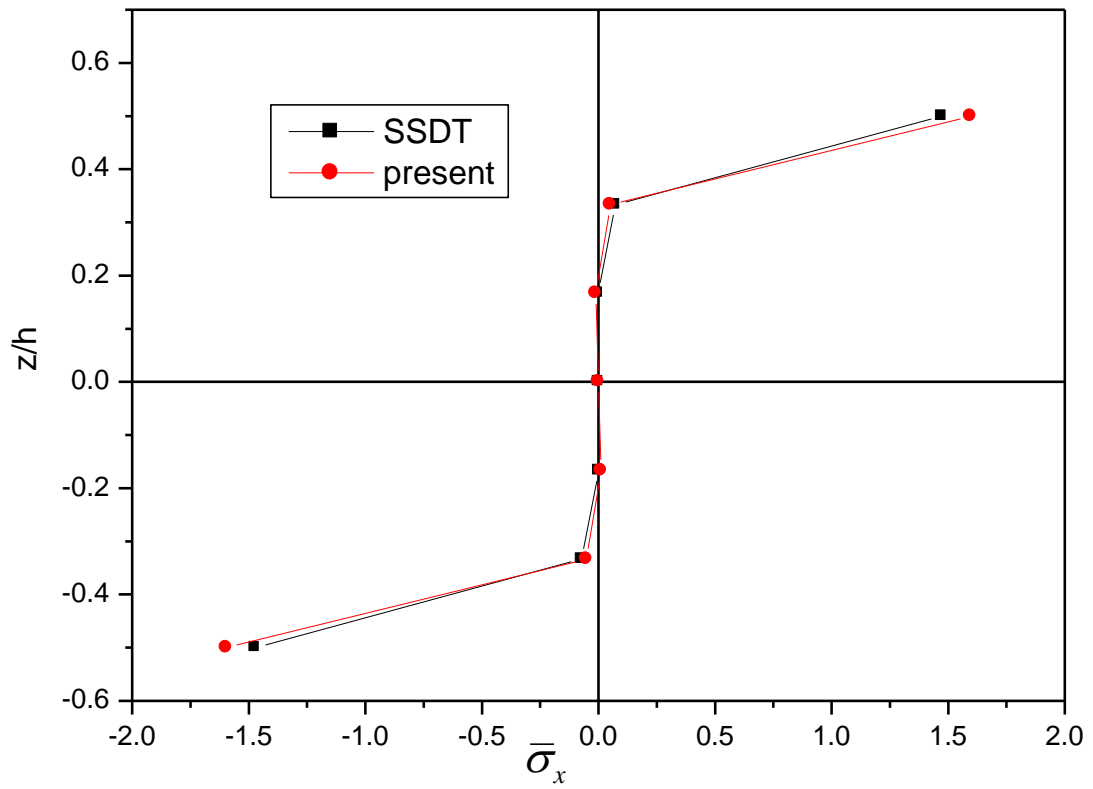
Tableau IV 3 : Déplacements et contraintes adimensionnelles des coques cylindriques composites stratifiées à trois couches ($0^\circ/90^\circ/0^\circ$) sous charge uniforme avec ($a=10h$)

R/a	Modale	\bar{W}	$\bar{\sigma}_x$	$\bar{\sigma}_y$	$\bar{\tau}_{xy}$	$\bar{\tau}_{xz}$	$\bar{\tau}_{yz}$
5	Sayyad et Ghugal (2020)	1.0757	0.8172	0.0463	0.0710	0.6186	0.3810
	Présente	1.0856	0.8222	0.0474	0.0712	0.6191	0.3820
10	Sayyad et Ghugal (2020)	1.0864	0.8311	0.0473	0.0654	0.6241	0.3847
	Présente	1.0860	0.8355	0.0476	0.0654	0.6241	0.3847
20	Sayyad et Ghugal (2020)	1.0891	0.8360	0.0477	0.0624	0.6254	0.3856
	Présente	1.0891	0.8360	0.0477	0.0624	0.6254	0.3856
50	Sayyad et Ghugal (2020)	1.0898	0.8383	0.0479	0.0606	0.6258	0.3858
	Présente	1.0899	0.8390	0.0479	0.0606	0.6258	0.3858
100	Sayyad et Ghugal (2020)	1.0899	0.8389	0.0482	0.0600	0.6259	0.3859
	Présente	1.0899	0.8389	0.0480	0.0603	0.6259	0.3859
∞ (Pla que)	Sayyad et Ghugal (2020)	1.0900	0.8395	0.0481	0.0593	0.6259	0.3859
	Présente	1.0901	0.8394	0.0481	0.0593	0.6259	0.3859

Les figures IV.1 montrent la variation du déplacement transversal, les distributions des contraintes normales dans le plan, les contraintes de cisaillement transverse à travers l'épaisseur pour une coque cylindrique symétrique ($0^\circ/90^\circ/0^\circ$)_s sous un chargement uniforme.

Dans le schéma de laminage symétrique, les contraintes normales maximales sont observées à l'extrême des fibres d'épaisseur et zéro au milieu du plan.





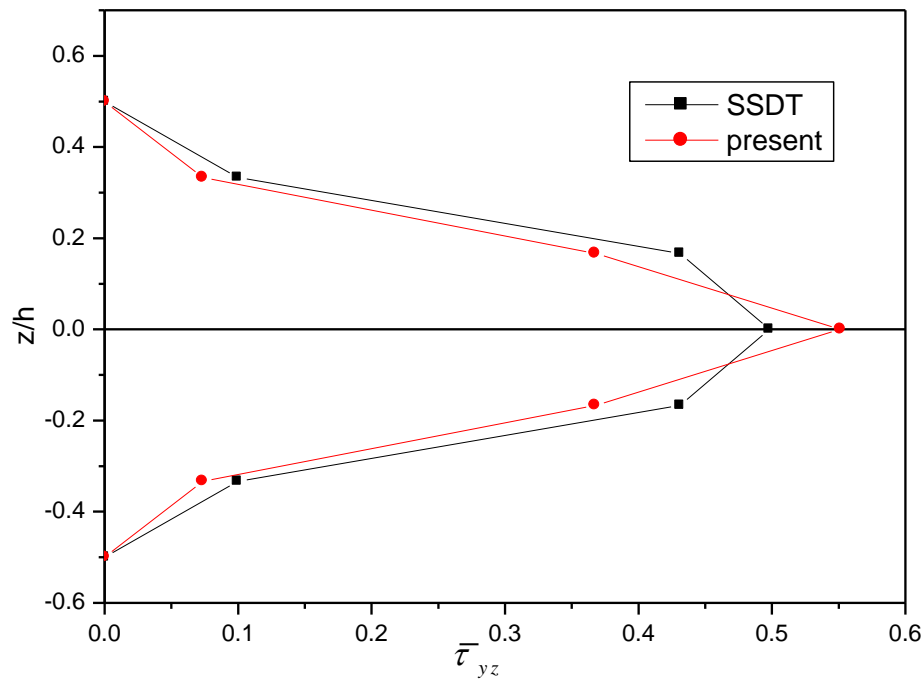
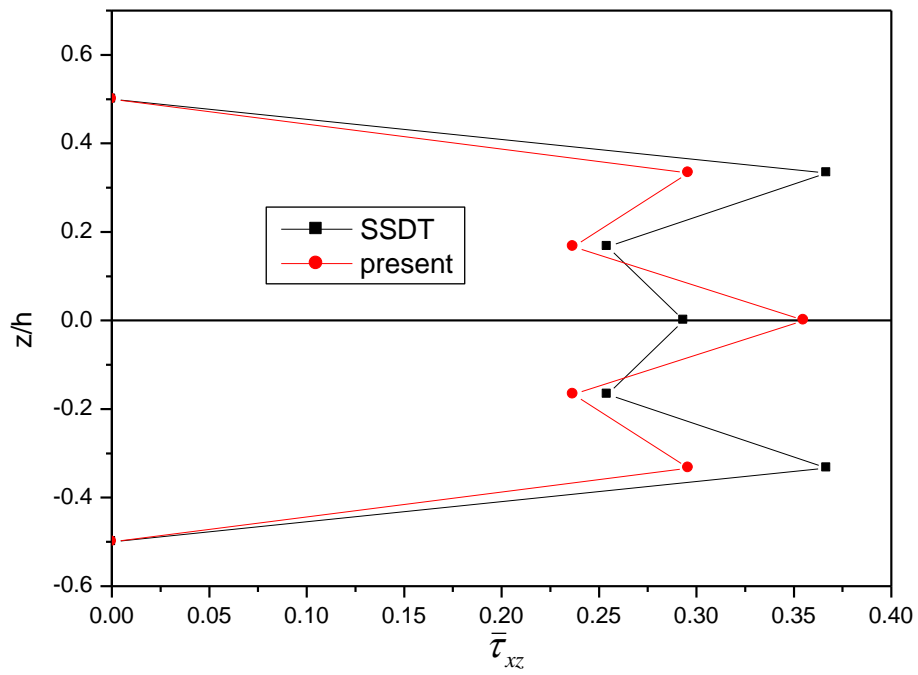
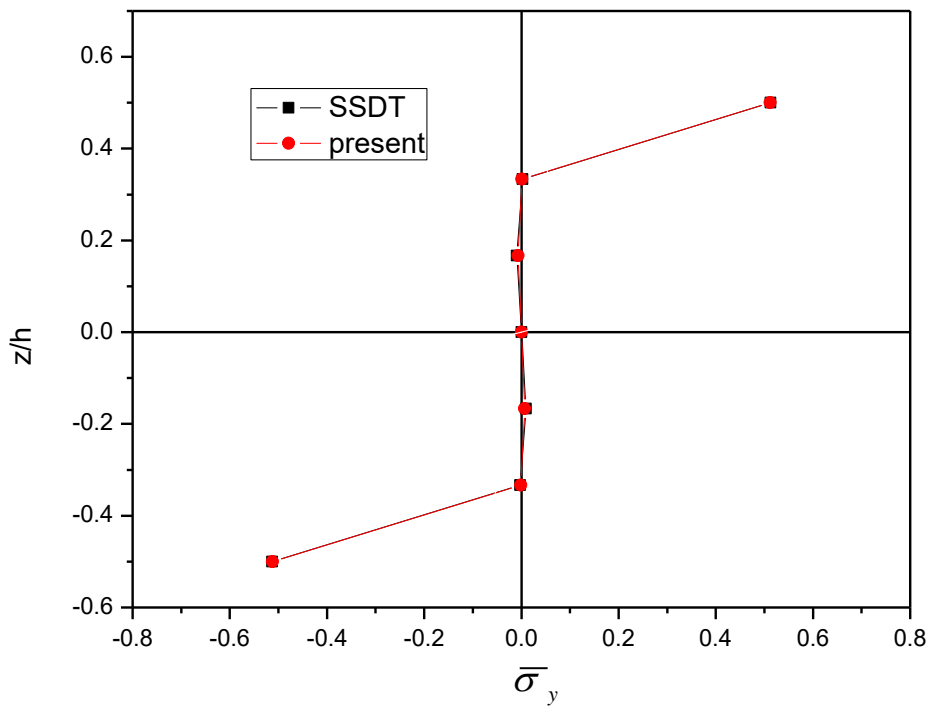
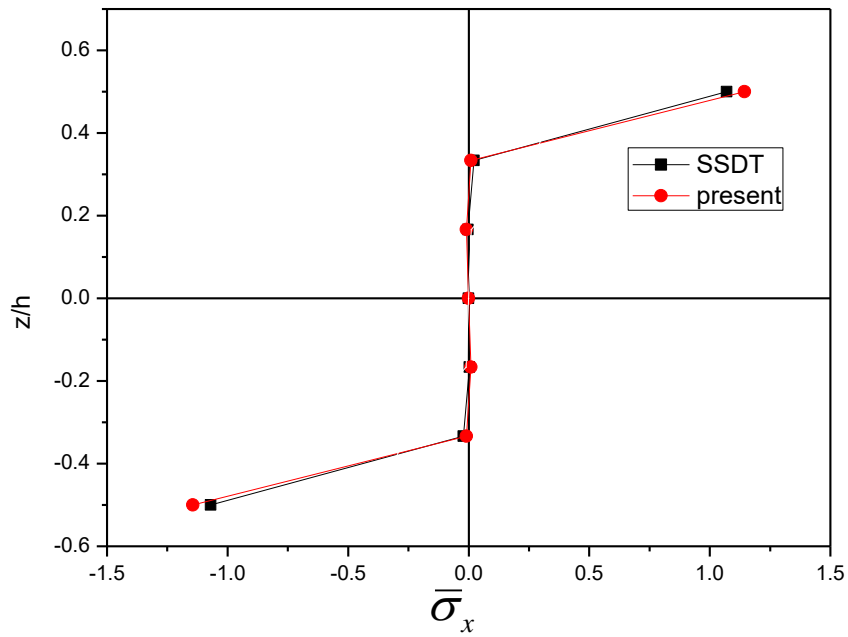


Figure IV.1. Distribution des contraintes $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{yz}$, $\bar{\tau}_{xz}$ and \bar{w} dans une coque carré symétrique $(0/90/0)_s$ avec $a/h = 2.5$ sous un chargement uniforme.



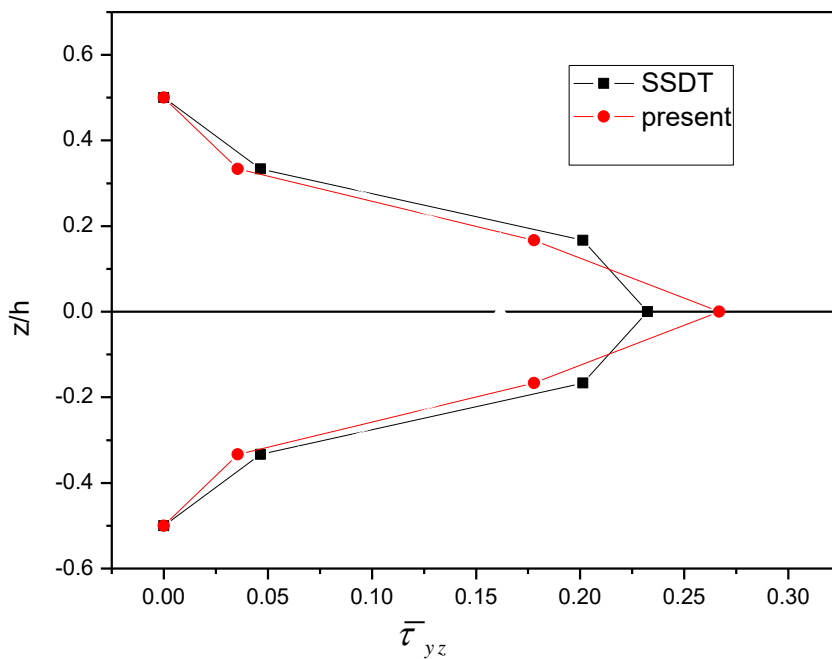
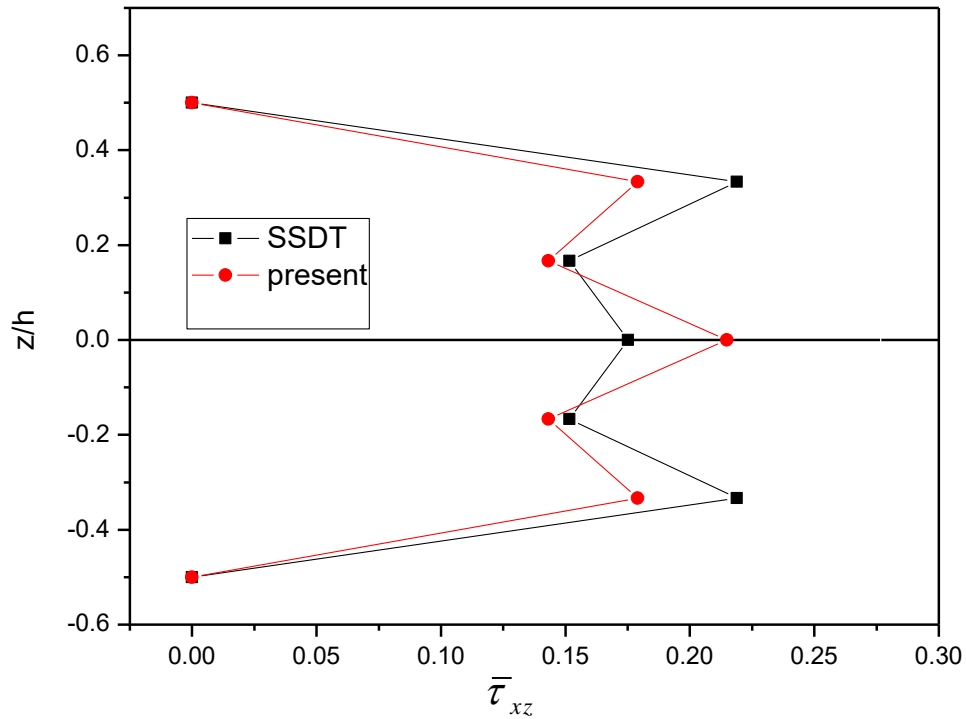


Figure IV.2. Distribution des contraintes $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{yz}$, $\bar{\tau}_{xz}$ and \bar{w} dans une coque symétrique laminée et carrée $[0/90]_s$ avec $a/h = 2.5$ sous un chargement sinusoïdale.

La variation des contraintes non dimensionnelles dans une coque symétrique carrée $[0/90]_s$ laminée avec $a/h = 2.5$ sous un chargement sinusoïdal est représentée dans la figure IV 2. Les résultats sont calculés en utilisant (SSDT : théorie sinusoïdale de déformation de cisaillement). As can be seen, the results of present theory are in good agreement with the SSDT.

IV .3.Conclusion :

Dans ce chapitre, une nouvelle théorie de déformation de cisaillement d'ordre supérieur à cinq variables est utilisée pour analyser les flèches et les contraintes d'une coque composite en utilisant divers modèles des théories de déformation en cisaillement d'ordre élevé.

Références Bibliographiques

- Kirchhoff 1850 Kirchhoff, G.R. (1850), “Über das gleichgewicht und die bewegung einer elastischen Scheibe”, *J. Reine. Angew. Math. (Crelle’s J)*, **40**, 51-88
- Mindlin 1951 Mindlin, R.D. (1951), “Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates”, *ASME J. Appl. Mech.*, **18**, 31-38.
- Sayyad et Ghugal 2015,2017a Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M. (2015), “On the free vibration analysis of laminated composite and sandwich plates: a review of recent literature with some numerical results”, *Compos. Struct.*, **129**, 177-201.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.04.007>.
Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M. (2017a), “Bending, buckling and free vibration of laminated composite and sandwich beams: A critical review of literature”, *Compos. Struct.*, **171**, 486-504.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.03.053>.
- Liew et al. 2011 Liew, K.M., Zhao, X. and Ferreira, A.J.M. (2011), “A review of meshless methods for laminated and functionally graded plates and shells”, *Compos. Struct.*, **93**, 2031-2041.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.02.018>.
- Qatu et Asadi 2012 Qatu, M.S., Asadi, E. and Wang, W. (2012), “Review of recent literature on static analyses of composite shells: 2000-2010”, *Open J. Compos. Mater.*, **2**, 61-86.
<https://doi.org/10.4236/ojcm.2012.23009>.

- Bhimaraddi 1984 Bhimaraddi, A. (1984), “A higher order theory for free vibration analysis of circular cylindrical shells”, *Int. J. Solid. Struct.*, **20**(7), 623-630. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(84\)90019-2](https://doi.org/10.1016/0020-7683(84)90019-2).
- Kant et Khare 1997 Kant, T. and Khare R.K. (1997), “A higher-order facet quadrilateral composite shell element”, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **40**, 4477-4499. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19971230\)40:24<4477::AIDNME229>3.0.CO;2-3](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19971230)40:24<4477::AIDNME229>3.0.CO;2-3).
- Khare et al. 2005 Khare, R.K., Rode, V., Garg, A.K. and John, S.P. (2005), “Higher-order closed-form solutions for thick laminated sandwich shells”, *J. Sandw. Struct. Mater.*, **7**, 335-358
- Reddy 1984a, b Reddy, J.N. (1984a), “A simple higher order theory for laminated composite plates”, *ASME J. Appl. Mech.*, **51**, 745-752. <https://doi.org/10.1115/1.3167719>.
Reddy, J.N. (1984b), “Exact solutions of moderately thick laminated shells”, *ASCE J. Eng. Mech.*, **110**(5), 794-809. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1984\)110:5\(794\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1984)110:5(794)).
- Ghumare et Sayyad 2019 Ghumare, S.M. and Sayyad, A.S. (2019), “Nonlinear hygro-thermo-mechanical analysis of functionally graded plates using a fifth-order plate theory”, *Arab. J. Sci. Eng.*, **44**, 8727-8745. <https://doi.org/10.1007/s13369-019-03894-8>.

- Naik et Sayyad 2019 Naik, N.S. and Sayyad, A.S. (2019), “An accurate computational model for thermal analysis of laminated composite and sandwich plates”, *J. Therm. Stress.*, **42**(5), 559-579.
<https://doi.org/10.1080/01495739.2018.1522986>.
- Levy 1877 Levy, M. (1877), “Memoire sur la theorie des plaques elastique planes”, *J. Math. Pure Appl.*, **30**, 219-306.
- Touratier 1991 Touratier, M. (1991), “An efficient standard plate theory”, *Int. J. Eng. Sci.*, **29**(8), 901-916.
[https://doi.org/10.1016/0020-7225\(91\)90165-Y](https://doi.org/10.1016/0020-7225(91)90165-Y).
- Ghugal et Sayyad 2013 Ghugal, Y.M. and Sayyad, A.S. (2013), “Stress analysis of thick laminated plates using trigonometric shear deformation theory”, *Int. J. Appl. Mech.*, **5**(1), 1-23.
<https://doi.org/10.1142/S1758825113500038>.
- Sayyad et Ghugal 2013,2014a, 2017b Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M. (2013), “Effect of stress concentration on laminated plates”, *Cambridge J Mech.*, **29**(2), 241-252.
<https://doi.org/10.1017/jmech.2012.131>.
Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M. (2014a), “A new shear and normal deformation theory for isotropic, transversely isotropic, laminated composite and sandwich plates”, *Int. J. Mech. Mater. Des.*, **10**(3), 247-267. <https://doi.org/10.1007/s10999-014-9244-3>.
Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M. (2014b), “Flexure of cross-ply laminated plates using equivalent single layer trigonometric shear deformation theory”, *Struct. Eng. Mech.*, **51**(5), 867-891.
<http://dx.doi.org/10.12989/sem.2014.51.5.867>.

- Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M. (2017b), "On the free vibration of angle-ply laminated composite and soft core sandwich plates", *J. Sandw. Struct. Mater.*, **19**(6), 679-711. <https://doi.org/10.1177/1099636216639000>.
- Mantari et al. 2012a Mantari, J.L., Oktem, A.S. and Soares, C.G. (2012a), "A new trigonometric shear deformation theory for isotropic, laminated composite and sandwich plates", *Int. J. Solid. Struct.*, **49**, 43-53.
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.09.008>
- Naves et al. 2012a Neves, A.M.A., Ferreira, A.J.M., Carrera, E., Roque, C.M.C., Cinefra, M., Jorge, R.M.N. and Soares, C.M.M. (2012a), "A quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates", *Compos. Part B*, **43**, 711-725.
<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2011.08.009>.
- Soldatos 1992 Soldatos, K.P. (1992), "A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates", *Acta Mech.*, **94**, 195-200.
<https://doi.org/10.1007/BF01176650>.
- Akavci 2010 Akavci, S.S. (2010), "Two new hyperbolic shear displacement models for orthotropic laminated composite plates", *Mech. Compos. Mater.*, **46**, 215-226.
<https://doi.org/10.1007/s11029-010-9140-3>.
- Naves et al. 2012b Neves, A.M.A., Ferreira, A.J.M., Carrera, E., Roque, C.M.C., Cinefra, M., Jorge, R.M.N. and Soares, C.M.M. (2012b), "A quasi-3D hyperbolic shear deformation theory for the static and free vibration analysis of functionally graded plates", *Compos. Struct.*, **94**, 1814-1825. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000665](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000665).

- Karama et al. 2009 Karama, M., Afaq, K.S. and Mistou, S. (2009), "A new theory for laminated composite plates", *Proc. IMechE Part L: J. Mater. Des. Appl.*, **223**, 53-62. <https://doi.org/10.1243/14644207JMDA189>.
- Aydogdu 2009 Aydogdu, M. (2009), "A new shear deformation theory for laminated composite plates", *Compos. Struct.*, **89**, 94-101. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.07.008>.
- Sayyad 2013 Sayyad, A.S. (2013), "Flexure of thick orthotropic plates by exponential shear deformation theory", *Lat. Am. J. Solid. Struct.*, **10**, 473-490. <http://dx.doi.org/10.1590/S1679-78252013000300002>
- Sayyad et Ghugal 2014c Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M. (2014c), "Buckling and free vibration analysis of orthotropic plates by using exponential shear deformation theory", *Lat. Am. J. Solid. Struct.*, **11**, 1298-1314. <http://dx.doi.org/10.1590/S1679-78252014000800001>.
- Thai et al. 2014 Thai, C.H., Kulasegaram, S., Tran, L.V. and Nguyen-Xuan, H. (2014), "Generalized shear deformation theory for functionally graded isotropic and sandwich plates based on isogeometric approach", *Comput. Struct.*, **141**, 94-112. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2014.04.003>.
- Soldatos et Timarci 1993 Soldatos, K.P. and Timarci, T. (1993), "A unified formulation of laminated composite shear deformable, fivedegrees-of-freedom cylindrical shell theories", *Compos. Struct.*, **25**, 165-171. [https://doi.org/10.1016/0263-8223\(93\)90162-J](https://doi.org/10.1016/0263-8223(93)90162-J).

- Timarci et Soldatos 1995 Timarci, T. and Soldatos, K.P. (1995), "Comparative dynamic studies for symmetric cross-ply circular cylindrical shells on the basis of a unified shear deformable shell theory", *J. Sound Vib.*, **187**(4), 609-624.
<https://doi.org/10.1006/jsvi.1995.0548>.
- Zenkour et Fares 2000 Zenkour, A.M. and Fares, M.E. (2000), "Thermal bending analysis of composite laminated cylindrical shells using a refined first-order theory", *J. Therm. Stress.*, **23**, 505-526.
<https://doi.org/10.1080/014957300403969>.
- Alibeigloo 2009 Alibeigloo, A. (2009), "Static and vibration analysis of axisymmetric angle-ply laminated cylindrical shell using state space differential quadrature method", *Int. J. Press. Ves. Pip.*, **86**, 738-747.
<https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2009.07.002>.
- Khdeir 2011 Khdeir, A.A. (2011), "Comparative dynamic and static studies for cross ply shells based on a deep thick shell theory", *Int. J. Veh. Noise Vib.*, **7**(3), 195-210.
<https://doi.org/10.1504/IJVNV.2011.043192>.
- Asadi et al. 2012 Asadi, E., Wang, W. and Qatu, M.S. (2012), "Static and vibration analyses of thick deep laminated cylindrical shells using 3D and various shear deformation theories", *Compos. Struct.*, **94**, 494-500.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.08.011>.
- Khalili et al. 2012 Khalili, S.M.R., Davar, A. and Fard, K.M. (2012), "Free vibration analysis of homogeneous isotropic circular cylindrical shells based on a new three-dimensional refined higher-order theory", *Int. J. Mech. Sci.*, **56**, 1-25. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2011.11.002>.
- Mantari et al. 2011,2012 Mantari, J.L., Oktem, A.S. and Soares, C.G. (2011), "Static and dynamic analysis of laminated composite and

- sandwich plates and shells by using a new higher-order shear deformation theory”, *Compos. Struct.*, **94**, 37-49. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.07.020>.
- Mantari, J.L. and Soares, C.G. (2012), “Analysis of isotropic and multilayered plates and shells by using a generalized higher-order shear deformation theory”, *Compos. Struct.*, **94**, 2640-2656. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.03.018>.
- Mantari et Soares 2012,2014 Mantari, J.L. and Soares, C.G. (2012), “Analysis of isotropic and multilayered plates and shells by using a generalized higher-order shear deformation theory”, *Compos. Struct.*, **94**, 2640-2656. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.03.018>.
- Mantari, J.L. and Soares, C.G. (2014), “Optimized sinusoidal higher order shear deformation theory for the analysis of functionally graded plates and shells”, *Compos. Part B*, **56**, 126-136. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.07.027>.
- Viola et al. 2013 Viola, E., Tornabene, F. and Fantuzzi, N. (2013), “Static analysis of completely doubly-curved laminated shells and panels using general higher-order shear deformation theories”, *Compos. Struct.*, **101**, 59-93. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.01.002>.
- Tornabène et al. 2012a, b Tornabene, F., Liverani, A. and Caligiana, G. (2012a), “Laminated composite rectangular and annular plates: A GDQ solution for static analysis with a posteriori shear and normal stress recovery”, *Compos. Part B*, **43**, 1847-1872. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.01.065>.

- Tornabene, F., Liverani, A. and Caligiana, G. (2012b), “Static analysis of laminated composite curved shells and panels of revolution with a posteriori shear and normal stress recovery using generalized differential quadrature method”, *Int. J. Mech. Sci.*, **61**, 71-87. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2012.05.007>.
- Tornabène et viola 2013 Tornabene, F. and Viola, E. (2013), “Static analysis of functionally graded doubly-curved shells and panels of revolution”, *Meccanica*, **48**, 901-930. <https://doi.org/10.1007/s11012-012-9643-1>.
- Tornabène et al. 2014 Tornabene, F., Fantuzzi, N., Viola, E. and Carrera, E. (2014), “Static analysis of doubly-curved anisotropic shells and panels using CUF approach, differential geometry and differential quadrature method”, *Compos. Struct.*, **107**, 675-697. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.08.038>.
- Tornabène et al. 2015a, b, c, 2016,2017 Tornabene, F., Fantuzzi, N. and Viola, E. (2015a), “Inter-laminar stress recovery procedure for doubly-curved, singly-curved, revolution shells with variable radii of curvature and plates using generalized higher-order theories and the local GDQ method”, *Mech. Adv. Mater. Struct.*, **23**(9), 1019-1045. <https://doi.org/10.1080/15376494.2015.1121521>.
- Tornabene, F., Fantuzzi, N., Viola, E. and Batra, R.C. (2015b), “Stress and strain recovery for functionally graded free-form and doubly-curved sandwich shells using higher-order equivalent single layer theory”, *Compos. Struct.*, **119**, 67-89. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.005>.
- Tornabene, F., Fantuzzi, N., Baccocchi, M. and Viola, E.

- (2015c), “Accurate inter-laminar recovery for plates and doubly-curved shells with variable radii of curvature using layer-wise theories”, *Compos. Struct.*, **124**, 368-393.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.12.062>.
- Tornabene, F., Fantuzzi, N. and Baccocchi, M. (2016), “On the mechanics of laminated doubly-curved shells subjected to point and line loads”, *Int. J. Eng. Sci.*, **109**, 115-164.
<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2016.09.001>.
- Tornabene, F., Fantuzzi, N., Baccocchi, M. and Reddy, J.N. (2017), “A posteriori stress and strain recovery procedure for the static analysis of laminated shells resting on nonlinear elastic foundation”, *Compos. Part B*, **126**, 162-191.
<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2017.06.012>.
- Carrera et Brischetto 2008,2009 et Carrera, E. and Brischetto, S. (2008), “Analysis of thickness locking in classical, refined and mixed theories for layered shells”, *Compos. Struct.*, **85**, 83-90.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.10.009>.
- Carrera, E. and Brischetto, S. (2009), “A comparison of various kinematic models for sandwich shell panels with soft core”, *J. Compos. Mater.*, **43**(20), 2201-2221.
<https://doi.org/10.1177/0021998309343716>.
- Carrera et al. 2011 Carrera, E., Crisafulli, D., Giunta, G. and Belouettar, S. (2011), “Evaluation of various through the thickness and curvature approximations in free vibration analysis of cylindrical composites shells”, *Int. J. Veh. Nois. Vib.*, **7**(3), 212-237.

- Carrera et al. 2013,2015 Carrera, E., Cinefra, M. and Fazzolari, F.A. (2013), "Some results on thermal stress of layered plates and shells by using unified formulation", *J. Therm. Stress.*, **36**(6), 589-625.
<https://doi.org/10.1080/01495739.2013.784122>.
Carrera, E., Cinefra, M., Lamberti, A. and Petrolo, M. (2015), "Results on best theories for metallic and laminated shells including layer-wise models", *Compos. Struct.*, **126**, 285-298.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.02.027>.
- Sayyad et Ghugal 2019 Sayyad, A.S. and Ghugal, Y.M. (2019), "Static and free vibration analysis of laminated composite and sandwich spherical shells using a generalized higher-order shell theory", *Compos. Struct.*, **219**, 129-146.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.03.054>.
- Benachour 2010 A., [Benachour, A., 2010]Analyse des contraintes d'interface dans les poutres renforcées par des plaques composites collées sous précontrainte". Thèse de Doctorat université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, Algérie. 2010.
- Mechab I., 2009 [Mechab, I., 2009]Etude des structures composites en utilisant les théories d'ordre élevé sous chargement thermomécanique". Thèse de Doctorat université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, Algérie. 2009.
- Draiche K., 2015 [Draiche, K., 2015]Contribution a l'analyse de la vibration des plaques composites comportant des patchs" . Thèse de Doctorat université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, Algérie. 2015.

- Beeby A.W., 1979 [Beeby, A.W., 1979]The prediction of crack widths in hardened concrete". [éd.] The structural Engineer. 1979, Vol. 57A, 1, pp. 9–17.
- Pierre P., 1998 [Piere, P., 1998]Etude du comportement mécanique des composites cimentaires armés de microfibres d'acier". Thèse de doctorat de l'Université Laval, Québec, Canada. 1998
- Beaudoin J.J., 1990 [Beaudoin, JJ., 1990]Handbook of fiber-reinforced concrete-principles, properties developments and applications". Noyes publication, U.S .A, p.. [éd.] U.S .A., Noyes publication. 1990, p. 332.
- Riad BENZAID, 2015 Riad BENZAID Habib Abdelhak MESBAH Nasreddine CHIKH, « Contribution à l'Étude des Matériaux Composites Dans le Renforcement et la Réparation Des Éléments Structuraux Linéaires en Béton ».
- Reddy 1984, 1985, 2004, 2000, [Reddy, JN., 1984a]"A simple higher-order theory for laminated composite plates", J ApplMech, 51, 745–752.
[Reddy, JN., 1984b]"A refined nonlinear theory of plates with transverse shear deformation", Int J Solids Struct, 20, 881–896.
[Reddy, JN, 1985]Reddy, JN, Liu, CF., "A higher-order shear deformation theory of laminated elastic shells", Int J EngSci, 23, 319–330.
[Reddy, JN., 2004]"Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis", 2nd ed. CRC Press.
[Reddy, JN, 2000]Analysis of functionally graded plated". International Journal for Numerical

Methods in Engineering. 2000, Vol. 47, pp. 663-384.

- Touratier 1991 [Touratier, M., 1991]“An efficient standard plate theory”, *Int J EngSci*, 29(8), 901–916.
- Xiang, S, Wang, K, Ai, Y, Sha, Y, Shi, H. (2009), “Analysis of isotropic, sandwich and laminated plates by a meshless method and various shear deformation theories”, *Compos Struct*, 91, 31–37.
- Karama 2003 [Karama, M, 2003]Karama, M, Afaq, KS, Mistou, S., “Mechanical behavior of laminated composite beam by the new multilayered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity”, *Int J Solid Struct*, 40(6), 1525–1546.
- Pagano 1970 Pagano, N.J. (1970), “Exact solutions for bidirectional composites and sandwich plates”, *J. Compos. Mater.*, **4**, 20-34.
- Tornabène et al. 2012 Tornabene, F., Liverani, A. and Caligiana, G. (2012a), “Laminated composite rectangular and annular plates:A GDQ solution for static analysis with a posteriori shear and normal stress recovery”, *Compos. Part B*, **43**, 1847-1872.
<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.01.065>.
- Tornabene, F., Liverani, A. and Caligiana, G. (2012b), “Static analysis of laminated composite curved shells and panels of revolution with a posteriori shear and normal stress recovery using generalized differential quadrature method”, *Int. J. Mech. Sci.*, **61**, 71-87.
<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2012.05.007>.