

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République algérienne démocratique et populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب  
Université -Ain-Temouchent- Belhadj Bouchaib  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de génie électrique



Projet de fin d'études  
Pour l'obtention du diplôme de Master en :  
Domaine : SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
Filière : Electrotechnique  
Spécialité : Commandes Electriques  
Thème

## **Régulateur Linéaire Quadratique de Vitesse de Moteur à Courant Continu**

**Présenté Par :**

- 1) Melle : Bouha khadidja Islem
- 2) Melle : Bouakka Samira

**Devant le jury composé de :**

Dr ZEGAI MOHAMED El AMINE	MCB	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Président
Mr AYACHE ZOUAOU	MAA	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Examineur
Dr. MENDAZ KHEIRA	M C A	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Encadrant

*Année universitaire 2020/2021*

# *Remerciement*

Tout d'abord, on remercie le bon dieu le tout puissant, de nous avoir donné la force, la patience et la volonté de réaliser ce travail dans de meilleures circonstances.

Le présent travail a été préparé sous la direction de Madame MENDAZ Kheira Maitre de conférences à l'université BELHADJ BOUCHAIBE de Ain Temouchent, qui nous a fait l'honneur de diriger ce travail. Nous tenons à lui exprimer notre profonde reconnaissance, nos vifs remerciements pour ses aides, ses conseils précieux, ses sacrifices ainsi que pour la confiance qu'elle nous a prodigué durant la réalisation de ce travail.

Nos vifs remerciements vont également aux membres de jury de soutenance, nous les remercions chaleureusement pour leur présence et pour avoir accepté d'examiner le présent mémoire.

Nous remercions aussi tous les enseignants et les responsables du Département du génie électrique et spécialement ceux de la spécialité « Electrotechnique : commande électrique » pour leurs aides et leurs encouragements.

Enfin, Nous voudrions associer à nos remerciements toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

# Dédicace

*Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très chers parents,*

*Je vous dois ce que je suis aujourd'hui grâce à votre amour, à votre patience et vos innombrables sacrifices.*

*Je souhaite que ce travail soit pour vous une petite compensation et reconnaissance envers ce que vous avez fait d'incroyable pour moi.*

*Que dieu, tout puissant, vous préserve et vous procure santé et longue vie afin que je puisse à mon tour vous combler.*

*A mes très chers frères : Islem Abou-Bakr et Abdelhamid, A mes très chers sœurs : Zahra et Asmaa, A mes très chers neveux et nièces : Sarah, Abdelrahmen, Razane, Amine, Djomana, Alaa et Marame, mes tantes, mes oncles, mes cousins, mes cousines et à mon très chère fiancé Hichem.*

*A mon binôme BOUHA Khadidja Islam avec qui j'ai passé de meilleurs moments qui restent de bons souvenirs pour toujours.*

*Aucune dédicace ne saurait exprimer assez profondément ce que je ressens envers vous. Je vous dirais tout simplement, un grand merci, je vous aime.*

**Samira**

## *Dédicace*

*C'est avec un grand plaisir que je dédie ce modeste  
mémoire*

*A mon dieu qui ma donnée puissant pour effectue ce  
travaille*

*A celle qui m'a donné la vie, le symbole de tendresse, qui  
s'est sacrifiée pour mon bonheur et ma réussite, à ma  
mère.*

*Amon père, école de mon enfance, qui a été mon ombre  
durant toutes mes années d'études, et qui a veillé tout au  
long de ma vie à m'encourager, à m'aider et à me  
protéger.*

*A mes sœurs, mon frère et ma binôme.*

*A tous mes chères amies dont j'ai passé d'agréables  
moments et qui m'ont donnés de l'aide lorsque je rencontre  
des anomalies durant tous les périodes.*

*Khadidja*

# *Liste des abréviations*

MCC : Machine à courant continu.

IGBT : Transistor bipolaire a porte isolée.

GTO : Thyristor a ouverture de porte.

PI : Proportionnelle intégrale.

LQR: Linéaire quadratique régulateur.

FTBO : Fonction de transfert en boucle ouvert

FTBF : Fonction de transfert en boucle fermée

---

# ***NOMENCLATURE***

$U(t)$ : Tension appliquée au moteur.

$I(t)$ : Intensité traversant le moteur.

$C_e (T_e)$ : couple électromagnétique.

$f=B$ : Coefficient de frottement visqueux.

$K_m$ : Constante de couple électromagnétique.

$K_e$ : Constante de Force contre électromotrice.

$E(t)$  : Force contre électromotrice.

$\Omega (t)$ : Vitesse de rotation du rotor.

$C_r$ : Couple résistant.

$\alpha$ : rapport cyclique.

$\varphi$ : le flux magnétique

$J$ : Moment d'inertie de l'axe du rotor.

$F$  : force de Laplace.

$K_p$ : Gain d'action proportionnelle.

$K_i$ : Gain d'action intégrale.

---

$\omega$  : pulsation rotorique.

Q, R: matrice de pondération.

S : matrice de solution de Riccati.

K : gain de régulateur linéaire quadratique.

## LISTE DE FIGURE

### CHAPITRE I : Description et modélisation de la machine à courant continu associer avec un hacheur série

Figure I. 1: moteur à courant continue.....	3
Figure I. 2 schéma d'inducteur .....	4
Figure I. 3 schéma d'induit .....	4
Figure I. 4 Schéma de balais et collecteur .....	5
Figure I. 5 schéma d'un moteur a courant continue.....	6
Figure I. 6 schéma d'une machine à courant continue sous Matlab .....	7
Figure I. 7 résultat de simulation vitesse, couple et courant de MCC en application de charge .....	8
Figure I. 8 Schéma électrique hacheur série .....	9
Figure I. 9 schéma électrique d'un hacheur en état K bloqué .....	9
Figure I. 10 schéma électrique d'un hacheur en état K ouvert .....	10
Figure I. 11 Allure de courant inductif pour un hacheur Buck .....	11
Figure I. 12 Forme d'onde de tension dans un convertisseur Buck .....	12
Figure I. 13 Model d'un hacheur série sous Matlab .....	12
Figure I. 14 Association MCC avec hacheur série .....	14
Figure I. 15 Résultat de simulation vitesse, couple et courant d'une association MCC et hacheur en application de charge .....	14

### CHAPITRE II : régulation Proportionnel Intégrale de vitesse de MCC

Figure II. 1 Schéma bloc d'un régulateur .....	16
Figure II. 2 Schéma bloc d'un régulateur de vitesse.....	17
Figure II. 3 Schéma bloc d'un régulateur de vitesse par PI.....	19
Figure II. 4 Schéma bloc de régulation PI de vitesse avec simplification de fonction de transfère de MCC.....	21
Figure II. 5 Schéma bloc d'une régulation de vitesse après compensation.....	22
Figure II. 6 Régulateur PI de vitesse de MCC associe d'un hacheur série.....	22
Figure II. 7 Résultat de vitesse, couple électromagnétique et courant pour Kp variable et Ki constant.....	23
Figure II. 8 Résultat de vitesse, couple magnétique et courant pour Kp constant et Ki variable.....	24

### CHAPITRE III : Régulateur Linéaire Quadratique De La Machine A Courant Continue

Figure III. 1 Représentation d'état de système en boucle ouvert. ....	29
Figure III. 2 système de contrôle en terme x et u. ....	32
Figure III. 3 Régulateur LQR de MCC associe d'un hacheur série .....	39
Figure III. 4 Régulateur LQR.....	39
Figure III. 5 Résultat de vitesse, couple électromagnétique et courant donné pa régulateur LQR.....	40
Figure III. 6 Résultat de vitesse, couple électromagnétique et courant pour incorrect choix de matrice de pondération .....	42

# Sommaire

## INTRODUCTION GENERALE

### CHAPITRE I : DESCRIPTION ET MODELISATION DE LA MACHINE A COURANT CONTINU ASSOCIEE AVEC UN HACHEUR SERIE

<b>I.1</b>	<b>INTRODUCTION :</b> .....	<b>3</b>
<b>I.2</b>	<b>DEFINITION:</b> .....	<b>3</b>
<b>I.3</b>	<b>CONSTITUTION:</b> .....	<b>3</b>
I.3.1	L'inducteur : .....	4
I.3.2	Le rotor (l'induit):.....	4
I.3.3	Le collecteur et les balais: .....	4
<b>I.4</b>	<b>PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT :</b> .....	<b>5</b>
<b>I.5</b>	<b>LES DIFFERENTS TYPES DE MOTEURS :</b> .....	<b>5</b>
I.5.1	Les moteurs à inducteur à aimant permanent : .....	5
I.5.2	Les moteurs à inducteur bobiné:.....	6
<b>I.6</b>	<b>MODELE MATHEMATIQUE D'UN MCC :</b> .....	<b>6</b>
I.6.1	Les equations électriques et mécaniques de MCC .....	6
I.6.1.1	Equation électrique.....	6
I.6.1.2	Equation mécanique .....	6
<b>I.7</b>	<b>RESULTAT DE SIMULATION</b> .....	<b>7</b>
<b>I.8</b>	<b>ASSOCIATION MACHINE COURANT CONTINUE – HACHEUR</b> .....	<b>8</b>
I.8.1	Les convertisseurs continue-continue:.....	8
I.8.2	Hacheur série (abaisseur de tension): .....	9
<b>I.9</b>	<b>Association MCC et hacheur série</b> .....	<b>12</b>
<b>I.10</b>	<b>RESULTAT DE SIMULATION</b> .....	<b>13</b>
<b>I.11</b>	<b>CONCLUSION</b> .....	<b>14</b>

## CHAPITRE II : REGULATION PROPORTIONNEL INTEGRALE DE VITESSE DE MCC

<b>II.1</b>	<b>INTRODUCTION :</b> .....	<b>16</b>
<b>II.2</b>	<b>PRINCIPE DE REGULATION :</b> .....	<b>16</b>
<b>II.3</b>	<b>EFFET DE CORRECTEUR PI :</b> .....	<b>17</b>
<b>II.4</b>	<b>REGULATEUR PI DE VITESSE:</b> .....	<b>17</b>
II.4.1	Application de la régulation PI de vitesse à la MCC .....	18
II.4.1.1	Fonction de transfert du moteur : .....	18
<b>II.5</b>	<b>RESULTAT DE SIMULATION ET INTERPRETATION</b> .....	<b>22</b>
<b>II.6</b>	<b>CONCLUSION :</b> .....	<b>25</b>

## CHAPITRE III : REGULATEUR LINEAIRE QUADRATIQUE DE LA MACHINE A

## **COURANT CONTINUE**

<b>III.1 INTRODUCTION :</b> .....	<b>28</b>
<b>III.2 LA COMMANDE OPTIMALE :</b> .....	<b>28</b>
III.2.1 minimisation de l'energie de controle : .....	29
III.2.2 minimisation de l'erreur du vecteur d'etat.....	30
III.2.3 minimisation de l'erreur en regime permanent du vecteur d'etat : .....	30
<b>III.3 COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE :</b> .....	<b>31</b>
<b>III.4 PRESENTATION DE LA METHODE LQR :</b> .....	<b>31</b>
<b>III.5 PRINCIPE DE LQR :</b> .....	<b>32</b>
III.5.1 commande lineaire quadratique a horizon fini :.....	32
III.5.2 Commande LQ à Horizon infini : .....	35
<b>III.6 CHOIX DES MATRICES DE PONDERATION :</b> .....	<b>35</b>
III.7 application de regulateur lineaire quadratique du mcc :.....	35
III.7.1 les equations d'etat utilise dans le regulateur LQR.....	37
III.7.2 calcule le gain de regulateur LQR .....	38
<b>III.8 RESULTAT DE SIMULATION :</b> .....	<b>39</b>
<b>III.9 CONCLUSION.....</b>	<b>43</b>

## **CONCLUSION GENERALE**

# Introduction Générale

# Introduction Générale

Actuellement, la machine à courant continu est la base de fonctionnement des différents appareils utilisés quotidiennement (ascenseur, peseuse et tramway, ... etc.) grâce à sa simplicité de travail et sa souplesse malgré sa limitation en puissance et son coût plus élevé. Pour cela, on s'intéresse à la régulation de sa vitesse pour obtenir une réponse avec une dynamique plus performante. On trouve des asservissements de vitesse à base de moteurs à courant continu dans la quasi-totalité des industries. Les MCC doivent leur utilisation dans les asservissements de vitesse aux performances dynamiques élevées qu'ils offrent ainsi qu'à la précision et à la simplicité de la commande. Le moteur à courant continu est très utilisé dans la chaîne d'automatisme et robotique, il présente des avantages importants dans les systèmes de commande, en raison de sa très grande souplesse pour l'asservissement de vitesse et de position. La commande des machines électriques utilise des convertisseurs statiques. Cette commande nécessite l'association d'une machine dont le fonctionnement est à une vitesse variable, à un convertisseur statique (hacheur). La conversion DC/DC consiste à générer une tension ou un courant continu à partir d'une source d'alimentation également continue. Le besoin de ce type de conversion est très important dans la plupart des applications électriques et notamment dans l'alimentation de circuits électroniques.

Notre travail se compose de trois chapitres :

- ❖ **premier chapitre** : nous présenterons des généralités sur le moteur à courant continu, préciser sa construction, son principe de fonctionnement ensuite ses différents types et sa modélisation, après on va passer à la modélisation et simulation de l'association d'une MCC avec un hacheur série.
- ❖ **deuxième chapitre** : on va destiner intégralement à l'étude du régulateur PI. On s'intéresse beaucoup plus à l'application de la régulation PI de vitesse de la MCC ou nous avons présenté les étapes de calcul pour les deux actions proportionnel et intégrale de régulateur PI puis en passe à présenté la simulation de vitesse du MCC par PI sous l'environnement MATLAB/SIMULINK.
- ❖ **troisième chapitre** : nous définissons la commande optimale linéaire quadratique, sa performance et ses différentes caractéristiques, ensuite en passer à la notion de la commande par la présentation de régulateurs LQR, Ce chapitre termine par une étude comparative entre la régulation classique et récente (PI, LQR) qui est illustré par des

## Introduction Générale

---

résultats de simulation montre la performance de régulateur LQR par rapport au régulateur PI.

❖ Enfin, nous terminerons ce présent travail par une conclusion générale résumant les différents résultats obtenus.

CHAPITRE I  
Description et  
modélisation de la  
machine à courant  
continu associer  
avec un hacheur  
série

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

## I.1 INTRODUCTION :

L'évolution des technologies conduit à utiliser des machines nécessitant des vitesses de rotation précises et variables pour l'entraînement d'engins industriels, systèmes robotique...etc. Dans notre étude, on s'intéresse aux moteurs à courant continu, car ils offrent une introduction facile au fonctionnement de ses homologues, en donnant des repères clairs. Les moteurs à courant continu ont pendant longtemps été les seuls aptes à la vitesse variable à large bande passante, comme dans le domaine robotique. Ils ont donc fait l'objet de nombreuses améliorations, et beaucoup de produits commercialisés aujourd'hui. [1]

## I.2 DEFINITION:

Les machines à courant continu sont des convertisseurs électromécaniques d'énergie totalement réversible.

- ❖ Soit ils convertissent l'énergie électrique absorbée en énergie mécanique lorsqu'ils sont capables de fournir une puissance mécanique suffisante pour démarrer puis entraîner une charge en mouvement. On dit alors qu'ils ont un fonctionnement en moteur.
- ❖ Soit ils convertissent l'énergie mécanique reçue en énergie électrique lorsqu'ils subissent l'action d'une charge entraînée. On dit alors qu'ils ont un fonctionnement en génératrice. La figure (I-1) présente la MCC. [2]

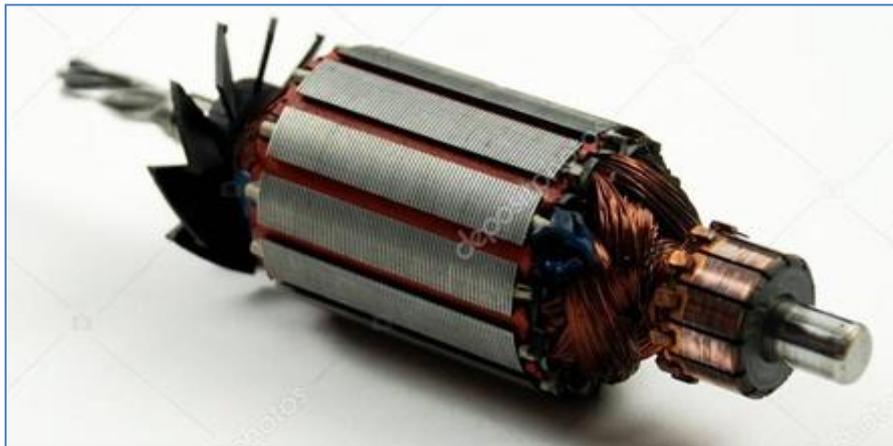


Figure I. 1: moteur à courant continu

## I.3 CONSTITUTION:

La machine à courant continu est constituée de trois parties principales :

- 1 - l'inducteur
- 2 - l'induit.
- 3 - le dispositif collecteur / balais. [2]

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

## I.3.1 L'inducteur :

L'inducteur est la partie fixe du moteur. Il est constitué d'un aimant permanent ou d'un électroaimant alimenté par le courant continu d'excitation. La figure (I-2) présente l'inducteur de la MCC. [2]

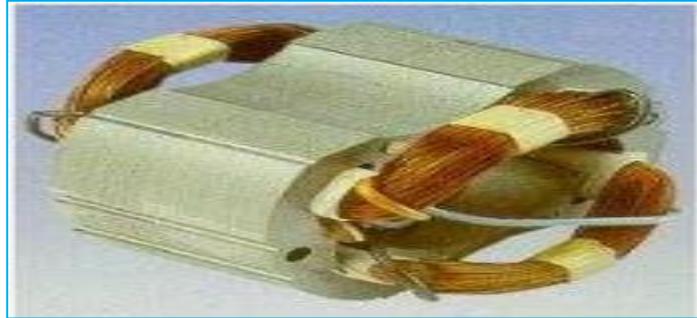


Figure I. 2 schéma d'inducteur

## I.3.2 Le rotor (l'induit):

C'est la partie mobile de la machine, porte les conducteurs soumis au flux magnétique de l'inducteur. Il est constitué de tôles en fer au silicium isolées entre elles pour limiter les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault. Le fer de l'induit comporte des encoches à la périphérie, et dans ces encoches qu'est logé le bobinage de l'induit parcouru par un courant continu. Le bobinage de l'induit est formé de sections. Une section est un groupe de spires isolées entre elles. Les extrémités du bobinage de l'induit sont reliées au collecteur. [3] La figure (I-3) présente l'induit de la MCC.

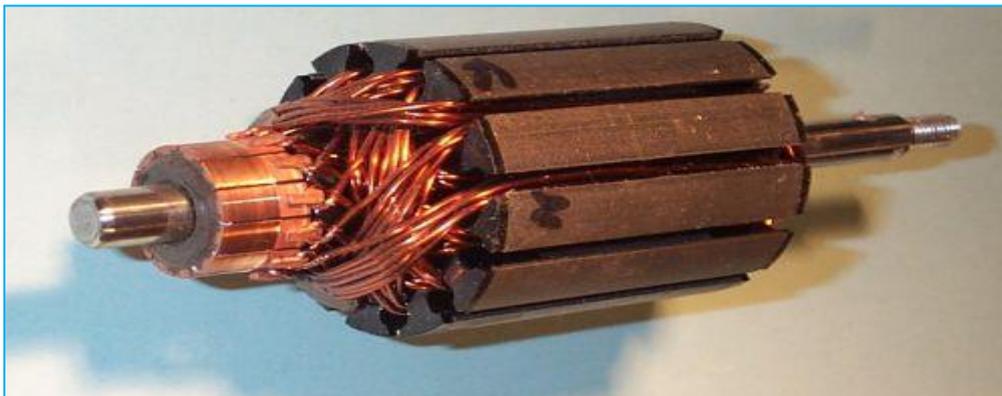


Figure I. 3 schéma d'induit

## I.3.3 Le collecteur et les balais:

Le collecteur est un ensemble de lames de cuivre où sont reliées les extrémités du bobinage de l'induit. [4] Les balais (ou charbons) sont situés au stator et frottent sur le collecteur en rotation. La figure (I-4) présente de balais et collecteur de la MCC.

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

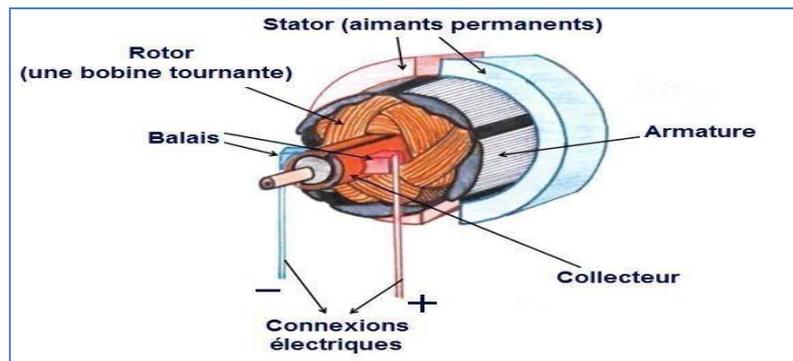


Figure I. 4 Schéma de balais et collecteur

## I.4 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT :

Le fonctionnement du moteur à courant continu est basé sur le principe des forces de Laplace: Un conducteur de longueur (L), placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant, est soumis à une force électromagnétique.

Le champ créé par l'inducteur agit sur les conducteurs de l'induit : Chacun des (N) conducteurs de longueurs (L) placé dans le champ (B) et parcouru par un courant (I) est le siège d'une force électromagnétique perpendiculaire au conducteur:

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \sin \alpha \quad (I-1)$$

Ces forces de Laplace exercent un couple proportionnel à l'intensité (I) et au flux ( $\Phi$ ) sur le rotor. Le moteur se met à tourner à une vitesse proportionnelle à la tension d'alimentation (V) et, inversement proportionnelle au flux ( $\Phi$ ).

Au passage de tout conducteur de l'induit sur la ligne neutre, le courant qui le traverse change de sens grâce au collecteur. Le moteur conserve le même sens de rotation. Pour inverser le sens de rotation du moteur, il convient d'inverser le sens du champ produit par l'inducteur par rapport au sens du courant circulant dans l'induit:

- Soit on inverse la polarité de la tension d'alimentation de l'induit.
- Soit on inverse la polarité d'alimentation du circuit d'excitation. [5]

## I.5 LES DIFFERENTS TYPES DE MOTEURS :

On distingue deux types de moteurs à courant continu :

### I.5.1 Les moteurs à inducteur à aimant permanent :

Il n'y a pas de circuit inducteur, le flux inducteur est produit par un aimant permanent. Tous les moteurs à courant continu de faible puissance et les micromoteurs sont des moteurs à aimant permanent. Ils représentent maintenant la majorité des moteurs à courant continu. Ils sont très simples d'utilisation. [6]

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

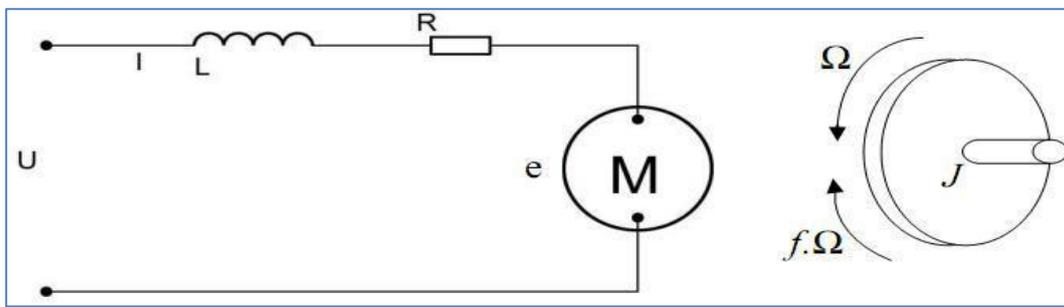
## I.5.2 Les moteurs à inducteur bobiné:

Il existe quatre types différents de moteurs électriques qui sont classés en fonction du type d'excitation qui est employé, qui sont :

- Le moteur à excitation shunt.
- Le moteur à excitation série.
- Le moteur à excitation composée.
- Le moteur à excitation séparée. [7]

## I.6 MODELE MATHEMATIQUE D'UN MCC :

La partie électrique du moteur peut-être simplifiée au schéma suivant présenté par la figure (I-5) :



**Figure I. 5 schéma d'un moteur a courant continue**

Un moteur électrique à courant continu est régi par les équations physiques découlant de ses caractéristiques électrique, mécanique et magnétiques.

D'après la loi de Newton, combinée à des lois de Kirchhoff, on peut écrire les équations différentielles de premiers ordres suivantes :

### I.6.1 Les équations électriques et mécaniques de MCC

#### I.6.1.1 Equation électrique

$$U(t) = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + E(t) \quad (I-2)$$

$$E = K' \varphi \Omega \quad (I-3)$$

#### I.6.1.2 Equation mécanique

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_e - C_r - f \Omega \quad (I-4)$$

$$C_e = K_m I(t) \quad (I-5)$$

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| U(t) : Tension appliquée au moteur    | C <sub>e</sub> : couple moteur généré |
| E(t) : Force contre électromotrice    | f : Coefficient de frottement         |
| I(t) : Intensité traversant le moteur | K : Constant de couple                |
| C <sub>r</sub> : Couple résistant     | J : Moment d'inertie                  |

La figure (I-6) présente le schéma block de MCC sous l'environnement Matlab Simulink.

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

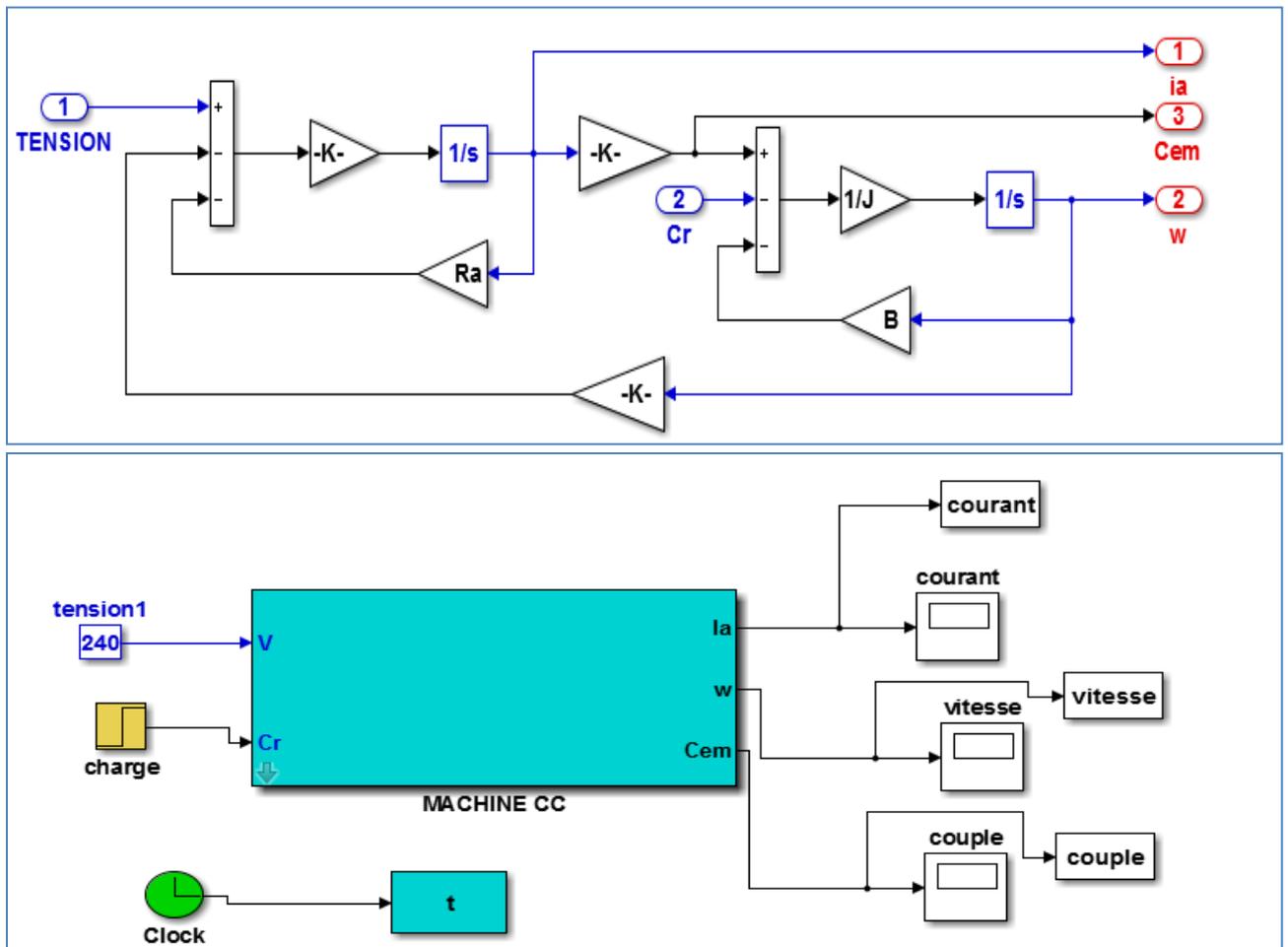
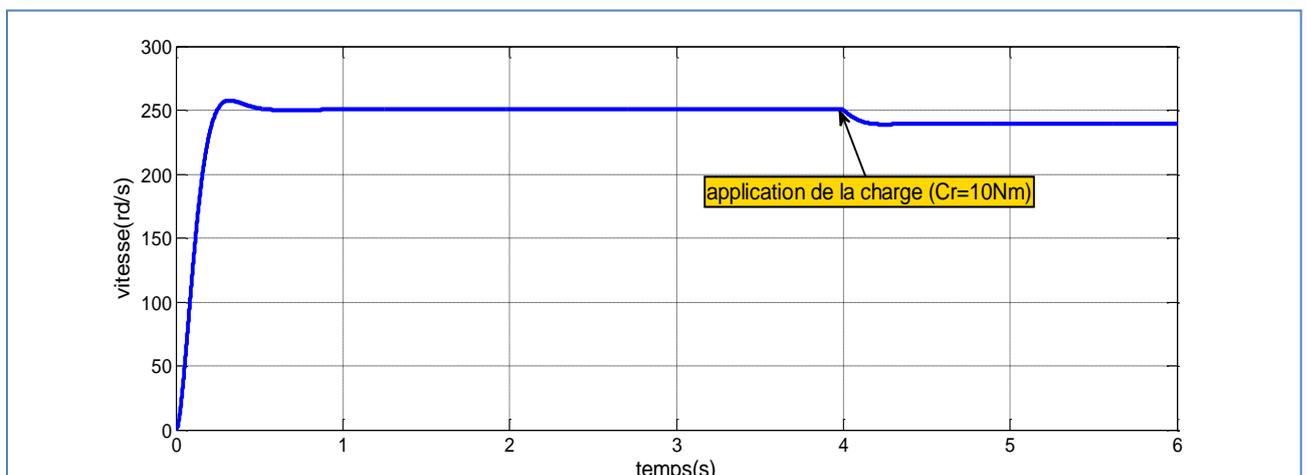


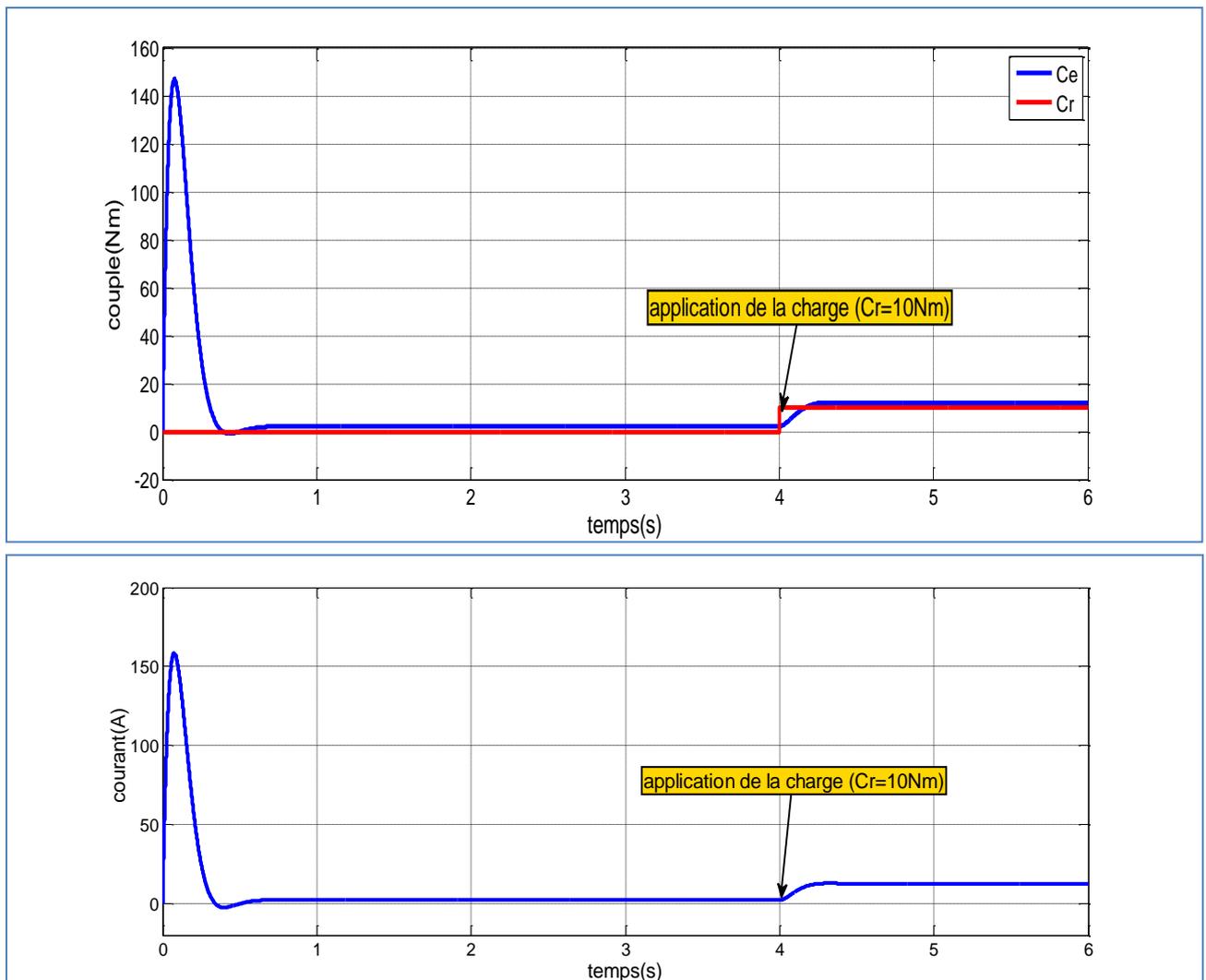
Figure I. 6 schéma d'une machine à courant continue sous Matlab

## I.7 RESULTAT DE SIMULATION

La Figure(I.7) présente les résultats de la MCC son association d'un hacheur et avec un application d'une charge.



# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série



**Figure I. 7** résultat de simulation vitesse, couple et courant de MCC en application de charge

D'après les résultats de simulation de MCC en application de charge ( $C_r=10 \text{ Nm}$ ) présenté par la figure (I-7), on peut remarquer un dépassement sur la réponse de vitesse et à l'instant de l'application de la charge à  $t=4\text{s}$  on observe une diminution de la vitesse. La réponse de couple c'est l'image de courant par ce que nous avons  $C_e=K.I$  (couple dépend de courant). Pendant l'application de la charge le couple électromagnétique prend la valeur de charge.

## I.8 ASSOCIATION MACHINE COURANT CONTINU – HACHEUR

### I.8.1 Les convertisseurs continue-continue:

Le hacheur est un dispositif permettant d'obtenir une tension continue de valeur moyenne réglable à partir d'une source de tension continue fixe (batterie d'accumulateurs ou bien pont redresseur - alimenté par le réseau de distribution). [8]

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

Un hacheur peut être réalisé à l'aide des interrupteurs électroniques commandables à la fermeture et à l'ouverture telle que les transistors bipolaires ou IGBT ou les thyristors GTO [5] [8]

## I.8.2 Hacheur série (abaisseur de tension):

Pour faire varier la vitesse de rotation d'un moteur à courant continu, il faut faire varier la valeur de sa tension d'alimentation. Une solution pour réaliser cela consiste à alimenter le moteur par l'intermédiaire d'un hacheur série, puisqu'il permet la variation de la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge, la figure (I-8) présente schéma d'un hacheur série.

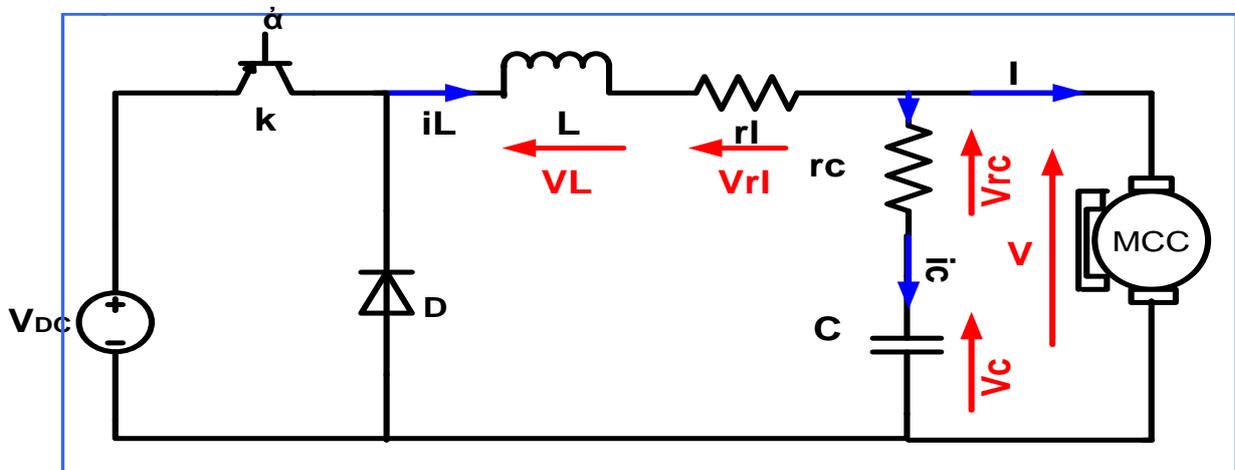


Figure I. 8 Schéma électrique hacheur série

❖  $0 < t < \alpha T$

Avec :  $\left\{ \begin{array}{l} K : \text{bloqué (passant)} \\ D : \text{ouvert} \end{array} \right.$

La figure (I-9) présente l'état K passant et D ouvert.

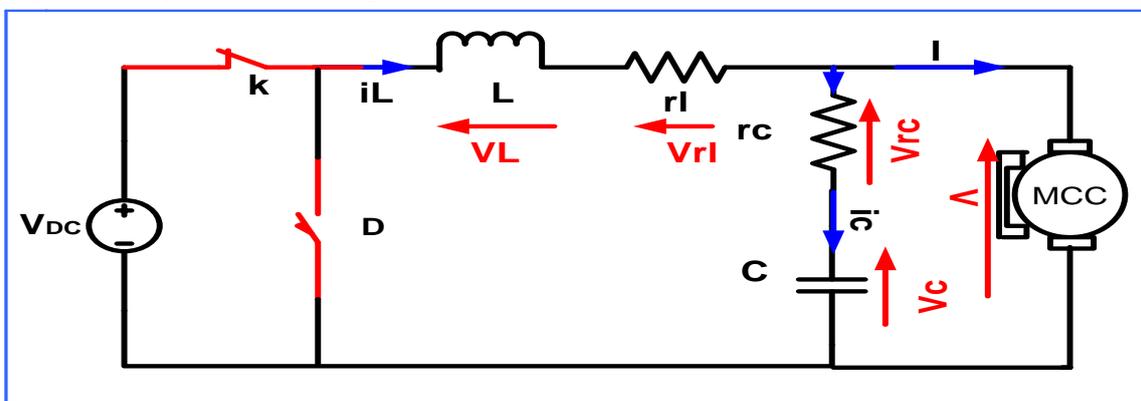


Figure I. 9 schéma électrique d'un hacheur en état K bloqué

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

❖ **Lois de mail**

$$V_{DC} - V_{rl} - V_L - V = 0 \quad (I-6)$$

$$V_{DC} - V = V_{rl} + V_L \quad (I-7)$$

$$V_L = V_{DC} - V_{rl} - V \quad (I-8)$$

$$V_{rc} + V_C - V = 0 \quad (I-9)$$

$$V_{rc} + V_C = V \quad (I-10)$$

❖ **Lois des nœuds:**

$$I_L(t) = I_C(t) - I(t) \quad (I-11)$$

$$I_C(t) = I_L(t) + I(t) \quad (I-12)$$

$$L \frac{dI_L(t)}{dt} = -V + V_{DC} - V_{rl} \quad (I-13)$$

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{-V + V_{DC} - V_{rl}}{L} \quad (I-14)$$

$$I_L(t) = \int_0^{\alpha T} \frac{-V + V_{DC} - V_{rl}}{L} dt \quad (I-15)$$

$$I_L(t) = \frac{1}{L} [(-V + V_{DC} - V_{rl})t]_0^{\alpha T} \quad (I-16)$$

$$I_L(t) = \frac{1}{L} [\alpha T (-V + V_{DC} - V_{rl})] \quad (I-17)$$

❖  $\alpha T < t < T$

Avec :  $\begin{cases} K : \text{ouvert} \\ D : \text{bloqué (passant)} \end{cases}$

La figure (I-10) présente l'état K ouvert et D passant.

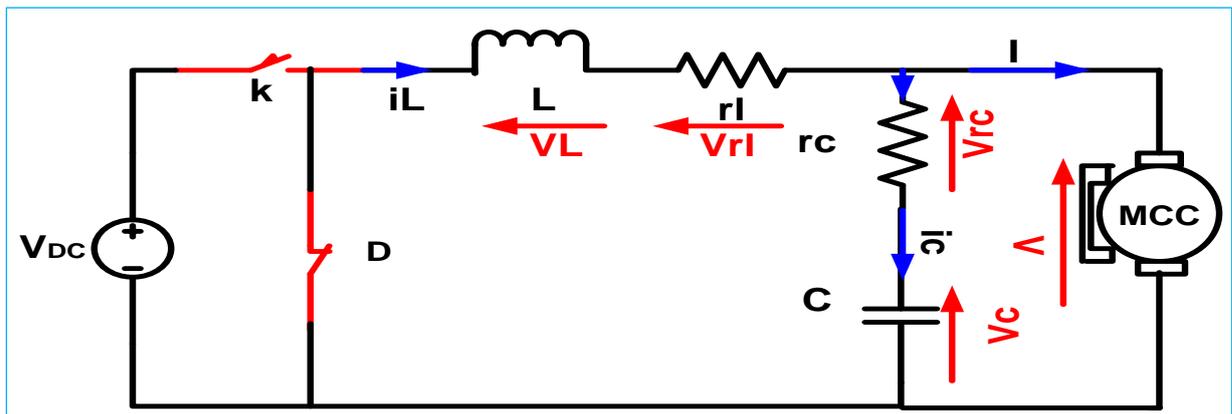


Figure I. 10 schéma électrique d'un hacheur en état K ouvert

❖ **Lois de mail**

$$-V_{rl} - V_L - V_{rc} - V_C = 0 \quad (I-18)$$

$$-V_{rl} - V_L = V_{rc} + V_C \quad (I-19)$$

$$-V_r - V_L - V = 0 \quad (I-20)$$

## CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associer avec un hacheur série

$$V_L = V - V_{rl} \quad (I-21)$$

$$V_{rc} + V_C = V \quad (I-22)$$

En remplace (I-22) dans (I-19):

$$-V_{rl} - V_L = V \quad (I-23)$$

$$V_{rl} + V_L = -V \quad (I-24)$$

$$V_L = -V - V_{rl} \quad (I-25)$$

### ❖ Lois de nœuds

$$I_L(t) = I_C(t) + I(t) \quad (I-26)$$

$$L \frac{dI_L(t)}{dt} = -V - V_{rl} \quad (I-27)$$

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{-V - V_{rl}}{L} \quad (I-28)$$

$$I_L(t) = \int_{\alpha T}^T \left( \frac{-V - V_{rl}}{L} \right) dt \quad (I-29)$$

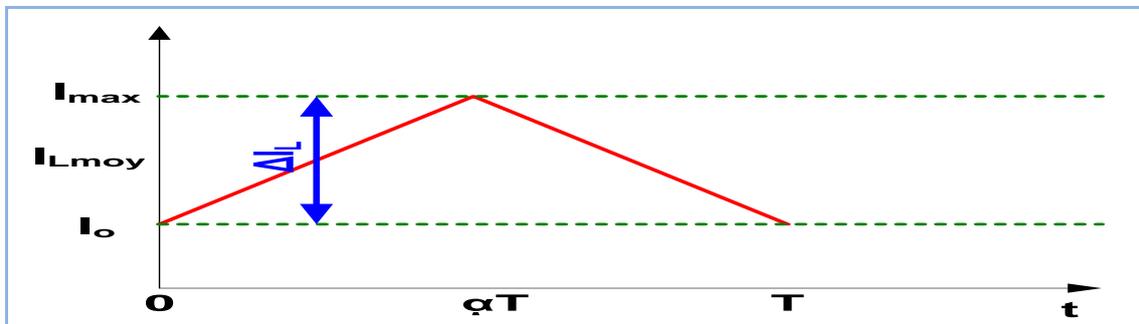
$$I_L(t) = \frac{1}{L} [T(-V - V_{rl})]_{\alpha T}^T \quad (I-30)$$

$$I_L(t) = \frac{1}{L} [(-V - V_{rl})\alpha T - (-V - V_{rl})T] = \frac{1}{L} [(-V - V_{rl})(\alpha T - T)]$$

$$= \frac{1}{L} [(-V - V_{rl})(\alpha - 1)T] \quad (I-31)$$

### ❖ Courant moyenne

La figure (I-11) présent allure de courant inductif pour un hacheur Buck.



**Figure I. 11 Allure de courant inductif pour un hacheur Buck**

$$I_{Lmoy} = I_{max} - \frac{\Delta I_L}{2} \quad (I-32)$$

$$I_{max} = I_0 + \Delta I_L \quad (I-33)$$

$$I_{Lmoy} = I_0 + \Delta I_L - \frac{\Delta I_L}{2} = I_0 + \frac{\Delta I_L}{2} \quad (I-34)$$

$$\Delta I_L = I_{max} - I_0 \quad (I-35)$$

$$I_{Lmoy} = I_0 + \frac{I_{max} - I_0}{2} \quad (I-36)$$

$$I_{Lmoy} = \frac{I_{max} + I_0}{2} \quad (I-37)$$

### ❖ Tension moyenne

La figure (I-12) présent la Forme d'onde de tension dans un convertisseur Buck

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

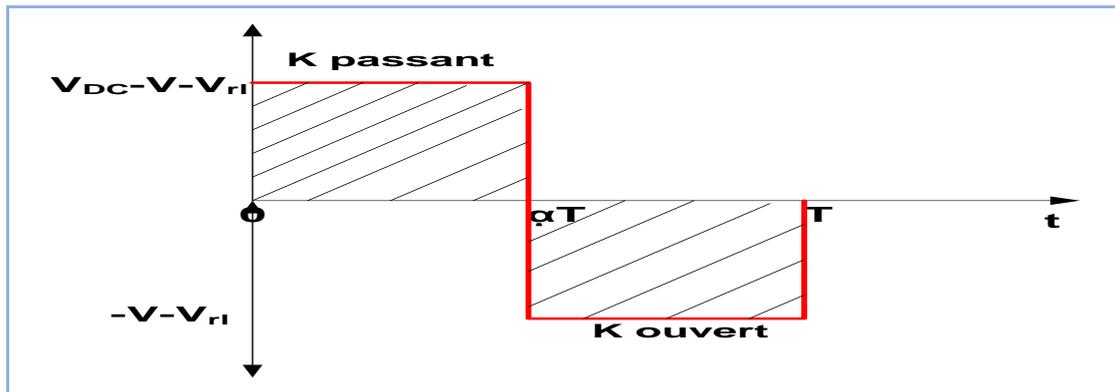


Figure I. 12 Forme d'onde de tension dans un convertisseur Buck

$$V_{Lmoy} = \frac{1}{T} \int_0^T V_L dt = \frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} V_L dt + \frac{1}{T} \int_{\alpha T}^T V_L dt \quad (I-38)$$

$$V_{Lmoy} = \frac{1}{T} [\alpha T (-V + V_{DC} - V_{rl}) + (-V - V_{rl})(T - \alpha T)] \quad (I-39)$$

$$V_{Lmoy} = \frac{1}{T} [\alpha T (-V + V_{DC} - V_{rl}) + (-V - V_{rl})((1 - \alpha)T)] \quad (I-40)$$

$$V_{Lmoy} = \alpha V_{DC} - V - V_{rl} \quad (I-41)$$

$$V_{Lmoy} = 0 \rightarrow \text{inductance propre}$$

$$0 = \alpha V_{DC} - V - V_{rl} \quad (I-42)$$

$$V_{rl} = \alpha V_{DC} - V \quad (I-43)$$

## I.9 Association MCC et hacheur série

La figure (I-13) et (I-14) présentent le schéma bloc d'un hacheur série et l'association d'un MCC et l'hacheur série sous l'environnement Matlab Simulink.

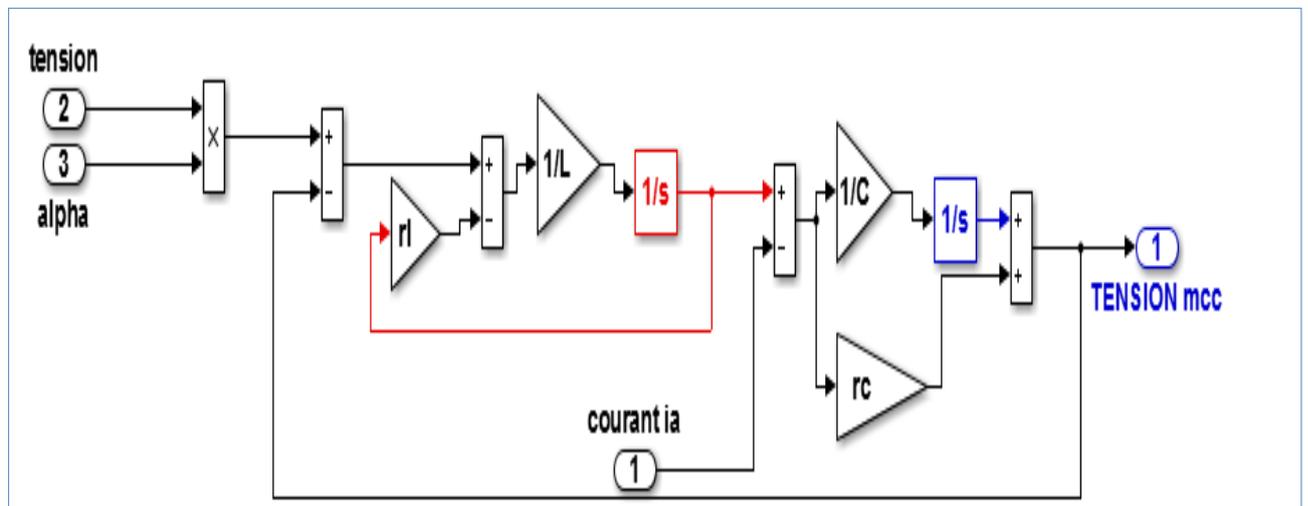


Figure I. 13 Model d'un hacheur série sous Matlab

# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série

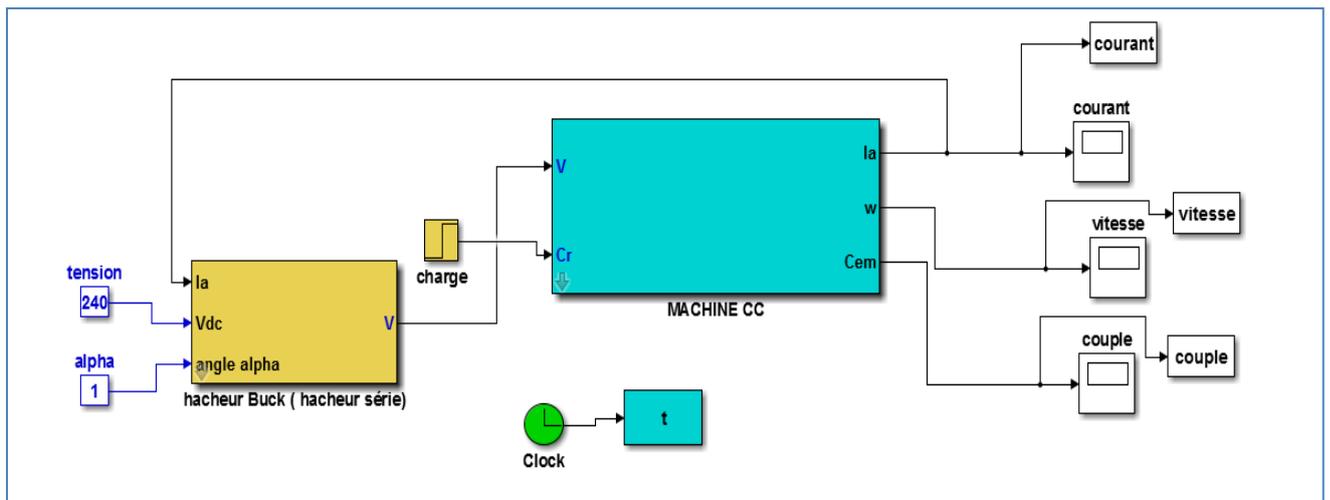
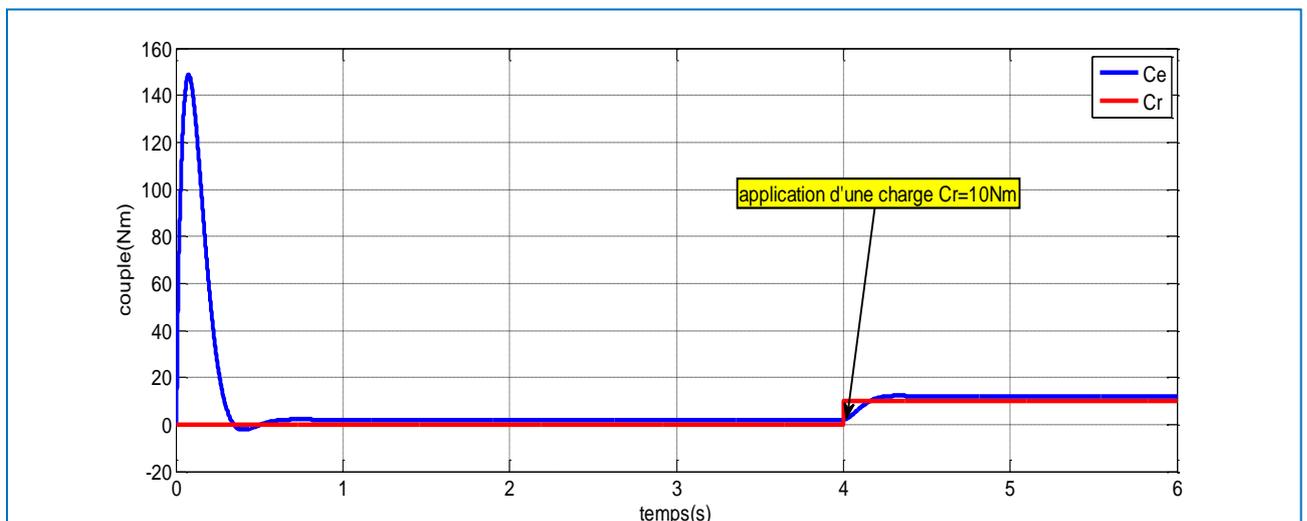
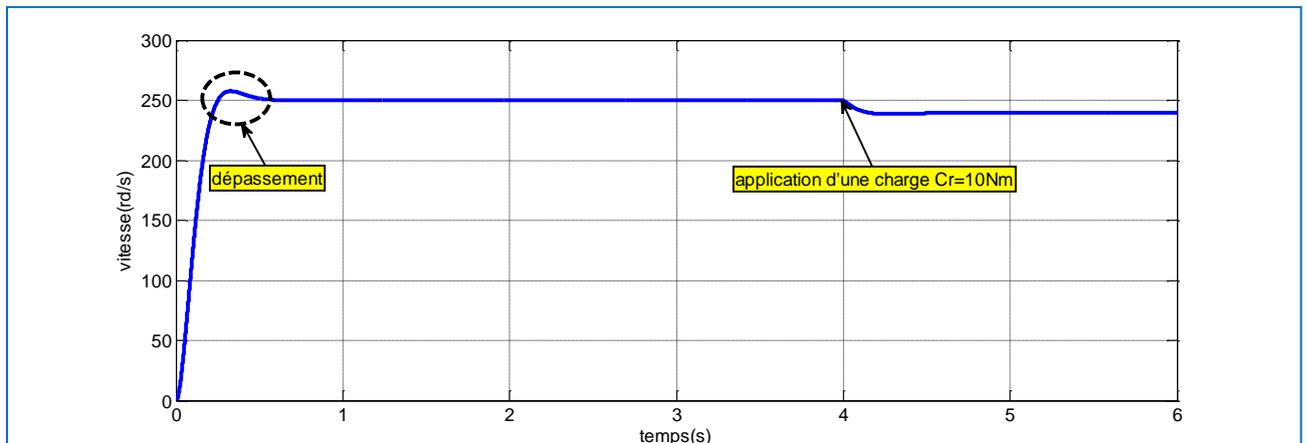


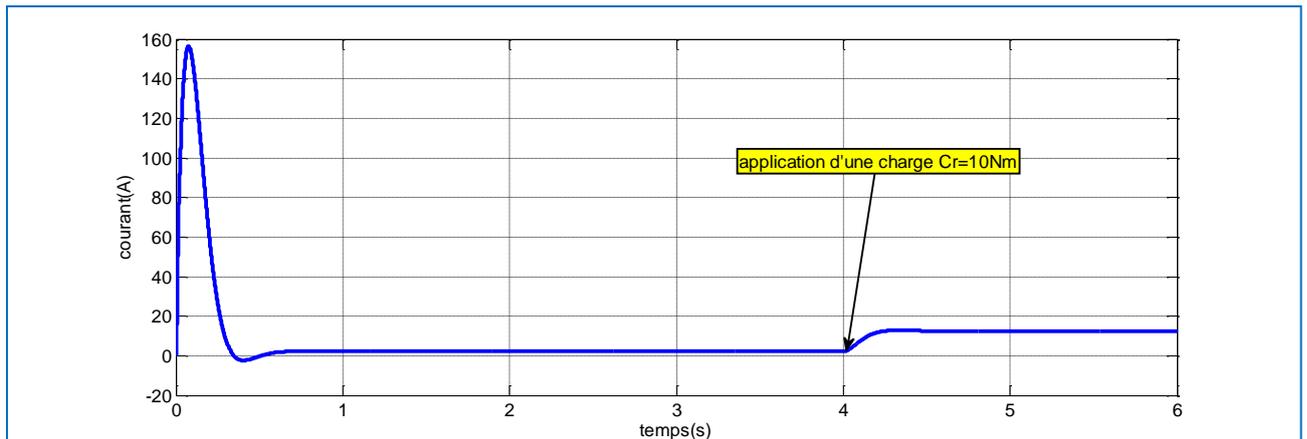
Figure I. 14 Association MCC avec hacheur série

## I.10 RESULTAT DE SIMULATION

La figure (I-15) présente le résultat de simulation d'une association MCC et l'hacheur série avec une application d'une charge sous l'environnement Matlab Simulink.



# CHAPITRE I Description et modélisation de la machine à courant continu associée avec un hacheur série



**Figure I. 15** Résultat de simulation vitesse, couple et courant d'une association MCC et hacheur en application de charge

D'après les résultats de simulation de MCC en application de charge ( $C_r=10\text{ Nm}$ ) présenté par la figure (I-15), on peut remarquer un dépassement sur la réponse de vitesse et à l'instant de l'application de la charge à  $t=4\text{ s}$  on observe une diminution de la vitesse, La réponse de courant c'est l'image de couple et durant l'application de la charge le couple électromagnétique prend la valeur de charge.

## I.10 CONCLUSION

Ce chapitre a permis de rappeler les différents éléments qui constituent une machine à courant continu et le principe de fonctionnement. Comme nous modélisons le MCC en présentant les allures de vitesse, couple et courant sous l'environnement Matlab Simulink.

Pour faire varier la vitesse d'un moteur à courant continu on varie la tension d'alimentation à ses bornes ou nous avons introduit l'hacheur par ce que c'est un moyen simple pour réaliser un réglage de vitesse des machines à courant continu par variation de la tension à sa sortie. D'après les résultats obtenus on observe des dépassements sur les différentes allures de MCC (vitesse, couple et courant) et pour l'amélioration de ces réponses on a présenté dans le chapitre suivant le régulateur proportionnel intégral de vitesse de MCC.

Chapitre II  
Régulation  
Proportionnel  
Intégrale de vitesse  
de MCC

## II.1 INTRODUCTION :

La commande PI est dite aussi (correcteur, régulateur), se compose de deux termes P et I, d'où le 'P' correspond au terme proportionnel et 'I' pour terme intégral de la commande. Les régulateurs PI sont probablement les plus largement utilisés dans le contrôle industriel. Le régulateur PI est une simple implémentation de retour d'information. Il a la capacité d'éliminer la compensation de l'état d'équilibre grâce à l'action intégrale

Ce chapitre a pour but, d'implémenter la commande PI classique pour un moteur à courant Continu à aiment permanent, dans ce cas il s'agit principalement d'une vitesse. Le But de régulation est que les effets des perturbations doivent être minimisés, Les sorties doivent être suivis rapidement les changements de consigne avec une bonne précision, si possible sans dépassement (poursuite), ces critères de performance de régulateur créé un robustesse dans le système. [9]

## II.2 PRINCIPE DE REGULATION :

Pour effectuer un certain travail avec des performances données, le système doit être asservi. Le premier rôle de régulateur d'un système de régulation est d'obliger la ou les grandeurs asservies (sortie de système) à conserver des valeurs aussi proches que possible de celles que l'on considère comme idéales. Ces valeurs idéales ou, théoriques, sont à leur tour des fonctions des grandeurs d'entrées du système « référence et de perturbations ».

Généralement les systèmes de commande sont à boucle fermée qui consiste en une commande à rétro-action puisque c'est le moyen le plus commode de réaliser les relations désirées entre l'entrée et la sortie des systèmes, ce qui permet une compensation interne des imprécisions et les dérivées des caractéristiques du système. La figure (II- 1) présent un schéma générale d'une utilisation d'un régulateur proportionnel intégrale. [10]

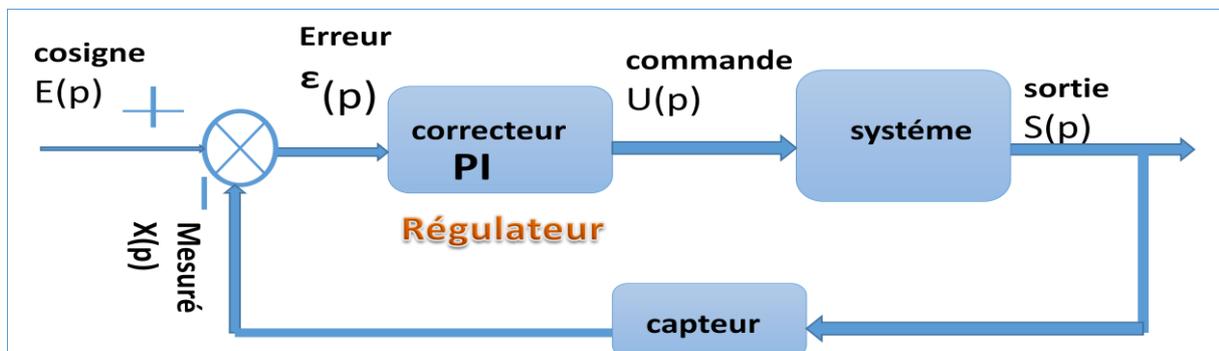


Figure II. 1 Schéma bloc d'un régulateur [5]

**II.3 EFFET DE CORRECTEUR PI :**

- ❖ Diminution du temps de montée.
- ❖ Elimination de l'erreur statique.
- ❖ Augmentation du temps de stabilisation.
- ❖ Augmentation du dépassement. [11]

**II.4 REGULATEUR PI DE VITESSE:**

La commande proportionnel-intégral (PI) est insérée dans la chaîne directe de l'asservissement, en série avec le processus, comme indiqué dans la figure (II-2). Ce régulateur élabore à partir du signal d'erreur  $\mathcal{E}(t)$  une commande  $U(t)$  en fonction de trois actions proportionnelle, intégrale. [9]

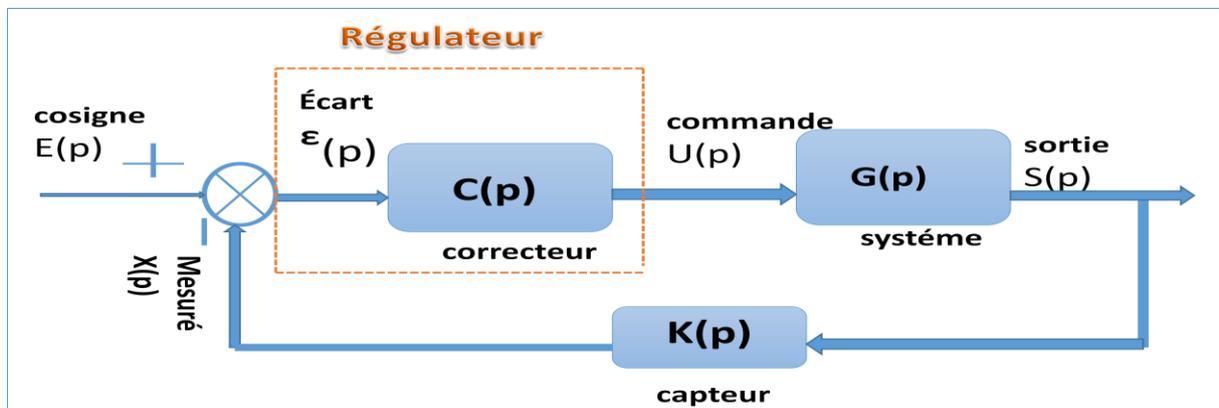


Figure II. 2 Schéma bloc d'un régulateur de vitesse [11]

$$\bullet U(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) d(t) \quad (\text{II-1})$$

$$\bullet U(t) = K_p \varepsilon(t) + K_i \int_0^t \varepsilon(t) d(t) \quad (\text{II-2})$$

$$\bullet U(t) = K_p \varepsilon(t) + K_i \frac{d\varepsilon(t)}{d(t)} \quad (\text{II-3})$$

$K_p$ : gain d'action proportionnelle.

$K_i=1/T_i$  : gain d'action intégrale.

$T_i$  : constante de temps, dite temps d'action intégrale.

Le régulateur PI est donc conçu dans le domaine temporel comme la somme des deux actions. On obtient alors un asservissement composée d'un terme proportionnel et d'un terme intégral, mises en parallèle, on parle d'asservissement PI. [11]

**II.4.1 Application de la régulation PI de vitesse à la MCC**

Pour faire la régulation en besoin d'avoir la fonction de transfert de MCC.

**II.4.1.1 Fonction de transfère du moteur :**

$$J \frac{d\Omega}{dt} = Ce - f \Omega \quad (\text{II-4})$$

$$JP\Omega(P) = Ce - f\Omega(P) \quad (\text{II-5})$$

$$\Omega(P). (JP + f) = Ce \quad (\text{II-6})$$

$$\Omega(P) = \frac{Ce}{JP+f} \quad (\text{II-7})$$

$$Ce = Km . I(P) \quad (\text{II-8})$$

$$U = R I(P) + L_a P I(P) + E \quad (\text{II-9})$$

$$U - E = I(P). (R + L_a P) \quad (\text{II-10})$$

$$U = \alpha V_{dc} - V_{rl} \quad (\text{II-11})$$

L'équation (II-11) dans (II-10)

$$\alpha V_{dc} - V_{rl} - E = I(P). (R + L_a P) \quad (\text{II-12})$$

$$I(P) = \frac{\alpha V_{DC} - V_{rl} - E}{R + L_a P} \quad (\text{II-13})$$

on remplace (II -13) Dans (II -8) :

$$Ce = \frac{Km(\alpha V_{DC} - V_{rl} - E)}{R + L_a P} \quad (\text{II-14})$$

$$Ce = \frac{Km \alpha V_{DC} - Km V_{rl} - Km E}{R + L_a P} \quad (\text{II-15})$$

$$Ce = \frac{Km \alpha V_{DC} - Km V_{rl} - Ke Km \Omega(P)}{R + L_a P} \quad (\text{II-16})$$

(II-14) Dans (II-7)

$$\Omega(P) = \frac{Km \alpha V_{DC} - Km V_{rl} - Ke Km \Omega(P)}{(R + L_a P)(JP + f)} \quad (\text{II-17})$$

$$\Omega(P). (R + L_a P)(JP + f) = Km \alpha V_{DC} - Km V_{rl} - Ke Km \Omega(SP) \quad (\text{II-18})$$

$$\Omega(P). (R + L_a P)(JP + f + Km. Ke) = Km \alpha V_{DC} - Km V_{rl} \quad (\text{II-19})$$

La fonction de transfert cherchée H(P) est entre la tension  $\alpha$  et la vitesse de sortie  $\Omega(P)$  :

$$H(P) = \frac{S(P)}{E(P)} = \frac{\Omega(P)}{\alpha} \quad (\text{II-20})$$

$$H(P) = \frac{V_{DC} Km}{(R + L_a P)(JP + f + Ke. Km)} - \frac{Km V_{rl}}{((R + L_a P)(JP + f + Ke. Km))\alpha} \quad (\text{II-21})$$

La figure (II-3) présente le schéma bloc de régulateur PI de vitesse de MCC.

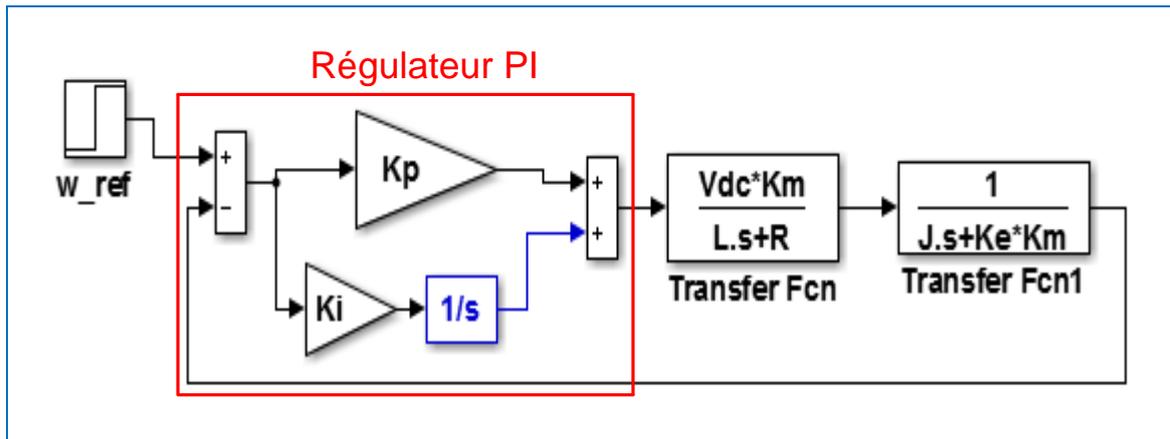


Figure II. 3 Schéma bloc d'un régulateur de vitesse par PI

$$H(P) = \frac{V_{DC}K_m}{(R+L_aP)(JP+f+K_e.K_m)} - \frac{K_mV_{rl}}{(R+L_aP)(JP+f+K_e.K_m)\alpha} \quad (II-22)$$

On écrit l'équation sous la forme canonique :

$$H(P) = \frac{\Omega(P)}{\alpha} = \frac{V_{DC}K_m/Rf+K_e.K_m}{\frac{LJ}{Rf+K_e.K_m}P^2 + \frac{RJ+Lf}{Rf+K_e.K_m}P + 1} - \frac{K_mV_{rl}}{(R+L_aP)(JP+f+K_e.K_m)\alpha} \quad (II-23)$$

- La fonction de transfert du moteur :

$$\alpha = \Omega_{ref} - \Omega \quad (II-24)$$

$$\Omega(P) = \frac{V_{DC}K_m}{(R+L_aP)(JP+f+K_e.K_m)} (\Omega_{ref} - \Omega) - \frac{K_mV_{rl}}{(R+L_aP)(JP+f+K_e.K_m)} \quad (II-25)$$

$$\Omega(P) = \frac{V_{DC}K_m}{(R+L_aP)(JP+f+K_mK_e)} \Omega_{ref} - \frac{V_{DC}K_m}{(R+L_aP)(JP+f+K_mK_e)} \Omega - \frac{K_mV_{rl}}{(R+L_aP)(JP+f+K_e.K_m)} \quad (II-26)$$

$$\Omega \left( 1 + \frac{V_{DC}K_m}{(R+L_aP)(JP+f+K_mK_e)} \right) = \frac{V_{DC}K_m}{(R+L_aP)(JP+f+K_mK_e)} \Omega_{ref} - \frac{K_mV_{rl}}{(R+L_aP)(JP+f+K_e.K_m)} \quad (II-27)$$

$$\Omega \left( \frac{(R+L_aP)(JP+f+K_mK_e) + V_{DC}K_m}{(R+L_aP)(JP+f+K_mK_e)} \right) = \frac{V_{DC}K_m}{(R+L_aP)(JP+f+K_mK_e)} \Omega_{ref} - \frac{K_mV_{rl}}{(R+L_aP)(JP+f+K_e.K_m)} \quad (II-28)$$

$$\Omega((R+L_aP)(JP+f+K_mK_e) + V_{DC}K_m) = V_{DC}K_m\Omega_{ref} - K_mV_{rl} \quad (II-29)$$

$$\frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{V_{DC}K_m}{((R+L_aP)(JP+f+K_mK_e) + K_m)} - \frac{\frac{K_mV_{rl}}{\Omega_{ref}}}{((R+L_aP)(JP+f+K_mK_e) + K_m)} \quad (II-30)$$

En négligeant  $V_{rl} = 0$  la fonction de transfert de vitesse s'écrit sous la forme suivante:

$$\frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{V_{DC}K_m}{JL_aP^2 + P(Lf+RJ+L_aK_mK_e) + Rf+RK_mK_e + K_m} \quad (II-31)$$

On met:  $\lambda = Rf + RK_mK_e + K_m$

On la met sous la forme canonique:

$$\frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{K}{p^2 + 2\varepsilon w_n p + w_n^2} \quad (II-32)$$

$$\frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{K_m V_{dc} / L_J}{p^2 + p \left( \frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{L_a} \right) + \frac{\lambda}{L_a}} \quad (II-33)$$

$$w_n^2 = \frac{\lambda}{L_a J} \quad (II-34)$$

$$2\varepsilon w_n = \left( \frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{L_a J} \right) \quad (II-35)$$

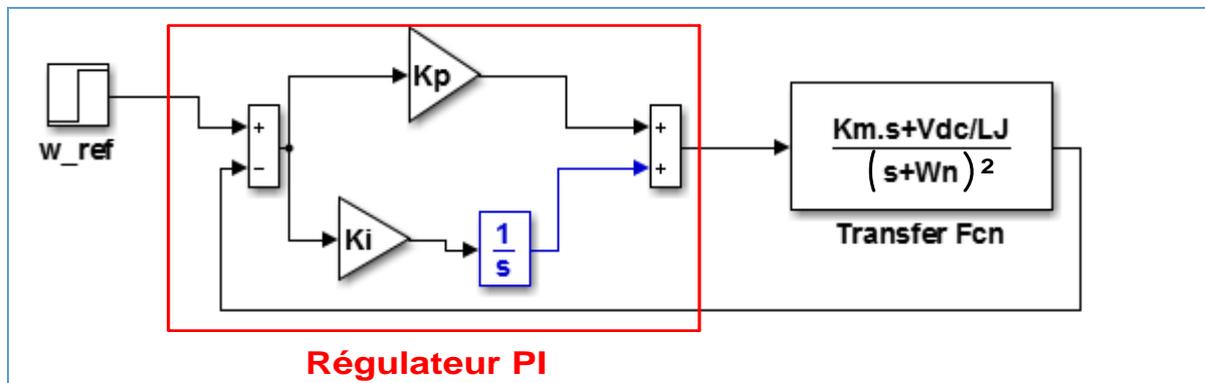
$$w_n = \sqrt{\frac{\lambda}{L_a J}} \rightarrow \varepsilon = \frac{\left( \frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{L_a J} \right)}{2w_n} = \left( \frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{2w_n L_a J} \right) = \frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{2 \sqrt{\frac{\lambda}{L_a J}} L_a J} \quad (II-36)$$

Nous prenons  $\varepsilon = 1 \rightarrow w_n = \frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{2L_a J}$  (II-37)

Donc  $\frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{K_m V_{DC} / L_J}{p^2 + p \left( \frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{L_a} \right) + \sqrt{\frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{2L_a J}}} = \frac{K_m V_{DC} / L_J}{\left( p + \left( \frac{L_a f + R_J + L_a K_m K_e}{L_a} \right) \right)^2}$  (II-38)

$$\frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{K_m V_{DC} / L_a J}{(p + w_n)^2} \quad (II-39)$$

La figure (II-4) présente le schéma bloc de régulateur PI de vitesse avec simplification de fonction de transfère de MCC.



**Figure II. 4** Schéma bloc de régulation PI de vitesse avec simplification de fonction de transfère de MCC

Compensé le zéro de PI par le pôle de H(P):

$$PI = K_p + \frac{K_i}{p} = K_p \left( \frac{p + \frac{K_i}{K_p}}{p} \right) \quad (II-40)$$

$$P + \frac{K_i}{K_p} = P + P1 \quad (II-41)$$

$$FTBO = \left( K_p \left( \frac{P + \frac{K_i}{K_p}}{P} \right) \right) \left( \frac{K_m V_{dc} / L_a J}{(P + w_n)^2} \right) \quad (II-42)$$

$$P + \frac{K_i}{K_p} = P + w_n \quad (II-43)$$

$$\frac{K_i}{K_p} = P = w_n \quad (II-44)$$

La figure (II-5) présente FTBO de régulation après utilisation de la méthode de compensation.

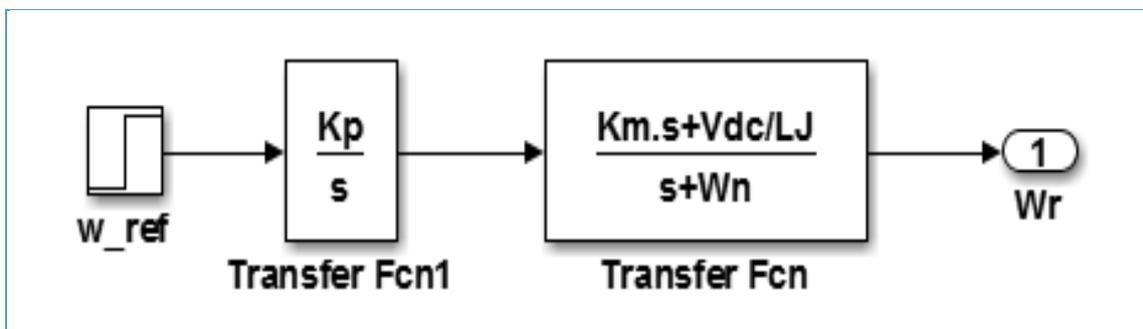


Figure II. 5 Schéma bloc d'une régulation de vitesse après compensation

$$FTBO = \frac{K_p}{P} * \frac{K_m V_{DC} / L_a J}{P + P_2} \quad (II-45)$$

$$FTBF = \frac{\frac{K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J}{P(P + P_2)}}{1 + \left( \frac{K_p \cdot K_m / L_a J}{P(P + P_2)} \right)} \quad (II-46)$$

$$FTBF = \frac{\frac{K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J}{P(P + P_2)}}{\frac{P(P + P_2) + K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J}{P(P + P_2)}} \quad (II-47)$$

$$FTBF = \frac{K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J}{P(P + P_2) + K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J} \quad (II-48)$$

$$FTBF = \frac{K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J}{P^2 + P_2 \cdot P + K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J} = \frac{K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J}{P^2 + w_n \cdot P + K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J} \quad (II-49)$$

$$\frac{K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J}{P^2 + w_n \cdot P + K_p \cdot K_m V_{DC} / L_a J} = \frac{1}{P^2 + 2\mathcal{E}w'_n \cdot P + w_n'^2} \quad (II-50)$$

$$2\mathcal{E}w'_n = w_n = \frac{L_a f + R J}{2L_a J} \longrightarrow w'_n = \frac{L_a f + R J}{4L_a J \mathcal{E}} \quad (II-51)$$

$$w_n^{2'} = \frac{V_{DC} K_p K_m}{L_a J} \quad \longrightarrow \quad K_p = \frac{L_a J \cdot w_n^{2'}}{V_{DC} K_m} = \frac{L_a J \cdot \left(\frac{L_a f + R J}{4 L_a J \varepsilon}\right)}{V_{DC} K_m} \quad (II-52)$$

$$\frac{K_i}{K_p} = P_1 = w_n \quad (II-53)$$

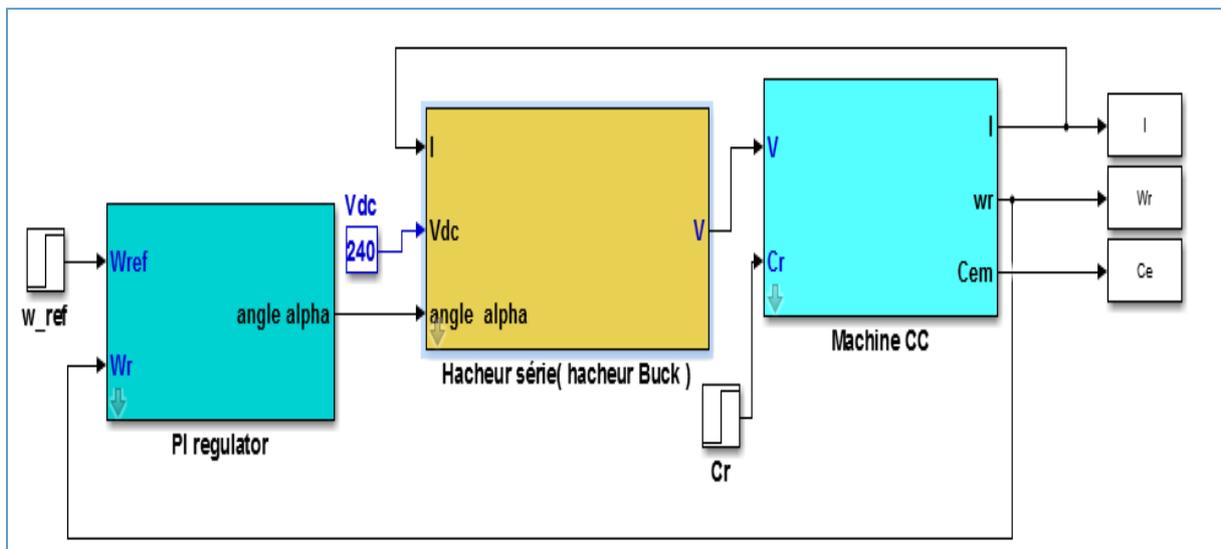
$$K_i = K_p * w_n \quad (II-54)$$

$$K_i = \frac{L_a J \cdot w_n^{2'}}{V_{DC} K_m} * \frac{L_a f + R J}{2 L_a J} \quad (II-55)$$

$$K_i = \frac{(L_a f + R J) \cdot w_n^{2'}}{2 V_{DC} K_m} \quad (II-56)$$

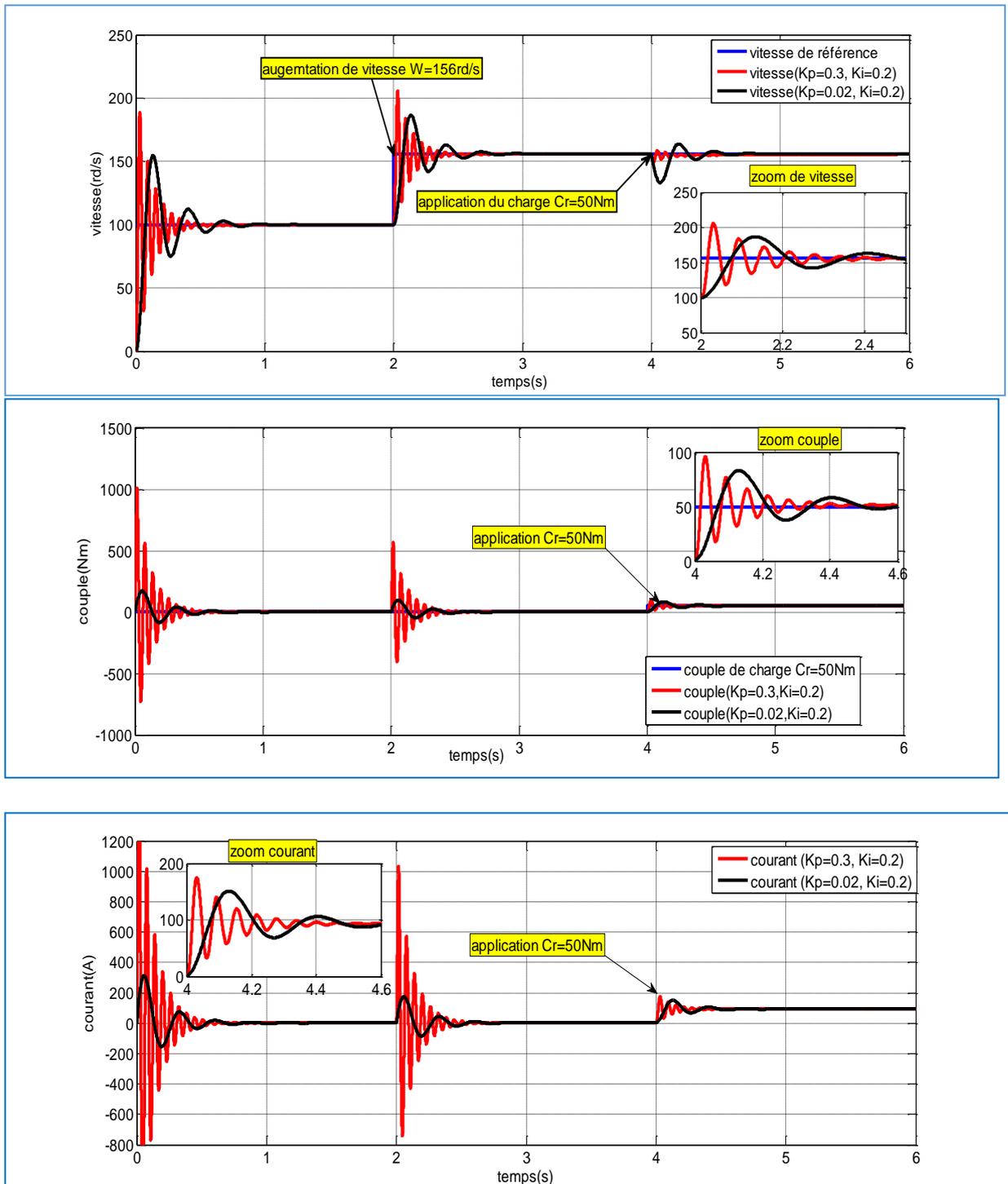
### II.5 RESULTAT DE SIMULATION ET INTERPRETATION

La figure(II.6) représente le schéma bloc d'une régulation proportionnel intégrale de Vitesse de MCC associe d'hacheur série sous l'environnement Matlab Simulink.



**Figure II. 6 Régulateur PI de vitesse de MCC associe d'un hacheur série**

- ❖ Nous avons fait la régulation PI de vitesse de MCC en prend deux cas :
  - 1<sup>er</sup> cas nous avons fait la variation de Kp en gardant Ki constant pour voire l'effet de variation de l'une des actions proportionnel de régulateur sur les allures de vitesse, le couple et le courant de la MCC:



**Figure II. 7 Résultat de vitesse, couple électromagnétique et courant pour  $K_p$  variable et  $K_i$  constant**

La Figure (II-7) présente les allures de vitesse, couple électromagnétique et courant en utilisation de régulateur classique PI de vitesse de MCC associé d'un hacheur série, on observe sur ces allures que durant l'augmentation de gain  $K_p$ , le système réagit plus vite et

l'erreur statique s'améliorée, mais d'une autre part le système perd sa stabilité. Le dépassement se fait de plus en plus grand.

- 2<sup>ème</sup> cas nous avons fait la variation de  $K_i$  en gardant  $K_p$  constant pour voir l'effet de variation de l'une des actions intégrale de régulateur sur les allures de vitesse, le couple et le courant de la MCC:

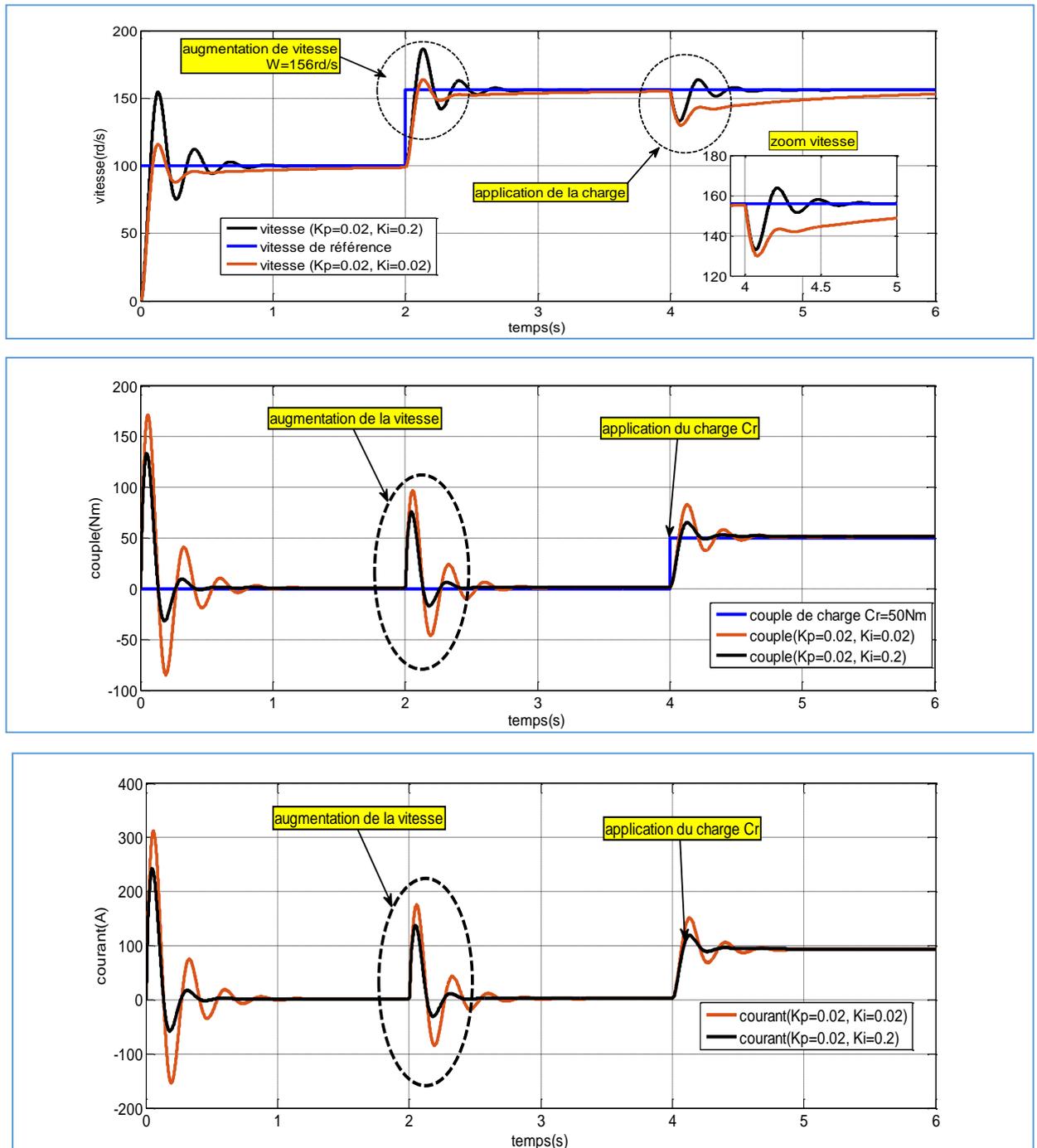


Figure II. 8 Résultat de vitesse, couple magnétique et courant pour  $K_p$  constant et  $K_i$  variable

La Figure (II-8) présente les allures de vitesse, couple électromagnétique et courant en utilisation de régulateur classique PI de vitesse de MCC associé d'un hacheur série, on observe sur ces allures que durant la diminution de gain  $K_i$  il y a une provocation d'erreur statique entre la vitesse mesurée et sa référence, mais d'une autre part la diminution de  $K_i$  provoque une diminution de la stabilisation sur les réponses du système.

En conclusion d'après les résultats de simulation pour les deux cas (Tableau II.1) :

Coefficients	Temps de montée	Temps de stabilisation	Dépassement	Erreur Statique
<b>Augmentation de <math>K_p</math></b>	Diminue	Augmente	Augmente	Diminue
<b>Diminution de <math>K_i</math></b>	Diminue	Augmente	Diminue	Augmente

**Tableau II. 1 Récapitulatif des paramètres PI**

## II.6 CONCLUSION :

Dans ce chapitre, nous avons étudié la modélisation et la commande en vitesse du moteur à courant continu en utilisant la régulation PI (Proportionnel Intégral).

Le réglage d'un PI consiste à déterminer les coefficients  $K_p$  et  $K_i$  afin d'obtenir une réponse adéquate du procédé et de la régulation. L'objectif est d'être robuste, rapide et précis.

Les résultats obtenus par des simulations montrent que la variation de l'un des actions intégrales et proportionnelles influe sur les paramètres physiques de la MCC (vitesse, couple, courant), pour cela on fait appel à un nouveau régulateur avancé c'est le régulateur linéaire quadratique de vitesse qui est l'objectif de chapitre suivant.

# Chapitre III

## Régulateur linéaire quadratique de la machine a courant continue

### III.1 INTRODUCTION :

Les problèmes de la commande optimale se rencontrent dans la vie de tous Les jours : comment arriver à destination le plus rapidement possible, comment minimiser sa consommation...etc. Pour un système dynamique donné et dont les équations sont connues, le problème de commande optimale consiste alors à trouver la commande minimisant un critère donné. C'est sous cette forme que la commande optimale a été étudiée dès le 19<sup>ème</sup> siècle avec le calcul des variations. Une des grandes applications de la commande optimale a été l'application au lanceur Apollo dans les années 1960. Notons néanmoins que les difficultés soulevées par ce genre de problème sont loin d'être complètement résolues comme en témoignent les sessions dédiées à la commande optimale dans les conférences d'automatique. La commande optimale reste donc un sujet de recherche d'actualité. [12]

Dans ce chapitre nous allons étudier l'application de la commande linéaire quadratique (LQR) à la commande du MCC. Nous commencerons par un rappel sur la commande optimale et son application, nous verrons ensuite la définition et Le principe de la commande LQR. Ensuite en passe à l'application de LQR à la MCC, enfin en présente la simulation de la commande LQR de MCC sous l'environnement Matlab Simulink.

### III.2 LA COMMANDE OPTIMALE :

L'objectif de la commande optimale contient deux principales orientations. La première orientation vise une énergie minimale tandis que la deuxième cherche à réduire le temps de convergence du système. L'objectif général est de trouver une commande optimale qui minimise un critère qui varie selon l'orientation adoptée.

La commande optimale d'un système non linéaire invariant avec un régulateur linéaire quadratique a évolué de façon importante au cours des dernières années. Cette méthode offre la possibilité d'augmenter la stabilité dynamique de la quadri-rotor tout en assurant la minimisation de la consommation d'énergie. Alternativement, en se basant sur les méthodes de retour d'état, le concepteur doit commencer par le placement des pôles afin de trouver les gains de retour d'état. Cette méthode permet de réaliser le comportement désiré du système. Cependant, la puissance utilisée peut être très grande et pourrait saturer les actionneurs. L'objectif consiste à éviter un régime nécessitant une consommation d'énergie importante, d'où l'intérêt de concevoir un contrôleur minimisant cette puissance et par la suite éviter la saturation des actionneurs. En effet, cela peut être concrétisé à l'aide du régulateur linéaire

quadratique. Cependant, un régulateur linéaire quadratique ne peut être appliqué que sur un système linéaire, complètement commandable et complètement observable. Pour notre problème, il faut donc linéariser le modèle dynamique autour d'un point de fonctionnement. [13]

Pour commencer, on positionne le problème en considérant un système à temps continu de représentation d'état qui est présenté par la figure(III.1).

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (\text{III-1})$$

Sous condition initiale :

$$x(t_0) = x_0 \quad \text{Ou} \quad t \in \mathbb{R}, u \in \mathbb{R}^m \text{ et } x \in \mathbb{R}^n \quad (\text{III-2})$$

Les signaux  $u$  et  $x$  sont des fonctions de  $\mathbb{R}$  dans respectivement  $\mathbb{R}^m$  et  $\mathbb{R}^n$  représentant respectivement le vecteur de commande et le vecteur d'état.

Le régulateur en question est appliqué sur un système linéaire, qui peut être représenté par un modèle d'état sous la forme matricielle suite à une linéarisation comme suit : [13]

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{III-3})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (\text{III-4})$$

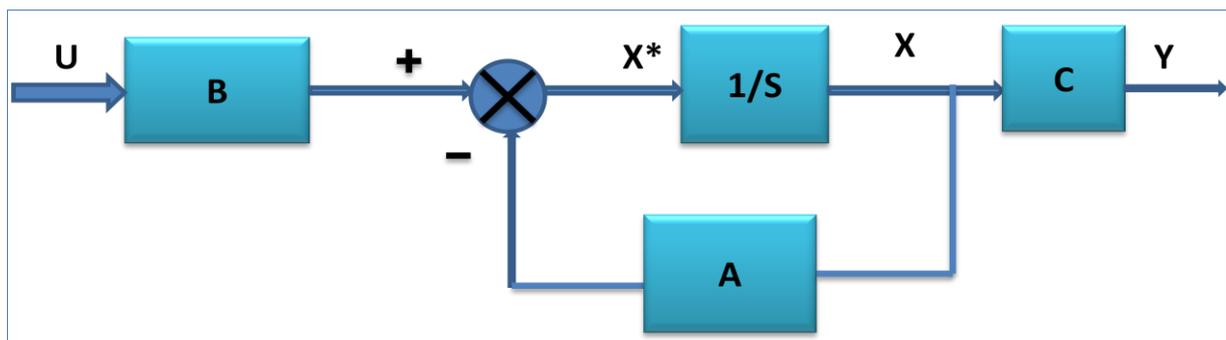


Figure III. 1 Représentation d'état de système en boucle ouvert. [14]

### III.2.1 MINIMISATION DE L'ENERGIE DE CONTROLE :

Dans cette section on considère le critère coût  $J_u$  représentant la sommation de l'énergie quadratique requise pendant une période déterminée par  $\delta t = t_f - t_n$  donnée par :

$$J_u = \int_{t_0}^{t_f} u^T(t)Ru(t)dt \quad (\text{III-5})$$

$$u^T(t)Ru(t)dt > 0 \quad (\text{III-6})$$

La condition de la dernière équation est réalisable, si et seulement si, les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- le vecteur d'entrée  $u(t) > 0$ .
- la matrice de pondération est symétrique définie positive ( $R > 0$ ).
- Le terme  $u^T(t)Ru(t)$  permet de mesurer la consommation de l'énergie du système. Le but du concepteur est de trouver le bon compromis entre la minimisation de ce terme tout en respectant la contrainte de performance. Dans la littérature du domaine de contrôle moderne, l'optimisation de l'énergie est proportionnelle à la diminution du terme  $J_u$ . [13]

### III.2.2 MINIMISATION DE L'ERREUR DU VECTEUR D'ETAT

Le critère  $J_e$  représente dans cette section l'erreur quadratique du vecteur d'état  $x(t)$  :

$$J_e = \int_{t_0}^{t_f} e^T(t)Qe(t)dt \quad (\text{III-7})$$

$$e^T(t)Qe(t) \geq 0 \quad (\text{III-8})$$

Avec :

$$e(t) = x_d(t) - x(t) \quad (\text{III-9})$$

$x(t)$  : représente le vecteur d'état

$(t)$  : représente le vecteur d'état désiré.

La condition de l'équation (III-7) est réalisable, si et seulement si, la matrice de pondération  $Q$  est définie non négative ( $Q \geq 0$ ). Le terme quadratique  $e(t)Qe(t)$  a été pris en considération afin d'accumuler l'erreur transitoire du vecteur d'état. Ce critère permet de mesurer la performance optimale du système. [13]

### III.2.3 MINIMISATION DE L'ERREUR EN REGIME PERMANENT DU VECTEUR D'ETAT :

Le critère  $J_f$  représente l'erreur minimale en régime permanent du vecteur d'état, il est

exprimé par :

$$J_f = e^T(t_f)S_e(t_f) \quad (\text{III-10})$$

$$e^T(t_f)S_e(t_f) \geq 0 \quad (\text{III-11})$$

L'équation (III-10) est réalisée si et seulement si, la matrice de pondération  $S$  est symétrique définie positive. Le terme quadratique  $e(t_f)S_e(t_f)$  doit être pris en considération afin de forcer la valeur finale du vecteur d'état de s'approcher du point d'équilibre du système au maximum pour diminuer l'erreur en régime permanent. [13]

### III.3 COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE :

La commande linéaire quadratique, dénotée commande LQR ou LQ, est une méthode de synthèse qui permet de déterminer la commande optimale d'un système qui minimise (ou maximise) un critère de performance. Ce critère de performance est quadratique en l'état du système et en sa commande. La conception d'une telle commande consiste à choisir habilement des matrices de pondération intervenant dans le critère de manière à obtenir le comportement souhaité su système en boucle fermée.

Une fois les matrices de pondération choisies, les gains optimaux s'obtiennent en résolvant une équation algébrique de Riccati. L'avantage de la commande linéaire quadratique est qu'elle possède intrinsèquement de très bonnes propriétés de robustesse. Toutefois, une telle stabilité n'est assurée que dans l'hypothèse où le modèle est parfaitement connu, où la totalité de l'état est disponible et où les signaux ne sont pas bruités. [13]

#### ❖ Situation

On veut amener  $x$  à un état désiré :

- ✓ A moindre cout
- ✓ Bien réagir aux perturbations
- ✓ Contrôler  $U$  linéairement grâce a  $x$  de manière optimale. [12]

### III.4 PRESENTATION DE LA METHODE LQR :

Pour contrôler  $U$  linéairement grâce à  $x$  qui présente par la figure (III.2), la loi de commande :

$$u(t) = -Kx(t) \quad (\text{III-12})$$

Le problème est de trouver un retour d'état stabilisant, optimal au sens du compromis rapidité, performance et énergie de commande. Il s'agit donc de trouver la matrice de gain du retour d'état  $K$ . Si on travaille en temps fini,  $K$  varie avec le temps. On observe tout de même que  $K$  est constant sur une grande portion ; il ne varie qu'au début de l'asservissement. [12]

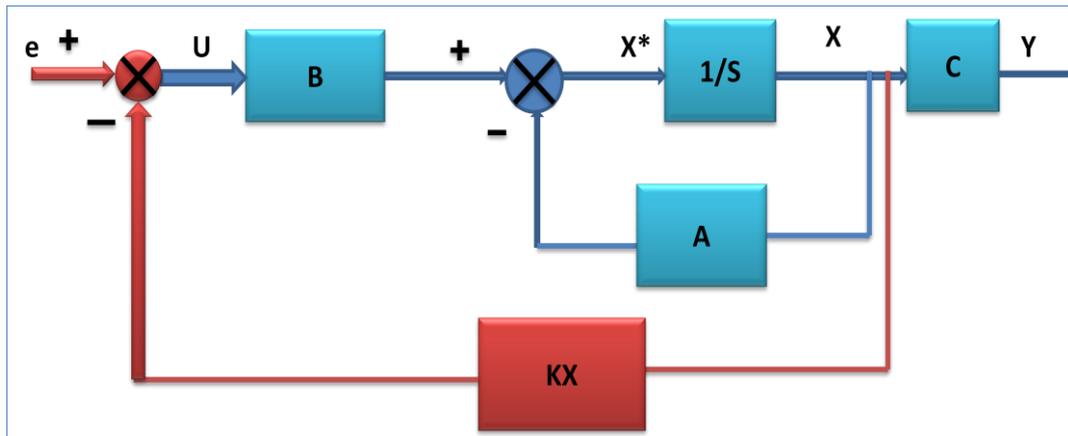


Figure III. 2 système de contrôle LQR. [14]

### III.5 PRINCIPE DE LQR :

La Commande linéaire quadratique est souvent appelée LQ ou LQR en anglais est "*Linear Quadratic regulator*". Cette appellation provient du fait que le système est linéaire et que la commande est quadratique. [14]

#### III.5.1 COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE A HORIZON FINI :

Considérons dans cette partie le problème de commande optimale du système décrit par les équations ci-dessous

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) \end{cases} \quad \text{Avec } x \in \mathbb{R}, U \in \mathbb{R}^m \quad (\text{III-13})$$

Le problème de la commande optimale est de trouver la commande  $u(t)$  et la trajectoire optimale  $x^*(t)$  sur l'intervalle de temps  $[t_0, t_f]$  de sorte à minimiser la mesure de performance (fonction cout, fonctionnel, fonction objective) de forme quadratique :

$$J = \frac{1}{2} x^t(t) S x(t) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [x^t(t) Q x(t) + u^t(t) R u(t)] dt \quad (\text{III-14})$$

❖ Les matrices,  $R$  et  $Q$  sont des matrices de pondération.

- ❖ Où les matrices  $S$  et  $Q$  sont symétriques, semi définies positives, tandis que  $R$  est symétrique, définie positive.
- ❖ La partie  $x^t(t) Q x(t)$  représente les performances de système.
- ❖ La partie  $u^t(t) R u(t)$  représente l'énergie de commande utilisée pour cette trajectoire.
- ❖ Résoudre le problème linéaire quadratique « LQ » revient à déterminer la commande  $u(t)$  qui minimise le critère  $J$  sur  $[t_0 \ t]$ .

Le problème du contrôleur linéaire quadratique consiste à trouver la matrice du correcteur  $K$  qui minimise le critère de performance  $J$ .

$$S, Q \geq 0 \text{ et } R > 0 \quad (\text{III-15})$$

$$\dim(Q) = \dim(A) = n * n, \dim(R) = m * m \quad (\text{III-16})$$

En outre le système (1) est supposé entièrement commandable :

$$\text{Rang}[B \ BA \ BA^2 \ \dots \ BA^{(n-1)}] = n \quad (\text{III-17})$$

- ✓ **Par l'application du principe de Pontriaguine, l'Hamiltonien est donnée par :**

$$H = L(x, u, t) + \lambda^t f = \frac{1}{2} [x^t(t) Q x(t) + u^t(t) R u(t)] + \lambda^t [A \cdot x(t) + B \cdot u(t)] \quad (\text{III-18})$$

- ✓ **La condition nécessaire d'optimalité est donc définie par:**

- ❖ **La première condition nécessaire d'optimalité redonne les equations d'états du système :**

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dH}{d\lambda} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad (\text{III-19})$$

- ❖ **La deuxième condition donne le système adjoint :**

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{dH}{dx} \Rightarrow \frac{d\lambda}{dt} = -Q x(t) - A^t \lambda \quad (\text{III-20})$$

- ❖ **La condition de stationnarité est donné par :**

$$\frac{dH}{du} = 0 \Rightarrow R u(t) + B^t \lambda = 0 \quad (\text{III-21})$$

De l'équation (III-21), une forme implicite de la commande s'écrit :

$$R u(t) + B^t \lambda = 0 \quad (\text{III-22})$$

On peut tirer la commande optimale d'après l'équation (III-22) comme suit:

$$u(t) = -B^t R^{-1} \lambda \quad (\text{III-23})$$

Et par substitution dans l'équation d'état on obtient :

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad (\text{III-24})$$

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x(t) - B \cdot B^t R^{-1} \lambda \quad (\text{III-25})$$

Les équations d'état et les équations adjointes couplées donnent alors le système hamiltonien suivant :

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{d\lambda}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \cdot B^t R^{-1} \\ -Q & A^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (\text{III-26})$$

❖ **La condition de transversalité est :**

Riccati propose une relation linéaire entre l'état  $x(t)$  et le vecteur adjoint  $\lambda(t)$  via une matrice définie positive  $P(t)$  avec  $P(t) > 0$ , dite : matrice de Riccati dynamique, de dimension  $n \times n$  et  $P(t_f) = S$ :

$$\lambda(t) = P(t) x(t) \quad (\text{III-27})$$

Le gradient du co-état s'écrit :

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{dP}{dt} x(t) + P(t) \frac{dx}{dt} \quad (\text{III-28})$$

En remplace l'équation (III-20) dans l'équation (III-28)

$$-Q x(t) - A^t \lambda = \frac{dP}{dt} x(t) + P(t)(A \cdot x(t) + B \cdot u(t)) \quad (\text{III-29})$$

En remplace l'équation (III-27) et (III-23) dans l'équation (III-29)

$$-Q x(t) - A^t P(t) x(t) = \frac{dP}{dt} x(t) + P(t)(A \cdot x(t) - B \cdot B^t R^{-1} F(t) x(t)) \quad (\text{III-30})$$

$$-Q x(t) - A^t P(t) x(t) = \frac{dP}{dt} x(t) + P(t)A \cdot x(t) - P(t) B \cdot B^t R^{-1} P(t) x(t) \quad (\text{I-15})$$

$$-Q - A^t P(t) = \frac{dP}{dt} + P(t)A - P(t) B \cdot B^t R^{-1} P(t) \quad (\text{III-31})$$

$$-Q - A^t P(t) = \frac{dP}{dt} + P(t)A - P(t) B \cdot B^t R^{-1} P(t) \quad (\text{III-32})$$

$$-\frac{dP}{dt} = Q + A^t P(t) + P(t)A - P(t) B \cdot B^t R^{-1} P(t) \quad (\text{III-33})$$

L'équation dynamique de la matrice de Riccati s'écrit :

$$\begin{cases} Q + A^t P(t) + P(t)A - P(t) B \cdot B^t R^{-1} P(t) = 0 \\ P(t_f) = S \end{cases} \quad (\text{III-34})$$

❖ **La commande qui minimise le critère  $J$  est donnée par (commande optimale) :**

$$u(t) = -B^t R^{-1} \lambda \quad (\text{III-35})$$

$$u(t) = -B^t R^{-1} P(t)x(t) \quad (\text{III-36})$$

$$u(t) = -Kx(t) \quad (\text{III-37})$$

$$\text{Avec : } K = B^t R^{-1} P(t) \quad (\text{III-38})$$

Avec  $F(t)$  est la solution de l'équation de Riccati.

### III.5.2 Commande LQ à Horizon infini :

Soit le critère à minimiser avec un horizon infini ( $t_f$  tends vers l'infini) :

$$J = \frac{1}{2} x^t(t) F x(t) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [x^t(t) Q x(t) + u^t(t) R u(t)] dt \quad (\text{III-39})$$

Dans le cas d'un système LTI (Linear Time Invariant), la commande optimale est un retour d'état statique :

$$u(t) = -Kx(t) \quad (\text{III-40})$$

Avec le gain de Riccati statique exprimé par l'équation (III-38), et l'équation de Riccati statique  $P$  vérifie l'équation algébrique suivante :

$$Q + A^t P(t) + P(t)A - P(t)B \cdot B^t R^{-1} P(t) = 0 \quad (\text{III-41})$$

### III.6 CHOIX DES MATRICES DE PONDERATION :

- 1- Au départ, on choisit généralement des pondérations égales aux matrices Identité.
- 2- Dans une seconde étape, on accélère ou on décélère le système en multipliant la matrice  $Q$  par un scalaire  $\gamma$  : accélération ( $\gamma > 0$ , *décélération*  $\gamma < 0$ ), jusqu'à obtenir une dynamique adaptée.
- 3- Dans le cas où certains actionneurs sont sollicités par rapport à d'autres, on peut choisir de l'augmenter.

### III.7 APPLICATION DE REGULATEUR LINEAIRE QUADRATIQUE DU MCC :

La modélisation mathématique d'un système peut être obtenue grâce à la relation entre la valeur d'entrée du moteur à courant continu sous forme rapport cyclique et la sortie sous forme de vitesse de rotation du moteur à courant continu.

✓ **Equation d'hacheur :**

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{\alpha V_c}{L} - \frac{V}{L} - \frac{R_L I_L(t)}{L} \quad (\text{III-42})$$

$$V = V_c + V_{rc} \quad (\text{III-43})$$

En prend (III-43) dans (III-42)

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{\alpha V_{DC}}{L} - \frac{(V_c + V_{rc})}{L} - \frac{r_L I_L(t)}{L} \quad (\text{III-44})$$

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{\alpha V_{DC}}{L} - \frac{V_c}{L} - \frac{U_{rc}}{L} - \frac{r_L I_L(t)}{L} \quad (\text{III-45})$$

$$V_{rc} = r_c I_c \quad (\text{III-46})$$

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{\alpha V_{DC}}{L} - \frac{V_c}{L} - \frac{r_c I_c(t)}{L} - \frac{r_L I_L(t)}{L} \quad (\text{III-47})$$

$$I(t) = I_L(t) + I_c(t) \quad (\text{III-48})$$

$$I_c(t) = I_L(t) - I(t) \quad (\text{III-49})$$

En prend (III-49) dans (III-47)

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{\alpha V_{DC}}{L} - \frac{V_c}{L} - \frac{r_c}{L} I_L(t) + \frac{r_c}{L} I(t) - \frac{r_L}{L} I_L(t) \quad (\text{III-50})$$

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{\alpha V_{DC}}{L} - \frac{V_c}{L} - \left(\frac{r_c + r_L}{L}\right) I_L(t) + \frac{r_c}{L} I(t) \quad (\text{III-51})$$

$$I_L(t) = I_c(t) + I(t) \quad (\text{III-52})$$

Donc

$$I_c(t) = I_L(t) - I(t) \quad (\text{III-53})$$

$$I_c(t) = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (\text{III-54})$$

(III-54) dans (III-53)

$$C \frac{dV_c(t)}{dt} = I_L(t) - I(t) \quad (\text{III-55})$$

$$\frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{1}{c} I_L(t) - \frac{1}{c} I(t) \quad (\text{III-65})$$

✓ **Equation de MCC**

$$V = RI(t) + La \frac{dI(t)}{dt} + E \quad (\text{III-66})$$

$$E = Kw(t) \quad (\text{III-67})$$

(III-67) dans (III-66)

$$V = RI(t) + La \frac{di}{dt} + Kw(t) \quad (\text{III-68})$$

(III-43) dans (III-68)

$$V_C + V_{rc} = RI(t) + L_a \frac{dI(t)}{dt} + Kw(t) \quad (\text{III-69})$$

$$V_C + r_c I_c(t) = RI(t) + L_a \frac{dI(t)}{dt} + Kw(t) \quad (\text{III-70})$$

$$V_C + r_c (I_L(t) - I(t)) = RI(t) + L_a \frac{dI(t)}{dt} + Kw(t) \quad (\text{III-71})$$

$$V_C + r_c I_L(t) - r_c I(t) = RI(t) + L_a \frac{dI(t)}{dt} + Kw(t) \quad (\text{III-72})$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\frac{R}{L_a} I(t) - \frac{K}{L_a} w(t) + \frac{V_C}{L_a} + \frac{r_c}{L_a} i_L - \frac{r_c}{L_a} I(t) \quad (\text{III-73})$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\left(\frac{R+r_c}{L_a}\right) I(t) + \frac{r_c}{L_a} I_L(t) - \frac{K}{L_a} w(t) + \frac{V_C}{L_a} \quad (\text{III-74})$$

Avec  $C_r = 0$ 

$$J \frac{dw}{dt} = C_e - C_r - fw(t) \quad (\text{III-75})$$

$$J \frac{dw}{dt} = C_e - fw(t) \quad (\text{III-76})$$

$$C_e = KI(t) \quad (\text{III-77})$$

(III-77) dans (III-76)

$$J \frac{dw}{dt} = K I(t) - fw(t) \quad (\text{III-78})$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{K}{J} I(t) - \frac{f}{J} w(t) \quad (\text{III-79})$$

**III.7.1 Les équations d'état utilise dans le regulateur LQR**

$$\frac{dI_L(t)}{dt} = \frac{\alpha V_{DC}}{L} - \frac{V_C}{L} - \left(\frac{r_c+r_L}{L}\right) I_L(t) + \frac{r_L}{L} I(t) \quad (\text{III-80})$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} I_L(t) - \frac{1}{C} I(t) \quad (\text{III-81})$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\left(\frac{r_c+R}{L_a}\right) I(t) + \frac{R_C}{L_a} I_L(t) - \frac{K}{L_a} w(t) + \frac{V_C}{L_a} \quad (\text{III-82})$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{K}{J} I(t) - \frac{f}{J} w(t) \quad (\text{III-83})$$

✓ Les équations sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv_C}{dt} \\ \frac{di}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{r_C+r_L}{L}\right) & -\frac{1}{L} & \frac{r_C}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & 0 \\ \frac{r_C}{L_a} & \frac{1}{L_a} & -\left(\frac{R+r_C}{L_a}\right) & -\frac{K}{L_a} \\ 0 & 0 & \frac{K}{J} & -\frac{f}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L \\ v_C \\ i \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{v_{DC}}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} |\alpha| \quad (\text{III-84})$$

$\alpha$  : C'est le rapport cyclique

$$A = \begin{pmatrix} -\left(\frac{r_C+r_L}{L}\right) & -\frac{1}{L} & \frac{r_C}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & 0 \\ \frac{r_C}{L_a} & \frac{1}{L_a} & -\left(\frac{R+r_C}{L_a}\right) & -\frac{K}{L_a} \\ 0 & 0 & \frac{K}{J} & -\frac{f}{J} \end{pmatrix} \quad (\text{III-85})$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{v_{DC}}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III-86})$$

### III.7.2 Calcule le gain de regulateur LQR

Pour trouver la commande qui minimise le critère de performance :

$$J = \frac{1}{2} x(t) S x^T(t) + \frac{1}{2} \int (x(t) Q_{DC(t)} + U^T(t) R U^T(t)) dt \quad (\text{III-87})$$

- 3- Les Matrices de pondération (en fait plusieurs iteration pour le choix de matrice de pondération  $Q$  jusqu'à l'obtention de la dynamique adaptée).

$$Q = \begin{bmatrix} 20 & 35 & 30 & 800 \\ 20 & 35 & 30 & 800 \\ 20 & 35 & 30 & 800 \\ 20 & 35 & 30 & 800 \end{bmatrix}, R = 1$$

Le calcul de la solution de la fonction de Riccati en utilisant l'équation (III-34), pour le calcul de  $S$  et  $K$  nous avons utilisé la relation suivante en utilisant logiciel Matlab :

$$[K,S,e]=lqr(A,B,Q,R) \quad (\text{III-88})$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.002 \\ 0 & 0.2660 & 0.1156 & 1.0429 \\ 0 & 0.1156 & 1.9331 & 7.2862 \\ 0.002 & 1.0429 & 7.2862 & 61.0813 \end{bmatrix}$$

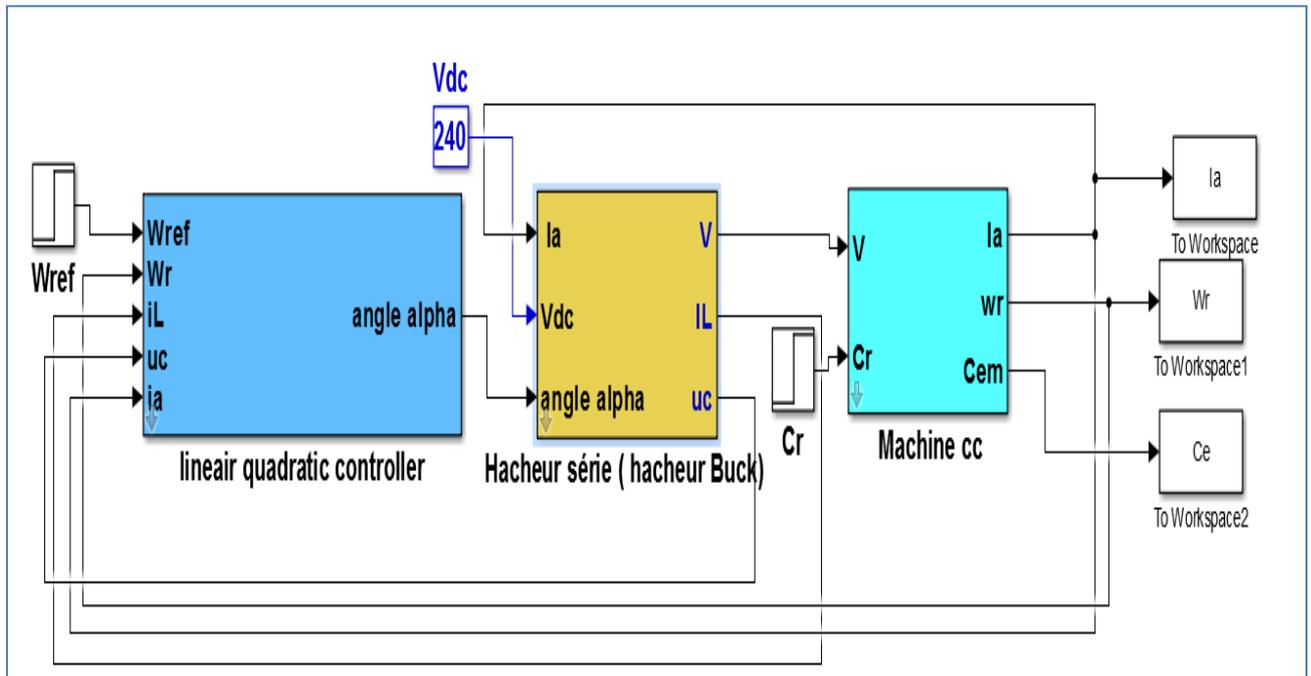
Donc le gain de la commande :

$$K = B^T R^{-1} S$$

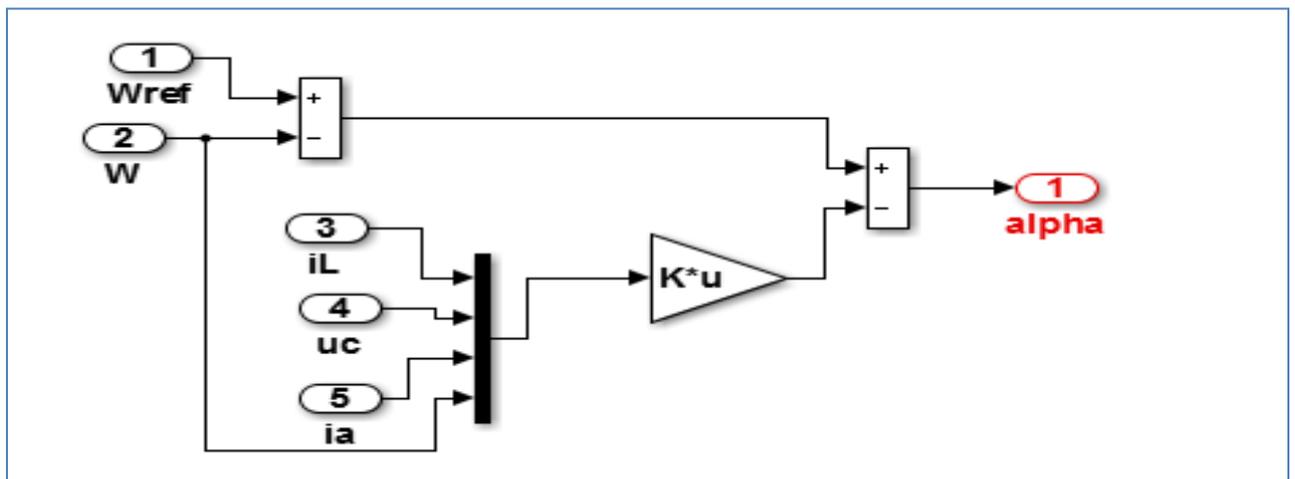
$$K = [4.4730 \quad 6.3223 \quad 2.7474 \quad 24.8044]$$

**III.8 RESULTAT DE SIMULATION :**

La figure(III.4) représente le schéma bloc d'une régulation linéaire quadratique appliqué a la MCC qui est associe d'un hacheur série sous l'environnement Matlab Simulink.



**Figure III. 3** Régulateur LQR de MCC associe d'un hacheur série



**Figure III. 4** Régulateur LQR

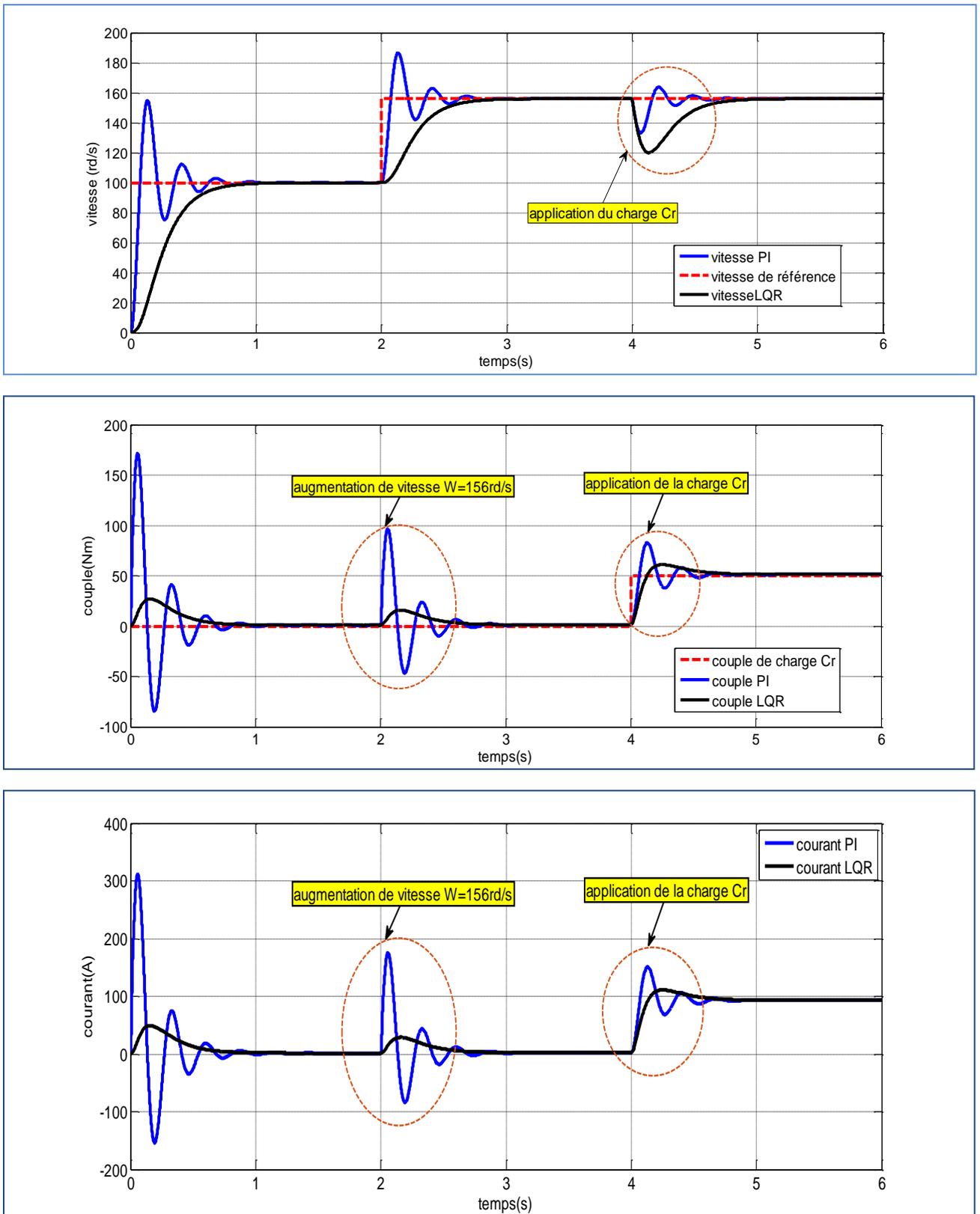


Figure III. 5 Résultat de vitesse, couple électromagnétique et courant donné par régulateur LQR

La Figure (III-5) présente les allures de vitesse, couple électromagnétique et courant en utilisation le régulateur linéaire quadratique de la MCC associé d'un hacheur série, en observant sur les allures données par LQR comparé par PI que la vitesse suit leur référence sans dépassement, durant l'application de charge à  $t=4s$  en remarquant une diminution de vitesse puis il atteint leur référence, concernant le couple électromagnétique en observant sur leur réponse moins de dépassement au démarrage puis il suit la valeur de la charge (à vide), durant l'augmentation de vitesse  $W=156\text{rd/s}$  à  $t=2s$  en observant un pic sur leur réponse, à l'instant de l'application de charge le couple prend la valeur de charge. Le résultat de courant montre qu'il aura la même allure de couple.

- **Réponse de vitesse et couple avec le choix incorrect de la matrice de pondération « Q »**

On propose :

**1<sup>er</sup> cas :**

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 25 & 50 \\ 0 & 0 & 25 & 50 \\ 0 & 0 & 25 & 50 \\ 0 & 0 & 25 & 50 \end{bmatrix}, R = 1$$

Le calcul de la solution de la fonction de Riccati en utilisant l'équation (III-43)

$$S_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0007 & 0.0010 \\ 0 & 0.0007 & 0.0395 & 0.0555 \\ 0 & 0.0010 & 0.0555 & 5.9952 \end{bmatrix}$$

Donc le gain de la commande :

$$K = B^T R^{-1} S$$

$$K_1 = [0.0149 \quad 0.1695 \quad 4.8778 \quad 6.9022]$$

**2<sup>ème</sup> cas :**

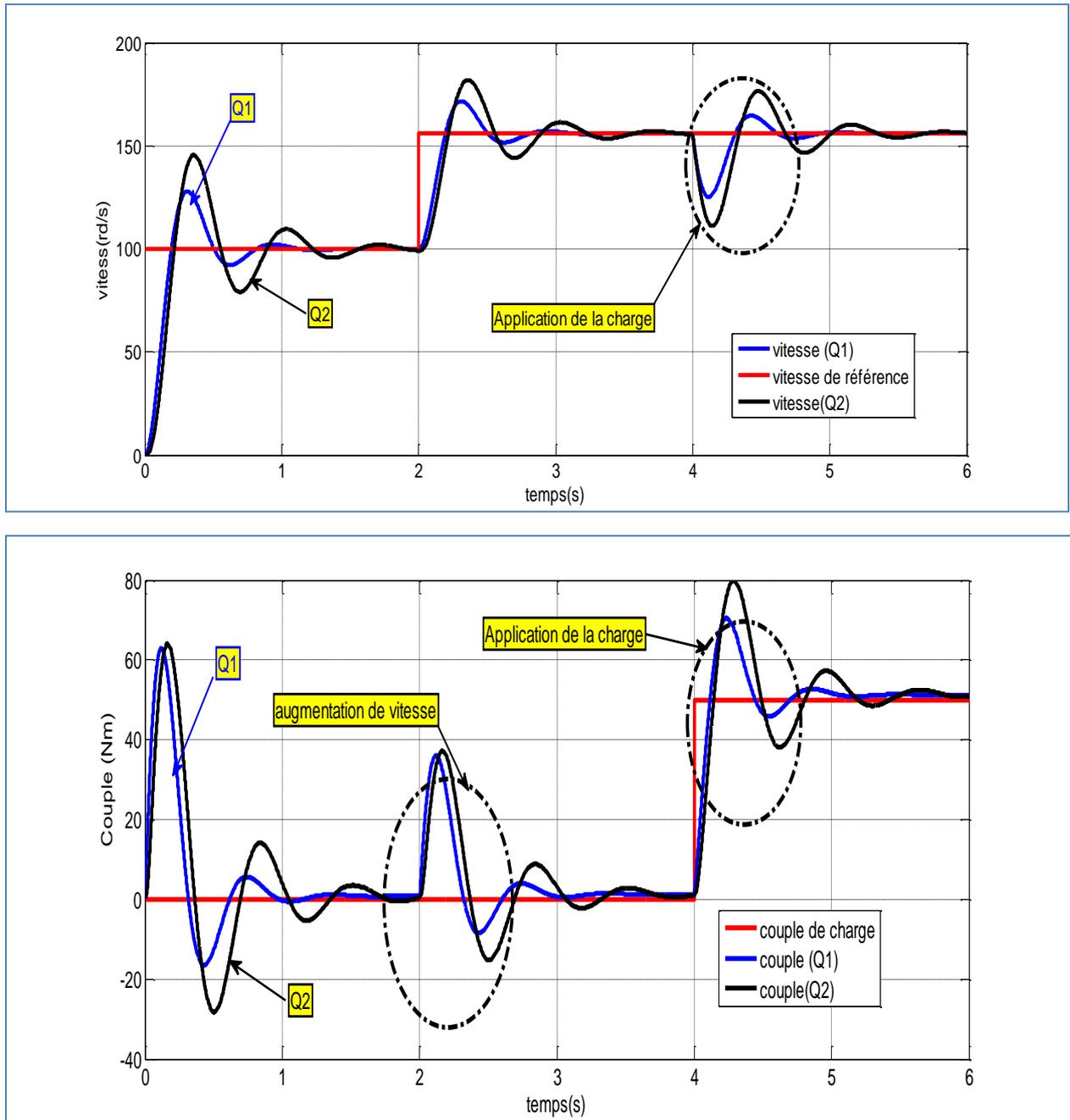
$$Q_2 = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 25 & 50 \\ 10 & 5 & 25 & 50 \\ 10 & 5 & 25 & 50 \\ 10 & 5 & 25 & 50 \end{bmatrix}, R = 1$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0771 & 0.0396 & 0.1681 \\ 0 & 0.0396 & 0.5299 & 0.6968 \\ 0 & 0.1681 & 0.6968 & 7.9402 \end{bmatrix}$$

Donc le gain de la commande :

$$K = B^T R^{-1} S$$

$$K_2 = [3.1628 \quad 2.5886 \quad 1.3318 \quad 5.6543]$$



**Figure III. 6** Résultat de vitesse, couple électromagnétique et courant pour incorrect choix de matrice de pondération

La Figure (III-6) présente les allures de vitesse et couple électromagnétique en utilisation de régulateur linéaire quadratique de la MCC associé d'un hacheur série pour un choix incorrect de matrice de pondération, Nous voyons dans ces allures que le résultat possède un grand dépassement ainsi les résultats pour la vitesse et le couple comportent des

ondulations.

En conclure que pour avoir un commande optimale qui minimise un critère donné il faut choisis correctement la matrices de pondération  $Q$ .

### III.9 CONCLUSION

Nous avons discuté dans ce chapitre sur la commande optimale d'une manière générale et plus particulièrement de la commande linéaire quadratique LQR. Les principaux critères utilisés dans l'application de la commande optimale se résument au temps et à un indice de performance. On conclut que la commande LQR à propre caractéristiques, et propre avantages et inconvénients est dépend de choix de la matrice de pondération  $Q$ .

# Conclusion Générale

# Conclusion Générale

La régulation est la technique utilisée pour contrôler une ou plusieurs grandeurs physiques d'un système (tel que la vitesse, le courant, la position, ...) en vue d'imposer le comportement et de maintenir ces grandeurs à des niveaux prédéfinies.

Dans cette étude, on a commandé un moteur à courant continu par un contrôleur Proportionnel Intégrale « PI », et par la commande Linéaire quadratique « LQR ». Le principal avantage du moteur à courant continu réside dans le fait qu'il se prête facilement à un contrôle souple continu de sa vitesse.

D'après les résultats de simulation, la commande par PI est la meilleure car elle est simple à utiliser, mais possède des inconvénients tels que la variation de gain proportionnel et intégral due au paramètres de moteur (résistance, inductance) qui influe sur les réponses de moteur (vitesse, couple, courant).

La commande LQR est aussi performante et efficace dans la commande de la machine à courant continu par rapport à la commande PI, mais pour cette méthode on doit choisir les matrices de pondération  $Q$  qui assure la convergence et  $R$  qui assure la minimisation, et pour cela on doit faire plusieurs essais jusqu'à avoir la bonne réponse, ce qui veut dire que ces matrices ne sont pas valables pour tous les systèmes, on doit à chaque fois les déterminer et cela n'est pas un travail d'ingénieur car le développement de la technologie nous permet de faire ces calculs à l'aide d'un calculateur numérique .

# ANNEXE

## Annexe A

❖ Les paramètres de la MCC utilisée :

Puissance	308 [W]
tension	220[V]
l'inductance (L)	0.00046[H]
Résistance (R)	1[Ω]
Moment d'inertie(J)	0.093[kg.m <sup>2</sup> ]
Coefficient de frottement(f=B)	0.008[N.m.s/rd]
Constant (Ke=Km)	0.55(V/rd/s)
Vitesse nominale	150 [rd/s]

❖ Les paramètres de l'hacheur série utilisée :

Tension continu	240[V]
Résistance interne de l'inductance (rl)	0.017[Ω]
l'inductance (L)	1.5* 10 <sup>-3</sup> [H]
Résistance interne de condensateur (rc)	0.25 [Ω]
Condensateur(C)	47*10 <sup>-6</sup> [H]

❖ Les Paramètres du régulateur PI :

Kp	Ki
0.02	0.2
0.3	0.02

## BIBLIOGRAPHIE

- 
- [1] F. Ayeb, Conception et implémentation d'une commande PID numérique d'un moteur à courant continu, Mémoire de fin d'étude en informatique industriel.: Université Larbi Ben M'hidi, Oum el Bouagui, 2014.
- [2] S. Boulakroune, Commande à vitesse variable d'un moteur à Courant continue alimenté par hacheur Bidirectionnel en courant, mémoire fin étude en commande électrique: université badjimokhtar Annaba, 2019.
- [3] H. Bensaada et K. Aissoui, Régulation flou de vitesse de la machine a courant continue, mémoire fin étude en électromécanique: Université Belhadj Bouchaib Ain Temouchent, 2019.
- [4] L. Lasne, exercices et problème d'électrotechnique, Notions de base et machine électrique, 2<sup>ème</sup> éd., Ecoles d'ingénieurs, Paris, 2005.
- [5] E. Merabet, Machines électriques I, polycopie de cours, Département de LMD ST Faculté de Technologie: Université de Batna, 2013/2014.
- [6] F. Bernot, Machines à courant continu - Constitution et fonctionnement, techniques de l'ingénieur, 1999.
- [7] G. Jogs et E. D. Goodman, Entraînements à courant continu, 1<sup>ère</sup> éd., Presses de l'Université du Québec, 1987.
- [8] A. kedjbour et B. Zoubir, Etude et simulation de l'asservissement de vitesse dans l'association moteur à courant continue-hacheur série, mémoire de master en électromécanique: Université Mohamed Seddik Ben Yahia – Jijel, 2019.
- [9] M. Arhoujdam et M. Dahi, Mise en oeuvre d'un régulation de vitesse d'un moteur à courant continue, mémoire fin étude en génie industriel et maintenance: université mohamed V, souissi, 2012/2013.
- [10] R. Chouprade, Electronique de puissance, commande des moteurs à courant conitun, 5<sup>ème</sup> éd., P. Eyrolles, Éd., 1988.
- [11] N. e. h. Benni et B. Bentaouaf, Régulation Floue PI de vitesse d'une machine à courant continu, mémoire fin étude en commande électrique: université Belhadj Bouchaib Ain Temouchent, 2020.
-

# RESUME

## RESUME

### RESUME

Le travail présenté dans ce mémoire concerne la modélisation et la commande d'une machine à courant continu en utilisant deux techniques de commande dans l'espace d'état, à savoir, la commande proportionnel intégrale et la commande linéaire quadratique LQR. Dans ce contexte, Le contrôleur LQR est introduit pour remédier aux insuffisances du PI classique surtout en terme de robustesse vis-à-vis les variations de gain proportionnel et intégrale ( $K_p$ ,  $K_i$ ) de PI. La commande LQR a montré son efficacité dans la commande de la machine CC mais il reste relie au choix correct des matrices de pondération.

**Mots clés :** MCC, régulateur PI et LQR, performances.

### ABSTRACT

The work presented in this thesis concerns the modeling and the control of a direct current machine using two control techniques in the state space, namely, the integral proportional control and the quadratic linear control LQR. In this context, the LQR controller is introduced to remedy the short comings of the classic PI, especially in terms of robustness with respect to the proportional and integral gain variations ( $K_p$ ,  $K_i$ ) of PI. The LQR command has shown its effectiveness in controlling the direct current machine but it remains linked to the correct choice of weighting matrices.

**Keywords:** direct current machine, PI and LQR regulator, performance.

### ملخص

يتعلق العمل المقدم في هذه الأطروحة بالنمذجة و التحكم في آلة التيار المباشر باستخدام تقنيتي التحكم , و هما التحكم النسبي المتكامل و التحكم الخطي التربيعي LQR . في هذا السياق , يتم تقديم وحدة التحكم الخطي التربيعي لمعالجة اوجه القصور في التحكم النسبي المتكامل الكلاسيكي , خاصة من حيث ما يتعلق باختلافات الكسب النسبية و التكاملية ( $K_p, K_i$ ) ل PI . اظهر امر التحكم الخطي التربيعي LQR فعاليته في التحكم في محرك بتيار مستمر و لكنه يظل مرتبطا بالاختيار المناسب و الصحيح لمصفوفات الترجيح .

**الكلمات المفتاحية :** محرك بتيار مستمر , التحكم النسبي المتكامل , التحكم الخطي التربيعي , مثالية الاداء.