

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République algérienne démocratique et populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب  
Université-Ain-Temouchent- Belhadj Bouchaib  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département d'Electrotechnique



Projet de fin d'études  
Pour l'obtention du diplôme de Master en :  
Domaine : SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
Filière : Electromécanique  
Spécialité : Electromécanique  
Thème

## Analyse des vibrations des machines tournantes

Présenté Par :

- 1) Mr ZAHAF MOHAMMED
- 2) Mr DJILLALI OUSSAMA SAID

Devant le jury composé de :

Dr M.AISSOU	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Président
Dr T.KEBIR	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Examineur
Dr Z.HARCHOUCHE	UAT.B.B (Ain Temouchent )	Encadrant
Mr N.MECIRDI	UAT.B.B (Ain Temouchent )	Co- Encadrant

**Année universitaire 2021/2022**

---





# *Remerciements*

## REMERCIEMENTS

- Nous tenons à remercier tout particulièrement:

- Notre Encadrant maitre assistant **Dr Z.HARCHOUCH** et notre Co-Encadrant **Mr N.MECIRDI** Maitre de Conférences du Département de Electrotechnique de la faculté de Technologie de l'Université d'Ain Témouchent pour nous avoir guidés tout au long de notre travail, pour leur contribution à notre formation et l'aide apportée pour la réalisation de ce mémoire de Master. C'est grâce à leurs qualités humaines et scientifiques qu'on a pu continuer et mener à bien ces travaux de recherches. Qu'ils trouvent ici l'expression de notre profonde gratitude.

- Nous adressons nos remerciements les plus sincères au Maitre de Conférences **Dr M.AISSOU** d'avoir accepté la Présidence du Jury et l'évaluation de ce mémoire de Master.

- Nos remerciements vont également :

-A **Dr T.KEBIR** pour l'intérêt quelle a porté à l'évaluation de ce travail et pour avoir accepté de faire partie de notre Jury de soutenance.

- Un grand merci à tous nos Enseignants et Responsables du département d'Electrotechnique et à tous nos Sincères collègues de la Faculté de Technologie ainsi qu'à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à notre formation, à l'avancement et réalisation de ce travail de recherche.

**Mr ZAHAF MOHAMMED**

**Mr DJILLALI OUSSAMA SAID**

# DEDICACE :

C'est avec un grand plaisir et une fierté que je dédie ce modeste travail à :

Mes très chères père, mère et à ma grand-mère source d'amour et tendresse qui ont sacrifié toujours pour me voir réussir

Mon très cher unique frère

Mes très chères sœurs

A tous les nombres de ma grande famille qui porte le nom « ZAHAF »

Tous mes amis et à tous les étudiants de Master 2 « Electromécanique »  
Electrotechnique Enfin à tout ce qui nous aime et que 'on aime

**ZAHAF MOHAMMED**

# DEDICACE :

C'est avec un grand plaisir et une fierté que je dédie ce modeste travail à :

Mes très chères père, mère et à ma grand-mère source d'amour et tendresse qui ont sacrifié toujours pour me voir réussir

Mes très cher unique amies GUERNI MOHAMED et HOUCIN

A tous les nombres de ma grande famille qui porte le nom « DJILLALI »

Tous mes amis et à tous les étudiants de Master 2 « Electromécanique »  
Electrotechnique Enfin à tout ce qui nous aime et que 'on aime

***DJILLALI OUSSAMA SAID***

# *Résumé*



## *Résumé*

Dans ce travail on va présenter une étude de simulation numériques de vibration une machine tournante en utilisant le logiciel de simulation Matlab. Pour cela dans notre travail on a considère une boîte de vitesses idéale qui se compose d'un pignon engrenant avec un engrenage. Le pignon est couplé à un arbre d'entrée relié à un moteur primaire. L'engrenage est relié à un arbre de sortie. Les arbres sont supportés par des roulements à rouleaux sur le carter de la boîte de vitesses. On a supposé qu'une des dents de l'engrenage souffre d'un défaut local tel qu'un écaillage. Il en résulte un impact à haute fréquence se produisant une fois par rotation de l'engrenage. On va appliquer la méthode une moyenne temporelle synchrone au signal de vibration de sortie. Suit, on a analyser un segment de l'historique et les spectres de puissance pour les signaux moyennés synchrones dans le temps. Puis on va comparer les spectres de puissance pour les deux signaux et on va analyser la description des défauts réparti dans le pignon et intégrerons ses effets dans le signal vibratoire. Dans la dernière partie de ce travail ,on va analyser vibratoire des défauts des roulements des éléments roulants.

**Mots-clefs :** Machine tournante, Matlab, Signal vibratoire, Roulements, Défauts.

---

## *Abstract*

In this work we will present a numerical simulation study of vibration of a rotating machine using the Matlab simulation software. For this in our work we have considered an ideal gearbox which consists of a pinion meshing with a gear. The pinion is coupled to an input shaft connected to a prime mover. The gear is connected to an output shaft. The shafts are supported by roller bearings on the gearbox housing. It has been assumed that one of the teeth of the gear suffers from a local defect such as chipping. This results in a high frequency impact occurring once per rotation of the gear. We will apply a synchronous time average to the output vibration signal. Next, we analyze a segment of the history and the power spectra for the time-synchronous averaged signals. Then we will compare the power spectra for the two signals and we will analyze the destruction of the faults distributed in the pinion and incorporation of its effects in the vibration signal. In the last part of this work we will analyze the vibration of rolling element bearing defects.

**Keywords:** Rotating machine, Matlab, Vibratory signal, Bearings, Defects.

# *Sommaire*

# Sommaire

Remerciements.....	I
Dédicace.....	II
Résumé.....	IV
Sommaire.....	V
Liste des figure.....	VI

## Introduction générale

Introduction générale .....	1
-----------------------------	---

## Chapitre I

I.1. Introduction.....	3
I.2 Machines tournantes (définition et constitution).....	3
I.2.1 Un rotor.....	4
I.2.2 La structure.....	4
I.2.3 Les liaisons.....	4
I.3 Classification des machines tournantes(les machines génératrices et les machines motrices).....	5
I.4Principaux types de machines tournantes.....	6
I.4.1 Les turbomachines.....	6
I.4.1.1 Les turbine hydraulique.....	6
I.4.1.2 Les turbine à gaz.....	8
I.4.1.3 Les turbine à vapeur.....	9
I.4.2 Les pompes.....	10
I.4.2.1 Les pompes volumétriques.....	10
I.4.2.2 Les pompes dynamiques.....	10
I.4.3 Les compresseurs.....	11
I.4.3.1 Définition.....	11
I.4.3.2 Classification des compresseurs.....	12
I.4.3.2.1 Compresseurs volumétriques.....	12
I.4.3.2.2 Les compresseurs dynamiques.....	13
I.4.4 Les moteurs électriques.....	14
I.4.4.1 Les moteurs à courant continu.....	14
I.4.4.2 Les moteurs à courant alternatif.....	15
I.5 Classement « VIS » des machines.....	17

I.6 Conclusion.....	18
---------------------	----

## Chapitre II

II.1 Introduction .....	19
II.2 Généralité.....	19
II .3 Différentes techniques de la surveillance des machines tournantes .....	19
II .4 Les défaillances les plus fréquentes des machines tournantes .....	20
II .4.1 Déséquilibre (défaut de balourd) .....	20
II .4.1.1 Définition .....	20
II .4.1.2 Les causes de défaut de balourd .....	21
II .4.2 Défaut d'alignement.....	21
II .4.2.1 Définition .....	21
II .4.2.2 Les causes de défaut désalignement.....	21
II .4.3 Mauvais serrage mécanique.....	22
II .4.4 Les défauts des engrenages.....	22
II .4.4.1 Définition.....	22
II .4.4.2 Signatures vibratoires des défauts d'engrènement.....	23
II .4.5 Les défauts des roulements .....	25
II .4.5.1 Définition.....	25
II .4.5.2 Les causes des défauts de roulements.....	26
II .4.5.3 Signatures vibratoires des principaux défauts des roulements.....	26
II .4.6 Défauts hydraulique/ventilateur .....	29
II .4.6.1 Passage d'aube.....	29
II .4.6.2 Cavitation.....	29
II .4.6.3 Défauts électriques.....	29
II .5 Analyse vibratoire.....	29
II .5.1 Définitions .....	29
II .5.2 Les avantages de l'analyse vibratoire.....	29
II .5.3 Les inconvénients.....	30
II .5.4 Objectifs d'analyse vibratoire.....	30
II .5.5 Activités de l'analyse vibratoire .....	30
II .5.5.1 Surveillance .....	30
II.5.5.2 Détection.....	31
II.5.5.3 Diagnostic	
II.5.6 Domaines d'application.....	31
II .6 Mesure du signal Vibratoire.....	31
II .6.1 Caractéristiques d'une vibration.....	32
II .6.2 Les différentes formes de vibration.....	32
II .6.2.1 Vibrations périodiques .....	33
II .6.2.2 Vibrations apériodiques .....	33
II .6.3 Les capteurs de vibration .....	35
II .6.3.1 Capteur d'accélération (Accéléromètre, principe piézoélectrique) .....	35

II .6.3.2 Capture de vitesse.....	36
II .6.3.3 Les capteurs de déplacement .....	37
II .6.4 Les caractéristiques des capteurs.....	37
II .6.5 Choix de l'emplacement des capteurs.....	37
II .6.6 Consignes pour la fixation des capteurs .....	38
II .7 Classification des signaux.....	39
II .7.1 Signaux déterministes.....	39
II .7.2 Signaux aléatoires.....	39
II .8 Techniques de traitement de signal.....	40
II .8.1 Analyse temporelle.....	40
II .8.2 Analyse dans le domaine fréquentiel.....	42
II .8.2.1 L'analyse du spectre.....	42
II .8.2.2 Analyse d'enveloppe.....	43
II .8.3 Analyse temps - fréquence.....	43
II .8.3.1 Transformée de Fourier à court terme.....	43
II .8.3.2 Transformée en ondelette.....	44
II .8.3.3 Transformée de Hilbert Huang.....	44
II .9 Conclusion.....	44

## Chapitre III

III.1 Introduction .....	46
III.2 Description du modèle mathématique.....	46
III.3 Équations de mouvement.....	48
III.4 Equations de mouvement d'un rotor à engrenages.....	50
III.5 Modèle dynamique du roulement.....	68
III.6 Conclusion.....	69

## Chapitre IV

IV.1 Introduction .....	70
IV.2 Description du problème.....	70
IV.3 Générer des impacts à haute fréquence.....	72
IV.4 Générer des impacts à haute fréquence causés par un défaut local sur une dent d'engrenage.....	73
IV.5 Comparer les spectres de puissance pour les deux signaux.....	75
IV.6 Appliquer une moyenne temporelle synchrone au signal de vibration de sortie.....	77
IV.7 Spectres de puissance pour les signaux moyennés synchrones dans le temps.....	78
IV.8 Défaut réparti dans le pignon et intégrer ses effets dans le signal vibratoire.....	80
IV.9 Analyse vibratoire des défauts des roulements des éléments roulants.....	81
IV.10 Conclusion.....	87

## Conclusion générale

Conclusion générale..... 81

## Références bibliographique

Références bibliographique ..... 82

# *Listes des figures*

# Listes des figures

Figure I.1 : Machines électrique tournante [5].....	3
Figure I.2: Figure I.3: Turbine Pelton.....	7
Figure I.3 : Turbine Francis.....	7
Figure I.4: Turbine Kaplan.....	8
Figure I.5 : Turbine à gaz .....	9
Figure I.6 Turbine à vapeur.....	9
Figure I.7 : Pompe centrifuge.....	11
Figure I.8 : Compresseur à piston hermétiquement scellé.....	11
Figure I.9 : Fonctionnement d'un compresseur à piston à cylindre vertical avec carter.....	13
Figure I.10 : Compresseur à membrane.....	13
Figure I.11 : Composants d'un moteur à courant continu.....	15
Figure I.12 : Composants d'un moteur asynchrone.....	16
Figure I.13 : Photo du stator d'une machine asynchrone.....	16
Figure I.14 : Photo du rotor d'une machine asynchrone.....	17
Figure II.1 : Différentes techniques de la surveillance des machines tournantes [14].....	18
Figure II.2 : Défauts d'usinage causant le balourd [16].....	19
Figure II.3 : Les types de mauvais alignements [16].....	20
Figure II.4 : Défaut d'usure d'accouplement.....	21
Figure II.5 : Défauts d'engrenages [16].....	21
Figure II.6 : Image vibratoire théorique d'un engrenage présentant une dent détériorée.....	22
Figure II.7: Image vibratoire théorique d'une denture.....	23
Figure II.8: Image théorique et spectre réel d'un engrènement en fond de denture sur un réducteur.....	23
Figure II.9 : Image vibratoire théorique d'un engrenage présentant une dent détériorée.....	24
Figure II.10 : Défauts de roulements [16].....	25
Figure II.11 : Image vibratoire théorique d'un défaut de type écaillage sur bague extérieure [11].....	26
Figure II.12 : Image vibratoires théorique d'un défaut de type écaillage sur bague intérieure [11].....	26
Figure II.13 : Image vibratoires théorique d'un défaut de type écaillage sur un élément roulant [11].....	27
Figure II.14 : Défaut de déversement [11].....	27



Figure II.15: Image vibratoires théorique d'un défaut de type déversement de bague [11].....	27
Figure II.16 : Principe de l'analyse vibratoire [14].....	28
Figure II.17 : Schéma présentatif des activités de l'analyse vibratoire.....	29
Figure II.18 : Représentation d'une vibration sinusoïdale [21].....	31
Figure II.19 : Schéma de principe d'un accéléromètre [23].....	34
Figure II.20 : Schéma de principe d'une vélocimétrie [25].....	35
Figure II.21 : Schéma de principe d'un capteur de déplacement [26].....	36
Figure II.22 : Fixation du capteur sur palier [27].....	37
Figure II.23 : Choix directionnel pour la prise de mesure [27].....	37
Figure II.24 : Choix de l'emplacement du capteur .....	38
Figure II.25: Représentation des indicateurs temporels.....	39
Figure III.1 : Modèle de système du problème de vibration latérale couplée.....	46
Figure III.2 : Modélisation des contacts d'engrenage.....	47
Figure III.3 : Modèle de roulement.....	67
Figure IV.1 : Modèle de système du problème de vibration de roulement.....	71
Figure IV.2 Modèle du problème de vibration du système d'engrenage.....	71
Figure IV.3 Variation de l'accélération de deux pignons, $f_{\text{Pignon}} = 8,333 \text{ Hz}$ .....	73
Figure IV.4 Variation de l'accélération de deux pignons, $f_{\text{Pignon}} = 11,666 \text{ Hz}$ .....	74
Figure IV.5 : Dents de l'engrenage souffre d'un défaut local.....	75
Figure IV.6 : Segment de l'historique temporel- engrenage sain et engrenage défectueux.....	75
Figure IV.7 : Spectres de puissance pour les deux signaux.....	76
Figure IV.8 : Spectres des fréquences d'engrènement.....	77
Figure IV.9 : Signaux synchronisés -engrenage et pignon-.....	78
Figure IV.10 : Spectres de puissance -Engrenage -.....	79
Figure IV.11 : Spectres de puissance -pignon-.....	79
Figure IV.12 : Effets de la modélisation de bande latérale.....	80
Figure IV.13 : Spectre de puissance du signal moyen synchrone.....	81
Figure IV.14 : Défauts des roulements des éléments roulants.....	82

Figure IV.15 : Signal d'impact dus à un défaut.....	83
Figure IV.16 : Spectre du roulement.....	84
Figure IV.17 : Pics BPFI.....	85
Figure IV.18 : Spectre d'enveloppe et signal d'enveloppe.....	86
Figure III.19 : Spectre fréquentiel du roulement défaillant.....	87

# Introduction générale

## *Introduction générale*

La plupart des usines contiennent des systèmes électromécaniques et la surveillance des vibrations est la base de la maintenance préventive dans les usines. La technologie de surveillance des vibrations est la plus efficace et utilisée pour détecter facilement et rapidement des différents types de défauts qui permettent de suivre l'état de la machine tournante en fonctionnement pour éviter l'arrêt. Signature d'une vibration spécifique liée à sa conception et à son état. Comme le changement de son état entraîne une modification de la signature vibratoire, cette modification est utilisée pour détecter, distinguer et identifier diverses erreurs résultantes.

L'analyse vibratoire est aujourd'hui un outil performant dans un monde industrie recherchant un maximum de productivité. Elle est la méthode la plus puissante pour éviter les pannes mécaniques des défauts mécanique et les détecte de manier plus précise.

L'analyse vibratoire offre trois principaux niveaux d'analyse : la surveillance, la détection et le diagnostic. De nombreux travaux de recherches se développent encore aujourd'hui autour de nouvelles techniques d'analyse vibratoire. Elles reposent souvent sur des méthodes de traitement avancées du signal. Ces techniques se sont également améliorées grâce à la connaissance du système mécanique en terme vibratoire.

Le manuscrit de ce mémoire se décompose en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, on va donner des définitions générales machines tournantes et on va introduire la classification des machines tournantes tell que les machines génératrices et les machines motrices et on va donner les principaux types de machines tournantes.

Dans le deuxième chapitre cette mémoire, nous présentons une étude théorique sur les vibrations et l'analyse des vibrations, ainsi que les différents défauts des machines tournantes.

Dans le troisième chapitre, On va présenter un modèle de système d'une simple paire d'engrenages droits montés sur des roulements rigides transversalement. Pour réduire la complexité des équations de mouvement, les roulements sont considérés comme rigides. Cette approximation sépare l'interaction d'excitation causée par des défauts de roulement avec des défauts d'engrenage. Aussi, il assure les changements minimes de l'erreur de transmission dynamique grâce aux roulements flexibles pour les arbres légèrement chargés. Les vibrations transversales et de torsion sont supposées être désaccouplées à cause des engrenages droits et des arbres relativement rigides.

Dans le quatrième chapitre on considère une boîte de vitesses idéale qui se compose d'un pignon engrenant avec un engrenage. Le pignon est couplé à un arbre d'entrée relié à un moteur primaire. L'engrenage est relié à un arbre de sortie. Les arbres sont supportés par des roulements à rouleaux sur le carter de la boîte de vitesses. On suppose qu'une des dents de l'engrenage souffre d'un défaut local tel qu'un écaillage. Il en résulte un impact à haute fréquence se produisant une fois par rotation de l'engrenage. On va appliquer une moyenne temporelle synchrone au signal de vibration de sortie. Suit, on va analyser un segment de

l'historique et les spectres de puissance pour les signaux moyennés synchrones dans le temps. Puis on va comparer les spectres de puissance pour les deux signaux et on va analyser les descriptions des défauts réparti dans le pignon et incorporation de ses effets dans le signal vibratoire. Dans la dernière partie de ce chapitre on va analyser les vibrations des défauts des roulements des éléments roulants.

# CHAPITRE I

## *Généralités sur les machines tournantes*

## I.1 Introduction :

Dans ce chapitre on va donner des définitions générales machines tournantes et on va introduire la classification des machines tournantes telle que les machines génératrices et les machines motrices et on va donner les principaux types de machines tournantes.

## I.2 Machines tournantes (définition et constitution) :

Une machine est un ensemble des pièces mécaniques, hydrauliques ou électriques concourant à exercer une ou plusieurs fonctions données et, en particulier, l'application d'une force modulée ou non, destinée à vaincre une résistance ou à assurer un mouvement avec ou sans transmission de force [1].

Les machines tournantes sont des moyens par lesquels la puissance peut être convertie en (ou à partir) d'un fluide continu ruissellement par médiation des effets dynamiques du mouvement des plumes en éventail rotatif ; Il est ce qui tombe sous le nom de machines à turbine, où l'origine du mot "terpène" signifie que Tourne rapidement sous la forme d'une force inflammable ou rotative

Chaque machine tournante se compose, souvent, de trois principaux composants, à savoir le rotor, les liaisons et la structure du support [5].

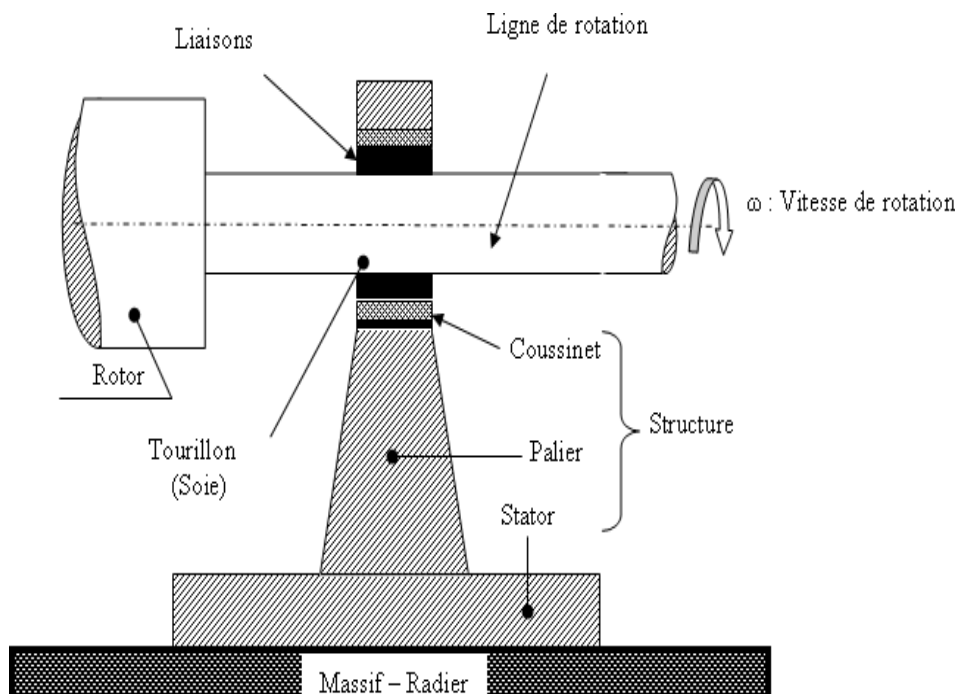


Figure I.1 Eléments d'une machine tournante [5].

**I.2.1 Un rotor :**

Le rotor est une structure dont les éléments tournent autour d'une ligne de rotation. Le rotor fait de plusieurs matériaux (acier, cuivre, bois, plastique...), réalise une fonction bien définie : (manipulation de fluides, de solides, parcours dans un champ électromagnétique...).

**I.2.2 La structure :**

La structure non rotative comprend les éléments essentiels suivants :

**Les coussinets** de faibles dimensions au droit des tourillons du rotor. Des bagues peuvent être substituées aux coussinets : roulements.

**Les paliers** qui relient les coussinets (bague) au stator.

**Le stator** ou enveloppe de la machine ; il contient des éléments essentiels : circuit magnétique dans les machines électriques, ailette pour les turbomachines...etc.

**Le massif** des systèmes embraqués peut prendre des formes beaucoup plus variées que celles des systèmes terrestres dont les massifs sont liés aux radies. Une interface adapte le stator au massif. Cette adaptation exige de résoudre un problème qui relève de la suspension des machines dont peut dépendre la tranquillité vibratoire, spécialement celle de l'envenimement.

**Le radier** est un élément spécifique aux systèmes terrestres. Il assure la liaison entre le massif et sols et a pour mission de diminuer les pressions exercées au sol dans des limites acceptables. C'est par lui que les séismes perturbent les machines tournantes, il peut être responsable de certains déalignements entre les paliers.

**I.2.3 Les liaisons :**

Le rotor est lié à la structure non rotative par des liaisons qui assurent le guidage du rotor. Les liaisons sont classées dans trois ensembles :

Les liaisons à fluides.

Les liaisons à roulements.

Les liaisons magnétiques.

**I.3 Classification des machines tournantes (les machines génératrices et les machines motrices) [2] :**

	<b>Machines génératrices</b>	<b>Machines motrices</b>
<b>Liquide</b>	<b>Pompes</b> Centrifuge	<b>Turbin hydraulique</b> Type Pelton



	Volumétriques alternatives  Rotatives	Type Francis  Type Kaplan
<b>Gaz</b>	<b>Compresseurs</b> Alternatifs  Rotatifs  Centrifuge  Axiaux  <b>Pompe à vide</b>  Alternatives      rotatives	<b>Machines alternatives</b> Machines à vapeur (Sans combustion)  <b>Moteurs thermiques</b> A allumage commandé      ou non (Diesel) à 2 ou 4 temps  <b>Turbines de détente</b> Turbines à vapeur (Sans combustion) Turbine de récupération  <b>Turbine à gaz</b> (combustion de fuel oil ou fuel gas)
<b>Electricité</b>	<b>Alternateurs</b> Excitatrice tournante  Excitatrice statique	<b>Moteurs asynchrones</b>  <b>Moteurs à vitesse à vitesse variable</b> (à fréquence pilotée)

Tableau I.1 Classification des machines tournantes.

**I.4 Principaux types de machines tournantes :****I.4.1 Les turbomachines :**

Une turbomachine est une machine tournante qui transfère de l'énergie entre son arbre et un fluide en mouvement.

**Utilisation :**

Les turbines sont également utilisées pour faire tourner des ventilateurs septaux c'est une partie importante du moteur d'avion

La plus ancienne turbine connue a environ 3000 ans ; ce sont de simples roues hydrauliques Les anciens Grecs l'utilisaient. Mais aujourd'hui ; Les tournettes varient en taille et en énergie grâce à but d'utilisation.

Il pourrait produire une énorme turbine qui entraîne un générateur électrique. Par exemple ; Énergie d'environ +16 millions de watts »

Les principaux types de turbomachines rencontrés dans l'industrie sont les suivants :

#### **I.4.1.1 Les turbine hydraulique :**

Lorsque ces turbines sont gérées à l'aide de tuyères (pulvérisateurs) ou par l'eau tombant des chutes d'eau, le mouvement de ces turbines génère l'énergie électrique nécessaire au fonctionnement des générateurs dans les centrales électriques.

Il existe des types principaux de ces turbines :

a- Turbine Pelton.

b-Turbine Francis.

c- Turbine Kaplan.

Notamment Le type de turbine utilisé dans n'importe quelle usine dépend de l'altitude Pression existante (la montée en pression est la distance sur laquelle l'eau descend avant de toucher la turbine) et la pression monte d'environ deux mètres et demi à plus de 300 mètres.

**Turbine Pelton :** Il s'agit d'une turbine à eau qui fonctionne par propulsion, ce qui signifie que la force de l'eau frappant la roue de la turbine la fait tourner, car l'eau tombe sur le côté de la turbine à travers un tube appelé canal de contrôle du débit d'eau. La roue sous la forme d'une fontaine à grande vitesse Ce type de pression de fluide s'écoule dans la roue La rotation reste stable [3].



Figure I.2 Turbine Pelton.

**Turbine Francis :** cette turbine est utilisée lorsque la pression monte entre 30 et 300 mètres et entoure le rotor de la turbine Francis.

Sa roue comporte 24 pales courbes, l'axe de la roue est vertical et travaille sous l'eau, cette roue est entourée d'un anneau de pales directrices qui ouvrir et fermer pour contrôler la quantité d'eau entrant dans la roue et le membre tourne La rotation est principalement causée par la pression de l'eau qui se précipite [3].



Figure I.3 Turbine Francis.

**Turbine Kaplan :**

Cette turbine est utilisée pour une hauteur de pression inférieure à 30 mètres. Le meilleur exemple de rotor dans la turbine Kaplan est l'hélice du navire, et il y a trois à huit pales

installées dans un axe vertical. La façon dont le Kaplan fonctionne est très similaire au fonctionnement de la turbine Francis [3].



Figure I.4 Turbine Kaplan.

#### I.4.1.2 Les turbine à gaz

La turbine à gaz est un moteur à combustion interne à flux continu. Elle est composée, généralement, des trois composants suivants [4]:

Un **compresseur**: qui assure la compression de l'air ambiant avant d'être admis dans la chambre de combustion ;

Une **chambre de combustion**: est le siège de la combustion du mélange air comprimé – carburant injecté.

Une **turbine** : qui permet de convertir l'énergie contenue dans les gaz brûlés sortie de la chambre de combustion en énergie mécanique

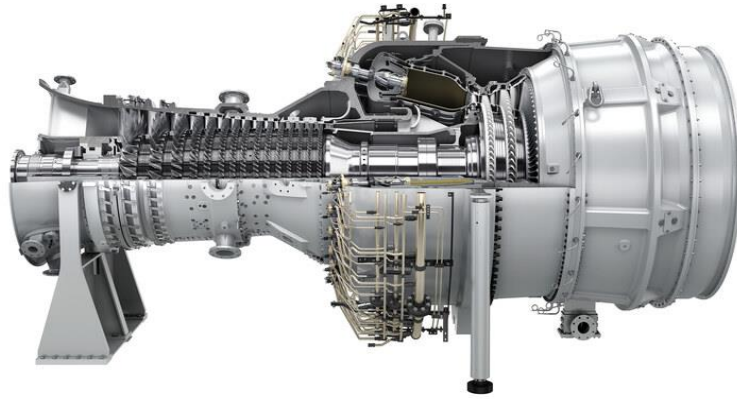


Figure I.5 Turbine à gaz.

#### I.4.1.3 Les turbine à vapeur

Les turbines à vapeur sont des moteurs thermiques qui extraient l'énergie contenue dans la vapeur sous pression pour effectuer un travail utile. En amont de la turbine à vapeur se trouve un générateur de vapeur qui utilise l'énergie thermique d'un combustible pour chauffer de l'eau et produire de la vapeur sous pression.

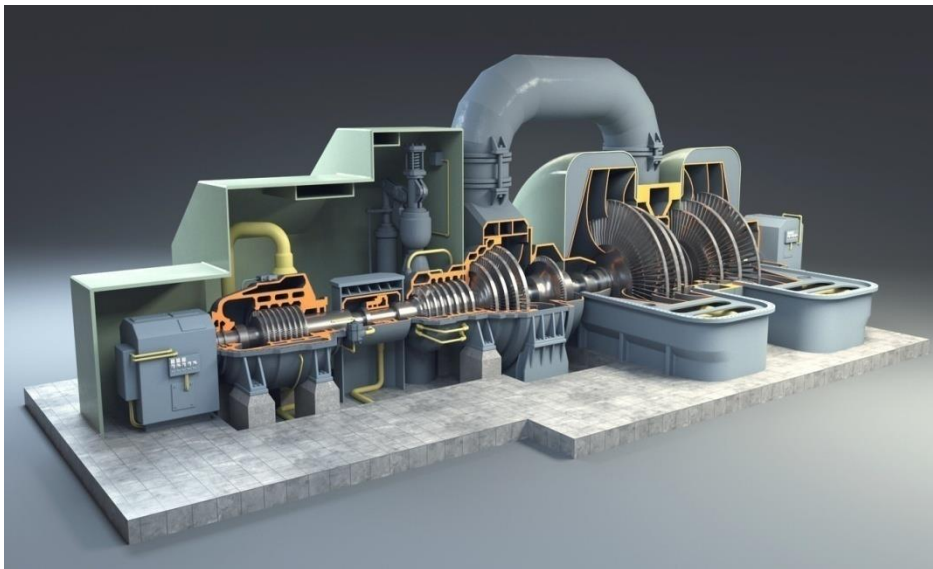


Figure I.6 Turbine à vapeur.

**I.4.2 Les pompe :**

La pompe est l'un des composants les plus importants de tout système d'eau, L'utilisation des pompes s'est largement répandue en raison de leur grande efficacité pour élever l'eau à des dizaines de mètres, en fonction de leur puissance et de leur efficacité

La pompe est une unité mécanique qui communique de l'énergie hydraulique à un fluide en vue de son déplacement d'un point à un autre.

Les pompes sont divisées en deux types principaux :

**I.4.2.1 Les pompes volumétriques :** l'écoulement résulte de la variation d'une capacité par le fluide divisée en:

**Pompes alternative**

Pompe à piston.

Pompe à plunger.

Pompe à diaphragm.

**Pompes rotatives :**

Pompe à vanne.

Pompe à vis.

Pompe à engrenages.

**I.4.2.2 Les pompes dynamiques**

Les pompes centrifuges sont des turbomachines motorisées conçues pour augmenter la pression des fluides qui les traversent. Ils convertissent l'énergie cinétique en énergie de pression [8]. Les pompes centrifuges sont entraînées par des turbines, des moteurs électriques ou des moteurs diesel divisés en pompes centrifugé:

Radial flow

Mixed flow

Axial flow



Figure I.7 Pompe centrifuge.

### I.4.3 Les compresseurs :

#### I.4.3.1 Définition :

Les compresseurs sont des machines qui transforment l'énergie mécanique fournie par une machine motrice en énergie de pression.

Les compresseur utiliser à augmenter la pression d'air (gaz) est permettent aussi de transporter, les compresseur à air réduisent aussi le volume d'air.



Figure I.8 Compresseur à piston hermétiquement scellé.

#### Utilisation:

Les compresseurs sont utilisés dans de nombreuses installations industrielles et dans de nombreuses utilisations quotidiennes. Il est utilisé dans les ateliers d'entretien automobile, où

il fournit de l'air comprimé afin de remplir les pneus et afin de nettoyer ces voitures avec de l'air.

Une autre utilisation en est également dans les ateliers de peinture, où il est utilisé pour pulvériser les surfaces à peindre, dans les hôpitaux pour comprimer l'oxygène et le stocker dans des conteneurs ainsi que dans les circuits frigorifiques de toutes sortes (systèmes de climatisation, centrales à gaz et à vapeur) et les compresseurs sont également utilisés dans de nombreuses autres applications pour le forage dans l'exploration pétrolière, le creusement de canaux, de tunnels et autres

#### **I.4.3.2 Classification des compresseurs :**

Les compresseurs classés selon leurs caractéristiques:

Le principe de fonctionnement (volumétrique, dynamique).

Mouvement des pièces mobiles (mouvement linéaire, rotatif).

Les compresseurs d'air.

Les compresseurs des gaz.

##### **I.4.3.2.1 Compresseurs volumétriques :** On divise cette famille en deux catégories

#### **Les compresseurs alternatifs**

Le gaz est introduit dans un espace limité par des parois métalliques (cylindre et piston), l'espace à disposition du gaz est réduit (le piston avance) et par conséquent la pression augmente, quand la pression est pareille à celle du circuit de haute pression le gaz est refoulé.

#### **On distingue deux types:**

**Compresseur à piston :** Ils comptent parmi les machines réceptrices volumétriques l'énergie est transférée du compresseur au fluide via un volume variable, avec le cylindre et le couvercle du cylindre, le piston (refouler) forme un espace clos à volumes variables [7].



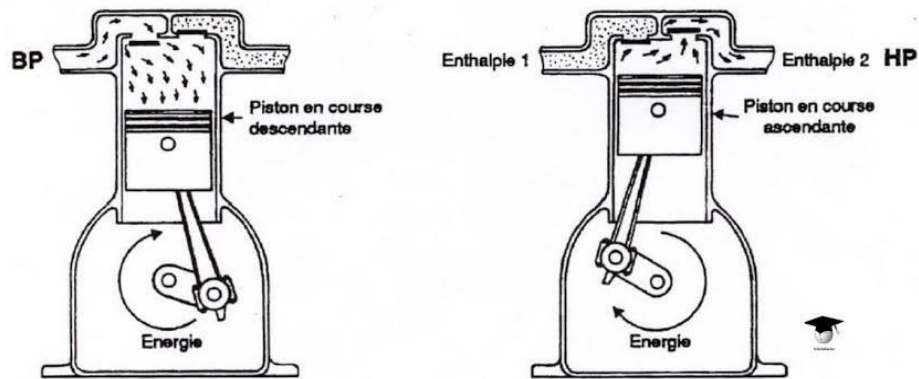


Figure I.9 Fonctionnement d'un compresseur à piston à cylindre vertical avec carter.

#### Compresseur à membrane :

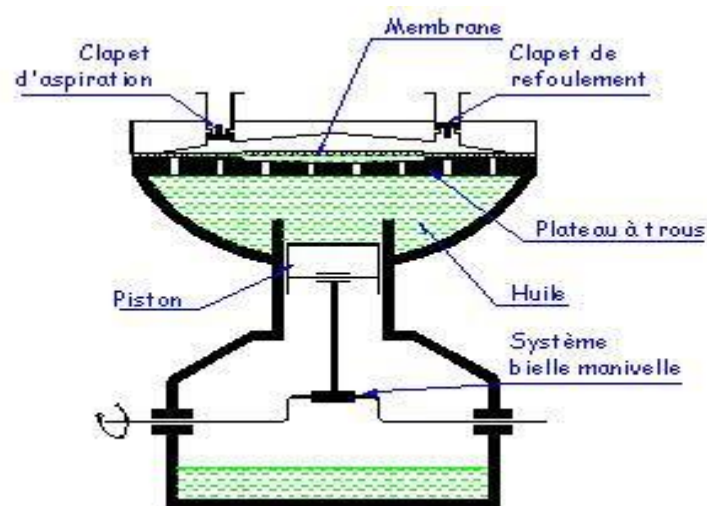


Figure I.10 Compresseur à membrane.

#### I.4.3.2.2 Les compresseurs dynamiques

Au point de vue de l'écoulement du fluide, les compresseurs dynamiques se divisent en machines axiaux et centrifuges.

**Les compresseurs axiaux** : les compresseurs axiaux ne sont pas refroidis, la compression est faite sans échange de chaleur avec l'extérieur.

Ce sont des machines réceptrices à écoulement axial du fluide compressible, ils sont utilisés dans les turbines à grande puissance et dans les turboréacteurs d'aviation ; ils sont caractérisés par le nombre d'étages important et le taux de compression n'est pas élevé.

**Les compresseurs centrifuges** : ce genre des compresseurs sont très utilisés en raffinage et dans l'industrie chimique et pétrochimiques, ils sont très compacts et peuvent développer les

puissances importantes comparées à leur taille dans leur plage de fonctionnement, ils n'engendrent pas de pulsation de pression au niveau des tuyauteries.

**Les compresseurs rotatifs :** on distingue plusieurs technologies

- Compresseurs à lobes
- Compresseurs à palette
- Compresseurs à anneau liquide
- Compresseur à vis [4]

#### **I.4.4 Les moteurs électriques**

Les machines électriques tournantes (ou moteurs électriques) sont des dispositifs électromécaniques qui convertissent l'énergie électrique en énergie mécanique. Généralement, ces machines se répartissent en trois catégories :

Moteurs à courant continu, Moteur à courant Alternatif et Moteurs spéciaux.

##### **Utilisation:**

Les moteurs électriques sont aujourd'hui présents dans toutes les branches de l'industrie et des transports. Ils consomment environ la moitié de l'énergie électrique générée dans le monde.

Beaucoup de moteurs sont branchés directement sur le réseau, de plus en plus, ils sont associés à- des convertisseurs électroniques permettant une variation de leur vitesse [8].

##### **I.4.4.1 Les moteurs à courant continu**

Les machines à courant continu sont des convertisseurs électromécaniques qui permettent un transfert d'énergie bidirectionnel traversées par du courant et un appareil mécanique.

Les machines à courant continu sont cependant plus chères, plus compliquées et offrent généralement un rendement inférieur à celui des machines à courant alternatif.

Il se compose de :

Moteur à excitation série

Moteur à excitation sépare.

Moteur à excitation composé (indépendant).

Moteur a excitation shunt

Un moteur électrique à courant continu est constitué:

**Stator :** l'armature fixe est appelée aussi inducteur, elle assure la fermeture des lignes d'induction canalisées par l'armature d'induit.

**Rotor** : l'armature mobile est appelée aussi induit, elle transmet ou reçoit une puissance mécanique en présence d'un champ d'induction tournant.

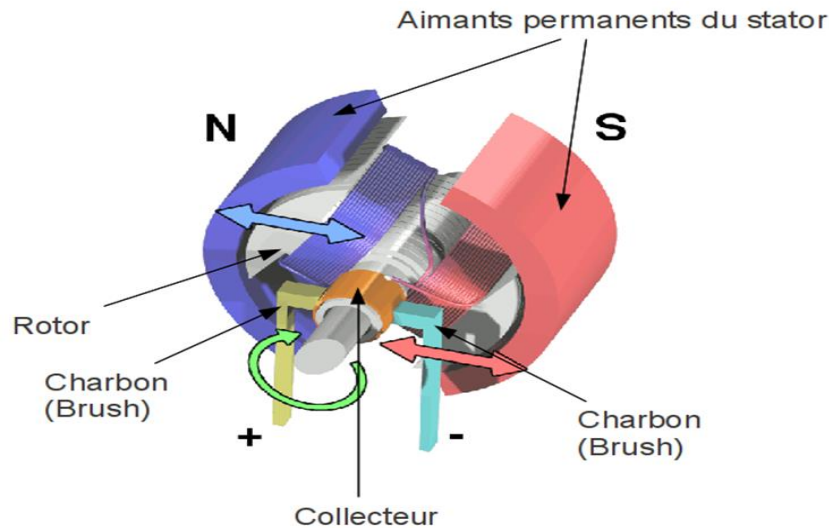


Figure I.11 Composants d'un moteur à courant continu.

#### I.4.4.2 Les moteurs à courant alternatif

La famille des moteurs à courant alternatif regroupe les deux types suivants :

##### Les moteurs asynchrones:

La machine asynchrone, souvent appelée moteur à induction, est constituée d'un stator et d'un rotor en tôle d'acier au silicium avec des encoches dans lesquelles sont placés les bobinages. Il est plus susceptible d'être utilisé dans le domaine de puissance supérieure à quelques kilowatts, car il présente de nombreux avantages comme sa puissance massique.

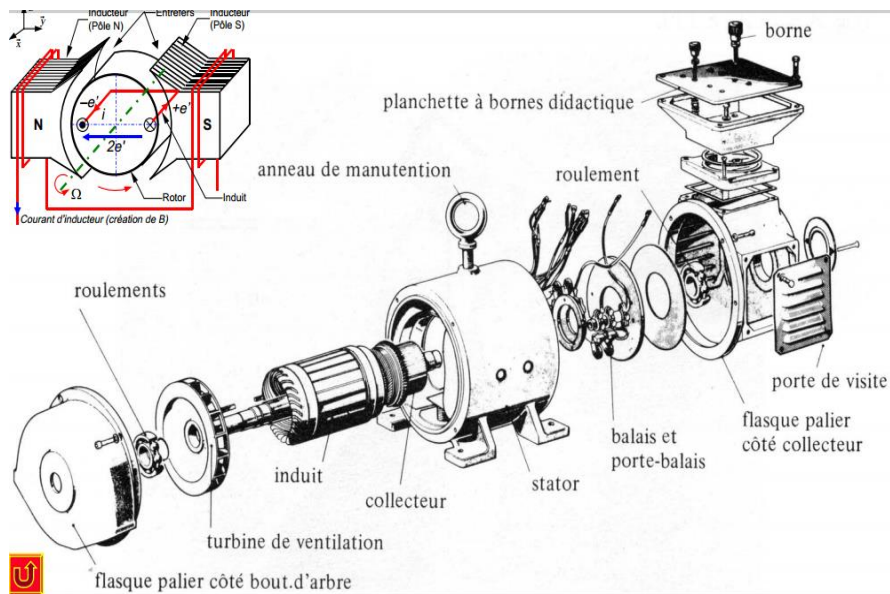


Figure I.12 Composants d'un moteur asynchrone.

La machine asynchrone est constituée de deux éléments principaux :

**Le stator** : constitué de trois enroulements (bobines) parcourus par des courants alternatifs triphasés et possède  $p$  paires de pôles ("nombre de bobinage triphasé au sein dans le stator").

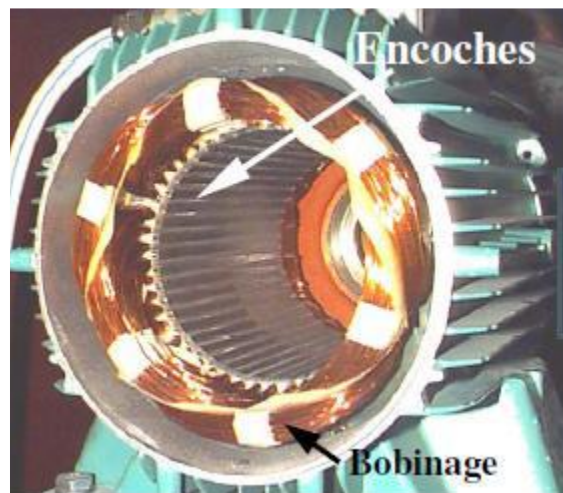


Figure I.13 Photo du stator d'une machine asynchrone.

**Le rotor** : Partie tournante du moteur. Le rotor peut être constitué par un bobinage triphasé, mais, le plus souvent, Il est constitué d'une masse métallique dont de l'aluminium pour l'alléger. On parle alors de rotor à cage d'écureuil.

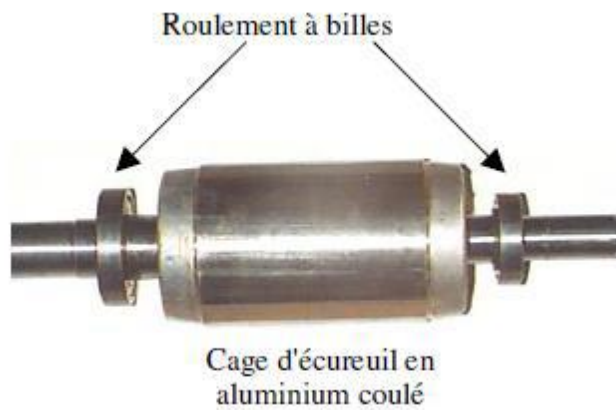


Figure I.14 Photo du rotor d'une machine asynchrone.

**Les moteurs synchrones :** Un moteur synchrone est un moteur électrique à courant alternatif dans lequel la rotation du rotor est synchronisée avec la fréquence du courant d'alimentation.

#### **I.5 Classement « VIS » des machines:**

Afin de ne pas surveiller inutilement des machines qui n'ont pas une importance capitale, les industriels établissent souvent le classement suivant :

**Machines Vitales :** machines non doublées dont la panne entraîne l'arrêt de la production. Les frais et les délais de remise en état sont importants. Les pertes de production sont inacceptables.

**Machines Importantes :** machines doublées ou non dont la panne entraîne une baisse sensible de la production. Les frais et délais de remise en état sont importants, les pertes de production aussi.

**Machines Secondaires :** machines doublées ou dont une panne ne remet pas en cause les capacités de production [6].

#### **I.6 Conclusion :**

Dans ce chapitre on a donné des définitions générales machines tournantes et on a introduire la classification des machines tournantes telle que les machines génératrices et les machines motrices. Ensuite on a donné les principaux types de machines tournantes.

## **CHAPITRE II**

# *Analyse vibratoire des machines tournantes*

## II.1 Introduction :

Dans ce chapitre on va présenter différentes techniques de la surveillance des machines tournantes .Ensuite on va présenter différents défauts d'usinage rencontrés. Ensuite, nous présentons les méthodes de l'analyse vibratoire, qui permettra de mettre en évidence un grand nombre des défauts causeront les pannes dans les machines tournantes par l'identification de leurs fréquence.

## II.2 Généralité:

La plupart des usines contiennent des systèmes électromécaniques et la surveillance des vibrations est la base de la maintenance préventive dans les usines. La technologie de surveillance des vibrations est la plus efficace et utilisée pour détecter facilement et rapidement des différents types de défauts qui permettent de suivre l'état de la machine tournante en fonctionnement pour éviter l'arrêt. Signature d'une vibration spécifique liée à sa conception et à son état. Comme le changement de son état entraîne une modification de la signature vibratoire, cette modification est utilisée pour détecter, distinguer et identifier diverses erreurs résultantes.

## II.3 Différentes techniques de la surveillance des machines tournantes :

Aujourd'hui, plusieurs techniques peuvent être employées pour surveiller l'état des machines tournantes par l'analyse des vibrations, du bruit, de la température, du courant.

La figure (II.1) représente le Pourcentage D'utilisation de différentes méthodes dans le monde.

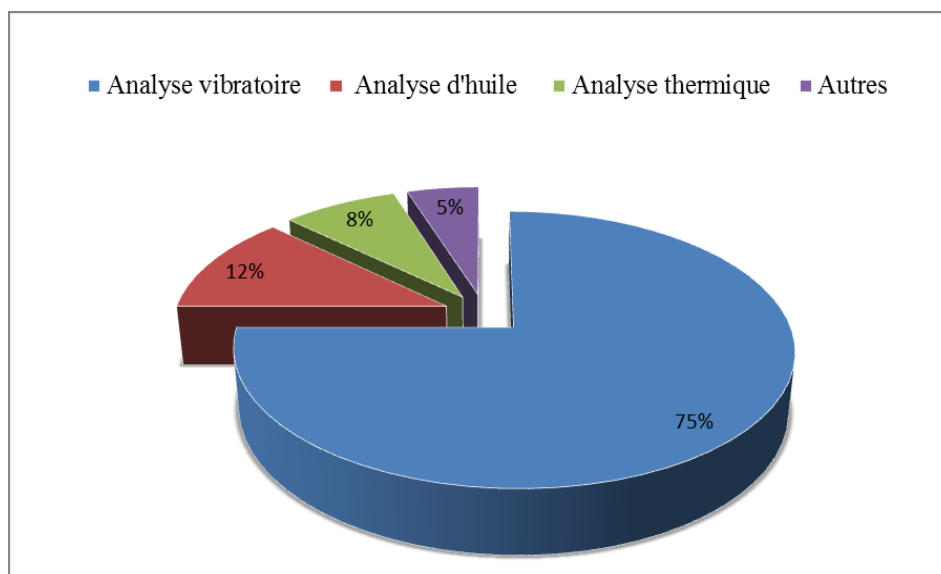


Figure II.1 Différentes techniques de la surveillance des machines tournantes [14].

## II.4 Les défaillances les plus fréquentes des machines tournantes :

Les défaillances les plus fréquentes des machines tournantes sont les suivantes :

**Le désalignement :** Le désalignement est un défaut de Co-axialité de deux axes engendré par: un mauvais montage, une dilatation thermique ou des forces de cisaillement sur le palier.

**Le mauvais serrage mécanique :** Un mauvais serrage de la structure d'une machine engendre des vibrations et un certain bruit.

**Les défauts de roulement :** les roulements sont des composants essentiels des machines tournantes et leur état de fonctionnement affecte l'ensemble des systèmes mécaniques.

**Les défauts d'engrenages,**

**Le défaut de balourd :** c'est la cause la plus fréquente des vibrations des machines tournantes.

### II.4.1 Déséquilibre (défaut de balourd) :

#### II.4.1.1 Définition :

Quel que soit le soin apporté à la construction de la machine, il est impossible de faire coïncider l'axe de rotation avec le centre de gravité de chaque partie essentielle du rotor, ce qui est caractéristique du balourd. De ce fait, l'arbre en rotation est soumis à une force centrifuge qui le déforme. Ces forces provoquent des vibrations liées à la fréquence de rotation. Les vibrations provoquées par le balourd sont à l'origine d'erreurs fondamentales dans les systèmes cinématiques et peuvent entraîner une surcharge considérable des outils de coupe lors des opérations d'usinage.

Le déséquilibre résulte généralement de l'usinage, de l'assemblage du rotor ou de défauts d'assemblage. Lors du fonctionnement, le rotor se déforme également sous l'action d'un échauffement dissymétrique, entraînant un balourd. Le déséquilibre se manifeste généralement dans le spectre vibratoire par un pic de fréquence égale à la fréquence de rotation  $F_0$ .

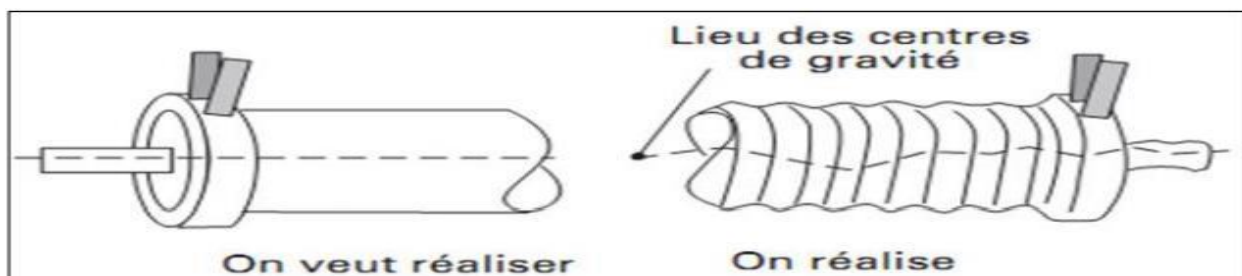


Figure II.2 Défauts d'usinage causant le balourd [16].



### II.4.1.2 Les causes de défaut de balourd :

D'origine toute pièce présente un balourd plus ou moins important, dont les principales causes sont :

Défauts de **conception**: Tolérance trop large sur la cotation des pièces (excentricité, jeu, etc...), Asymétrie de rotation (vilebrequin, mandrin, etc.).

Défauts de **fabrication**: Mauvaise homogénéité des matériaux utilisés (soufflure, inclusions, etc.), Tolérances d'usinage (circularité, concentricité, etc.).

Défauts de **montage**: Asymétrie du montage des pièces (montage par clavette, goupilles, etc...), Pièces mal fixées ou montées avec jeu.

Défauts de **service** : Usure due à un enlèvement de matière (meule), Modification de la masse par dépôt (encrassement, corrosion, etc...), Influences thermiques.

### II.4.2 Défaut d'alignement :

#### II.4.2.1 Définition :

Un désalignement (**Figure II.3**) provoque des vibrations à la fréquence de rotation ainsi qu'aux harmoniques d'ordre 2, 3 et parfois 4 (double, triple, quadruple de la fréquence de rotation et parfois même davantage en particulier pour les accouplements à denture où l'on rencontre les harmoniques liés au nombre de dents et à la fréquence de rotation). La composante axiale de la vibration est particulièrement importante pour l'harmonique d'ordre.

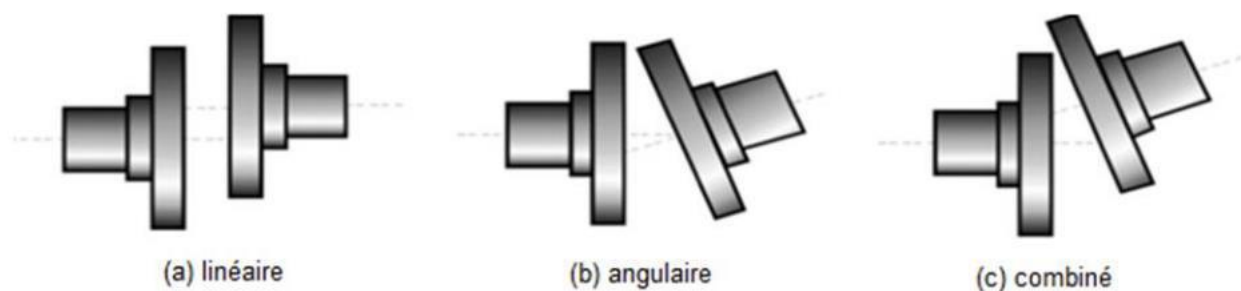


Figure II.3 Les types de mauvais alignements [16].

#### II.4.2.2 Les cause de défaut désalignement:

- Défauts de montage des paliers.
- Mauvais calage des pattes de fixation.
- Déformation du châssis (par exemple à la suite de contraintes thermiques) qui se traduit par une flexion de l'arbre du rotor.

### II.4.3 Mauvais serrage mécanique:

Lorsque le palier est desserré ou qu'il existe une possibilité de mouvement partiel dans le plan radial, la fréquence de vibration radiale est égale à deux fois la vitesse de rotation. Cette vibration se produit sous l'effet d'un balourd initial, et selon le degré de desserrage du palier, elle peut présenter des amplitudes importantes. Parfois, des pics peuvent également être trouvés au niveau des harmoniques. ( $1/2 \times$  la fréquence de rotation de l'axe) et ses multiples.

La figure II.4 montre un exemple spectre sur une machine dont le joint de l'accouplement est usé. La fréquence de rotation est de 24,25 Hz.

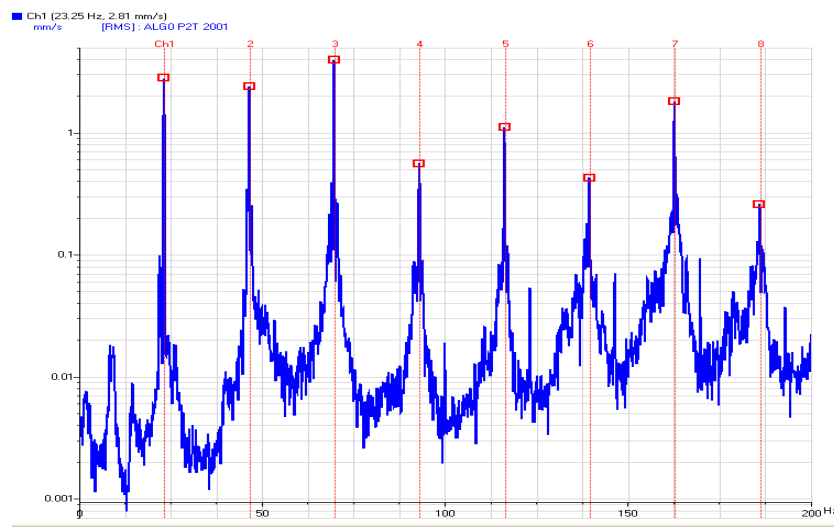


Figure II.4 Défaut d'usure d'accouplement.

### II.4.4 Les défauts des engrenages :

#### II.4.4.1 Définition :

Les engrenages sont des composants importants de presque toutes les machines utilisées dans l'environnement industriel. Par conséquent, la détection d'un défaut dans ces organes doit être détectée à l'avance pour éviter une défaillance catastrophique.



Figure II.5 Défauts d'engrenages [16].

Le défaut d'engrenage se manifeste généralement dans les spectres vibratoires par un pique qui a une fréquence égale à :

$$f = z \cdot f_0$$

Après avoir décrit les principales manifestations vibratoires des défauts de fonctionnement des machines, cet article examine les stratégies de détection, de surveillance et la démarche de diagnostic s'appuyant sur l'analyse vibratoire et permettant de déduire une politique et des gestes de maintenance [16].

#### II.4.4.2 Signatures vibratoires des défauts d'engrènement :

##### a. Détérioration d'une dent :

Si l'une des roues présente une dent détériorée, il se produit un choc dur, à chaque tour du pignon. Le spectre correspondant [Figure II.6] montre un peigne de raies dont le pas correspond à la fréquence de rotation du pignon détérioré s'étalant jusqu'aux hautes fréquences.

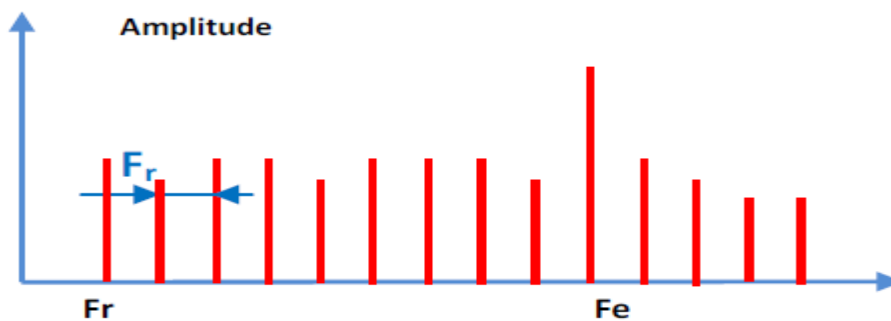


Figure II.6 Image vibratoire théorique d'un engrenage présentant une dent détériorée.

##### b. Détérioration de deux dents sur les deux roues :

Si les deux roues dentées présentent chacune une dent détériorée, les chocs peuvent être importants lorsque les deux défauts se rencontrent «coïncidence ». La rencontre s'effectue à la fréquence  $F_{c0}$ , appelée fréquence de coïncidence et telle que :

$$F_{c0} = F_e / \text{PPCM} (Z_1, Z_2)$$

**$F_e$**  : fréquence d'engrènement.

**PPCM** : plus petit commun multiple de  $Z_1$  et  $Z_2$ .

La fréquence de coïncidence  **$F_{c0}$**  est inférieure aux fréquences de rotation  $F_1$  et  $F_2$ .

##### c. Détérioration de l'ensemble de dentures :

Lorsque l'ensemble de la denture est usé ou détérioré, les chocs se produisent au passage de chacune des dents. Le spectre est constitué d'un peigne de raies dont la fréquence correspond

à la fréquence d'engrènement, mais cette fois avec une amplitude beaucoup plus élevée [figure II.7].

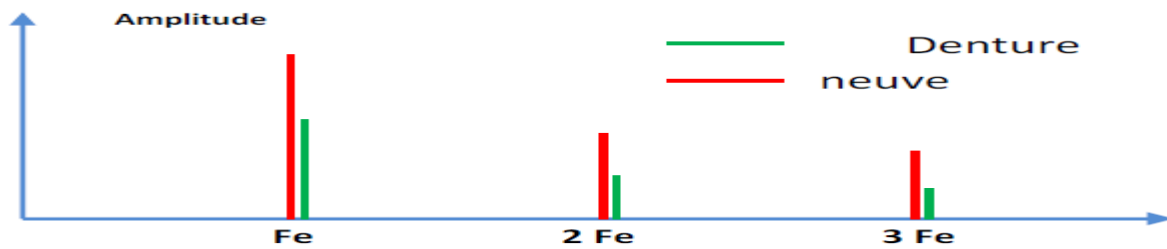


Figure II.7 Image vibratoire théorique d'une denture.

**d. Entraxe insuffisant (jeu insuffisant au fond de denture) :**

En analyse spectrale ce phénomène se traduit par l'apparition d'une raie d'amplitude prépondérante à deux fois la fréquence d'engrènement  $F_e$  et la disparition partielle, voire totale de l'amplitude à cette fréquence [Figure II.8].

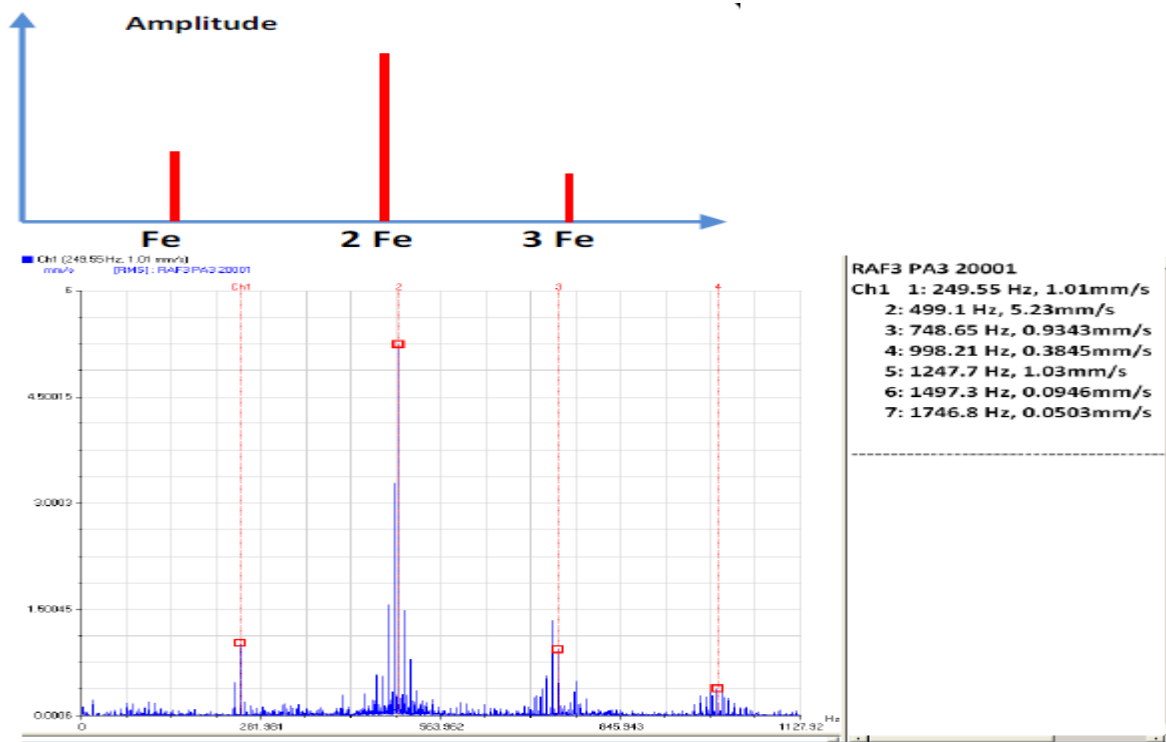


Figure II.8 Image théorique et spectre réel d'un engrènement en fond de denture sur un réducteur. (La fréquence d'engrènement calculée est  $F_e = 249,48$  Hz).

**e. Jeu de fond de denture trop grand :**

On obtient alors un spectre de choc dur périodique, à la fréquence d'engrènement (présence de nombreuses harmoniques de niveau du même ordre de grandeur) [figure II.9].

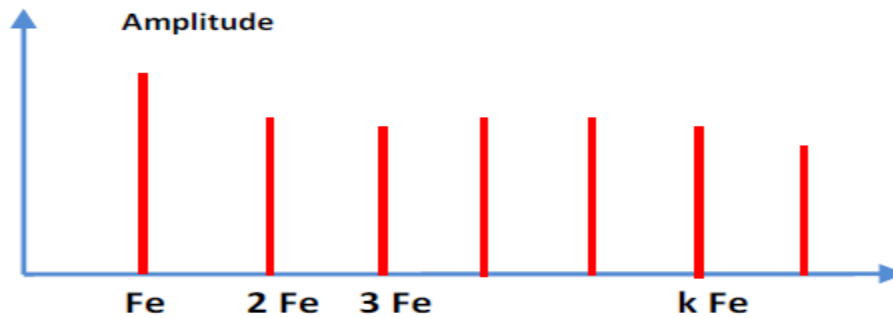


Figure II.9 Image vibratoire théorique d'un engrenage présentant une dent détériorée.

## II.4.5 Les défauts des roulements :

### II.4.5.1 Définition :

Les paliers sont des composants critiques des machines tournantes et la surveillance de leur état est importante pour éviter les défaillances catastrophiques et réduire les temps d'arrêt des machines [9].

Douze avaries principales peuvent être retenues et proviennent de quatre familles de causes :

- Avaries liées à la charge et à la vitesse appliquée : écaillage, grippage, coloration et détérioration des cages.
- Avaries liées à la lubrification : grippage, rupture des bagues par contraintes thermiques, coloration, détérioration des cages et écaillage.
- Avaries liées au montage : empreintes des corps roulants par déformation plastique, traces de coups, certaines détériorations des cages, corrosion par contact, certains écaillages provenant des défauts d'alignement et de circularité.
- Avaries liées à l'environnement : usure, empreintes, corrosion, cratères, cannelures créés par le passage d'un courant électrique.



Figure II.10 Défauts de roulements [16].

#### II.4.5.2 Les cause des défauts de roulements :

Les roulements peuvent être endommagés par des causes externes comme:

- Contamination du roulement par des particules extérieures : poussière, grains de sable, ...
- Corrosion engendrée par la pénétration d'eau, d'acides, ...
- Lubrification inadéquate qui peut causer un échauffement et l'usure du roulement.
- Mauvais alignement du rotor.
- Courant qui traverse le roulement et qui cause des arcs électriques.

#### II.4.5.3 Signatures vibratoires des principaux défauts des roulements :

##### a. Défaut de type écaillage affectant la bague externe :

Un défaut de type écaillage affectant la bague externe d'un roulement a pour image vibratoire un peigne de raies dont le pas correspond à la fréquence du défaut.

A chaque composante de ce peigne, est associée une paire de bandes latérales espacées de la fréquence de rotation, en cas de charge dynamique importante [Figure II.11].

Sa fréquence caractéristique est donnée dans l'équation suivante :

$$fb_{ext} = 0.5 \times f_r \times n [1 - ((d/D) \times \cos \alpha)]$$

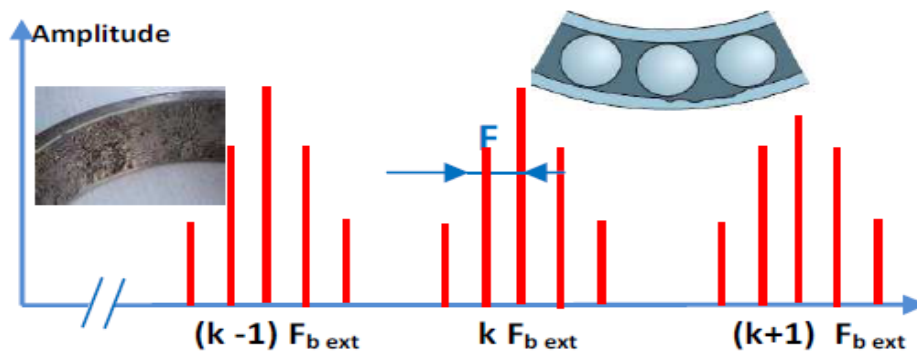


Figure II.11 Image vibratoire théorique d'un défaut de type écaillage sur bague extérieure [11].

**b. Défaut de type écaillage affectant la bague interne :**

Un défaut de type écaillage affectant la bague interne de roulement a pour image vibratoire un peigne de raies. A chaque composante de ce peigne, sont associées plusieurs paires de bandes latérales espacées de la fréquence de rotation [figure II.12].

Sa fréquence caractéristique est donnée dans l'équation suivante :

$$fb_{int} = 0.5 \times fr \times n [1 + ((d/D) \times \cos \alpha)]$$

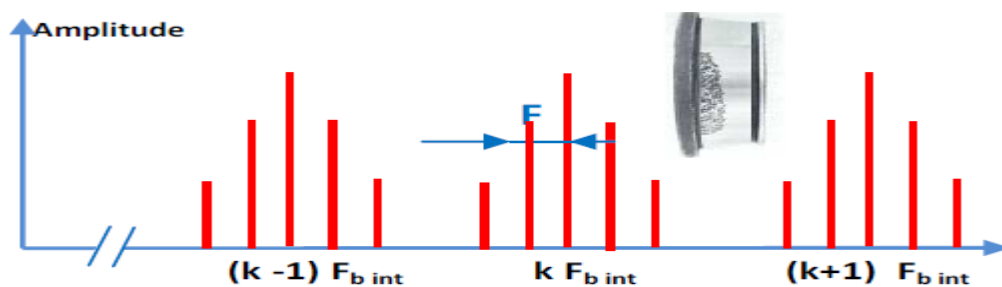


Figure II.12 Image vibratoire théorique d'un défaut de type écaillage sur bague intérieure [11].

**c. Défaut de type écaillage sur un élément roulant :**

Un défaut de type écaillage sur un élément roulant (bille, rouleau ou aiguille) a pour image vibratoire un peigne de raies. A chaque composante de ce peigne, sont associées plusieurs paires de bandes latérales espacées de la fréquence de la cage [figure II.13].

Sa fréquence caractéristique est donnée dans l'équation suivante :

$$fb_{bille} = 0.5 \times fr \times D \times d [1 - (d \times \cos \alpha / D)^2]$$

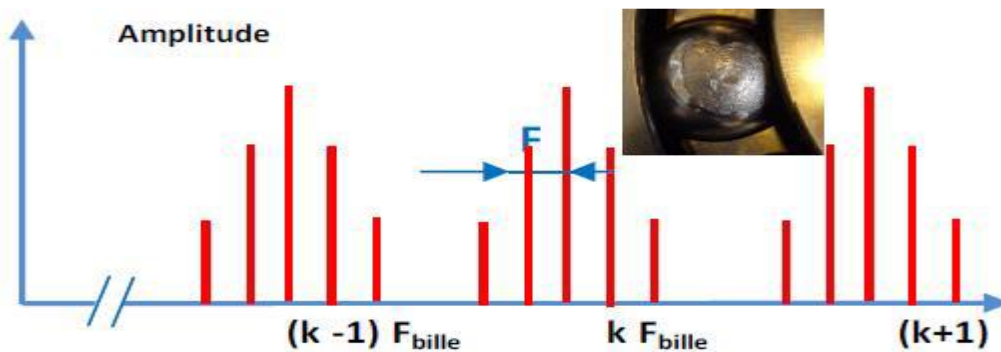


Figure II.13 Image vibratoires théorique d'un défaut de type écaillage sur un élément roulant [11].

#### d. Défauts de type déversement de bague :

Le défaut de type déversement de bague extérieure [figure II.14] s'exprime par une composante fondamentale d'amplitude élevée dont la fréquence correspond à la fréquence du défaut de la bague déversée, et par des composantes d'ordre supérieur d'amplitude très faible [figure II.15].

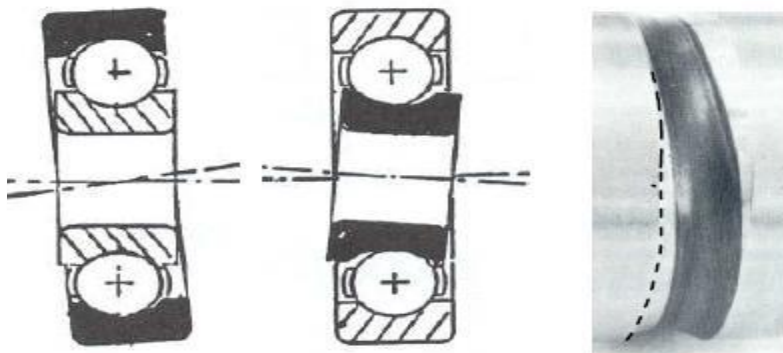


Figure II.14 Défaut de déversement [11].

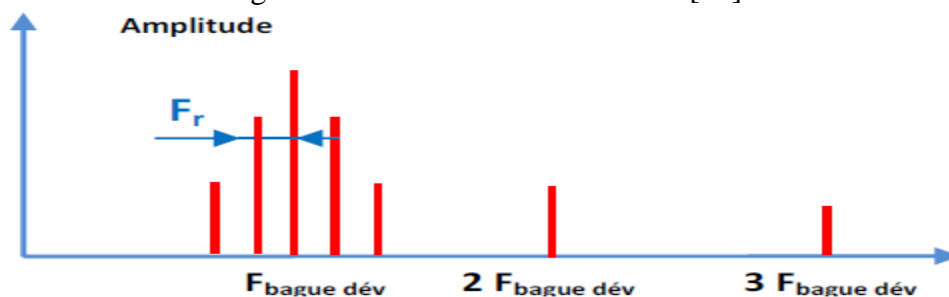


Figure II.15 Image vibratoires théorique d'un défaut de type déversement de bague [11].

#### II.4.6 Défauts hydraulique/ventilateur:

##### II.4.6.1 Passage d'aube :

**Mécanique:** mauvais calage axial de l'impulser ou jeu de bec volute insuffisant.

**Hydraulique :** débit trop bas.



**Encrassement** des aubes ou des pales qui peut aussi provoquer du balourd.

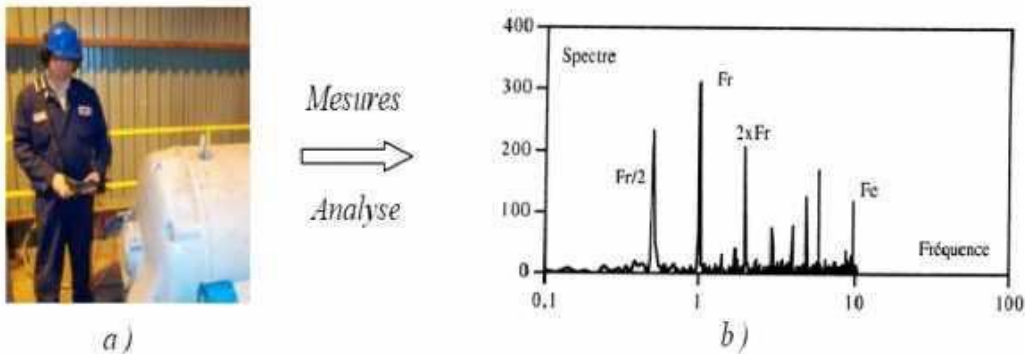
**II.4.6.2 Cavitation** : se traduit par une augmentation générale du bruit de fond.

**II.4.6.3 Défauts électriques** : problèmes d'alimentations, les courts circuits.

## II.5 Analyse vibratoire:

### II.5.1 Définitions :

L'analyse vibratoire est un des moyens utilisés pour suivre la santé des machines tournantes en fonctionnement. Elle est la plus connue et la plus utilisée car elle s'applique aux composants mécaniques et aux machines industrielles en fonctionnement. Elle peut détecter la plupart des défauts possibles dans les machines tournantes. Balourd, jeu, désalignement, roulements usés ou endommagés...etc.



a) Mesures des vibrations.

b) Représentation du spectre vibratoire

Figure II.16 Principe de l'analyse vibratoire [14].

### II.5.2 Les avantages de l'analyse vibratoire :

L'analyse vibratoire a plusieurs avantages dans le domaine de maintenance elle nous aide à:

- Evaluation réelle de l'état de la machine
- Supprimer les arrêts des machines afin de réaliser des diagnostics.
- Améliorer la disponibilité et le rendement des machines par la surveillance.
- Réduire les coûts de la maintenance.
- Simplifier le planning de la maintenance en réduisant le temps et la durée des arrêts.
- Optimiser l'utilisation des machines en gérant la durée de vie des composants.
- Protéger les machines de casses de composants. [12]

### II.5.3 Les inconvénients :

L'interprétation des Spectres est parfois difficile.

L'installation est relativement coûteuse spécialement dans le cas d'une surveillance continue [12].

#### II.5.4 Objectifs d'analyse vibratoire:

L'analyse vibratoire poursuit deux objectifs :

- La détection des défauts
- L'analyse détaillée des défauts.

On utilise à cet effet des paramètres calculés :

- Soit dans le domaine temporel.
- Soit dans le domaine fréquentiel.
- Soit dans les deux à la fois [12].

#### II.5.5 Activités de l'analyse vibratoire :

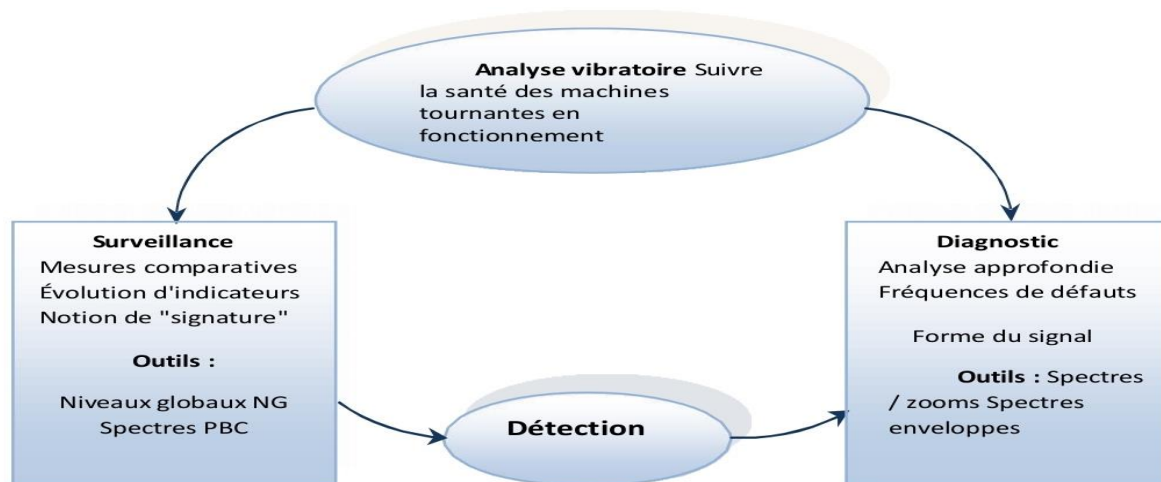


Figure II.17 Schéma présentatif des activités de l'analyse vibratoire.

##### II.5.5.1 Surveillance :

Le but est de suivre l'évolution d'une machine par comparaison des relevés successifs de ses vibrations. Une tendance à la hausse de certains indicateurs par rapport à des valeurs de référence constituant la signature alerte généralement le technicien ou l'ingénieur de maintenance, sur un dysfonctionnement probable. La signature est établie à partir d'une première campagne de mesures sur la machine neuve ou révisée [17].

##### II.5.5.2 Détection

Afin de détecter les défaillances du système, il doit être possible de classer les conditions observables comme normales ou anormales. Compte tenu du manque d'informations qui caractérisent généralement les conditions anormales, cette classification n'est pas triviale [17].

### II.5.5.3 Diagnostic

Afin d'établir un diagnostic vibratoire, des outils mathématiques relativement complexes sont souvent nécessaires. Il peut affecter les pièces défectueuses d'une machine en fonction de l'évolution des anomalies vibratoires constatées lors de la surveillance. Le diagnostic ne doit être effectué que si la surveillance est en mesure de détecter une évolution anormale ou dangereuse du signal vibratoire. Dans la plupart des cas, le diagnostic est établi en interprétant les signaux vibratoires émis par la machine en fonctionnement.

### II.5.6 Domaines d'application:

L'analyse vibratoire s'applique aux secteurs d'activité suivants :

- Les machines rotatives en générales afin de détecter les défauts suivants:

Balourd, Jeu, Roulement (piste interne, externe, cage ou éléments roulants), Délignage, Engrenages, Courroies, Graissage, Frottement, Résonance, Structure, Electrique, Cavitation.

- Turbomachines.

- Eoliennes.

- Ventilateurs.

- Pompes.

- Peinture industrielle.

- Pharmaceutique.

- Traitement des eaux.

- Industrie papetière.

- Cimenterie.

- Ascenseurs, élévateurs, escaliers mécaniques, trottoirs roulants.

- Analyse de structure.

- Agro-alimentaire... [20]

### II.6 Mesure du signal Vibratoire:

#### II.6.1 Caractéristiques d'une vibration:

Une vibration se caractérise principalement par, son amplitude, sa période et sa fréquence (voir Figure II.18) [21].

**Son amplitude A** qui est la valeur de ses écarts par rapport au point d'équilibre.

**Sa période T**, durée correspondant à l'intervalle de temps entre deux positions successives identiques. La période se note **T** et s'exprime en **seconde (s)**.

Sa **fréquence f**, qui est le nombre de cycles par seconde, et qui est l'inverse de la période T. La fréquence se note **f** et s'exprime en **Hertz (Hz)**. ( $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$ ).

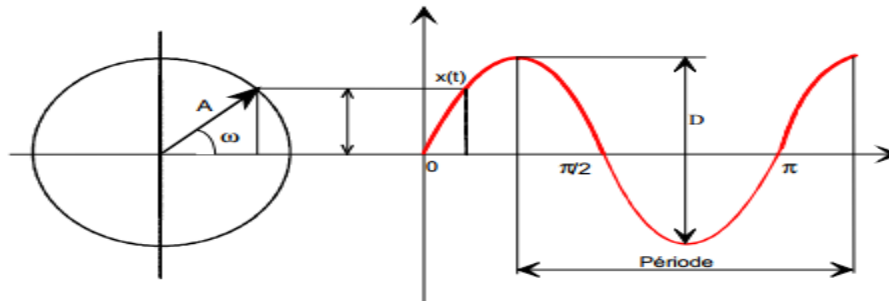


Figure II.18 Représentation d'une vibration sinusoïdale [21].

La rotation de A entraîne une variation sinusoïdale de sa projection X qui répond à la relation :

$$X(t) = A \cdot \sin(\omega t).$$

La fréquence est donc l'inverse de la période :

Le signal Vibratoire obtenu précédemment est une sinusoïde de période T.

$$F = 1/T.$$

La période T est fonction de la Vitesse de rotation : plus on tourne vite ( $\omega$  grand) et plus la période sera petite, donc plus la fréquence sera grande. Donc il existe un lien entre la fréquence et la vitesse de rotation :

$$\omega = 2\pi f \text{ ET } f = N/60 \text{ avec } \omega \text{ en rad/s } f \text{ en Hz et } N \text{ en } (1 \text{ tr/min})/60.$$

Sur les machines tournantes industrielles, on utilise souvent le tour par minute pour exprimer une vitesse de rotation, parfois noté CPM (cycle par minute) ou RPM (rotation par minute).

$$1 \text{ Hz} = 1 \text{ CPM}/60 = 1 \text{ RPM}/60 = (1 \text{ tr/min})/60.$$

## II.6.2 Les différentes formes de vibration:

Les vibrations mécaniques sont des mouvements qui oscillent autour d'une position d'équilibre moyenne. Ces mouvements oscillatoires sont caractéristiques de l'effort qui les a produits, et peuvent être périodiques ou apériodiques (transitoires ou aléatoires), selon qu'ils se répètent, identiques à eux-mêmes après une durée déterminée [22].

### II.6.2.1 Vibrations périodiques :

Elles peuvent correspondre à un mouvement sinusoïdal pour comme celui d'un diapason ou, plus généralement, à un mouvement complexe périodique que l'on peut décomposer en une somme de mouvements sinusoïdaux élémentaires, plus faciles à analyser [22].

**a-Vibrations harmoniques :**

Le mouvement sinusoïdal de base est appelé "composante harmonique" et leurs fréquences sont des multiples entiers de la fréquence du mouvement étudié, appelée «fréquence fondamentale » ou fréquence harmonique d'ordre 1[22].

Ils sont exprimés par l'équation suivante :

$$\mathbf{X}(t)=\mathbf{X} \sin (\omega t+\theta).$$

$\mathbf{X}$  : Amplitude maximale de vibration.

$\omega$  : Pulsation du mouvement qui vaut  $\omega= 2\pi f$  [rad/s].

$\theta$ : La phase de la vibration.

**b- vibrations complexes périodiques :**

Deux ou plusieurs vibrations périodiques peuvent être superposées pour produire les mouvements qui composent tous les mouvements élémentaires. De telles vibrations sont elles-mêmes générées par une excitation périodique. C'est le cas le plus fréquent qui se produit sur une machine [22].

Elle est décrit par :

$$\mathbf{X}(t)= \sum_{i=1}^n [\mathbf{X}_i \sin \omega_i t + \theta_i]$$

**II.6.2.2 Vibrations apériodiques :****a- Les vibrations aléatoires :**

Il s'agit d'une vibration continue qui peut déterminer la période de répétition. Puisque cette vibration ne peut pas être représentée par une fonction mathématique exacte, nous utilisons la loi de probabilité pour caractériser la vibration [22].

**b- Les vibrations transitoires :**

Il est généré par une force discontinue (impact). Ils peuvent ou non avoir le côté de vibration qui revient à la position d'équilibre après amortissement. Lorsqu'il y a des vibrations, comme une structure qui vibre après un impact et qui a un faible facteur d'amortissement, on parle d'amortissement sous-critique et le mouvement est quasi-périodique. Si l'amortissement est très important, la structure reviendra à l'équilibre sans vibration. On dit alors que l'amortissement est sur critique et le mouvement est apériodique [22].

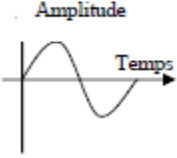
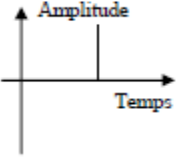
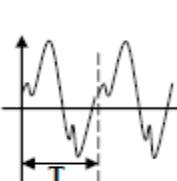
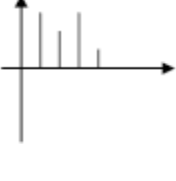

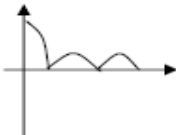
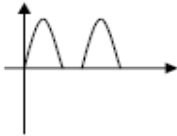
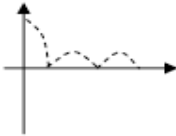
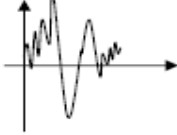
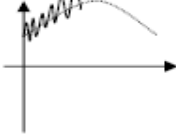
Nature de vibration	Forme temporelle	Forme spectrale	Phénomènes générateurs
Harmonique (Sinusoïdale) Elle est représentée par une sinusoïde $x(t) = X \cdot \sin(\omega t + \varphi)$			Balourd
Périodique (Sinusoïdale Complexe) $x(t) = \sum X \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ Elle est composée de plusieurs vibrations harmoniques			Effort dynamique d'engrènement
Transitoire			Explosion Laminaires
Transitoire périodique non harmonique			Presses Automatique
Apériodique (Aléatoire) Elle a comportement temporel quelconque			Oscillations de pression exercée sur une structure Chocs dans le Broyeur

Tableau II.1 : Types des vibrations [22]

### II.6.3 Les capteurs de vibration :

Le rôle des capteurs est de transformer l'énergie mécanique disposée par la machine en un signal électrique proportionnel mesurable de manière reproductible. Il existe deux grandes familles de capteur, Les absolus (accélération, Vélométries) et les relatifs (prosimètres).

#### II.6.3.1 Capteur d'accélération (Accéléromètre, principe piézoélectrique) :

##### Un accéléromètre piézoélectrique :

Par définition l'effet piézoélectrique est la transformation d'une énergie mécanique en une énergie électrique.

Un accéléromètre piézoélectrique (**figure II.19**) est composé d'un disque en matériau piézoélectrique (quartz), qui joue le rôle d'un ressort sur lequel repose une masse sismique précontrainte.

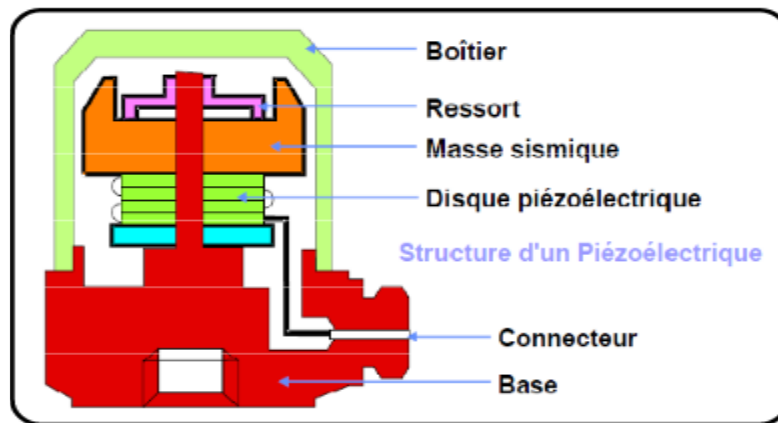


Figure II.19 Schéma de principe d'un accéléromètre [23].

Les accéléromètres piézoélectriques tendent à devenir les capteurs de vibration absolue les plus utilisés pour la surveillance. Ils possèdent les propriétés suivantes [23] :

- Utilisable sur une très grande gamme fréquences.
- Le signal d'accélération peut être intégré électroniquement pour donner le déplacement et la vitesse.
- Aucun élément mobile, donc extrêmement durable.

#### **Les avantages est les inconvénients :**

##### **Les avantages :**

- Facile à installer.
- Petit, léger.
- Supporte les hautes températures.
- Pas de pièce mobile [24].

##### **Les inconvénients :**

- Nécessite une double intégration pour le déplacement.
- Nécessite une source extérieure.
- Fournit des informations limitées sur la dynamique d'arbre.
- Médiocre pour les faibles vitesses [24].

### Les Accéléromètres capacitifs :

Ces Accéléromètres sont des capteurs à l'état solide incorporant des éléments sensibles micro mécanismes silicium de technologie très avancée et une microélectronique intégrée. Ils ont été conçus pour les applications nécessitant une mesure précise d'accélération de faible niveau (0 à 200g) Dans une bande passante du continu à 2000Hz (Selon l'étendue de mesure pleine échelle). L'accéléromètre à capacité variable répond aux besoins de nombreux secteurs de marchés existants nécessitant la mesure à très basse fréquence ou continue, d'accélération. Actuellement, deux autres types d'accéléromètres peuvent également répondre à ce besoin.

Les accéléromètres piézorésistifs, conçus pour la mesure de faible accélération, mais ils sont limités en surcharge. De plus, ils n'offrent pas en fonction de la température, toute la précision ou la stabilité nécessaire à la majorité d'applications «mesure de faible accélération».

Les servo-accéléromètres à boucle asservie, sont aussi capables de mesures avec très grande précision et stabilité [22].

#### II.6.3.2 Capture de vitesse (Un vélocimétries):

Dans les capteurs de vitesses, ou vélocimétrie, le mouvement d'une masse à l'intérieure d'une bobine provoque une variation de flux, générant, ainsi, une induction de courant dans la bobine. Ces capteurs ont une faible bande passante (10 à 1000Hz) [25].

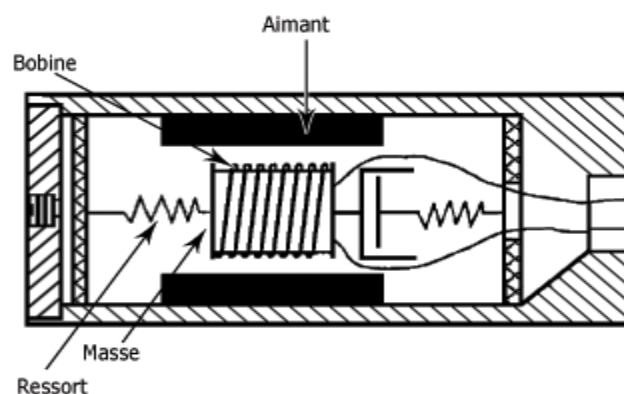


Figure II.20 Schéma de principe d'une vélocimétrie [25].

#### II.6.3.3 Les capteurs de déplacement :

Les capteurs de déplacement sont très utilisés dans l'industrie. Ils permettent de mesurer, sans contact, le déplacement réel. Par contre, ils sont sensibles aux hautes fréquences [26].



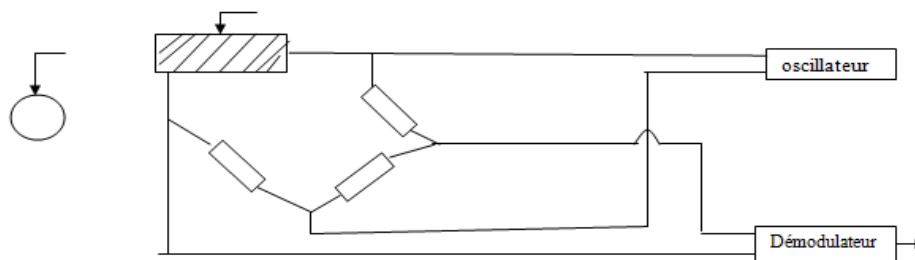


Figure II.21 Schéma de principe d'un capteur de déplacement [26].

#### II.6.4 Les caractéristiques des capteurs :

Un capteur se caractérise principalement par :

- Bande passante.
- Dynamique
- Sensibilité.
- Tenue en température.
- Grandeurs d'influence.
- Masse et ses dimensions.

#### II.6.5 Choix de l'emplacement des capteurs:

Dans le cas des machines tournantes, les principales mesures seront effectuées le plus souvent au droit des paliers qui sont les parties fixes les plus directement en relation avec les efforts appliqués à la partie mobile (**figures (II.22) et (II.23)**). Ces efforts sont de deux types :

**Efforts tournants** : ce sont les efforts liés à la rotation de l'arbre, générés par exemple par un balourd ou un désalignement, et dont les amplitudes seront plus grandes dans le cas d'une mesure effectuée dans un plan radial.

**Efforts directionnels** : ce sont des efforts liés à une contrainte de l'arbre, générés par exemple par la tension d'une courroie (effort directionnel radial **figure (II.24)**), ou par le contact d'un engrenage conique (effort directionnel axial).

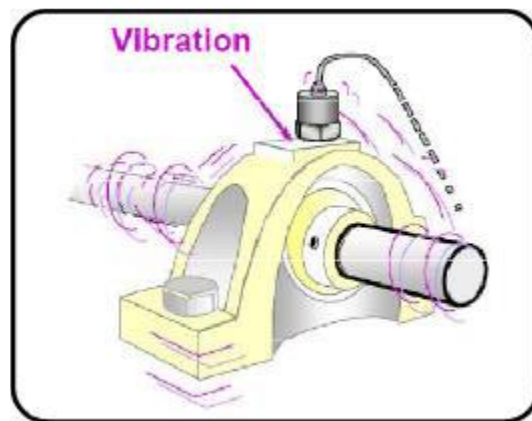


Figure II.22 Fixation du capteur sur palier [27].

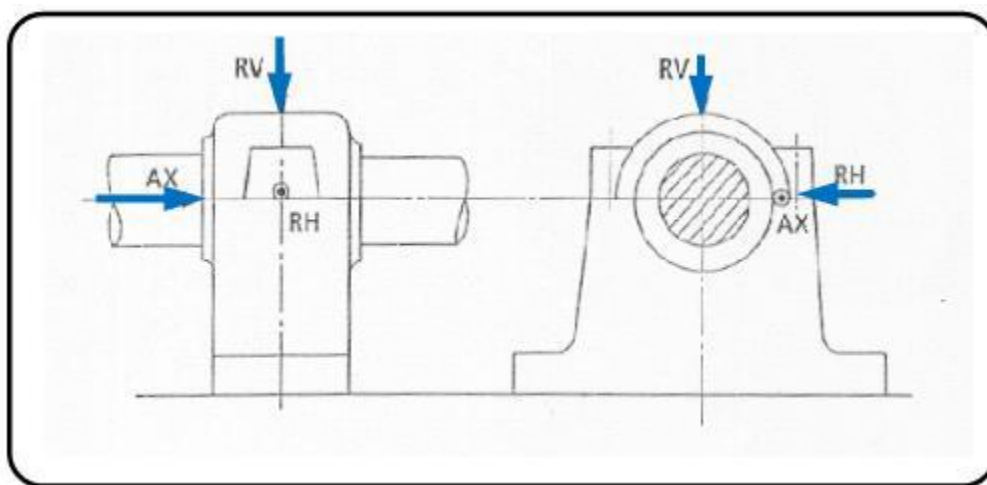


Figure II.23 Choix directionnel pour la prise de mesure [27].

### II.6.6 Consignes pour la fixation des capteurs [28]:

Les capteurs doivent être placés en liaison aussi directe que possible avec les paliers, en limitant au strict minimum le nombre de pièces assurant l'interface entre l'élément mobile et le capteur figure (II.24).

L'emplacement des points de mesure doit être propre (pas de traces de graisse ou de peinture) et les surfaces de contact avec les capteurs lisses, planes et perpendiculaires à la direction de mesure.

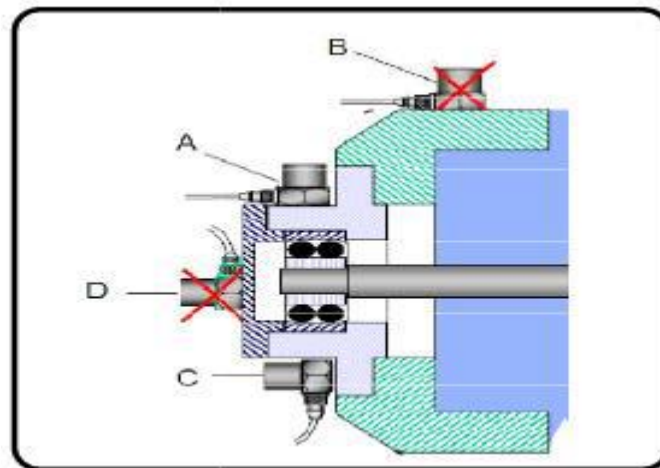


Figure II.24 Choix de l'emplacement du capteur.

## II.7 Classification des signaux

Les techniques utilisées pour traiter les signaux et analyser la réponse du système aux signaux dépendent fortement des attributs et des caractéristiques de ces signaux. Par conséquent, le traitement du signal devrait commencer par la classification de ces signaux [15]. Qui peut considérer :

- Représentation temporelle des signaux.
- Caractéristique énergétique.
- Représentation spectrale.
- Caractéristique morphologique (continu ou discret).

### II.7.1 Signaux déterministes

Ils sont appelés aussi des signaux certains, car ils sont parfaitement déterminés par la connaissance ou la mesure d'un nombre fini de paramètres. Ces signaux dont l'évolution en fonction du temps peut être parfaitement décrite par un modèle mathématique. Ces signaux proviennent de phénomènes pour lesquels on connaît les lois physiques correspondantes et les conditions initiales, permettant ainsi de prévoir le résultat [15, 29].

### II.7.2 Signaux aléatoires

Un signal est dit aléatoire si ses valeurs ou réalisations dépendent du hasard et s'il ne possède pas de représentation analytique. Par contre l'observation de ce signal peut être caractérisée par des grandeurs statistiques ou fréquentielles. Le signal aléatoire ou variable aléatoire évoluant en fonction du temps (donnée continue), nous nous plaçons dans le domaine des variables aléatoires continues (infinité de valeurs déterminée par le résultat de chaque

expérience ou épreuve). La plupart des signaux naturels sont aléatoires, car ils ont un caractère non-reproductible et imprévisible, exemple de tels signaux : signaux reçus par un radar, de la parole, de l'électrocardiogramme [29].

## II.8 Techniques de traitement de signal:

### II.8.1 Analyse temporelle:

L'analyse temporelle permet d'extraire des paramètres indicateurs de défauts à partir des données brutes du capteur. Elle consiste à étudier le comportement vibratoire de la machine à partir de ces indicateurs. Un indicateur temporel est une grandeur qui caractérise la puissance, l'amplitude ou la répartition des amplitudes du signal vibratoire. L'évolution de ces indicateurs est significative de l'apparition d'un défaut et donc de son aggravation. Ces indicateurs évaluent l'état de fonctionnement global des équipements mais ne localisent pas le défaut. De nombreux indicateurs existent dans la littérature et certains sont le résultat de la combinaison de plusieurs d'entre eux [30, 31].

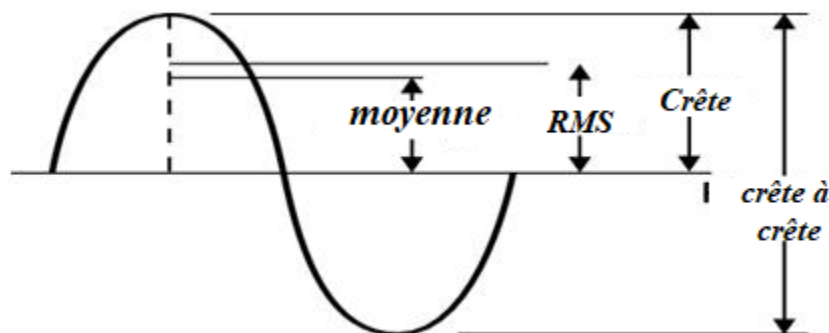


Figure II.25 Représentation des indicateurs temporels.

### Indicateurs classiques

Dans le cadre d'une surveillance par indicateurs statistiques, il est possible d'utiliser les grandeurs de déplacement, de vitesse ou d'accélération de la vibration. Pour cela, des paramètres comme le RMS (RootMean Square ou Valeur Efficace), la valeur crête et l'énergie du signal vibratoire ont été largement utilisés, mais ils ne renseignent pas sur l'état de dégradation du système. De ce fait, d'autres indicateurs sont apparus à partir du RMS et de indicateurs scalaires. Il est défini par [32].

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t x^2(t) dt}$$

### Indicateurs scalaires

Les indicateurs scalaires sont des outils statistiques appliqués à un signal temporel puis traité sa fin d'aider à l'analyse des vibrations. Ils permettent de suivre l'évolution d'une grandeur décrivant de la puissance ou de l'amplitude crête du signal. Sa valeur peut ne pas avoir de signification intrinsèque, c'est son évolution dans le temps qui est significative du défaut. De nombreux indicateurs existents dans la littérature ont été utilisés dans le domaine de diagnostic vibratoire automatisé, et certains sont le résultat de la combinaison de plusieurs d'entre eux [30].

#### Indicateurs scalaires les plus fréquents :

##### a- Le facteur de crête

Le facteur de crête noté  $F_c$  est une mesure caractéristique d'un signal vibratoire. C'est le rapport entre l'amplitude du pic du signal et la valeur efficace du signal. Il est défini par [31,32].

$$F_{\text{crête}} = \frac{V_{\text{crête}}}{RMS} = \frac{SUP|X(t)}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^t x^2(t) dt}}$$

Un système en bon état génère un signal vibratoire de faible amplitude, aussi bien en valeur crête qu'en valeur efficace. Le facteur de crête reste donc faible (entre 2 et 6). Un défaut localisé génère une vibration d'amplitude crête forte et d'amplitude efficace faible, donc un facteur de Crête important ( $> 6$ ).

##### b- Le Kurtosis

Le Kurtosis noté  $Ku$  représente le moment statique d'ordre 4. Il mesure le degré d'écrasement de la distribution du signal vibratoire enregistré et est défini comme étant le rapport entre le moment d'ordre quatre centré et le carré de la variance.

Il est défini par [31] :

$$Kurtosis = M_4/M_2^2 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (X(n) - \bar{x})^4}{[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (X(n) - \bar{x})^2]^2}$$

Un système en bon état engendre un signal vibratoire avec un Kurtosis voisin de 3. Pour un système dégradé, l'amplitude du signal est modifiée et le Kurtosis devient supérieur ou égal à 4. Le défaut majeur de ce paramètre et du Kurtosis est qu'ils indiquent environ les mêmes valeurs à l'état neuf et en fin de vie du système [33].

### c- Le Skewness

Le coefficient de dissymétrie (skewness) correspond à une mesure de l'asymétrie de la distribution d'une variable aléatoire réelle. Le Skewness noté *Skew* représente le moment statique d'ordre 3 centré sur le cube de l'écart-type. Il mesure la symétrie de la distribution, ou plus précisément le manque de symétrie. Une distribution est symétrique si elle présente la même allure de part et d'autre du signal. Il est défini comme suit [31] :

$$\mathbf{Skew} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{1/2}}$$

### II.8.2 Analyse dans le domaine fréquentiel

La représentation temporelle ne donne aucune information sur le contenu fréquentiel d'un signal. L'analyse temporelle peut se faire en utilisant des descripteurs obtenus à partir d'une valeur scalaire calculée directement sur la totalité d'un signal par les méthodes statistiques. Elle peut se faire également par des méthodes plus spécifiques telles que la démodulation d'amplitude et la démodulation de phase. Ces méthodes peuvent être utilisées dans la phase de prétraitement ou dans la phase de décision [31].

#### II.8.2.1 L'analyse du spectre:

Étant donné que le signal de vibration ne peut pas être représenté dans un format facilement utilisable en fonction du temps, nous avons essayé de représenter le signal de vibration dans un tracé d'amplitude en fonction de la fréquence appelé **le spectre** [32]. L'analyse du spectre de fréquences d'un signal est la technique la plus couramment utilisée pour identifier les défaillances du système. Cette technique est basée sur le fait que les défauts locaux produisent des signaux périodiques avec des fréquences caractéristiques uniques. Contrairement à l'analyse temporelle, l'analyse fréquentielle vous permet d'identifier les défauts présents dans votre système en identifiant les fréquences caractéristiques de votre système. Cette technique est généralement utilisée dans l'état stable du système. La méthode classique utilisée dans le domaine fréquentiel est l'analyse spectrale avec la transformée de Fourier rapide FFT [33].

Défini par:

$$\mathbf{X}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2\pi f t} dt$$

Son calcul pour un signal discret  $\mathbf{x}(k)$  de longueur  $N$  est donné par :

$$\mathbf{X}(m) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-2\pi m k / N}$$

Le contenu fréquentiel d'un signal à énergie finie peut être représenté par la densité spectrale d'énergie (DSE). Dans le cas de signaux discrets, la DSE et le spectre d'amplitude sont définis via la transformée de Fourier discrète respectivement par [32]:

$$P_x(m) = |X(m)|^2$$

$$S_x(m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} |X(m)|^2$$

### II.8.2.2 Analyse d'enveloppe

L'analyse d'enveloppe est une méthode de détection des chocs périodiques des résonances structurelles (carters, paliers, bagues de roulement). En effet, les défauts de roulement de type choc excitent les hautes fréquences de la structure, provoquant un phénomène de modulation entre la fréquence du défaut (basse fréquence) et la résonance de la structure (haute fréquence). Par conséquent, après démodulation du signal, le spectre d'enveloppe montre mieux la ligne d'impulsion due au défaut. En pratique, pour obtenir le spectre du signal d'enveloppe, vous devez suivre ces étapes suivantes [30] :

- Déterminer les fréquences de résonance.
- Filtrer, avec un filtre passe bande, le signal temporel autour des fréquences de résonance.
- Calculer le signal d'enveloppe à l'aide de la transformée d'Hilbert.
- Calculer le spectre d'enveloppe à l'aide de la transformée de Fourier.

Le signal le plus simple du point de vue fréquence est le signal sinusoïdal. Par exemple,

$$X(t) = E \sin(\omega t) \text{ ne contient qu'une seule fréquence : } f = \omega / 2\pi$$

### II.8.3 Analyse temps - fréquence

On trouve plusieurs méthodes tels que : STFT (Short Time Fourier Transform), HHT (Hilbert-Huang Transform), Transformée en ondelette et autres. Dans l'analyse temps-fréquence, l'analyse par paquet d'ondelettes est une méthode de traitement de signaux récente transitoires qui a fait l'objet de plusieurs applications.

#### II.8.3.1 Transformée de Fourier à court terme

L'analyse temps-fréquence repose sur une idée très naturelle et très simple. Comme TF n'est pas localisée temporellement du fait de l'intégrale dans  $R$ , il suffit d'introduire une fonction suffisamment localisée temporellement, la fenêtre d'analyse [31]. Pour une fenêtre notée  $w(t)$  ci-dessous, on définit la transformée de Fourier à court terme, dite aussi transformée de Fourier fenêtrée par :

$$\mathbf{V}[\mathbf{x}](\mathbf{t}, \mathbf{f}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{x}(\mathbf{t}) \cdot \omega(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{t}) e^{-j2\pi \nu \boldsymbol{\tau}} d\mathbf{t}$$

La représentation du module au carré  $|\mathbf{S}\omega[\mathbf{x}](s, \nu)|^2$  dans le plan temps-fréquence est appelée le « spectrogramme ». En effet, on peut construire par translation temporelle et modulation fréquentielle, une combinaison linéaire tel que :

$$\mathbf{V}[\mathbf{x}](\mathbf{t}, \mathbf{f}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{x}(\mathbf{t}) \cdot \omega(\boldsymbol{\tau} - \mathbf{t}) e^{-j2\pi \nu \boldsymbol{\tau}} d\mathbf{t}$$

La Transformée de Fourier à court terme est connue et utilisée dans le domaine de diagnostic de défaut. Malgré ses limites, elle continue à donner de bons résultats. En pratique une fois le support temporel de la fenêtre  $\omega(t)$  est choisi, la résolution temps-fréquence de la TFCT est fixée. En fait, ce choix a un certain nombre d'inconvénients. En conséquence, la TFCT est recommandée pour l'analyse des signaux quasi-stationnaires qui sont lissés par la fenêtre choisie mais elle n'est pas appropriée pour analyser les évolutions de grande échelle. De ce fait, la notion fréquence est alors remplacée par la notion d'échelle et on arrive au cadre de la transformée en ondelettes [32].

### II.8.3.2 Transformée en ondelette

Contrairement à la STFT, La transformée d'ondelette est une méthode de traitement de signaux possédant une résolution adaptative à la taille de l'objet ou du détail analysé.

### II.8.3.3 Transformée de Hilbert Huang

La transformée de Hilbert Huang 'HHT' (en anglais : Hilbert Huang transform) est une méthode d'analyse temps-fréquence, elle permet de calculer la distribution temps, fréquence, énergie d'un signal quelconque. Elle a pour but d'extraire localement une fréquence instantanée et une amplitude instantanée

## II.9 Conclusion :

L'analyse vibratoire est aujourd'hui un outil performant dans un monde industrie recherchant un maximum de productivité. Elle est la méthode la plus puissante pour éviter les pannes mécanique des défauts mécanique et les détecte de manier plus précise.

L'analyse vibratoire offre trois principaux niveaux d'analyse : la surveillance, la détection et le diagnostic. De nombreux travaux de recherches se développent encore aujourd'hui autour de nouvelles techniques d'analyse vibratoire. Elles reposent souvent sur des méthodes de traitement avancées du signal. Ces techniques se sont également améliorées grâce à la connaissance du système mécanique en terme vibratoire.



Dans ce chapitre, nous représentons la méthode de l'analyse vibratoire, qui permettra de mettre en évidence un grand nombre des défauts causeront les pannes dans les machines tournantes par l'identification de leurs fréquence.

# CHAPITRE III

*Modèle mathématique et  
l'équation de mouvement*

**III.1 Introduction :**

Dans ce chapitre on va présenter un modèle de système d'une simple paire d'engrenages droits montés sur des roulements rigides transversalement. Pour réduire la complexité de équations de mouvement, les roulements sont considérés comme rigides. Cette approximation sépare l'interaction d'excitation causée par des défauts de roulement avec des défauts d'engrenage. Aussi, il assure les changements minimes de l'erreur de transmission dynamique grâce aux roulements flexibles pour les arbres légèrement chargés. Les vibrations transversales et de torsion sont supposées être désaccouplées à cause des engrenages droits et des arbres relativement rigides. .Ensuit, on va présenter un modèle dynamique du roulement.

**III.2 Description du modèle mathématique :**

La figure ci -dessous montre le modèle de système d'une simple paire d'engrenages droits montés sur des roulements rigides transversalement. Pour réduire la complexité d'équations de mouvement, les roulements sont considérés comme rigides. Cette approximation sépare l'interaction d'excitation causée par des défauts de roulement avec des défauts d'engrenage. Aussi, il assure les changements minimes de l'erreur de transmission dynamique grâce aux roulements flexibles pour les arbres légèrement chargés. Les vibrations transversales et de torsion sont supposées être désaccouplées à cause des engrenages droits et des arbres relativement rigides. Pour éviter les effets indésirables conduisant aux équations les auteurs ont approché le dynamique couplage entre les vibrations latérales et de torsion. Aussi poudres arbres peu chargés avec des arbres rigides et des supports de roulement, cette approximation est bonne ; cela se traduit également par linéaire équations de mouvement dans les prochaines sections, qui peuvent être étudié en utilisant des techniques mathématiques mûries pour linéaire systèmes. Le modèle de système est développé pour calculer vibrations latérales de l'engrènement dues à l'excitation au point primitif de l'engrènement. La dynamique les aspects pris en compte dans ce modèle sont les faux-ronds des engrenages (c'est-à-dire montage d'engrenages avec décalage radial par rapport à l'arbrecentre). Ces faux-ronds génèrent la force de balourd aucentre de gravité des engrenages ainsi qu'il donne relativedéplacement entre les arbres pendant la rotation.

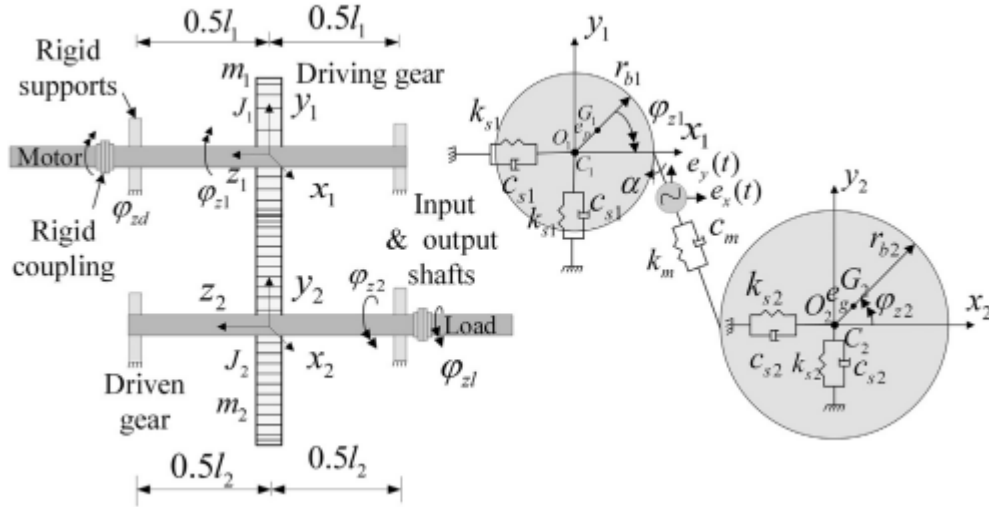


Figure III.1 Modèle de système du problème de vibration latérale couplée.

Un modèle dynamique prenant en compte les vibrations latérales dans le système de rotor à engrenages se compose d'un moteur relié à l'arbre 1 à travers un accouplement flexible. L'arbre 1 porte un pignon à mi-portée, qui est en prise avec un engrenage monté à mi-portée de l'arbre 2, qui supporte une charge à une extrémité à travers un accouplement rigide. La charge assure un contact continu de dents d'engrenage. Les deux arbres sont soutenus par des supports rigides transversalement roulements. Au contact de la paire d'engrenages, la rigidité de la structure et l'amortissement est considéré indépendamment de l'erreur de transmission au point, qui donne une excitation lors des engagements dentaires le long des cycles. Le modèle se compose de deux uniformes les arbres flexibles sont de longueurs  $l_1$  et  $l_2$ . La paire d'engrenages, qui est modélisé comme deux disques reliés par un ressort et un amortisseur sur le long de la ligne de pression, qui est tangente aux cercles de base des engrenages comme le montre la figure III.1. Les origines  $O_1$  et  $O_2$  sont des centres d'engrenages idéaux avec un système de coordonnées fixe.  $C_1(x_1, y_1)$  et  $C_2(x_2, y_2)$  sont les centres de rotation d'entraînement (pignon) et engrenages entraînés.  $C_1(x_g, y_g)$  et  $C_2(x_g, y_g)$  représente les centroïdes du pignon et de l'engrenage, respectivement ;  $m_1$  et  $m_2$  sont masses équivalentes du pignon et de l'engrenage, respectivement ;  $e_p$  et  $e_g$  sont les excentricités respectivement du pignon et l'engrenage sur les arbres, et ils sont supposés être des engrenages les faux-ronds aussi (les faux-ronds des engrenages ne donnent pas seulement des déséquilibres mais donne aussi les déplacements aux points primitifs) ;  $U_p = m_1 e_p$  et  $U_g = m_2 e_g$  sont les balourds de masse du pignon et du vitesse, respectivement ;  $r_{b1}$  et  $r_{b2}$  représentent les rayons de base de

respectivement les pignons menant et mené. Afin de tenir compte de l'engagement des vitesses lors de la transmission de puissance entre deux arbres, on suppose que la ligne de structure fait un angle,  $\alpha$ , avec l'axe  $y$  comme illustré à la figure ci-dessous..

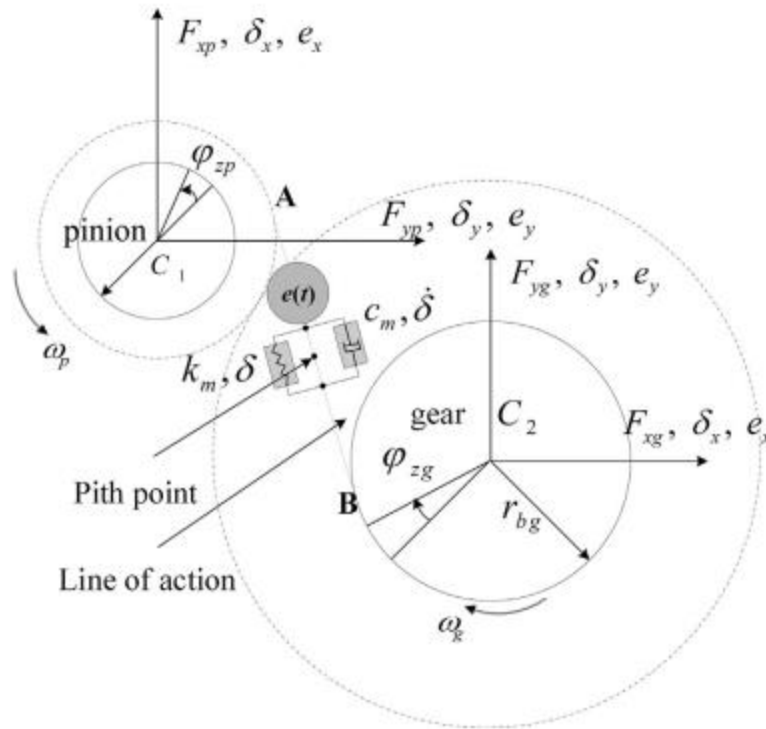


Figure III.2 Modélisation des contacts d'engrenage.

### III.3 Équations de mouvement

Afin de tenir compte de l'engagement des vitesses lors de la transmission de puissance entre deux arbres, on suppose que la ligne d'engrènement fait un angle,  $\alpha$ , avec l'axe  $y$  comme illustré à la figure (III.1) les composantes des déformations du engrènement des engrenages et les forces de contact d'engrenage résultantes sont générées dans les axes  $x$  et  $y$  directions comme le montre la figure (III.2). Comme la vibration de torsion du système de rotor à engrenages est négligée, il n'y aura pas de fluctuations du mouvement angulaire des arbres et des engrenages. Par conséquent, les mouvements angulaires  $\varphi_{z1}(t)$ ;  $\varphi_{z2}(t)$ ;  $\varphi_{zd}(t)$  et  $\varphi_{zl}(t)$  du pignon (engrenage menant), engrenage (engrenage mené), entraînement et la charge, respectivement, sont exprimées comme

$$\begin{aligned} \varphi_{zd}(t) &= \omega_p t + \varphi_d; & \varphi_{z1}(t) &= \omega_p t + \varphi_p; & (III.1) \\ \varphi_{z2}(t) &= \omega_g t + \varphi_g; & \varphi_{zl}(t) &= \omega t + \varphi_p; \end{aligned}$$

Où  $\omega_p$  et  $\omega_g$  sont les vitesses angulaires constantes du engrenage menant (pignon ou entraînement) et menés (engrenage chargé),  $f$  est la phase initiale avec des indices :  $d$  indique l'engrenage,  $p$  indique le pignon,  $g$  indique la vitesse et  $l$  indique le charger. Étant donné que les engrenages sont à mi-portée, l'effet gyroscopique n'est pas présent. La relation entre les centres des engrenages  $G1$  et  $G2$ ; les centres de roulement rigides  $O1$  et  $O2$  avec des excentricités d'engrenage  $e_p$  et  $e_g$  peuvent être écrits comme

$$\begin{aligned} x_p &= x_1 + e_p \cos(-\varphi z_1); & y_p &= y_1 + e_p \sin(-\varphi z_1); & (III.2) \\ x_g &= x_2 + e_g \cos\varphi z_2; & y_g &= x_2 + e_g \cos\varphi z_2; \end{aligned}$$

En remplaçant l'équation (III.1) dans l'équation (III.2), on obtient

$$\begin{aligned} x_p &= x_1 + e_p \cos(-\omega_p t - \varphi_p); & (III.3) \\ y_p &= y_1 + e_p \sin(-\omega_p t - \varphi_p); \\ x_g &= x_2 + e_g \cos(\omega_g t - \varphi_g); \\ y_g &= y_2 + e_g \sin(\omega_g t - \varphi_g); \end{aligned}$$

Afin d'assurer le contact de la surface des dents pendant la transmission de puissance, on suppose que la relative déformation des engrenages est complètement transformée en élastique déformation sur les surfaces des dents avec la direction de la ligne de engrenement. Les engrenages en prise sont supposés être connecté sa travers le ressort et l'amortisseur. Par conséquent, la déformation totale  $\delta$  entre les pignons menant et mené le long de la ligne d'action est exprimée comme

$$\delta = r_{l1} - r_{l2} + e_{lp} - e_{lg} - e(t) \quad (III.4)$$

Où  $r_{l1}$  et  $r_{l2}$  sont la déflexion élastique de l'engrenage et arbres de pignons ;  $e_{lp}$  et  $e_{lg}$  sont des excentricités (également des faux-ronds d'engrenage pour le cas présent) du pignon et de l'engrenage le long de la LOA. Ici, l'effet de torsion est ignoré. La dynamique la force d'engrènement le long de la LOA peut être donnée comme

$$F_m = c_m \dot{\delta} + k_m \delta \quad (III.5)$$

Où  $k_m$  et  $c_m$  représentent la raideur moyenne d engrènement et amortissement le long de la LOA. Dans le problème actuel, DTE (dynamic transmission error) est modélisé dans les directions  $x$  et  $y$  pour définir un cas typique lors de la transmission de puissance comme illustré à l figure (III.2).les composantes de  $d$  dans les directions  $x$  et  $y$  de l'équation (III 3) peut s'écrire

$$\delta x = x_1 - x_2 + e_p \cos(\omega_p t + \varphi_p) - e_g \cos(\omega_g t + \varphi_g) - e_x(t) \quad (III.6)$$

Et

$$\delta y = y_1 - y_2 - e_p \sin(\omega_p t + \phi_p) - e_g \sin(\omega_g t + \phi_g) - e_y(t) \quad (\text{III.7})$$

La force de engrenement dynamique donnée dans l'équation (III.5) se résout en les composantes x et y dans la zone de contact déformée créé au point primitif en raison de la déformation élastique comme donné dans les équations. (III.6) et (III.7). Les composantes de force résolues dans les directions x et y sont indiqués sur les pignons menant et mené dents comme illustré à la figure (III.2). Les erreurs de transmission dynamique  $e_x(t)$  et  $e_y(t)$  dans les directions x et y sont supposées comme une valeur moyenne et une partie fluctuante et peut être donnée comme

$$e_x(t) = e_{mx} + e_{fx}(t); \quad e_y(t) = e_{my} + e_{fy}(t) \quad (\text{III.8})$$

Et

$$e_{fx}(t) = \sum_{i=1}^n e_{fxi} \sin(i\omega_e t + \phi_{e xi}); \quad (\text{III.9})$$

$$e_{fy}(t) = \sum_{i=1}^n e_{fyi} \sin(i\omega_e t + \phi_{e yi});$$

Où  $e_m$  et  $e_f(t)$  désignent les parties moyenne et fluctuation de TEs (Transmissions errors), respectivement ;  $e_{fx}(t)$  et  $e_{fy}(t)$  sont des coefficients de diverses harmoniques de la partie fluctuante des TEs dans le x et y, respectivement ;  $i=1,2,3,\dots,n$  est l'indice harmonique ;  $\omega_e$  est la fréquence d'engrènement de l'engrenage avec  $\omega_e = N_g Z_g = \omega_p = N_p Z_p$  ;  $\omega_e$  et  $\omega_p$  sont les vitesses angulaires du pignon et l'engrenage, respectivement ;  $Z_p$  et  $Z_g$  sont le nombre de dents sur le pignon et l'engrenage, respectivement,  $\omega_e = 3.142 N_p Z_p / 60 = 3.142 N_g Z_g / 60$ , où  $N_p$  et  $N_g$  sont respectivement les vitesses de rotation du pignon et de la couronne en tr/min ;  $\alpha_{exi}$  et  $\alpha_{eyi}$  sont des phases de diverses harmoniques de la partie fluctuante de l'erreur de transmission (DTE) dans les directions x et y, respectivement, par rapport au système de coordonnées fixe.

#### III.4 Equations de mouvement d'un rotor aux engrenages

Le vecteur de déplacement transversal généralisé de l'arbre les centres d'un rotor à engrenages sont donnés par

$$q_i = [x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2]^T \quad (\text{III.10})$$

En réarrangeant les termes pour convertir les équations du mouvement sous la forme standard avec des vecteurs de force dus au DTE, des faux-ronds et des déséquilibres de masse, on obtient :

$$\begin{aligned}
m_1 \dot{x}_1 + (c_{s1} + c_m) \dot{x} - c_m \dot{x}_2 + (k_{s1} + k_m) x_1 - k_m x_2 &= m_1 e_p \omega_p^2 \cos(\omega p t + \phi p) + \\
& c_{s1} e_p \omega_p \sin(\omega p t + \phi p) - k_{s1} e_p \cos(\omega p t + \phi p) \quad (\text{III.11}) \\
& + c_m \left\{ \begin{array}{l} e_p \omega_p \sin(\omega p t + \phi p) \\ -e_g \omega_g \sin(\omega g t + \phi g) + \dot{e}_x(t) \end{array} \right\} \\
& + k_m \left\{ \begin{array}{l} -e_p \cos(\omega p t + \phi p) \\ +e_g \cos(\omega g t + \phi g) + \dot{e}_x(t) \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_1 \dot{y}_1 + (c_{s1} + c_m) \dot{y} - c_m \dot{y}_2 + (k_{s1} + k_m) y_1 - k_m y_2 &= -m_1 e_p \omega_p^2 \sin(\omega p t + \\
& \phi p) + c_{s1} e_p \omega_p \cos(\omega p t + \phi p) + k_{s1} e_p \sin(\omega p t + \phi p) \quad (\text{III.12}) \\
& + c_m \left\{ \begin{array}{l} e_p \omega_p \cos(\omega p t + \phi p) \\ +e_g \omega_g \cos(\omega g t + \phi g) + \dot{e}_y(t) \end{array} \right\} \\
& + k_m \left\{ \begin{array}{l} e_p \sin(\omega p t + \phi p) \\ +e_g \sin(\omega g t + \phi g) + \dot{e}_y(t) \end{array} \right\} - m_1 g
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 \dot{x}_2 + (c_{s2} + c_m) \dot{x}_2 - c_m \dot{x}_1 + (k_{s2} + k_m) x_2 - k_m x_1 &= m_2 e_g \omega_g^2 \cos(\omega g t + \\
& \phi g) + c_{s2} e_g \omega_g \sin(\omega g t + \phi g) - k_{s2} e_g \cos(\omega g t + \phi g) \quad (\text{III.13}) \\
& - c_m \left\{ \begin{array}{l} e_p \omega_p \sin(\omega p t + \phi p) \\ -e_g \omega_g \sin(\omega g t + \phi g) + \dot{e}_x(t) \end{array} \right\} \\
& - k_m \left\{ \begin{array}{l} -e_p \cos(\omega p t + \phi p) \\ +e_g \cos(\omega g t + \phi g) + \dot{e}_x(t) \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned}
m_2 \dot{y}_2 + (c_{s2} + c_m) \dot{y}_2 - c_m \dot{y}_1 + (k_{s2} + k_m) y_2 - k_m y_1 &= m_2 e_g \omega_g^2 \sin(\omega g t + \phi g) - \\
& c_{s2} e_g \omega_g \cos(\omega g t + \phi g) - k_{s2} e_g \sin(\omega g t + \phi g) \quad (\text{III.14}) \\
& - c_m \left\{ \begin{array}{l} e_p \omega_p \cos(\omega p t + \phi p) \\ +e_g \omega_g \cos(\omega g t + \phi g) + \dot{e}_y(t) \end{array} \right\} \\
& - k_m \left\{ \begin{array}{l} e_p \sin(\omega p t + \phi p) \\ +e_g \sin(\omega g t + \phi g) + \dot{e}_y(t) \end{array} \right\} - m_2 g
\end{aligned}$$

Les équations de mouvement montrent la force développée au niveau de l'engrenage engrenement en raison de la rigidité et de l'amortissement du engrenement de l'engrenage. Au dessus les équations sont des équations différentielles linéaires couplées, qui contiennent les forces du balourd (ou des faux-ronds) et de la erreur de transmission. Ceux-ci peuvent être mis sous forme de matrice comme

$$M \dot{\eta}(t) + C \dot{\eta}(t) + K \eta(t) = f_r(t) \quad (\text{III.15})$$



Et

$$M = \begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m1 & 0 \\ 0 & 0 & m2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad (III.16)$$

$$C = \begin{bmatrix} cs1 + cm0 - cm \\ 0cs1 + cm0 - cm \\ -cm0cs2 + cm0 \\ 0 - cm0cs2 + cm \end{bmatrix} ;$$

$$K = \begin{bmatrix} ks1 + km0 - km \\ 0ks1 + km0 - km \\ -km0ks2 + km0 \\ 0 - km0ks2 + km \end{bmatrix} \quad (III.17)$$

$$\eta = \begin{pmatrix} x1 \\ y1 \\ x2 \\ y2 \end{pmatrix}$$

$$Fr(t) = \begin{pmatrix} fx1(t) \\ fy1(t) \\ fx2(t) \\ fy2(t) \end{pmatrix} \quad (III.18)$$

Où M, C et K sont la masse, l'amortissement et la rigidité matrices ; et f (r) est le vecteur de force, qui résulte de l'excitation au point primitif de l'engrènement due à l'erreur de transmission et la force de déséquilibre des engrenages. Dans la forme matricielle, les matrices de masse, d'amortissement et de raideur sont symétrique. En remplaçant les équations (III.8) et (III.9) en vecteur force l'équation(III.18), on obtient

$$\begin{aligned} f_r(t) = & m1e_p\omega_p^2 \cos(\omega pt + \emptyset p) + cs1 ep\omega p \sin(\omega pt + \emptyset p) - ks1 ep \cos(\omega pt + \emptyset p) \\ & + cm \left( \begin{matrix} ep\omega epsin(\omega pt + \emptyset p) - eg\omega egsin(\omega gt + \emptyset g) \\ + \sum_{i=1}^n efxi i\omega ecos(i\omega et + \emptyset exi) \end{matrix} \right) \\ & + km \left( \begin{matrix} -epcos(\omega pt + \emptyset p) + egcos(\omega gt + \emptyset g) \\ + emx + \sum_{i=1}^n efxisin(i\omega et + \emptyset exi) \end{matrix} \right) \\ & m1g - m1e_p\omega_p^2 \sin(\omega pt + \emptyset p) + cs1e_p\omega_p \cos(\omega pt + \emptyset p) + ks1ep \sin(\omega pt + \emptyset p) \\ & + cm \left( \begin{matrix} ep\omega pcos(\omega pt + \emptyset p) + egsin(\omega gt + \emptyset g) \\ + \sum_{i=1}^n efyicos(i\omega et + \emptyset eyi) \end{matrix} \right) \quad (III.19) \\ & + km \left( \begin{matrix} epsin(\omega pt + \emptyset p) + egsin(\omega gt + \emptyset g) \\ + emy + \sum_{i=1}^n efyisin(i\omega et + \emptyset eyi) \end{matrix} \right) \\ & m2e_g\omega_g^2 \cos(\omega gt + \emptyset g) + cs2e_g\omega_g \sin(\omega gt + \emptyset g) - ks2eg \cos(\omega gt + \emptyset g) \end{aligned}$$

$$-cm \left( ep\omega p \sin(\omega pt + \emptyset p) - eg\omega g \sin(\omega gt + \emptyset g) \right) + \sum_{i=1}^n e_{fxi} i\omega e \cos(i\omega et + \emptyset exi)$$

$$-km (-ep \cos(\omega pt + \emptyset p) - eg \cos(\omega gt + \emptyset g) + emx + \sum_{i=1}^n e_{fxi} \sin(i\omega et + \emptyset exi))$$

$$-m2g + m2e_g \omega_g^2 \sin(\omega gt + \emptyset g) - cs2e_g \omega_g \cos(\omega gt + \emptyset g) - ks2eg \sin(\omega gt + \emptyset g)$$

$$-cm (e_p \omega_p \cos(\omega pt + \emptyset p) + e_g \omega_g \cos(\omega gt + \emptyset g) + \sum_{i=1}^n e_{fyi} i\omega e \cos(i\omega et + \emptyset eyi))$$

$$-km (e_p \sin(\omega pt + \emptyset p) + e_g \sin(\omega gt + \emptyset g) + emy + \sum_{i=1}^n e_{fyi} \sin(i\omega et + \emptyset eyi))$$

A partir de l'équation d'Euler, nous avons l'équation ci-dessus dans différentes composantes de fréquence, comme

$$\begin{aligned} fr(t) &= \left\{ \begin{array}{l} (k_m e_m) + j(-m1g + k_m e_m) \\ (-k_m e_m) + j(-m2g - k_m e_m) \end{array} \right\} \\ &+ \left\{ \begin{array}{l} \{0.5k_m e_p (e^{j\emptyset p} + je^{j\emptyset p}) - ks1epe^{-j\emptyset p} \\ -0.5k_{mep}(e^{j\emptyset p} + je^{j\emptyset p}) \end{array} \right\} e^{j\omega pt} \\ &+ \left\{ \begin{array}{l} (m1e_p \omega_p^2 e^{-j\emptyset p} - 0.5k_m e_p e^{-j\emptyset p}) \\ +j(c_m e_p \omega_p e^{-j\emptyset p} - 0.5k_m e_p e^{-j\emptyset p}) \\ +jcs1e_p \omega_p e^{-j\emptyset p} \\ -0.5jk_m e_p e^{-j\emptyset p} \\ -j(c_m e_p \omega_p e^{-j\emptyset p} + 0.5k_m e_p e^{-j\emptyset p}) \end{array} \right\} e^{-j\omega pt} \\ &+ \left\{ \begin{array}{l} 0.5k_m e_g e^{j\emptyset g} + j(c_m e_g \omega_g e^{j\emptyset g} - 0.5k_m e_g e^{j\emptyset g}) \\ (m2e_g \omega_g^2 e^{j\emptyset g} - 0.5k_m e_g e^{j\emptyset g}) \\ -j(c_m e_g \omega_g e^{j\emptyset g} - 0.5k_m e_g e^{j\emptyset g}) \\ -jcs2e_g \omega_g e^{j\emptyset g} - ks2e_g e^{j\emptyset g} \end{array} \right\} e^{j\omega gt} \\ &+ \left\{ \begin{array}{l} +\{-0.5kme_g(e^{-j\emptyset g} + je^{-j\emptyset g})\} \\ 0.5kme_g(e^{-j\emptyset g} + je^{-j\emptyset g}) \end{array} \right\} e^{-j\omega gt} \tag{III.20} \\ &+ \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} 0.5i\omega_e cm(e_{xi} e^{j(\emptyset ex)} + je_{yi} e^{j(\emptyset ey)}) \\ -0.5jkm(e_{xi} e^{j(\emptyset ex)} + je_{yi} e^{j(\emptyset ey)}) \\ -0.5i\omega_e cm(e_{xi} e^{j(\emptyset ex)} + je_{yi} e^{j(\emptyset ey)}) \\ +0.5jkm(e_{xi} e^{j(\emptyset ex)} + je_{yi} e^{j(\emptyset ey)}) \end{array} \right\} e^{j(i\omega et)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
fr(t) = & \left\{ \begin{array}{l} (k_m e_m) + j(-m_1 g + k_m e_m) \\ (-k_m e_m) + j(-m_2 g - k_m e_m) \end{array} \right\} + \\
& \left\{ \begin{array}{l} 0.5k_m e_p (e^{j\phi p} + j e^{j\phi p}) - ks_1 e_p e^{-j\phi p} \\ -0.5k_{mep} (e^{j\phi p} + j e^{j\phi p}) \end{array} \right\} e^{j\omega p t} \\
& + \left\{ \begin{array}{l} (m_1 e_p \omega_p^2 e^{-j\phi p} - 0.5k_m e_p e^{-j\phi p}) \\ +j(c_m e_p \omega_p e^{-j\phi p} - 0.5k_m e_p e^{-j\phi p}) \\ +jcs_1 e_p \omega_p e^{-j\phi p} \\ -0.5jk_m e_p e^{-j\phi p} \\ -j(c_m e_p \omega_p e^{-j\phi p} + 0.5k_m e_p e^{-j\phi p}) \end{array} \right\} e^{-j\omega p t} \\
& + \left\{ \begin{array}{l} 0.5k_m e_g e^{j\phi g} + j(c_m e_g \omega_g e^{j\phi g} - 0.5k_m e_g e^{j\phi g}) \\ (m_2 e_g \omega_g^2 e^{j\phi g} - 0.5k_m e_g e^{j\phi g}) \\ -j(c_m e_g \omega_g e^{j\phi g} - 0.5k_m e_g e^{j\phi g}) \\ -jcs_2 e_g \omega_g e^{j\phi g} - ks_2 e_g e^{j\phi g} \end{array} \right\} e^{j\omega g t} \\
& + \left\{ \begin{array}{l} -0.5k_m e_g (e^{-j\phi g} + j e^{-j\phi g}) \\ 0.5k_m e_g (e^{-j\phi g} + j e^{-j\phi g}) \end{array} \right\} e^{-j\omega g t} \\
& + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} 0.5i\omega_e cm (e_{xi} e^{j(\phi ex)} + j e_{yi} e^{j(\phi ey)}) \\ -0.5jk_m (e_{xi} e^{j(\phi ex)} + j e_{yi} e^{j(\phi ey)}) \\ -0.5i\omega_e cm (e_{xi} e^{j(\phi ex)} + j e_{yi} e^{j(\phi ey)}) \\ +0.5jkm (e_{xi} e^{j(\phi ex)} + j e_{yi} e^{j(\phi ey)}) \end{array} \right\} e^{j(i\omega_e t)} \\
& + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} 0.5i\omega_e cm (e_{xi} e^{-j(\phi ex)} + j e_{yi} e^{-j(\phi ey)}) \\ +0.5jkm (e_{xi} e^{-j(\phi ex)} + j e_{yi} e^{-j(\phi ey)}) \\ -0.5i\omega_e cm (e_{xi} e^{-j(\phi ex)} + j e_{yi} e^{-j(\phi ey)}) \\ -0.5jkm (e_{xi} e^{-j(\phi ex)} + j e_{yi} e^{-j(\phi ey)}) \end{array} \right\} e^{-j(i\omega_e t)}
\end{aligned}$$

Les composants statiques du vecteur de force sont représentés pour plus de simplicité, comme

$$Rs_1 = Rs_{1r} + jRs_{1j} = (k_m e_m) + j(-m_1 g + k_m e_m)$$

$$Rs_2 = Rs_{2r} + jRs_{2j} = (-k_m e_m) + j(-m_1 g - k_m e_m)$$

En utilisant l'équation à dans l'équation(III.20), on obtient forme simplifiée, comme

$$\begin{aligned}
fr(t) = & \left\{ \begin{array}{l} Rs_{1r} + jRs_{1j} \\ Rs_{2r} + jRs_{2j} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} Rf_p 1r + jRf_p 1j \\ Rf_p 2r + jRf_p 2j \end{array} \right\} e^{j\omega p t} + \left\{ \begin{array}{l} Rbp 1r + jRbp 1j \\ Rbp 2r + jRbp 2j \end{array} \right\} e^{-j\omega p t} + \\
& \left\{ \begin{array}{l} Rfg 1r + jRfg 1j \\ Rfg 2r + jRfg 2j \end{array} \right\} e^{i\omega g t} + \left\{ \begin{array}{l} Rbg 2r + jRbg 1j \\ Rbg 2r + jRbg 2j \end{array} \right\} e^{-j\omega g t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} i\omega_e cm(Rfer + jRfej) + km(Rfer + jRéfej)/j \\ -i\omega_e cm(Rfer + jRfej) - km(Rfer + jRéfej)/j \end{array} \right\} e^{j(i\omega_e t)} \\
& \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} i\omega_e cm(Rber + jRbej) - km(Rber + jRbej)/j \\ -i\omega_e cm(Rber + jRbej) + km(Rber + jRbej)/j \end{array} \right\} e^{-j(i\omega_e t)} \quad (III.21)
\end{aligned}$$

Les mêmes termes fréquentiels sont regroupés et représentés dans le domaine fréquentiel dans les composants statiques, tourbillonnants avant et arrière, comme

$$S1r = k_m e_m; S1j = -m1g + k_m e_m; \quad (III.22)$$

$$S2r = -k_m e_m; S2j = -m2g + k_m e_m;$$

$$Sf_{e1r} = (i\omega_e cm Rf_{er} + km Rf_{ej})/2; \quad (III.23)$$

$$Sf_{e1j} = (i\omega_e cm Rf_{ej} - km Rf_{er})/2;$$

$$Sf_{e2r} = (-i\omega_e cm Rf_{er} - km Rf_{ej})/2;$$

$$Sf_{e2j} = (-i\omega_e cm Rf_{ej} + km Rf_{er})/2;$$

$$Sb_{e1r} = (i\omega_e cm Rf_{ej} - km R_{bej})/2; \quad (III.24)$$

$$Sb_{e1j} = (i\omega_e cm R_{bej} + km R_{ber})/2;$$

$$Sb_{e2r} = (-i\omega_e cm R_{ber} + km R_{bej})/2;$$

$$Sb_{e2j} = (-i\omega_e cm R_{bej} - km R_{ber})/2;$$

En remplaçant l'équation(III 22) à travers l'équation(III 24) dans l'équation(III 21), on obtient le vecteur de force comme

$$\begin{aligned}
f_r = & \left\{ \begin{array}{l} S1r + jS1j \\ S2r + jS2j \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} Rf_{p1r} + jRf_{p1j} \\ Rf_{p2r} + jRf_{p2j} \end{array} \right\} e^{j\omega_p t} + \left\{ \begin{array}{l} Rb_{p1r} + jRb_{p1j} \\ Rb_{p2r} + jRb_{p2j} \end{array} \right\} e^{-j\omega_p t} + \\
& \left\{ \begin{array}{l} Rf_{g1r} + jRf_{g1j} \\ Rf_{g2r} + jRf_{g2j} \end{array} \right\} e^{j\omega_g t} + \left\{ \begin{array}{l} Rb_{g1r} + jRb_{g1j} \\ Rb_{g2r} + jRb_{g2j} \end{array} \right\} e^{-j\omega_g t} \\
& \sum_{i=1}^n \left( \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} Sfe1r + jSfe1j \\ -Sfe2r - jSfe2j \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} Sbe1r + jSbe1j \\ -Sbe2r - jSbe2j \end{array} \right\} \end{array} \right) e^{-j(i\omega_e t)} \quad (III.25)
\end{aligned}$$

Sur la substitution des forces de l'équation. ci-dessus et l'équation(III.25) dans l'équation(III.15), les équations du mouvement dans le forme complexe peut maintenant être écrite sous forme matricielle, comme suit

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m1 & 0 \\ 0 & m2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{r}1 \\ \ddot{r}2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} cs1 + cm & -cm \\ -cm & cs2 + cm \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{r}1 \\ \dot{r}2 \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} ks1 + km & -km \\ -km & ks2 + km \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r1 \\ r2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S1 \\ S2 \end{Bmatrix} \\
& + \begin{Bmatrix} Rfp1r + jRfp1j \\ Rfp2r + jRfp2j \end{Bmatrix} e^{j\omega pt} + \begin{Bmatrix} Rbp1r + jRbp1j \\ Rbp2r + jRbp2j \end{Bmatrix} e^{-j\omega pt} \\
& + \begin{Bmatrix} Rfg1r + jRfg1j \\ Rfg2r + jRfg2j \end{Bmatrix} e^{j\omega gt} + \begin{Bmatrix} Rbg1r + jRbg1j \\ Rbg2r + jRbg2j \end{Bmatrix} e^{-j\omega gt} \\
& + \sum_{i=1}^n \left( \begin{Bmatrix} Sfe1r + jSfe1j \\ -Sfe2r - jSfe2j \end{Bmatrix} e^{j(i\omega et)} \right) \\
& \left( \begin{Bmatrix} Sbe1r + jSbe1j \\ -Sbe2r - jSbe2j \end{Bmatrix} e^{-j(i\omega et)} \right) \tag{III.26}
\end{aligned}$$

Ici  $S$ ;  $S_{fer}$ ;  $S_{fej}$ ;  $S_{ber}$  et  $S_{bej}$  inclut la transmission amplitude d'erreur et ses informations de phase dans un engrenement d'engrenage. L'indice  $i$  représente les harmoniques de l'ordre des engrenages et  $n$  représente le nombre total d'harmoniques pris en compte dans l'erreur de transmission. Pour la valeur supposée de l'erreur de transmission paramètres, les équations ci-dessus peuvent être utilisées pour obtenir la réponse du système de rotor à engrenages. Parce que les équations du mouvement sont linéaires, en utilisant le principe de superposition, les solutions supposées pour chaque harmonique peuvent être additionnées, comme suit.

Pour  $i$ ème harmonique, l'équation(III.26) peut s'écrire

$$\begin{aligned}
m1\dot{r}1 + (cs1 + cm)\dot{r}1 - cm\dot{r}2 + (ks1 + km)r1 - kmr2 = S1 + Sfe1e^{j(i\omega et)} + \\
Sbe1e^{-j(i\omega et)} + Rfp1e^{j\omega pt} + Rfp1e^{-j\omega pt} + Rfg1e^{j\omega gt} + Rfg1e^{-j\omega gt} \tag{III.27}
\end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned}
m2\dot{r}2 + (cs2 + cm)\dot{r}2 - cm\dot{r}1 + (ks2 + km)r2 - kmr1 = S2 - Sfe2e^{j(i\omega et)} - \\
Sbe2e^{-j(i\omega et)} + Rfp2e^{j\omega pt} + Rfp2e^{-j\omega pt} + Rfg2e^{j\omega gt} + Rfg2e^{-j\omega gt} \tag{III.28}
\end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned}
S1 &= (k_m e_m) + j(-m1g + k_m e_m); \\
S2 &= -(k_m e_m) + j(-m2g + k_m e_m); \tag{III.29}
\end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned}
Sfe1 &= Sfe1r + jSfe1j; \quad Sbe1 = Sbe1r + jSbe1j; \\
Sfe2 &= Sfe2r + jSfe2j; \quad Sbe2 = Sbe2r + jSbe2j \tag{III.30}
\end{aligned}$$

Où  $S_1$  et  $S_2$  sont des composantes statiques et  $S_{fe1}$ ;  $S_{be1}$ ;  $S_{fe2}$  et  $S_{be2}$  sont des composants variant dans le temps avec l'engrenage fréquence du engrenement ou ses harmoniques. Indices  $f$  et  $b$

représentent les tourbillons avant et arrière l'équation (III.27) et (III.28) pour la force statique et pour le tourbillon avant et les composants de force de tourbillon arrière peuvent être écrits comme

Seule la force statique, ça donne

$$\begin{aligned}(ks_1 + km)r_1 - kmr_2 &= S_1; \\ (ks_2 + km)r_2 - kmr_1 &= S_2;\end{aligned}\tag{III.31}$$

Pour la force vers l'avant, nous avons

$$\begin{aligned}m_1\dot{r}_1 + (cs_1 + cm)\dot{r}_1 - cm\dot{r}_2 + (ks_1 + km)r_1 - kmr_2 &= (Sfe_{1r} + jSfe_{1j})e^{j(\omega et)} + \\ (Rfp_{1r} + jRfp_{1j})e^{j\omega pt} + (Rfg_{1r} + jRfg_{1j})e^{j\omega gt}\end{aligned}\tag{III.32}$$

Et

$$\begin{aligned}m_2\dot{r}_2 + (cs_2 + cm)\dot{r}_2 - cm\dot{r}_1 + (ks_2 + km)r_2 - kmr_1 &= -(Sfe_{2r} + jSfe_{2j})e^{j(\omega et)} + \\ (Rfp_{2r} + jRfp_{2j})e^{j\omega pt} + (rfg_{2r} + jRfg_{2j})e^{j\omega gt}\end{aligned}\tag{III.33}$$

Pour la force vers l'arrière, nous avons

$$\begin{aligned}m_1\dot{r}_1 + (cs_1 + cm)\dot{r}_1 - cm\dot{r}_2 + (ks_1 + km)r_1 - kmr_2 &= (Sfb_{1r} + jSbe_{1j})e^{-j(\omega et)} + \\ (Rbp_{1r} + jRbp_{1j})e^{-j\omega pt} + (Rbg_{1r} + jRbg_{1j})e^{-j\omega gt}\end{aligned}\tag{III.34}$$

Et

$$\begin{aligned}m_2\dot{r}_2 + (cs_2 + cm)\dot{r}_2 - cm\dot{r}_1 + (ks_2 + km)r_2 - kmr_1 &= -(Sb_{2r} + jSb_{2j})e^{-j(\omega et)} + \\ (Rbp_{2r} + jRbp_{2j})e^{-j\omega pt} + (Rbg_{2r} + jRbg_{2j})e^{-j\omega gt}\end{aligned}\tag{III.35}$$

En supposant une solution due à la force statique pour l'équation (III 31), comme

$$r_1 = P_{s1} = P_{s1r} + jP_{s1j} \quad ETr_2 = P_{s2} = P_{s1r} + jP_{s1j}\tag{III.36}$$

Où  $P_{s1}$  et  $P_{s2}$  sont sous forme complexe comme  $P_s = P_{sr} + jP_{si}$ .

En supposant des solutions pour le tourbillon vers l'avant des équations. (III.32) et (III.33), comme

$$\begin{aligned}r_1(t) &= P_{fe1}e^{j(\omega et)} + P_{fp1}e^{j(\omega pt)} + P_{fg1}e^{j(\omega gt)} \\ r_2(t) &= P_{fe2}e^{j(\omega et)} + P_{fp2}e^{j(\omega pt)} + P_{fg2}e^{j(\omega gt)}\end{aligned}\tag{III.37}$$

Où  $P_{f1}$  et  $P_{f2}$  sont sous forme complexe comme  $P_f = P_{fr} + jP_{fi}$ . En supposant la solution pour l'arrière tourbillon d'équations. (III.34) et (III.35), comme

$$\begin{aligned}r_1(t) &= P_{be1}e^{-j(\omega et)} + P_{bp2}e^{-j(\omega pt)} + P_{bg1}e^{j-(\omega gt)} \\ r_2(t) &= P_{be2}e^{-j(\omega et)} + P_{bp2}e^{-j(\omega pt)} + P_{bg2}e^{j-(\omega gt)}\end{aligned}\tag{III.38}$$

Où  $P_b$  est sous forme complexe comme  $P_b = P_{br} + jP_{bj}$ . Sur restituant l'équation (III.38) en l'équation (III.31), on obtient

Pour la force statique, on obtient

$$(ks_1 + km) Ps_1 - kmPs_2 = S_1; \quad (III.39)$$

$$(ks_2 + km) Ps_2 - kmPs_1 = S_2$$

Maintenant l'équation(III.39) peut être arrangé dans le réel et l'imaginaire pièces, comme

$$(ks_1 + km) (Ps_{1r} + jps_{1j}) - km (Ps_{2r} + jPs_{2j}) = S_{1r} + js_{1j} \quad (III.40)$$

Et

$$(ks_2 + km)(Ps_{2r} + jPs_{2j}) - km(Ps_{1r} + jPs_{1j}) = S_{2r} + js_{2j} \quad (III.41)$$

En séparant les composants réels et imaginaires sur les deux côtés des équations (III.40) et (III.41), on obtient la force statique réelle et composants imaginaires, comme

$$(ks_1 + km)Ps_{1r} - kmPs_{2r} = S_{1r}; \quad (III.42)$$

$$-kmPs_{1r} + (ks_2 + km)ps_{2r} = S_{2r}$$

Et

$$(ks_1 + km)Ps_{1j} - kmPs_{2j} = S_{1j}; \quad (III.43)$$

$$-kmPs_{1j} + (ks_2 + km) Ps_{2j} = S_{2j}$$

En combinant les équations (III.42) et (III.43), on obtient

$$A_s p_s = S_s \quad (III.44)$$

Avec

$$A_{si} = \begin{bmatrix} ks_1 + km & 0 - km \\ 0 & ks_1 + km - km \\ -km & 0 \\ 0 & -km \\ 0 & ks_2 + km \\ 0 & -km \\ 0 & ks_2 + km \end{bmatrix}; \quad (III.45)$$

$$P_s = \begin{Bmatrix} Ps_{1r} \\ Ps_{1j} \\ Ps_{2r} \\ Ps_{2j} \end{Bmatrix}; \quad S_s = \begin{Bmatrix} S_{1r} \\ S_{1j} \\ S_{2r} \\ S_{2j} \end{Bmatrix}$$

En remplaçant l'équation(III.37) dans les équations (III.32) et (III.33), pour la force du tourbillon vers l'avant, nous obtenons

$$-m_1 i^2 \omega^2 e P_{fe1} + j i \omega e (c s_1 + c m) P_{fe1} - j i \omega e c m P_{fe2} + (k s_1 + k m) P_{fe1} - k m P_{fe2} = S_{fe1} \quad (III.46)$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 p P_{f_{p1}} + j i \omega p (c s_1 + c m) P_{f_{p1}} - j i \omega p c m P_{f_{p2}} + (k s_1 + k m) P_{f_{p1}} - k m P_{f_{p2}} = R_{f_{p1}} \quad (\text{III.47})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 g P_{f_{g1}} + j i \omega g (c s_1 + c m) P_{f_{g1}} - j i \omega g c m P_{f_{g2}} + (k s_1 + k m) P_{f_{g1}} - k m P_{f_{g2}} = R_{f_{g1}} \quad (\text{III.48})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 e P_{f_{e2}} + j i \omega e (c s_2 + c m) P_{f_{e2}} - j i \omega e c m P_{f_{e1}} + (k s_2 + k m) P_{f_{e2}} - k m P_{f_{e1}} = -S_{f_{e2}} \quad (\text{III.49})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 p P_{f_{p2}} + j i \omega p (c s_2 + c m) P_{f_{p2}} - j i \omega p c m P_{f_{p1}} + (k s_2 + k m) P_{f_{p2}} - k m P_{f_{p1}} = R_{f_{p2}} \quad (\text{III.50})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 g P_{f_{g2}} + j i \omega g (c s_2 + c m) P_{f_{g2}} - j i \omega g c m P_{f_{g1}} + (k s_2 + k m) P_{f_{g2}} - k m P_{f_{g1}} = R_{f_{g2}} \quad (\text{III.51})$$

avec  $iZ_1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n.m.$

Maintenant, ceux-ci peuvent être arrangés dans le réel et l'imaginaire pièce, comme

$$m_1 i^2 \omega^2 e (P_{f_{e1r}} + j P_{f_{e1j}}) + (j i \omega e) (c s_1 + c m) (P_{f_{e1r}} + j P_{f_{e1j}}) - (j i \omega e) c m (P_{f_{e2r}} + j P_{f_{e2j}}) + (k s_1 + k m) (P_{f_{e1r}} + j P_{f_{e1j}}) - k m (P_{f_{e2r}} + j P_{f_{e2j}}) = (S_{f_{e1r}} + j S_{f_{e1j}}) \quad (\text{III.52})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 p (P_{f_{p1r}} + j P_{f_{p1j}}) + (j i \omega p) (c s_1 + c m) (P_{f_{p1r}} + j P_{f_{p1j}}) - (j i \omega p) c m (P_{f_{p2r}} + j P_{f_{p2j}}) + (k s_1 + k m) (P_{f_{p1r}} + j P_{f_{p1j}}) - k m (P_{f_{p2r}} + j P_{f_{p2j}}) = (R_{f_{p1r}} + j R_{f_{p1j}}) \quad (\text{III.53})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 g (P_{f_{g1r}} + j P_{f_{g1j}}) + (j i \omega g) (c s_1 + c m) (P_{f_{g1r}} + j P_{f_{g1j}}) - (j i \omega g) c m (P_{f_{g2r}} + j P_{f_{g2j}}) + (k s_1 + k m) (P_{f_{g1r}} + j P_{f_{g1j}}) - k m (P_{f_{g2r}} + j P_{f_{g2j}}) = (R_{f_{g1r}} + j R_{f_{g1j}}) \quad (\text{III.54})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 e (P_{f_{e2r}} + j P_{f_{e2i}}) + (j i \omega e) (c s_2 + c m) (P_{f_{e2r}} + j P_{f_{e2i}}) - (j i \omega e) c m (P_{f_{e1r}} + j P_{f_{e1i}}) + (k s_2 + k m) (P_{f_{e2r}} + j P_{f_{e2i}}) - k m (P_{f_{e1r}} + j P_{f_{e1i}}) = -(S_{f_{e2r}} + j S_{f_{e2j}}) \quad (\text{III.55})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 p (P_{f_{p2r}} + j P_{f_{p2i}}) + (j i \omega p) (c s_2 + c m) (P_{f_{p2r}} + j P_{f_{p2i}}) - (j i \omega p) c m (P_{f_{p1r}} + j P_{f_{p1i}}) + (k s_2 + k m) (P_{f_{p2r}} + j P_{f_{p2i}}) - k m (P_{f_{p1r}} + j P_{f_{p1i}}) = -(R_{f_{p2r}} + j R_{f_{p2j}}) \quad (\text{III.56})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 g (P_{f_{g2r}} + j P_{f_{g2i}}) + (j i \omega g) (c s_2 + c m) (P_{f_{g2r}} + j P_{f_{g2i}}) - (j i \omega g) c m (P_{f_{g1r}} + j P_{f_{g1i}}) + (k s_2 + k m) (P_{f_{g2r}} + j P_{f_{g2i}}) - k m (P_{f_{g1r}} + j P_{f_{g1i}}) = -(S_{f_{g2r}} + j S_{f_{g2j}}) \quad (\text{III.57})$$



avec  $i=1,2,3,\dots,n$

En séparant les composants réels et imaginaires sur les deux côtés des équations. (III.52) et (III.57), on obtient le composant réel du tourbillon vers l'avant

$$-m_1 i^2 \omega^2 e P f_{e1j} + i \omega e (c s_1 + c m) P f e_{1r} - i \omega e c m P f e_{2r} + (k s_1 + k m) P f e_{1j} - k m P f e_{2j} = -S f e_{1r} \quad (\text{III.58})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 p P f_{p1r} - i \omega p (c s_1 + c m) P f p_{1j} + i \omega e c m P f p_{2j} + (k s_1 + k m) P f p_{1r} - k m P f p_{2r} = R f p_{1r} \quad (\text{III.59})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 g P f_{g1r} - i \omega g (c s_1 + c m) P f g_{1j} + i \omega g c m P f g_{2j} + (k s_1 + k m) P f g_{1r} - k m P f g_{2r} = R f g_{1r} \quad (\text{III.60})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 e P f_{e2r} - i \omega e (c s_2 + c m) P f e_{2j} + i \omega e c m P f e_{1j} + (k s_2 + k m) P f e_{2r} - k m P f e_{1r} = -S f e_{2r} \quad (\text{III.61})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 p P f_{p2r} - i \omega p (c s_2 + c m) P f p_{2j} + i \omega p c m P f p_{1j} + (k s_2 + k m) P f p_{2r} - k m P f p_{1r} = -R f p_{2r} \quad (\text{III.62})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 g P f_{g2r} - i \omega g (c s_2 + c m) P f g_{2j} + i \omega g c m P f g_{1j} + (k s_2 + k m) P f g_{2r} - k m P f g_{1r} = -R f g_{2r} \quad (\text{III.63})$$

La composante imaginaire du tourbillon vers l'avant

$$-m_1 i^2 \omega^2 e P f_{e1r} - i \omega e (c s_1 + c m) P f e_{1j} + i \omega e c m P f e_{2j} + (k s_1 + k m) P f e_{1r} - k m P f e_{2r} = S f e_{1r} \quad (\text{III.64})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 p P f_{p1j} + i \omega p (c s_1 + c m) P f p_{1r} - i \omega p c m P f p_{2r} + (k s_1 + k m) P f p_{1j} - k m P f p_{2j} = R f p_{1j} \quad (\text{III.65})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 g P f_{g1j} + i \omega g (c s_1 + c m) P f g_{1r} - i \omega g c m P f g_{2r} + (k s_1 + k m) P f g_{1j} - k m P f g_{2j} = S f g_{1j} \quad (\text{III.66})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 e P f_{e2j} + i \omega e (c s_2 + c m) P f e_{2r} - i \omega e c m P f e_{1r} + (k s_2 + k m) P f e_{2j} - k m P f e_{1j} = -S f e_{2j} \quad (\text{III.67})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 p P f_{p2j} + i \omega p (c s_2 + c m) P f p_{2r} - i \omega p c m P f p_{1r} + (k s_2 + k m) P f p_{2j} - k m P f p_{1j} = -R f p_{2j} \quad (\text{III.68})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 g P f_{g2j} + i \omega g (c s_2 + c m) P f g_{2r} - i \omega g c m P f g_{1r} + (k s_2 + k m) P f g_{2j} - k m P f g_{1j} = -R f g_{2j} \quad (\text{III.69})$$

En combinant les équations (III.58) et (III.69), on obtient

$$A_{fi} p_{fi} = S_{fi} \quad (\text{III.70})$$

$$A_{fi} = \begin{bmatrix} A_{fei0} \\ 0 A_{fpi0} \\ 0 0 A_{fgi} \end{bmatrix} \quad (\text{III.71})$$

Avec

$$A_{fei} = [a_{fei1} \ a_{fei2} \ a_{fei3} \ a_{fei4}] ;$$

Ou

$$\begin{aligned} a_{fei1} &= \begin{bmatrix} -m_1 i^2 \omega^2 e + (k s_1 + k m) \\ i \omega e (c s_1 + c m) \\ k m \\ i \omega e c m \end{bmatrix} ; \\ a_{fei2} &= \begin{bmatrix} -i \omega e (c s_1 + c m) \\ -m_1 i^2 \omega^2 e + (k s_1 + k m) \\ -i \omega e c m \\ k m \end{bmatrix} ; \\ a_{fei3} &= \begin{bmatrix} -k m \\ -i \omega e c m \\ m_2 i^2 \omega^2 e + (k s_2 + k m) \\ -i \omega e (c s_2 + c m) \end{bmatrix} ; \\ A_{fei4} &= \begin{bmatrix} i \omega g c m \\ -k m \\ i \omega e (c s_2 + c m) \\ m_2 i^2 \omega^2 e + (k s_2 + k m) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.72})$$

$$A_{fpi} = [a_{fpi1} \ a_{fpi2} \ a_{fpi3} \ a_{fpi4}] ;$$

Ou

$$\begin{aligned} a_{fgi1} &= \begin{bmatrix} -m_1 i^2 \omega^2 p + (k s_1 + k m) \\ i \omega p (c s_1 + c m) \\ k m \\ i \omega p c m \end{bmatrix} ; \\ a_{fgi2} &= \begin{bmatrix} -i \omega p (c s_1 + c m) \\ -m_1 i^2 \omega^2 p + (k s_1 + k m) \\ -i \omega p c m \\ k m \end{bmatrix} ; \\ a_{fgi3} &= \begin{bmatrix} -k m \\ -i \omega p c m \\ m_2 i^2 \omega^2 p + (k s_2 + k m) \\ -i \omega p (c s_2 + c m) \end{bmatrix} ; \end{aligned} \quad (\text{III.73})$$

$$\text{Afgi4} = \begin{bmatrix} i\omega p c m \\ -k m \\ -i\omega p (c s 2 + c m) \\ m 2 i^2 \omega^2 p + (k s 2 + k m) \end{bmatrix}$$

$$\text{Afgi} = [\text{afgi 1} \quad \text{afgi 2} \quad \text{afgi 3} \quad \text{afgi 4}] ;$$

Ou

$$\text{afgi 1} = \begin{bmatrix} -m 1 i^2 \omega^2 g + (k s 1 + k m) \\ i\omega g (c s 1 + c m) \\ k m \\ i\omega g c m \end{bmatrix} ; \quad (\text{III.74})$$

$$\text{afgi 2} = \begin{bmatrix} -i\omega g (c s 1 + c m) \\ -m 1 i^2 \omega^2 g + (k s 1 + k m) \\ -i\omega g c m \\ k m \end{bmatrix} ;$$

$$\text{afgi 3} = \begin{bmatrix} -k m \\ -i\omega g c m \\ m 2 i^2 \omega^2 g + (k s 2 + k m) \\ -i\omega g (c s 2 + c m) \end{bmatrix} ;$$

$$\text{Afgi4} = \begin{bmatrix} i\omega g c m \\ -k m \\ i\omega g (c s 2 + c m) \\ m 2 i^2 \omega^2 g + (k s 2 + k m) \end{bmatrix}$$

En remplaçant l'équation(III.38) dans les équations(III.34) et (III.35), pour la force de tourbillon arrière, nous obtenons

$$-m 1 i^2 \omega^2 e P b_{e1} - j i \omega e (c s 1 + c m) P b e 1 + j i \omega e c m P b e 2 + (k s 1 + k m) P b e 2 - k m P b e 2 = S b e 1 \quad (\text{III.75})$$

$$-m 1 i^2 \omega^2 p P b_{p1} - j i \omega p (c s 1 + c m) P b p 1 + j i \omega p c m P b p 2 + (k s 1 + k m) P b p 2 - k m P b p 2 = S b p 1 \quad (\text{III.76})$$

$$-m 1 i^2 \omega^2 g P b_{g1} - j i \omega g (c s 1 + c m) P b g 1 + j i \omega g c m P b g 2 + (k s 1 + k m) P b g 2 - k m P b g 2 = S b g 1 \quad (\text{III.77})$$

$$-m 1 i^2 \omega^2 e P b_{e2} - j i \omega e (c s 2 + c m) P b e 2 + j i \omega e c m P b e 1 + (k s 2 + k m) P b e 1 - k m P b e 1 = S b e 2 \quad (\text{III.78})$$

$$-m 1 i^2 \omega^2 p P b_{p2} - j i \omega p (c s 2 + c m) P b p 2 + j i \omega p c m P b p 1 + (k s 2 + k m) P b p 1 - k m P b p 1 = S b p 2 \quad (\text{III.79})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 g P b_{g2} - j i \omega g (c s_2 + c m) P b_{g2} + j i \omega g c m P b_{g1} + (k s_2 + k m) P b_{g1} - k m P b_{g1} = S b_{g2} \quad (\text{III.80})$$

Avec  $i=1,2,3,\dots,n$

Maintenant, ceux-ci peuvent être arrangés dans le réel et l'imaginaire pièces, comme

$$-m_1 i^2 \omega^2 e (P b_{e1r} + j P b_{e1i}) - j i \omega e (c s_1 + c m) (b e_{1r} + j P b_{e1i}) + j i \omega e c m (P b_{e2r} + j P b_{e2i}) + (k s_1 + k m) (P b_{e1r} + j P b_{e1i}) - k m (P b_{e2r} + j P b_{e2i}) = (S b_{e1r} + j S b_{e1j}) \quad (\text{III.81})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 p (P b_{p1r} + j P b_{p1i}) - j i \omega p (c s_1 + c m) (b p_{1r} + j P b_{p1i}) + j i \omega p c m (P b_{p2r} + j P b_{p2i}) + (k s_1 + k m) (P b_{p1r} + j P b_{p1i}) - k m (P b_{p2r} + j P b_{p2i}) = (R b_{p1r} + j R b_{p1j}) \quad (\text{III.82})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 g (P b_{g1r} + j P b_{g1i}) - j i \omega g (c s_1 + c m) (b g_{1r} + j P b_{g1i}) + j i \omega g c m (P b_{g2r} + j P b_{g2i}) + (k s_1 + k m) (P b_{g1r} + j P b_{g1i}) - k m (P b_{g2r} + j P b_{g2i}) = (R b_{g1r} + j R b_{g1j}) \quad (\text{III.83})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 e (P b_{e2r} + j P b_{e2i}) - j i \omega e (c s_2 + c m) (b p_{e2r} + j P b_{e2i}) + j i \omega e c m (P b_{e1r} + j P b_{e1i}) + (k s_2 + k m) (P b_{e2r} + j P b_{e2i}) - k m (P b_{e1r} + j P b_{e1i}) = (S b_{e2r} + j S b_{e2j}) \quad (\text{III.84})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 p (P b_{p2r} + j P b_{p2i}) - j i \omega p (c s_2 + c m) (P b_{p2r} + j P b_{p2i}) + j i \omega p c m (P b_{p1r} + j P b_{p1i}) + (k s_2 + k m) (P b_{p2r} + j P b_{p2i}) - k m (P b_{p1r} + j P b_{p1i}) = (S b_{p2r} + j S b_{p2j}) \quad (\text{III.85})$$

$$-m_2 i^2 \omega^2 g (P b_{g2r} + j P b_{g2i}) - j i \omega g (c s_2 + c m) (b p_{g2r} + j P b_{g2i}) + j i \omega g c m (P b_{g1r} + j P b_{g1i}) + (k s_2 + k m) (P b_{g2r} + j P b_{g2i}) - k m (P b_{g1r} + j P b_{g1i}) = (S b_{g2r} + j S b_{g2j}) \quad (\text{III.86})$$

En séparant les composants réels et imaginaires sur les deux côtés des équations (III.81) et (III.86), on obtient le tourbillon arrière réel composant comme

$$-m_1 i^2 \omega^2 e P b_{e1r} + i \omega e (c s_1 + c m) P b_{e1j} + i \omega e c m P b_{e2j} + (k s_1 + k m) P b_{e1r} - k m P b_{e2r} = S b_{p1r} \quad (\text{III.87})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 p P b_{p1r} + i \omega p (c s_1 + c m) P b_{p1j} + i \omega p c m P b_{p2j} + (k s_1 + k m) P b_{p1r} - k m P b_{p2r} = R b_{p1r} \quad (\text{III.88})$$

$$-m_1 i^2 \omega^2 g P b_{g1r} + i \omega g (c s_1 + c m) P b_{g1j} + i \omega g c m P b_{g2j} + (k s_1 + k m) P b_{g1r} - k m P b_{g2r} = R b_{g1r} \quad (\text{III.89})$$

$$-m2i^2\omega^2ePb_{e2r} + i\omega e(cs2 + cm)Pbe2j - i\omega ecmPbe2j + (ks2 + km)Pbe2r - kmPbe1r = -Sbe2r \quad (III.90)$$

$$m2i^2\omega^2pPb_{p2r} + i\omega p(cs2 + cm)Pbp2j - i\omega pcmPbp2j + (ks2 + km)Pbp2r - kmPbp1r = -Sbp2r \quad (III.91)$$

$$m2i^2\omega^2gPb_{g2r} + i\omega g(cs2 + cm)Pbg2j - i\omega gcmPbg2j + (ks2 + km)Pbg2r - kmPbg1r = -Rbg2r \quad (III.92)$$

Pour le tourbillon arrière, les composantes imaginaires donnent

$$-m1i^2\omega e^2Pb_e1j - i\omega e(cs1 + cm)Pbe1r + i\omega_e cmPb_e2r + (ks1 + km)Pbe1j - kmPbe2j = Sbe1j \quad (III.93)$$

$$-m1i^2\omega p^2Pb_p1j - i\omega p(cs1 + cm)Pbp1r + i\omega_p cmPb_p2r + (ks1 + km)Pbp1j - kmPbp2j = Rbe1j \quad (III.94)$$

$$-m1i^2\omega g^2Pb_g1j - i\omega g(cs1 + cm)Pbg1r + i\omega_g cmPb_g2r + (ks1 + km)Pbg1j - kmPbg2j = Rbg1j \quad (III.95)$$

$$-m2i^2\omega e^2Pb_e2j - i\omega e(cs2 + cm)Pbe2r + i\omega ecmPb_e1r + (ks2 + km)Pbe2j - kmPbe1j = -Sbe2j \quad (III.96)$$

$$-m2i^2\omega p^2Pb_p2j - i\omega p(cs2 + cm)Pbp2r + i\omega pcmPb_p1r + (ks2 + km)Pbp2j - kmPbp1j = -Rbp2j \quad (III.97)$$

$$-m2i^2\omega g^2Pb_g2j - i\omega g(cs2 + cm)Pbg2r + i\omega gcmPb_g1r + (ks2 + km)Pbg2j - kmPbg1j = -Rbg2j \quad (III.98)$$

En combinant les équations (III.87) et (III.98), on obtient

$$Abi Pbi = sbi \quad (III.99)$$

Avec

$$Abj = \begin{bmatrix} Abei00w \\ 0Abpi0 \\ 00Abgi \end{bmatrix} \quad (III.100)$$

Et

$$Abei = [abei1 \text{ } abei2 \text{ } abei3 \text{ } abei4] ;$$

Ou

$$abei1 = \begin{bmatrix} -m1i^2\omega e^2 + (ks1 + km) \\ -i\omega e(cs1 + cm) \\ km \\ -i\omega ecm \end{bmatrix} ; \quad (III.101)$$

$$\begin{aligned} \text{abei2} &= \begin{bmatrix} i\omega e(cs1 + cm) \\ -m1i^2\omega e^2 + (ks1 + km) \\ i\omega ecm \\ km \end{bmatrix}; \\ \text{abei3} &= \begin{bmatrix} -km \\ i\omega ecm \\ -m1i^2\omega e^2 - (ks1 + km) \\ i\omega e(cs1 + cm) \end{bmatrix}; \\ \text{abei4} &= \begin{bmatrix} -i\omega ecm \\ -km \\ -i\omega e(cs1 + cm) \\ m1i^2\omega e^2 - (ks1 + km) \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

Ou

$$\text{Abpi} = [\text{abpi1} \text{ abpi2} \text{ abpi3} \text{ abpi4}];$$

$$\text{abpi1} = \begin{bmatrix} -m1i^2\omega p^2 + (ks1 + km) \\ -i\omega p(cs1 + cm) \\ km \\ -i\omega pcm \end{bmatrix}; \quad (\text{III.102})$$

$$\text{abpi2} = \begin{bmatrix} i\omega p(cs1 + cm) \\ -m1i^2\omega p^2 + (ks1 + km) \\ i\omega pcm \\ km \end{bmatrix};$$

$$\text{abpi3} = \begin{bmatrix} -km \\ i\omega pcm \\ -m1i^2\omega p^2 - (ks1 + km) \\ i\omega p(cs1 + cm) \end{bmatrix};$$

$$\text{abpi4} = \begin{bmatrix} -i\omega pcm \\ -km \\ -i\omega p(cs1 + cm) \\ m1i^2\omega p^2 - (ks1 + km) \end{bmatrix}$$

$$\text{Abgi} = [\text{abgi1} \text{ abgi2} \text{ abgi3} \text{ abgi4}];$$

$$\text{abgi1} = \begin{bmatrix} -m1i^2\omega g^2 + (ks1 + km) \\ -i\omega g(cs1 + cm) \\ km \\ -i\omega gcm \end{bmatrix}; \quad (\text{III.103})$$

$$\begin{aligned} \text{abgi2} &= \begin{bmatrix} i\omega g(cs1 + cm) \\ -m1i^2\omega g^2 + (ks1 + km) \\ i\omega gcm \\ km \end{bmatrix}; \\ \text{abgi3} &= \begin{bmatrix} -km \\ i\omega gcm \\ -m1i^2\omega g^2 - (ks1 + km) \\ i\omega g(cs1 + cm) \end{bmatrix}; \\ \text{abgi4} &= \begin{bmatrix} -i\omega gcm \\ -km \\ -i\omega g(cs1 + cm) \\ m1i^2\omega g^2 - (ks1 + km) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Les vecteurs de réponse et de charge sont écrits comme,

$$\begin{aligned} \text{Pfi} &= \begin{Bmatrix} Pfe1ri \\ Pfe1ji \\ Pfe2ri \\ Pfe2ji \\ Pfp1ri \\ Pfp1ji \\ Pfp2ri \\ Pfp2ji \\ Pfg1ri \\ Pfg1ji \\ Pfg2ri \\ Pfg2ji \end{Bmatrix}; \quad \text{sfi} = \begin{Bmatrix} Sfe1ri \\ Sfe1ji \\ Sfe2ri \\ Sfe2ji \\ Rfp1ri \\ Rfp1ji \\ Rfp2ri \\ Rfp2ji \\ Rfg1ri \\ Rfg1ji \\ Rfg2ri \\ Rfg2ji \end{Bmatrix}; \\ \text{Pbi} &= \begin{Bmatrix} Pbe1ri \\ Pbe1ji \\ Pbe2ri \\ Pbe2ji \\ Pbp1ri \\ Pbp1ji \\ Pbp2ri \\ Pbp2ji \\ Pbg1ri \\ Pbg1ji \\ Pbg2ri \\ Pbg2ji \end{Bmatrix}; \quad \text{sbi} = \begin{Bmatrix} Sbe1ji \\ Sbe1ri \\ Sbe2ji \\ Sbe2ri \\ Rbp1ji \\ Rbp1ri \\ Rbp2ji \\ Rbp2ri \\ Rbg1ji \\ Rbg1ri \\ Rbg2ji \\ Rbg2ri \end{Bmatrix}; \end{aligned} \quad (\text{III.104})$$

Les équations du mouvement dans le domaine temporel sont maintenant converties en domaine fréquentiel sous forme matricielle avec composants de tourbillon avant et arrière.

Ces matrices sont utiles pour comprendre les aspects tourbillonnants engrenés. En combinant toutes les composantes de la force, c'est-à-dire la statique, l'engrènement des engrenages et le faux-rond/balourd du pignon et de l'engrenage forces, les équations du mouvement dans le domaine fréquentiel peuvent être écrites en considérant les équations. (III.44), (III.70) et (III.99), comme

$$\begin{bmatrix} As00 \\ 0Afi0 \\ 00Abi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ps \\ Pfi \\ Pbi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Ss \\ Sfi \\ Sbi \end{Bmatrix} \tag{III.105}$$

avec  $iZ1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n$  : En combinant l'équation ci-dessus pour toute valeur de  $i$ , on obtient

$$\begin{bmatrix} As000000 \\ Af100000 \\ \dots 0000 \\ Afn000 \\ Ab100 \\ \dots 0 \\ symAbn \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Ps \\ Pfi \\ \dots \\ Pfn \\ Pbi \\ \dots \\ Pbn \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Ss \\ Sfi \\ \dots \\ Sfn \\ Sbi \\ \dots \\ Sbn \end{Bmatrix} \tag{III.106}$$

L'équation ci-dessus pour le nombre requis d'harmoniques est sous la forme de

$$Ap = s \tag{III.107}$$

Nous inversant la matrice, nous obtenons

$$P = A^{-1}s \tag{III.108}$$

### III.5 Modèle dynamique du roulement

La figure ci-dessous montre le modèle dynamique du roulement, la bague extérieure du roulement est fixée dans la cale de roulement et la bague intérieure est fixée dans l'arbre. Les billes sont uniformément réparties entre la bague extérieure et la bague intérieure bague.

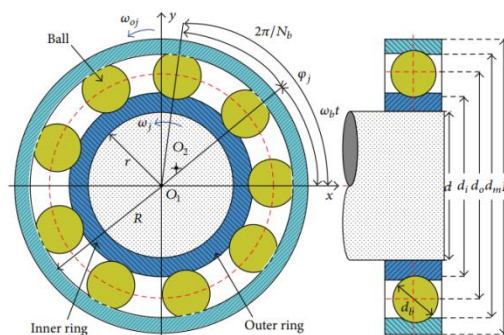


Figure 3.3 Modèle de roulement.



$V_j$  et  $V_{0j}$  sont les vitesses aux points de contact entre les bille roulante et bague extérieure/intérieure, qui peut être exprimée comme

$$\begin{aligned} v_j &= \omega_j \cdot r, \\ v_{0j} &= \omega_{0j} \cdot R, \end{aligned} \quad (\text{III.109})$$

Où  $R$  et  $r$  représentent le rayon extérieure et intérieure, respectivement,  $\omega_j$  et  $\omega_{0j}$  sont la vitesse angulaire de l'extérieur et l'intérieure, respectivement.

En supposant qu'il s'agit d'un roulement pur entre les bagues extérieure/intérieure, la vitesse de la cage peut s'écrire comme suit :

$$v_b = \frac{(v_{0j} + v_j)}{2} = \frac{(\omega_{0j}R + \omega_j r)}{2} \quad (\text{III.110})$$

Généralement, la bague intérieure du roulement tourne avec arbre, et la bague extérieure du roulement est fixe. En utilisant le relations  $\omega_{0j} = 0$  et  $\omega_j = \omega$ , la vitesse angulaire de la cage est la suivante :

$$\omega_b = \frac{2v_b}{(R+r)} = \frac{\omega \cdot r}{(R+r)} \quad (\text{III.111})$$

L'angle de rotation  $\varphi_j$  de la  $j$ th qui roule au moment  $t$  peut être exprimé:

$$\varphi_j = \omega_b \cdot t + \frac{2\pi(j-1)}{N_b}, \quad (\text{III.112})$$

Où  $N_b$  représente le nombre de boules qui roulent. Parce que la force centrifuge et le moment gyroscopique sont ignorés, le contact angulaire entre la bille roulante et l'orbite de roulement et la force de contact sont les mêmes. La déformation de la  $j$ ème boule qui roule peut être exprimée comme

$$\delta_j = x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j - \gamma_0 \quad (\text{III.113})$$

Selon la théorie du contact non linéaire de Hertz, le contact la force entre la  $j$ th roulante et les orbites de roulement est  $f_{ib}$ ; en même temps, la contrainte normale ne peut être générée que entre la bille roulante et les orbites de roulement lorsque  $\delta_j$  est supérieur à zéro. Donc la force  $f_i$  peut être exprimée par [34]

$$\begin{aligned} f_j &= k_b (\delta_j)^{3/2} \\ &= k_b (x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j - \gamma_0)^{3/2} \\ &\quad \cdot H(x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j - \gamma_0), \end{aligned} \quad (\text{III.114})$$

Où  $k_b$  est la rigidité de contact Hertz et  $H(x)$  représente fonction Heaviside et peut s'écrire comme suit :

$$H(x) \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x \leq 0 \end{cases} \quad (\text{III.115})$$

Ainsi, les forces portantes ( $F_x$  et  $F_y$ ) dans la direction  $x$  et  $y$ - la direction peut être décrite comme suit :

$$F = \sum_{j=1}^{Nb} f_j = \sum_{j=1}^{Nb} [k_b (x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j - \gamma_0)]^{\frac{3}{2}} \quad (\text{III.116})$$

$$.H(x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j - \gamma_0) \cos \varphi_j]$$

$$F_x = \sum_{j=1}^{Nb} f_{xj} = F \cos \varphi_j,$$

$$F_y = \sum_{j=1}^{Nb} f_{yj} = F \sin \varphi_j,$$

### III.6 Conclusion :

Dans ce chapitre on a présente un modèle de système d'une simple paire d'engrenages droits montés sur des roulements rigides transversalement. Ce modèle de système a été développé pour calculer les vibrations latérales de l'engrènement dues à l'excitation au point primitif de l'engrènement. Ensuite, on a présente un modèle dynamique du roulement.

# **CHAPITRE IV**

## *Résultats et discussions*

#### IV.1 Introduction :

Dans ce chapitre on considère une boîte de vitesses idéale qui se compose d'un pignon engrenant avec un engrenage. Le pignon est couplé à un arbre d'entrée relié à un moteur primaire. L'engrenage est relié à un arbre de sortie. Les arbres sont supportés par des roulements à rouleaux sur le carter de la boîte de vitesses. On suppose qu'une des dents de l'engrenage souffre d'un défaut local tel qu'un écaillage. Il en résulte un impact à haute fréquence se produisant une fois par rotation de l'engrenage. On va appliquer une moyenne temporelle synchrone au signal de vibration de sortie. Suit, on va analyser un segment de l'historique et les spectres de puissance pour les signaux moyennés synchrones dans le temps. Puis on va comparer les spectres de puissance pour les deux signaux et on va analyser la description du défaut réparti dans le pignon et intégrerons ses effets dans le signal vibratoire. Dans la dernière partie de ce chapitre on va analyser vibratoire des défauts des roulements des éléments roulants.

#### IV.2 Description du problème

On considère une boîte de vitesses idéale qui se compose d'un pignon à 13 dents engrenant avec un engrenage à 35 dents. Le pignon est couplé à un arbre d'entrée relié à un moteur primaire. L'engrenage est relié à un arbre de sortie. Les arbres sont supportés par des roulements à rouleaux sur le carter de la boîte de vitesses. Deux accéléromètres, A1 et un 2, sont placés respectivement sur les carters de roulement et de boîte de vitesses. Les accéléromètres fonctionnent à une fréquence d'échantillonnage de 0.9 kHz. Le pignon tourne à une vitesse  $f_{\text{pignon}} = 22,5 \text{ Hz}$  ou 1350 tr/min.

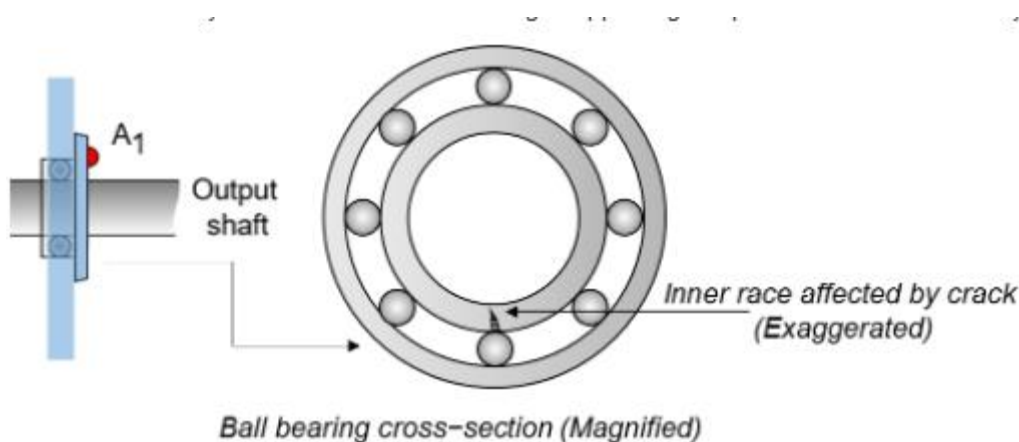


Figure. IV.1 Modèle de système du problème de vibration de roulement.

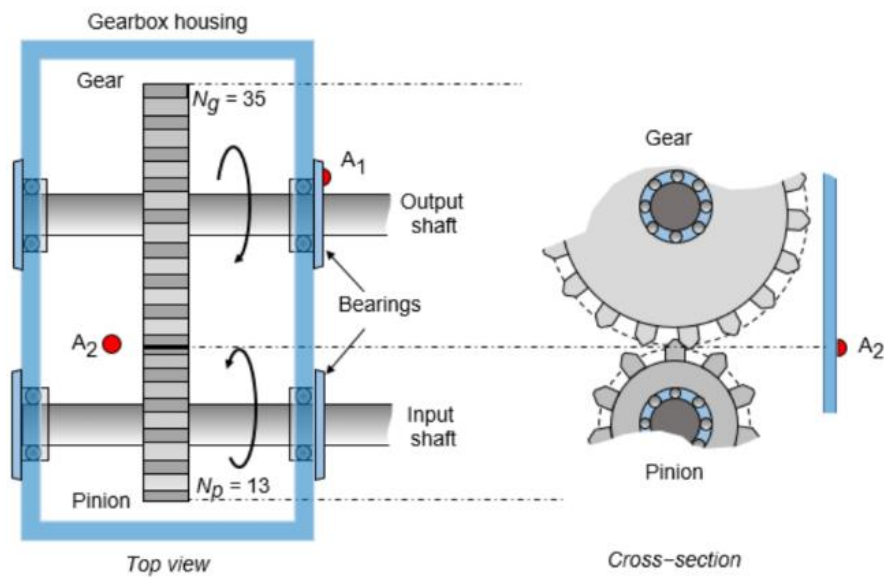


Figure. IV.2 Modèle du problème de vibration du système d'engrenage.

Les paramètres clés sont étudiés pour obtenir une compréhension de base des comportements dynamiques système d'engrenage droit. Le tableau IV.1 résume les paramètres géométriques et paramètres physiques du système d'engrenage droit. on laisse la vitesse de rotation, l'excentricité et le jeu des roulements sont des paramètres de contrôle dans l'analyse suivant

Paramètre de vitesse	Unité	Valeur
Diamètre de l'arbre d'entrée (d1)	m	11
Diamètre de l'arbre de sortie (d2)	m	11
Taux d'amortissement des arbres	...	0.1
Longueur de l'arbre	m	0.190
Masse du pignon menant	kg	0.31
Masse du pignon mené	kg	1.27
Nombre de dents sur le pignon menant	...	16
Nombre de dents sur le pignon mené	...	35
Couple résistant à l'arbre de sortie	Nm	0.11
Vitesse du pignon menant	RPM	660
Module d'Young de l'arbre	N/m	$2.0 \times 10^{11}$
Rigidité de l'arbre d'entrée	N/m	$1.0 \times 10^6$
Rigidité de l'arbre de sortie	N/m	$1.0 \times 10^6$

Amortissement sur l'arbre d'entrée	Ns/m	84.01
Amortissement sur l'arbre de sortie	Ns/m	51.70
Fréquence d'engrènement de l'engrenage	Hz	176
Rigidité d'engrènement des engrenages	N/m	$6.0 \times 10^8$
Taux d'amortissement de l'engrenage	...	0.1
Masse moyenne de l'engrenage	kg	0.301
Amortissement de l'engrenage	Ns/m	77.78
Nombre d'harmoniques (n)	...	5
Erreur de transmission moyenne	$\mu m$	50
Accélération due à la gravité	$m/s^2$	9.81

### IV.3 Générer des impacts à haute fréquence

On considère une boîte de vitesses idéale qui se compose d'un pignon à 25 dents engrenant avec un engrenage à 100 dents. Le pignon est couplé à un arbre d'entrée relié à un moteur primaire. L'engrenage est relié à un arbre de sortie. Les arbres sont supportés par des roulements à rouleaux sur le carter de la boîte de vitesses.

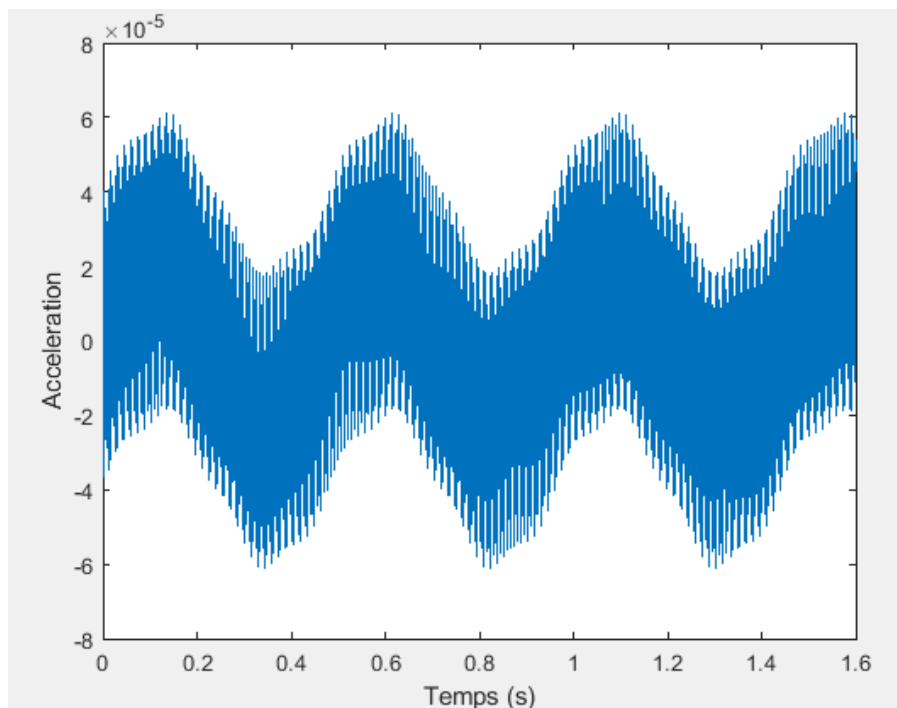


Figure IV.3 Variation de l'accélération de deux pignons,  $f_{\text{Pignon}} = 8,333$  Hz

On peut observer que la variation de l'accélération de deux pignons en fonctions de temps dans le cas les pignons sont sains sans apparition de défauts sous forme de sinusoides se produisant à la fréquence d'échantillonnage de 900 Hz. Le pignon tourne à une vitesse  $f_{\text{Pignon}} = 8,333$  Hz. La figure ci dessous représente la variation de l'accélération de deux pignons en fonctions de temps dans le cas la fréquence d'échantillonnage de 0.9 kHz. Le pignon tourne à une vitesse  $f_{\text{Pignon}} = 11,666$  Hz.

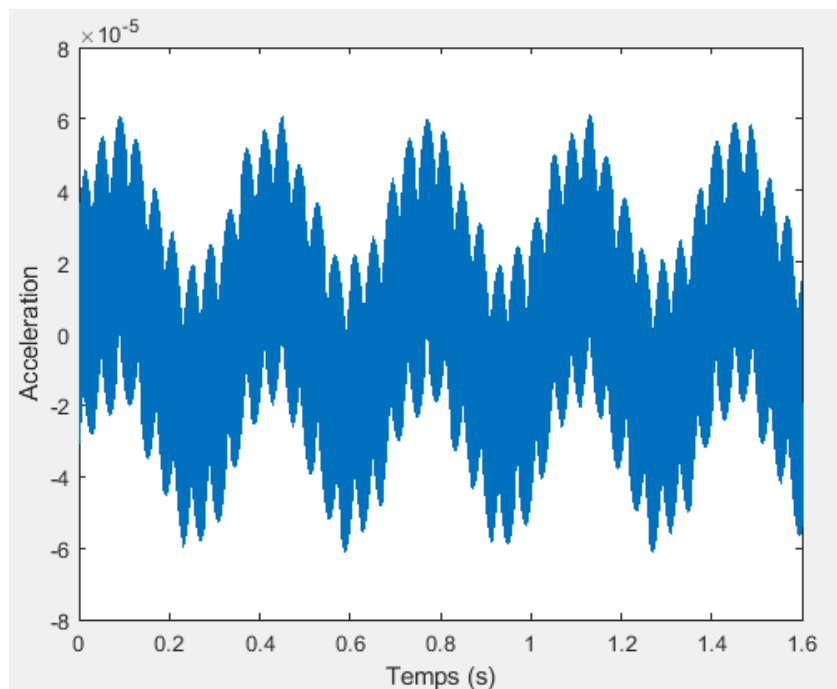


Figure IV.4 Variation de l'accélération de deux pignons,  $f_{\text{Pignon}} = 11,666$  Hz

Après la figure ci-dessous, on peut remarquer les vibrations sous forme de sinusoides se produisant aux fréquences d'engrènement de l'arbre primaire. Dans 1.6 secondes avec une certaine différence par rapport au premier cas.

#### **IV.4 Générer des impacts à haute fréquence causés par un défaut local sur une dent d'engrenage**

On suppose qu'une des dents de l'engrenage souffre d'un défaut local tel qu'un écaillage. Il en résulte un impact à haute fréquence se produisant une fois par rotation de l'engrenage.

Le défaut local provoque un choc dont la durée est inférieure à la durée d'engrènement de la dent. Une bosse sur la surface de la dent de l'engrenage génère des oscillations à haute

fréquence pendant la durée de l'impact. La fréquence d'impact dépend des propriétés des composants de la boîte de vitesses et de ses fréquences naturelles.

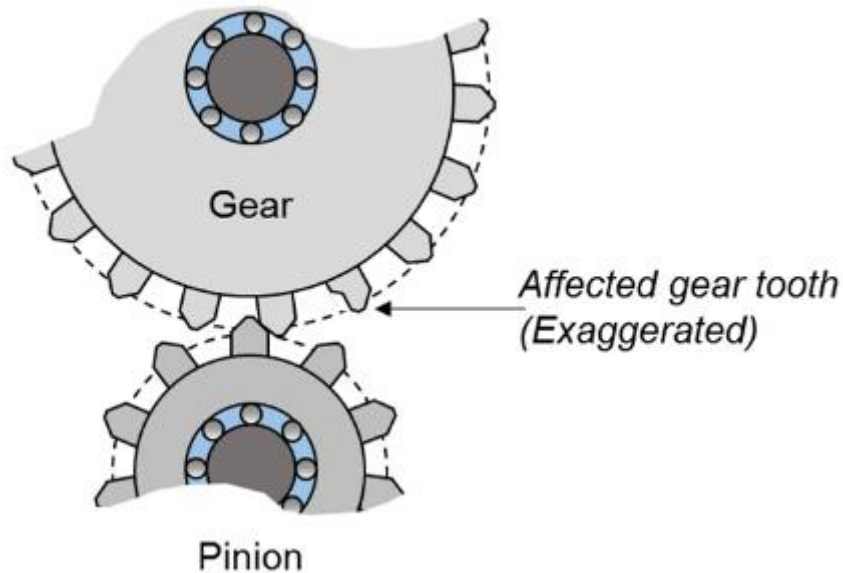


Figure IV.5 Dents de l'engrenage souffre d'un défaut local.

Dans ce cas, on suppose arbitrairement que l'impact provoque un signal vibratoire de 2 kHz et se produit sur une durée d'environ 8%, soit 0,25 millisecondes. L'impact se répète une fois par rotation de l'engrenage.



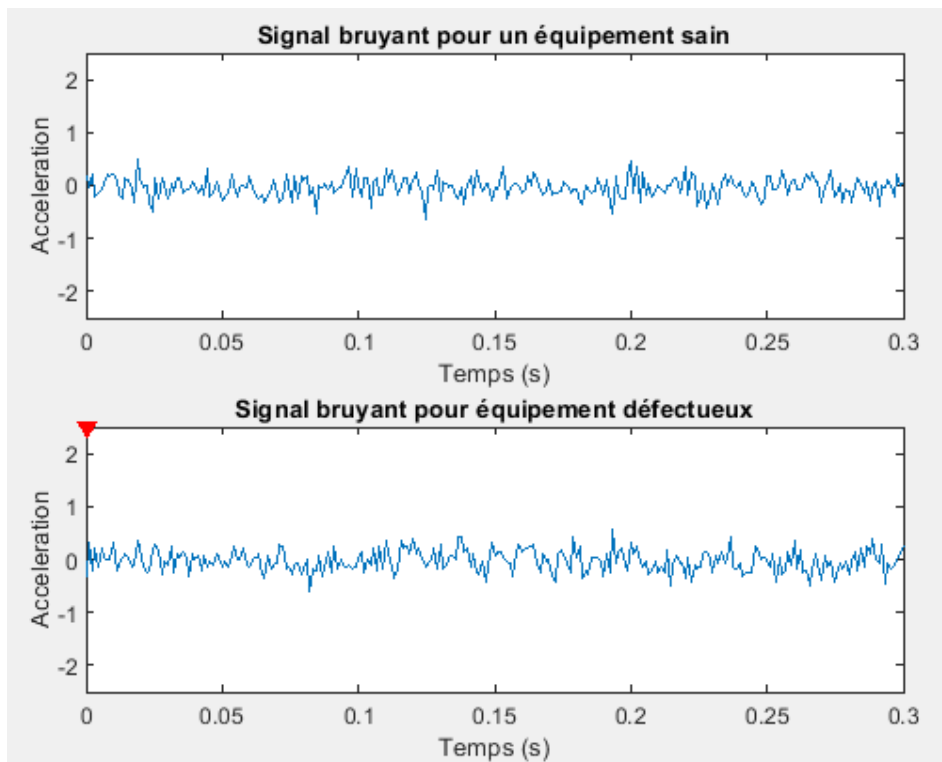


Figure IV.6 Segment de l'historique temporel- engrenage sain et engrenage défectueux.

-Après la figure ci-dessus, on peut visualiser un segment de l'historique temporel. Les emplacements d'impact sont indiqués sur le tracé de l'engrenage défectueux par les triangles rouges inversés. Ils sont presque indiscernables.

#### **IV.5 Comparer les spectres de puissance pour les deux signaux**

Des défauts dentaires localisés provoquent l'apparition de bandes latérales réparties au voisinage de la fréquence d'engrènement.

On calcule le spectre des engrenages sains et défectueux. on spécifie une plage de fréquences qui inclut les fréquences d'arbre à 8,35 Hz et 22,5 Hz et la fréquence d'engrènement à 292,5 Hz.

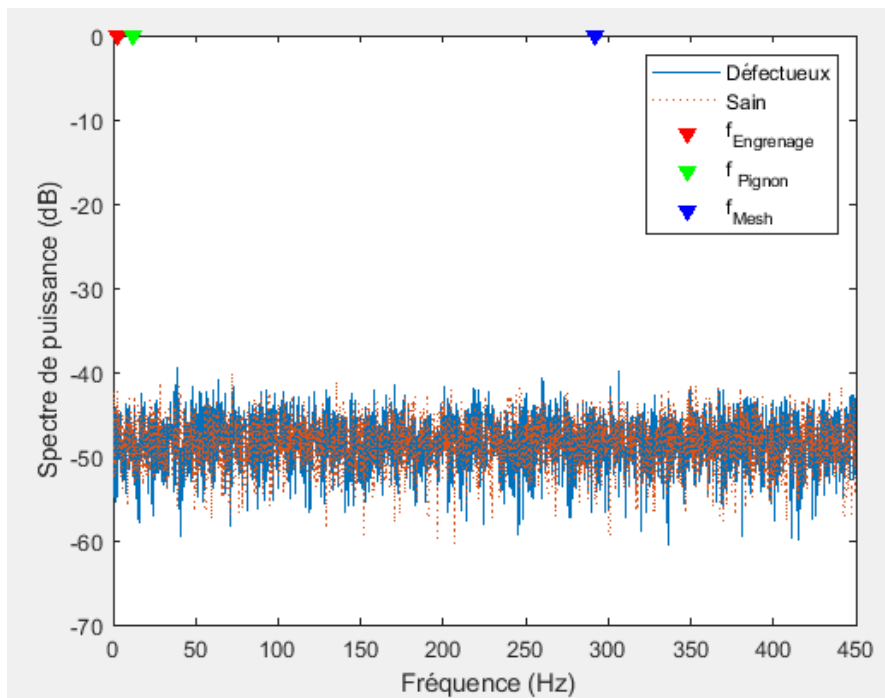


Figure IV.7 Spectres de puissance pour les deux signaux.

Donc, on peut tracer les spectres. Parce que le défaut est sur l'engrenage et non sur le pignon, des bandes latérales devraient apparaître à  $f_{\text{bande latérale}}$ , et  $f_{\text{en}}$  à part sur les spectres. Les spectres montrent les pics attendus à  $f_{\text{en}}$ ,  $f_{\text{p}}$  et  $f_{\text{eng}}$ . Cependant, la présence de bruit dans le signal fait que la bande latérale atteint des pics à  $f_{\text{bande latérale}}$  indiscernable.

On peut zoomer sur le voisinage de la fréquence d'engrènement. On peut créer une grille de bandes latérales d'engrenage et de pignon à  $f_{\text{bande latérale, équipement}}$  et  $f_{\text{bande latérale, pignon}}$ .

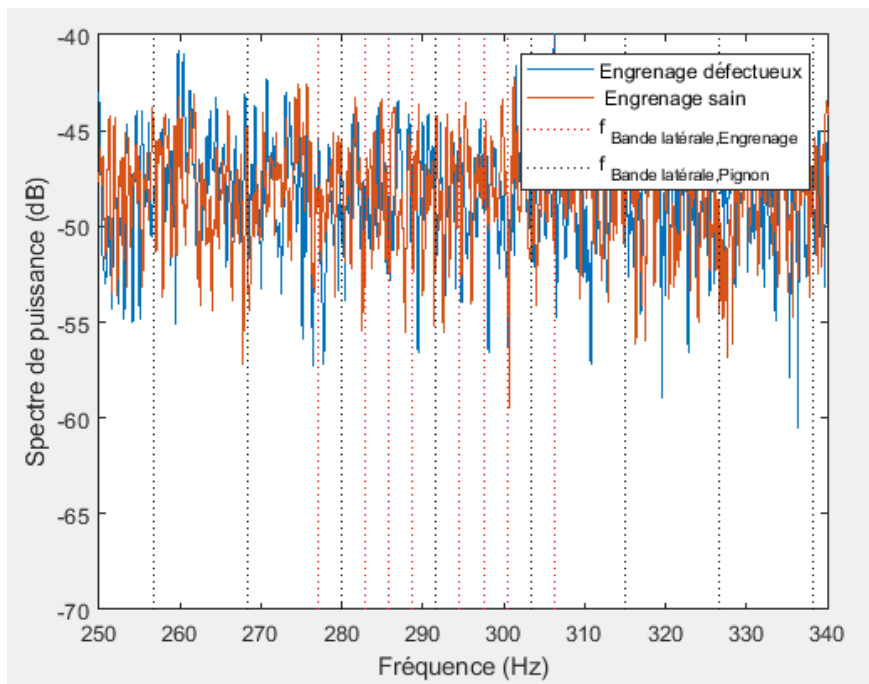


Figure IV.8 Spectres des fréquences d'engrènement.

Il n'est pas clair si les pics s'alignent sur les bandes latérales de l'engrenage  $f_{\text{bande latérale}}$ , équipement.

#### IV.6 Appliquer une moyenne temporelle synchrone au signal de vibration de sortie

On note qu'il est difficile de séparer les pics au niveau des bandes latérales de l'engrenage,  $f_{\text{Bande latérale, en}}$ , et les bandes latérales du pignon,  $f_{\text{Bande latérale, Pignon}}$ . La section précédente a démontré la difficulté à séparer les pics et à déterminer si le pignon ou l'engrenage est affecté par des défauts. La méthode - moyen synchrone dans le temps- fait la moyenne du bruit aléatoire moyen nul et de toutes les formes d'onde non associées aux fréquences de l'arbre particulier. Cela facilite le processus de détection des défauts.

On spécifie des impulsions synchronisées dans le temps pour le pignon. Calculer la moyenne synchrone pour 10 rotations du pignon.

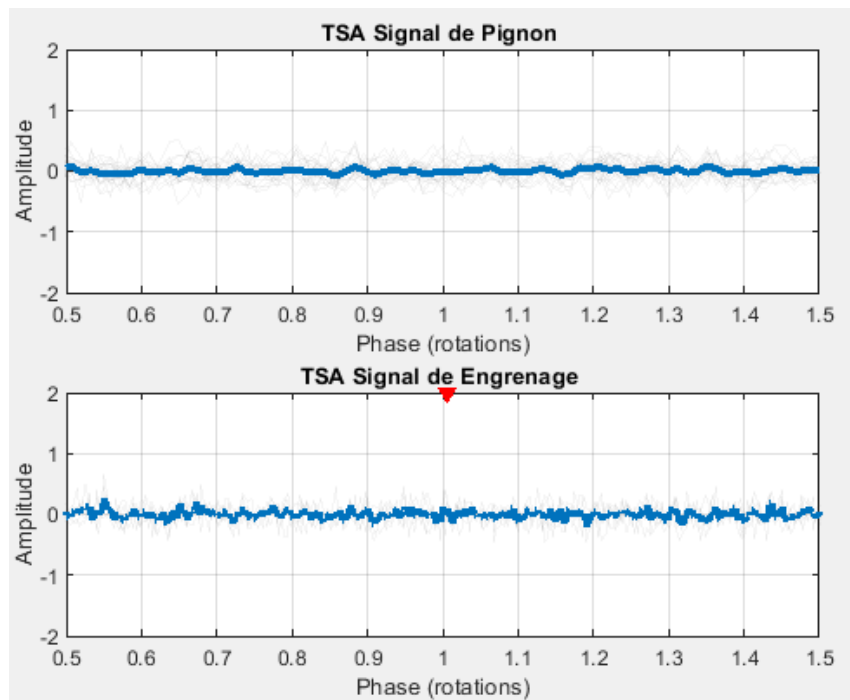


Figure IV.9 Signaux synchronisés -engrenage et pignon-

On peut remarquer les signaux synchronisés dans le temps pour une seule rotation. L'impact est comparativement plus facile à voir sur le signal moyenné synchrone pour l'engrenage, alors qu'il est moyenné pour l'arbre de pignon. L'emplacement de l'impact, indiqué sur le tracé avec un marqueur, a une amplitude plus élevée que les pics d'engrènement voisins.

#### IV.7 Spectres de puissance pour les signaux moyennés synchrones dans le temps

On calcule le spectre de puissance du signal d'engrenage moyen synchrone. On spécifie une plage de fréquences qui couvre 15 bandes latérales d'engrenage de chaque côté de la fréquence d'engrènement d'engrenage de 292,5 Hz. On remarque les pics à  $f_{\text{bande latérale, engrenage}}$ .

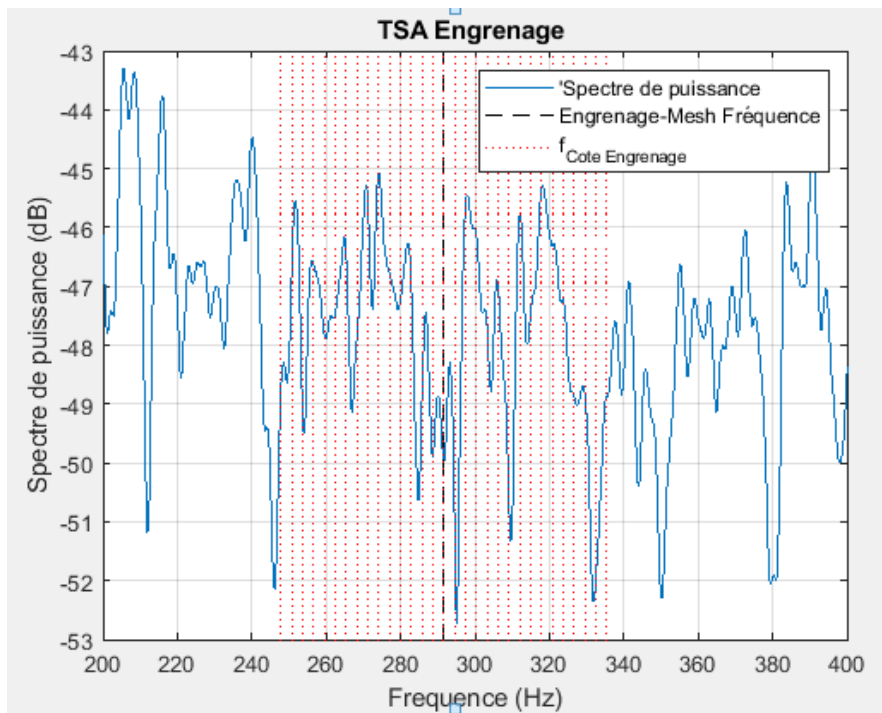


Figure IV.10 Spectres de puissance -Engrenage -

On peut remarquer les spectres de puissance du signal de pignon moyenné synchrone dans le temps dans la même gamme de fréquences. Cette fois, on trace les lignes de la grille à  $f_{\text{bande}}$  latérale, pignon emplacements de fréquence.

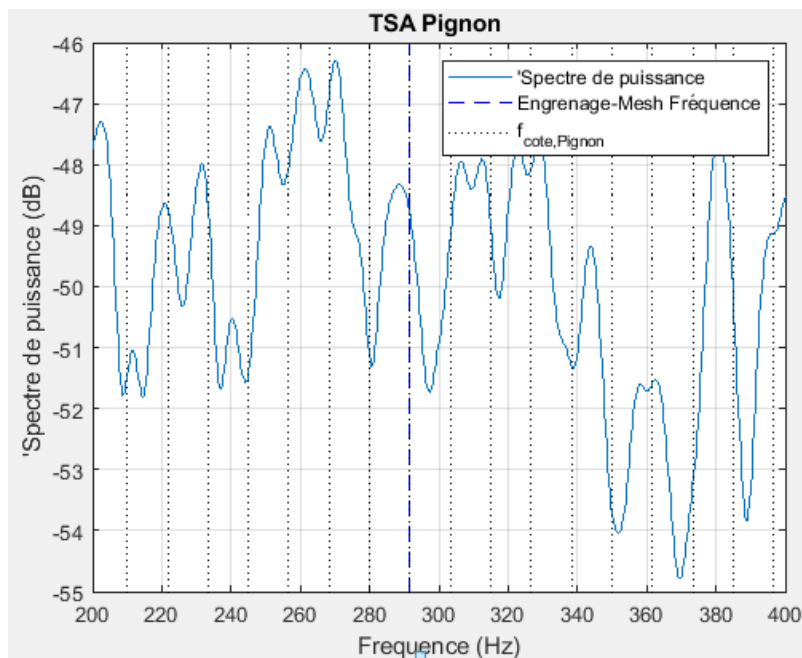


Figure IV.11 Spectres de puissance -pignon-

On remarque l'absence de pics importants à  $f_{\text{bande latérale, pignon}}$  dans l'intrigue. Les spectres de puissance du signal d'origine contiennent des formes d'onde provenant de deux arbres différents, ainsi que du bruit. Il est difficile de distinguer les harmoniques de la bande latérale. Cependant, on observe les pics proéminents aux emplacements des bandes latérales sur le spectre du signal d'engrenage en utilisant la méthode -moyenné synchrone dans le temps-. On observe également la non-uniformité des amplitudes des bandes latérales, qui sont un indicateur de défauts localisés sur l'engrenage. D'autre part, les pics de bande latérale sont absents du spectre du signal de pignon moyenné synchrone dans le temps. Cela nous aide à conclure que le pignon est potentiellement sain.

En faisant la moyenne des formes d'onde qui ne sont pas pertinentes, la fonction TSA aide à identifier l'engrenage défectueux en examinant les harmoniques de la bande latérale. Cette fonctionnalité est particulièrement utile lorsqu'il est souhaitable d'extraire un signal de vibration correspondant à un seul arbre, à partir d'une boîte de vitesses à plusieurs arbres et engrenages.

#### IV.8 Défaut réparti dans le pignon et intégrer ses effets dans le signal vibratoire

Un défaut d'engrenage distribué, tel qu'une excentricité ou un désalignement d'engrenage [35], provoque des bandes latérales de niveau supérieur qui sont étroitement regroupées autour de multiples entiers de la fréquence d'engrènement.

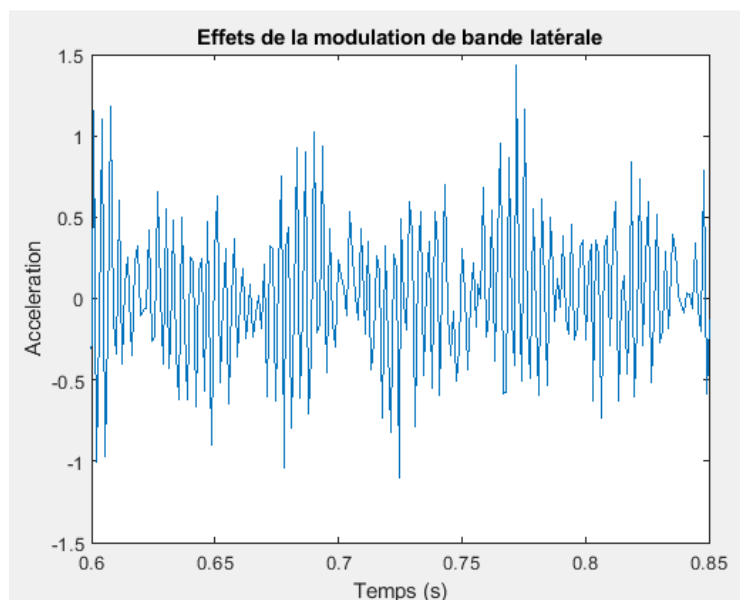


Figure IV.12 Effets de la modulation de bande latérale.

On ajoute des signaux de bande latérale au signal de vibration. Il en résulte une modulation d'amplitude. On visualise une section de l'historique de la boîte de vitesses affectée par le défaut distribué.

On recalcule le signal moyen synchrone pour le pignon et l'engrenage.

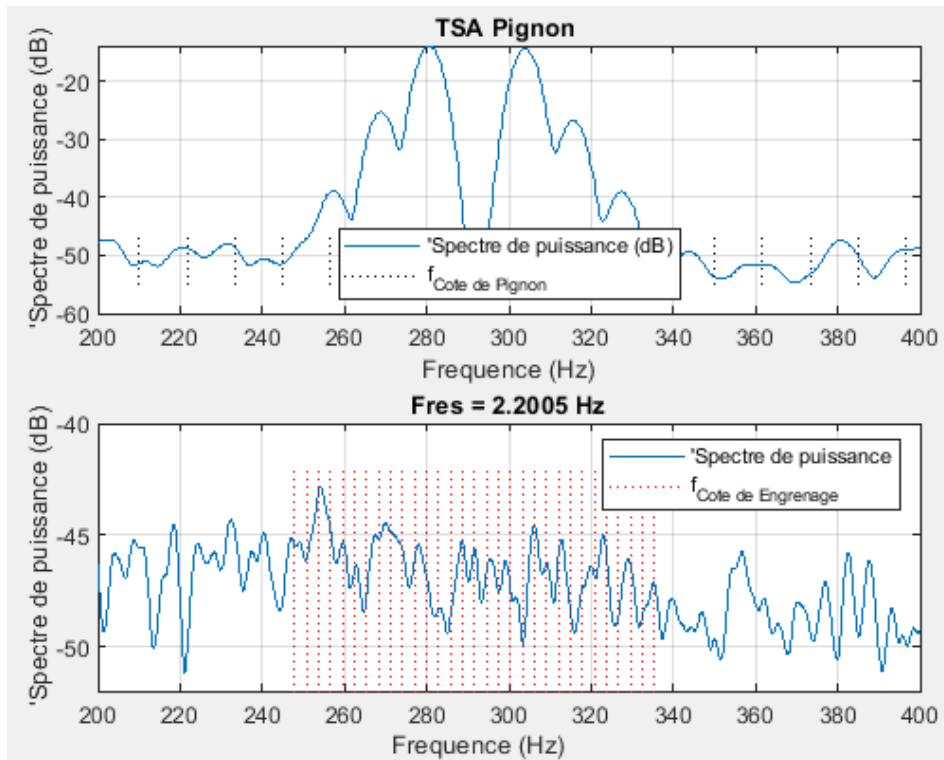


Figure IV.13 Spectre de puissance du signal moyen synchrone.

On visualise le spectre de puissance du signal moyen synchrone. Les trois bandes latérales dans le signal moyenné synchrone du pignon sont plus prononcées, ce qui indique la présence de défauts distribués. Cependant, le spectre du signal d'engrenage moyenné synchrone dans le temps reste inchangé.

#### IV.9 Analyse vibratoire des défauts de roulement des éléments roulants

Des défauts localisés dans un roulement à élément roulant peuvent se produire dans la bague extérieure, la bague intérieure, la cage ou un élément roulant. Chacun de ces défauts est caractérisé par sa propre fréquence, qui est généralement répertoriée par le fabricant ou calculée à partir des spécifications du roulement. Un impact d'un défaut localisé génère des vibrations à haute fréquence dans la structure de la boîte de vitesses entre le roulement et le transducteur de réponse [36]. On suppose que les pignons de la boîte de vitesses soient sains et

que l'un des roulements supportant l'arbre du pignon soit affecté d'un défaut localisé dans la bague intérieure. On néglige les effets de la charge radiale dans l'analyse.

Le roulement, d'un diamètre primitif de 12 cm, comporte huit éléments roulants. Chaque élément roulant a un diamètre de 2 cm. L'angle de contact  $\theta$  est de 15°. Il est courant de placer l'accéléromètre sur un logement de roulement lors de l'analyse des vibrations du roulement. Les mesures d'accélération sont enregistrées par  $A_1$ , un accéléromètre situé sur le logement de roulement défectueux.

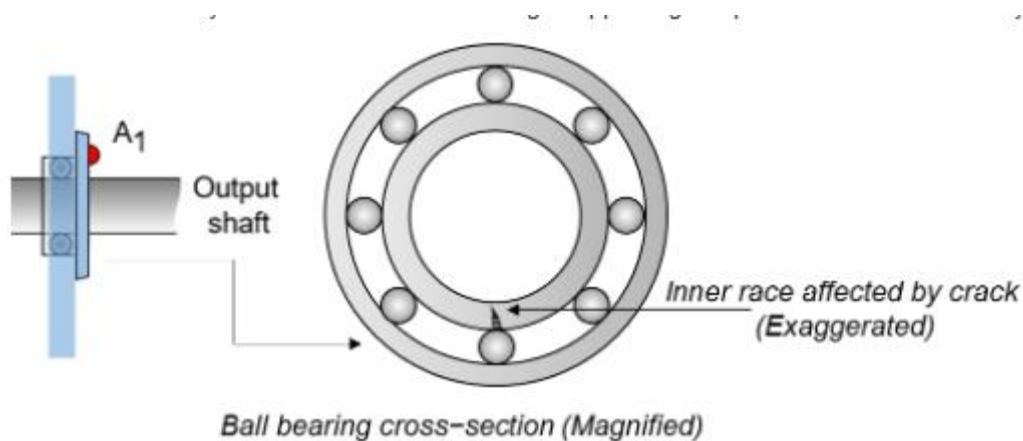


Figure IV.14 Défauts des roulements des éléments roulants.

On modélise chaque impact comme une sinusoïde de 3 kHz. Le défaut provoque une série d'impacts de 5 millisecondes sur le roulement. Les impulsions dans les premiers stades des piqûres et des éclats couvrent une large gamme de fréquences jusqu'à environ 100 kHz [36].

On rend l'impact périodique en le convolant avec une fonction de peigne. Depuis un  $A_1$  est plus proche du roulement, régler l'amplitude de l'impact de manière à ce qu'il soit prééminent par rapport au signal de vibration de la boîte de vitesses enregistré par  $A_2$ .



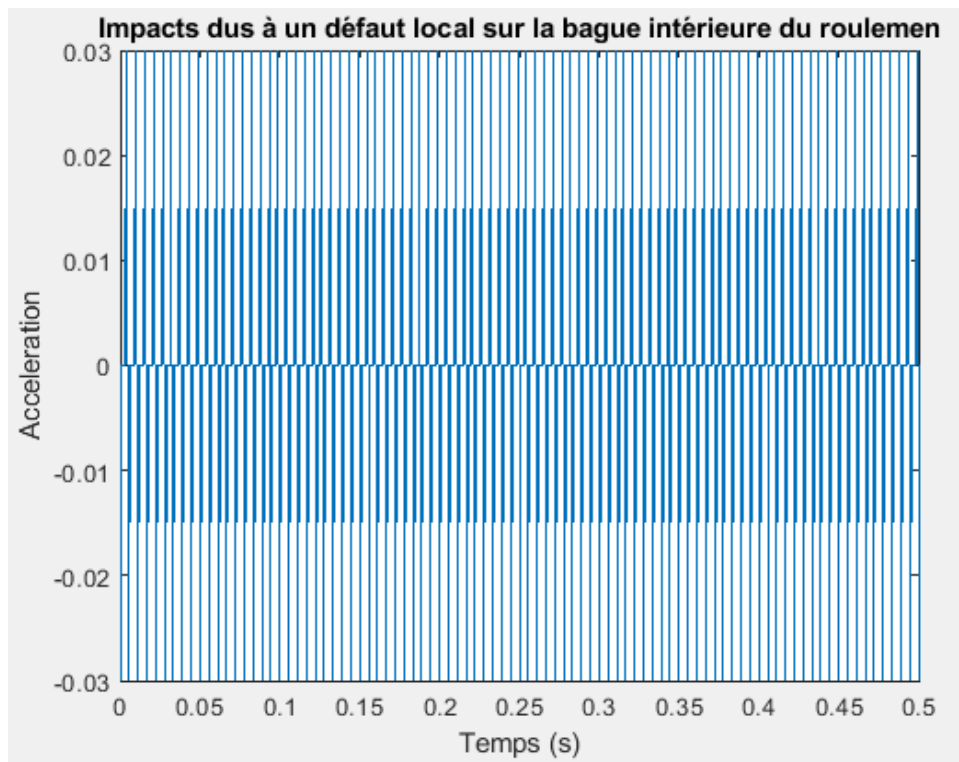


Figure IV.15 Signal d'impact dus à un défaut.

Après la figure ci-dessus On peut visualiser le signal d'impact dus à un défaut local sur la bague intérieure du roulement.

On ajouter le défaut de roulement périodique au signal de vibration de la boîte de vitesses saine. Calculer les spectres des signaux , on peut visualiser le spectre à des fréquences plus basses. On crée une grille des dix premières harmoniques BPF1.

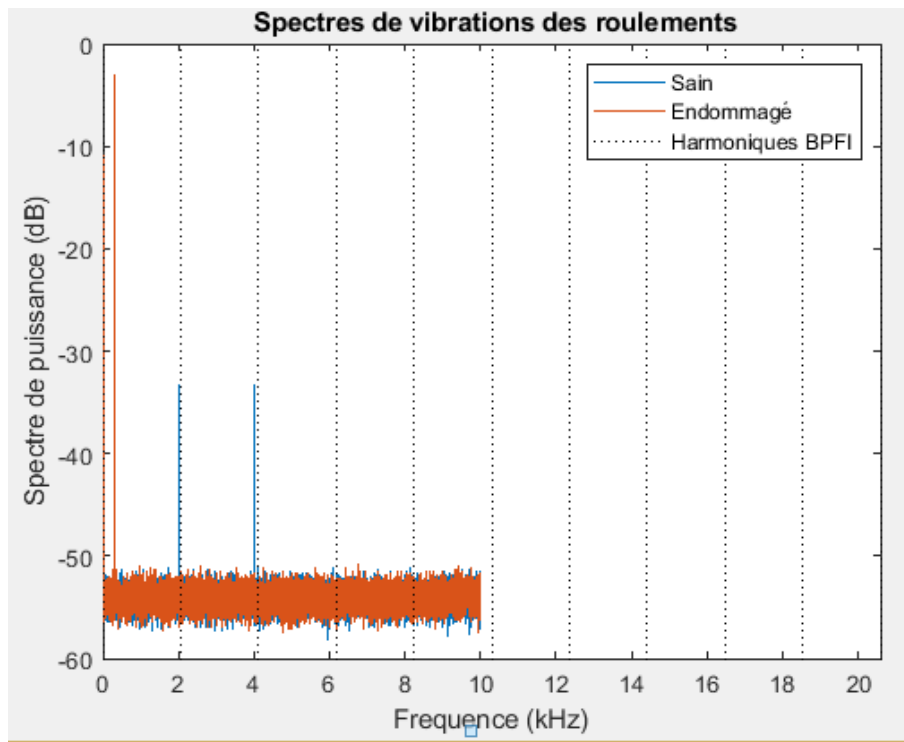


Figure IV.16 Spectre du roulement.

À l'extrémité inférieure du spectre, les fréquences de l'arbre et du engrènement et leurs ordres masquent d'autres caractéristiques. Le spectre du roulement sain et le spectre du roulement endommagé sont indiscernables. Ce défaut met en évidence la nécessité d'une approche capable d'isoler les défauts de roulement.

BPF1 dépend du rapport  $d/p$  et du cosinus de l'angle de contact  $\theta$ . Une expression irrationnelle de BPF1 implique que les impacts de roulement ne sont pas synchrones avec un nombre entier de rotations de l'arbre. La fonction TSA n'est pas utile dans ce cas car elle calcule la moyenne des impacts. Les impacts ne se situent pas au même endroit dans chaque segment moyen.

On calcule et trace les signaux d'enveloppe et leurs spectres. on compare les spectres d'enveloppe pour les signaux avec et sans défaut de roulement. On peut visualiser le spectre à des fréquences plus basses. nous créons une grille des dix premières harmoniques BPF1.

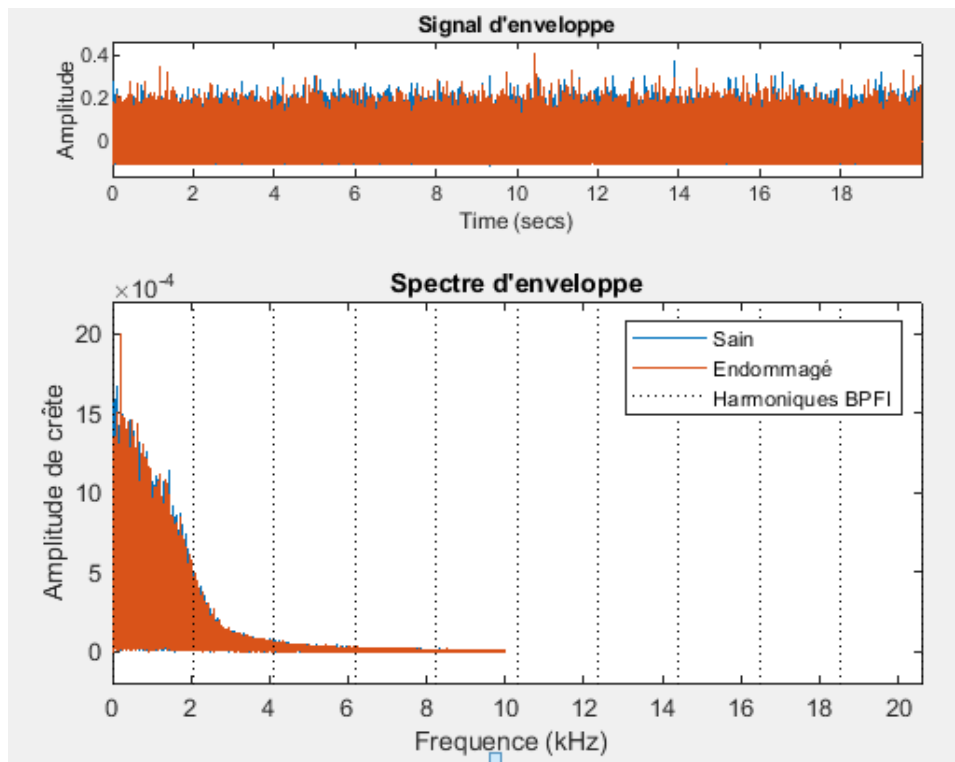


Figure IV.17 Pics BPFIs.

On peut observer que les pics BPFIs ne sont pas importants dans le spectre d'enveloppe car le signal est pollué par le bruit. On rappelle que l'exécution de TSA pour faire la moyenne du bruit n'est pas utile pour l'analyse des défauts de roulement car elle fait également la moyenne des signaux d'impact.

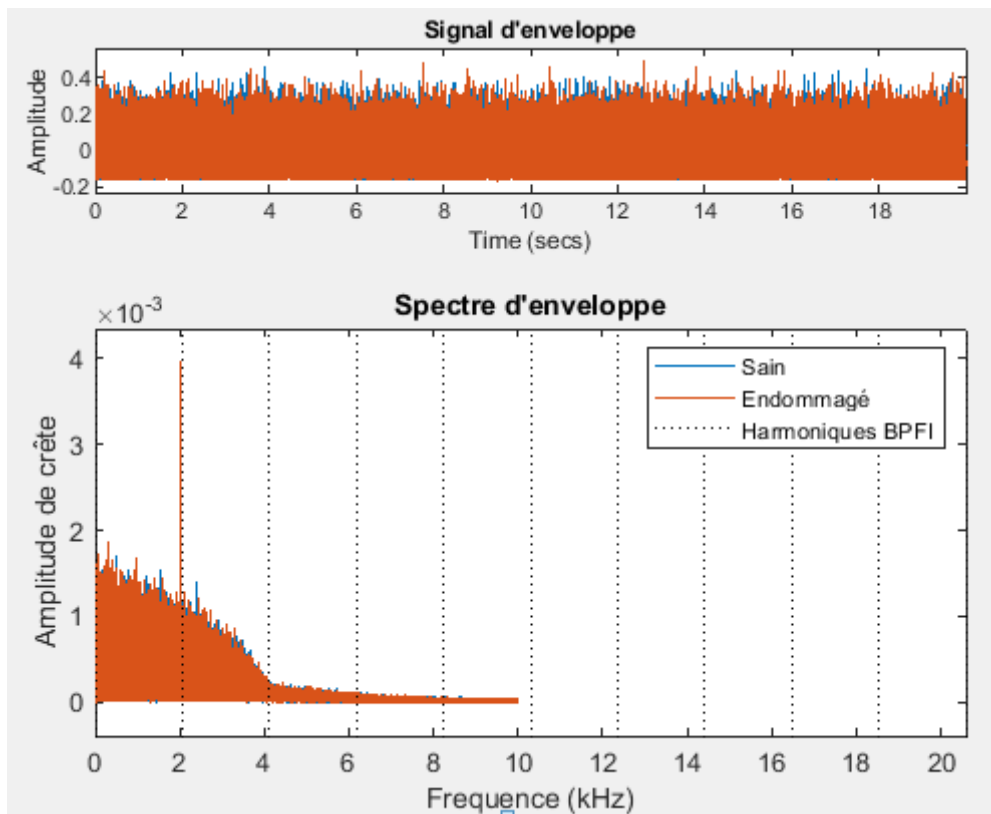


Figure \ IV.18 Spectre d'enveloppe et signal d'enveloppe.

Le spectre d'enveloppe apporte effectivement le contenu de la bande passante à la bande de base et montre donc la présence de pics importants au niveau des harmoniques BPF1 en dessous de 1 kHz. Cela permet de conclure que la bague intérieure du roulement est potentiellement endommagée.

Dans ce cas, le spectre fréquentiel du roulement défaillant montre clairement des harmoniques BPF1 modulées par la fréquence d'impact.

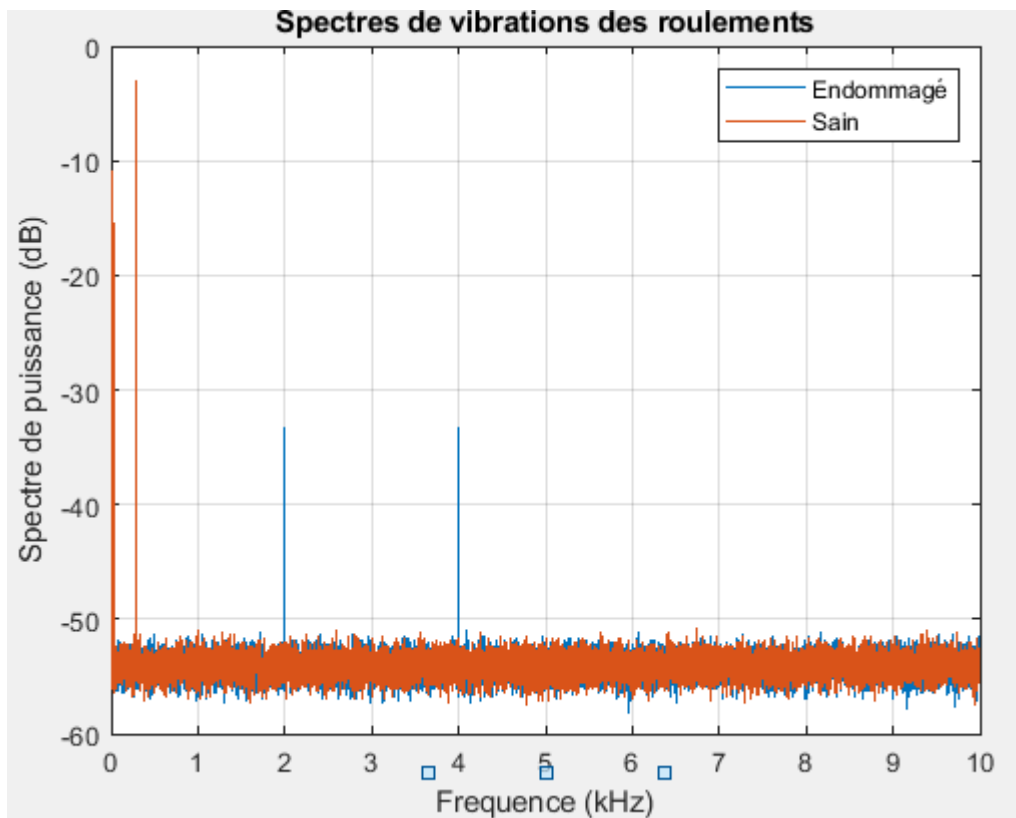


Figure IV.19 Spectre fréquentiel du roulement défaillant.

On peut observer que la séparation en fréquence entre les pics est égale à BPFI. On visualise ce phénomène dans les spectres, proches de la fréquence d'impact de 2 et 4 kHz.

#### IV.10 Conclusion

Dans ce chapitre on a appliqué une moyenne temporelle synchrone au signal de vibration de sortie. Suit, on a analysé un segment de l'historique et les spectres de puissance pour les signaux moyennés synchrones dans le temps. Puis on a comparé les spectres de puissance pour les deux signaux et on a analysé la description des défauts répartis dans le pignon et combiné leurs effets dans le signal vibratoire. Dans la dernière partie de ce chapitre on a analysé vibratoire des défauts des roulements des éléments roulants.

# *Conclusion générale*

## *Conclusion générale*

Dans ce mémoire on considère une boîte de vitesses idéale qui se compose d'un pignon engrenant avec un engrenage. Le pignon est couplé à un arbre d'entrée relié à un moteur primaire. L'engrenage est relié à un arbre de sortie. Les arbres sont supportés par des roulements à rouleaux sur le carter de la boîte de vitesses. On suppose qu'une des dents de l'engrenage souffre d'un défaut local tel qu'un écaillage. Il en résulte un impact à haute fréquence se produisant une fois par rotation de l'engrenage. On a appliqué une moyenne temporelle synchrone au signal de vibration de sortie. Suit, on va analyser un segment de l'historique et les spectres de puissance pour les signaux moyennés synchrones dans le temps. Puis on va comparer les spectres de puissance pour les deux signaux et on va analyser les descriptions des défauts réparti dans le pignon et incorporation de ses effets dans le signal vibratoire. Dans la dernière partie de ce travail on a analyse vibratoire des défauts des roulements des éléments roulants.

On peut tirer les conclues suivantes :

- Un défaut d'engrenage distribué, tel qu'une excentricité ou un désalignement d'engrenage, provoque des bandes latérales de niveau supérieur
- L'impact est comparativement plus facile à voir sur le signal moyenné synchrone pour l'engrenage.
- Les trois bandes latérales dans le signal moyenné synchrone du pignon sont plus prononcées, ce qui indique la présence de défauts distribués. Cependant, le spectre du signal d'engrenage moyenné synchrone dans le temps reste inchangé.
- La bague intérieure du roulement est potentiellement endommagée.
- L'exécution de la moyenne temporelle synchrone pour faire la moyenne du bruit n'est pas utile pour l'analyse des défauts de roulement.

*Références  
bibliographique*



## *Références bibliographique*

- [1] Saliou diouf , contribution au diagnostic industriel de défauts de roulement et de balourd par techniques neuronales application a la machine asynchrone a cage, 2007.
- [2] HACHEMI Mohammed, « Application de l'ODS à l'analyse des problèmes de vibration des machines tournantes », Thèse de Doctorat, Université BADJI MOKHTAR.
- [3] Adel Afia, Chemseddine Rahmoune, Djamel Benazzouz, Boualem Merainani, Semcheddin e Fedala, New intelligent gear fault diagnosis method based on Auto gram and radial basis function neural network, *Advances in Mechanical Engineering*, 2020.
- [4] *Journal of Vibration and Control* 1–20 2017 DOI: 10.1177/1077546316688991.
- [5] HACHEMI Mohammed, « Application de l'ODS à l'analyse des problèmes de vibration des machines tournantes » Thèse de Doctorat, Université BADJI MOKHTAR.
- [6] TEDJINI Mohsein, « Sélection d'un outil du traitement du signal pour le diagnostic d'une machine tournante » Mémoire de Magister, Université Mohamed Chérif Messaâdia de Souk-Ahras 2015.
- [7] Mémoire de fin d'étude en vue de l'obtention du diplôme MASTER année 2015/2016 thème étude d'un compresseur rotatif à palette, filière génie mécanique.
- [8] Pierre mayé, *Moteurs électriques industriels* O Dunod, 2005, 2011, 2021 11, rue Paul Bert-92240 Malakoff ISBN 978-2-10-082328-4.
- [9] Maxi cour article ; consulter le 16/05/2021.
- [10] <https://energieplus-lesite.be/techniques/ascenseurs7/moteur-asynchrone/> dernière accès Mai 2020.
- [11] Soualhi Abdenour, Du diagnostic au pronostic de pannes des entraînements.
- [12] HADJADJ AOUL MERIEM AMEL, « Diagnostique De La Combinaison Des Défauts Balourd Et Désalignement Et Evaluation Des Risques », Thèse de Master Université Badji-Mokhtar Annaba, 2020.
- [13] Landolsi Foued, « COURS DE TECHNIQUES DE SURVEILLANCE ».
- [14] TAHAR BELKHIR et MED MOHCEN BEN SACI, « La maintenance des équipements ».
- [15] Francis Cottet, *Traitement des signaux et acquisition de données*, 3e édition Dunod, Paris, 2009.
- [16] HADJADJ AOUL MERIEM AMEL, « Diagnostique De La Combinaison Des Défauts ».
- [17] Issam MOUMENE, « IDENTIFICATION DES DÉFAUTS MIXTES D'ENGRENAGE ET DE ROULEMENT PAR ANALYSE VIBRATOIRE » Mémoire de Magister , Université 08 mai 1945 Guelma 2010.
- [18] BERKOUS HAFID, « DETECTION DES DEFAUTS D'ENGRENAGE PAR ANALYSE VIBRATOIRE » Mémoire de Master, Université BADJI MOKHTAR ANNABA 2016/2017.
- [19] Francis Cottet, *Traitement des signaux et acquisition de données*, 3e édition Du nod, Paris, 2009.
- [20] Cours de : Dr. BOURAS ABDELKARIM. « Techniques de détection des défaillances ». Université Badji-Mokhtar Annaba, 2019.
- [21] BERKOUS HAFID, « DETECTION DES DEFAUTS D'ENGRENAGE PAR ANALYSE VIBRATOIRE » Mémoire de Master, Université BADJI MOKHTAR ANNABA 2016/2017.

- [22] FADIA MEZIANI, Analyse du degré de sévérité pathologique des signaux phonocardiogrammes (PCGs) par application des transformées d'ondelettes, Thèse de doctorat, UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID TLEMCEN, juin 2013.
- [23] RABHI Massinissa et ZOUAOUI Nasim, « Diagnostiqs de défauts de roulements par analyse vibratoire au sein de la biqueterie de REMILA » Mémoire de Master, université A.MIRA de bejaia 2013.
- [24] Tahar BELKHIR Med Mohcen BEN SACI,« La maintenance des équipements par l'analyse vibratoire » Mémoire de Master , Universite KASDI MARBAH OURGLA 2016.
- [25] Alliantech S.A.S, « Technologies d'accéléromètres pour la mesure de vibration et choc », Alliantech, 12 rue Traversière.
- [26] A.Laiche,A.Fouar, « Analyse vibratoire appliquée à l'étude des machines : motopompe et compresseur », mémoire d'ingéniorat, L'université M'hamed Bougara Boumerdes, 2007.
- [27] <http://www.silanus.fr/sin/formationSTI2D/ET22A-B/ET22A/Ressources/les-vibrationsdes-machines-tournantes.pdf>.
- [28] Landolsi Foued, « Surveillance des machines par analyse vibratoire », Cours de techniques de surveillance, 2003
- [29] Fadia MEZIANI,Analyse du degré de sévérité pathologique des signaux phono cardiogrammes (PCGs) par application des transformées d'ondelettes. Thèse de doctorat, UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID TLEMCEN, juin 2013.
- [30] Ziani RIDHA, Contribution à l'analyse et à la classification automatique des défauts mécaniques. Thèse de doctorat, Université Ferhat Abbas – Setif 1, 2015.
- [31] Soualhi, Abdenour.Du diagnostic au pronostic de pannes des entraînements électriques. Lyon, Thèse de doctorat, Université Claude Bernard, Lyon I, France, 2013.
- [32] Yacine IMAOUCHEN, Mesure et analyse des vibrations des machines électriques tournantes, Thèse de doctorat, Université deBejaia, 24 novembre 2015.
- [33] Sanaa KERROUMI,Extraction des paramètres et classification dynamique dans le cadre de la détection et du suivi de défaut de roulements. Thèse de doctorat, Université de Reims Champagne-Ardenne, 2016.
- [34] B R Raoa , R Tiwarib, Detection of asymmetric transmission error in geared rotor system through transverse vibration analysis using full spectrum, Propulsion and Power Research Volume 9, Issue 3, September 2020, Pages 255-280.
- [35] Shihua Z, Zhaohui R, Guiqiu S, and Bangchun W,Dynamic Characteristics Analysis of the Coupled Lateral-Torsional Vibration with Spur Gear System, Hindawi Publishing Corporation International Journal of Rotating Machinery Volume 2015, Article ID 371408, 14 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2015/371408>.
- [36] <https://fr.mathworks.com/help/signal/ug/vibration-analysis-of-rotatingmachinery.html>.