

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب

Université –Ain Temouchent- Belhadj Bouchaib

Faculté des Sciences et de Technologie

Département Génie Mécanique



Projet de Fin d'Etudes

Pour l'obtention du diplôme de Master en : Construction Mécanique

Domaine : Science et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Thème

**Facteur d'intensité de contrainte d'une structure  
fissurée**

Présenté Par :

- 1) M. HADJAJ Salim
- 2) M. RIAZI Abdelhak

Devant le jury composé de :

Dr AMIRET Mohamed

Dr OUDAD Walid

UAT.B.B (Ain Temouchent) Président

UAT.B.B (Ain Temouchent) Examineur

*Année Universitaire 2021/2022*

# *Remerciements*

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à ma directrice de mémoire, Madame Farida BOUAFIA. Je la remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté de me rencontrer et de répondre à mes questions durant mes recherches.

Je remercie mes très chers parents, qui ont toujours été là pour moi. Je remercie mes camarades, pour leurs encouragements.

Enfin, je remercie mes amis qui ont toujours été là pour moi. Leur soutien inconditionnel et leurs encouragements ont été d'une grande aide.

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

# Résumé

L'objectif de notre travail est d'analyser numériquement par la méthode des éléments finis le comportement en rupture d'une plaque contenant une fissure débouchant. Cette étude est basée sur la théorie de la mécanique de la rupture en élasticité linéaire. L'investigation a été étendue à l'effet de la contrainte appliquée, l'interaction fissure-défaut sur le facteur d'intensité contrainte.

# Abstract

The objective of our work is to numerically analyze by the finite element method the failure behavior of a plate containing a crack opening. This study is based on the theory of fracture mechanics in linear elasticity. The investigation has been extended to the effect of the applied stress, the crack-fault interaction on the factor of constrained intensity.

# ملخص

الهدف من عملنا هو التحليل الرقمي بطريقة العناصر المحدودة سلوك صفيحة تحتوي كسر. هذه الدراسة تعتمد على نظرية ميكانيكا الكسر في المرونة الخطية. امتد البحث إلى تأثير الإجهاد المطبق، تفاعل الصدع مع الخطأ على عامل شدة الإجهاد

# Table des matières

Introduction général	1
----------------------	---

## Chapitre I

### Mécanique de la rupture linéaire

I.	Introduction	4
II.	Aperçu historique sur la rupture	4
III.	Notions de la mécanique de la rupture	6
III.1.	Types élémentaires de rupture	7
III.2.	Modes de rupture	10
IV.	Utilisation de la mécanique de la rupture en conception	12
IV.1.	Ténacité	13
IV.2.	Critère de Griffith	13
IV.3.	Détermination expérimentale de KIC	14
IV.4.	Taux de restitution d'énergie	15

## Chapitre II

### Facteur d'intensité de contrainte

I.	Approche globale de la mécanique linéaire de la rupture	18
II.	Fissure	18
III.	Facteur d'intensité des contraintes FIC	19
IV.	Influence des propriétés des matériaux sur la rupture	21
V.	Analyse dimensionnelle en mécanique de la rupture	23
VI.	Champs de contrainte et déplacement	25
VII.	Présentation du logiciel	29

**Chapitre III**  
**Simulation numérique par Abaqus**

I.	Introduction .....	32
II.	Modèle utilisé .....	33
III.	Résultats et analyse .....	36
III.1	Distribution des contraintes .....	36
III.2	Comparaison avec la valeur théorique .....	40
III.3	Effet de la charge appliquée $\sigma$ .....	42
III.4	Effet d'interaction fissure-fissure .....	44
III.5	Effet d'interaction fissure-trou.....	46
III.6	Effet d'interaction fissure-inclusion .....	48
	Conclusion Générale .....	51
	Référence Bibliographique .....	52

# Liste des figures

## Chapitre I

### Mécanique de la rupture linéaire

Figure I.1 : Rupture au mouillage du pétrolier ‘Liberty Ship’. En Janvier 1943 .....	5
Figure I.2. Stabilisateur vertical, qui s'est séparée du vol American Airlines 587 .....	6
Figure I.3 : Exemple de rupture fragile .....	8
Figure I.4 : Exemple de rupture ductile .....	8
Figure I.5 : Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure .....	10
Figure I.6 Schématisation des trios modes de rupture .....	11
Figure. I.7 Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b) .....	12
Figure I.8 : éprouvettes en flexion en trois points .....	14

## Chapitre II

### Facteur d'intensité de contrainte

Figure II.1: Courbe contrainte/déformation .....	18
Figure II.2 : Détermination des axes (x, y) et des coordonnées (r, $\theta$ ) au voisinage de l'extrémité d'une fissure .....	19
Figure II.3 : Comportement en fonction de la ténacité .....	22
Figure II.4 : Différents cas d'éprouvettes avec fissure de bord .....	24
Figure II.5 : Champ de Contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure .....	25
Figure II.6 : Différents modes élémentaires de fissuration .....	27
Figure II.7 : Organigramme : ABAQUS CAE .....	30
Figure II.8 : Organigramme de simulation .....	30

## Chapitre III

### Simulation numérique par Abaqus

Figure III.1 : (a) Géométrie du modèle complet avec fissure, (b) modèle de l'interaction des deux fissures, (c) modèle de l'interaction fissure-trou, (d) modèle de l'interaction fissure inclusion .....	34
Figure III. 2 : Maillage par éléments finis .....	35
Figure III.3 : Distribution de la contrainte équivalente et normale pour un chargement mécanique : $\sigma = 69$ MPa. ....	37
Figure III.4: Variation de KI/KIC en fonction de a pour $\sigma = 69$ MPa .....	39
Figure III.5: Variation de KII/KIC en fonction de a pour $\sigma = 69$ MPa .....	40
Figure III.6: Variation de KI/KIC en fonction de a pour $\sigma = 69$ MPa .....	42
Figure III.7: Variation de KI/KIC en fonction de a et les contraintes appliquées de traction .....	43
Figure III.8: Variation de KII/KIC en fonction de a et les contraintes appliquées de traction .....	43
Figure III.9 : Effet de l'interaction microfissure-pore sur la distribution de la contrainte équivalente et des contraintes normales pour $\sigma = 69$ MPa et la distance $d = 4$ mm .....	45
Figure III.10 Variation de KI/KIC en fonction de l'interdistance fissure-fissure .....	46
Figure III.11 : Effet de l'interaction fissure-trou sur la distribution de la contrainte équivalente et des contraintes normales pour $\sigma = 69$ MPa et la distance $d = 6.89$ mm .....	47
Figure III.12 : Variation de KI/KIC en fonction de l'interdistance fissure-trou .....	48

Figure III.13 : Effet de l'interaction fissure-inclusion sur la distribution de la contrainte équivalente et des contraintes normales pour  $\sigma = 69$  MPa et la distance  $d = 4.5$  mm ..... 49

Figure III.14 : Variation de  $K_I/K_{IC}$  en fonction de l'interdistance fissure-inclusion ..... 50



# Liste des tableaux

## Chapitre III

### Simulation numérique par Abaqus

Tableau 1 : les données géométriques de la plaque .....	35
Tableau 2 : Propriétés mécaniques de Al7075 .....	36
Tableau 3 : KI et KII pour différentes longueurs de fissure .....	38
Tableau 4 : Kt pour différentes longueurs de fissure .....	41

# Liste des symboles

$\sigma$	Contraintes appliquées
$R_e$	Limite d'élasticité
$K_C$	La ténacité
$K_t$	Facteur de concentration de contrainte
$\sigma_{yy}$	La composante de contrainte
$\Theta$ et $r$	Les coordonnées cylindriques relatives à la pointe de la fissure
$\sigma_{ij}$	Le tenseur des contraintes
$K$	Facteur d'intensité des contraintes
$f_{ij}$	Une fonction adimensionnelle, dépendant du mode de chargement et de la géométrie de la pièce.
$a$	La longueur initiale de la fissure
$Y$	Facteur adimensionnel appelé
$a'$	La longueur corrigée
$r_p$	La taille de la zone plastique
$\sigma_y$	La limite élastique
$\varepsilon_{ij}$	Le tenseur des déformations
$\sigma_{ij}$	Le tenseur des contraintes
$K\alpha$	Le Facteur d'Intensité des Contraintes en mode $\alpha$
$\alpha$	Mode I,II,III
$U$	Déplacement
$k$	Le coefficient de Kolossov
$\mu$	Le module de cisaillement du matériau

# Introduction générale

La rupture est un problème auquel l'homme devra faire face aussi longtemps qu'il construira des édifices ou fabriquera des structures. Ce problème est de plus en plus crucial avec le développement, lié aux progrès technologiques, de structures complexes.

Les avancées dans la connaissance de la mécanique de la rupture permettent aujourd'hui et plus précisément depuis le milieu du 20e siècle, de mieux prévenir le risque de rupture.

Cependant, beaucoup de mécanismes de rupture sont encore mal connus notamment lorsqu'on utilise de nouveaux matériaux ou de nouveaux procédés. Le coût des ruptures catastrophiques représente, d'après les études économiques réalisées depuis le début des années 80, près de 4% du PNB dans les pays industriels développés. On peut réduire ce coût d'environ 30% en appliquant correctement les concepts connus de la mécanique de la rupture et de 25% supplémentaires en développant davantage la recherche dans le domaine de la rupture.

Les fissures sont présentes dans toutes les structures, elles peuvent exister sous forme de défaut de base dans le matériau ou peuvent être induites durant la construction, ces fissures sont responsables de la majorité des ruptures qui se produisent dans les structures et pièces de machines en service, soumises à des efforts statiques ou dynamiques [1].

La mécanique de la rupture a pour objet d'étudier et de prédire l'amorçage et la propagation des fissures dans les structures.

Dans ce travail, un modèle bidimensionnel linéaire en éléments finis a été développé pour étudier le comportement en rupture d'une plaque en aluminium contenant une fissure débouchant.

Le plan de notre travail répond à une approche complémentaire des différentes propriétés recherchées :

- Dans le premier chapitre, nous serons conduits à analyser la bibliographie concernant la mécanique de la rupture.
- Le second chapitre présente le critère de contrainte défini par le facteur d'intensité de contrainte.
- le troisième chapitre portera sur une simulation numérique, et à l'aide du logiciel **ABAQUS** nous faisons une analyse des facteurs d'intensités de contraintes dans une structure fissurée.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale.

# Chapitre I

## Mécanique de la rupture linéaire

## **I. Introduction :**

Toutes les pièces mécaniques présentent des fissures, même si elles ne se voient pas à l'œil nu. La présence de défauts dans les structures affaiblit leur résistance mécanique, peut entraîner leur ruine, et être à l'origine de catastrophes graves. La branche de la mécanique qui permet d'étudier la fissuration s'appelle la mécanique de la rupture. Cette dernière joue de nos jours un rôle imminent dans la prédiction de fissures dues à des défauts présents dans les matériaux (inclusions, microfissures...), et leur propagation au sein de structures simples ou plus au moins complexe.

La mécanique de la rupture est la science qui étudie le comportement des structures fissurées. Elle fournit les outils nécessaires pour l'analyse de l'intégrité de structures. Il s'agit d'un domaine scientifique relativement récent puisqu'il est apparu après la première guerre mondiale, notamment avec les études de Griffith en 1920 et d'Irwin en 1957 [2].

On distingue deux catégories de rupture des structures :

- Celle provenant d'une négligence dans la conception, dans la construction ou dans l'utilisation de la structure,
- Et celle liée à l'utilisation d'un nouveau matériau ou d'un nouveau procédé, qui peut provoquer une rupture inattendue [3].

## **II. Aperçu historique sur la rupture :**

Eviter la rupture n'est pas en soi une idée nouvelle : les concepteurs des structures de l'Égypte des pharaons ou ceux de l'empire romain nous ont laissé des édifices que l'on peut encore contempler (pyramides, ponts ...). Les matériaux utilisés avant la révolution industrielle étaient cependant limités pour l'essentiel au bois de construction, à la pierre ou à la brique et au mortier. La brique et le mortier sont relativement fragiles lorsqu'ils sont utilisés en traction. Pour ces raisons, toutes ces structures anciennes (pyramides, ponts romains...) qui ont su résister au temps, étaient chargées en compression - en fait, toutes les structures de l'époque précédant la révolution industrielle étaient conçues pour des chargements en compression. Il a fallu attendre la révolution industrielle au début du 19e siècle, avec l'utilisation de l'acier, pour pouvoir enfin

concevoir des structures capables de résister à des charges de traction. La comparaison des anciens ponts romains avec les ponts modernes de structure métallique montre bien que les premiers étaient effectivement chargés en compression alors que les seconds le sont plutôt en traction [3].

L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduisit cependant à quelques problèmes [3].

Parmi les plus célèbres accidents, nous citons le naufrage du navire 'Liberty Ship' dans le port de New-York causé par l'effet de concentration de contraintes et du froid [4], (Figure I.1). Le Stabilisateur vertical, qui s'est séparée du vol American Airlines 587, conduisant à un accident mortel (Figure I.2). Les premiers incidents enregistrés sur les structures fut la rupture d'une chaîne du pont suspendu Montrose en Mars 1830 en Grande Bretagne. Depuis, il y a eu un nombre important d'effondrements de ponts, dont le King's Bridge à Melbourne (1962) ou encore le Point Pleasant Bridge en Virginie (1967). Les accidents ferroviaires dus à une rupture brutale des essieux, des roues ou encore des rails ont également été très nombreux. Entre 1860 et 1870, le nombre de personnes victimes d'accidents de train en Grande Bretagne s'élevait environ à 200 par an. De nombreux accidents intervinrent également sur des pipelines, des pétroliers.

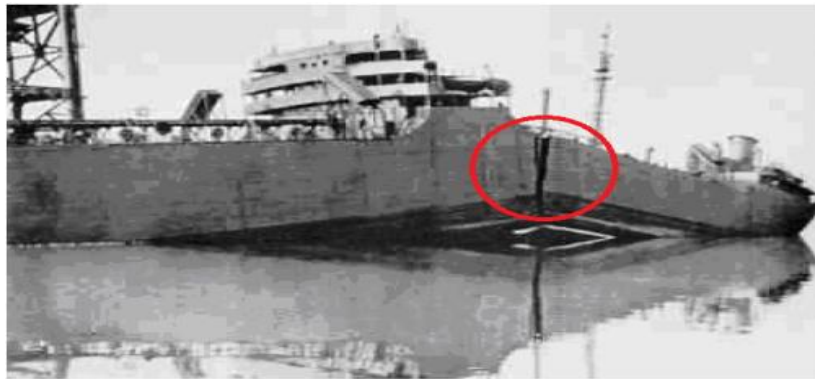


Figure I.1 : Rupture au mouillage du pétrolier 'Liberty Ship' [4]. En Janvier 1943, le tanker américain T2 SS Schenectady alors qu'il venait de terminer les derniers tests en mer avec succès, se brise soudainement en deux dans le port.



Figure I.2. Stabilisateur vertical, qui s'est séparée du vol American Airlines 587, conduisant à un accident mortel [5].

### **III. Notions de la mécanique de la rupture :**

La mécanique de la rupture a été introduite par Griffith vers 1920. L'objectif de la mécanique de la rupture est de caractériser le comportement à la fissuration des structures à l'aide de paramètres quantifiables au sens de l'ingénieur, notamment le champ de contraintes, la taille de la fissure et la résistance à la fissuration du matériau. Les premiers développements théoriques d'analyse des champs de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure ont été entrepris par Westergaard vers 1940. Une théorie de la rupture basée sur la stabilité de la fissure valable uniquement pour les matériaux fragiles, ne tenant pas compte de la dissipation de l'énergie due à la plastification. En 1948 Irwin proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles [6].

En 1956, un groupe de chercheurs de la marine américaine, ont développé le concept du taux de restitution d'énergie à partir de la théorie de Griffith sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard, Irwin montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être



décrits à l'aide d'un paramètre unique relié au taux de restitution d'énergie. Ce paramètre caractérise l'état de sollicitation dans la région dans laquelle la rupture se produit, il est appelé facteur d'intensité de contrainte (FIC) [6].

La période s'étaler de 1960 à 1980 a vu une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles concurrentes. D'une part, les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et d'autre part ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs comme Barenblatt proposèrent ce qu'on appelle une correction de la zone plastique. La taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le FIC. Plus tard, Hutchinson en 1968, Rice et Rosengren (HRR) développèrent un nouveau paramètre appelé intégrale J. Ce paramètre décrit parfaitement la répartition des contraintes dans les zones plastifiées [6].

### **III.1. Types élémentaires de rupture :**

Dans un matériau homogène soumis à une contrainte uni-axiale, l'effort se transmet d'un atome à l'autre en suivant des lignes de force qui sont parallèles. Dans un matériau qui possède une fissure, les lignes de force doivent contourner cette fissure, ce qui conduit à une concentration de ces lignes au voisinage de la pointe de la fissure, d'où une concentration de la contrainte dans cette région, appelée tête ou pointe de fissure. On observe deux types de rupture principaux suivant les mécanismes mis en jeu : une rupture fragile contrôlée par une contrainte normale, et une rupture ductile, précédée de déformations plastiques et contrôlée par les contraintes de cisaillement [6].

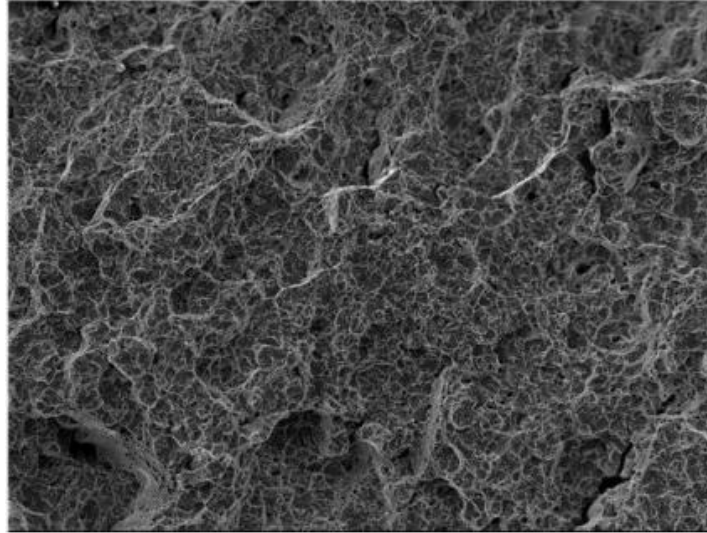


Figure I.3 : Exemple de rupture fragile [6]

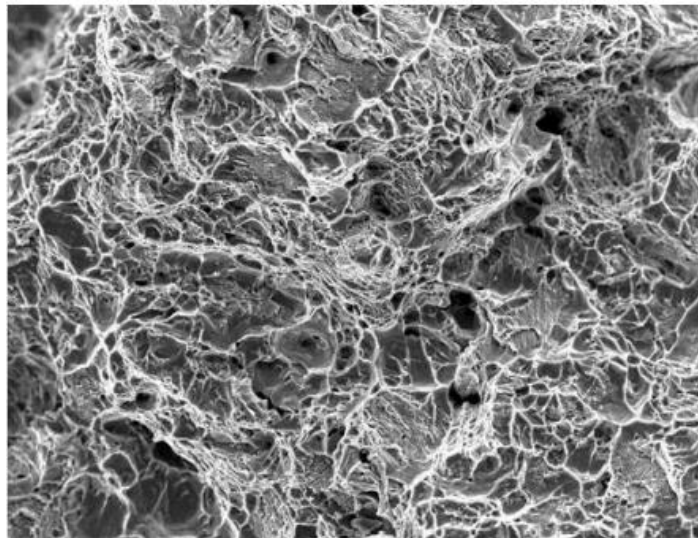


Figure I.4 : Exemple de rupture ductile [6]

Pour ces types de rupture, les déformations à rupture, l'énergie de rupture, les faciès de rupture sont différents. De même, les sollicitations extérieures imposées auront une influence sur le mode de rupture [6].

- Rupture fragile : est caractérisée par l'absence de plastique macroscopique, et donc par la propagation très rapide des fissures avec faible consommation d'énergie. Dans le cas d'un cristal, la rupture est bien nette, elle suit des plans cristallographiques, on parle

de rupture par clivage. Le matériau rompt avant d'avoir quitté le régime élastique, c'est le cas des céramiques [7].

- Rupture ductile semble liée essentiellement à la présence d'inclusion ou de précipités. Dans ce mode de rupture, la déformation plastique macroscopique est en général importante (consommation d'énergie grande) [7].

D'un point de vue mécanique, on peut distinguer schématiquement, dans un milieu fissuré, trois zones successives (figure I.5) [6].

**La zone d'élaboration 1 :** elle se trouve à la pointe de fissure et dans le sillage laissé par la fissure au cours de sa propagation. L'étude de cette zone est très complexe à cause des contraintes importantes qui ont fortement endommagé le matériau. Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels [6].

**La zone singulière 2 :** dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. On démontre que dans cette zone, les composantes du champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ( $r \rightarrow 0$ ) [6].

Plus exactement, la singularité est en  $(1/\sqrt{r})$  en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon  $r_p$  autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de  $r_p$ , on dira que la rupture est fragile pour  $r_p$  petit et qu'elle est ductile pour  $r_p$  grand. Cette distinction sur la base du paramètre  $r_p$  est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée [6] :

- La Mécanique Linéaire de la Rupture pour les ruptures fragiles [6].
- La Mécanique Non Linéaire de la Rupture dans le cas de zone plastique non négligeable (rupture ductile) [6].

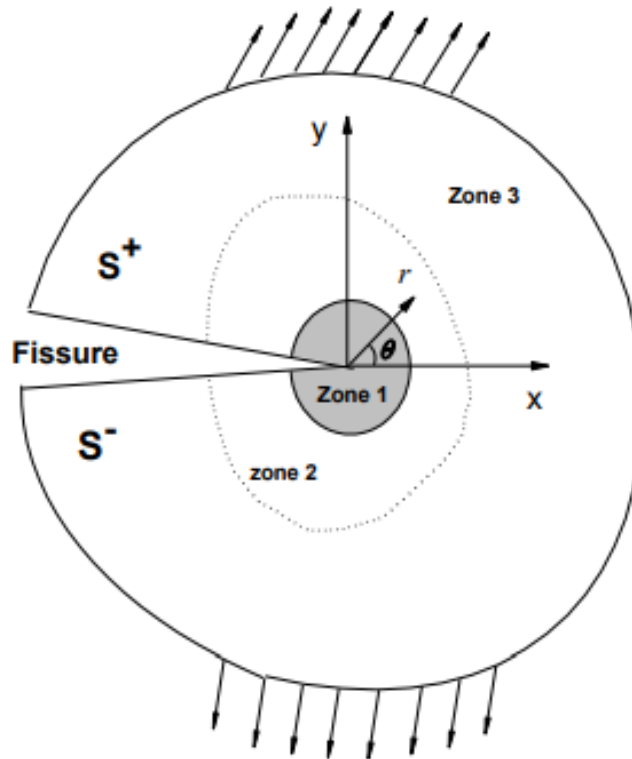


Figure I.5 : Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure [6]

**La zone des champs lointains** : comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacements.

Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis [6].

### **III.2. Modes de rupture :**

Une fissure est définie comme la surface séparant localement un solide en deux parties.

Le champ des déplacements est alors discontinu à travers cette surface et les trois composantes vectorielles de cette discontinuité forment les trois modes de rupture [2].

La propagation d'une fissure peut se faire suivant trois modes de déplacement des faces de la fissure dans un plan défini. Elle peut aussi se faire suivant des modes mixtes qui les combinent tous les trois. La figure (I.6) illustre les trois modes de rupture [7].

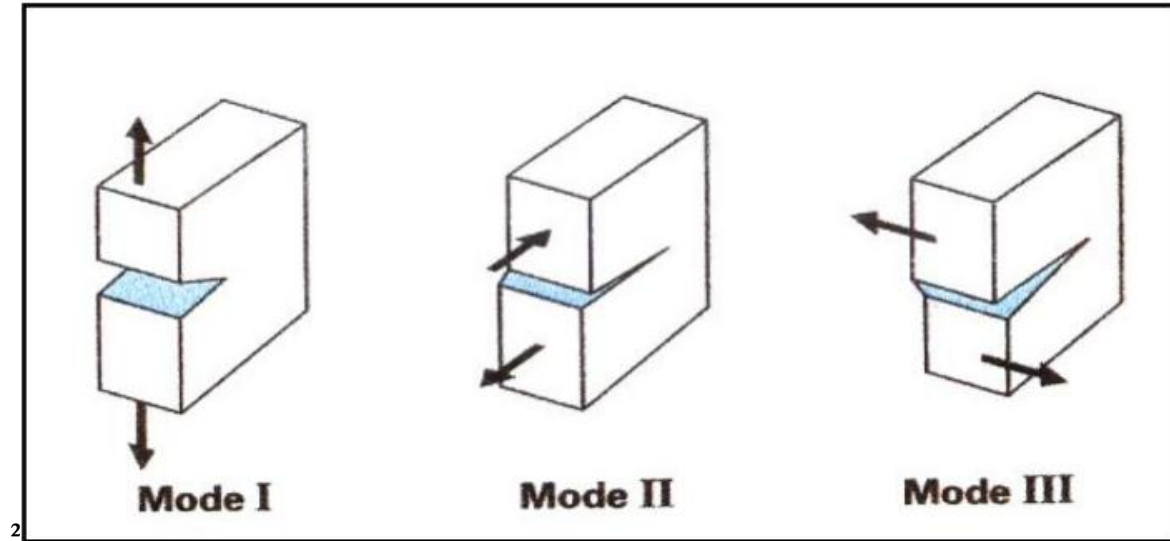


Figure I.6: Schématisation des trois modes de rupture [7]

**Mode I :** les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement l'une par rapport à l'autre, c'est le mode par ouverture [7].

**Mode II :** les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan, et dans une direction perpendiculaire au front de fissure. Il est appelé aussi mode par glissement droit [7].

**Mode III :** les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de fissure, c'est le mode de glissement vis [7].

### **Remarque :**

Le mode I est considéré comme le plus dangereux en raison de l'ouverture par traction qui favorise l'initiation et la propagation des fissures. C'est le type le plus répandu dans le cas des matériaux fragiles. Par conséquent, il est le plus étudié [7].

#### **IV. Utilisation de la mécanique de la rupture en conception :**

Le schéma figure I.7 compare l'approche classique pour le dimensionnement des structures basée sur la limite d'élasticité du matériau  $\sigma_e$  à l'approche utilisant le concept de ténacité  $K_C$  issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR) [3].

Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées  $\sigma$  restent inférieures à la limite d'élasticité ( $\sigma < \sigma_e$ ). On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ( $\sigma < \alpha \sigma_e$  avec  $\alpha < 1$ ). Cette approche est à deux variables  $\sigma$  et  $\sigma_e$  ; elle fait abstraction de l'existence d'éventuels défauts sous forme de microfissures par exemple [3].

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée  $\sigma$ , la ténacité  $K_C$  (qui remplace la limite d'élasticité) et une variable additionnelle qui est la taille du défaut. Il y a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture : l'une utilisant le concept d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie [3].

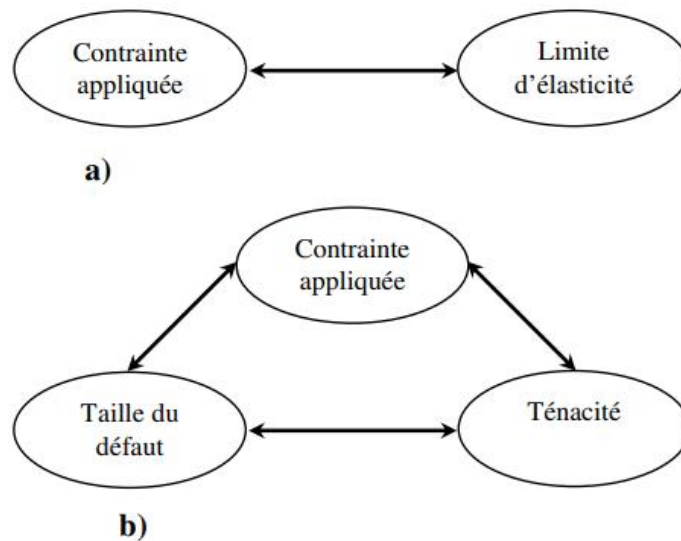


Figure. I.7: Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b) [3].

### **IV.1. Ténacité :**

La ténacité est la capacité d'un matériau à résister à la propagation d'une fissure.

On peut aussi définir la ténacité comme étant la quantité d'énergie qu'un matériau peut absorber avant de rompre<sup>3</sup>, mais il s'agit d'une définition anglophone. En anglais, on fait la différence entre "toughness", l'énergie de déformation à rupture par unité de volume ( $J/m^3$ , ce qui correspond aussi à des pascals) et "fracture toughness", la ténacité au sens de résistance à la propagation de fissure. Il n'existe en effet aucune relation universelle liant l'énergie de déformation à rupture et la résistance à la propagation de fissure, qui n'ont d'ailleurs pas du tout la même unité.

La ténacité d'un matériau donne la contrainte (en Pascal) qu'une structure faite de ce matériau peut supporter, si elle présente une fissure d'une certaine longueur. On exprime la ténacité avec la racine carrée de cette longueur. La ténacité d'un matériau s'exprime donc en  $Pa\ m^{1/2}$  [8][9].

### **IV.2. Critère de Griffith :**

Pour expliquer la propagation d'une fissure, Griffith a établi le critère suivant : la propagation se déclenche quand la diminution du taux de libération de l'énergie de déformation élastique stockée (énergie potentielle) est au moins égale au taux de création d'énergie de formation de surface de fissure. Supposons la présence d'une fissure de longueur  $2a$  dans un matériau sous une contrainte  $\sigma$ . La contrainte  $\sigma_f$  à partir de laquelle cette fissure grandit est  $\sigma_f \sqrt{a} = C$ ,  $C$  est une constante. Griffith a déterminé la valeur de l'énergie de déformation élastique qui se libère lorsqu'une fissure apparaît :

$$\Delta U_E(\mathbf{a}) = - \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E}$$

Où  $E$  est le module de Young,  $\sigma$  est la contrainte appliquée en traction qui agit normalement au voisinage de la fissure. Le signe négatif est utilisé parce que la propagation de la fissure libère de l'énergie de déformation élastique. D'autre part la création de fissure nécessite l'énergie de surface  $U_s(a) = 4\gamma a$  la condition de propagation est représentée par le critère de Griffith :

$$\frac{\partial(\Delta U_E(a) - 4\gamma a)}{\partial a} \geq 0$$

La propagation instable de la fissure se réalise si elle est énergétiquement favorable et on définit une valeur critique de  $a$  pour une tension appliquée déterminée, ou une valeur critique de tension,  $\sigma_c$ , pour chaque valeur de  $a$ .

$$\frac{2\pi a \sigma_c^2}{E} - 2\gamma = 0 \quad \sigma_c = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a}}$$

La théorie de Griffith concorde parfaitement avec les données expérimentales sur des matériaux fragiles (verre). Pour les matériaux ductiles (acier), le calcul de l'énergie de surface  $\gamma$  donne des valeurs non réalistes. La plasticité doit jouer un rôle dans la rupture des matériaux ductiles.

Dans ce cas l'énergie totale dissipée est donnée par  $G = 2\gamma + G_p$ ,  $G_p$  est la dissipation plastique. On obtient, donc : [10]

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{EG}{\pi a}}$$

### **IV.3. Détermination expérimentale de $K_{IC}$ :**

L'essai consiste à solliciter en traction ou en flexion des éprouvettes géométriquement identiques comprenant des fissures de longueurs différentes, les charges de rupture relevées serviront au calcul de  $K_{IC}$ . La mesure de la ténacité est réalisée à partir d'essais de flexion 3 points, menés jusqu'à la rupture.

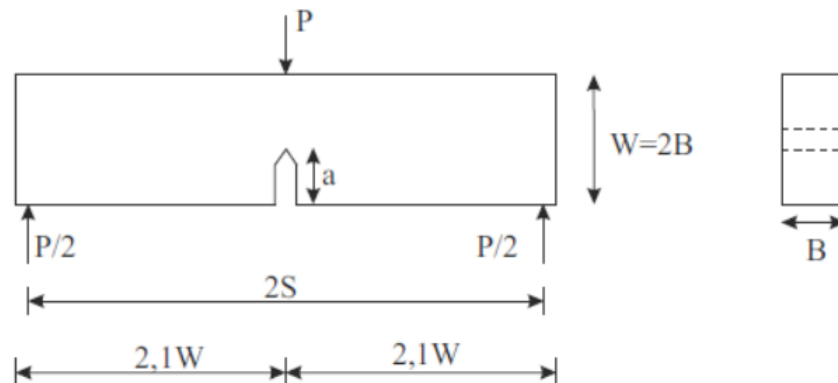




Figure I.8 : éprouvettes en flexion en trois points

La charge maximale atteinte pour la rupture  $P_c$  permet de déterminer la ténacité du matériau selon la formule suivante :

$$K_{IC} = \frac{P_c S}{BW^{3/2}} \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{1/2} \left[ 1.99 - \left(\frac{a}{W}\right)\left(1 - \frac{a}{W}\right)\left(2.15 - 3.93\frac{a}{W} + 2.7\frac{a^2}{W^2}\right) \right]}{2\left(1 + 2\frac{a}{W}\right)\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}}$$

Avec  $2S=4W$ . [11]

#### **IV.4. Taux de restitution d'énergie:**

Pour augmenter la surface d'une fissure dans un matériau il faut fournir un certain travail. Le bilan énergétique du système composé des forces extérieures et du corps fissuré s'écrit :

$$\frac{dW}{dA} = \frac{dU}{dA} + \frac{dT}{dA}$$

W : Travail des forces extérieures

U : l'énergie élastique stockée dans les matériaux

A : surface de la fissure

T : la somme de toutes les énergies dissipées de façon irréversible

De cette relation l'énergie nécessaire à la création de surface (G) est donnée par :

$$\frac{d}{dA}(W - U) = \frac{dT}{dA} = G$$

Elle est appelée taux de restitution d'énergie. L'amorçage de la fissure se caractérise par une valeur critique du taux de restitution d'énergie notée  $G_{IC}$  d'où le critère de rupture :  $G \geq G_{IC}$

Pour une fissure sollicitée uniquement suivant le mode I. La relation entre  $G_{IC}$  et  $K_{IC}$  est [7]:

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E} \text{ en contraintes planes}$$

$$G_{IC} = \frac{(1-\nu^2)K_{IC}^2}{E} \text{ en déformation planes}$$

## *Chapitre 2*

### *Facteur d'intensité de contrainte*

## I. Approche globale de la mécanique linéaire de la rupture :

La rupture désigne la séparation d'un corps en plusieurs parties sous l'action d'une contrainte de nature statique ou dynamique. Il peut s'agir d'une contrainte de traction, de compression, de cisaillement ou de torsion. Les deux modes de rupture des matériaux à usage industriel sont la rupture ductile et la rupture fragile [2]. Une telle classification repose sur la capacité d'un matériau à subir une déformation plastique. Le comportement lié au rapport entre la contrainte de traction et la déformation à ces deux types de rupture est illustré par la figure II.1.

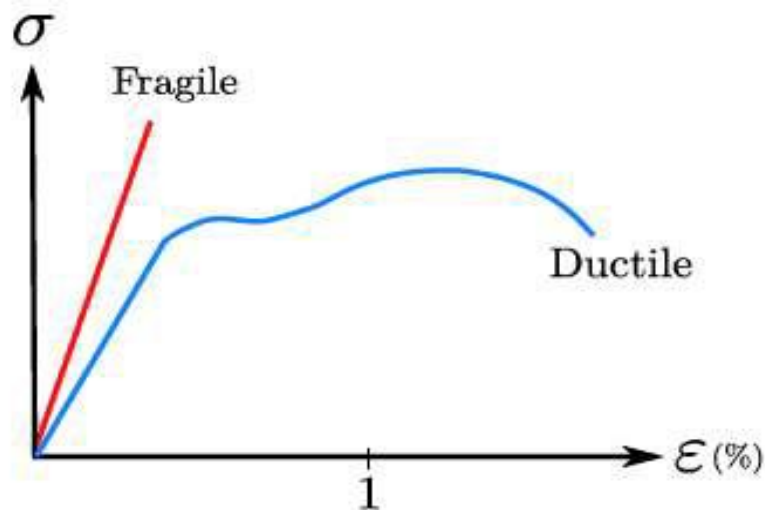


Figure II.1. Courbe contrainte/déformation [1].

La théorie de la mécanique de la rupture est un moyen pour estimer la stabilité des fissures qui peuvent survenir à cause des défauts. Elle permet de prévoir l'évolution de la fissure jusqu'à la ruine de la structure. L'objet de mécanique de la rupture est l'étude de la propagation de la fissure en fonction des chargements appliqués et des caractéristiques du matériau constituant [3].

## II. Fissure :

Les fissures font partie intégrante de notre quotidien. Toutes les pièces mécaniques en contiennent, et ce à diverses échelles. Les fissures les plus grandes sont observables à l'œil nu. Une fissure est définie comme une surface séparant localement un solide en deux parties. La rupture d'un composant mécanique se produit par fissuration du matériau selon l'un ou une combinaison des trois modes élémentaires (mode I, II et III) [12].

### III. Facteur d'intensité des contraintes FIC :

La mécanique de la rupture prend en considération la présence de défaut au sein du matériau, et propose d'étudier son influence sur le comportement mécanique durant le chargement, ainsi que son évolution au cours du chargement. Elle permet de quantifier la rupture et de décrire les phénomènes de rupture des matériaux.[7]

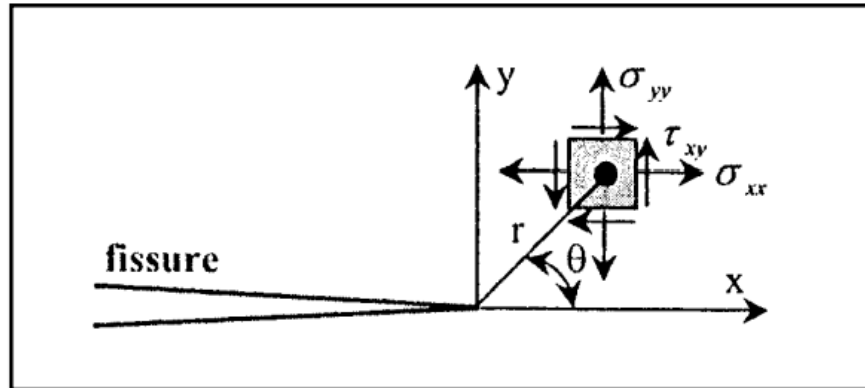


Figure II.2 : Détermination des axes (x, y) et des coordonnées (r, θ) au voisinage de l'extrémité d'une fissure [7]

Griffith (1920) posa les bases de cette théorie en se basant sur les ruptures soudaines dans le domaine élastique, le principe s'énonce en supposant que la rupture brutale provient d'une instabilité de la fissure qui se produit lorsque l'énergie potentielle mécanique libérée par l'extension d'une fissure dépasse l'énergie absorbée par cette extension. [5]

Lorsqu'un corps fissuré est sollicité par un champ de force il se produit au voisinage de la fissure une très grande concentration de contraintes, dans ces conditions qui représentent d'un point de vue pratique la réalité des pièces et structures. Les théories de l'élasticité permettent d'exprimer la contrainte proche du front de fissure par une série de Taylor en coordonnées polaires [5]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \underbrace{\dots + \dots + \dots}_{\text{Négligeable}}$$

$K_I$  Représente le facteur d'intensité de contraintes en mode I définis par IRWIN.[7]

IRWIN a cherché une expression pouvant définir le champ de contraintes au voisinage de la fissure en tenant compte de la zone plastique par l'accroissement de la fissure. Il suggère que la fissure devient instable et se propage lorsque le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  atteint une valeur critique  $K_{IC}$  appelée ténacité qui caractérise quantitativement la résistance d'un matériau à la propagation brutale d'une fissure en mode I. Il énonça ainsi le critère de contrainte par la relation :

$$K_{IC} = Y \cdot \sigma_c \cdot \sqrt{\pi a} \quad \text{eq F}$$

Y : Représente un coefficient de forme, c'est une fonction géométrique de l'éprouvette et de la longueur de fissure, il est donné pour les principales pièces par des tables.[7]

**1. Fissure au milieu d'une plaque :**

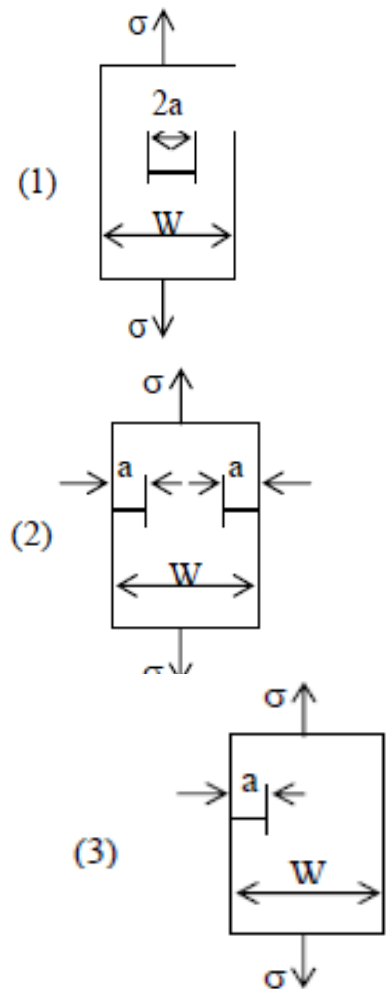
$$K = \sigma (\pi a)^{1/2} \left\{ \frac{w}{\sigma a} \times \tan \left( \frac{\pi a}{w} \right) \right\}^{1/2}$$

**2. Fissures aux cotés d'une plaque :**

$$K = \sigma (\pi a)^{1/2} \left\{ \frac{w}{\sigma a} \times \tan \left( \frac{\pi a}{w} \right) + \frac{0.2w}{\pi a} \sin \left( \frac{\pi a}{w} \right) \right\}^{1/2}$$

**3. Fissure d'un seul côté d'une plaque :**

$$K = \sigma (\pi a)^{1/2} \left\{ 1.12 - 0.23 \left( \frac{w}{a} \right) + 10.6 \left( \frac{w}{a} \right)^2 - 21.7 \left( \frac{w}{a} \right)^3 + 30.4 \left( \frac{w}{a} \right)^4 \right\}$$



#### 4. Fissure interne d'un cylindre :

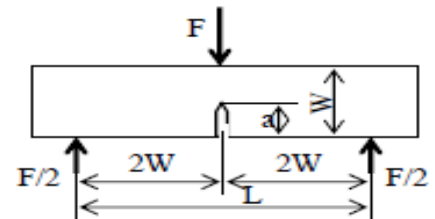
$$K = \sigma (\pi a)^{1/2} \left( \frac{2}{\pi} \right)$$

(4)



#### 5. Fissure semi elliptique d'un solide cubique :

$$K = \frac{3FL}{3Bw^{3/2}} \left\{ 1.93 \left( \frac{a}{w} \right)^{1/2} + 3.07 \left( \frac{a}{w} \right)^{3/2} - 14.53 \left( \frac{a}{w} \right)^{5/2} - 25.11 \left( \frac{a}{w} \right)^{7/2} + 25.8 \left( \frac{a}{w} \right)^{9/2} \right\}$$



### IV. Influence des propriétés des matériaux sur la rupture :

En mécanique de la rupture, le choix du concept varie selon le comportement physique du matériau.[3]

La classification usuelle de ces concepts est la suivante :

-La mécanique linéaire de la rupture (MLR) pour les matériaux dont le comportement est essentiellement linéaire élastique, tels les alliages d'aluminium à précipitation durcissante, les aciers à haute limite élastique, les céramiques...[3]

-La mécanique élastoplastique de la rupture (MEPR), pour les matériaux ductiles tels les aciers à faible ou moyenne résistance, les inox ou aciers austénitiques, les alliages de cuivre...[3]

-La mécanique dynamique de la rupture (MDR), linéaire ou non linéaire, pour les métaux sollicités à grandes vitesses de déformation – dans ces conditions, le comportement peut aussi être viscoplastique.[3]

-La mécanique viscoélastique de la rupture (MVER), essentiellement pour les polymères sollicités à des températures au-dessous de la température de transition vitreuse.[3]

-La mécanique viscoplastique de la rupture (MVPR) pour les polymères au-dessus de la température de transition ou encore les métaux et les céramiques sollicités à haute température.[3]

La MEPR, la MDR, la MVER et la MVPR sont souvent regroupées dans le domaine élargi de la mécanique non linéaire de la rupture (MNLR).[3]

Considérons à présent, une plaque fissurée chargée jusqu'à rupture. La figure I.9 schématise la variation de la contrainte à rupture en fonction de la ténacité du matériau.[3]

Pour les matériaux à faible ténacité où la contrainte à rupture varie linéairement avec le  $K_{IC}$  (relation I.9), la rupture fragile est le principal mécanisme qui gouverne la ruine de la structure. C'est la MLR qui décrit donc le mieux ce genre de comportement [3]

Pour les matériaux à très haute ténacité, la MLR n'est plus valable puisque les propriétés d'écoulement du matériau gouvernent le mécanisme de rupture.[3]

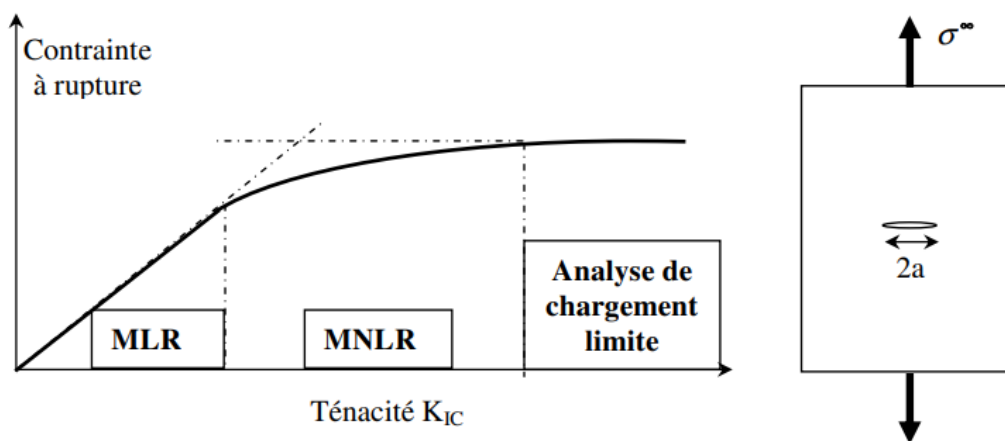


Figure II.3 : Comportement en fonction de la ténacité [3]



## **V. Analyse dimensionnelle en mécanique de la rupture :**

L'analyse dimensionnelle est un outil important pour l'étude de la mécanique de la rupture.

Pour décrire cette approche, nous considérons les configurations de chargement représentées sur la figure II.4, où les différentes géométries de structures fissurées sont soumises à la même contrainte  $\sigma^\infty$  loin de la fissure. Comme il s'agit de problèmes plans, l'épaisseur des structures n'intervient pas.[3]

La figure II.4 représente une fissure de bord de très petite dimension par rapport à celles de la plaque : le problème est donc traité comme un problème en milieu infini. La plaque est conçue dans un matériau dont le comportement est linéaire élastique, de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ . [3]

La taille  $a$  de la fissure de la figure II.4b n'est plus négligeable : la largeur  $L$  de l'éprouvette devient une variable additionnelle.[3]

Le cas de la figure II.4 se présente sous la même configuration de chargement que le cas II.4 mais cette fois-ci, avec un matériau élastoplastique (élastique plastique parfait). Deux autres variables doivent être considérées : la limite d'élasticité  $\sigma^E$  du matériau et la taille  $r_p$  de la zone plastifiée qui se forme à l'extrémité de la fissure.[3]

Dans le cas le plus général, les contraintes  $\sigma_{ij}$  en un point de coordonnées polaires  $(r, \theta)$  par rapport à l'extrémité de la fissure, seront représentées par une fonction de type :

$$\sigma_{ij} = f(\sigma^\infty, \sigma^E, E, \nu, a, r, L, r_p, \theta) \quad \text{eq H .[3]}$$

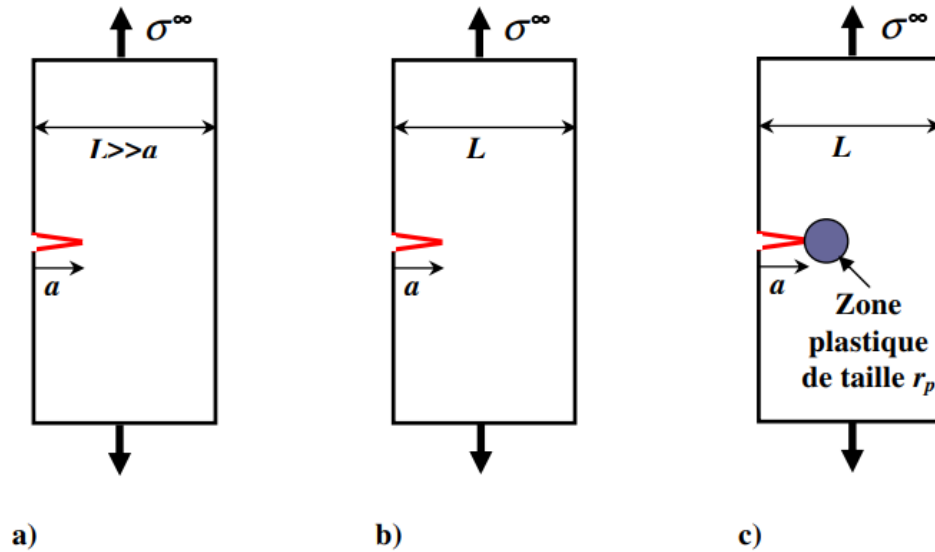


Figure II.4 : Différents cas d'éprouvettes avec fissure de bord.[3]

Dans le cas de la figure II.4 a par exemple, cette fonction se réduit à :

$$\sigma_{ij} = f_1(\sigma^\infty, E, \nu, a, r, \theta) \quad \text{eq I}$$

L'analyse dimensionnelle (théorème de Buckingham) permet alors d'écrire :

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma^\infty} = F_1\left(\frac{E}{\sigma^\infty}, \frac{r}{a}, \nu, \theta\right) \quad \text{eq J}$$

Pour le cas de la figure II.4 b, l'analyse dimensionnelle donne la formule :

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma^\infty} = F_2\left(\frac{E}{\sigma^\infty}, \frac{r}{a}, \frac{L}{a}, \nu, \theta\right) \quad \text{eq K}$$

Où la largeur L de la plaque est la variable additionnelle.

Dans le cas de la figure II.4 c, il vient la relation :

$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma^\infty} = F_3\left(\frac{E}{\sigma^\infty}, \frac{\sigma_E}{\sigma^\infty}, \frac{r}{a}, \frac{L}{a}, \frac{r_p}{a}, \nu, \theta\right) \quad \text{eq L}$$

Où  $\sigma_E$  et  $r_p$  sont les deux autres variables additionnelles.

L'équation k correspond à un comportement élastique linéaire du matériau pour lequel la MLR s'applique. Si  $L \gg a$ , autrement dit si la taille de la fissure est faible par rapport à la largeur  $L$  de l'éprouvette, il n'y a plus d'effet de bord et  $L$  n'est plus considérée comme une dimension caractéristique : on retrouve alors l'équation j.[3]

L'équation L correspond à un comportement élastique plastique parfait décrit par la MLNR. Lorsque la taille de la zone plastifiée est négligeable par rapport à la longueur de la fissure ( $r_p \ll a$ ) et que la contrainte appliquée est faible par rapport à la limite d'élasticité du matériau ( $\sigma_E \gg \sigma^\infty$ ), on retrouve l'équation K. Ce qui était prévisible puisque c'est précisément dans ces conditions ( $r_p \ll a$ ,  $\sigma^\infty \ll \sigma_E$ ) que la MLR s'applique.[3]

## VI. Champs de contrainte et déplacement :

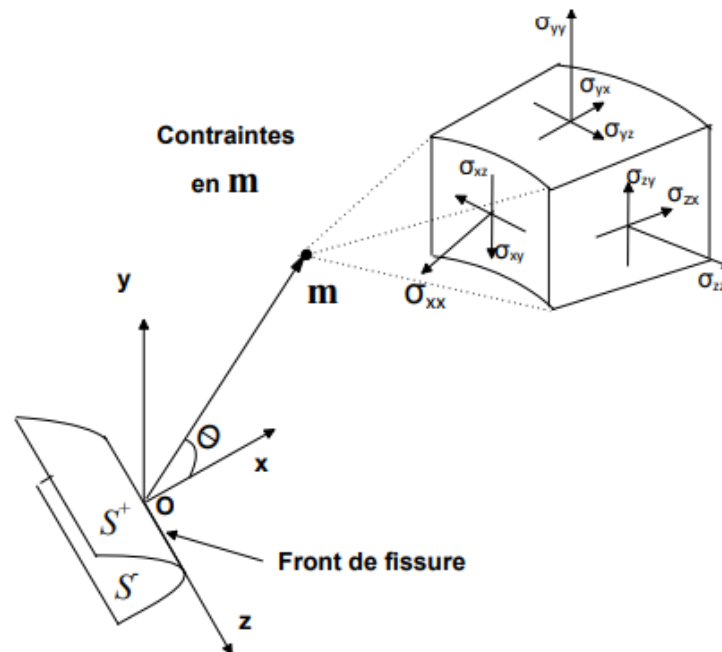


Figure II.5 : Champ de Contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure selon. [6]

Pour un système de coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , les contraintes et les déformations au voisinage d'une fissure (figure II.1) admettent un développement asymptotique dont le terme singulier s'écrit:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_{\alpha}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{\alpha}(\theta)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{K_{\alpha}}{\sqrt{2\pi r}} g_{ij}^{\alpha}(\theta) \quad \text{eq II.1} \quad [6]$$

Avec :  $f_{ij} = f_{ij}(\theta)$  fonction adimensionnelle et  $r, \theta$  les coordonnées polaires en fond de fissure.

Avec :

$\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes.

$\varepsilon_{ij}$  est le tenseur des déformations.

$K_{\alpha}$  est le Facteur d'Intensité des Contraintes (FIC) en mode  $\alpha$ .

$\alpha = \text{I, II ou III, } ij = xy$ .

Les fonctions  $f$  et  $g$  donnent la répartition angulaire. [6]

Localement, la rupture est caractérisée par la séparation irréversible d'un milieu continu (S) en deux parties distinctes,  $s^{+}$  et  $s^{-}$ . Elle se produit selon l'un des trois modes élémentaires décrits ci-dessous. [6]

**Mode I** : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation. [6]

**Mode II** : mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation. [6]

**Mode III** : mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure. [6]

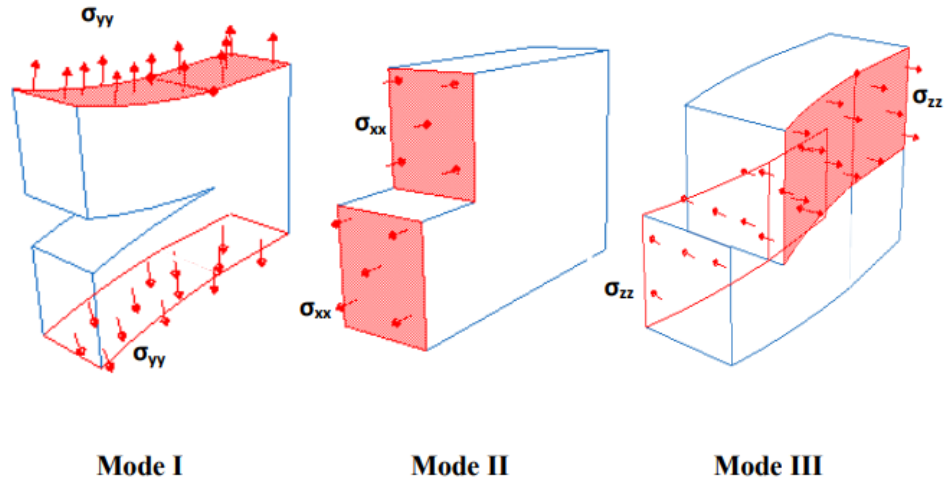


Figure II.6 : Différents modes élémentaires de fissuration. [6]

Le cas réel est une superposition de ces modes et on parle alors de mode mixte.

Les trois modes sont définis par symétrie. Le mode I est le plus dangereux pour l'extension d'une fissure ; cependant, une fois amorcée et pour des sollicitations mixtes ou des géométries complexes, la fissure a tendance à bifurquer et reste donc rarement rectiligne (en 2D) ou plane (en 3D). [6]

### Mode I

#### Contraintes

$$\sigma_{xx} = \frac{K I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin 3 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin 3 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( \sin \frac{\theta}{2} \sin 3 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_{zz} = 0 \text{ en contrainte plane}$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \text{ en déformation plane}$$

**Déplacements**

$$u_x = \frac{K I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left( k - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$u_y = \frac{K I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left( k + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$k = \frac{3-4\nu}{1+4\nu} \text{ en déformation plane}$$

$$k = 3 - 4\nu \text{ en contraintes planes} \quad [13]$$

**Mode II****Contraintes**

$$\sigma_{xx} = \frac{-K II}{\sqrt{2\pi r}} \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \left( 2 + \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin \left( 3 \frac{\theta}{2} \right) \right)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K II}{\sqrt{2\pi r}} \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \left( \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( 3 \frac{\theta}{2} \right) \right)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K II}{\sqrt{2\pi r}} \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \left( 1 - \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin \left( 3 \frac{\theta}{2} \right) \right)$$

$$\sigma_{zz} = 0 \text{ en contrainte plane}$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \text{ en déformation plane}$$

**Déplacements**

$$u_x = \frac{K II}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left( k + 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$u_y = \frac{-K II}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left( k - 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) [13]$$

**Mode III**

Avec :

- $\mu$  : coefficients de lamé.
- $E$  : module d'Young.
- $\kappa$  : constante de Kolossov.
- $\nu$  : coefficient de poisson.

## **VII. Présentation du logiciel :**

La simulation numérique est un outil adapté pour expliquer et exploiter les procédés de comportement des structures. Toutefois, la mise au point d'un tel outil suppose toujours des hypothèses simplificatrices validées par la comparaison de ses résultats avec l'expérimentation. Seule cette validation confirme ensuite la pertinence de l'exploitation de l'outil de simulation. Les données d'entrées du modèle concernent la géométrie initiale, les propriétés des matériaux et les conditions aux limites.

Le logiciel de calcul Abaqus version 6.14 [2] offre l'avantage de présenter une très grande capacité de calcul et permet l'analyse de structures assez complexes.

Le logiciel commercial Abaqus intégré déjà la méthode des éléments finis et un certain nombre de loi physiques. Il rend assez accessible le développement d'un modèle. A partir d'un fichier de données, désigné par suffixe inp, (qui décrit l'ensemble du problème mécanique), le logiciel analyse les données, effectue les simulations demandées et fournit les résultats dans un fichier désigné par le suffixe odb. Il ne restera plus qu'à exploiter les résultats contenus dans le fichier (odb). Ce fichier de données permet le stockage de toutes les caractéristiques, propriétés des matériaux, le type de chargement et la nature du maillage.

Abaqus propose le module Abaqus.cae, permettant de générer l'ensemble des propose les dix sous modules, figure II.7.

Le post-processeur du logiciel Abaqus est assez puissant puisqu'il permet de donner plusieurs types de résultats.

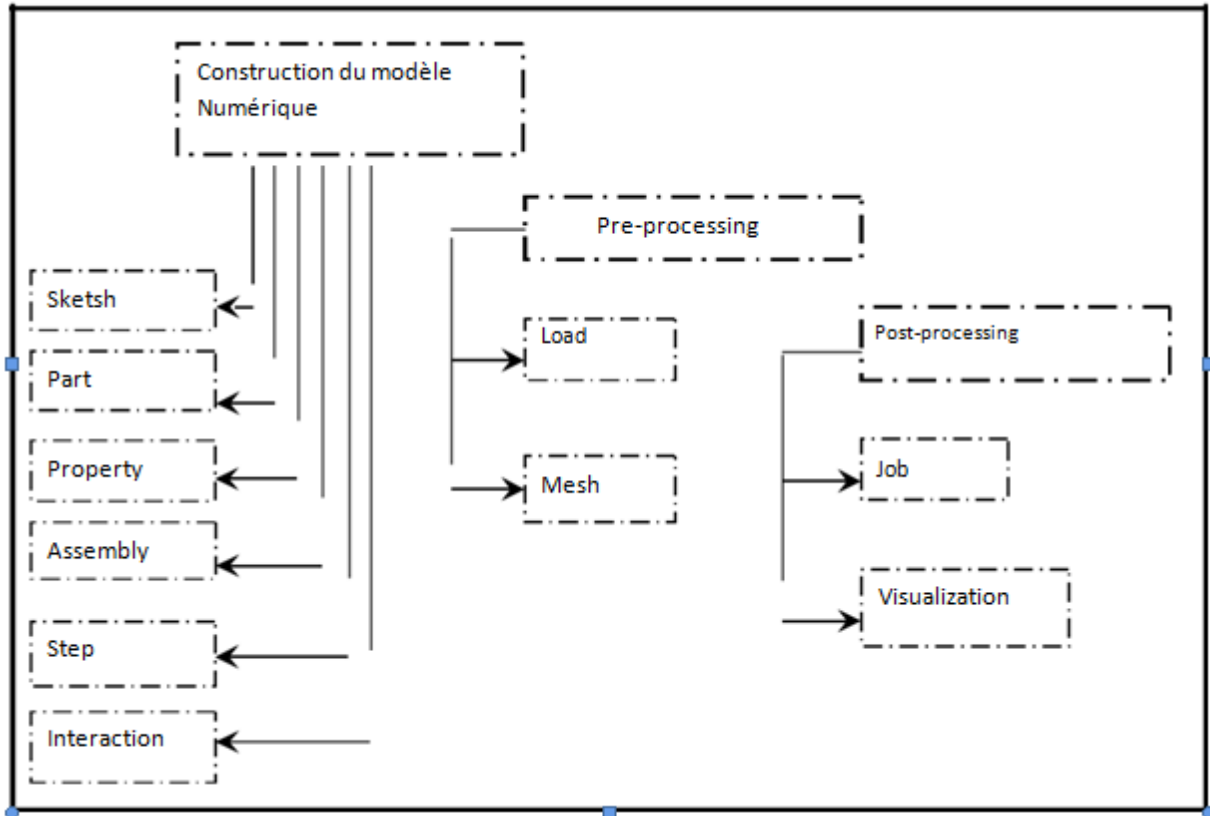


Figure II.7 : Organigramme : ABAQUS CAE

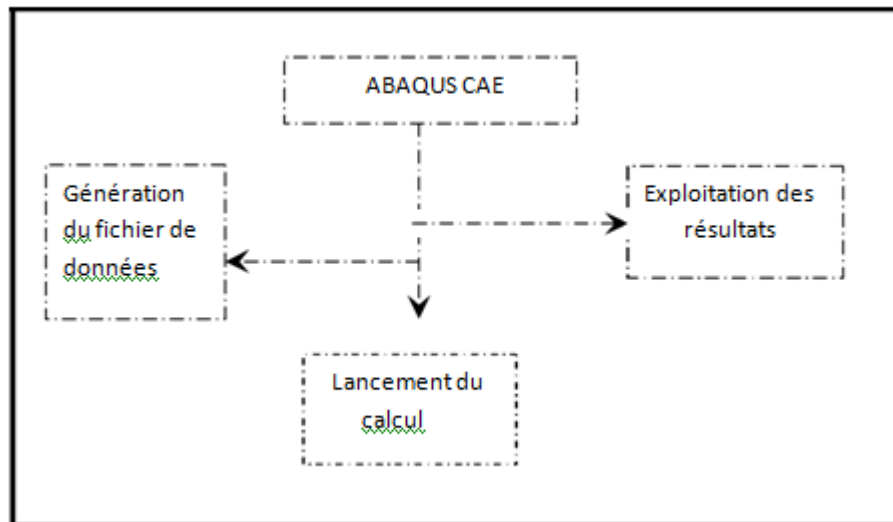


Figure II.8 : Organigramme de simulation



## *Chapitre 3*

# *Simulation numérique par ABAQUS*

## **I. Introduction :**

L'avenir est à l'outil numérique et à la réalité virtuelle ; la simulation et l'analyse numérique se sont développées ces dernières années dans la recherche industrielle privée ou publique (constructeurs automobile, aéronautique, spatial...) améliorant ainsi la productivité des industriels et la vie de tous les consommateurs [14].

La solution d'analyse par éléments finis optimise le prototypage virtuel et la simulation numérique pour l'entreprise en utilisant les hypothèses de la mécanique de la rupture en élasticité et de la dynamique. Ainsi elle simule et améliore les performances [14].

La simulation et l'analyse numérique ont un impact direct sur la qualité des composants, des matériaux et des produits sujets à de fortes exigences opérationnelles (sécurité, endommagement...). Et le temps de mise sur le marché des produits ; de plus, elles accroissent les performances des solutions de gestion du cycle de vie du produit. Elles sont apparues, dans le désir de minimiser le coût d'une étude avec un nombre d'essais optimisés. La difficulté est de créer un modèle C.A.O. se rapprochant au maximum de la réalité (matériaux, conditions aux limites...). L'étude ne sera validée qu'à partir d'essais physiques entraînant des mesures pour la comparaison entre la réalité et la simulation [14].

Il faut savoir que les logiciels de conception et de calcul assistés par ordinateur sont très nombreux sur le marché. Les plus utilisés sont Nastran, Catia, ABAQUS et SolidWorks. Tous ces logiciels effectuent les mêmes tâches, c'est à dire qu'ils génèrent des structures, leurs caractéristiques et leurs comportements, ensuite ils calculent le devenir de ces structures (déformations, ruptures, plastification...) et enfin ils permettent de traiter ces résultats afin d'en sortir des données utilisables et exploitables [15].

La plupart des entreprises utilisent un assortiment de ces logiciels qui sont plus ou moins performants dans l'une ou l'autre de ces tâches, par exemple, dessiner avec Catia, calculer avec ABAQUS et faire du post traitement avec Nastran. Il vous sera donc certainement demandé dans le monde de l'entreprise une maîtrise de plusieurs de ces outils, d'où l'intérêt de commencer avec ABAQUS [15].

D'un point de vue technique, les résultats obtenus grâce à ABAQUS sont le bilan des énergies, des forces nodales, des déformations, des déplacements, des contraintes, des vitesses, des accélérations et de toutes les grandeurs physiques nécessaires à la conception d'un modèle [14].

ABAQUS a été développé par Hibbit, Karlsson & Sorensen (HKS) devenu ABAQUS, Inc depuis 30 ans et le début de la théorie des éléments finis et a été amélioré au fur et à mesure pour intégrer toutes les nouveautés de la théorie et des besoins de l'entreprise, jusqu'à ce que l'entreprise soit rachetée par Dassault industries en Octobre de l'année 2005 [15].

## **II. Modèle utilisé :**

Dans cette partie de travail, la méthode des éléments finis a été utilisée pour analyser la distribution des contraintes purement mécanique et le facteur d'intensité de contrainte caractérisant une fissure positionnée dans le bord dans une plaque de dimension  $2h \times w$ . Cette plaque est soumise à un chargement mécanique constant  $\sigma$ .

Sur la figure III.1 est représenté le modèle géométrique analysé. Le maillage a été raffiné. Plus le maillage est fin, plus la solution est fiable. Le nombre d'éléments utilisés est de 960 (figure III.2).

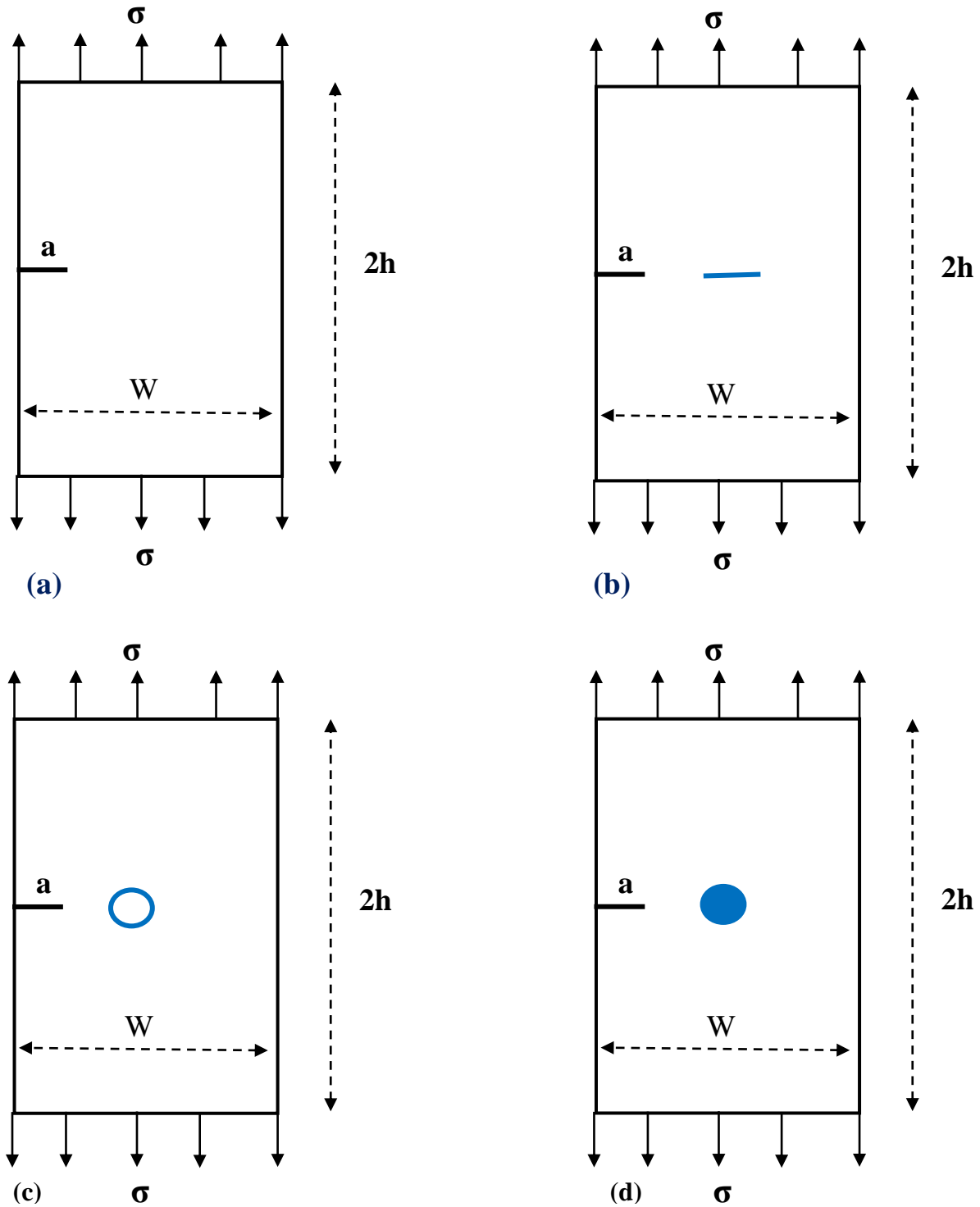


Figure III.1 : (a) Géométrie du modèle complet avec fissure, (b) modèle de l'interaction des deux fissures, (c) modèle de l'interaction fissure-trou, (d) modèle de l'interaction fissure inclusion

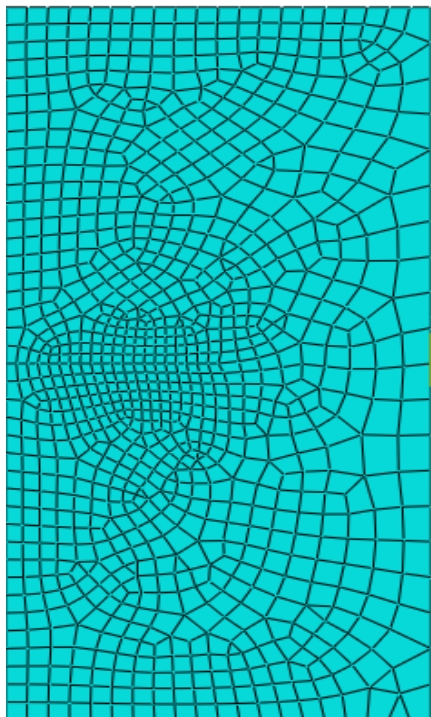


Figure III. 2 : Maillage par éléments finis

Le tableau suivant présente les données géométriques de la plaque :

Grandeurs	Valeur	Unité
Longueur de la plaque $h$	20	mm
Largeur de la plaque $w$	20	mm
La longueur initiale de la fissure $a$	1	mm

Tableau 1 : les données géométriques de la plaque

Les propriétés des matériaux utilisés dans cette étude correspondent à un alliage d'Aluminium 7075 dont les propriétés mécaniques sont résumées dans le tableau suivant :

Grandeur	Valeur	Unité
Limite élastique ( $R_e$ )	503	MPa
Module de Young (E)	71.7	GPa
Coefficient de Poisson	0.3	
Tenacité $K_{IC}$	984.68	$MPa\sqrt{mm}$

Tableau 2 : Propriétés mécaniques de Al7075

### **III. Résultats et analyse :**

L'étude numérique est faite par le code du calcul ABAQUS [14]. On varie la longueur de la fissure de 1mm jusqu'à 10mm.

Pour chaque longueur de fissure, le code de calcul Abaqus donne les valeurs de facteur d'intensité de contraintes en mode d'ouverture et en mode de cisaillement.

#### **III.1. Distribution des contraintes**

L'intensité et la répartition des contraintes mécanique équivalentes et normales dans la plaque autour du défaut déterminent durée de vie de cette plaque.

La figure III.3 représente la distribution de la contrainte équivalente de Von mises et des contraintes normales dans la plaque. L'analyse du champ de contraintes, indiquent clairement que les contraintes prennent leur niveau plus élevé près de la fissure et diminue à un niveau bas loin de cette dernière.

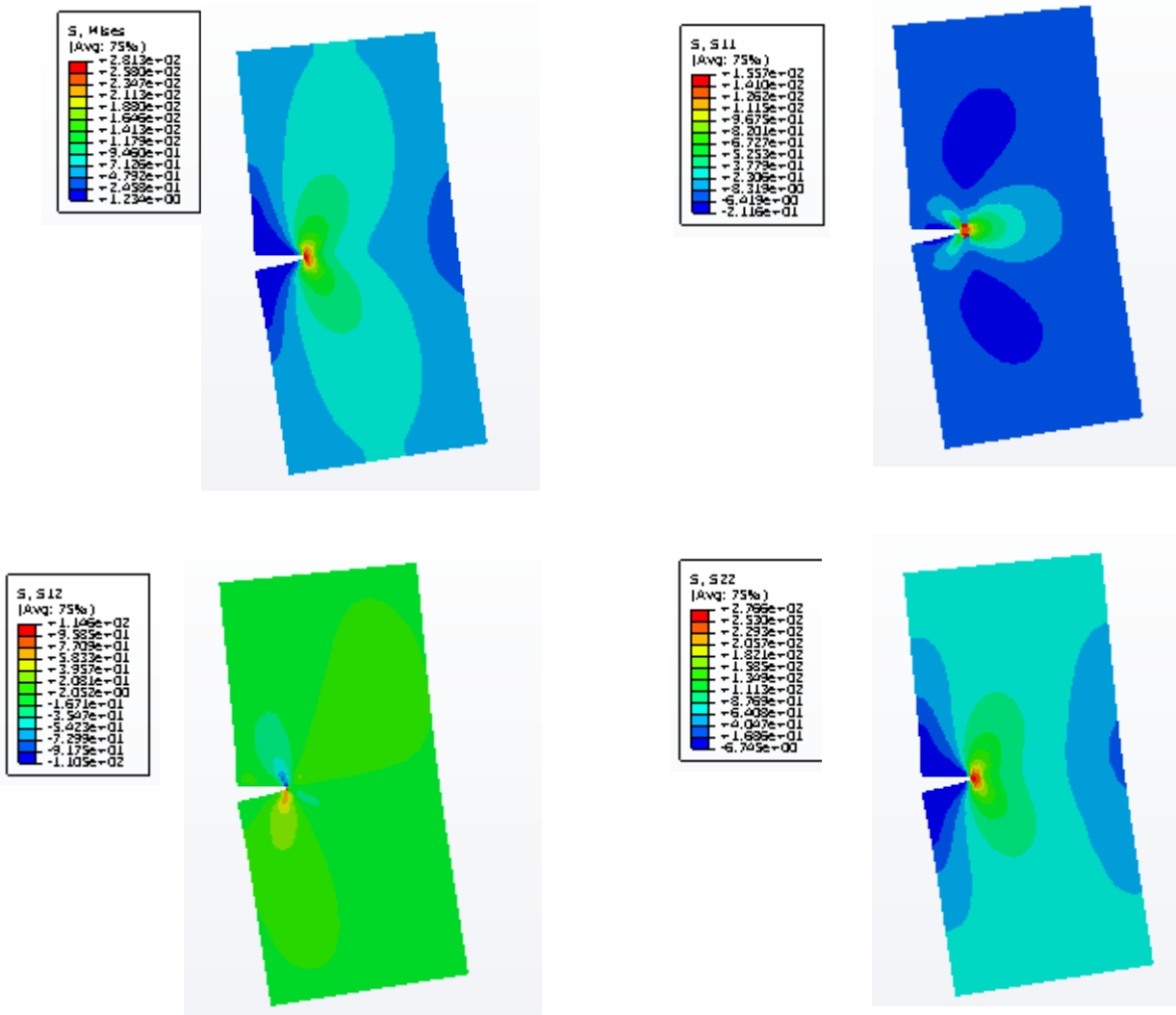


Figure III.3 : Distribution de la contrainte équivalente et normale pour un chargement mécanique :  $\sigma= 69$  MPa.

Le tableau 3 suivant donne les résultats trouvés numériquement et théoriquement :

a (mm)	KI (MPa $\sqrt{mm}$ )	KII (MPa $\sqrt{mm}$ )
1	200	0.01337648
2	260	0.00453261
3	342.1	0.01075178
4	398	0.00615592
5	472	0.0036788
6	469	1.792E-05
7	601.5	0.00018974
8	674	0.01307079
9	821	0.03401568
10	961	0

Tableau 3 : KI et KII pour différentes longueurs de fissure

Les résultats obtenus à partir de cette analyse sont représentés sur les figures III.4 et III.5. Cette dernière montre la variation des facteurs d'intensité de contraintes en mode I en fonctions de la longueur de fissure 'a'.



Sur la figure III.4 est représentée l'influence de la taille de fissure sur le facteur d'intensité de contraintes en mode d'ouverture. Celle-ci montre clairement que l'intensité de ce facteur croît avec l'accroissement de la taille de fissure. En effet une fissure deux fois plus longue engendre un facteur d'intensité de contraintes deux plus significative. La figure III.5 présente la variation de  $K_{II}$  en fonction de la taille de fissure  $a$ . Elle montre clairement que la valeur du facteur d'intensité de contraintes  $K_{II}$  reste relativement faible. Il est négligeable par rapport à  $K_I$ .

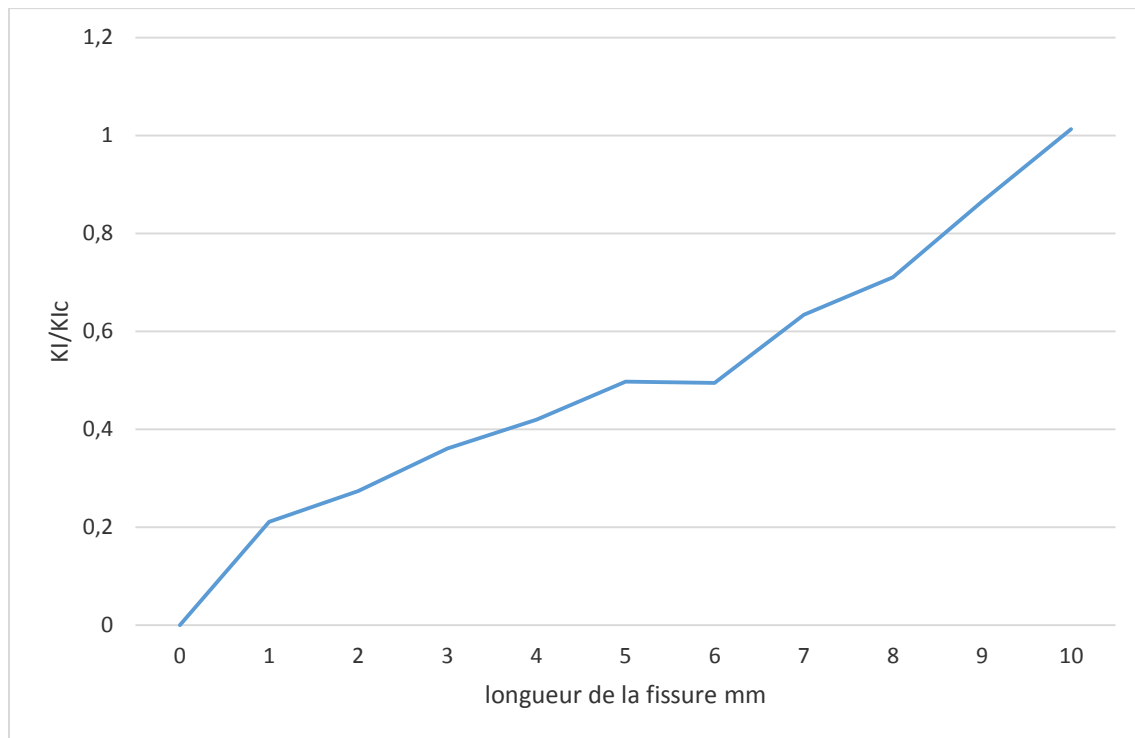


Figure III.4: Variation de  $K_I/K_{Ic}$  en fonction de  $a$  pour  $\sigma = 69$  MPa

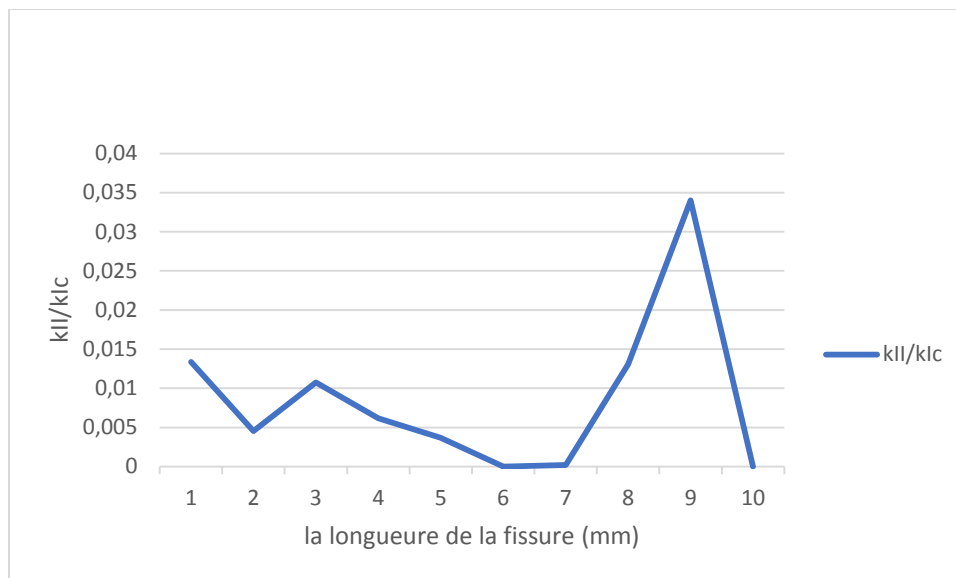


Figure III.5: Variation de KII/KIC en fonction de a pour  $\sigma = 69$  MPa

### III.2. Comparaison avec la valeur théorique :

Le facteur d'intensité de contraintes KI est donné par la relation théorique suivante [16] :

$$\text{Si } \frac{h}{b} > 1$$

$$b=w$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$F\left(\frac{a}{b}\right) = 0.265(1 - a/b)^4 + \frac{0.857 + 0.265 a/b}{(1 - a/b)^{3/2}}$$

Le tableau 4 suivant donne les résultats trouvés théoriquement :

a (mm)	KI théorique MPa $\sqrt{mm}$
1	221.286998
2	301.867209
3	365.256689
4	424.906836
5	486.396143
6	553.37986
7	629.51293
8	719.403177
9	829.21299
10	967.099183

Tableau 4 : Kt pour différentes longueurs de fissure

La variation de facteur d'intensité de contraintes théorique Kth et KI en fonction de la longueur de fissure est représenté sur la figure III.6. Cette dernière montre clairement que les variations de Kt suivent la même variation de KI. Donc, On a observé un bon accord entre les résultats théoriques et l'étude numérique.

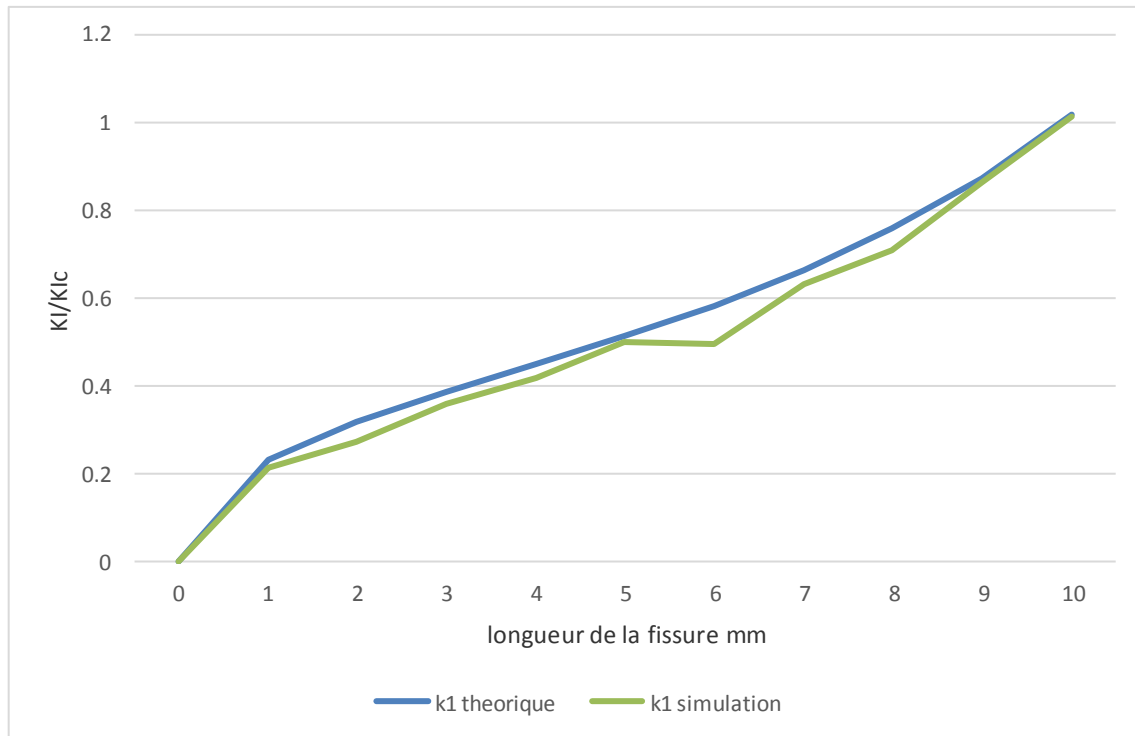


Figure III.6: Variation de  $K_I/K_{IC}$  en fonction de  $a$  pour  $\sigma = 69$  MPa

### **III.3. Effet de la charge appliquée $\sigma$ :**

Dans cette section, on va prendre trois charges mécaniques, et on varie la longueur de la fissure de 1mm jusqu'à 10mm. Ces valeurs de la charge appliquée sont inférieures aux limites d'élasticité d'aluminium.

Pour chaque chargement, on va déterminer la variation des facteurs d'intensité de contraintes en mode I et II en fonction de la taille de fissure.

L'effet du chargement mécanique sur la variation des facteurs d'intensité de contraintes en mode d'ouverture et de cisaillement est représenté sur les figures III.7 et III.8. Ces figures montrent clairement qu'un effort plus intense induit un facteur  $K_I$  plus fort. La valeur du facteur d'intensité de contraintes  $K_{II}$  reste relativement faible et négligeable.

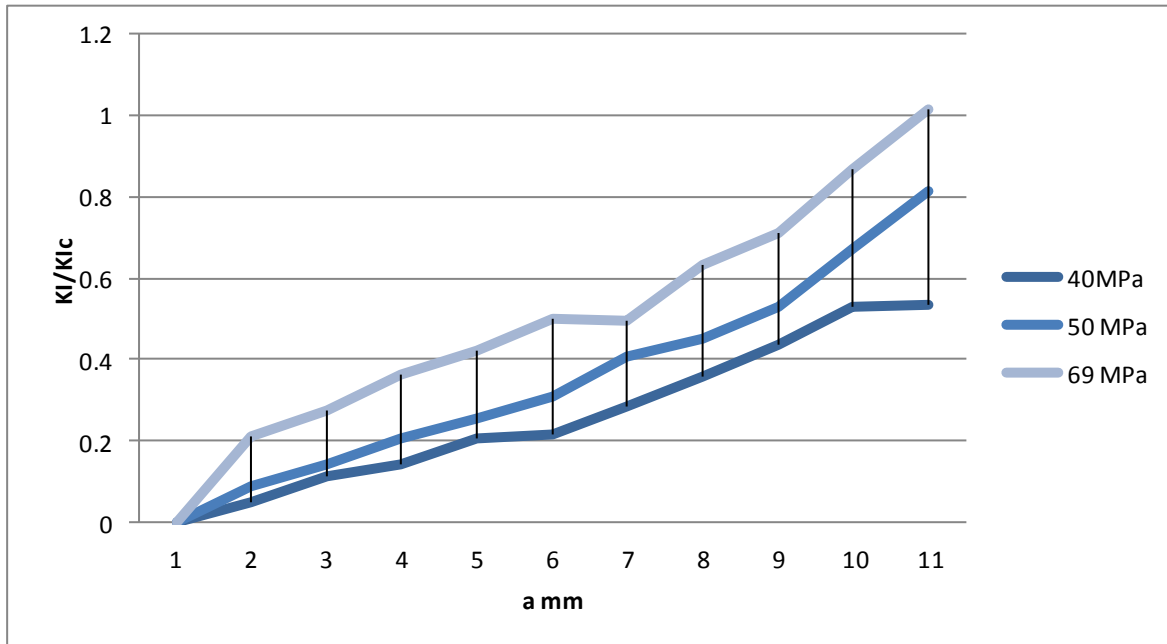


Figure III.7: Variation de KI/KIc en fonction de a et les contraintes appliquées de traction

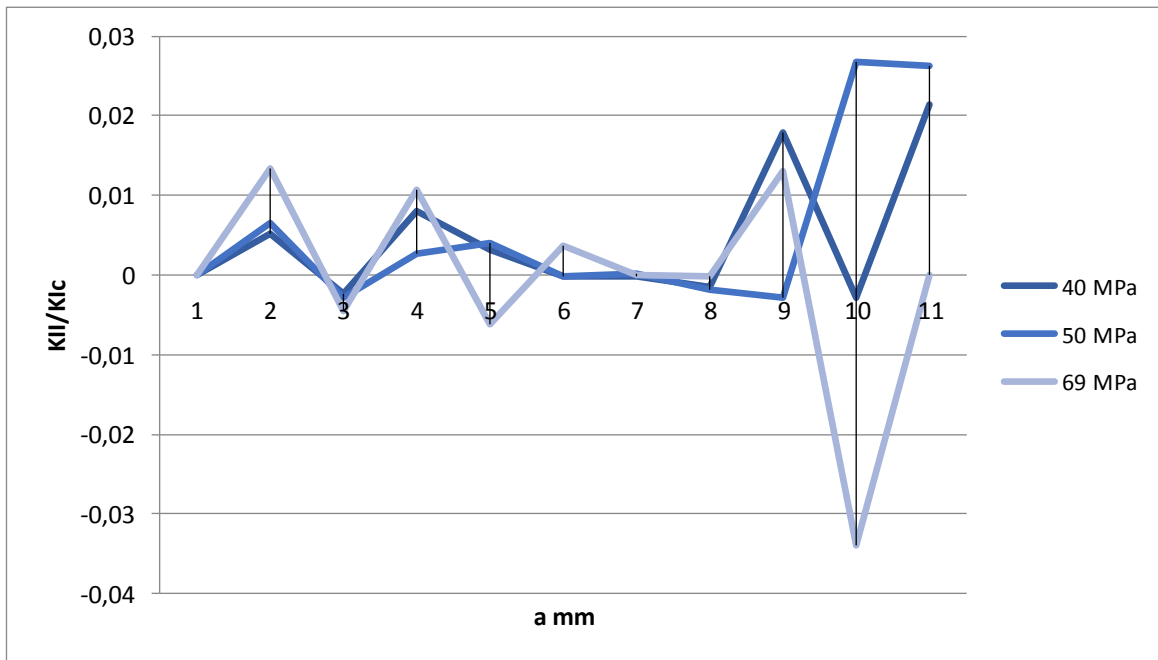


Figure III.8: Variation de KII/KIc en fonction de a et les contraintes appliquées de traction

### III.4. Effet d'interaction fissure-fissure :

Dans cette partie, l'effet d'interaction fissure-fissure est exprimé (figure III.1(b)). On va fixer la longueur de fissure a pour les deux fissures et la charge appliquée.

L'effet d'interaction entre deux fissures sur la variation des facteurs d'intensité de contrainte est représenté sur la figure III.9. Cette figure montre que comparativement à la présence d'une seule fissure, la présence de deux fissures proches l'un de l'autre induit dans la plaque des contraintes équivalentes et normales beaucoup plus intenses.

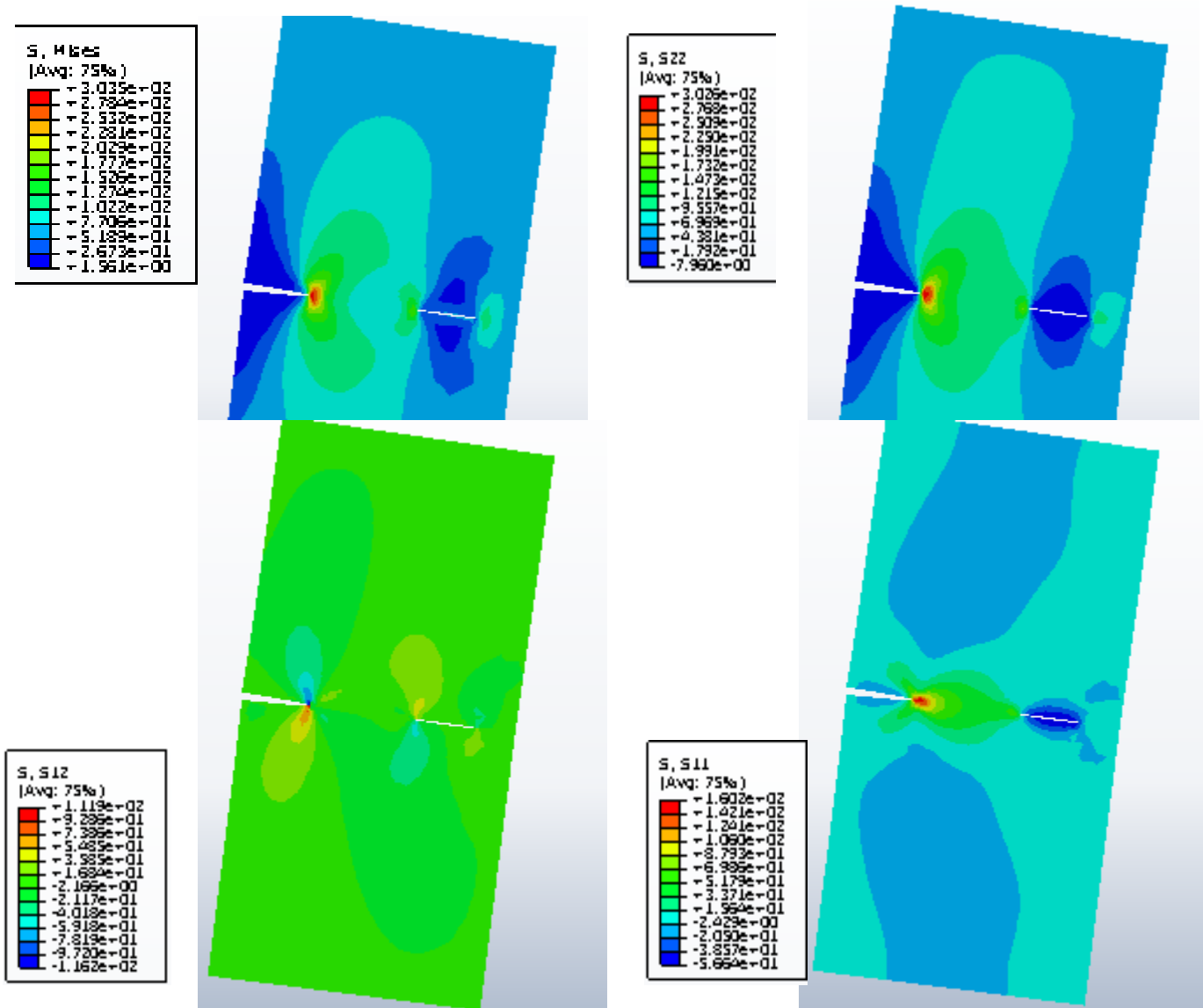


Figure III.9 : Effet de l'interaction microfissure-pore sur la distribution de la contrainte équivalente et des contraintes normales pour  $\sigma = 69$  MPa et la distance  $d = 4$  mm

La figure III.10 montre la variation du facteur d'intensité de contraintes KI le long des fronts de fissure pour trois distances. Il est important de noter que les valeurs du facteur KII est négligeable par rapport à KI pour cette fissure. Le facteur d'intensité de contrainte KI croît avec la diminution de la distance d. En effet, plus les fissures sont très proches les uns des autres plus le FIC est élevé.

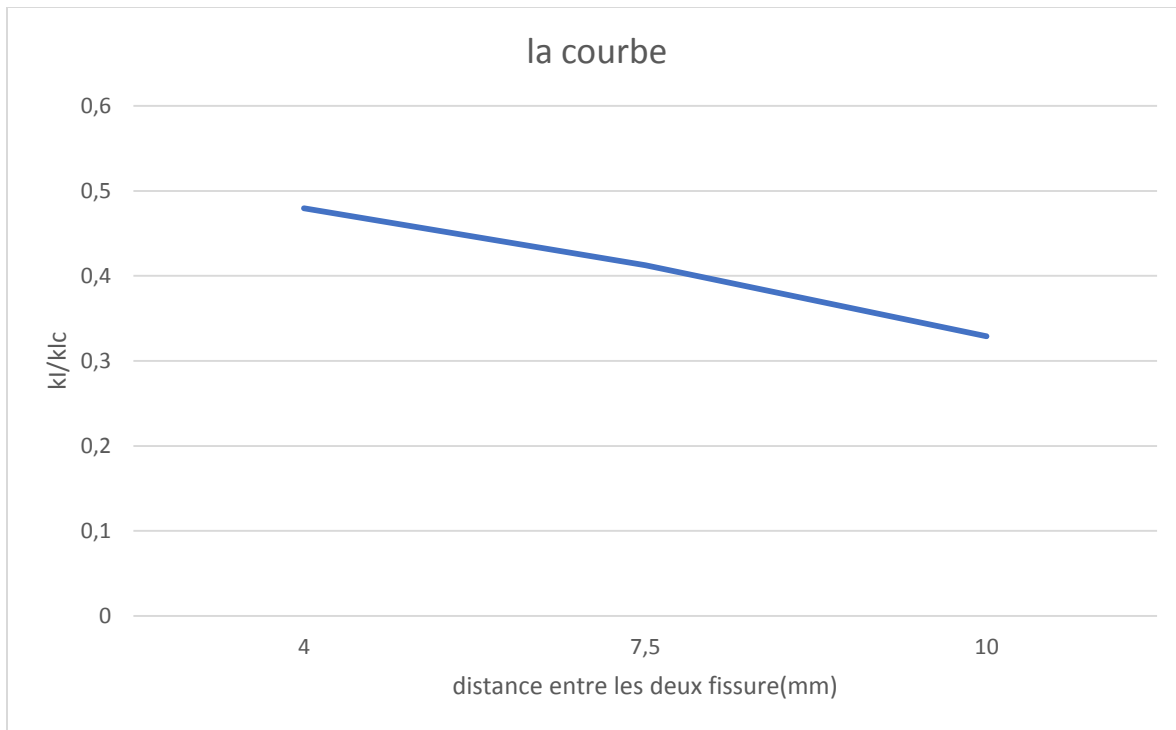


Figure III.10 Variation de KI/KIC en fonction de l'interdistance fissure-fissure

### **III.5. Effet d'interaction fissure-trou :**

Dans cette partie du travail, une analyse de l'effet d'interaction fissure -trou sur la distribution des contraintes normales et de Von Mises dans la plaque fissurée et sur le FIC a été menée (figure III.1(c)). On va fixer les dimensions de la plaque, la taille de fissure et le diamètre du trou. On a pris le diamètre du trou égal à la taille de la fissure. Les résultats ainsi obtenus sont illustrés sur les figures III.11 et III.12.

La figure III.11 présente la distribution de la contrainte équivalente et des contraintes normales en fonction de la distance fissure-trou. Les contraintes le plus élevées sont localisées près de l'interface plaque-trou et à la tête de la fissure. La présence du trou et de fissure est une source de concentration de contraintes. En effet, un déplacement du trou vers la fissure, ou une



croissance de la fissure vers le trou entraînent une augmentation des contraintes normales et de Von Mises.

La figure III.12 présente la variation de KI/KIC en fonction de la distance d. Le facteur d'intensité de contraintes a d'autant plus significatif que le trou est localisé au voisinage très proche de la fissure.

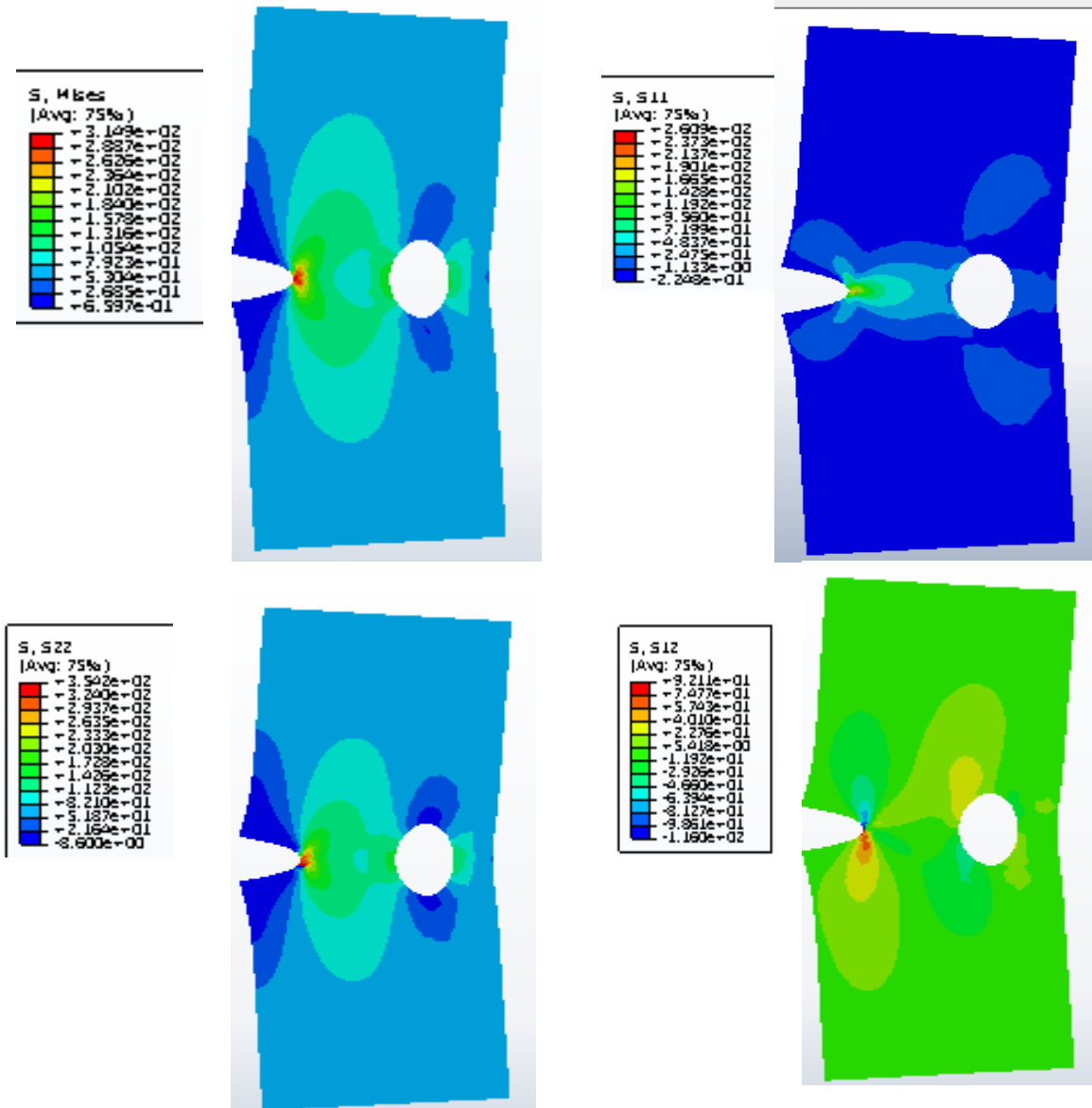


Figure III.11 : Effet de l'interaction fissure-trou sur la distribution de la contrainte équivalente et des contraintes normales pour  $\sigma = 69$  MPa et la distance  $d = 6.89$  mm

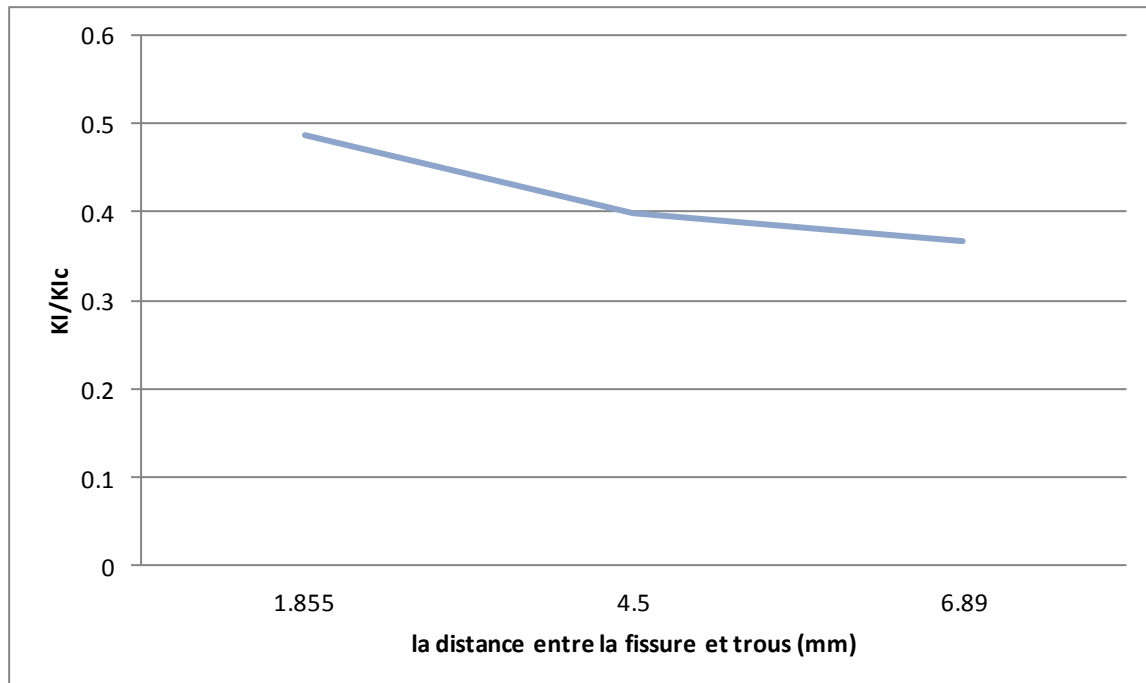


Figure III.12 : Variation de KI/KIc en fonction de l'interdistance fissure-trou

### **III.6. Effet d'interaction fissure-inclusion :**

L'objectif de cette partie d'étude est l'effet de l'interaction entre deux défauts de nature différente sur la distribution des contraintes purement mécaniques (figure III.1 (d)). On va fixer les dimensions de la plaque, la taille de fissure et le diamètre de l'inclusion  $Al_2O_3$ . Le comportement mécanique de  $Al_2O_3$  est élastique ( $E=400$  GPa). On a pris le diamètre d'inclusion égal la taille de la fissure. Les résultats obtenus à partir de cette analyse sont montrés sur les

figures III.13 et III.14. La figure III. 13 présente la distribution de la contrainte équivalente et des contraintes normales dans la plaque au voisinage proche de fissure et de l'inclusion. Les contraintes les plus élevées sont localisées dans la plaque au voisinage de fissure (tête de fissure). Au voisinage de l'inclusion ces contraintes sont de faible intensité.

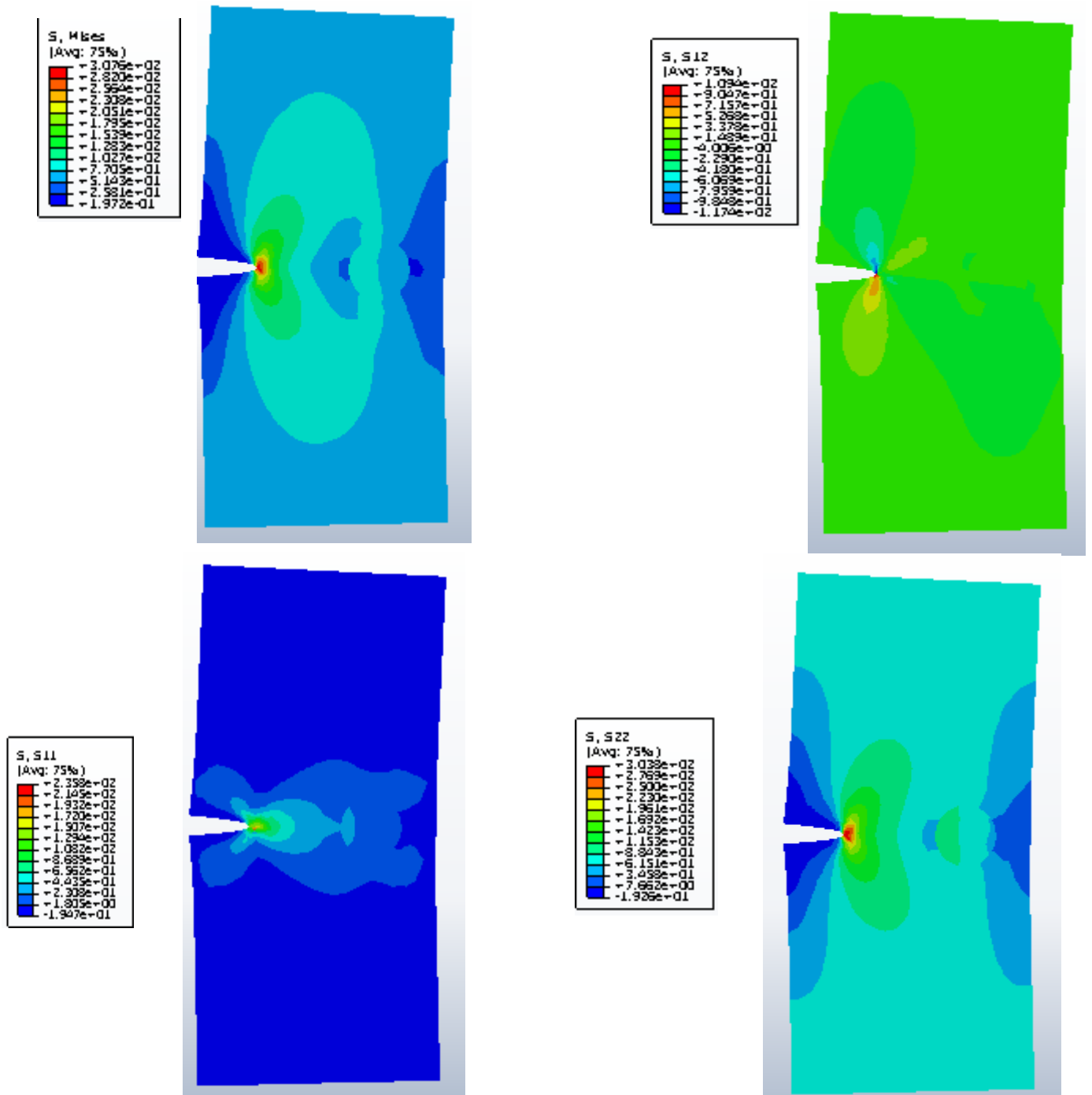


Figure III.13 : Effet de l'interaction fissure-inclusion sur la distribution de la contrainte équivalente et des contraintes normales pour  $\sigma = 69$  MPa et la distance  $d = 4.5$  mm

La figure III.14 présente la variation de  $K_I/K_{Ic}$  en fonction de l'interdistance fissure-inclusion. Les facteurs d'intensité de contrainte décroissent lorsque l'inclusion est localisée au voisinage très proche de la fissure. Autrement dit les FICs décroissent lorsque les deux défauts sont proches l'un de l'autres. Donc l'existence d'inclusion au voisinage proche d'une fissure difficile l'ouverture de cette fissure.

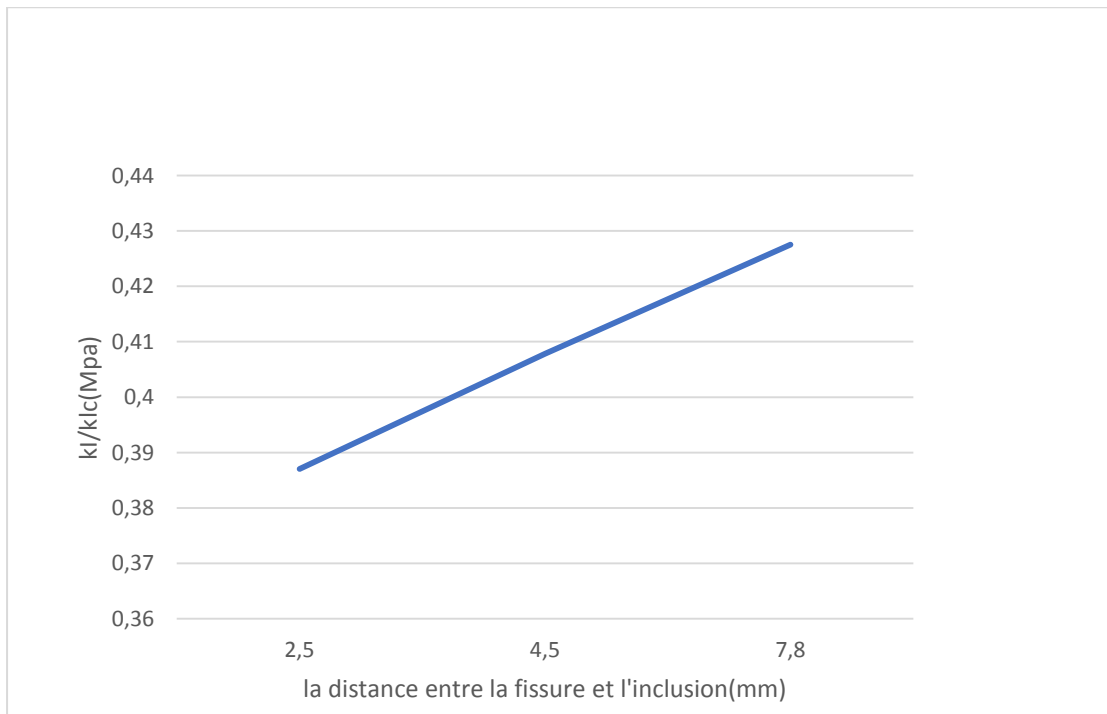


Figure III.14 : Variation de  $K_I/K_{Ic}$  en fonction de l'interdistance fissure-inclusion

### Conclusion générale

L'objectif de ce travail est d'étudier le comportement de fissure initiales dans une plaque en Aluminium. Pour atteindre cet objectif, une approche numérique a été utilisée. Les principales idées qu'il faut retenir de ce travail sont :

-Une fissure amorcée dans la plaque perpendiculairement à la charge appliquée se propage préférentiellement par ouverture. Les valeurs de KI sont beaucoup plus élevées que celles du KII. La variation du facteur KII était aléatoire, admet des valeurs négatives.

-Le mode d'ouverture est plus significatif que celui de cisaillement. Ces deux facteurs sont d'autant plus importants que le chargement appliqué est plus significatif.

-La présence des défauts (trou et fissure) localisé dans la direction de propagation d'une fissure accélère sa cinétique de croissance. Cette accélération est définie en termes d'intensification du facteur d'intensité de contraintes.

-L'inter distance fissure-défaut détermine le mode de rupture plus dominant. Une tendance de ces deux défauts favorise le mode d'ouverture de cette fissure et un éloignement le mode de cisaillement.

-La présence d'une inclusion dans la plaque freine la cinétique de croissance de la fissure.

### Références Bibliographique:

- [1]: AZZOUZ ACHEWEK, étude de la réparation des pipe endommages par un patch en composite. Mémoire Magister en éenie mécanique, Université de Sidi bel abbas, 2012.
- [2]: Irwin GR, « Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate », *Journal of Applied Mechanics*, 1957, vol.24, pp. 361-364.
- [3] : **Dr** Abderrahim ZEGHLOUL cour concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture, université de lorraine.
- [4]: Pluvinage G. Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor, *Nuclear Engineering and Design* 185: 173-184, (1998).
- [5]: Eric Cavazos, Robert Khan. *Fracture and Bending Mechanics*. First Edition, Academic Studio, 4735/22 Prakashdeep Bldg, Delhi – 110002, (2012).
- [6]: Mémoire Pour l'obtention du grade de Docteur es-Science de l'Université des sciences et de la technologie Mohamed Boudiaf (Oran), Réhabilitation et Renforcement des Canalisations sous pression en présence des défauts de surfaces (Usto).
- [7]: **Dr** DJEBLOUN Youcef Etude Bibliographique : Mécanique linéaire élastique de la rupture (Biskra).
- [8]: Dominique FRANÇOIS : Professeur honoraire de l'École Centrale Paris, « Essais de mesure de la ténacité - Mécanique de la rupture », *Technique de l'ingénieur*, 10 décembre 2007.
- [9]: Alain IOST, « Détermination de la ténacité de matériaux fragiles ou ductiles à partir de l'essai d'indentation », *Revue de Métallurgie*, 2013, p. Volume 110, Number 3, 215-233.

[10]: Pris D'un Article Du Site [http://elearning-fr.univ-](http://elearning-fr.univ-relizane.dz/moodle/pluginfile.php/22270/course/overviewfiles/rupture%20CHIII.pdf?forcedownload=1)

[relizane.dz/moodle/pluginfile.php/22270/course/overviewfiles/rupture%20CHIII.pdf?forcedownload=1](http://elearning-fr.univ-relizane.dz/moodle/pluginfile.php/22270/course/overviewfiles/rupture%20CHIII.pdf?forcedownload=1)

[11]: Ba Danh LE. " Modélisation discrète en mécanique de la rupture des matériaux fragiles "

Thèse de Doctorat en mécanique ; génie civil . Ecole doctorale MSII ED [N° 269], université de Strasbourg ;7 juin 2013.

[12] : Pris D'une partie de Mémoire de Sébastien GRANGE – Jean-Loup PRENSIER de l'école normale supérieure Paris SACLAY, le Site

[13]: Mémoire pour l'obtention du Diplôme de Magister Effet des paramètres de confinement dans les structures portant des défauts de surfaces en mode mixte de rupture Université de Sciences Technologie Mohamed Boudiaf d'Oran.

[14]: Archives.Univ-Biskra.Dz (Mémoire De Fin d'Etude: Evaluation D'éléments Finis Volumiques Dans Abaqus Sur Des Cas Tests Non Linéaires Géométriques Mr. Bouleftour Abderrahmane).

[15]: Elearning-Deprecated.Univ-Annaba.Dz (Chapitre 3 Présentation Du Logiciel ABAQUS.

[16]: Alan T. ZEHNDER Ph.D. Lecture Notes on Fracture Mechanics. Department of Theoretical and Applied Mechanics, Cornell University, Ithaca, NY 14853, 2009.

<http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/ressources/pedagogiques/8879/8879-la-mecanique-de-la-rupture-et-la-mesure-de-la-tenacite-ensps.docx>.