

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République algérienne démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
جامعة عين تموشنت بلحاج بوشعيب
Université –Ain Temouchent- Belhadj Bouchaib
Faculté des Sciences et de Technologie
Département de Génie mécanique



Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du diplôme de Master en :
Domaine : Technologie
Filière : Génie mécanique
Spécialité : Construction mécanique
Thème

Etude par éléments finis des rotors FGM sous un gradient thermique

Présenté Par :

- 1) M^{elle}. KEDDAR Fatna
- 2) M^{elle}. MAZOUZI Aicha Nour El Houda

Devant le jury composé de :

Dr Beloufa. A	DR	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Président
Dr Dorbane .A	DR	UAT.B.B (Ain Temouchent)	Examineur
M ^f Assem .H	DR	UAT.B.B (Ain Témouchent)	Encadrant
M ^f Saimi .A	DR	Université de Blida	Co-encadrant

Année Universitaire 2021/2022



Remerciement

Ce travail est le fruit de la combinaison d'efforts de plusieurs personnes.

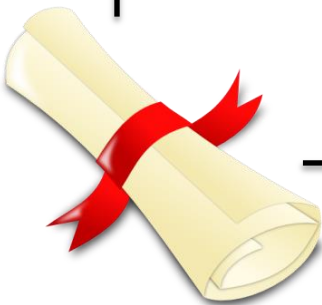
Nous remercions tout d'abord Allah le tout puissant qui nous a permis d'arriver au bout de nos efforts en nous donnant la santé, la force, le courage et en nous faisant entourer des merveilleuses personnes dont nous tenons à remercier.

Nous adressons nos remerciements à nos parents, nos frères et sœurs et à ceux qui ont partagé avec nous tous les moments d'émotion lors de la réalisation de ce travail. Ils nous ont chaleureusement soutenus et encouragés tout au long de notre parcours. A nos familles, nos proches et à ceux qui nous donnent de l'amour et de la vivacité.

Nos remerciements s'adressent aussi à nos encadrants Mr. HALEN ASSEM et Mr. SAJMI AHMED et aux enseignants du département qui nous ont aidés.

Nous tenons à remercier les membres de jurys d'avoir accepté d'examiner notre travail.

Enfin, un grand merci à nos amis, BOUABANE AHLEM en particulier pour leur soutien et encouragement



Résumé

Ce travail a pour Objet d'Étude par éléments finis des Rotors FGM sous un gradient thermique et de la composition graduelle du mélange métal céramique constituant une poutre cylindrique à protection externe en céramique et travaillant sous l'influence de la température, Pour modéliser cette structure ,une Analyse numérique basée sur la méthode des éléments finis version h est appliquée, Une étude théorique et cinématique sur le model est faite pour l'établissement de l'énergie cinétique et de l'énergie de déformation du système nécessaires à la détermination des équations du mouvement par les équations de Lagrange. L'application APPROTOR est utilisée pour le calcul des fréquences propres du système en fonction de l'indice représentant la composition graduelle du volume fraction métal-céramique pour divers températures. Dans cette étude on a travaillé sur deux mélanges graduels qui sont le SUS304-Al₂O₃ et SUS304-Ni (Al₂O₃ et Ni : à l'extérieur). Les résultats obtenus ont été présentés par des graphes traduisant le comportement dynamique et vibratoires du système tournant en fonction de divers types de paramètres et de la température.

Mots-clés : Matériaux fonctionnellement gradués, rotor, gradient thermique, méthode des éléments finis.

Abstract

This work has for object of study by finite elements of the rotors FGM under a thermal gradient and the gradual composition of the ceramic metal mixture constituting a cylindrical bar with external ceramic protection and working under the influence of the temperature, To model this structure ,a Numerical analysis based on the finite element method version h is applied, A theoretical and kinematical study on the model is made for the establishment of the kinetic energy and the strain energy of the system necessary for the determination of the equations of motion by Lagrange's equations. An application which calls APPROTOR is elaborated for calculating the frequencies of the system according to the index representing the gradual composition metal-ceramic fraction volume for various temperatures. In this study we take two materials SUS304-Al₂O₃ and SUS304-Ni for the comparison between them. We interpreted the curves obtained from this application to find the difference between the two materials.

Keywords: Functionally graded materials, rotor, thermal gradient, finite element method.

ملخص

يهدف هذا العمل إلى دراسة مواد التدرج الوظيفي تحت التدرج الحراري من خلال طريقة العناصر المحدودة والتكوين التدريجي لخليط المعدن الخزفي الذي يشكل قضيبًا أسطوانيًا مع حماية خارجية من السيراميك ويعمل تحت تأثير درجة الحرارة. لتصميم هذا الهيكل ، يتم تطبيق التحليل العددي على أساس طريقة العناصر المحدودة h ، ويتم إجراء دراسة نظرية وحركية على النموذج لإنشاء الطاقة الحركية وطاقة إجهاد النظام اللازمة لتحديد معادلات الحركة بواسطة معادلات لاغرانج. تم تطوير تطبيق APPROTOR لحساب الترددات الاهتزازية للنظام وفقًا لمؤشر يمثل التركيب التدريجي المعدني الخزفي لدرجات حرارة مختلفة. في هذه الدراسة نأخذ مادتين SUS304-Ni و SUS304-Al₂O₃ للمقارنة بينهما. فسرنا المنحنيات التي تم الحصول عليها من هذا التطبيق لإيجاد الفرق بين المادتين.

الكلمات المفتاحية: المواد المتدرجة وظيفياً ، الدوار ، التدرج الحراري ، طريقة العناصر المحدودة.

Table des matières

I. Revue bibliographique :	2
II. Introduction générale :	3

Chapitre I: céramiques-matériaux FGM

1. Introduction :	8
2. Définition de la céramique technique :	10
3. Propriétés des céramiques :	10
3.1. Propriétés physiques:	10
3.2. Propriétés chimiques:	11
3.3. Propriétés mécaniques:	11
3.4. Propriétés thermiques :	11
4. Domaine d'utilisation des céramiques :	11
4.1. Médical:	11
4.2. Mécanique.....	12
4.3. Aérospatial, Aéronautique :	12
4.4. Électronique :	13
4.5. électrochimie:	13
4.6. Métallurgie réfractaire:	13
5. Matériaux à gradient de propriétés :	13
6. Domaines d'application:	15
6.1. L'aérospatiale:	15
6.2. Ingénierie:	16
6.3. Conversion d'énergie :	17

6.4. Défense :	17
6.5. Marine :	17
6.6. Optoélectronique :	17
6.7. Sport :	17
6.8. Automobile :	18
7. Avantages et inconvénients des matériaux FGM:	18
7.1. Avantage des FGM:	18
7.2. Inconvénients des FGM:	19
8. Propriétés effectives des matériaux à gradient fonctionnel :	19
9. Les propriétés des matériaux FGM :	21
9.1. Propriétés matérielles de la structure P-FGM :	21
10. Définition de rotor:	23
11. types de rotors:	24
11.1. Rotor rigide :	24
11.2. Rotor flexible :	24
12. Les éléments du rotor:	24
12.1. Arbre :	24
12.2. Les paliers :	25
12.2.1. Types des paliers :	27
12.2.1.1. palier rigide :	27
12.2.1.2. palier flexibile :	27
12.2.1.3. palier isotrope :	27
12.2.1.4. palier anisotrope :	27
12.2.1.5. palier hydrodynamique :	28

12.3. disque :.....	28
13. Dessin de définition d'un palier :.....	29
14. Dessin de définition d'un arbre :	29
14. Dessin d'assemblage d'un arbre :.....	30
16. Influence de la température :	31
17. Conclusion:	33

Chapitre II: formulation par la méthode des éléments finis

1. Introduction :.....	35
2. Types de problèmes MEF :.....	37
2.1. Problèmes d'équilibre statique :.....	37
2.2. Problème aux valeurs propres :	37
2.3. Problèmes liés au temps :	37
3. Théorie pratique :.....	38
3.1. Élémentaire :.....	38
3.2. Avancé :.....	38
3.3. Expert :.....	38
4. Equations aux dérivées partielles :.....	39
5. démarche générale :	39
6. Interpolation des fonctions :.....	42
7. Localisation du problème :.....	43
8. Formulation par éléments finis	45
8.1. Arbre à gradient fonctionnel :.....	45
8.2. Énergie cinétique :.....	45
8.3. Énergie de déformation :	46

8.4. Paliers :	47
8.5. Équation du mouvement :.....	48
9. Détermination de matrice masse et matrice gyroscopique du rotor :	49
9.1. L'énergie cinétique :.....	49
9.2. La matrice masse de l'arbre:.....	50
9.3. La matrice gyroscopique de l'arbre :.....	50
9.4. La matrice d'amortissement des paliers :	51
9.5. L'énergie de déformation :	51
9.6. La matrice de rigidité de l'arbre :	51
9.7. La matrice de rigidité des paliers :.....	52
10. conclusion :	53

Chapitre III: résultats et interprétations

1. Introduction :.....	55
2. Organisation du projet:	55
3. Présentation de l'application :.....	56
4. Rotor FGM avec la version h-FEM avec température.....	60
5. Etude paramétrique:	61
a. Diagramme de Campbell :	62
6. Influence de l'indice de volume fraction :	64
a. Mélanges graduels en fonction de la Température :.....	64
7. Comparaison entre les graphes de (SUS304-Al ₂ O ₃) et (SUS304-Ni) :.....	71
8. conclusion:	72
III. conclusion générale:	74
IV. Références bibliographiques :.....	77

Liste des figures

Chapitre I : céramiques-Matériaux à gradients des propriétés

Figure I.1 : matériaux FGM.....	8
Figure I.2 : principaux domaines d'application des matériaux FGM.....	15
Figure I.3 : L'utilisation des FGM dans l'industrie aérospatiale.....	16
Figure I.4 : L'utilisation des matériaux FGM dans l'automobile.....	18
Figure I.5 : modèle analytique pour une couche d'un matériau FGM.....	20
Figure I.6 : description du rotor.....	23
Figure I.7 : rotor d'une turbine à vapeur.....	23
Figure I.8 : arbre de transmission.....	25
Figure I.9 : palier d'un rotor.....	26
Figure I.10 : représentation 3D d'un palier lisse.....	26
Figure I.11 : palier anisotrope.....	27
Figure I.12 : palier hydrodynamique.....	28
Figure I.13 : dessin définition d'un palier.....	29
Figure I.14 : dessin définition d'un arbre.....	29
Figure I.15: dessin d'assemblage du rotor.....	30

Chapitre II : formulation par méthode des éléments finis

Figure II.1 : différents types des problèmes physiques en éléments finis.....	37
Figure II.2 : exemple d'élément finis	40
Figure II.3 : maillage volumique.....	41

Figure II.4 : représentation d'un élément de poutre.....	44
Figure II.5 : les déplacements et les rotations de l'arbre.....	47
Figure II.6 : schémas de rigidité des paliers.....	52

Chapitre III : résultats et interprétations

Figure III.1 : model du rotor 2D	61
Figure III.2 : diagramme de Campbell (SUS304-Nickel), avec $k=1$	62
Figure III.3 : diagramme de Campbell (SUS304-Al ₂ O ₃), avec $k=1$	62
Figure III.4 : fréquences naturelles en fonction de l'indice de volume fraction avec différent température (SUS304-Al ₂ O ₃).....	64
Figure III.5 : fréquences naturelles en fonction de l'indice de volume fraction avec différent température (SUS304-Nickel).....	65
Figure III.6 : influence de température sur la 1 ^{ère} fréquence pour différent indice de volume fraction (SUS304-Al ₂ O ₃) avec $T_m=300$ K (AL ₂ O ₃ : Extérieur)...	67
Figure III.7 : influence de température sur la 1 ^{er} fréquence pour différent indice de volume fraction (SUS304-Ni) avec $T_m=300$ K (Ni : extérieur).....	68
Figure III.8 : influence de rapport longueur-diamètre sur la 1 ^{ère} fréquence pour différent indice de volume fraction (SUS304-Al ₂ O ₃) avec $T_c=300$ K, $T_m=300$ K.....	69
Figure III.9 : influence de rapport longueur-diamètre sur la 1 ^{er} fréquence pour différent indice de volume fraction (SUS304-Ni) avec $T_c=300$ K, $T_m=300$ K Ni extérieur.....	70

Liste des tableaux

Chapitre I : céramiques-Matériaux à gradients des propriétés

Tableau I.1 : les céramiques utilisées dans la mécanique.....12

Tableau I.2 : les coefficients de température T pour l'oxyde d'aluminium...32

Chapitre III : résultats et interprétations

Tableau III.1 : présentation de l'application.....56

Tableau III.2 : température coefficients of SUS304.....60

Tableau III.3 : température coefficients of Nickel 60

Tableau III.4 : température coefficients of Al₂O₃.....60

Tableau III.5 : propriétés des matériaux utilisés.....61

Liste des notations

σ : Contrainte

ϵ : Déformation

E : Module de Young

ρ : La masse volumique

r_o : Rayon de l'épaisseur externe

r_i : Rayon de l'épaisseur interne.

k : Indice de graduation Power Law du volume fraction.

ρ_c : La masse volumique de céramique

ρ_m : La masse volumique de métale

E_c : Module de Young de céramique

E_m : : Module de Young de métale

$S_j V_j$: les propriétés matérielles et la fraction volumique de la couche j

$E_1 E_2$: les modules de Young des matériaux constituant la structure P – FGM

$P_0 P_{-1} P_1 P_2 P_3$: Les coefficients de température T (en K)

T_m : température: de métale

T_c : température de céramique

S : l'indice de loi de puissance de la graduation du matériau de l'arbre

e : l'épaisseur de l'arbre ($e = R_o - R_i$)

R_{ext} : le rayon extérieur de l'arbre.

R_{int} : le rayon intérieur de l'arbre.

$U_t V_t W_t$: les déplacements en translation de l'arbre dans la coordonnée fixe OXYZ

$U \ V \ W$: les déplacements globaux (translation + rotation)

$\theta_x \ \theta_z$: Les angles de rotation de la section transversale de l'arbre selon les axes x et z

U_r, V_r, W_r : les déplacements de rotation de tout point sur la section transversale de l'arbre

ϵ_{zz} : La déformation axiale

σ_{zz} : La contrainte axiale

E_c : énergie cinétique du système rotor.

E_p : énergie potentielle du système rotor.

F_i : forces extérieures.

q_i : coordonnées généralisées.

$[M_{ag}]$: La matrice de masse de l'arbre

$[K_{ag}]$: La matrice de rigidité de l'arbre

$[K_p]$: La matrice de rigidité des paliers

$\frac{L}{D}$: rapport longueur diamètre

$\frac{D}{h}$: rapport diamètre épaisseur

Introduction générale
Revue
bibliographique

I. Revue bibliographique

D Gayen, D Chakraborty, R Tiwari(2017) : Des formulations d'éléments finis (FE) ont été développées pour l'analyse dynamique d'un arbre à gradation fonctionnelle (FG) ayant une fissure transversale. Deux éléments de poutre Timoshenko avec quatre degrés de liberté (DOF) par nœud ont été utilisés[1]. DebabrataGayenRajivTiwariD.Chakraborty (2019) présenté le développement d'une procédure par éléments finis (FE) et d'un code pour l'analyse de la stabilité d'un système de roulements de rotor FG fissuré dans un environnement thermique. Des éléments de poutre Timoshenko à deux nœuds sont utilisés pour modéliser l'arbre FG en tenant compte des effets des moments gyroscopiques, de l'inertie rotative, de la déformation en flexion et en cisaillement et de l'amortissement des matériaux [2]. Imane Bouzidi, Abdelhamid Hadjoui et Ahmed Fellah, 2020, ont travaillé sur un système de pales de rotor en matériau FG, avec la version h de la méthode des éléments finis, une étude comparative est menée entre la gradation fonctionnelle et un système de pales de rotor en métal pur, et la comparaison est basée sur l'influence du nombre des pales, la vitesse de rotation et l'indice de la loi de puissance sur les fréquences propres de la pale du système rotor [3]. Assem. H, Hadjoui A, Saimi A 2021 ont fait une analyse numérique du comportement dynamique d'un rotor FGM sous chargement thermique cette étude est faite par la méthode des éléments finis version hp on adoptant la théorie de Timoshenko pour la poutre, et une distribution Power Law pour la variation du mélange graduel selon la direction de l'épaisseur. [4]

II. Introduction générale

La réussite des projets que les scientifiques et concepteurs de la construction mécanique entreprennent pour répondre à leurs besoins repose sur la maîtrise et l'utilisation des matériaux innovants. L'évolution technologique en électronique, informatique, mécanique et médicale a été toujours influencée par le choix des matériaux. De nombreux matériaux utilisés depuis des siècles ont été raffinés et sont encore utilisés aujourd'hui. (Acier, bois...) Chaque matériau est conçu pour répondre à des besoins techniques spécifiques. Alors que les matériaux métalliques traditionnels commençaient à montrer leurs limites face à des conceptions de pièces de plus en plus complexes et des machines soumises à des contraintes de travaux et environnementales très sévères, les matériaux composites commencent à offrir des solutions à ces contraintes. Un matériau composite est un matériau généralement composé de deux ou plusieurs matériaux aux propriétés différentes. Leur combinaison donne des performances globales meilleures que les composants utilisés séparément.

En conséquence, des propriétés telles que la rigidité, la résistance à la fatigue, la résistance à la corrosion, la résistance à l'usure, la réduction du poids, etc. sont les tendances prioritaires en construction mécanique notamment aérospatiales, aéronautiques, navales et automobiles.

Cependant, les composites conventionnels, qui sont généralement composés de couches très fines des matériaux de propriétés différentes souffrent d'un problème majeur des discontinuités des propriétés et des contraintes résiduels au niveau de l'interface.

Cette discontinuité peut provoquer des concentrations de contraintes résiduelles élevées entraînant la naissance des fissures et leurs probables propagations en particulier dans des environnements à haute température. Et c'est exactement ce qui s'est passé en 2003, lorsque la navette spatiale a explosé durant la phase de la rentrée atmosphérique à cause du détachement d'un morceau de mousse isolante du réservoir externe sous l'effet des forces aérodynamiques du lancement et percute l'aile gauche ce qui endommage une plaque du bouclier thermique, les gaz chauds produits lors de la rentrée atmosphérique pénètrent dans l'aile par cette zone endommagée du bord d'attaque ce qui provoque la désintégration du vaisseau[5]. Donc on peut dire que les matériaux composites présentent la faiblesse des structures qui travaillent sous haute température.

Les scientifiques et ingénieurs concepteurs spécialisés en mécanique ont réussi à utiliser les propriétés recherchées de plusieurs matériaux sur une seule pièce mais avec une variation graduelle des propriétés pour éviter le problème de délimitation et des contraintes résiduelles.

Cette nouvelle classe de matériaux, connus sous le nom de matériaux à gradient fonctionnel (En anglais: Functionally Graded Materials, FGM), a suscité une attention particulière et un intérêt croissant des scientifiques ces dernières années.

Il s'agit d'une classe de composites (composites avancés) fabriquée par un mélange graduel de deux matériaux ayant des propriétés physique et mécanique qui changent généralement sur l'épaisseur d'un arbre ou sur une direction bien choisit,

Sachant que la distribution des composants du mélange graduel généralement métal/céramique se fait en plaçant : le premier matériau métallique riche en dureté est généralement placé dans une zone recherchant des propriétés mécaniques telles que la dureté

Exemple zone interne du rotor creux d'une turbine.

En revanche, les céramiques à faible conductivité thermique peuvent résister à des températures plus élevées et sont donc utilisées dans les zones à haute température avec une proportion de 100% de céramique.

Entre ces deux zones se trouve la couche FGM ayant des propriétés qui varient graduellement sur l'épaisseur.

Il existe de nombreux systèmes de gradient de performance qui affectent une variété de domaines d'application différents. Ainsi, ils peuvent combiner les propriétés de deux ingrédients complètement différents, sans que l'un compromette le bénéfice de l'autre. C'est ainsi que les FGM en métal et en céramique allieront la dureté du métal et la résistance à la chaleur, à l'usure et à l'oxydation de la céramique.

Ce sont donc des matériaux qui combinent de bonnes propriétés thermiques et mécaniques. Ces matériaux à gestion des flux thermiques doivent pouvoir assurer et gérer les flux thermiques afin que les éléments fonctionnels puissent être maintenus à leur température de fonctionnement.

Dans les domaines de l'aérospatiale et l'aviation, la conception des futurs véhicules aérospatiaux doit répondre à des exigences de sécurité opérationnelle de plus en plus strictes et prend en compte la complexité croissante de l'environnement.

Une attention doit être portée aux dépenses en matières premières et en énergie, en s'appuyant de plus en plus efficacement sur les possibilités de simulation, et en minimisant les coûts de mise au point et de développement.

Ensemble, ces recherches ont alimenté un fort besoin d'innovation technologiques sur l'ensemble de la chaîne, qu'il s'agisse de procédés, de matériaux ou de structures.

À partir de toutes les informations mentionnées et parmi les utilisations des FGM, il y a les rotors FGM.

Le rotor est principalement la partie rotative (arbre + paliers) d'une machine ou d'un moteur, mécanique ou électrique, qui interagit avec une partie fixe (statique) appelée "stator". Cependant, le terme apparaît dans divers autres concepts physiques.

Pour un bon fonctionnement de la machine ou du moteur il faut que le rotor soit équilibré (l'axe de rotation coïncide avec l'axe de l'arbre) et symétrique et pour cela, certaines conditions doivent être remplies qui sont:

- La bonne répartition de masse autour de l'axe de rotation.
- Les paliers symétriques
- Nombre des pales paires ou équilibrées.

Généralement dans un système rotor il y a plusieurs modes vibratoires qui sont en fonction de la fréquence vibratoire est plus la fréquence Vibratoire augmente et plus le mode vibratoire augmente (mode vibratoire 1, 2, 3,4...)

Dans les applications rotor dynamiques, les composites ont été démontrés numériquement et expérimentalement. Les chercheurs ont également développé des matériaux composites de pointe et divers modèles mathématiques pour étudier le comportement physique des matériaux FGM dans l'ingénierie des arbres fixes et rotatifs, tels que la méthode analytique de Rayleigh Ritz et la méthode des éléments finis (MEF) classique. Ou version H, version P ou version HP.

De ce qui précède, il est donc nécessaire de définir les lois de comportement applicables à ces possibilités de fonctionnement pour des composants ou éléments constitués de ces matériaux.

Les efforts dans ce travail de thèse visent à étudier le comportement d'un rotor FGM sous un gradient thermique. Pour atteindre nos objectifs, le travail de cette thèse est organisé autour de trois chapitres.

Chapitre I

Céramiques-Matériaux à gradients des propriétés

1. Introduction

Avec l'évolution et les progrès scientifiques que connaît le monde, l'utilisation des métaux purs devient de plus en plus défavorable, par exemple dans le domaine de la construction, les ingénieurs ont besoin de matériaux malléables et résistants dans le même temps, il est nécessaire d'associer des éléments métalliques à un ou plusieurs autres éléments par fusion thermique. Depuis, l'homme n'a cessé de développer ces alliages pour améliorer leurs propriétés, mais il existe toujours certaines limites dans l'obtention de certaines formes et propriétés.

Le développement des matériaux composites a permis de combiner les propriétés spécifiques de différents matériaux dans une même pièce. La combinaison entre les matériaux de haute dureté avec des surfaces de matériaux résistants pose le problème de l'interface. Cette transition compositionnelle crée des concentrations de contraintes élevées localisées.

Cette singularité peut être atténuée en utilisant des matériaux avec des gradients de propriétés FGM en résolvant les transitions continues des propriétés souhaitées à travers des gradients de composition.

Les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) sont une nouvelle classe de matériaux composites avancés qui se distinguent par le changement de leurs propriétés matérielles d'une surface à l'autre. Ces matériaux peuvent être fabriqués en faisant varier la graduation du mélange selon une direction bien définie

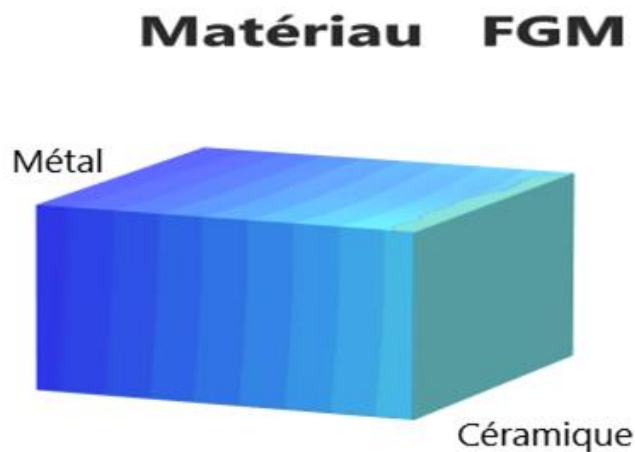


Figure I.1 : matériau FGM

Le FGM a trouvé une application répandue en tant que structure de barrière thermique, revêtement anti-usure et anticorrosion, plutôt que pour lier des matériaux différents. Le concept de matériaux fonctionnellement gradués a été proposé par le japonais M. Nino et ses collègues en 1984 lors du programme de la navette spatiale. Là, la combinaison des matériaux utilisés agira comme une barrière thermique capable de supporter une température de surface de 2000 K et un gradient de température de 1000 K sur une section de 10 mm [6].

Par conséquent, la FGM est principalement utilisée pour les structures soumises à des températures extrêmes ou à des gradients de température élevés. Ils sont principalement constitués par un mélange graduel de deux ou plusieurs matériaux isotropes tels que le métal et la céramique, où la partie métallique agit par sa dureté, tandis que la céramique agit par sa propriété de barrière thermique dans des environnements à grande variation de la température (par exemple cuves de réacteur, industrie des semi-conducteurs) et résistance aux frottements et à la corrosion, tandis que le métal offre résistance et ténacité. Ce nouveau concept de matériau est basé sur la science et la mécanique des matériaux en raison de l'intégration de considérations matérielles et structurelles dans la conception finale des composants structurels. De plus, le gradient d'attributs peut être adapté à différents environnements d'application et de service.

Les matériaux FGM sont une combinaison de deux matériaux qui sont: le métal et la céramique de sorte qu'à l'intérieur il y a 100% de métal et à l'extérieur 100% de céramique et entre les deux extrémités il y a des variations de ces pourcentages.

2. Définition de la céramique technique

La céramique, définie par la définition large de "solide inorganique", est l'une des principales classes de matériaux avec les métaux, les polymères et les composites. Il existe plusieurs types de céramiques, parmi lesquelles les céramiques techniques (également appelées céramiques techniques ou céramiques avancées) constituent le groupe présentant les meilleures propriétés mécaniques, électriques et/ou thermiques. Leur haute performance est due en partie à leur pureté extrêmement élevée, qui est généralement constituée de composés métalliques associés à des oxydes, des carbures ou des nitrures. La céramique a la capacité de prolonger la durée de vie du produit, d'augmenter l'efficacité, de réduire le poids et les coûts de maintenance globaux et d'améliorer les performances.

Les céramiques techniques avancées sont fréquemment utilisées pour remplacer les métaux, les polymères et les réfractaires dans une variété d'applications en raison de leur résistance à haute température, de leur dureté et de leurs propriétés électriques. En modifiant les formulations chimiques ou les procédés de fabrication, leurs propriétés peuvent être adaptées pour répondre à un large éventail de conditions difficiles. Lorsqu'elles sont utilisées correctement, les céramiques peuvent prolonger la durée de vie du produit, augmenter son efficacité, réduire les coûts de maintenance globaux et améliorer les performances du produit.

3. Propriétés des céramiques

Les propriétés d'un matériau de construction déterminent son domaine d'application, et ce n'est qu'en évaluant avec précision la qualité du matériau, la propriété la plus importante du matériau, que des ouvrages solides, durables, économiques et techniquement efficaces peuvent être construits. Les propriétés des matériaux de construction sont divisées en propriétés physiques, propriétés chimiques et propriétés mécaniques selon le réglage de leurs indicateurs. [7]

3.1. Propriétés physiques

Les propriétés physiques d'un matériau sont : le Poids, la densité, l'imperméabilité aux gaz, à la chaleur et aux rayonnements radioactifs et la résistance aux effets érosifs de l'atmosphère [7].

3.2. Propriétés chimiques

Le matériau est évalué sur sa capacité à résister aux solutions acides, basiques et salines qui provoquent des réactions d'échange et conduisent à la destruction du matériau. [8]

3.3. Propriétés mécaniques

La capacité d'un matériau à résister à la compression, à la traction, aux chocs, à l'indentation de corps étrangers et à tout ce qui résulte de la force appliquée. Ils ont un module élastique très élevé et une déformation élastique extrêmement limitée. On peut supposer, en très bonne approximation, que leur comportement est élastique avant rupture. [9]

En raison de la faible densité des céramiques, leur module spécifique E (rigidité spécifique) très élevé les rend très attractives. $E_{\text{céramique}} > E_{\text{métal}} > E_{\text{polymère}}$ De plus, les liaisons ioniques et covalentes ont une forte cohésion :

De plus, les céramiques sont composées d'atomes légers (C, O, Si, Al) et ont généralement une structure cristalline non dense : $\rho_{\text{métal}} < \rho_{\text{céramique}} < \rho_{\text{polymère}}$

3.4. Propriétés thermiques

Le choix des matières premières et du cycle de cuisson (généralement de manière empirique) dépend des caractéristiques d'utilisation recherchées dans le produit final par exemple, une faible conductivité thermique, une résistance mécanique élevée et même certains aspects esthétiques (couleur). [8]

4. Domaine d'utilisation des céramiques

Les céramiques existent dans de nombreux secteurs d'activité, des industries les plus traditionnelles, comme la sidérurgie, à l'aéronautique, où les propriétés requises atteignent les limites des technologies les plus modernes. (1)

4.1. Médical

Le domaine médical utilise souvent le terme « biocéramique » pour désigner cette famille de matériaux utilisés en chirurgie réparatrice depuis cinquante ans. (2)

4.2. Mécanique

En mécanique, les céramiques techniques sont utilisées pour leurs propriétés, notamment leur résistance aux conditions extrêmes, telles que : Résistance à l'usure, contrainte mécanique élevée, vibrations importantes, haute température. (1)

Tableau I.1 : les céramiques utilisées dans la mécanique.

Propriétés	Matériau	Température de fusion
Résistance à l'abrasion	Si ₄ N ₃ et ZrO ₂	T_f (ZrO ₂)=1900°C
Haute température	Al ₂ O ₃ --> 1700 °C	T_f (Al ₂ O ₃)=2072°C
Résistance à la flexion	Nitride d'alumine AlN	T_f (AlN)=2200°C
Stabilité thermique	Si ₄ N ₃	T_f (Si ₄ N ₃)=1900°C
Dureté	Carbure de silicium SiC	T_f (SiC)=2740°C

4.3. Aérospatial, Aéronautique

Les céramiques sont utilisées dans l'aérospatiale en raison de leurs propriétés thermo structurales :

- Réfractaire : température > 1000°C
- Résistance aux environnements spécifiques
- Résistance mécanique et fiabilité Céramiques

Renforcées par des fibres : C.M.C. (Ceramic Matrix Composites), qui permet de réaliser de nombreuses pièces complexes

- Éléments de turbine
- Chambre de combustion
- Protection thermique

- Bouclier thermique (1)

4.4. Électronique

Les céramiques sont principalement utilisées dans le domaine de l'électronique en raison de la diversité de leurs propriétés électriques et thermiques. (1)

4.5. électrochimie

4.6. Métallurgie réfractaire

Les céramiques sont utilisées en métallurgie, matériaux réfractaires car elles ont les propriétés suivantes : Résistance mécanique à haute température Résistance aux chocs thermiques résistance aux attaques chimiques Il existe essentiellement 3 grandes familles de céramiques réfractaires : Système réfractaire acide silice-alumine Réfractaires à base de magnésium-dolomite-chromite Réfractaires spéciaux ou neutres : carbone, carbures, nitrures,...

Les céramiques réfractaires trouvent leur application en métallurgie, pour la réalisation de noyaux de fonderie, de moules carapaces, etc. (1)

5. Matériaux à gradient de propriétés

Le concept de matériaux à gradient de propriétés a été proposé par M. Nino et ses collègues à Sendai en 1984 au Laboratoire national d'aéronautique et d'astronautique du Japon. L'idée est de produire des matériaux à utiliser comme barrières thermiques dans les structures spatiales et les réacteurs de fusion [5].

Des changements continus dans la composition, la microstructure et même la porosité de ces matériaux peuvent entraîner des gradients dans les propriétés des matériaux telles que la résistance mécanique et la conductivité thermique. Ce nouveau matériau composite peut être utilisé dans différentes applications telles que les revêtements de barrière thermique pour les moteurs en céramique, les turbines à gaz, les couches minces optiques [10].

En 1987, le gouvernement japonais a lancé un projet à grande échelle appelé "la recherche sur la technologie de base pour développement de matériaux à Gradient de propriétés et l'étude de la relaxation des contraintes thermiques".

L'intérêt du projet est de développer des matériaux avec des structures utilisées comme barrières thermiques dans des projets aérospatiaux. Dix-sept laboratoires de recherche

nationaux, universités et entreprises sont impliqués dans le projet. Les matériaux qui composent les parois du vaisseau spatial et les parois chaudes spéciales doivent fonctionner à des températures de surface de 1800°C et des gradients de température de 1300°C. Cette année-là, aucun matériau industriel ne pouvait résister à cette contrainte thermomécanique. [5]

Trois propriétés doivent être prises en compte lors de la conception de tels matériaux :

- Résistance à la chaleur et résistance à l'oxydation à haute température de la surface du matériau ;
- Ténacité du matériau côté basse température ;
- Relaxation efficace des contraintes thermiques le long du matériau [11].

Pour répondre à un tel cahier des charges, l'idée originale de F.G.M était de développer un nouveau matériau composite exploitant les propriétés de la céramique (côté haute température) et des métaux (côté basse température). A l'issue de la première phase (1987-1989), les chercheurs ont réussi à produire de petites pièces expérimentales (1-10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre) capables de supporter des températures jusqu'à 2000 K (température de surface) et des gradients de température de 1000 K. Quatre techniques ont été utilisées pour fabriquer des matériaux avec des compositions et des structures en gradient.

Les technologies de fabrication de tels matériaux incluent : le système Sic/C par méthode CVD, le système PSZ/Mo par méthode de pressage à sec de poudre, le système TiB₂/Cu par synthèse auto-propagée à haute température, et enfin le système (Ni-Cr-Al-Y)/ (ZrO₂-Y₂O₃) par projection plasma double torche [12].

Dans la deuxième phase (1990-1991), l'objectif était de produire des pièces de plus grandes dimensions et de formes plus complexes que dans la première phase. Dans les années 1990, le champ d'application des FGM s'est non seulement développé pour les matériaux de structure travaillant à haute température, mais s'est également élargi à d'autres applications : biomécanique, technologie des capteurs, optique, etc.

Le concept de matériaux à propriétés graduées est d'une grande importance non seulement dans la conception de réfractaires à hautes performances pour les futures navettes spatiales, mais aussi dans le développement de divers matériaux fonctionnels dans de nombreux domaines.

6. Domaines d'application

Des caractéristiques importantes de FGM les rendent privilégiées dans presque tous les domaines de l'activité humaine. Ils ont été initialement conçus pour l'industrie de l'aéronautique, où ils ont offert deux propriétés contradictoires, telles que la conductivité thermique et l'isolation thermique, dans un seul matériau.

Les matériaux à gradation fonctionnelle peuvent actuellement produire des matériaux légers, solides et durables qui peuvent être appliqués dans un large intervalle de domaines tels que les matériaux de construction, les matériaux de conversion d'énergie, l'énergie nucléaire.

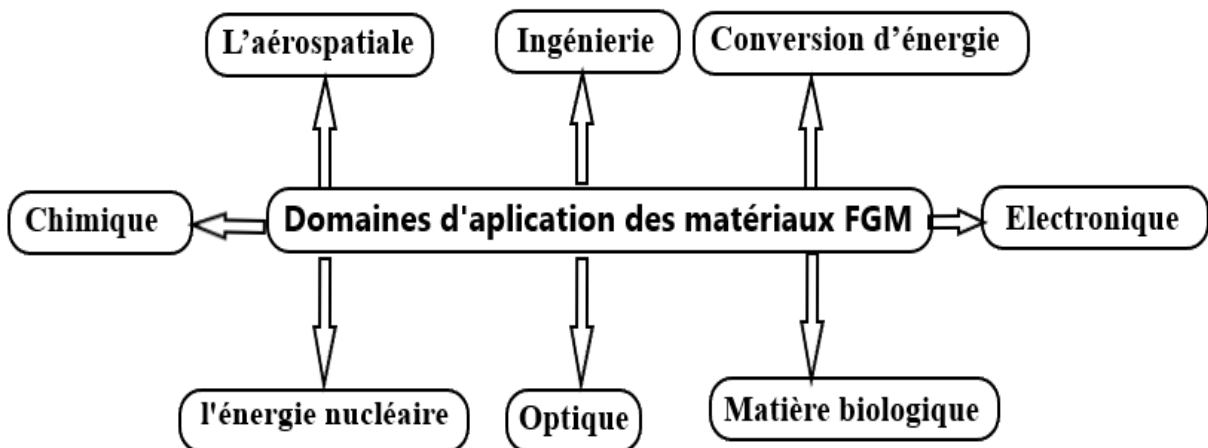


Figure I.2: principaux domaines d'application des matériaux FGM

6.1. L'aérospatiale

Développer les applications initiales des matériaux fonctionnels du corps principal des engins spatiaux. L'utilisation de cette nouvelle substance dans l'industrie aérospatiale a augmenté au fil des ans. Les matériaux à gradation fonctionnelle peuvent résister à des gradients thermiques très élevés, ce qui les rend adaptés aux espaces structurels et de carrosserie.

Ceux-ci comprennent des composants de moteur de fusée, des châssis de vaisseau spatial, des plaques d'échangeur de chaleur et des structures telles que des panneaux

solaires, des boîtiers de caméra, des aubes de turbine de roue, des revêtements d'aube de turbine, des couvercles de nez et des bords d'attaque de fusées et de navettes spatiales.

Des matériaux fonctionnellement gradués sont également utilisés dans les murs porteurs qui combinent des propriétés thermiques et acoustiques. [13]



Figure I.3 : l'utilisation des FGM dans l'industrie aérospatiale

6.2. Ingénierie

- Outils de coupe:

Les FGM sont utilisés dans les outils de coupe en raison de leur résistance accrue à la chaleur. Des fissures se produisent près de l'interface pointe-tige des types traditionnels, mais pour les outils de coupe FGM, cela se produit par la relaxation des concentrations de contraintes. (3)

- Pièces moteur

6.3. Conversion d'énergie

Les matériaux fonctionnellement gradués sont utilisés dans les dispositifs de conversion d'énergie. Ils fournissent également des barrières thermiques et sont utilisés comme revêtements protecteurs sur les aubes de moteur à turbine à gaz.

La paroi interne d'un réacteur nucléaire est constituée de FGM (céramique/métal) et de convertisseurs thermoélectriques pour la conversion d'énergie, de panneaux solaires, de cellules solaires, de tuyaux et de récipients sous pression, d'électrodes gradués pour la production de combustible d'oxydes solides, de piézoélectriques (3)

6.4. Défense

Les matériaux à gradient fonctionnel sont utilisés dans les applications de l'industrie de la défense telles que les gilets pare-balles, le jeu d'épée japonais traditionnel et les plaques d'armure. Un autre domaine d'application des matériaux à gradation fonctionnelle est la carrosserie des véhicules pare-balles. (3)

6.5. Marine

Les matériaux fonctionnellement gradués sont également utilisés dans l'industrie maritime. Les applications des matériaux FGM dans les industries marines et sous-marines comprennent les arbres d'hélice, les cylindres submersibles, les dômes de sonar, les systèmes de tuyauterie composites et les coques à pression cylindriques. (3)

6.6. Optoélectronique

Les matériaux à gradient fonctionnel sont utilisés dans l'industrie optoélectronique pour produire des pièces telles que celles fabriquées avec des fibres optiques, des lentilles, des lasers GRINCH, des photos détecteurs à haut rendement, des cellules solaires, des photos détecteurs accordables, des dispositifs de mémoire magnétique et pour la production de pièces à indice de réfraction variable. (3)

6.7. Sport

Les matériaux FGM sont utilisés dans de nombreux équipements sportifs, tels que le matériel de golf, les raquettes de tennis et les snowboards. (3)

6.8. Automobile

Les cylindres des moteurs automobiles sont fabriqués en FGM. Leur phase interne est en céramique et leur phase externe est en métal. [13]



Figure I.4 : l'utilisation des matériaux FGM dans l'automobile

7. Avantages et inconvénients des matériaux FGM

En plus de remplir son objectif principal, qui est de fournir diverses propriétés souhaitées en divers points et surfaces des futurs produits, cela peut être réalisé par de simples revêtements. Il y en a beaucoup d'autres qui ont souligné divers autres avantages des FGM. Ils énumèrent certains avantages qui découlent principalement de l'absence d'une interface FGM robuste, tels que :

7.1. Avantage des FGM

- Réduire les contraintes thermiques dues aux différences de coefficients de dilatation thermique des matériaux utilisés.

- L'absence d'interface propre devrait conduire à un meilleur contrôle global des contraintes.
- Meilleure liaison entre différents matériaux, tels que les métaux et la céramique.
- Supprimez le délaminage.
- Augmenter la résistance à la rupture.
- Éliminer les singularités de contrainte à différents endroits, comme les surfaces libres, des coins, des racines de fissures, etc. [14]

7.2. Inconvénients des FGM

Le principal obstacle à l'application généralisée des FGM est la complexité de leur fabrication en raison de l'inadéquation des différentes propriétés, telles que la température de fusion, les différentes affinités pour divers autres éléments, la taille des particules, la morphologie, etc. ; un exemple typique est celui des métaux à fusion température (T_1) et un mélange de céramiques à température de fusion (T_2).

Dans la plupart des cas, une telle paire est généralement ($T_1 \ll T_2$). Ensuite, si la température de fabrication est voisine de (T_1), la céramique reste non fondue et la structure finale contient des particules de céramique non fondues dans une matrice métallique. Dans de nombreux cas, de telles structures présentent une porosité élevée et une faible adhérence entre les différents composants, limitant leurs applications générales. Cependant, pour des applications particulières, la présence de particules très dures (carbures) dans une matrice solide peut être nécessaire.

D'autre part, travailler près de (T_2) conduira certainement à une oxydation et une évaporation rapides de nombreux métaux. Forment une égalité indésirable. Les matériaux doivent être fabriqués sous atmosphère protectrice ou à basse pression, ces deux techniques étant très coûteuses. [14]

8. Propriétés effectives des matériaux à gradient fonctionnel

Généralement les FGM sont constitués de matériaux biphasés aux propriétés différentes, qui sont classés par leur microstructure variable dans l'espace ; conçus pour optimiser l'exécution

des éléments structuraux en attribuant des propriétés correspondantes. Une description détaillée de la microstructure hiérarchique réelle n'est souvent pas disponible, sauf peut-être des informations sur la distribution des fractions volumiques. Alors que la fraction volumique de chaque phase varie progressivement dans la direction du gradient, les propriétés effectives du FGM varient dans cette direction. Ainsi, pour le modèle FGM, nous avons deux approches possibles :

1. En supposant que la fraction volumique de céramique ou de métal varie dans les sections, prendre FGM pour déposer la même fraction volumique dans chaque zone, c'est-à-dire une couche quasi-homogène de céramique-métal (Figure I.5-a)
2. En supposant que la céramique ou le métal, La fraction volumique varie continûment (Figure I.5-b), et la fraction volumique de métal peut s'exprimer en fonction de la coordonnée d'épaisseur (z).

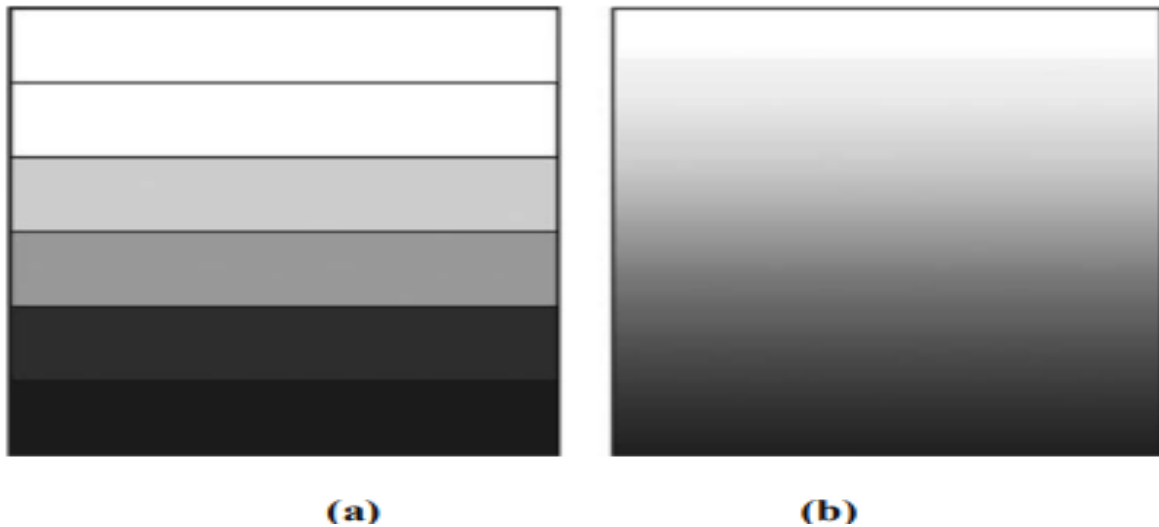


Figure I.5 : modèle analytique pour une couche d'un matériau FGM

La Figure I.5 (a) (b) représente le Modèle analytique d'une couche de matériau à gradient fonctionnel. Par exemple, lorsque la surface supérieure est exposée à des températures élevées et que la surface inférieure est exposée à des températures basses, un changement continu de performance est appliqué. Dans ce cas, le dessus est 100% céramique et le dessous 100% métal. Transition progressive entre les deux. L'utilisation de la céramique n'est pas accidentelle.

9. Les propriétés des matériaux FGM

Les matériaux FGM sont modélisés selon trois types de modèles mathématiques :

9.1. Propriétés matérielles de la structure P-FGM

La fraction volumique de la structure P-FGM est assurée par une loi de puissance Power Law, pour laquelle des changements continus de fraction volumique entraînent des modifications des propriétés de la composition FGM et de la fraction volumique des métaux (Hui-ShenShen 2009) définie comme:

$$V_f = \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right)^k \quad (I.1)$$

Avec :

r_o Rayon de l'épaisseur externe.

r_i Rayon de l'épaisseur interne.

k Indice de graduation Power Law du volume fraction.

Et la somme des volumes fractions est toujours égale à 1 pour une position radiale comprise entre les deux surfaces extrêmes

$$v_m + v_c = 1 \quad (I.2)$$

$$P(z) = [P_c - P_m] \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k + P_m \quad (I.3)$$

Les propriétés du matériau FGM sont données selon la loi Power Law en fonction de la graduation fonctionnelle du volume fraction pour la masse volumique (Débabrata G 2013).

$$\rho(z) = [\rho_c - \rho_m] \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k + \rho_m \quad (I.4)$$

$$\rho(z, T) = [\rho_c(T) - \rho_m(T)] \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k + \rho_m(T) \quad (I.5)$$

$$E(z, T) = [E_c(T) - E_m(T)] \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k + E_m(T) \quad (I.6)$$

$$v(z, T) = [v_c(T) - v_m(T)] \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k + v_m(T) \quad (I.7)$$

Les propriétés matérielles effectives S de la couche de FGM, comme le module de Young E , la densité ρ et le coefficient de poisson ν sont alors exprimées par :

$$S = \sum S_j V_j \quad (\text{I.8})$$

S_j et V_j sont respectivement les propriétés matérielles et la fraction volumique de la couche j , et la somme des fractions de volume de tous les matériaux constitutifs fait l'unité :

$$\sum V_j = 1 \quad (\text{I.9})$$

10. Définition de Rotor

Le rotor est constitué d'un arbre reposant sur des paliers et comprend un ou plusieurs disques. L'existence de déséquilibres habituellement inévitables doit également être prise en compte. Le terme rotor est utilisé dans plusieurs domaines. Il s'agit principalement de la partie rotative d'une machine ou d'un moteur, mécanique ou électrique, qui interagit avec une partie fixe (statique) appelée "stator". (4)

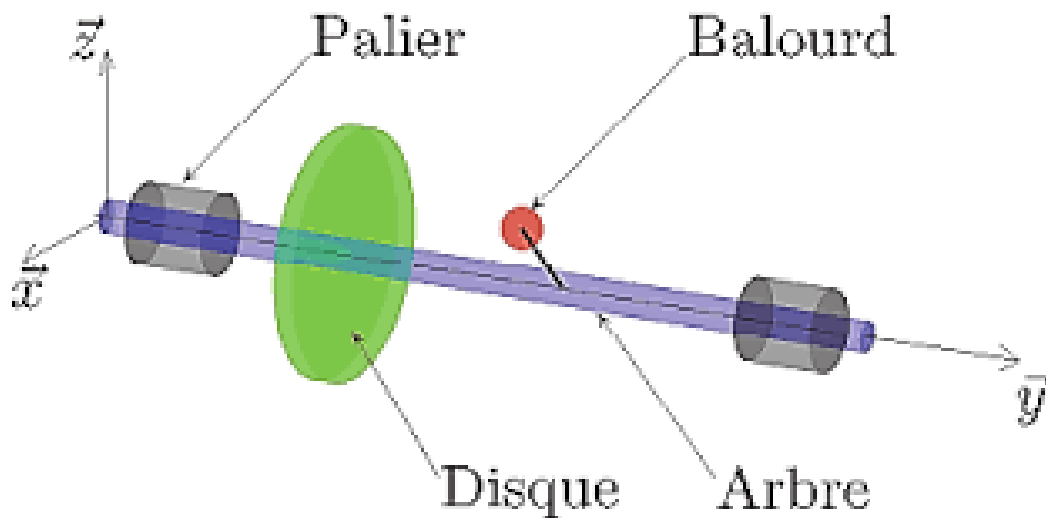


Figure I.6 : description du rotor [15]



Figure I.7 : Rotor d'une turbine à vapeur (5)

11. Type de rotors

Il existe deux types de rotors :

11.1. Rotor rigide

La déformation de l'arbre rotatif est négligeable dans la plage de vitesses de fonctionnement. [16]

11.2. Rotor flexible

L'arbre se déforme remarquablement à une certaine vitesse de la plage de vitesses de fonctionnement. On ne peut pas dire si un rotor est rigide ou flexible par considération seulement de ses dimensions. Car la déformation d'un rotor devienne très élevée à proximité de la vitesse critique (vitesse de résonance). Alors la plage de vitesse relative à ces vitesses critiques détermine si le rotor est rigide ou flexible. [16]

12. Les éléments du rotor

12.1. Arbre

Un arbre est un composant mécanique qui transmet la puissance sous forme de couple et de mouvement de rotation. La forme cylindrique de cet organe est à l'origine de son nom.

Les arbres de machine sont généralement fabriqués à partir d'ébauches forgées puis usinés par tournage. L'extrusion est également une méthode de production courante pour ces pièces. Ils sont rarement fabriqués à partir de matières premières moulées en raison d'une résistance mécanique insuffisante.

Les arbres supportent généralement des engrenages, des poulies, des volants, des manivelles, des pignons ou d'autres éléments qui transmettent la position angulaire ou la puissance. C'est l'un des éléments mécaniques les plus couramment utilisés.

Selon sa géométrie et sa fonction, un arbre peut avoir différentes conditions, telles que :

- Un arbre de transmission, s'il transmet la puissance du moteur à la machine ou à la partie de la machine ;
- Axe intermédiaire, s'il répartit le mouvement de rotation entre les différents éléments.

La qualité de cette surface (rugosité et géométrie) est un paramètre important pour la résistance de l'arbre. Selon le rôle qui lui est assigné, l'arbre peut également subir des contraintes de flexion (arbres à cames par exemple) et des charges axiales. Dans ces cas, la force mécanique au sein du matériau est souvent variable, tout comme une sinusoïde. Cela signifie la résistance nécessaire à la fatigue. L'arbre est maintenu par des roulements qui lui permettent de tourner ou l'empêchent de se déplacer axialement (butée). (6)



Figure I.8 : Arbre de transmission (7)

12.2. Les paliers

Les paliers sont des organes utilisés en construction mécanique pour supporter et guider, en rotation, des arbres de transmission.

Suivant l'usage désiré, ces paliers peuvent être :

- lisses, où les arbres qui reposent sur des coussinets sont soumis au frottement de glissement entre les surfaces en contact.
- à roulement, où le contact s'effectue par l'intermédiaire de billes, d'aiguilles ou de rouleaux contenus dans des cages. On a là un phénomène de résistance au roulement (parfois appelé improprement « frottement de roulement ») qui permet une plus grande charge sur les paliers et une plus grande vitesse de rotation. (8)

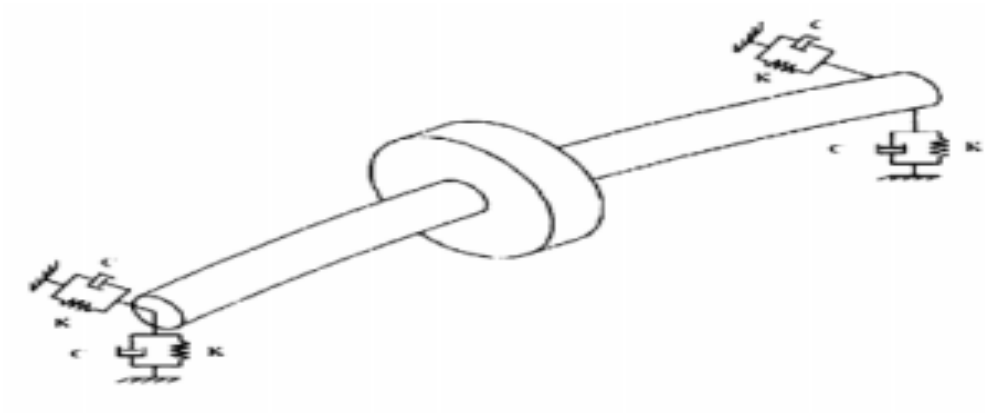


Figure I.9 : palier d'un rotor [16]

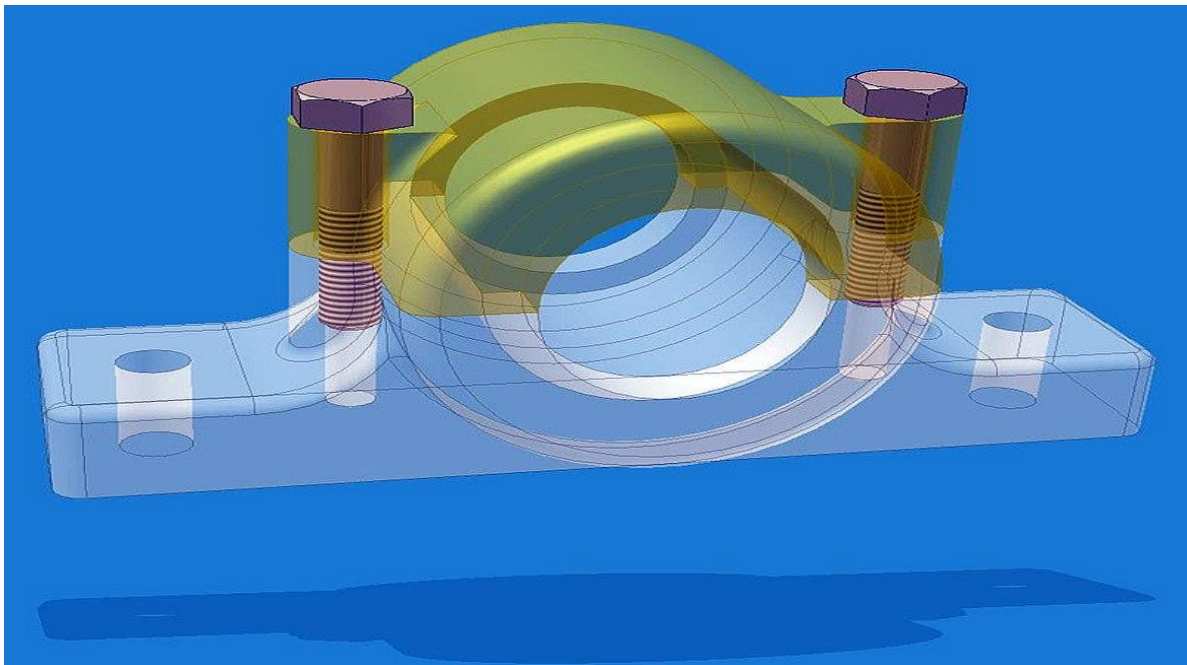


Figure I.10 : Représentation 3D d'un palier lisse (8)

12.2.1. Type des paliers

Il existe deux types de paliers

12.2.1.1. Palier rigide

Si la rigidité du palier est supérieure à la rigidité de l'arbre. [16]

12.2.1.2. Palier flexible

Si la rigidité du palier est inférieure à la rigidité de l'arbre (Figure I.7). Les paliers flexibles sont les plus utilisés dans le guidage des rotors surtout ceux tournant à très grandes vitesses. Les paliers flexibles sont de deux types. [16]

12.2.1.3. Paliers isotopes

On appelle palier isotope si sa rigidité est constante dans toutes les directions :

$K_{xx} = k_{zz} = k_{xz}$, c'est-à-dire que la réaction qu'il applique sur le rotor pendant sa rotation est identique de toutes les directions. [16]

12.2.1.4. Paliers anisotrope

Lorsque la rigidité du palier est différente d'une direction à une autre, le palier est dit anisotrope : $K_{xx} \neq k_{zz} \neq K_{xz} \neq K_z$ [16]

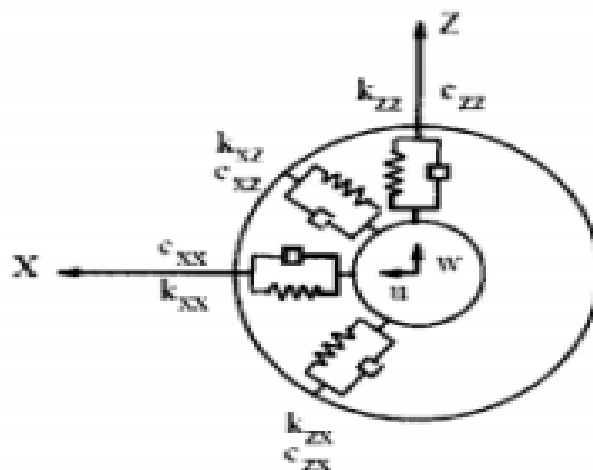


Figure I.11 : palier anisotrope [16]

12.2.1.5. Palier hydrodynamique

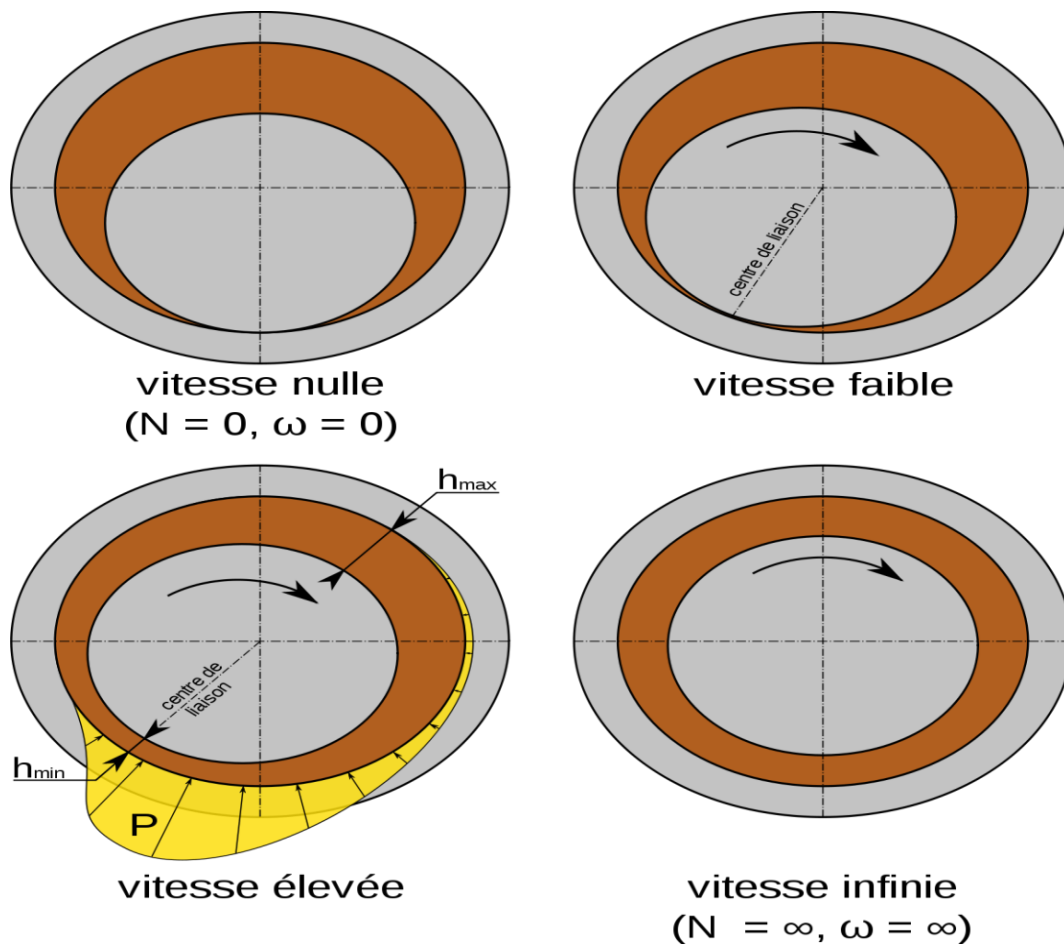


Figure I.12 : palier hydrodynamique (9)

Généralement les grands rotors de transmission et les rotors des turbines contiennent des paliers hydrodynamiques.

12.3. disque

La roue peut être modélisée par un disque, il peut être déformable ou rigide. Une roue peut être représentée géométriquement sous forme cylindrique, mais dans l'analyse dynamique, cette forme s'avère limitée. [15]

Pour ce travail on fait l'étude d'un rotor sans disque.

13. Dessin de définition d'un palier

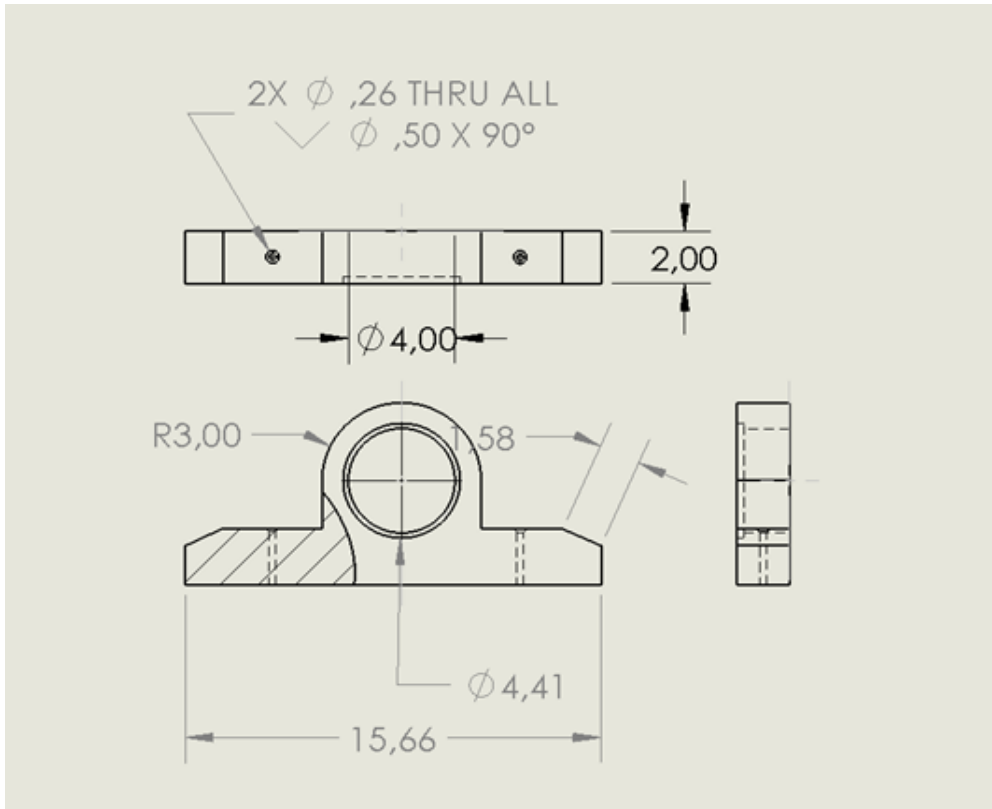


Figure I.13 : dessin de définition d'un palier

14. Dessin de définition d'un rotor :

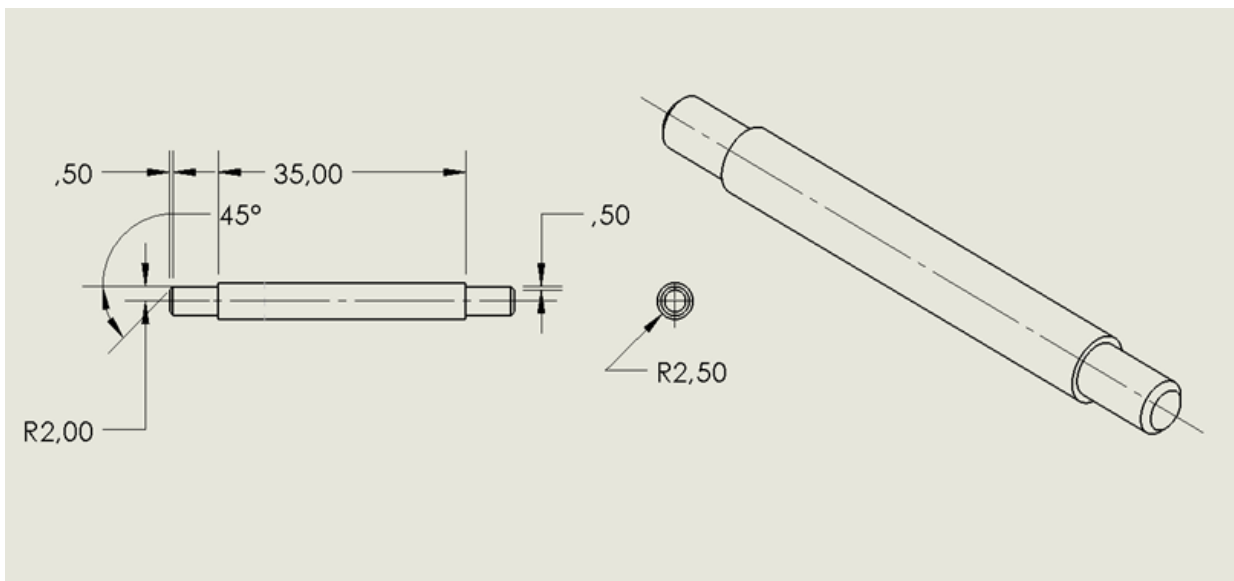


Figure I.14 : dessin de définition d'un arbre

15. Dessin d'assemblage du rotor

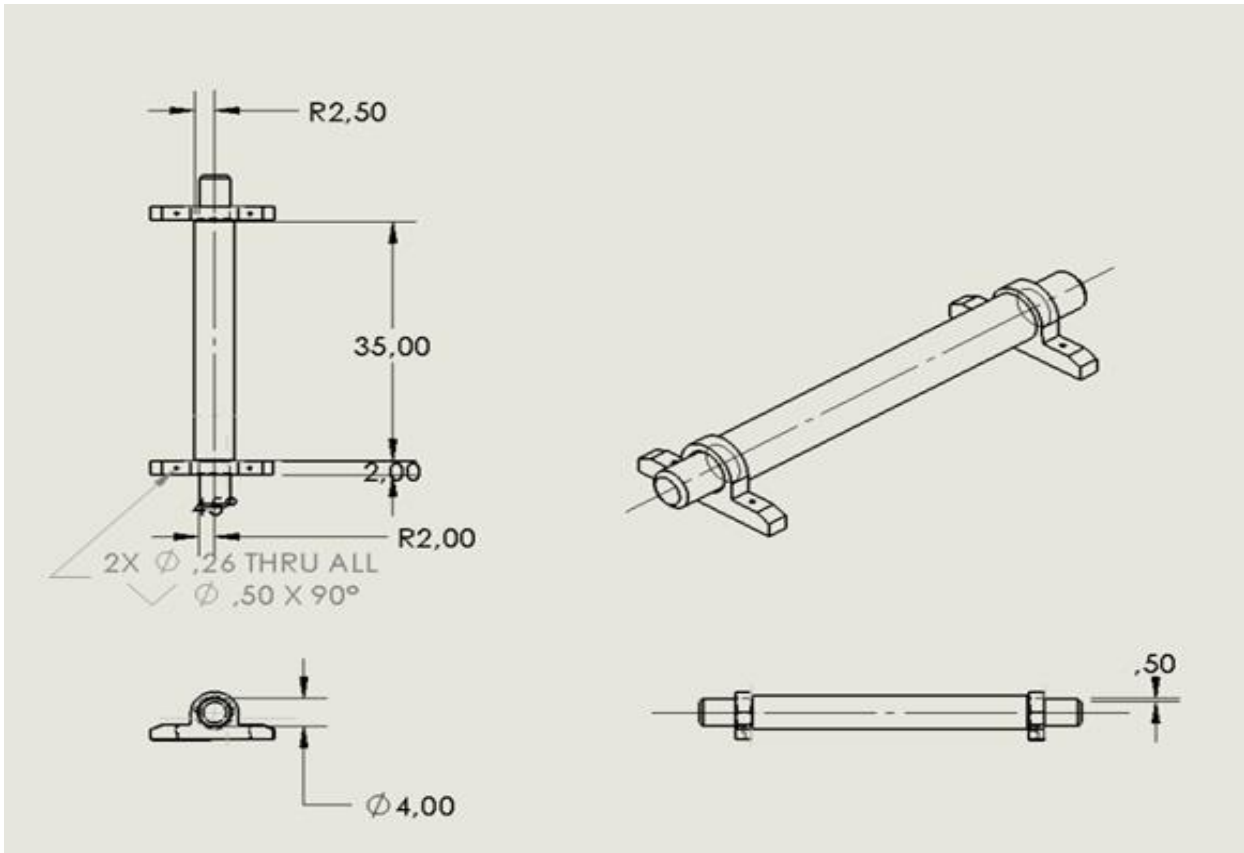


Figure I.15 : dessin d'assemblage du rotor

16. Influence de la température

L'effet de la température sur les structures constituées par des matériaux FGM ou des matériaux conçus à partir des mélanges de deux matériaux aux propriétés différentes est essentiel pour l'analyse dynamique. La continuité des changements de propriétés dans des directions bien définies est primordiale pour avoir une bonne optimisation de la constitution du mélange des deux matériaux. Ces matériaux (FGM) sont exposés à des températures très intenses et très variables et nécessitent des durées de vie de fonctionnement longues et raisonnables, notamment dans le domaine des navettes spatiales ou de l'aviation, tels que les rotors de réacteurs d'avion ou les turbines de propulsion aéronautique ou dans le domaine militaire comme les Turbine à gaz ou les centrifugeuses nucléaires.

Auparavant, la recherche scientifique s'appuyait sur la protection surfacique des matériaux contre les hautes variations des températures pour éviter que ces solides ne soient endommagés de manière indésirable. Cette solution est valable pour des températures basses et moyennes. Pour les hautes températures nocives et dangereuses, nous avons pris l'exemple de La navette spatiale américaine Columbia qui était construite avec des matériaux de protection de surface utilisant des tuiles de céramiques collées à la surface de la navette spatiale, qui agissait comme une couche isolante contre les frottements et le rayonnement solaire était très intense, faisant tomber ces dernières tuiles et déclenchant par la suite en 1989 L'explosion et la désintégration de la navette spatiale et de ses occupants, entraînant la mort de neuf astronautes, Cette séparation est due à une modification brutale des propriétés physiques et mécaniques à l'interface des deux matériaux, et depuis lors les dangers de cette solution ont été démontrés et éliminés par l'utilisation de matériaux FGM ou de matériaux à gradient de propriétés. évitant ainsi des changements brusques de propriétés dus à des problèmes d'interface.

La fonction de température agissant sur les paramètres caractéristiques constituant la composition du mélange FGM est définie selon le modèle mathématique suivant : [17]

$$P_j = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T^1 + P_2T^2 + P_3T^3) \quad (I.10)$$

Où P_0, P_{-1}, P_1, P_2 et P_3 est le coefficient de température T (en K) de chaque matériau qui compose la fraction volumique de mélange FGM (matériaux à gradient fonctionnel)

La répartition de la température le long de la direction radiale du rotor peut être représentée en résolvant l'équation de transfert de chaleur suivante [17] :

$$-\frac{d}{dz} \left(Kt \frac{dT}{dz} \right) = 0 \quad (I.11)$$

La solution de cette équation différentielle en fonction de la température est obtenue en plaçant la température T_m sur la surface du métal pure du rotor FGM avec des conditions aux limites, données par la relation suivante : (Functionally graded materials) [17]

$$T(Z) = T_m + (T_c - T_m)\mu(Z) \quad (I.12)$$

Avec

$$\mu(Z) = \frac{1}{c} \left[\left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k - \frac{K_{cm}}{(K+1)k_c} \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^{k+1} + \frac{K^2_{cm}}{(2K+1)k^2_c} \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^{2k+1} - \frac{K^3_{cm}}{(3K+1)k^3_c} \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^{3k+1} + \frac{K^4_{cm}}{(4K+1)k^4_c} \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^{4k+1} - \frac{K^5_{cm}}{(5K+1)k^5_c} \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^{5k+1} \right] \quad (I.13)$$

K_{cm} et c des constante.

Les coefficients de température T pour l'oxyde d'aluminium

Tableau I.2 : Les coefficients de température T pour l'oxyde d'aluminium

Propriété d'un matériau	P_0	P_{-1}	P_1	P_2	P_3
Coefficient de Dilatation Thermique	$6,8269 \cdot 10^{-6}$	0	$1,8388 \cdot 10^6$	0	0
Module de Young E	$349,55 \cdot 10^9$	0	$-3,853 \cdot 10^{-6}$	$4,027 \cdot 10^{-7}$	$-1,673 \cdot 10^{-10}$
Rapport DE Poisson n	0,26	0	0	0	0
La densité de masse	2700	0	0	0	0

17. Conclusion

Les matériaux FGM sont des matériaux avancés remarquables qui révolutionnent la fabrication, et ils sont développés en combinant des matériaux d'ingénierie avancés sous forme de particules, de fibres ou des plaquettes.

Les changements constants de leurs propriétés visent à améliorer les propriétés structurelles, ils sont développés pour adapter la structure des matériaux à l'échelle microscopique afin d'optimiser certaines propriétés fonctionnelles et d'améliorer des propriétés spécifiques dans des directions préférées, les rendant supérieures aux matériaux homogènes similaires.

Ce chapitre donne un aperçu de ces matériaux et de leur histoire d'origine et présente également leurs domaines d'application, ces derniers pouvant être améliorés et étendus en réduisant les coûts de fabrication et en améliorant les méthodes de production.

Chapitre II

Formulation par la méthode des éléments finis

1. Introduction

Les progrès de la technologie actuelle conduisent les ingénieurs à exécuter des projets de plus en plus complexes, coûteux et soumis à des contraintes de sécurité. Nous considérons certainement les programmes spatiaux, aériens et nucléaires où la sécurité est essentielle. D'autres types de projets d'envergure sont liés à notre environnement : lutte contre les pollutions thermiques, acoustiques ou chimiques, aménagement des cours d'eau, gestion des nappes phréatiques, prévision météorologique. Pour mener à bien ces projets, les ingénieurs ont besoin de modèles capables de simuler le comportement de systèmes physiques complexes. Par conséquent, il peut prédire l'impact de ces décisions lors de la conception du système.

Les sciences de l'ingénieur (mécanique des solides et des fluides, thermique, etc.) permettent de décrire le comportement de systèmes physiques à l'aide d'équations aux dérivées partielles.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus couramment utilisées pour résoudre efficacement ces équations aujourd'hui. Cela nécessite beaucoup d'utilisation de l'ordinateur. Il s'agit d'une approche très générale, applicable à la plupart des problèmes rencontrés en pratique : problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires définis dans n'importe quel domaine géométrique à une, deux ou trois dimensions. De plus, il est bien adapté à l'environnement hétérogène que les ingénieurs rencontrent souvent dans la pratique. [18]

Elle est utilisée dans la plupart des domaines tels que : la mécanique des fluides, l'électrostatique biomécanique, la mécanique des solides, la mécanique des sols, etc. Allant de la mécanique à l'électronique, en passant par la thermique et la météorologie. Dans tous ces cas, les formulations restent à peu près les mêmes, mais les propriétés du domaine et les lois de comportement s'appliquent au domaine d'application. [19]

Les méthodes des éléments finis consistent à transformer des équations aux dérivées partielles en équations algébriques à l'aide d'approximations simples des variables inconnues. Elle implique les trois aspects suivants :

- Sciences de l'ingénieur pour la construction d'équations aux dérivées partielles.
- Méthodes numériques pour construire et résoudre des équations algébriques.
- Programmation et calculs pour effectuer efficacement des calculs sur ordinateur. [18]

C'est une méthode qui permet de déterminer des solutions approchées sur un domaine spatial bien défini, c'est-à-dire qu'elle peut calculer des conditions aux limites correspondant à certaines équations et à certains champs imposés (scalaires, vecteurs, tenseurs).

La méthode consiste à découper le domaine spatial en petits éléments appelés éléments de référence, un processus appelé maillage, c'est-à-dire convertir n'importe quel système d'équations en un système linéaire d'équations avec des éléments de référence. Chaque système d'équations linéaires peut être représenté par une matrice qui définit les propriétés matérielles des éléments de référence, et la matrice totale représentant les propriétés de tous les éléments est obtenue par une technique combinatoire de matrices appliquée au nœud Conditions aux limites.

2. Types de problèmes MEF

Trois grands types de problèmes peuvent être résolus par la méthode des éléments finis :

2.1. Problèmes d'équilibre statique

Dans ce type de problème, le comportement est défini en termes d'état, de géométrie, de charges et de conditions aux limites du système comme un système d'équations linéaires en termes de variables nodales. Cette catégorie comprend l'équilibre statique et l'écoulement stationnaire, le transfert de chaleur et les états électromagnétiques.

2.2. Problème aux valeurs propres

Ce sont des vibrations ou des phénomènes instables au repos. Les modes naturels de vibration, le flambement des structures ou l'instabilité de l'écoulement laminaire entrent tous dans cette catégorie.

2.3. Problèmes liés au temps

Lorsque l'état d'un système dépend de son historique ou de paramètres de sortie, le système devient interdépendant et ne peut plus être directement résolu.

Ces cas incluent le comportement non linéaire (matériau et géométrie), la dynamique non linéaire (amortissement, rigidité, etc.), les transitoires et la fissuration des pièces.

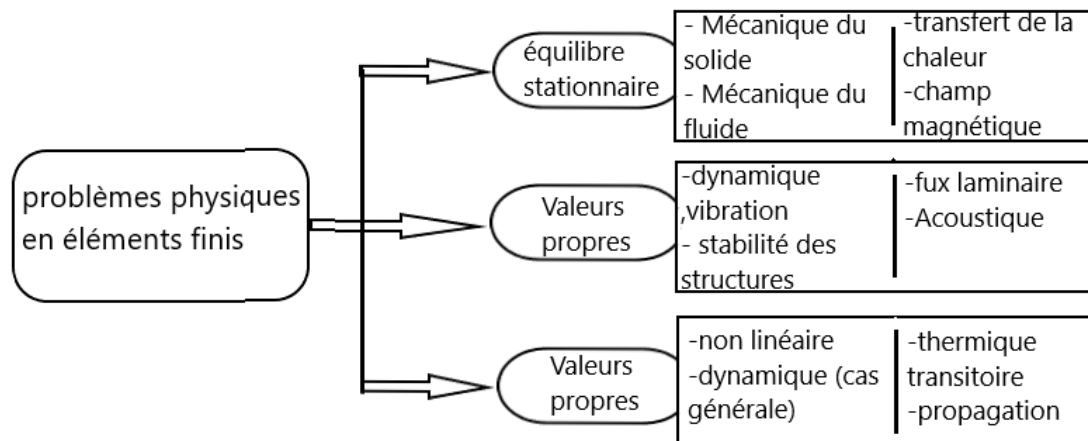


Figure II.1 : Différents types des problèmes physiques en éléments finis

3. Théorie pratique

Les logiciels modernes utilisant la méthode des éléments finis bénéficient d'une interface graphique, ce qui les rend relativement simples à utiliser. De plus, un certain nombre de tâches peuvent être automatisées. On peut donc lancer des calculs sur l'ordinateur presque sans connaître la méthode. Cependant, il y a un risque que le modèle utilisé ne soit pas adapté au problème, nous obtiendrons donc des résultats éloignés de la réalité. Les utilisateurs doivent avoir des connaissances suffisantes pour :

Maîtriser le modèle, c'est-à-dire utiliser des options permettant de représenter le plus fidèlement possible la réalité ;

Contrôler la qualité des résultats et détecter clairement les résultats erronés ;

Interpréter les résultats et éventuellement les post-traiter, c'est-à-dire utiliser les résultats pour d'autres calculs.

L'utilisation de logiciels de résolution par éléments finis nécessite une connaissance approfondie du contrôle et de l'interprétation des résultats, et cette technique est de plus en plus utilisée par du personnel non spécialisé ou mal formé. Préoccupation très sérieuse compte tenu des problèmes de sécurité potentiels. En général, il est très dangereux d'utiliser un logiciel pour résoudre des problèmes d'ingénierie sans en comprendre le fonctionnement. Nous pouvons essayer de déterminer les compétences minimales requises en fonction de l'objectif. Définissons trois niveaux d'utilisation en mécanique (le niveau 2 inclut le niveau 1 et le niveau 3 inclut le niveau 2) :

3.1. Élémentaire

Calcul de structures de poutres telles que des fermes ; Calcul du volume des sections isolées.

3.2. Avancé

Résolvez des problèmes linéaires, surfaciques et volumiques impliquant plusieurs pièces en contact.

3.3. Experts

Mécanique non linéaire (contacts pouvant coller ou glisser, grandes déformations, écrouissage, viscosité...), problèmes multiphasiques (couvrant plusieurs domaines

d'application d'une même géométrie), développement de méthodes de post-traitement automatisé, méthodes d'optimisation de forme, ... [8]

4. Equations aux dérivées partielles

De nombreux problèmes physiques sont décrits par des équations aux dérivées partielles (EDP) sur des domaines spatiaux, des volumes. C'est une fonction qui généralise une équation différentielle à plusieurs variables. Par exemple, si nous avons une fonction à trois variables $f(x_1, x_2, x_3)$, l'équation suivante :

Est une équation aux dérivées partielles.

Cette équation est accompagnée de conditions aux limites : la valeur de la fonction ou ses dérivées partielles en certains points.

Remarque: La fonction f peut être une fonction vectorielle

*Cette équation implique généralement la dérivée seconde

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} ; \text{ ou } \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \text{ (Voir d'ordres plus élevés)}$$

La résolution analytique exacte de ces équations devient rapidement impossible à faire manuellement. Par contre, si on découpe le domaine spatial en petites unités, appelées "éléments finis" (EF), on peut simplement résoudre l'EDP sur chaque élément

5. démarche générale

Par conséquent, la méthode des éléments finis (FEM) comprend : Découper le modèle spatial en éléments finis : c'est le maillage. Écrivez une version simplifiée de l'EDP sur chaque élément fini ; notez que les conditions aux limites de l'élément sont inconnues, seules les conditions globales sont connues.

Rassemblez les expressions des équations aux dérivées partielles locales pour appliquer les conditions aux limites du problème. La mise en œuvre de cette méthode comprend les étapes suivantes :

5.1. Analyse du problème

Clarifier le but du calcul, trouver les zones où des problèmes peuvent survenir et calculer manuellement avec un modèle très simplifié pour obtenir des résultats d'un ordre de grandeur.

5.2. Définition du modèle de calcul

La géométrie du système est dessinée avec un logiciel de dessin assisté par ordinateur (CAO). Si un modèle numérique (= sur ordinateur) existe déjà (par exemple une pièce conçue par un bureau d'études), la géométrie doit être simplifiée pour le calcul : Plus rapide (modèle "léger") ; ne présente pas de singularités : les singularités sont des points spécifiques qui fonctionnent mal dans les algorithmes de calcul ; à ces points, les résultats sont souvent éloignés de la réalité.

5.3. Maillage

Divisez le modèle en éléments finis, il est recommandé de choisir une forme d'éléments d'adaptation pour qu'il puisse avoir un maillage régulier, et de vérifier la qualité du maillage. Le maillage est fait par un ordinateur selon des paramètres définis par l'utilisateur.

Le calcul est effectué par ordinateur.

5.4. Affichage des résultats, vérification de la cohérence et post-traitement

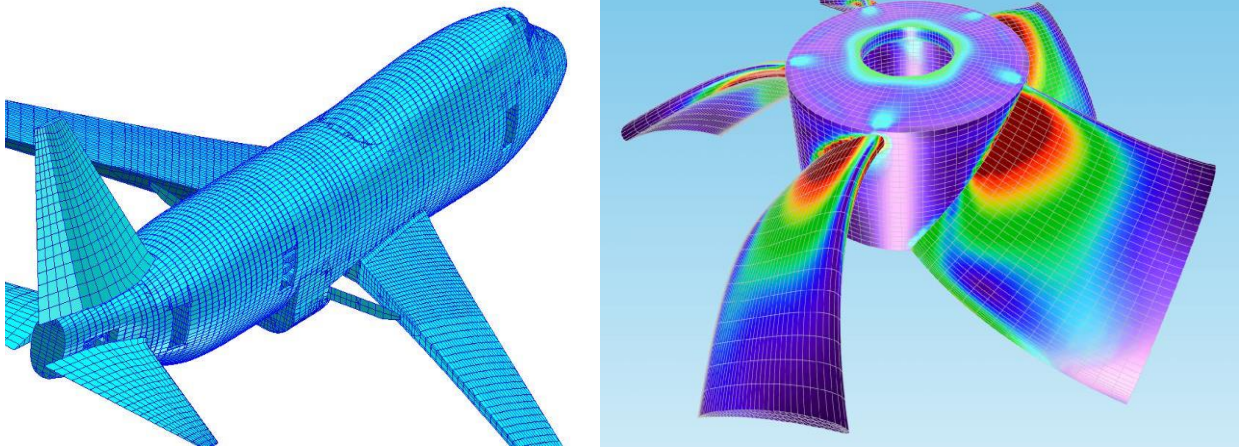


Figure II.2 : Exemple d'élément finis (10), (11)

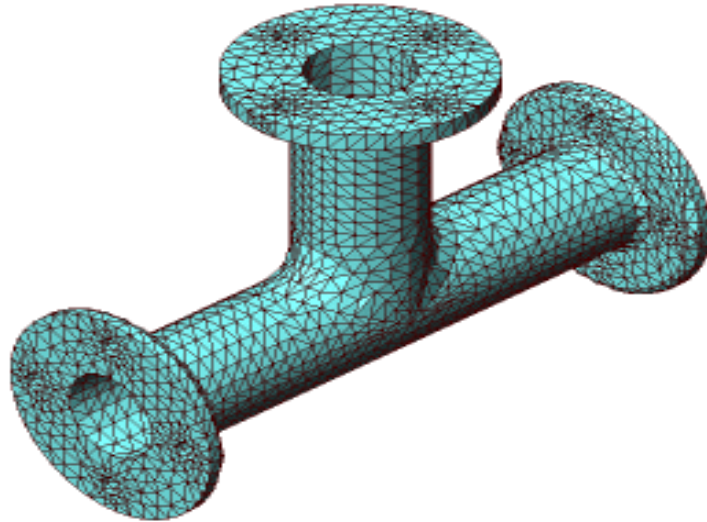


Figure II.3 : Maillage volumique (12)

Ainsi, le maillage consiste à diviser l'espace en petits domaines appelés éléments finis. En général, utilisez des éléments volumiques (3D), mais vous pouvez :

- Utiliser des éléments surfaciques (2D) si la pièce étudiée est une coque, c'est-à-dire si l'épaisseur est faible par rapport aux autres dimensions (généralement un rapport 1/10) ;
- Si la pièce d'étude est une poutre, c'est-à-dire si sa dimension latérale est petite par rapport à sa longueur (généralement un rapport 1/10),
- utiliser des éléments linéaires (1D) Plusieurs types d'éléments finis sont utilisés. Tout d'abord, rappelez-vous qu'il existe deux principaux types d'éléments pour les coques et les volumes :
- Éléments carrés (coque) ou cubiques (volume) : ils permettent des maillages réguliers et efficaces (avec une bonne précision, peu d'éléments) ; comme il n'y a aucune raison pour que la forme soit régulière (surtout les côtés/arêtes sont parallèles) ;
- Éléments triangulaires (coque) ou tétraédriques (volume) : ils permettent d'accueillir des formes complexes

Un élément fini est un maillage, il est défini par ses nœuds, par conséquent, nous ne nous intéressons qu'à la valeur de la fonction f aux nœuds de la grille. Les valeurs des

autres points sont alors déduites par interpolation polynomiale. Sauf cas particulier, en interpolation, plus on s'éloigne du point connu, plus l'écart avec la valeur théorique est important. Par conséquent, plus le maillage est grossier, plus l'erreur en dehors des nœuds est importante. Considérons un élément donné dont les nœuds sont numérotés de 1 à n ; on note sommets d'un polygone ou d'un polyèdre. FEM consiste à calculer la valeur de la fonction f solution de l'EDP - aux nœuds ; on ne cherche pas des valeurs en tout point de l'espace, mais seulement en certains points. Par conséquent, FEM est une discrétisation du problème. La fonction f est une fonction vectorielle de dimension d . Par conséquent, à chaque nœud, il est nécessaire de déterminer la valeur d'on dit que les nœuds ont des "degrés de liberté". (1)

6. Interpolation des fonctions

Considérons un élément donné dont les nœuds sont numérotés de 1 à n ; on note f_i La valeur de la fonction de forme au nœud i .Ce sont ces valeurs f_i à l'intérieur de l'élément, donc remplacer la fonction par N_i pour son interpolation, où N_i est une fonction qui ne dépend que de la forme de l'élément fini. Différents types d'éléments finis sont utilisés ; pour chaque type, il existe un élément de référence, qui est un élément fini avec des valeurs de coordonnées nodales de 0, 1 ou -1. On peut dire que l'élément fini réel est l'élément fini de référence déformé et placé dans l'espace. Une liste de fonctions N_i pour l'élément de référence ; puis appliquez les modifications de référence.

La MÉF consiste à remplacer la fonction recherchée par l'interpolation entre nœuds. La fonction d'interpolation de l'élément de référence est connue.

7. Localisation du problème

Le problème réside généralement dans la détermination de l'état de la structure qui accepte la requête. La structure se caractérise par sa géométrie, par les matériaux qui la composent. Elle est affectée par la pression : effort, déplacement, flux de chaleur et vitesse. Pour la taille optimale de la structure, il faut savoir:

- mouvement à chaque point
- déformation, contrainte.
- Température
- fréquences propres etc...

La solution du problème de discrétisation est la solution approchée du problème réel, et la méthode généralement utilisée est la méthode des éléments finis.

La méthode des éléments finis a une très large gamme d'applications en génie mécanique, telles que : l'automobile, la construction navale et la construction aérospatiale.

Une particularité de la méthode des éléments finis est que le domaine pour lequel la solution est recherchée est divisé en sous-domaines appelés "éléments finis". Des quantités inconnues telles que le déplacement sont représentées dans chaque élément par un simple frottis appelé "fonction de forme". Pour de telles formulations, le choix des subdivisions appelées « maillage » conditionne la précision de l'approximation.

Pour la version h, le principe est d'affiner le maillage en augmentant le nombre de subdivisions.

Pour la version p, le principe est d'affiner le maillage en augmentant le nombre de fonctions trigonométriques, tout en gardant le même nombre de subdivisions initiales.

Pour cette étude, un modèle de type éléments finis version h a été utilisé, et l'arbre a été modélisé par 48 élément fini en se concentre sur un seul élément représenté sur la figure II.4. Se compose de deux nœuds.

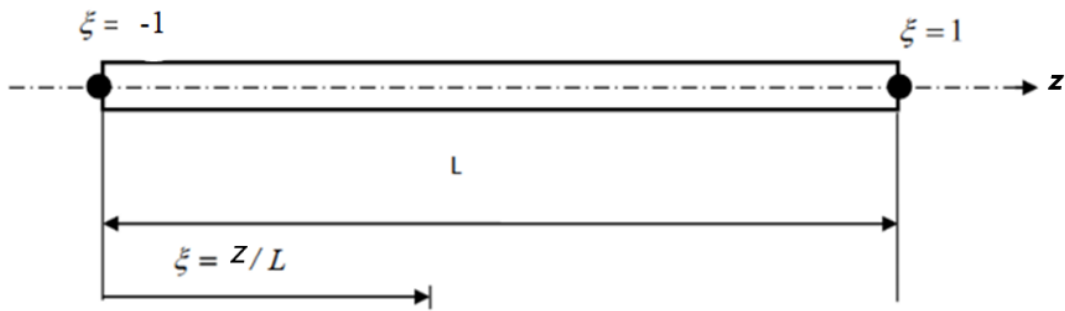


Figure II.4 : Représentation d'un élément de poutre

Pour mener cette étude, nous avons établi les hypothèses suivantes en supposant qu'une section initialement plane et perpendiculaire à la fibre moyenne reste plane et perpendiculaire à la fibre moyenne pendant et après déformation (cisaillement nul). On se place dans un cadre de petites perturbations de déplacement rotationnel et de déformation linéaire.

8. Formulation par éléments finis

8.1. Arbre à gradient fonctionnel

L'expression de la fraction volumique des métaux dans la structure P-FGM (Hui-ShenShen 2009) définie comme:

$$V_f = \left(\frac{r-r_i}{r_{ext}-r_i} \right)^k \quad (II.1)$$

Les propriétés matérielles de l'arbre P_s varient selon la distribution de la loi de puissance donnée par :

$$P(r) = [P_{ext} - P_i] \left(\frac{r-r_i}{r_{ext}-r_i} \right)^k + P_i \quad (II.2)$$

Avec :

r_i : Le rayon intérieur de l'arbre

r_{ext} : Le rayon extérieur de l'arbre

k : L'indice de volume fraction

P_i : Propriété de la couche intérieure de l'arbre

P_o : Propriété de la couche extérieure de l'arbre

$$P(r) = [P_c - P_m] \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k + P_m \quad (II.3)$$

8.2. Énergie cinétique : [Imane Bouzidi, 2020]

Le vecteur de position de tout point sur la section transversale de l'arbre dans les coordonnées fixes OXYZ s'exprime comme suit :

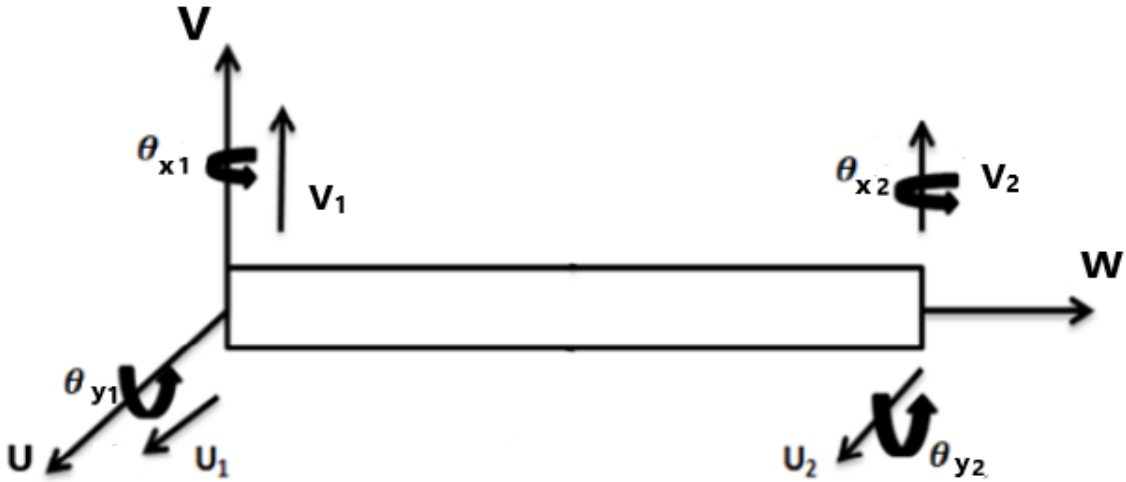
$$\begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_t \\ V_t \\ W_t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\theta_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\theta_x \\ 0 & \theta_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Omega t & -\sin\Omega t & 0 \\ \sin\Omega t & \cos\Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (II.4)$$

U_t , V_t et W_t représente les déplacements en translation de l'arbre dans la coordonnée fixe OXYZ

U, V et W sont les déplacements globaux (translation + rotation)

θ_x et θ_y sont les angles de rotation de la section transversale de l'arbre selon les axes x et y de la coordonnée de rotation Oxyz : Dans le cas d'une poutre d'Euler-Bernoulli, les rotations θ_x et θ_y sont donnés comme :

$$\theta_x = \frac{dV_t}{dZ}, \theta_y = \frac{dU_t}{dZ}$$



(II.5)

Figure II.5 : les déplacements et les rotations de l'arbre

L'énergie cinétique de l'arbre FG en rotation peut s'écrire [Imane Bouzidi, 2020]:

$$T_a = \frac{1}{2} \int_0^{L_a} I_m (\dot{U}_t^2 + \dot{V}_t^2) dz + 2\Omega I_p \int_0^{L_a} (\theta_x \dot{\theta}_y) dz \quad (II.6)$$

Les expressions de I_m et I_p sont définies comme suit :

$$\begin{cases} I_m = 2\pi \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \rho_a(r) r dr \\ I_p = 2\pi \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \rho_a(r) r^3 dr \end{cases} \quad (II.7)$$

La densité $\rho_s(r)$ varie selon la relation de gradation donnée dans l'Eq. (II.3)

$$\rho(r) = [\rho_c - \rho_m] \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k + \rho_m \quad (II.8)$$

8.3. Énergie de déformation [Imane Bouzidi, 2020] :

L'énergie de déformation de l'arbre est déterminée à partir du champ de déplacement de tout point de l'arbre dans les coordonnées de rotation

$$\{U_r, V_r, W_r\}^t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ y\theta_x + x\theta_y \end{pmatrix} \quad (\text{II.9})$$

U_r, V_r, W_r Représente les déplacements et les rotations de tout point sur la section transversale de l'arbre

La déformation axiale de l'arbre peut s'écrire [Imane Bouzidi, 2020] :

$$\varepsilon_{ZZ} = y \frac{d\theta_x}{dz} + x \frac{d\theta_y}{dz} \quad (\text{II.10})$$

La contrainte axiale est donnée par :

$$\sigma_{ZZ} = E_a(r)\varepsilon_{ZZ} = E_a(r) \left(y \frac{d^2V_t}{dz^2} + x \frac{d^2U_t}{dz^2} \right) \quad (\text{II.11})$$

Enfin, l'énergie de déformation due à la flexion de l'arbre est donnée comme suit :

$$U_{arbre} = \frac{1}{2} \int_0^{L_a} E_a(r) \varepsilon_{ZZ}^2 dS dz = \int_0^{L_a} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \pi E_a(r) r^3 \left(\left(\frac{d^2V_t}{dz^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2U_t}{dz^2} \right)^2 \right) dr dz \quad (\text{II.12})$$

Selon l'éq. (2.3), l'expression du module de Young $E(r)$ s'écrit :

$$E(r) = [E_c - E_m] \left(\frac{r-r_m}{r_c-r_m} \right)^k + E_m \quad (\text{II.13})$$

8.4. Paliers : [Imane Bouzidi, 2020]

Les paliers sont caractérisés par leur raideur et leur amortissement, le travail virtuel ∂W des efforts extérieurs des paliers agissant sur l'arbre s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \partial W = & -k_{XX}U\partial U - k_{XY}V\partial U - k_{YY}V\partial V - k_{YX}U\partial V - c_{XX}\dot{U}\partial U - c_{XY}\dot{V}\partial U - c_{YY}\dot{V}\partial V - \\ & c_{YX}\dot{U}\partial V = F_U\partial U + F_V\partial V \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

Les composantes des forces généralisées F_U et F_V sont données par :

$$\begin{bmatrix} F_U \\ F_V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} \\ K_{YX} & K_{YY} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{XX} & C_{XY} \\ C_{YX} & C_{YY} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{V} \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

8.5. Équation du mouvement

L'équation globale du mouvement du système rotor est développée en utilisant la version classique de la méthode des éléments finis (h-MEF) et par l'application de l'équation de Lagrange.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = F_i \quad (\text{II.16})$$

E_c : énergie cinétique du système rotor.

E_p : énergie potentielle du système rotor.

F_i : forces extérieures.

q_i : coordonnées généralisées.

Pour la modélisation par éléments finis, chaque éléments de l'arbre est limité par deux nœuds, chaque nœud de ces éléments possède deux degrés de libertés, les paliers sont situés aux extrémités de l'arbre.

Tous les déplacements et rotations sont remplacés par le produit du vecteur des coordonnées généralisées et la matrice des fonctions de forme comme suit :

$$\begin{cases} U_t = [N_{U_t}] \{q_{U_t}\} \\ \theta_y = [N_{U_t}'] \{q_{U_t}\} \\ V_t = [N_{V_t}] \{q_{V_t}\} \\ \theta_x = [N_{V_t}'] \{q_{V_t}\} \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

Où, $[N_{U_t}']$ et $[N_{V_t}']$ sont donnés comme suit :

$$\begin{cases} [N_{U_t}'] = \frac{\partial [N_{U_t}]}{\partial z} \\ [N_{V_t}'] = \frac{\partial [N_{V_t}]}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

$[N]$ est la matrice des fonctions de forme et $\{q\}$ est le vecteur des coordonnées généralisées.

Les fonctions de forme de la version classique de la méthode des éléments finis, qui représentent les déplacements et rotations réels de chaque nœud d'un élément, sont données par Bardell (1996).

$$[N_{U_t}] = [N_{V_t}] = \begin{cases} f_1(\xi) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\xi + \frac{1}{4}\xi^3 \\ f_2(\xi) = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\xi - \frac{1}{8}\xi^2 + \frac{1}{8}\xi^3\right) l_{ae} \\ f_3(\xi) = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\xi + \frac{1}{4}\xi^3 \\ f_4(\xi) = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\xi - \frac{1}{8}\xi^2 + \frac{1}{8}\xi^3\right) l_{ae} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Où la longueur d'un élément de l'arbre L_{ae} est donnée par :

$$\left\{ \xi = \frac{2z}{L_{ae}} - 1 \quad (-1 \leq \xi \leq 1) \right. \quad (\text{II.20})$$

Le remplacement des déplacements et des rotations par les coordonnées généralisées et les vecteurs des fonctions de forme dans les équations des énergies cinétiques et potentielles des différents composants du système rotor et l'application de l'équation de Lagrange, permettent de déduire les matrices élémentaires de notre système :

9. Détermination de matrice masse et matrice gyroscopique du rotor :

9.1. L'énergie cinétique :

$$T_a = \frac{1}{2} \int_0^{L_a} I_m (\dot{U}_t^2 + \dot{V}_t^2) dz + 2\Omega I_p \int_0^{L_a} (\theta_x \dot{\theta}_y) dz$$

$$\begin{cases} \dot{U}_t^2 = [N_{U_t}]^T \{\dot{q}_{U_t}\}^T [N_{U_t}] \{\dot{q}_{U_t}\} \\ \dot{\theta}_y^2 = [N_{U_t}']^T \{\dot{q}_{U_t}\}^T [N_{U_t}'] \{\dot{q}_{U_t}\} \\ \dot{V}_t^2 = [N_{V_t}]^T \{\dot{q}_{V_t}\}^T [N_{V_t}] \{\dot{q}_{V_t}\} \\ \dot{\theta}_x^2 = [N_{V_t}']^T \{\dot{q}_{V_t}\}^T [N_{V_t}'] \{\dot{q}_{V_t}\} \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

$$T_a = \frac{1}{2} \int_0^{L_a} I_m \left(([N_{U_t}]^T \{\dot{q}_{U_t}\}^T [N_{U_t}] \{\dot{q}_{U_t}\}) + ([N_{V_t}]^T \{\dot{q}_{V_t}\}^T [N_{V_t}] \{\dot{q}_{V_t}\}) \right) dz$$

$$+ 2\Omega I_p \int_0^{L_a} \left(([N_{V_t}']^T \{\dot{q}_{V_t}\}^T [N_{U_t}'] \{\dot{q}_{U_t}\}) \right) dz$$

(II.22)

9.2. La matrice masse de l'arbre

$$[M_{ag}] = \begin{bmatrix} M_{au} & 0 \\ 0 & M_{av} \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

$$[M_{au}^e] = I_m \int_0^{l_{ae}} [N_{u_t}]^T [N_{u_t}] dz + I_p \int_0^{l_{ae}} [N'_{u_t}]^T [N'_{u_t}] dz \quad (\text{II.24})$$

$$[M_{av}^e] = I_m \int_0^{l_{ae}} [N_{v_t}]^T [N_{v_t}] dz + I_p \int_0^{l_{ae}} [N'_{v_t}]^T [N'_{v_t}] dz \quad (\text{II.25})$$

$$[M_{ag}] = \begin{bmatrix} I_m \int_0^{l_{ae}} [N_{u_t}]^T [N_{u_t}] dz + I_p \int_0^{l_{ae}} [N'_{u_t}]^T [N'_{u_t}] dz & 0 \\ 0 & I_m \int_0^{l_{ae}} [N_{v_t}]^T [N_{v_t}] dz + I_p \int_0^{l_{ae}} [N'_{v_t}]^T [N'_{v_t}] dz \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

9.3. La matrice gyroscopique de l'arbre :

$$[G_{ag}] = \begin{bmatrix} 0 & [G_{au,v}] \\ [G_{av,u}] & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

Avec :

$$[G_{au,v}^e] = 2\Omega I_p \int_0^{l_{ae}} [N'_{v_t}]^T [N'_{u_t}] dz \quad (\text{II.28})$$

$$[G_{av,u}^e] = -2\Omega I_p \int_0^{l_{ae}} [N'_{u_t}]^T [N'_{v_t}] dz \quad (\text{II.29})$$

$$[G_{ag}] = \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega I_p \int_0^{l_{ae}} [N'_{v_t}]^T [N'_{u_t}] dz \\ -2\Omega I_p \int_0^{l_{ae}} [N'_{u_t}]^T [N'_{v_t}] dz & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

9.4. La matrice d'amortissement des paliers :

$$[C_p] = \begin{bmatrix} [C_{xx}] & 0 \\ 0 & [C_{yy}] \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

Détermination de la matrice de rigidité (rotor + palier) :

9.5. L'énergie de déformation :

$$U_{\text{arbre}} = \frac{1}{2} \int_0^{L_a} E_a(r) \varepsilon_{zz}^2 dS dz = \int_0^{L_a} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \pi E_a(r) r^3 \left(\left(\frac{d^2 v_t}{dz^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 u_t}{dz^2} \right)^2 \right) dr dz \quad (\text{II.32})$$

$$\begin{cases} \left(\frac{d^2 u_t}{dz^2} \right)^2 = [N''_{u_t}]^T \{q_{u_t}\} [N''_{u_t}] \{q_{u_t}\} \\ \left(\frac{d^2 v_t}{dz^2} \right)^2 = [N''_{v_t}]^T \{q_{v_t}\} [N''_{v_t}] \{q_{v_t}\} \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

$$\begin{aligned} U_{\text{arbre}} = \int_0^{L_a} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \pi E_a(r) r^3 & \left([N''_{v_t}]^T \{q_{v_t}\} [N''_{v_t}] \{q_{v_t}\} \right. \\ & \left. + [N''_{u_t}]^T \{q_{u_t}\} [N''_{u_t}] \{q_{u_t}\} \right) dr dz \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

9.6. La matrice de rigidité de l'arbre :

$$[K_{ag}] = \begin{bmatrix} [K_{au}] & 0 \\ 0 & [K_{av}] \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

Avec :

$$[K_{au}] = \int_0^{L_a} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \pi E_a(r) r^3 [N''_{u_t}]^T [N''_{u_t}] dr dz \quad (\text{II.36})$$

$$[K_{av}] = \int_0^{L_a} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \pi E_a(r) r^3 [N''_{v_t}]^T [N''_{v_t}] dr dz \quad (\text{II.37})$$

$$\begin{aligned} [K_{ag}] = & \\ & \begin{bmatrix} \int_0^{L_a} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \pi E_a(r) r^3 [N''_{u_t}]^T [N''_{u_t}] dr dz & 0 \\ 0 & \int_0^{L_a} \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \pi E_a(r) r^3 [N''_{v_t}]^T [N''_{v_t}] dr dz \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

9.7. La matrice de rigidité des paliers

$$[K_p] = \begin{bmatrix} [K_{xx}] & 0 \\ 0 & [K_{yy}] \end{bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

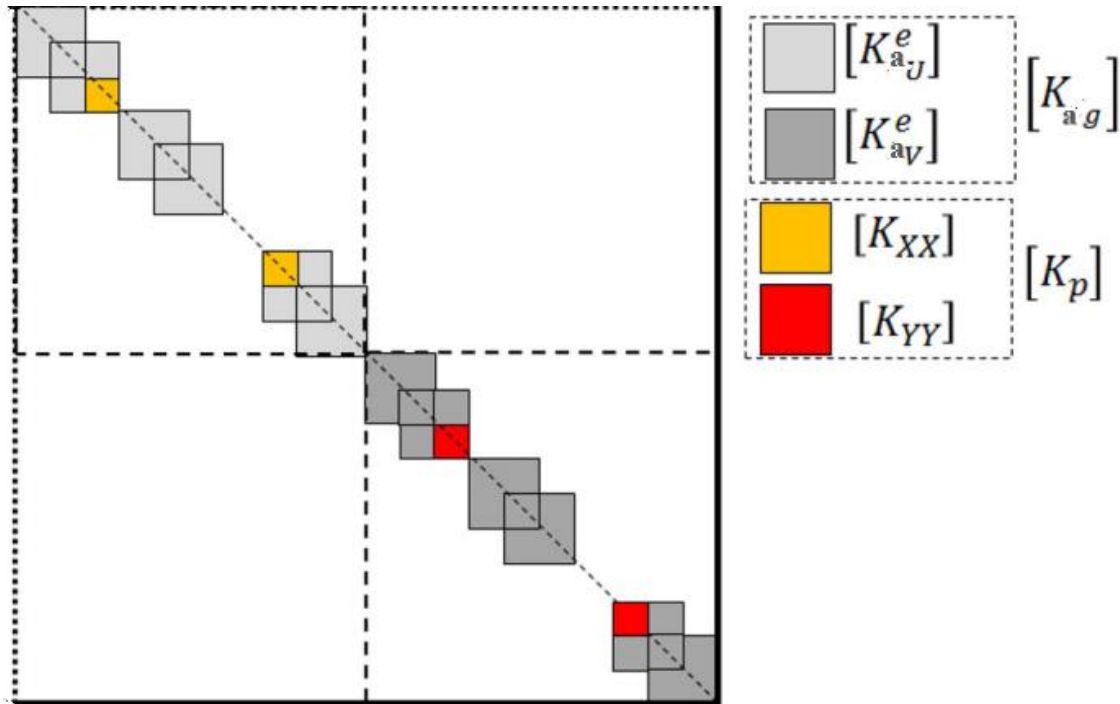


Figure II.6 : Schéma de la matrice de rigidité globale du système rotor [3]

L'assemblage de ces matrices conduit aux matrices globales de l'équation directrice du mouvement du système rotor donnée par :

$$[M_a]\{\ddot{q}\} + ([G_a] + [C_p])\{\dot{q}\} + ([K_a] + [K_p])\{q\} = 0 \quad (\text{II.40})$$

10.conclusion :

Le calcul de structures complexes nécessite la construction d'outils de plus en plus performants pour définir le comportement mécanique et prendre en compte les spécifications de ces structures matérielles. D'un point de vue pratique, la méthode numérique, c'est-à-dire le calcul de la méthode des éléments finis, est absolu pour la conception et le calcul de ces structures complexes. À notre développement. Ainsi, les aspects liés au domaine de la mécanique des milieux continus et aux méthodes des éléments finis sont abordés à la fois par les méthodes de déplacement et de déformation. [20]

Chapitre III

Résultats et interprétations

1. Introduction

Dans le but de résoudre les problèmes des rotors, beaucoup d'auteurs ont développé diverses théories qui permettent une bonne description du comportement statique et dynamique de ces structures à base de FGM. Dans cette perspective, le présent travail se focalise sur l'étude analytique des rotors fonctionnellement gradués (FGM) sous un gradient thermique

Les résultats obtenus dans ce chapitre sont les résultats de l'étude de deux structures en appliquant la méthode des éléments finis version h à ces structures, en utilisant certaines des formules de mécanique des solides issues de la recherche scientifique dans la littérature pour découvrir la différence entre les structures et l'effet de la température sur eux .

2. Organisation du projet

Pour résoudre des problèmes de physique des matériaux ou de dynamique structurelle par des méthodes d'éléments finis, une série d'hypothèses et d'approximations sont nécessaires afin de traduire la structure réelle en un modèle mathématique. La discrétisation ainsi obtenue est définie par des subdivisions appelées mailles, qui déterminent elles-mêmes la précision approximative des éléments qui composent la structure. La principale difficulté est de pouvoir discrétiser et assembler tous ces éléments constitutifs de la structure tout en assurant leur connectivité et leurs conditions d'assemblage.

Un logiciel APPROTOR de la méthode des éléments finis a été réalisé. Il permet de faire la lecture de toutes les données physiques et géométriques de la structure, des fonctions de formes choisies pour sa discrétisation et aux calculs des fréquences propres avec diverses conditions aux limites.

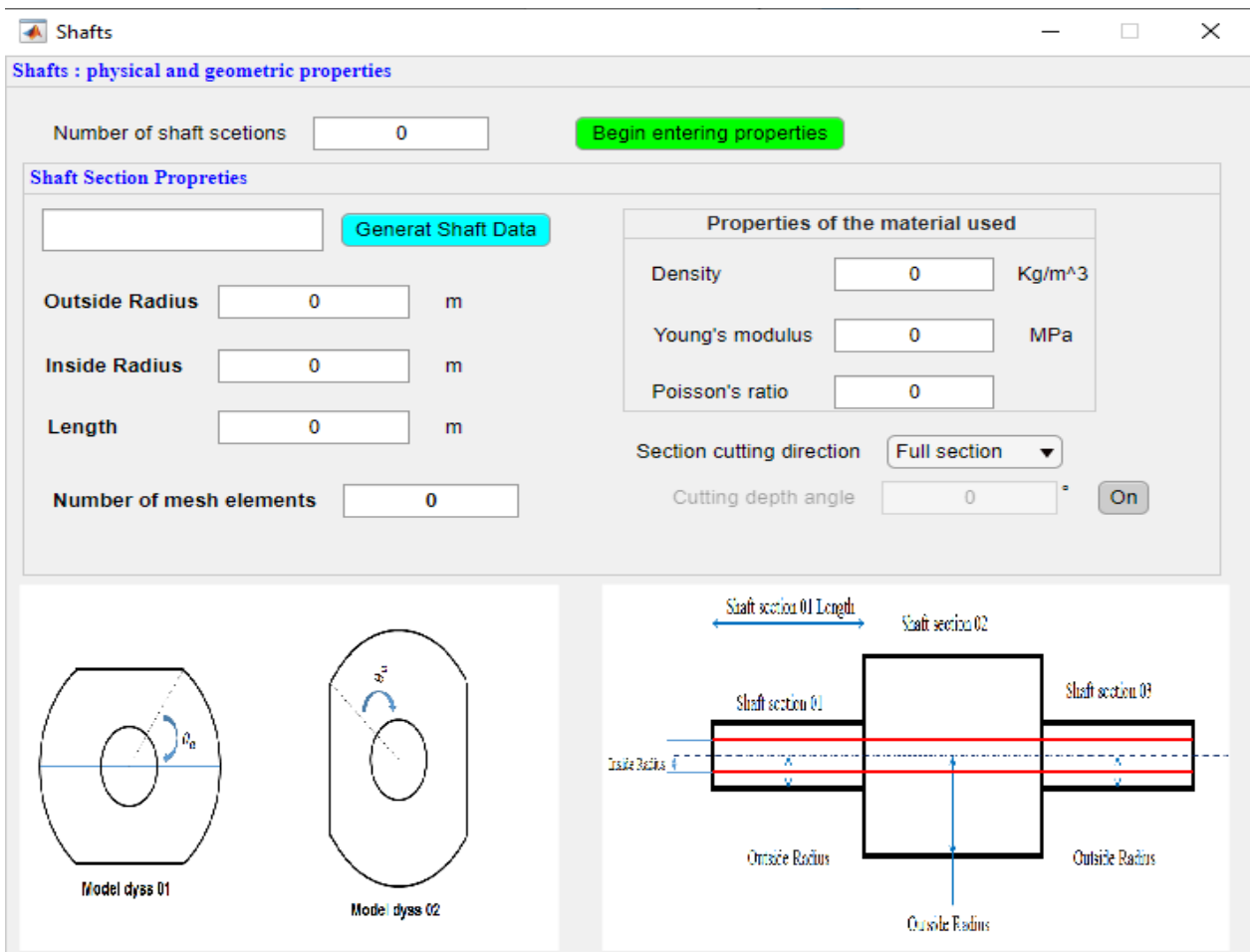
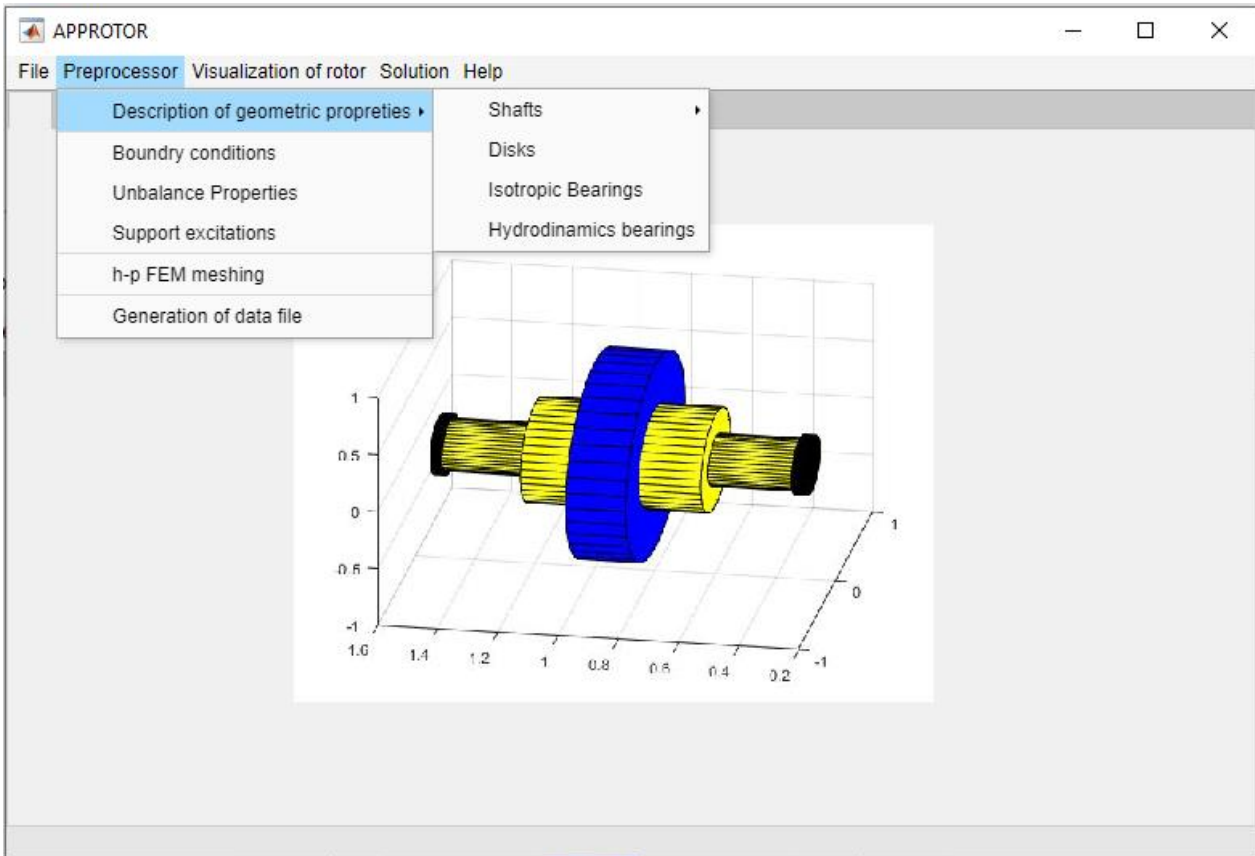
3. Présentation de l'application

APPROTOR un logiciel d'éléments finis (h, p, et hp) destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors.

Développé par l'équipe Interaction fluide structure et dynamique des machines (IFS-DM) du laboratoire Ingénierie des systèmes mécanique et matériaux (IS2M) à Tlemcen.
Caractéristiques principales

Tableau III.1 : Présentation de l'application

Possibilités	Sorties graphiques
<ul style="list-style-type: none"> • - Déformée statique (forces, moments, gravité) • - Fréquences et forme des modes, amortissements modaux, instabilités • - Réponse sous balourd • - Réponse asynchrone • - Réponse harmonique fixée dans l'espace • - Efforts maximum, chargement maximum des paliers • - Energies sur les éléments 	<ul style="list-style-type: none"> • - Géométrie • - Modèle éléments finis • - Modes de la base modale • - Diagramme de Campbell • - Modes en rotation • - Déformée sous balourd, force asynchrone, force harmonique • - Réponse sous balourd, asynchrone, harmonique



Disc

Discs : physical and geometric properties

Number of discs Begin entering properties

Disc Properties

Generat Disc Data

Outside Radius m

Inside Radius m

Thiknesse m

Position of the disc from the left Section cutting direction

Number of the shaft where the disc is fixed Cutting depth angle On

Nodal position from the left

Properties of the material used

Density Kg/m³

Young modulus MPa

Poisson's ratio

Model dyss 01

Model dyss 02

Shafts

Shafts : physical and geometric properties

Number of shaft scetions Begin entering properties

Shaft Section Propreties

Generat Shaft Data

Outside Radius Ro m

FGM Inside Radius Ri m

Inside Radius Ri0 m

Length m

Number of mesh elements

Volume fraction index

Materials and temperature coefficients value for mechanical properties

Outer Material		P0	P-1	P1	P2	P3
Temperature	<input type="text" value="0"/> K	E (Pa) <input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
Density	<input type="text" value="0"/> Kg/m ³	K (W/m K) <input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
		Poisson's ratio <input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
Interne Material		P0	P-1	P1	P2	P3
Temperature	<input type="text" value="0"/> K	E (Pa) <input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
Density	<input type="text" value="0"/> Kg/m ³	K (W/m K) <input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
		Poisson's ratio <input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

CAMPBELL

Campbell Diagramme

Initial Speed Rpm Time sec

Final Speed Rpm Time Step sec

Speed Step Rpm

Axis Limits

	min	max	
Xlimits	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="button" value="Change Xlimits"/>
Ylimits	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="button" value="Change Ylimits"/>
Zlimits	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="button" value="Change zlimits"/>

4. Rotor FGM avec la version h-FEM avec température

Tableau III.2 : Temperature coefficients of SUS304.

Materials	Property	P_{-1}	P_0	P_1	P_2	P_3
SUS304	E(Pa)	0	201.04×10^9	3.079×10^{-4}	-6.534×10^{-7}	0
	K (W/mK)	0	15.379	-1.264×10^{-3}	2.092×10^{-6}	-7.223×10^{-10}
	ν	0	0.3262	-2.002×10^{-4}	3.797×10^{-7}	0

Tableau III.3 : Temperature coefficients of Nickel

Materials	Property	P_{-1}	P_0	P_1	P_2	P_3
Nickel	E(Pa)	0	223.95×10^9	-2.794×10^{-4}	-3.998×10^{-9}	0
	K (W/mK)	0	58.754	-4.614×10^{-4}	6.670×10^{-7}	-1.523×10^{-10}
	ν	0	0.3100	0	0	0

Tableau III.4 : Temperature coefficients of AL2O3.

Materials	Property	P_{-1}	P_0	P_1	P_2	P_3
Al_2O_3	E(Pa)	0	349.5486×10^9	-3.853206×10^{-4}	4.026993×10^{-7}	-1.6734×10^{-10}
	K (W/mK)	-1123.6	-14.087	0.00044	0	0
	ν	0	0.26	0	0	0

5. Etude paramétrique

a. Diagramme de Campbell

Dimensions géométriques (épaisseur de couche FG $h = 0,002$ m, rapport diamètre épaisseur

$D / h = 500$, rapport longueur diamètre $L/D = 20$,

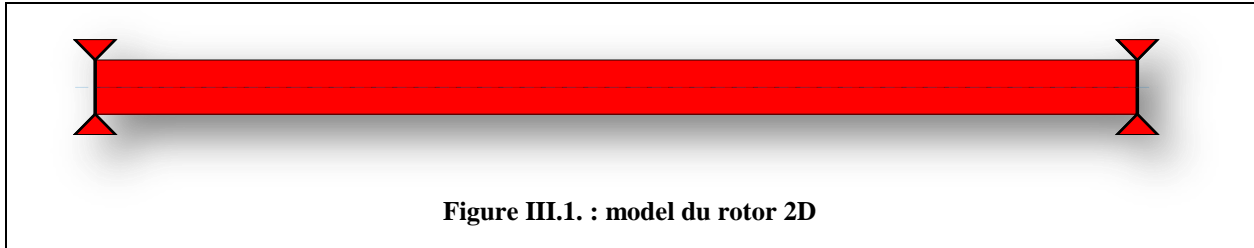


Figure III.1. : model du rotor 2D

Pour cette étude le rotor est modélisé par 48 éléments finis prenant en considération un seul élément avec deux nœuds pour l'étudier.

Tableau III.5 : Propriétés des matériaux utilisés

Matériaux propriétés	Module de young E(GPa)	Coefficient de poisson	La masse volumique (Kg/m ³)	Température de fusion
Acier inoxydable SUS304	210	0.3	7850	$T_f(\text{SUS304})= 1454^\circ\text{c}$
Oxyde d'aluminium Al ₂ O ₃	350	0.27	3950	$T_f(\text{Al}_2\text{O}_3)=2072^\circ\text{c}$
Nickel Ni	207	0.31	8900	$T_f(\text{Ni})=1455^\circ\text{c}$

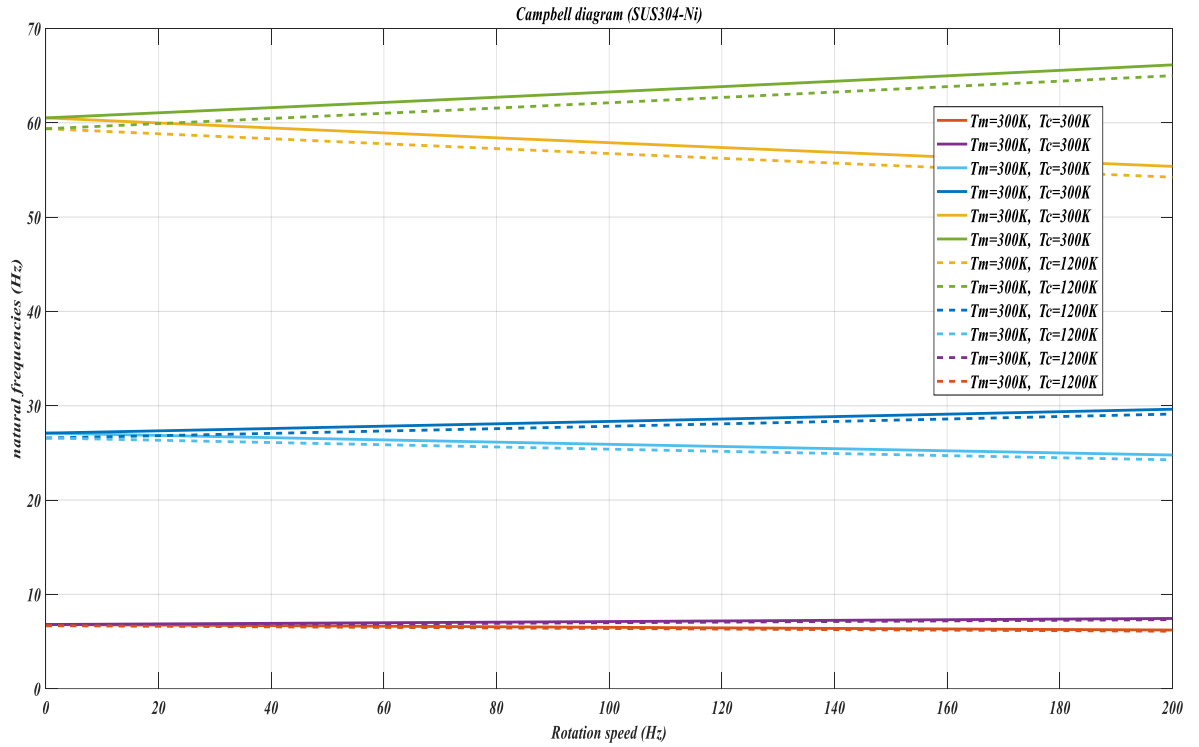


Figure III.2: diagramme de Campbell (SUS304-Nickel), avec $k=1$

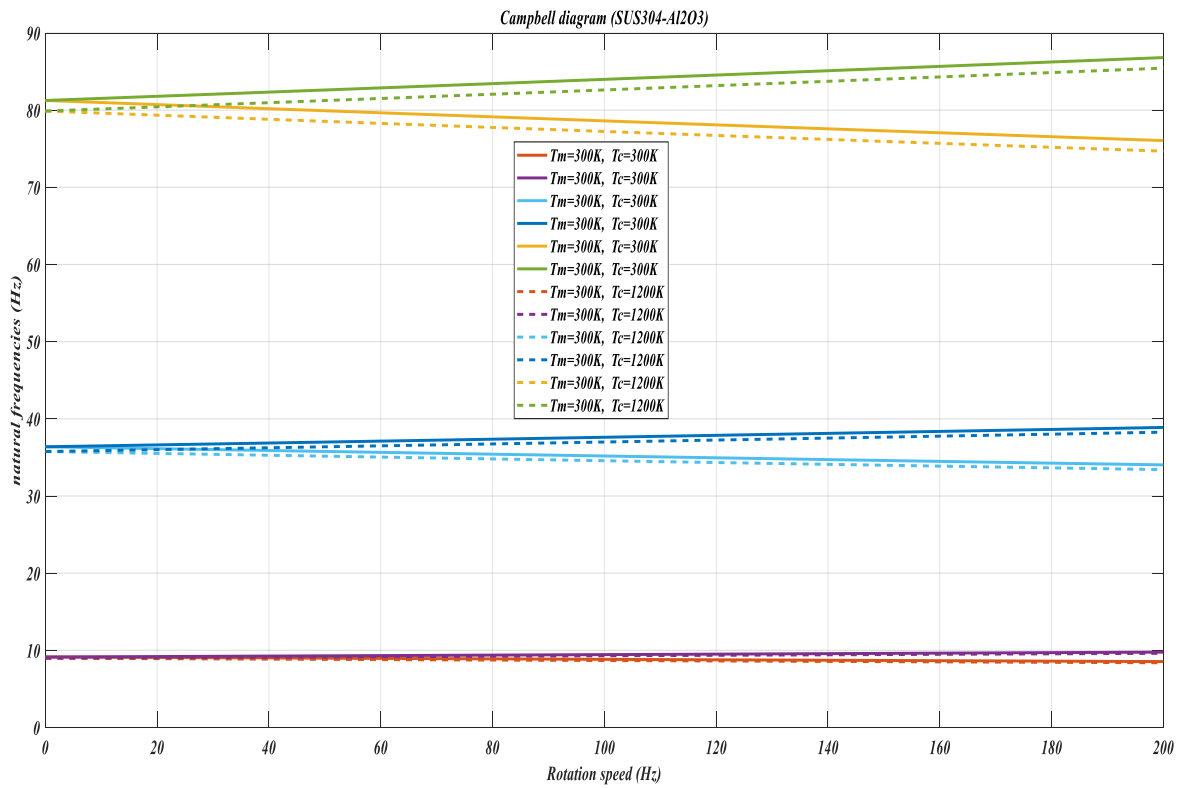


Figure III.3: diagramme de Campbell (SUS304-Al2O3), avec $k=1$

❖ Interprétation des diagrammes de Campbell

La figure III.2 représente le diagramme de Campbell du 1^{er} mode, 2^{ème} mode et 3^{ème} mode de vibration du rotor FGM travaillant dans un milieu à température ambiante 300°K et dans un milieu sous l'influence de la température atteignant les 1200°K. On constate sur cette figure III.2 que les modes vibratoires sus cités possèdent deux branches , la première branche dont la fréquence augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation est appelée précession directe et la deuxième branche dont les fréquences qui diminuent avec l'augmentation de la vitesse de rotation est appelée précession rétrogradée (indirecte), la précession directe représente les variations des fréquences vibratoires propres du système tournant du rotor en fonction de la vitesse de rotation et la précession rétrogradée représente les variations des fréquences vibratoires sous l'influence des frottements induites par les paliers, ces variations diminuent avec l'augmentation de la vitesses de rotation, On constate que ces deux branches divergent mais lentement pour les 3 modes de vibrations cela est due à la faible présence de l'effet gyroscopique qui tend à faire le couplage entre les modes de vibrations et tend aussi à séparer les deux branches directes et indirectes.

--La figure III.3 représente le diagramme de Campbell des trois premiers modes de vibrations de l'arbre d'un rotor de transmission FGM travaillant dans environnement à température ambiante 300°K et sous l'influence de la température atteignant les 1200°K, on constate sur cette figure que les précessions directes et indirectes de ces trois modes vibratoires divergent lentement avec l'augmentation de la vitesse de rotation cela explique que ce rotor est en vibration sans l'influence de l'effet gyroscopique.

-- Sur ces deux figures on constate que l'effet de la température agit sur les fréquences vibratoires du système tournant mais cette action est très faible à cause de la présence de la couche de la céramique se trouvant à l'extérieur et jouant le rôle de barrière thermique.

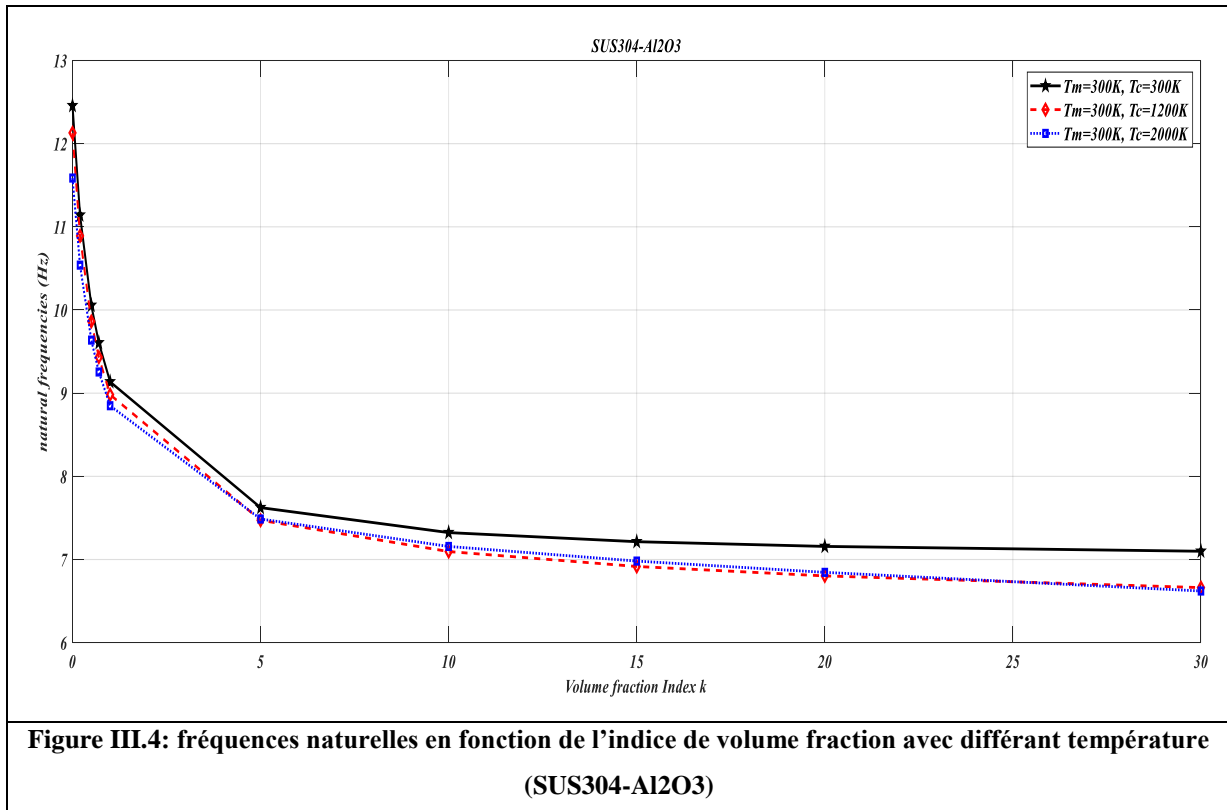
--On peut dire que le système tournant représenté par l'arbre FGM de transmission d'un véhicule a poids lourds, d'un bateau ou d'un hélicoptère tourne avec une symétrie complète des paliers ayant un comportement vibratoire dont les fréquences qui augmentent avec les modes de vibrations qui existent sans l'effet gyroscopiques, ce rotor FGM constitue par le mélange graduel métal céramique Ni-SUS 304 avec Ni à l'extérieur et Al₂O₃-SUS304 avec Al₂O₃ est sur la couche extérieur, tournent et résistent à l'effet de la haute variation de la température on peut dire que la couche extérieur de la

céramique joue le rôle de barrière thermique ou que ces deux rotors FGM a protection extérieur en céramique Ni et AL2O3 se comportent comme un matériaux réfractaire aux hautes variations de la température.

6. Influence de l'indice de volume fraction

❖ Etude du comportement des mélanges graduels

a. Mélanges graduels en fonction de la Température



La figure III.4 représente les variations des fréquences d'un rotor travaillant à température ambiante 300°K, à température de 1200°K et a température de 2000°K.

➤ Rotor travaillant dans un milieu à température ambiante 300°K

On constate que les fréquences sont maximales pour $k=0$ indice de volume fraction correspondant à la couche extérieur de céramique, pour l'indice k compris entre $[0.. 10]$ les fréquences vibratoires diminuent rapidement car sur ces couches le mélange FGM s'approche du métal et devient un mélange constitué majoritairement par du métal et au-delà de cet indice les fréquences correspondent aux fréquences du métal pur SUS304 et restent constantes.

➤ **Rotor travaillant à des températures sup ou égale à 1200°K**

Les fréquences vibratoires sont maximales pour $k=0$ qui correspond à la couche externe de céramique pure et diminuent rapidement jusqu'à l'indice de volume fraction $k=5$ couches constituée majoritairement par du métal et plus l'indice du volume fraction augmente et plus le métal est majoritaire et plus les fréquences vibratoires sous l'influence de la température de 1200°K diminuent progressivement pour prendre sa valeur finale et constante.

*Les fréquences vibratoires du mélange graduel AL3O3-SUS304 travaillant dans un milieu ambiant à 300°K sont supérieures aux fréquences vibratoires à température élevée.

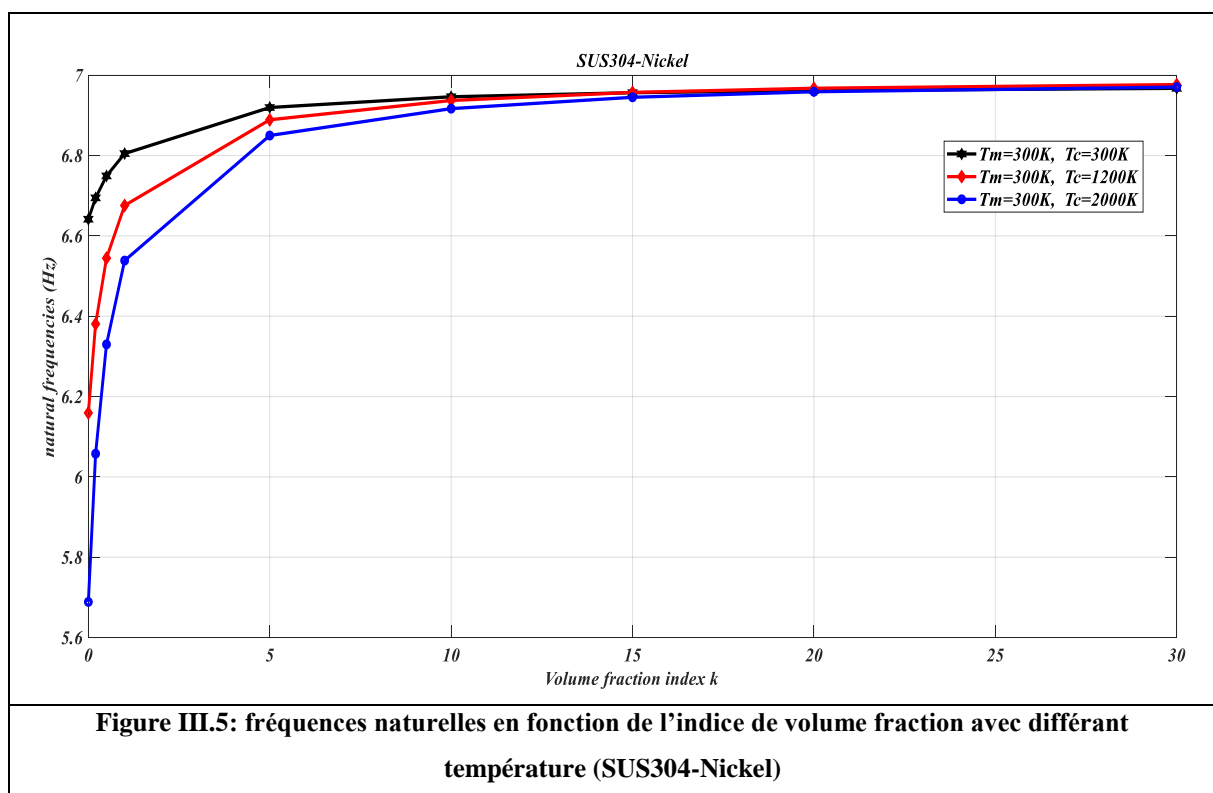


Figure III.5: représente les fréquences naturelles en fonction de l'indice de volume fraction avec différentes températures (SUS 304-Nickel). On constate sur cette figure que les fréquences vibratoires a températures ambiantes 300°K sont supérieurs et les fréquences a température de 2000°K sont les plus faibles et entre les deux on trouve les fréquences a température de 1200°K cela est dû à l'effet de la température sur le mélange et plus la température augmente et plus les fréquences diminue et le rotor devient flexible.

➤ **Température ambiante 300°k**

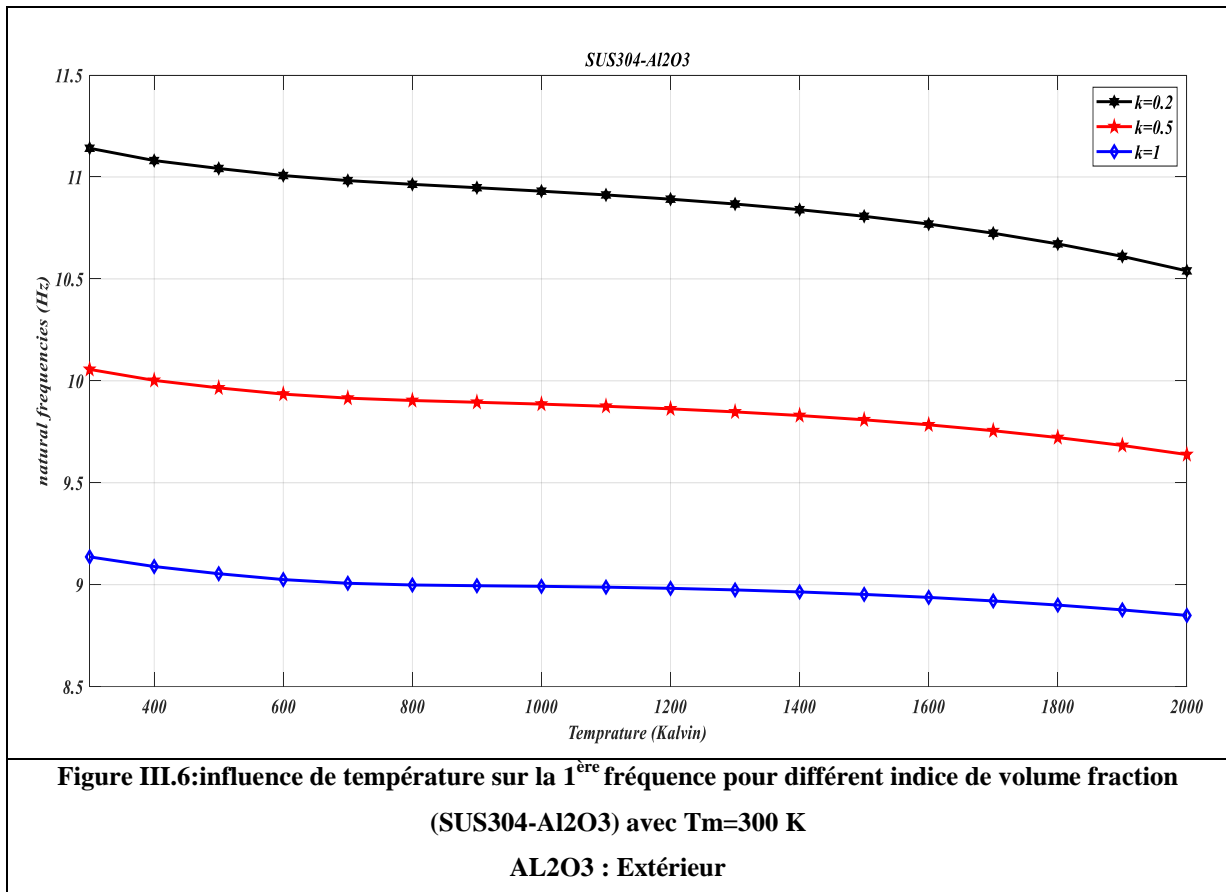
Contrairement à la figure 3.4 du mélange (SUS304-Al₂O₃) on constate à partir de cette figure que les fréquences sont minimales pour $K=0$ et les fréquences vibratoires augmentent rapidement pour l'indice k compris entre $[0.. 10]$ lorsque le mélange FGM est proche de métal et devient un mélange composé principalement de métal, cela est dû à la différence du module de Young entre les deux matériaux, au-delà de cet indice, la fréquence reste la même.

➤ **pour une température ≥ 1200 k**

Les fréquences vibratoires sont minimales pour $k=0$ qui correspond à la couche externe de céramique pure et augmentent rapidement jusqu'à l'indice de volume fraction $k=10$ couches constituée majoritairement par du métal et au-delà de cet indice les fréquences restent constantes donc on peut dire que lorsque l'indice de fraction volumique augmente et donc le mélange s'approche du métal les fréquences vibratoires augmentent pour le mélange (SUS304-Ni) car le module de Young du métal SUS304 est plus grand que celui de Ni.

➤ **Mélanges graduels en fonction de la Température**

Sur ce paragraphe le rotor étudié est une fois constitué par le mélange graduel Nickel-Métal (Ni-SUS304) et une fois constitué par le mélange Oxyde d'Aluminium -Métal (AL₂O₃-SUS304). Avec Ni et AL₂O₃ se trouvent sur la couche extérieur.

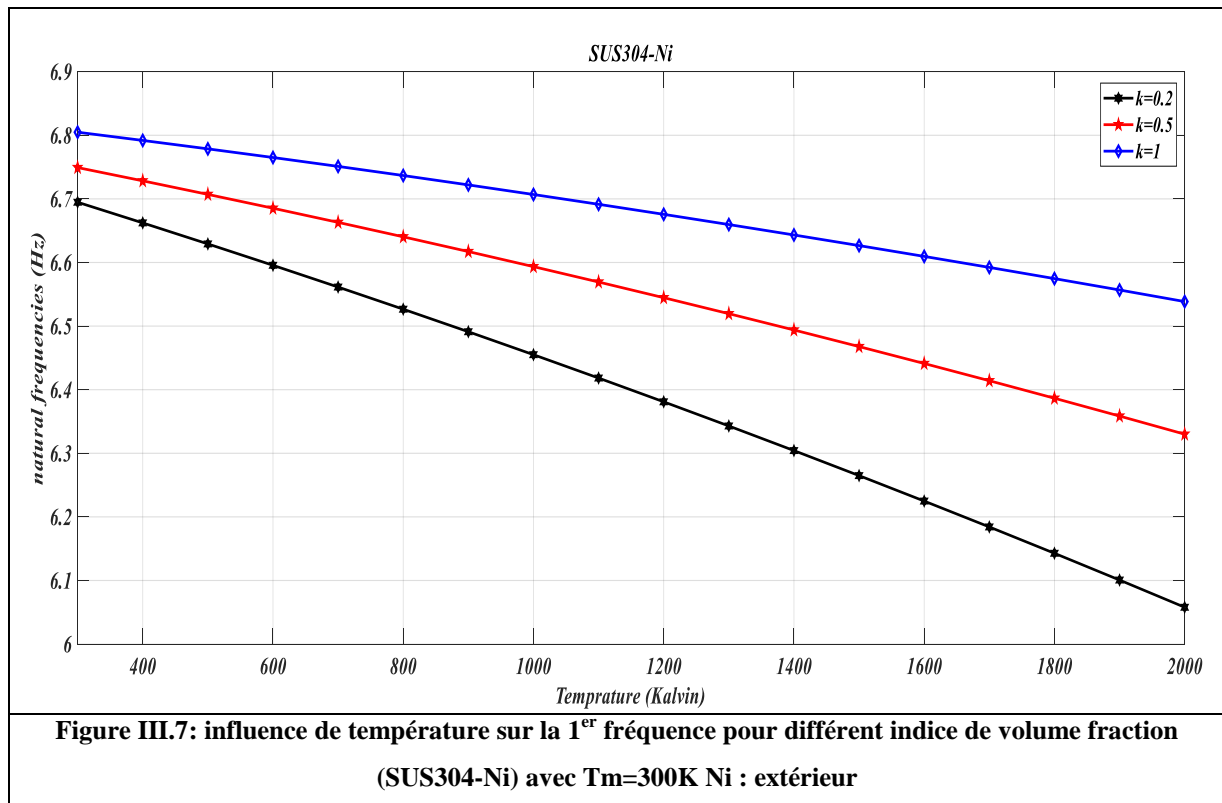


La Figure III.6 : représente la variation des fréquences vibratoires des divers indices de volumes fractions pour diverses températures, on constate que :

1- Pour un indice de volume fraction $k=0.2$ couche constituée majoritairement par de la céramique et pour une température ambiante de 300°K ou 350°K les fréquences vibratoires sont maximales et sont égales à $11,2\text{Hz}$ et plus la T° augmente et plus les fréquences diminuent progressivement pour atteindre la valeur de $10,6\text{ Hz}$ à 2000°K donc une diminution de $0,6\text{ Hz}$.

2- Pour un indice de volume fraction $k=0.5$ les fréquences vibratoires sont égales à 10.1 Hz pour une température ambiante de 300°K ou 350°K et quand la température atteint 2000°K les fréquences vibratoires prennent la valeur de 9.8Hz donc k varie de 0.2 à 0.5 une différence de 0.3 toujours très proche de la couche de céramique et les fréquences varient de 0.3 Hz . Faible diminution pour la couche FGM proche de la céramique.

3- Pour un indice de volume fraction $k=1$ les fréquences vibratoires sont égales à 9.3 Hz pour une température ambiante de 300°K ou 350°K et quand la température atteint 2000°K les fréquences vibratoires diminuent à la valeur de 8.8 Hz. Donc une diminution des fréquences de 0.5 Hz. Donc on peut dire que pour ce cas l'indice de volume fraction k varie de 0.2 à 1 avec une valeur de 0.8 de volume fraction entraînant une diminution de 0.5 Hz plus grande que la précédente car la quantité du métal est plus grande que celle donnée pour $k=0.5$.



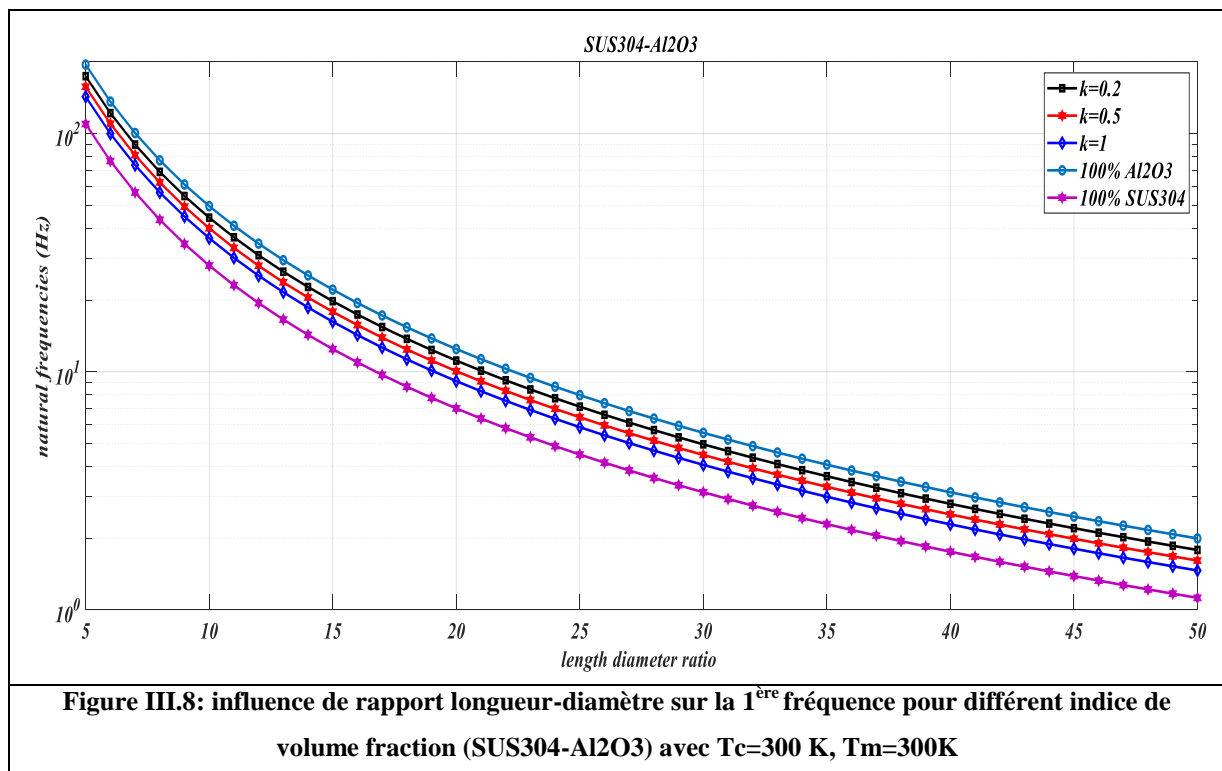
La Figure III.7: représente la variation des fréquences vibratoires en fonction de la température pour différents indices de volumes fractions, on constate que :

1- Pour un indice de volume fraction $k=0.2$ couche constituée majoritairement par de la céramique et pour une température ambiante de 300°K ou 350°K les fréquences vibratoires sont égales à 6.7Hz et plus la T° augmente et plus les fréquences diminuent progressivement pour atteindre la valeur de 6.07 Hz à 2000°K donc une diminution de 0,63Hz.

2- Pour un indice de volume fraction $k=0.5$ les fréquences vibratoires sont égales à 6.75 Hz pour une température ambiante de 300°K ou 350°K et quand la température atteint 2000°K les fréquences vibratoires prennent la valeur de 6.33Hz avec une diminution de 0.42Hz

3- Pour un indice de volume fraction $k=1$ les fréquences vibratoires sont maximales et sont égales à 6.8 Hz pour une température ambiante de 300°K ou 350°K et quand la température atteint 2000°K les fréquences vibratoires diminuent à la valeur de 6.54 Hz. Donc une diminution des fréquences de 0.26 Hz.

De là on déduit que les fréquences vibratoires diminuent en s'approchant du matériau céramique (Ni) avec la diminution de l'indice k pour le mélange (SUS304-Ni) contrairement au mélange (SUS304-Al₂O₃).



La figure III.8 : représente l'influence de rapport longueur-diamètre sur les fréquences vibratoires pour divers indices de volume fraction pour le mélange (SUS304-Al₂O₃), on constate que :

- 1- pour 100% SUS304: les fréquences vibratoires sont minimales et quand le rapport longueur-diamètre augmente les fréquences diminuent
- 2- pour 100% Al₂O₃ les fréquences sont maximales et diminuent avec l'augmentation du rapport longueur-diamètre

- 3- quand on augmente l'indice de volume fraction $k=1$ les fréquences sont plus faibles par rapport au $k=0.2$ donc si l'indice k du volume fraction de la composition graduelle métal-céramique augmente les fréquences diminuent car la graduation du mélange sera composée avec plus du métal que de la céramique
- 4- dans ce cas les fréquences vibratoires diminuent en s'approchant du métal (augmentation de l'indice fraction de volume k) avec l'augmentation du rapport longueur-diamètre.

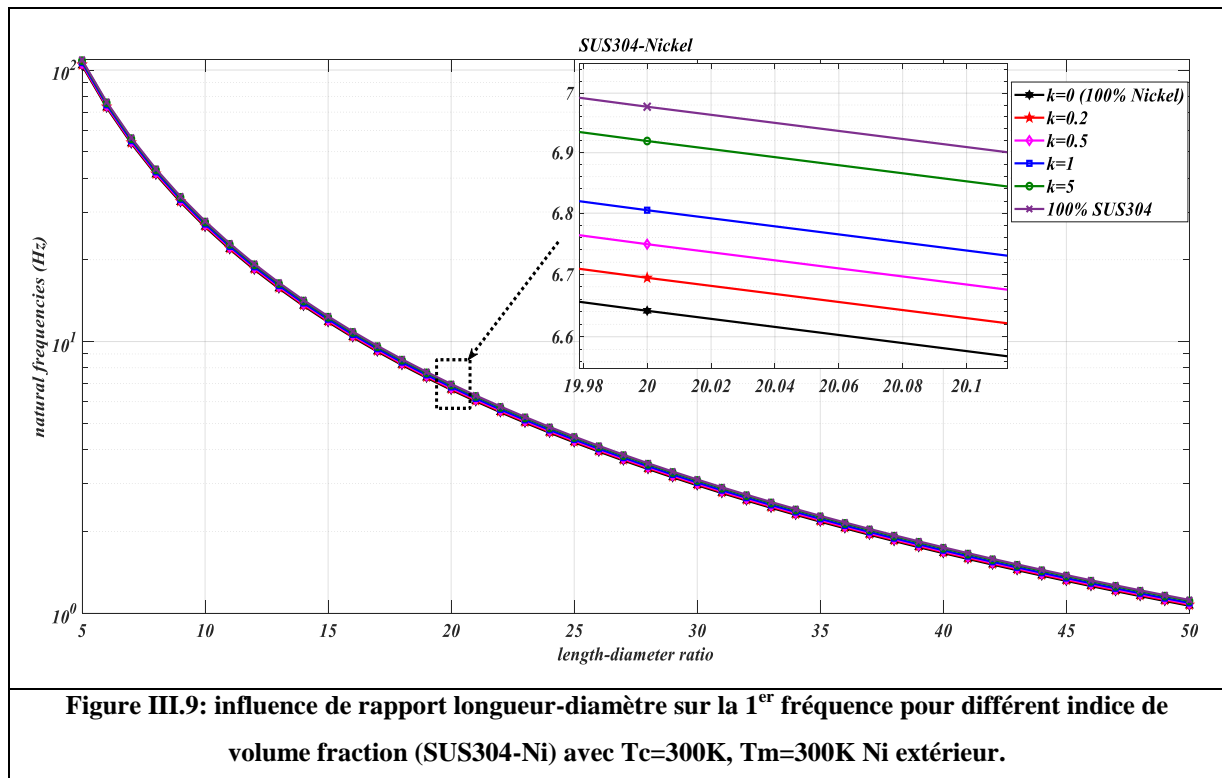


Figure III.9: influence de rapport longueur-diamètre sur la 1^{er} fréquence pour différents indices de volume fraction (SUS304-Ni) avec $T_c=300K$, $T_m=300K$ Ni extérieur.

La figure III.9: représente l'influence de rapport longueur-diamètre sur les fréquences vibratoires pour divers indices de volume fraction pour le mélange (SUS304-Ni), on constate que :

1. pour 100% SUS304: les fréquences vibratoires sont maximales et quand le rapport longueur-diamètre augmente les fréquences diminuent
2. pour 100% Ni les fréquences sont minimales et diminuent avec l'augmentation du rapport longueur-diamètre.

3. dans ce cas quand on augmente l'indice de volume fraction $k=1$ les fréquences sont plus élevées par rapport au $k=0.2$ donc si l'indice k du volume fraction de la composition graduelle métal-céramique augmente les fréquences augmentent car la graduation du mélange sera composée avec plus de métal que de la céramique.
4. donc contrairement au mélange (SUS304-Al₂O₃) les fréquences vibratoires diminuent en s'approchant de la céramique Ni (la diminution de l'indice k)
5. le rapport longueur-diamètre influe sur les fréquences vibratoires c'est-à-dire plus la longueur de l'arbre en rotation augmentée plus les fréquences vibratoires sont et plus la rigidité du rotor diminue pour les deux mélanges.

7. Comparaison entre les graphes de (SUS304-Al₂O₃) et (SUS304-Ni)

À partir de tous les graphes on peut conclure que la variation des fréquences vibratoires est liée à :

1. l'indice de fraction de volume k et liée au module de Young des matériaux du mélange
2. la température
3. le rapport longueur-diamètre

La différence entre les graphes du mélange (SUS304-Al₂O₃) et (SUS304-Ni) est dû à la différence du module de Young : $E(\text{SUS304}) > E(\text{Ni})$ et $E(\text{Al}_2\text{O}_3) > E(\text{SUS304})$ et les fréquences vibratoires augmentent en s'approchant au matériau plus rigide du mélange.

8. **Conclusion**

L'arbre à l'étude est en matériau FGM ou en composition graduée de métal-céramique avec une protection céramique externe, les propriétés qui composent l'arbre varient en continu dans le rayon de l'arbre pour éviter les problèmes d'interface. Pour étudier l'effet de la température et de l'indice de fraction volumique sur la fréquence vibratoire de cet arbre FGM, les résultats obtenus montrent clairement que plus l'indice volumique fractionnaire augmente, plus le mélange de composition graduelle du matériau FGM qui constitue l'arbre sera un mélange composé principalement de métal. Plus la température est élevée, et le module d'Young est inférieur plus la structure du matériau est flexible, ce qui signifie que le matériau FGM se réchauffe et perd progressivement sa rigidité à mesure que la température augmente.

Conclusion générale

III. conclusion générale

Dans ce mémoire, nous présentons l'étude dynamique d'un rotor FGM constitué d'un mélange graduel composé du métal et de la céramique, avec protection extérieure en céramique, fonctionnant sous l'influence de très hautes températures. L'étude de ce rotor s'appuie sur des formulations de mécanique des solides issues d'études scientifiques de la littérature. Les propriétés qui composent cet arbre changent constamment dans le rayon de cet arbre pour éviter les problèmes d'interface. Dans cette étude, le comportement physique et dynamique d'un mélange de matériaux constitutifs AL₂O₃-SUS304 et NI-SUS304, qui sont des matériaux innovants composés de matériau métallique SUS304 et de matériaux céramiques AL₂O₃ et Ni, qui sont généralement utilisés comme matériaux de barrière thermique, ont été étudiés à travers Des formulations mathématiques modélisées par la méthode des éléments finis sont appliquées à des structures tournantes utilisables dans l'industrie comme l'arbre de turbines à gaz ou l'axe d'un réacteur d'avion ou d'une centrifugeuse nucléaire.

Les résultats déterminés par l'étude de l'influence de la température et de l'indice du volume fraction sur les fréquences vibratoires de cet arbre FGM peuvent être résumés comme suit:

- L'effet de la température sur les fréquences vibratoires du rotor était inverse de sorte que plus la température est élevée, plus les fréquences sont faibles et cela est dû à la ductilité du matériau résultant de la température élevée.
- Le rapport longueur-diamètre affecte les vibrations inversement, à mesure que le rapport longueur-diamètre augmente, les vibrations diminuent pour les deux mélanges étudiées.
- Concernant le facteur volume fraction, son effet était différent pour les deux mélanges, car :
 - pour le mélange sus304-Al₂O₃, les fréquences vibratoires diminuent lorsque l'indice k augmente, c'est-à-dire plus le mélange est proche du métal
 - pour le mélange sus304-Ni, les fréquences vibratoires augmentent avec l'augmentation de l'indice de volume fraction k et diminuent avec l'indice k décroissant, c'est-à-dire plus on se rapproche de la céramique
 - Cette différence est due à la différence de module de Young pour les matériaux

- plus le mélange constituant la composition graduelle du matériau FGM rotor sera un mélange graduel constitué majoritairement par le matériau dont le module de Young est plus faible et plus la température augmente cela veut dire que la structure du rotor FGM devient flexible et souple et donc les fréquences vibratoires diminuent.

Références bibliographiques

IV. Références bibliographiques

- [1] : D Gayen, D Chakraborty, R Tiwari(2017) Whirl frequencies and critical speeds of a rotor- bearing system with a cracked functionally graded shaft – Finite element analysis European Journal of Mechanics - A/Solids Vol 61, 47-58
- [2] :DebabrataGayenRajivTiwariD.Chakraborty (2019) Finite element based stability analysis of a rotor-bearing system having a functionally graded shaft with transverse breathing cracks International Journal of Mechanical Sciencesvol, 403-414 .
- [3]: Bouzidi, I., A. Hadjoui, and A. Fellah. 2020. Dynamic analysis of functionally graded rotor-blade system using the classical version of the finite element method. MechanicsBased Design of Structures and Machines.Doi: 10.1080/ 15397734.2019.1706558.
- [4]: Assem.H, Hadjoui.A, &Saimi.A 2020 Numerical analysis on the dynamics behavior ofFGM rotor in thermal environment using h-p finite element methodMechanics Based Design of Structures and Machines, DOI:10.1080/15397734.2020.1824791
- [5]: Columbia Accident Investigation Board (2003), Report Volume 1, National Aeronautics and Space Administration and the Government Printing Office, Washington D.C.
- [6] M. Koizumi, Recent Progress of Functionally graded materials in Japan. Ceram. Eng. Sci. Proc; 13 (7-8): 333- 347, 1992.
- [7]- V.M. Ferreira, F. Azough, R. Freer, J.L. Baptista, « The effect of Cr and La on MgTiO₃ and MgTiO₃–CaTiO₃ microwave dielectric ceramics », J. Mater Res 12 (1997) 3293- 3299.
- [8]: A, C, IMANE. (2019) ; Analyse par la méthode des éléments finis du comportement vibratoire d'une barre en matériaux FGM AL₂O₃- SUS304 ; Département science de la matière; université d'Ain temouchent.
- [9]:E.R. Kipkoech, F. Azough, R. Freer, C. Leach, S.P. Thomposon, C. C. Tang, « Structural study of Ca_{0.7}Nd_{0.3}Ti_{0.7}Al_{10.3}O₃ dielectric ceramics using synchrotron Xray diffraction » J. Eur. Ceram Soc 23 (2003) 2677–2682.
- [10]:B. KIEBACK, A. NEUBRAND, H. Riedel «Processing techniques for functionally graded materials», Materials Science and Engineering A362 (2003) 81–105

- [11] : ABDIZADEH, H., Elaboration Et Caractérisation De Composites Duplex «Composites Laminaires Tri-Couches A Base D'Alumine», Thèse Docteur d'Etat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon et l'Université Claude Bernard Lyon I-France, 1997, 212p
- [12]: YUKI, M., MURAYAMA, T. & IRISAWA, T., Temperature Gradient Sintering of PSZ/Mo Functionally Gradient Material by Laser Beam Heating, in Proceeding of the First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan, 1991, p. 203
- [13]: Saleh, B. et al. (2020) *30 Years Of Functionally Graded Materials : An Overview Of Manufacturing Methods, Applications And Future Challenges*. Elsevier.
- [14]: Narottam P. Bansal, Jitendra P. Singh, Jacques Lamon, Sung R. Choi (2011), *Processing and Properties of Advanced Ceramics and Composites III: Ceramic Transactions*; John Wiley & Sons; page 110, 4 août 2011
- [15] : TR2SOR KANYIK”Simulation par la méthode des éléments finis du comportement
- [16] : BERROUSSI Chaouki (2021);étude dynamique d'un rotor ; Département de Génie des mécaniques; Université Mohamed Khider de Biskra
- [17] : OTMANI Malika. (2020) ; Analyse par éléments finis du comportement des matériaux FGM AL2O3- SUS304 et NI-SUS304 sous l'influence de la température ; Département science de la matière; université d'Ain temouchent
- [18] GOURI DHATT, GILBERT TOUZOT. *UNE PRÉSENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS* .Maloine.S.A.Editeur Paris et les presses de l'université Laval Québec. France:1981
- [19] : K, DJAMEL EDDINE(2014) ;Analyse des effets de l'amplitude et température sur le comportement non linéaire d'une plaque annulaire sectorielle à gradient fonctionnel ; Département De génie mécanique ; Université AboubekrBelkaid– Tlemcen.
- [20]:EricBlayo (Janvier 2010) ; Notes de cours sur la méthode des éléments finis ;

Site web

- (1): <https://solutions-in-plastics.info/fr/info-produits/ceramiques-techniques/domaine-dutilisation-des-ceramiques/#tab-4143>
- (2): <https://ceramique-technique.com/secteurs/medical-implotologie>
- (3): <https://123dok.net/article/domaines-d-application-des-mat%C3%A9riaux-fgm.yr2335vz>
- (4): <https://fr.wikipedia.org/wiki/Rotor>
- (5): https://fr.wikipedia.org/wiki/Turbine_%C3%A0_vapeur
- (6): [https://fr.wikipedia.org/wiki/Arbre_\(m%C3%A9canique\)#:~:text=Un%20arbre%20est%20un%20organe,l'origine%20de%20son%20nom.](https://fr.wikipedia.org/wiki/Arbre_(m%C3%A9canique)#:~:text=Un%20arbre%20est%20un%20organe,l'origine%20de%20son%20nom.)
- (7): <https://www.vroomly.com/blog/arbre-de-transmission-role-fonctionnement-et-prix/>
- (8): https://fr.wikipedia.org/wiki/Palier_%28m%C3%A9canique%29
- (9): https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Principe_palier_hydrodynamique.svg?uselang=fr
- (10): <https://us.misumi-ec.com/blog/computer-aided-design-pt-4-the-world-of-fea/>
- (11): <https://alohablog.wordpress.com/2013/02/13/finite-element-analysis/>
- (12): https://help.solidworks.com/2018/french/SolidWorks/cworks/c_Solid_Mesh.htm